

Розглянуто загальні питання моделювання студента. Наведено предметну семантичну модель з теорії множин.

СЕМАНТИЧЕСКИЙ КОНСПЕКТ ПО ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Е. Г. Евсеева, кандидат физ.-мат. наук,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, УКРАИНА
А. И. Савин, ассистент,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, УКРАИНА

1. Одной из главных задач высшей школы является разработка стандартов обучения. В сложившейся в настоящее время терминологии эта работа относится к *моделированию обучаемого*. В самом широком смысле под *моделью обучаемого* понимают знания об обучаемом, используемые для организации процесса обучения. Это множество точно представленных фактов об обучаемом, которые описывают различные стороны его состояния: знания, личностные характеристики, профессиональные качества и др.

Существуют три точки зрения, с которых можно рассматривать моделирование обучаемого [1,2]. Во-первых, это знания о том, каков обучаемый есть; во-вторых, знания о том, каким мы хотим его видеть; и, наконец, знания о том, каким мы его можем увидеть. Первые устанавливаются путем анализа поведения обучаемого в процессе обучения, и их называют *поведенческой* моделью обучаемого. Она изменяется вместе с изменением обучаемого, поэтому ее называют *динамической*, или *текущей*, моделью обучаемого. Механизмом построения этой модели является *диагностика*.

Нормативной моделью обучаемого называют знания о том, каким мы хотим видеть обучаемого, т.е. требования к его конечному состоянию. По сути дела, эти знания определяют цель обучения. К ним относятся, например, требования к личностным качествам будущих специалистов, их профессиональным качествам и умениям, знаниям и умениям по различным учебным предметам, характеристикам физического и психического состояния и т.п. И конечной целью обучения является достижение такого положения, когда поведенческая модель обучаемого при выпуске совпадает с его нормативной моделью.

В общем случае, существуют различные пути, или траектории, по которым могут продвигаться обучаемые в процессе обучения. С одной стороны, это могут быть корректные траектории, обусловленные правильными действиями обучаемых и предусмотренные нормативной моделью обучаемого, например, использование различных приемов и методов решения одних и тех же задач. С другой стороны, различные траектории могут быть обусловлены *ошибочными* действиями обучаемых, и многие их ошибки могут быть заранее предугаданы преподавателем. Работа

преподавателя по определению возможных ошибок обучаемых чрезвычайно полезна с дидактической точки зрения; совокупность же этих ошибок составляет специфическую модель обучаемого, которую называют моделью *ошибок*.

2. *Предметной моделью обучаемого* называют часть нормативной модели обучаемого, определяющую предметные знания, то есть знания по учебным предметам [1,2]. Предметная модель обучаемого, таким образом, определяет *смысловую сторону* обучения предмету.

Существует пять компонент предметных знаний и, соответственно им, пять компонент предметной модели обучаемого: *тематическую, функциональную, процедурную, операционную, семантическую*. Тематическая модель показывает, о чем знания; функциональная модель определяет, какие функции они выполняют; процедурная модель описывают порядок и характер преобразования объектов предметной области; операционная модель задает умения, которые должны быть сформированы в процессе обучения; семантическая модель определяют смысловую, или семантическую, часть предметных знаний.

В настоящей статье подробно описывается построение семантической предметной модели обучаемого по теории множеств для студентов экономических специальностей.

3. Семантические знания по учебным предметам содержатся в учебниках, учебных пособиях, другой учебной литературе. И каждый вид учебной литературы в определенном смысле является моделью этого предмета. Учебники представляют собой наиболее расширенную модель.

С точки зрения дидактики, в содержании любого учебника принято выделять две части. К первой части относится информация, непосредственно составляющая содержание предмета, или предметные знания. Другая часть – это информация, обслуживающая предметные знания. Это могут быть, например, сведения из других предметов, выкладки, толкования, объяснения, информация о применении и использовании предметных знаний в других дисциплинах, а также в технике, в жизни и т.п.

