

*Г.А. Атанов*, доктор физ. - мат. наук,  
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина  
*А. И. Савин*, ассистент,  
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

## Операционная предметная модель студента технического университета по теории множеств

В статье рассмотрено построение операционной предметной модели студента технического университета, представляющей собой предметные умения, которые должны быть сформированы при изучении теории множеств. Выделены две группы предметных умений – простые умения и составные умения. К простым относятся умения, при реализации которых необходимо выполнять только одно предметное действие. Составные умения при реализации подразумевают выполнение нескольких предметных действий. Всего по шести рубрикам выделено 29 предметных умений, из которых 18 простых и 11 составных. Построенная операционная предметная модель позволяет определить характер задач, которые должны быть решены студентом для усвоения теории множеств.

1. Удовлетворить требованиям Болонского процесса, да и вообще требованиям жизни, по подготовке выпускников вузов определённого уровня профессиональной компетенции возможно, только используя *деятельностное обучение*. Деятельностное обучение предусматривает, что человек в процессе обучения должен не выучить что-нибудь, а научиться что-то делать, то есть научиться осуществлять деятельность. В процессе обучения человек должен приобрести личный опыт, который является отражением общественно выработанного опыта в определённой области человеческой практики. На первый план в деятельностном обучении выходят действия, деятельность, а знания играют второстепенную роль, являясь *средством* выполнения этих действий и средством обучения [1,2].

Использование знаний как средства, инструмента деятельности невозможно без углублённого изучения самих знаний. Вопросы, связанные со знаниями и их использованием, рассматривает одна из ветвей искусственного интеллекта – искусственный интеллект в обучении. И современная дидактика представляет собой сочетание деятельностного подхода и методов искусственного интеллекта.

Одним из значительных результатов внедрения искусственного интеллекта в обучение является моделирование предметной области, или предметное моделирование обучаемого [3]. В самом широком смысле под *моделью обучаемого* понимают знания об обучаемом, используемые для организации учебного процесса. Это множество точно представленных фактов об обучаемом, которые описывают различные стороны его состояния: знания, личностные характеристики, профессиональные качества и др. [4,5]

Модель обучаемого является одним из центральных понятий современной дидактики. Оно возникло в компьютерных технологиях обучения (по сути дела, в искусственном интеллекте в обучении) и было вызвано необходимостью формализовать представления об обучаемом. Конечно, представления об обучаемом начали вырабатываться задолго до появления компьютеров, вместе с появлением самих обучаемых. Определённая формализация представлений об обучаемом началась вместе с дидактикой. Но именно компьютерные технологии обучения дали новый импульс развитию этих представлений, превратили их в объект глубоких исследований, перевели

на качественно новый уровень [6]. В настоящее время моделирование обучаемого является развивающимся направлением искусственного интеллекта в обучении.

Знания о том, каким должен быть обучаемый в результате обучения, то есть требования к его конечному состоянию как по отдельным учебным предметам, так и в целом как к специалисту, называют нормативной моделью обучаемого [1,2]. Конечной целью обучения является достижение такого положения, когда текущая модель обучаемого при выпуске совпадает с его нормативной моделью. Нормативная модель обучаемого по отношению к отдельному учебному предмету называется *предметной моделью обучаемого*.

Предметная модель обучаемого состоит из пяти частей: *тематической, семантической, процедурной, операционной и функциональной*.

В соответствии с общепринятой в инженерии знаний классификацией, предметные знания подразделяются на декларативные и процедурные [2; 3]. Декларативные знания определяют содержательную, или семантическую часть предметных знаний и порождают *семантическую предметную модель* обучаемого [7]. Предметные знания, составляющие семантическую модель, представляются в виде отдельных высказываний, сформулированных одной фразой или предложением. При этом весь материал раскладывается на своего рода логические единицы, которые называются семантическими фактами. Семантический факт - это всегда законченная и единственная мысль. Полный набор семантических фактов, расположенных в порядке изучения материала, и есть семантическая модель обучаемого. Он получил название семантического конспекта. Все высказывания семантического конспекта пронумерованы и составляют своеобразный логический скелет курса.

