

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВЫСОКОМОМЕНТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Бойко Н.Г., докт. техн. наук, проф.,

Бойко Е.Н., канд. техн. наук, доц.

Донецкий национальный технический университет

*Рассмотрены вопросы формирования динамических характеристик асинхронных короткозамкнутых электродвигателей и исследовано влияние на них параметров питающей сети.*

*The questions of formation of dynamic characteristics of the asynchronous shortly-closed electric motors are considered and the influence of a having network parameters on them is investigate.*

### **Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.**

В качестве двигателей привода исполнительных органов высоко энерговооруженных технологических машин (станков, экскаваторов, горных машин и др.) используются асинхронные короткозамкнутые двигатели с двух беличьей клеткой или широким пазом номинальным напряжением питания 660 или 1140 В, номинальным режимом работы которых принят режим  $S_4$  по ГОСТ 183-74 с ПВ = 60% и частыми (до 120 пусков в час) пусками.

**Анализ исследований и публикаций.** Асинхронный электродвигатель представляет собой магнитосвязанные электрические цепи статора и ротора с изменяющейся взаимоиндукцией и самоиндукцией [1]. В обычном асинхронном электродвигателе затухание электромагнитных процессов заканчивается раньше, чем изменяется скорость вращения ротора [1]. Это позволяет не учитывать электромагнитную инерцию двигателя в переходных режимах и принимать в расчет его механическую характеристику статической.

Для двигателей привода исполнительного органа комбайнов установлено [2], что при быстро меняющейся нагрузке, частота которой превышает 20 значений их критического скольжения ( $20 S_c$ ), ток в обмотке статора и соответствующий ему электромагнитный момент двигателя не успевают принимать значений соответствующих мгновенной частоте вращения ротора. Следовательно, в рабочем режиме при частоте нагрузки более  $20S_c$  электромагнитная инерция двигателя может оказывать существенное влияние на формирование нагрузки в

элементах привода (трансмиссии). В этом случае необходимо пользоваться динамической механической характеристикой двигателя.

**Постановка задачи.** Динамическая механическая характеристика асинхронного двигателя может быть описана системой уравнений Парка-Горева [3] без учета насыщения магнитопровода, вытеснения тока в стержнях клетки ротора и влияния параметров шахтной сети. Для электродвигателей привода исполнительных органов очистных комбайнов система уравнений Парка-Горева недостаточно корректна, так как не учитывает параметров питающей сети и требует значительных по объему вычислений [4, 3].

Исследованиями [3, 5] установлено, что для применяемых в горных машинах типов асинхронных двигателей в рабочем режиме их динамическая механическая характеристика может быть описана дифференциальным уравнением вида

$$S = \frac{1}{\omega_0 \beta_d} \left( M_d(t) + \beta_d / c_d \frac{dM_d(t)}{dt} \right), \quad (1)$$

где  $\omega_0$  – частота вращения магнитного поля статора,  $\beta_d$  – аналог вязкого трения (линейного демпфера),  $c_d$  – аналог упругой связи между ротором и электромагнитным полем статора.

Введя обозначения

$$\beta_d = (\nu \omega_0)^{-1}, \quad c_d = (\nu \omega_0 T_3)^{-1},$$

где  $\nu$  – коэффициент крутизны статической механической характеристики,  $T_3$  – электромагнитная постоянная двигателя, уравнение скольжения примет вид

$$S = \nu \cdot \left( M_d(t) + T_3 \frac{dM_d(t)}{dt} \right), \quad (2)$$

которое описывает электромагнитный момент асинхронного двигателя в переходном режиме работы, предложенного И.С. Пинчуком [6],

$$S = \frac{S_k}{2M_{\max}} \left( M_d(t) + \frac{1}{\omega_3 S_k} \frac{dM_d(t)}{dt} \right), \quad (3)$$

положив в нем

$$\nu = \frac{S_k}{2M_{\max}}, \quad T_3 = \frac{1}{\omega_3 S_k}.$$

Здесь  $S_k$ ,  $M_{\max}$  – соответственно критическое скольжение и максимальный момент двигателя.