По сути дела, именно первая часть и составляет семантическую модель предметной области, или семантическую модель обучаемого. Однако эти знания в учебнике не выделены специально, они распределены по всему учебнику, переплетаются с другими знаниями, не формализованы. Семантические знания представляют собой декларативную компоненту предметных знаний, то есть фактические знания. Таким образом, для того чтобы на основе учебника построить некоторую формализованную семантическую (содержательную) предметную модель, необходимо из него выделить факты и определенным образом их сгруппировать.

По структуре факты могут быть самыми разнообразными, в той или иной мере сложными, или составными. Однако основу составляют элементарные факты, которые, выступая в различных отношениях, и образуют факты сложные. Например, факт из теории множеств *«Конечным множеством называется множество, состоящее из конечного числа элементов»*,

который, по сути дела, является определением конечного множества, может быть разбит на три более простых факта:

- 1) *множество состоит из элементов,*
- 2) *число элементов множества может быть различным,*
- 3) *конечным называется некоторое множество.*

Приведенные факты уже не разлагаются на более простые и поэтому являются *элементарными* фактами. Хотя они и содержат предметные термины, но предметного смысла, или семантики, не имеют. Предметный смысл возникает только тогда, когда эти элементарные факты объединяются вместе. Простейший по составу факт, имеющий предметный смысл, получил название *семантический факт*. Семантический факт - это всегда законченная и единственная мысль, которая передается одним предложением, или высказыванием. По сути дела, семантические факты играют роль *единиц знаний* предметной области.

Семантические факты могут передавать различное содержание. Предметом семантических фактов являются понятия, явления, процессы, законы, теоремы, выводы, причины, следствия, свойства, признаки, модели и др.

Специфическим семантическим фактом, присущим математическим дисциплинам, является символический вид различного рода утверждений. Именно такими фактами являются формулы и обозначения, которые составляют большую часть предметных знаний по математике. Например, факт: «*Объединение множеств A и B в символической форме имеет вид: $A \cup B$* », вводит обозначение операции объединения множеств, а семантический факт « *$A \cup B = B \cup A$* » является символическим видом коммутативного свойства операции объединения множеств.

4. Полный набор семантических фактов, или высказываний, расположенных в порядке изучения материала, и есть семантическая предметная модель обучаемого. Он получил название *семантического конспекта*. Таким образом, семантический конспект - это полный набор лаконично представленных мыслей предметной области.

Все высказывания семантического конспекта пронумерованы. Каждое высказывание имеет номер, состоящий из двух частей, разделенных точкой. Первая часть - это номер раздела, к которому принадлежит данное высказывание, вторая часть - его номер в данном разделе. Кроме того, некоторые номера стоят также после высказываний. Это номера других высказываний, от которых данное зависит, которыми оно определяется, из которых следует. Связи между высказываниями могут быть очень простыми, например, ссылки на термины, которые употребляются в данном высказывании, и более сложными, глубокими, например, связь причины и следствия. Эти связи, по существу, задают структуру предметных знаний, определяют развитие учебного предмета, формальную логическую схему рассуждений, и студенты должны самостоятельно наполнить ее конкретным содержанием. Это обстоятельство способствует повышению эффективности обучения с использованием семантического конспекта.

Ниже приведен фрагмент семантического конспекта:

2. Операции над множествами и их свойства.

2.1. Операции над множествами позволяют получить из исходных множеств новые множества. (1.1)

2.2. Для множеств определены операции: объединение, пересечение, разность, дополнение. (1.1)

2.3. Объединением двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат или первому множеству, или второму, или обоим множествам. (1.1; 1.2)

2.4. Объединение множеств A и B в символической форме имеет вид: $A \cup B$. (1.6; 2.3)

2.5. Пересечением двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих каждому из данных множеств. (1.1; 1.2)

2.6. Пересечение множеств A и B в символической форме имеет вид: $A \cap B$. (1.6; 2.5)

2.7. Разностью двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов первого множества, не принадлежащих второму множеству. (1.1; 1.2)

2.8. Разность множеств A и B в символической форме имеет вид: $A \setminus B$. (1.6; 2.7)

2.9. Дополнением множества называется множество, состоящее из всех элементов универсального множества, не принадлежащих данному множеству. (1.1; 1.2; 1.14)

2.10. Дополнение множества A в символической форме имеет вид: \bar{A} . (1.6; 2.9)

Как видно, высказывания этого раздела имеют не только свое внутреннее обоснование (ссылки на высказывания этого раздела), но и опираются на раздел 1 (Основные понятия).

5. Составление семантического конспекта – дело очень непростое. Это очень трудоемкая и кропотливая работа. Она требует от преподавателя глубокого знания учебной дисциплины, умения анализировать, синтезировать и обобщать учебный материал. Такая работа заставляет преподавателя вдумываться в каждое предложение, в каждую мысль, изложенную в учебнике. И в начале этой работы с большим удивлением открываешь, как неточно и некорректно сформулированы многие понятия в учебниках и как эти неточности переходят из одного учебника в другой без изменения.

При составлении семантического конспекта необходимо руководствоваться следующими принципами [1,2]:

1. *Принцип дискретности.* Фактические знания по предмету должны быть представлены в виде отдельных высказываний;
2. *Принцип завершенности.* Общая совокупность высказываний должна отражать все фактические знания по предмету в полном объеме;
3. *Принцип лаконичности.* Высказывания должны содержать минимальное количество слов, выражая при этом законченную мысль;

4. *Принцип первичности определений.* Понятия впервые вводятся через определения. Никакое новое понятие не может появиться в высказывании, которое не является определением;
5. *Принцип единственности.* Любое высказывание не должно содержать более чем одно новое понятие;
6. *Принцип недвусмысленности.* Каждое высказывание должно являться семантическим фактом и выражать одну единственную мысль;
7. *Принцип последовательности.* Высказывания должны быть расположены в порядке, соответствующем логике изложения изучаемого курса;
8. *Принцип самодостаточности.* Любое высказывание должно даваться в полной формулировке, и его смысл не должен зависеть от других высказываний;
9. *Грамматический принцип.* Структура высказываний должна подчиняться логике построения литературно правильной речи.

Перед тем как приступить к составлению семантического конспекта, необходимо уточнить учебную программу по дисциплине, восстановить в памяти все понятия и основные положения курса. Дальнейшая работа должна быть направлена на вычленение семантических фактов. Для этого оказывается необходимым проработать большое количество учебников и другой специальной литературы. При составлении конспекта по теории множеств были использованы учебники и учебные пособия [3,4,5,7].

Удобно иметь однородную структуру конспекта. Главным вопросом здесь является выделение разделов, или рубрик, из которых будет состоять конспект. Делается это по содержанию, тематически, при этом рекомендуется следить, чтобы разделы были самостоятельны, однако не слишком большими. Подразделы или, наоборот, части, объединяющие разделы, допустимы, но их нумерация не желательна. В этом случае можно ограничиться, как было указано, двузначной нумерацией – номер раздела, точка, номер семантического факта в разделе. Например, курс теории множеств может быть разбит на пять разделов:

1. *Основные понятия;*
2. *Операции над множествами и их свойства;*
3. *Свойства универсального и пустого множеств;*
4. *Схематическое изображение множеств;*
5. *Числовые множества.*

После того как выделена структура конспекта, можно приступать к формулировке высказываний, руководствуясь приведенными выше принципами. При этом очень важно следовать *грамматическому принципу* [6]. Большинство высказываний отчетливо делится на две части. Первая часть, которая представляет собой исходный пункт высказывания, называется *темой*. Тема высказывания либо уже известна, либо предопределяется контекстом. Вторая часть называется *ремой*. Она сообщает нечто новое о теме и представляет собой главную цель высказывания. Рема заключает в себе содержание сообщения и является семантическим центром высказывания. Рассмотрим следующий пример:

3.1. Дополнение пустого множества равно универсальному множеству.

Здесь темой является «*дополнение пустого множества*», а ремой – «*равно универсальному множеству*». Это высказывание служит для того, чтобы показать, *чему равно* дополнение пустого множества. Его раскрывает рема – «*универсальному множеству*». Это и есть главная цель и мысль высказывания.

Таким образом, порядок слов в предложении играет определенную роль и не может быть свободным. Если порядок слов изменить, то это может привести к изменению темы и ремы, они взаимно переоплотятся друг в друга, и коммуникативная цель высказывания также изменится. Особенно важно соблюдать необходимый порядок слов в теоремах, которые задают необходимое или достаточное условие. Например:

1.26. Если множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества C , то множество A является подмножеством множества C .

Первая часть высказывания «*множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества C* » здесь является темой, а вторая – «*множество A является подмножеством множества C* » – ремой. Между ними существует четкая причинно-следственная связь: из темы следует рема. Если это высказывание переформулировать следующим образом:

1.26. Если множество A является подмножеством множества C , то множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества C ,

то в этом случае «*множество A является подмножеством множества C* » превратится в тему, из которой следует новая рема «*множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества C* ». При этом не просто изменится смысл высказывания: утверждение теоремы станет неверным.

Принцип недвусмысленности требует, чтобы любое высказывание имело только одну рему, одну мысль. Следующее высказывание является примером, в котором этот принцип нарушается: «*Множества обозначают большими буквами латинского алфавита: $A, B, C \dots$, а их элементы – малыми буквами латинского алфавита: a, b, c, \dots* ». Фактически данное высказывание содержит две ремы, которые должны быть представлены двумя отдельными высказываниями:

1.3. Множества обозначают большими буквами латинского алфавита: $A, B, C \dots$

1.4. Элементы множества обозначают малыми буквами латинского алфавита: a, b, c, \dots, x, y, z .

Существует особый тип высказываний, у которых отсутствует тема. Такие высказывания содержат комплексную рему и определяются как высказывания с *нулевой* темой. Высказывания с нулевой темой содержат сообщения о существовании или возникновении явлений и фактов, рассматриваемых как единое целое. Сущность таких высказываний не

зависит от порядка слов в нем. Высказывания с «нулевой» темой служат для введения определений понятий или обозначений. Примером могут служить высказывание, определяющее понятие пустого множества:

1.12. Пустым множеством называется множество, не содержащее элементов.

1.13. Пустое множество обозначается символом \emptyset .

Конспект должен соответствовать логике изложения учебного материала, а точнее, - логике развития науки, которая составляет предмет учебной дисциплины. Отсюда следует, что все понятия должны вводиться через определения до того, как они будут использоваться в высказываниях других типов. Отмеченное положение отражается принципом *первичности определений*. Например, может показаться логически стройным и последовательным следующее сочетание высказываний:

1.24. Если множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества A , то множество A равно множеству B .

1.25. Два множества называются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

Однако здесь содержание первого высказывания определяется понятием *равенство множеств*, которое еще не введено, это будет сделано позднее. Поэтому это высказывание не может быть понято без апелляции к материалу из будущего и, следовательно, не имеет предметного содержания. Смысл высказываний должен формироваться предыдущими, а не последующими высказываниями. Верный порядок размещения высказываний должен быть следующим:

1.24. Два множества называются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

1.25. Если множество A является подмножеством множества B и множество B является подмножеством множества A , то множество A равно множеству B . (1.24)

Точно так же не могут быть поняты высказывания, содержащие более одного нового понятия. Это положение отражается принципом *единственности*.

Когда составляешь семантический конспект, существует большой соблазн сокращать, использовать в последующем высказывании информацию из предыдущего, что создает иллюзию связного текста. Часто в последующем высказывании хочется употребить местоимение, как, например, в следующем случае:

4.1. Для схематического изображения множеств используют плоскую фигуру овальной или прямоугольной формы.

4.2. Эта фигура называется диаграммой Венна.

Видно, что вне контекста высказывание 4.2 теряет смысл. Такие ситуации запрещаются принципом *самодостаточности*.