Процедурные знания описывают порядок и характер преобразования объектов. К ним относятся правила, методики, алгоритмы, техники, рецепты, инструкции, стратегии принятия решений. Эти знания составляют *процедурную предметную модель* обучаемого.

Предметная модель обучаемого включает в себя поведенческие знания, или умения, которые должны быть сформированы в процессе обучения. Перечень этих умений составляет *операционную предметную модель* обучаемого.

Предметная модель также должна дать представление, о чём знания. Это обычно делается перечислением тем, тематически. Перечень тем, подлежащих изучению, называется *тематической предметной моделью* обучаемого.

*Функциональная предметная модель* показывает, какую роль играют те или иные предметные знания. Роль знаний, их функции зависят от конкретного предмета.

**Целью** данной работы является построение операционной предметной модели студента по теории множеств.

**2.** Как уже было отмечено, операционная предметная модель обучаемого представляет собой некоторый список умений. Основой для построения системы умений является последовательный характер формирования умений, условие наличия ранее сформированных умений в структуре умений, которые будут формироваться в последующем.

Усвоение какого-либо учебного предмета означает последовательное усвоение умений из нескольких блоков, составляющих систему умений. Эти умения называются следующим образом: *базовые, методологические, общие, межпредметные, предметные*.

*Базовые умения* имеют самый общий смысл и определяются человеческой природой обучаемого. Они определяют познавательные способности обучаемого. *Методологические умения* определяют подход к познанию. *Общие умения* выполняют организационные, обеспечивающие и исполняющие функции. *Межпредметные умения* также выполняют исполняющую функцию, однако имеют узкий смысл, так как призваны подготавливать формирование умений по одному определённом учебному предмету. *Предметные умения* определяются, в первую очередь, характером изучаемого предмета.

3. На основе базовых, методологических, общих и межпредметных умений строится система умений предметных, которая и представляет собой операционную предметную модель.

По курсу теории множеств можно выделить две группы предметных умений – простые умения и составные умения.

К **простым** относятся умения, при реализации которых необходимо выполнять только одно предметное действие.

Рассмотрим, например, умение *находить элементы множества*. Это умение необходимо применять тогда, когда множество задано характеристическим свойством (напомним, что характеристическим свойством множества называется признак, по которому элементы объединены в одно множество). Если множество задано перечислением элементов, то элементы уже известны. В большинстве случаев умение находить элементы множества сводится к умению преобразовывать характеристическое свойство множества. Например, характеристическим свойством множества может быть уравнение или неравенство. Поэтому для нахождения элементов множества необходимо решить уравнение или неравенство соответственно, что подразумевает несколько действий. Однако решение уравнений или неравенств не входит в курс теории множеств, поэтому указанные действия не являются предметными.

Простые предметные умения напрямую следуют из семантического конспекта. Например, из высказывания “Множества обозначают большими буквами латинского алфавита”, непосредственно следует умение *обозначать множества*.

Приведём простые предметные умения по теории множеств и те высказывания семантического конспекта, из которых они следуют (высказывания приводятся в скобках). Всего выделено 18 простых умений:

1. Находить элементы множества. (1.2. Объекты, образующие множества, называются элементами множества.)
2. Обозначать множества. (1.3. Множества обозначают большими буквами латинского алфавита.)
3. Обозначать элементы множества. (1.4. Элементы множества обозначают малыми буквами латинского алфавита.)
4. Отличать конечные множества от других множеств. (1.5. Конечным множеством называется множество, состоящее из конечного числа элементов.)
5. Отличать бесконечные множества от других множеств. (1.6. Бесконечным множеством называется множество, состоящее из бесконечного числа элементов.)
6. Отличать пустое множество от других множеств. (1.7. Пустым множеством называется множество, не содержащее элементов.)
7. Обозначать пустое множество. (1.8. Пустое множество обозначается символом  $\emptyset$ .)
8. Задавать множество. (1.9. Чтобы задать множество, в фигурных скобках указывают обозначение элементов и характеристическое свойство множества.)
9. Задавать конечные множества перечислением элементов. (1.11. Конечное множество может быть задано перечислением его элементов в фигурных скобках:  
$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} .)$$
10. Выделять пересекающиеся множества. (1.14. Два множества называются пересекающимися, если среди их элементов есть такие, которые принадлежат и одному, и другому множеству.)
11. Выделять непересекающиеся множества. (1.15. Два множества называются непересекающимися, если они не содержат одинаковых элементов.)
12. Выделять равные множества. (1.16. Два множества называются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.)
13. Выделять неравные множества. (1.19. Два множества называются неравными, если существует хотя бы один элемент, который принадлежит одному множеству и не принадлежит другому.)