Для привода исполнительных органов очистных комбайнов условие  $\omega_m^2 / \omega_3^2 \gg 1$ , где  $\omega_m, \omega_3$  – частоты собственных колебаний, соответственно, механической и электрической подсистем, т.е. редуктора привода и двигателя, выполняется, а коэффициент связности парциальных систем по Л.Л. Мандельштаму незначительный. Это дает возможность определять момент электродвигателя, считая механическую часть привода (редуктор) жесткой.

Записав дифференциальное уравнение движения ротора электродвигателя в виде

$$J_1 \ddot{\gamma}_1 = M_d(t) - M_c(t),$$

где  $M_c(t)$  – момент сил сопротивления, приведенный к валу двигателя, и решив полученное уравнение совместно с уравнением (2), получим [6]

$$\frac{d^2 M_d(t)}{dt^2} + \frac{1}{T_3} \frac{dM_d(t)}{dt} + \frac{M_d(t)}{T_3 T_M} = \frac{M_c(t)}{T_3 T_M}. \quad (a) \quad (4)$$

Здесь  $T_M$  – механическая постоянная величина двигателя,

$$T_M = \frac{\omega_m S_k J_1}{2 p_n M_{max}},$$

где  $p_n$  – число пар полюсов электродвигателя.

Полученное уравнение является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка с правой частью, которая в общем случае представляет собой случайный процесс в исследуемом интервале частот обладающий свойствами «белого шума» – практически независимой от частоты плотностью дисперсии момента.

Для низкочастотной составляющей момента сил сопротивления, формирующейся на рабочем органе комбайна и обусловленной так называемой конструктивной неуравновешенностью его схемы набора режущего инструмента, решение полученного уравнение имеет вид

$$M_d(t) = \frac{M'_a \sin(\lambda t - \theta_d)}{\sqrt{(\lambda_d^2 - \lambda^2)^2 + 4n_d^2 \lambda^2}}, \quad (5)$$

где

$$\lambda_d^2 = 0,5T_3^{-1}, \quad n_d = 1/(T_3 T_M), \quad M'_a = M_c^a(t)/(T_3 T_M),$$

$$\theta_d = \arctg \frac{(\lambda_d^2 - \lambda^2) \sin \theta - 2\lambda n_d \cos \theta}{(\lambda_d^2 - \lambda^2) \cos \theta + 2\lambda n_d \sin \theta}$$

Положив фазу во внешнем возмущении равной нулю, т.е.  $\theta=0$ , получим

$$\theta_d = -\arctg \frac{2n_d \lambda}{\lambda_d^2 - \lambda}. \quad (6)$$

Выражение

$$1/\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2\right]^2 + 4n_d^2 \frac{\lambda^2}{\lambda_d^4}} = k_d \quad (7)$$

в решении уравнения есть коэффициент динамичности двигателя. Подставив значения  $\lambda_d$ ,  $n_d$  в выражение для коэффициента динамичности, получим

$$k_d = 1/\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2 \frac{T_M}{T_3}} \equiv k_B.$$

которое совпадает с коэффициентом выравнивания нагрузки [7].

При  $\nu_T = T_3/T_M > 0,25$  амплитудные характеристики двигателя (модули передаточных функций на мнимой оси) по моменту можно представить в виде [8]

$$|y_M(i\lambda)| = 1/\sqrt{(1 - \chi_M^2 \nu_T)^2 + \chi_M^2}, \quad (8)$$

где  $\chi_M = \lambda T_M$  - безразмерная частота внешней нагрузки.

Так как при  $\lambda=0$  выражение (8) равно 1, то оно является также и коэффициентом динамичности, характеризующее отношение амплитуд момента двигателя при частотах  $\lambda \neq 0$  и нулевой частоте, т.е.

$$k_d(\lambda) = |y_M(i\lambda)|/|y_M(0)| = 1/\sqrt{(1 - \chi_B^2 \nu_T)^2 + \chi_B^2}. \quad (9)$$

Максимального значения динамический коэффициент

$$k_{d \max} = 1/\sqrt{T_M T_3^{-1} - 0,25 T_M^2 T_3^{-1}}$$

достигает при частоте

$$\lambda = \lambda_{д} \sqrt{1 - 0,5T_{м} T_{э}^{-1}},$$

получаемой решением приравненной к нулю производной по частоте его зависимости.