6. Когда все высказывания сформулированы, они группируются в единое целое, т. е. семантический конспект. Дальнейшая работа состоит в том, чтобы:

- отредактировать каждое высказывание в соответствии с выраженной в нем мыслью и грамматикой его написания;
- удалить из текста те высказывания, которые повторяются или противоречат друг другу;
- разбить высказывание на два отдельных, если в нем есть две ремы;
- где необходимо, поменять высказывания местами, следуя логике изложения учебного курса;
- исключить случаи использования еще не введенных определениями понятий;
- исключить случаи использования более одного нового понятия в одном высказывании;
- присвоить каждому высказыванию номер, определяющий раздел и место высказывания внутри раздела.

Конечным этапом работы является определение внутренних связей между высказываниями. Ранее уже отмечалось, что после высказываний указываются номера других высказываний, связанных с данным. Самый простой, но необходимый вид связи – это напоминание понятий. Прежде всего, каждое понятие, упомянутое в высказывании, должно быть восстановлено в памяти. Без таких связей невозможно обойтись, ведь для верного толкования высказывания необходимо, чтобы был известен смысл всех его слов.

Существуют и более глубокие связи между высказываниями, например, *целого и части, общего и конкретного, причины и следствия*.

Например, связь общего и конкретного иллюстрируется следующими высказываниями:

2.2. Для множеств определены операции: объединение, пересечение, разность, дополнение.

2.3. Объединением двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат или первому множеству, или второму, или обоим множествам.(1.1),(1.2)

Связи существуют не только между высказываниями одного раздела, но и теми высказываниями, которые расположены в различных разделах семантического конспекта. Так приведенное выше высказывание 2.3, принадлежащее разделу «Операции над множествами и их свойства», связано с высказываниями 1.1 и 1.2 из раздела «Основные понятия»:

1.1. Множество – это совокупность каких-либо объектов, объединенных общим признаком.

1.2. Объекты, образующие множество, называются элементами множества.

Описанная работа очень полезна для установления таких связей в сознании студентов.

7. По мнению преподавателей, применяющих в обучении семантический конспект, а также студентов, он оказался эффективным средством в самостоятельной работе по закреплению материала, при подготовке к практическим и лабораторным занятиям. Конспект помогает уяснить структуру материала, освещаемого на лекции, выделить и запомнить существенные моменты. При этом "выживаемость" знаний существенно возрастает. Некоторые разделы курса, не представляющие особой трудности, могут быть вынесены на самостоятельное изучение, при этом соответствующие разделы конспекта служат своеобразным планом к этому изучению. Студенты отмечают особую ценность конспекта при подготовке к экзамену, когда из-за обилия информации существует опасность не выделить и не усвоить главное. Регулярно обращаясь к семантическому конспекту в течение семестра (а это не требует сколько-нибудь значительных затрат времени), студент к сессии помнит все высказывания, т. е. мысли, составляющие существо курса, у него готов его каркас, и он быстро наполняет его знаниями, которые не вошли в семантический конспект.

Семантический конспект чрезвычайно полезен и для преподавателя. Во-первых, преподаватель может активно применять конспект в процессе обучения; во-вторых, работа над конспектом дает преподавателю новые представления об учебном предмете.

8. Авторы выражают искреннюю благодарность профессору Г.А.Атанову за руководство работой по моделированию обучаемого и за ценные советы относительно содержания семантического конспекта.

1. Атанов Г. А. Возрождение дидактики- залог развития высшей школы.- Донецк: Изд-во ДОУ, 2003.

2. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы.- Донецк: Изд-во ДОУ, 2003.

3. Бугір М.К. Математика для економістів.- К.: Академія, 1998.

4. Карасев А.И., Аксютин З.Н., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. – М.: Высшая школа, 1982.

5. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М., Инфра-М., 1999.

6. Ковтунова И.И. Современный русский язык.- М.: Просвещение, 1976.

7. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.

8. Ляшенко И.Н., Ляшенко Е.И. Математика для экономистов – Д.: Браво, 1998.