14. Обозначать универсальное множество. (1.26. Универсальное множество обозначают буквой  $\Omega$ .)

15. Находить мощность конечного множества. (1.27. Мощностью конечного множества называется число элементов этого множества.)

16. Отличать счётное множество от других множеств. (1.29. Счётным множеством называется бесконечное множество, элементы которого можно пронумеровать.)

17. Изображать множество.

(4.2. Схематическое изображение множества с помощью плоской фигуры называется диаграммой Венна.

4.4. Диаграмма Венна множества  $A$  имеет вид овала: )



18. Изображать универсальное множество.(4.3. Диаграмма Венна универсального множества  $\Omega$  имеет вид прямоугольника:



4. Ко второй группе предметных умений относятся **составные умения**. Составные умения при реализации подразумевают выполнение нескольких предметных действий. Другими словами, эти умения состоят из нескольких простых предметных умений. Таким образом, составные умения имеют структуру по горизонтали. Важно отметить, что составное умение может быть сформировано только тогда, когда сформировано каждое умение, входящее в его состав. Приведём перечень составных умений по теории множеств и набор тех умений, из которых они состоят.

1. Изображать дополнение множества.

- обозначать множества (простое умение 2);
- изображать универсальное множество (простое умение 18);
- изображать множество (простое умение 17).

2. Изображать непересекающиеся множества.

- обозначать множества (простое умение 2);
- выделять непересекающиеся множества (простое умение 11);
- изображать множество (простое умение 17).

3. Изображать объединение множеств.

- обозначать множества (простое умение 2);
- выделять непересекающиеся множества (простое умение 11);
- выделять пересекающиеся множества (простое умение 10);
- изображать множество (простое умение 17).

4. Изображать пересекающиеся множества.

- обозначать множества (простое умение 2);
- выделять пересекающиеся множества (простое умение 10);
- изображать множество (простое умение 17).

5. Изображать пересечение множеств.

- обозначать множества (простое умение 2);
- выделять пересекающиеся множества (простое умение 10);
- изображать множество (простое умение 17).

6. Изображать разность множеств.

- обозначать множества (простое умение 2);
- выделять непересекающиеся множества (простое умение 11);
- выделять пересекающиеся множества (простое умение 10);

- изображать множество (простое умение 17).
7. Находить дополнение множества.
    - находить элементы множества (простое умение 1);
    - задавать множество (простое умение 8);
    - задавать конечные множества перечислением элементов (простое умение 9).
  8. Находить объединение множеств.
    - находить элементы множества (простое умение 1);
    - задавать множество (простое умение 8);
    - задавать конечные множества перечислением элементов (простое умение 9).
  9. Находить пересечение множеств.
    - находить элементы множества (простое умение 1);
    - задавать множество (простое умение 8);
    - задавать конечные множества перечислением элементов (простое умение 9).
  10. Находить подмножества множества.
    - находить элементы множества (простое умение 1);
    - задавать множество (простое умение 8);
    - задавать конечные множества перечислением элементов (простое умение 9).
  11. Находить разность множеств.
    - находить элементы множества (простое умение 1);
    - задавать множество (простое умение 8);
    - задавать конечные множества перечислением элементов (простое умение 9).