При частоте нагрузки  $\lambda \leq \lambda_{нч}$ , где  $\lambda_{нч}$  – частота низкочастотной составляющей момента сил сопротивления коэффициент динамичности практически равен 1. Это означает, что нагрузка с указанной частотой практически без изменения по амплитуде воспринимается двигателем. Однако, как следует из выражения (7), между моментом двигателя и моментом нагрузки всегда имеет место смещение по фазе на угол

$$\theta_{д} = -\text{arctg} \frac{2n_{д}\lambda}{\lambda_{д}^2 - \lambda^2}.$$

Для реальной шахтной сети характер коэффициента динамичности двигателя и величина его максимального значения несколько изменяются, рис 1.

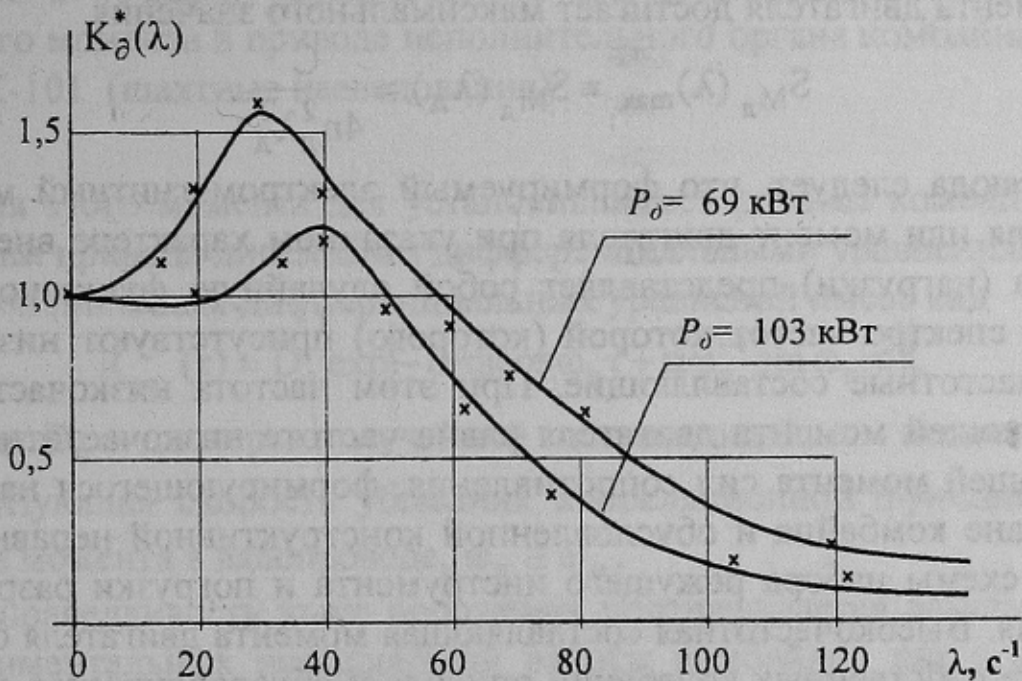


Рис. 1 – Амплитудно-частотная характеристика двигателя типа ЭДКО4-2МУ5 при питании его от шахтной сети

Это обусловлено уменьшением напряжения питания двигателя, влекущее за собой изменения его критического скольжения, максимального момента, частоты собственных колебаний и др. параметров. При этом, как следует из рис. 1, с увеличением нагрузки изменяется

как характер зависимости  $k_d^*(\lambda)$ , так и величина его максимального значения – с увеличением нагрузки уменьшается величина  $k_d^*(\lambda)$  и несколько смещается в сторону увеличения частота нагрузки, при которой  $k_d^*(\lambda)$  достигает максимума.

Для случайной составляющей нагрузки решение дифференциального уравнения (4) представим в виде спектральной плотности дисперсии момента двигателя при известной спектральной плотности дисперсии нагрузки. Спектральная плотность дисперсии момента двигателя имеет вид [9]

$$S_{M_d}(\lambda) = \frac{S_{M_c}(\lambda)}{|-\lambda^2 + 2in_d\lambda + \lambda_d^2|^2} \equiv \frac{C}{(\lambda_d^2 - \lambda^2)^2 + 4n_d^2\lambda^2}, \quad (10)$$

где  $S_{M_c}(\lambda) = C$  – спектральная плотность дисперсии нагрузки (момента сил сопротивления).

Из (10) следует, что при  $\lambda = \lambda_d$  спектральная плотность дисперсии момента двигателя достигает максимального значения

$$S_{M_d}(\lambda)_{\max} \equiv S_{M_d}(\lambda_d) = \frac{C}{4n_d^2\lambda_d^2}. \quad (11)$$

Отсюда следует, что формируемый электромагнитный момент двигателя или момент двигателя при указанном характере внешнего момента (нагрузки) представляет собой случайную функцию (процесс), в спектре частот которой (которого) присутствуют низко- и высокочастотные составляющие. При этом частота низкочастотной составляющей момента двигателя равна частоте низкочастотной составляющей момента сил сопротивления, формирующегося на рабочем органе комбайна и обусловленной конструктивной неравномерностью схемы набора режущего инструмента и погрузки разрушенного угля. Высокочастотная составляющая момента двигателя близка к частоте собственных колебаний привода и обуславливается его параметрами – моментом инерции и жесткостью привода. Тогда спектральная плотность дисперсии момента двигателя на основании вышеизложенного должна иметь вид, показанный на рис. 2.

Привод исполнительного органа очистного комбайна представляет собой сложную электромеханическую систему и момент, формирующийся на валу двигателя, представляет собой преобразованный этой электромеханической системой момент сил сопротивления, формирующийся на рабочем органе комбайна. Корреляционная

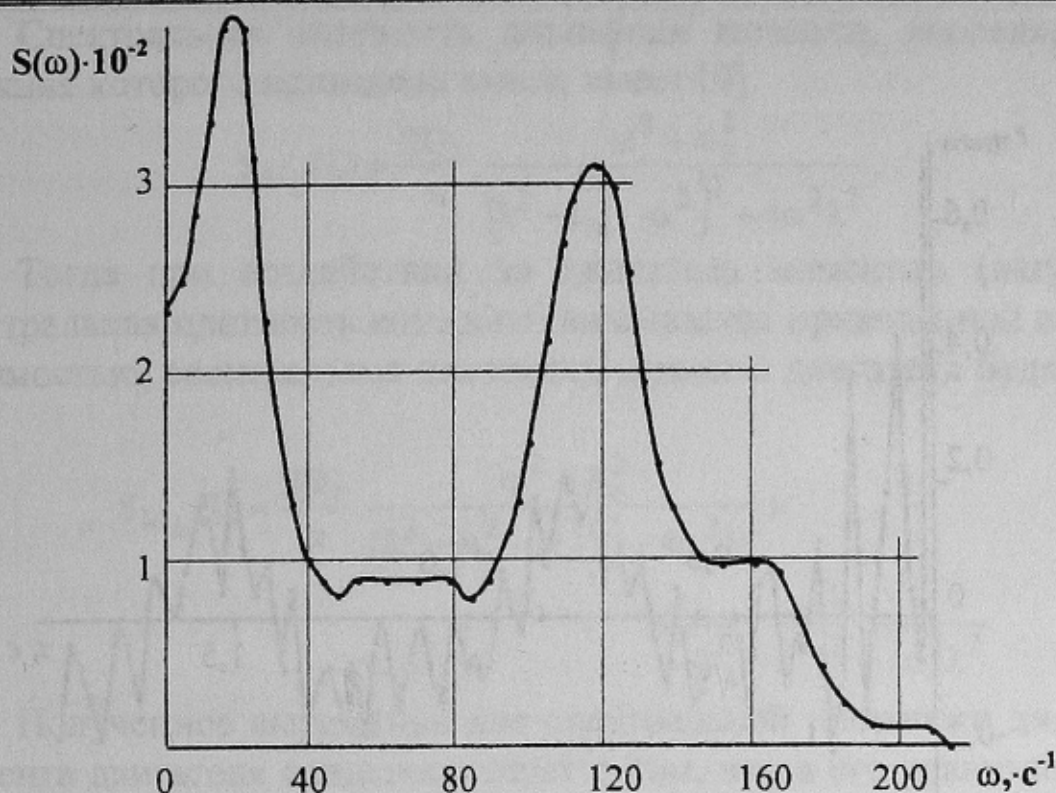


Рис. 2 – График нормированной спектральной плотности упругого момента в приводе исполнительного органа комбайна типа 1К-101 (шахтные исследования)

функция этого момента для установившегося режима комбайна при описании привода линейными дифференциальными уравнениями или системой линейных дифференциальных уравнений имеет вид

$$R_{M_c}(\tau) = D_c \exp\left[-\alpha|\tau|\left(\cos \omega_B \tau + \alpha \omega_B^{-1} \sin \omega_B |\tau|\right)\right], \quad (12)$$

где  $D_c$  – дисперсия случайной составляющей,  $\alpha$  – величина, характеризующая скорость убывания корреляционной функции,  $\omega_B$  – частота момента в валопроводе,  $\omega_B \cong \omega_M$ .

Справедливость этого положения подтверждается результатами экспериментальных исследований работы комбайнов как в стендовых, так и шахтных условиях – корреляционные функции момента двигателя, рис. 3, полученные обработкой его реализаций.

Отношение  $\alpha \omega_s^{-1}$  характеризует так называемую степень нерегулярности процесса – при малом значении этого отношения значения момента, взятые через интервалы времени  $2\pi \omega_s^{-1}$ , сильно коррелированы, рис. 3 а, а реализация момента становится близкой к периодической – синусоидальной. При большом значении этого отношения регулярность (периодичность) момента с частотой  $\omega_s$  мала, рис. 3 б.

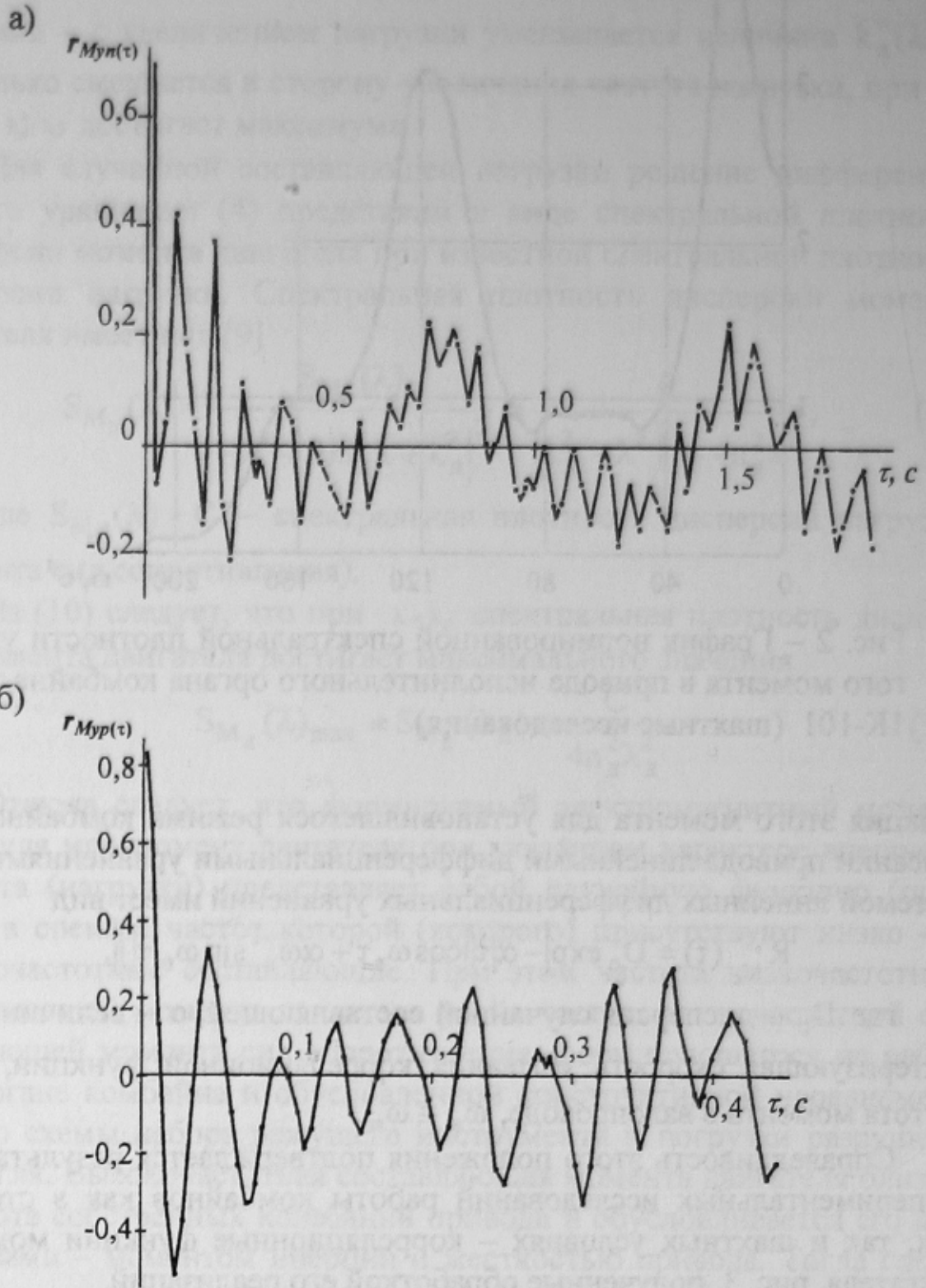


Рис. 3 – Нормированные корреляционные функции суммарного а) и высокочастотной составляющей б) момента двигателя комбайна типа 1К-101 (шахтные исследования)



Спектральная плотность дисперсии момента, корреляционная функция которого приведена выше, имеет [9]

$$S_{M_c}(\lambda) = \frac{2D_c}{\pi} \cdot \frac{\alpha^2 + \omega_B^2}{(\lambda^2 - \omega_B^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\lambda^2} \quad (13)$$

Тогда при воздействии на двигатель моментом (нагрузкой), спектральная плотность которого описывается приведенной выше зависимостью, спектральная плотность момента двигателя будет иметь вид

$$S_{M_d}(\lambda) = \frac{2D_c}{\pi} \cdot \frac{\alpha^2 + \omega_B^2}{(\lambda^2 - \omega_B^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\lambda^2} \times \frac{1}{(\lambda_d^2 - \lambda^2)^2 + 4n_d^2\lambda^2} \quad (14)$$

Полученное выражения для спектральной плотности дисперсии момента двигателя свидетельствует о том, что в его реализациях будут присутствовать, по крайней мере, две составляющих, кроме низкочастотной составляющей, момента с различной дисперсией.

Правильность полученного вывода подтверждается результатами экспериментальных исследований работы комбайнов, как на стенде, так и в шахтных условиях, рис. 4, а также спектральными плотностями дисперсии нагрузки, рис. 5.

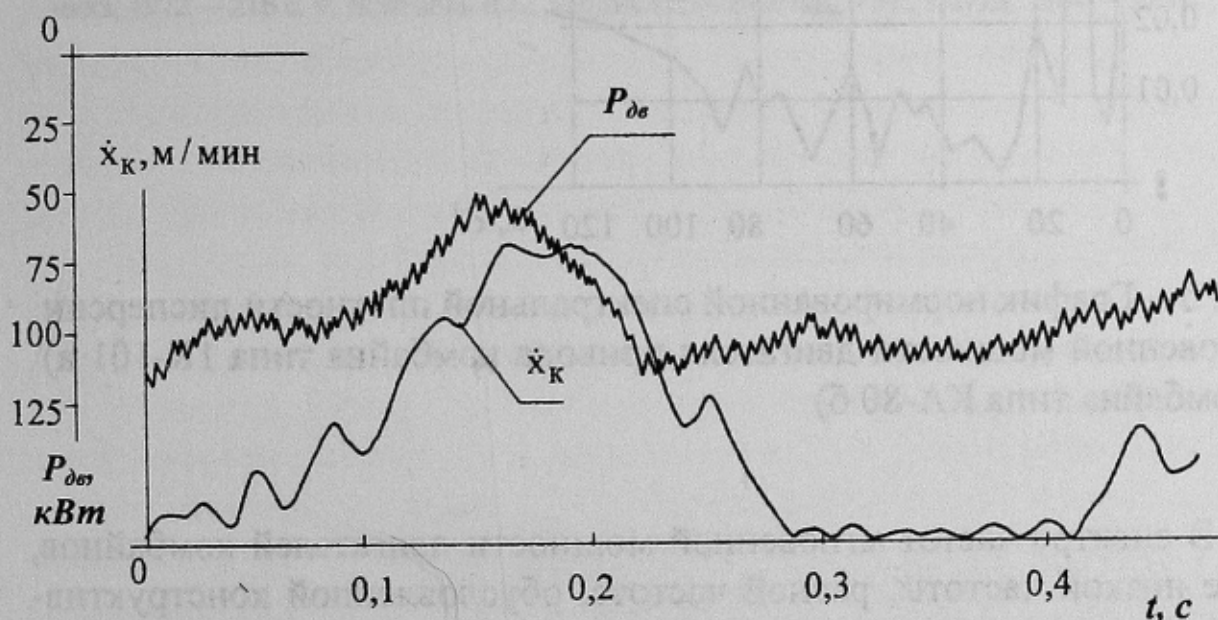


Рис. 4 – Фрагмент оциллограммы мгновенной мощности двигателя комбайна типа 1К-101 в рабочем режиме (шахтные исследования)

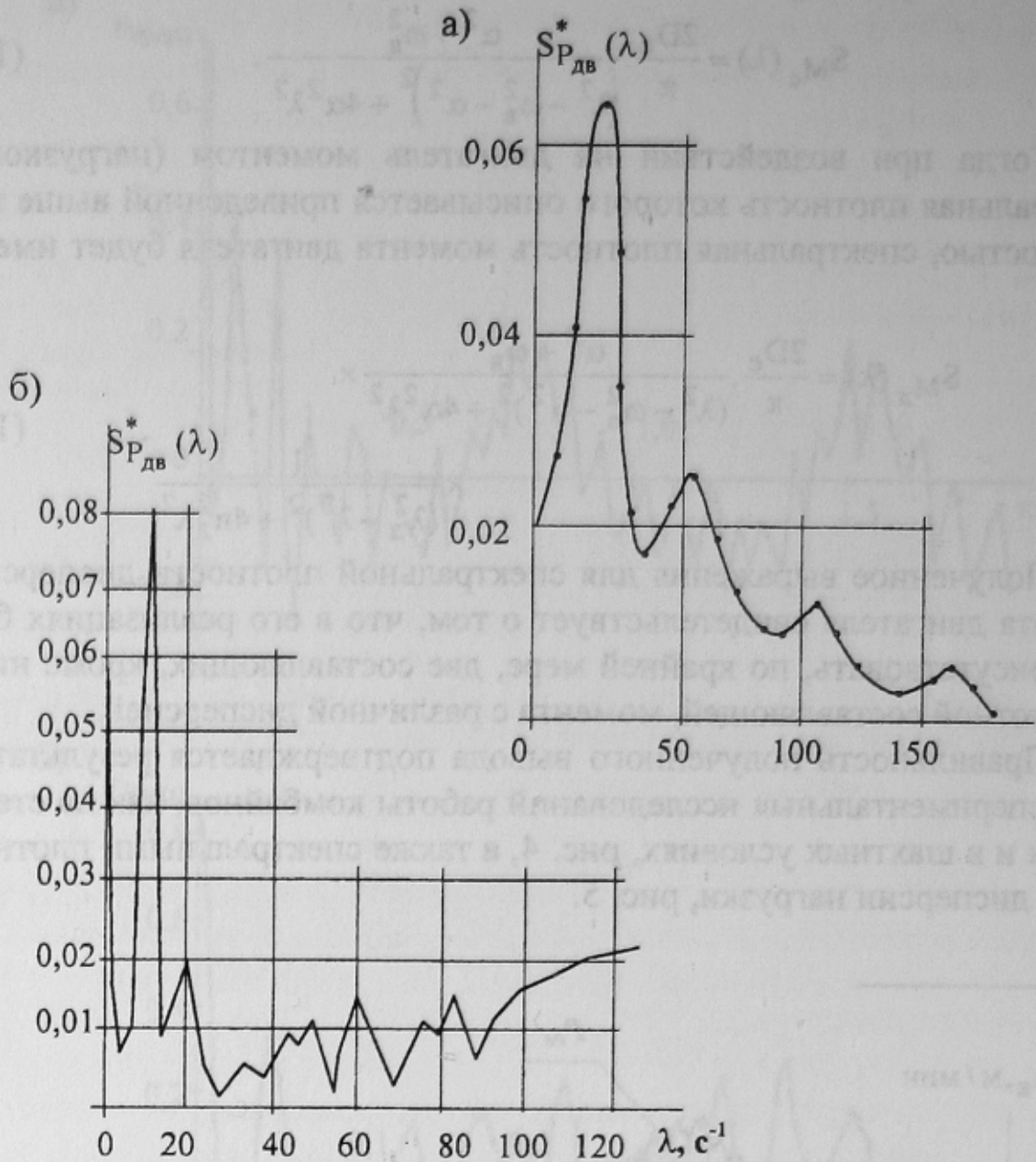


Рис. 5 – График нормированной спектральной плотности дисперсии мгновенной мощности двигателя привода комбайна типа 1К-101 а) и комбайна типа КА-80 б)

В спектре частот мгновенной мощности двигателей комбайнов, кроме низкой частоты, равной частоте, обусловленной конструктивной неуравновешенностью схемы набора режущего инструмента и частотой вращения рабочего органа и составляющих:  $16,5 s^{-1}$  для комбайна типа 1К-101 и  $11,4 s^{-1}$  для комбайна типа КА-80, присутствуют частоты, близкие к частотам собственным колебаний привода.

Таким образом, полученные теоретическим путем результаты при описании динамической характеристики двигателей привода исполнительного органа комбайна линейными дифференциальными уравнениями второго порядка со случайной правой частью не противоречат данным экспериментальных исследований работы комбайнов, как в стендовых, так и шахтных условиях.

Список литературы:

1. Динамические процессы горных машин // А.В. Докукин, Ю.Д. Красников, З.Я. Хургин и др. – М.: Наука, 1972. – 150 с.
2. К исследованию гашения колебаний трансмиссий добычных комбайнов // А.А. Дзидзигури, А.Д. Сепиашвили, Г.Г. Каскарадзе и др. – В кн.: Сообщения АН ГССР. Тбилиси, 1972. – 660 с.
3. Исследование динамических характеристик системы привода исполнительного органа угольного комбайна МК-67 // В.Г. Гуляев, Г.В. Малеев, П.А. Горбатов и др. – В кн.: Повышение надежности и долговечности горных машин. Донецк, 1972, - с. 3 – 15.
4. Стариков Б.Я., Азарх В.Л., Рабинович З.М. Асинхронный электропривод очистных комбайнов. М., Недра, 1981. – 288 с.
5. Докукин А.В., Красников Ю.Д., Хургин З.Я. Статистическая динамика горных машин. М.: Машиностроение, 1978. – 239 с.
6. Цехнович Л.И. Неустановившиеся процессы в крутильно-колебательной системе и ее моделирование. – В кн.: Труды II Всесоюзного совещания по основным проблемам ТММ. – М.: Машгиз, 1960, - с. 115 – 137.
7. Методика исследования динамических характеристик и структуры трансмиссий исполнительных органов угледобывающих комбайнов // В.Г. Гуляев, А.К. Семенченко, П.А. Горбатов и др. – Изв. вузов. Горный журнал, 1973. №11, с. 106-109.
8. Нелинейная корреляция и регрессия // С.Н. Воловельская, А.И. Жилин и др. – Киев: Техника, 1972. – 216 с. 9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1964. – 576 с.