Среди приведенных составных предметных умений по теории множеств, умениям 4 и 5, а также умениям 7, 8, 9 и 10, отвечают одинаковые наборы простых предметных умений из которых они состоят. На первый взгляд получается неоднозначность, поскольку набор одних и тех же умений даёт различные составные умения. Возникшее противоречие разрешается следующим образом. Для того чтобы сформировать умения, нужны определённые знания. Именно знания показывают, что нужно делать, какие действия необходимо совершать.

Рассмотрим, например, составные умения 8 и 9. Пусть даны два множества  $A$  и  $B$ . Требуется найти объединение и пересечение этих множеств. Напомним определение операции объединения и пересечение множеств, для этого приведём фрагмент семантического конспекта.

**2.3. Объединением** двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат или первому множеству, или второму, или обоим множествам.

**2.4.** Объединение множеств  $A$  и  $B$  в символической форме имеет вид:  
 $A \cup B = \{ x : x \in A \text{ или } x \in B, \text{ или } x \in A \text{ и } x \in B \}.$

**2.5. Пересечением** двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих каждому из данных множеств.

**2.6.** Пересечение множеств  $A$  и  $B$  в символической форме имеет вид:  
 $A \cap B = \{ x : x \in A \text{ и } x \in B \}.$

Рассмотрим несколько случаев. Если множества  $A$  и  $B$  заданы перечислением элементов, то в этом случае, как при нахождении объединения, так и при нахождении пересечения, простое умение 1, как указывалось ранее, не нужно. Простое умение 8 также не нужно, т. к. оно необходимо только тогда, когда множество задают характеристическим свойством. Таким образом, в этом случае составные умения 8 и 9 сводятся к простому умению *задавать конечное множество перечислением элементов*.

При нахождении объединения множеств, руководствуясь приведенным высказыванием 2.3, в фигурных скобках перечисляются все элементы которые принадлежат или множеству  $A$ , или множеству  $B$ , или обоим множествам. При нахождении пересечения множеств, руководствуясь высказыванием 2.5, в фигурных скобках перечисляются все

элементы которые принадлежат обоим множествам. Хотя составные умения 8 и 9 свелись к одному простому умению, но при использовании различных знаний получены различные результаты.

Теперь рассмотрим случай, когда множества  $A$  и  $B$  заданы характеристическим свойством. Если могут быть найдены элементы множеств (простое умение 1), то дальнейшая реализация составных умений 8 и 9 аналогична предыдущему случаю. Если же множества не могут быть заданы перечислением элементов, то объединение и пересечение множеств задаются с помощью характеристического свойства (простое умение 8).

**Выводы.** Таким образом, по теории множеств выделены предметные умения следующего характера: *выделять, задавать, изображать, находить, обозначать, отличать*. Всего выделено 29 предметных умений, из которых 18 простых и 11 составных умений.

Так как умения формируются посредством решения задач, то построенная операционная предметная модель позволяет определить характер задач, которые должны быть решены студентом для усвоения теории множеств.

### **Литература**

1. Атанов Г.А. Возрождение дидактики – залог развития высшей школы. – Донецк: Изд-во ДООУ, 2003.
2. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы. – Донецк: Изд-во ДООУ, 2002.
3. Атанов Г. А. Предметное моделирование обучаемого // Актуальные проблемы педагогики и психологии. — Вып. 3. — Днепропетровск: Навчальна книга, 2000. — С. 5-14.
4. Dillenbourg, E., Self, J. Framework for Learner Modelling // Interactive Learning Environments. — 1992. — Vol. 2. — Is. 2. — P. 111-137.
5. Self, J. Dynamics of Learner Models // Artificial Intelligence and Education. — Amsterdam: IOS, 1994.
6. Wenger, E. Artificial intelligence and tutoring systems. Computational approaches to the communication of knowledge. — Los Altos: Morgan Kaufmann, 1987.
7. Евсева Е. Г., Савин А. И. Семантический конспект по теории множеств. – Кривой Рог: Издательский отдел НМетАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики.