УДК 629.017

Подригало М.А, д.т.н., Волков В.П., д.т.н., Файст В.Л.

1 — ХНАДУ, г. Харьков; 2 — ХНТУСХ, г. Харьков

РАЦИОНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ КАЧЕНИЯ АВТОМОБИЛЬНОГО КОЛЕСА

Рассмотрен идеальный процесс управления качением автомобильного колеса в тормозном и тяговом режимах. Определены зависимости управляющих воздействий от параметров качения колеса.

Введение

Управление процессом качения автомобильного колеса осуществляется в тяговом и тормозном режимах с целью предотвращения буксования или скольжения. Для предотвращения блокирования колес используются антиблокировочные системы (АБС), а для предотвращения буксования ведущих колес — противобуксовочные системы (ПБС). Исследованию работы АБС и ПБС посвящено значительное количество работ у нас в стране и за рубежом. Однако ввиду сложности математического описания фрикционного контакта колеса с дорогой решения осуществляют численными методами. Алгоритм работы системы экстремального поиска (к которой относятся АБС и ПБС) включает в себя поиск максимума коэффициента сцепления, являющегося функцией относительного проскальзывания (буксования колеса). Зная точку максимума указанной зависимости можно всегда определить взаимосвязь между динамическими параметрами колеса и построить алгоритм работы системы автоматического управления.

Анализ последних достижений и публикаций

Основой для проектирования АБС и ПБС является характеристика фрикционного контакта [1] (см. рис.1), представляющая собой зависимости продольного и поперечного коэффициентов сцепления колеса с дорогой от относительного проскальзывания или буксования колеса в направлении продольной оси автомобиля.

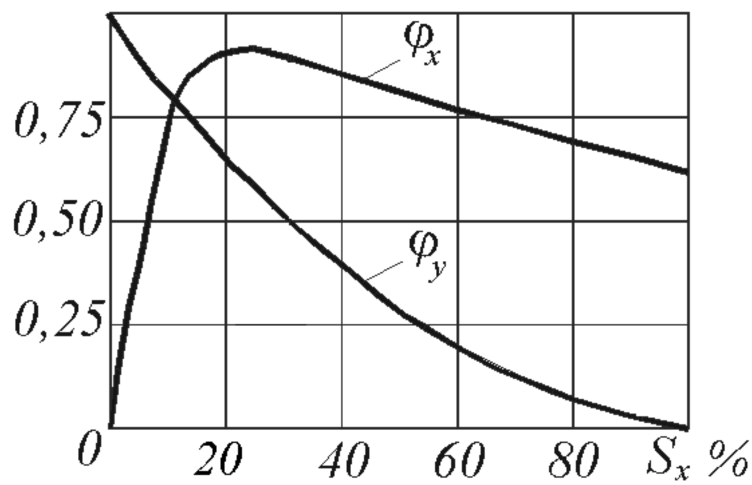

Рис. 1. Диаграмма φ — S, характеризующая зависимость коэффициента сцепления от коэффициента относительного проскальзывания (сухой асфальтобетон) [1]: φ_x — тангенциальный коэффициент сцепления; φ_y — боковой коэффициент сцепления; S_x — относительное проскальзывание в зоне контакта колеса с дорогой

Относительное проскальзывание является осью абсцисс φ — S диаграммы, построенной для тормозного режима, и определяется следующей зависимостью

$$S_x = \frac{V_0 - \omega r_\partial}{V_0} = 1 - \frac{\omega}{V_0} r_\partial , \tag{1}$$

где V_0 — линейная скорость от колеса;

ω — угловая скорость колеса;

r_∂ — динамический радиус колеса [2].

В тяговом режиме используется относительное буксование, которое выражается следующей зависимостью

$$S_x = \frac{\omega r_\partial - V_0}{\omega r_\partial} = 1 - \frac{V_0}{\omega r_\partial} . \tag{2}$$

Следует отметить, что в классической литературе по теории автомобиля [2] нет понятий продольного φ_x и поперечного φ_y коэффициентов сцепления колеса с дорогой. Кроме того, вообще не рассматриваются текущие значения этих коэффициентов. Классическое определение коэффициента сцепления гласит, что указанная величина есть отношение максимальной касательной реакции на колесе к вертикальной, хотя это определение относится к коэффициенту трения [3]. С позиции этого определения коэффициентом трения следует считать величину $\varphi_x = \varphi_{x\,max}$ (см. рис. 1), хотя относительного перемещения тел в контакте нет [3]. Величина $\varphi_{x\,\max}$ соответствует критическому проскальзыванию $S_{x\,кр}$ колеса, свыше которого колесо быстро входит в «юз», по неустойчивой ветви φ — S диаграммы (рис. 1). Таким образом, точка φ — S диаграммы с координатами [$S_{x\,кр}$; $\varphi_{x\,max}$] является точкой настройки АБС. Известно [1], что критическое проскальзывание $S_{x\,кр}$ зависит от типа и состояние дорожного покрытия, типа шины и состояния ее протектора. Эта величина может изменяться в пределах от 0,15 до 0,25. Аналогичные характеристики имеет фрикционный контакт колеса с дорогой в тяговом режиме.

Таким образом, определив экспериментальным путем величину $S_{x\,кр}$ для известного сочетания «шина — дорога» можно получить искомые зависимости управляющих воздействий от динамических параметров колеса.

Цель и постановка задач исследования

Целью исследования является определение взаимосвязи между динамическими параметрами колеса и рациональными управляющими воздействиями в тяговом и тормозном режимах. Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

– рассмотреть математическую модель движения одиночного колеса в тормозном режиме;

– рассмотреть математическую модель движения одиночного колеса в тяговом режиме.

Движение одиночного колеса в тормозном режиме

Схема сил, действующих на одиночное автомобильное колесо в тормозном режиме, представлена на рис. 2.

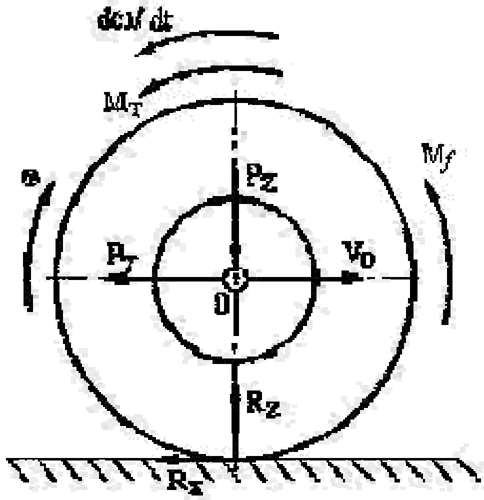

Рис. 2. Качение автомобильного колеса в тормозном режиме

Уравнения динамики одиночного колеса

$$\begin{cases} I_k \dfrac{d\omega}{dt} = R_x r_\partial - M_f - M_T; & (3) \\ m \dfrac{dV_0}{dt} = -R_x, & (4) \end{cases}$$

где I_k, m — момент инерции и масса колеса;

$\dfrac{d\omega}{dt}; \dfrac{dV_0}{dt}$ — угловое ускорение колеса и линейное ускорение его оси;

R_x — касательная реакция в пятне контакта колеса с дорогой;

M_T — тормозной момент на колесе;

M_f — момент сопротивления качению колеса

$$M_f = R_z f r_\partial, \tag{5}$$

где R_z — вертикальная реакция дороги на колесо;

f — коэффициент сопротивления качению колеса.

Угловую скорость колеса определим из уравнения (1)

$$\omega = V_0 \frac{1 - S_x}{r_\partial}. \tag{6}$$

Угловое ускорение колеса

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r_\partial}\left[\frac{dV_0}{dt}\left(1 - S_x\right) - V_0 \frac{dS_x}{dt}\right]. \tag{7}$$

Из уравнения (3), учитывая соотношения (5) и (7), находим касательную реакцию в контакте колеса с дорогой

$$R_x = \frac{I_k}{r_\partial^{\,2}}\left[\frac{dV_0}{dt}\left(1 - S_x\right) - V_0 \frac{dS_x}{dt}\right] + f R_z + \frac{M_T}{r_\partial} = \varphi_x R_z. \tag{8}$$

Для предотвращения блокирования колеса (получения $\omega = 0$) необходимо, чтобы касательная реакция R_x на колесе была равна предельной силе по сцеплению $\varphi_x R_z$, что и отражено в соотношении (8).

Следует отметить, что одиночное колесо, катящееся по опорной поверхности, нельзя заблокировать ввиду отсутствия не вращающейся опоры (статора). Поэтому понятие «одиночное колесо» относительно. В связи с этим колесо рассматривается как отдельное звено механизма ходовой части автомобиля. В этом случае, говоря о массе и моменте инерции колеса, мы подразумеваем часть массы и часть момента инерции автомобиля, приведенные к колесу, т.е. приведенные массу и момент инерции колеса.

При работе АБС стремятся обеспечить значение S_x близкое к $S_{x\,кр}$. В этом случае реализуется величина $\varphi_x = \varphi_{x\,max}$ и достаточно высокое значение φ_y. Последнее обстоятельство, кроме высокой эффективности торможения, дет возможность обеспечить устойчивость колеса против бокового смещения. Предположим, что АБС обеспечивает отклонение относительного скольжения S_x от критической величины $S_{x\,кр}$ на максимальную величину $\Delta S_{x\,max}$. Допустим, что это вызывает отклонение φ_x от $\varphi_{x\,max}$ на величину $\Delta\varphi_{x\,max}$. Процесс регулирования, т.е. изменение S_x и φ_x, описывается случайными периодическими функциями. Допустим, что это гармонические функции. При идеальном регулировании их математические ожидания равны $S_{x\,кр}$ и $\varphi_{x\,max}$.

Предположим, что в процессе регулирования отклонения S_x и $\varphi_{x\,max}$ изменяются по законам

$$\Delta\varphi_x = 0,5\varphi_{x\max}\left[1-\cos\left(\Omega t\right)\right]; \tag{9}$$

$$\Delta S_x = \Delta S_{x\max}\sin\left(\Omega t\right), \tag{10}$$

где t — время;

Ω — круговая частота колебаний регулируемых величин.

Время реакции системы регулирования (АБС) на появление и ликвидацию отклонения $\Delta S_{\mathrm{x\,max}}$ равно τ_p.

В этом случае

$$\Omega = \frac{\pi}{\tau_p}. \tag{11}$$

Выражение (8) с учетом (9), (10) и (11) примет вид

$$\begin{gathered} R_x = \frac{I_k}{r_\partial^{\,2}}\left\{\frac{dV_0}{dt}\left(1-S_{x\,кр}\right)-\Delta S_{x\max}\left[\frac{dV_0}{dt}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)+V_0\frac{\pi}{\tau_p}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}+ \\ +fR_z+\frac{M_T}{r_\partial}=R_z\left\{\varphi_{x\max}-0,5\Delta\,\varphi_{x\max}\left[1-\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}. \end{gathered} \tag{12}$$

Из выражения (12) определим условие отсутствия блокирования колеса

$$\begin{gathered} M_T = R_z r_\partial\left\{\varphi_{x\max}-f-0,5\Delta\,\varphi_{x\max}\left[1-\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}- \\ -\frac{I_k}{r_\partial^{\,2}}\left\{\frac{dV_0}{dt}\left(1-S_{x\,кр}\right)-\Delta S_{x\max}\sqrt{\left(\frac{dV_0}{dt}\right)^2+V_0^{\,2}\frac{\pi^2}{\tau_p^{\,2}}}\cos\left(\gamma_0-\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right\}, \end{gathered} \tag{13}$$

где γ_0 — угол сдвига по фазе,

$$\gamma_0 = \arccos\left[1 + \frac{\pi^2}{\tau_p{}^2}\left(\frac{V_0}{dV/dT}\right)\right]^{-0.5}. \tag{14}$$

Рассмотрим уравнение (4), подставляя в него величину R_x из соотношения (12)

$$m\frac{dV_0}{dt} = -fR_z - \frac{M_T}{r_\partial} - \frac{I_k}{r_\partial{}^2}\left\{\frac{dV_0}{dt}\left(1 - S_{x\kappa p}\right) - \right.$$
$$\left. -\Delta S_{x\max}\left[\frac{dV_0}{dt}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right) + V_0\frac{\pi}{\tau_p}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}. \tag{15}$$

Из выражения (15) определим линейное ускорение оси колеса

$$\frac{dV_0}{dt} = -\frac{fR_z + \dfrac{M_T}{r_\partial} - \dfrac{I_k}{r_\partial{}^2}\Delta S_{x\max}V_0\dfrac{\pi}{\tau_p}\cos\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)}{m + \dfrac{I_k}{r_\partial{}^2}\left[1 - S_{x\,\kappa p} - \Delta S_{x\max}\sin\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]}. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (13), получим с учетом (14) после преобразований

$$M_T = R_z r_\partial\left\{\varphi_{x\max} - 0,5\Delta\varphi_{x\max}\left[1 - \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}\left\{1 + \frac{I_k}{mr_\partial{}^3}\left[1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \times\right.\right.$$
$$\left.\left. \times\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right] - \frac{f}{\varphi_{x\max} - 0,5\Delta\varphi_{x\max}\left[1 - \cos\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]}\right\} + \frac{I_k}{r_\partial}\Delta S_{x\max}V_0\frac{\pi}{\tau_p}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right). \tag{17}$$

Если АБС имеет датчик линейного замедления автомобиля и углового замедления колеса, то для осуществления процесса управления можно воспользоваться уравнениями (3) и (4). При этом необходимо знать величины $\varphi_{x\,max}$ и $S_{x\,\kappa p}$ для конкретного фрикционного контакта колеса с дорогой.

При наличии только датчика линейного замедления можно воспользоваться уравнениями (13) и (15). Выражение (17) позволяет осуществлять управление торможением колеса по заданной программе.

При идеальном управлении возможно «затянуть процесс в точку», т.е. обеспечить получение постоянных значений $\varphi_x = \varphi_{x\,max}$ и $S_x = S_{x\,\kappa p}$. В этом случае $\Delta\varphi_{x\,max} = 0$ и $\Delta S_{x\,max} = 0$, а выражения (13) и (17) примут вид

$$M_T = R_z r_\partial\left(\varphi_{x\max} - f\right) - \frac{I_k}{r_\partial}\left(1 - S_{x\kappa p}\right)\frac{dV_0}{dt}; \tag{18}$$

$$M_T = \varphi_{x\max}R_z r_\partial\left[1 - \frac{f}{\varphi_{x\max}} + \frac{I_k}{mr_\partial{}^2}\left(1 - S_{x\kappa p}\right)\right]. \tag{19}$$

Условия (18) и (19) определяют ограничение величины тормозного момента на колесе при работе идеального АВС.

Движение одиночного автомобильного колеса в тяговом режиме

Схема сил, действующих на одиночное автомобильное колесо в тяговом режиме движения, приведена на рис. 3. Как и для случая движения колеса в тормозном режиме, в данном случае условно рассматривается одиночное колесо. Масса и момент инерции колеса являются величинами приведенными.

Уравнения движения колеса

$$\begin{cases} I_k \dfrac{d\omega}{dt} = M_K - M_f - R_x r_\partial; & (20) \\ m\dfrac{dV_0}{dt} = R_x. & (21) \end{cases}$$

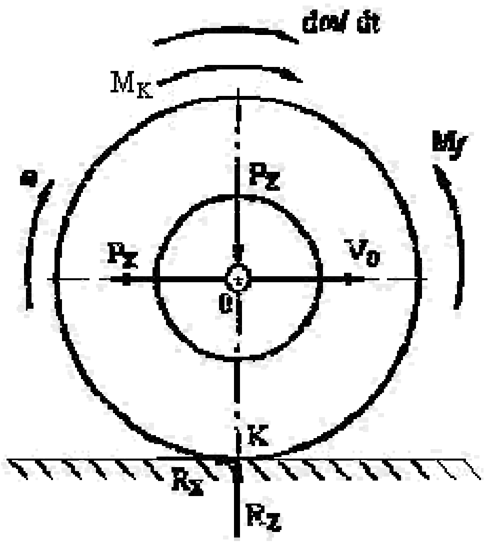

Рис. 3. Качение автомобильного колеса в тяговом режиме

Условную скорость колеса определим из выражения

$$\omega = \frac{V_0}{r_\partial\left(1 - S_x\right)}. \qquad (22)$$

Угловое ускорение колеса

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r_\partial\left(1 - S_x\right)^2}\left[\frac{dV_0}{dt}\left(1 - S_x\right) + V_0\frac{dS_x}{dt}\right]. \qquad (23)$$

Из выражения (20) определим (с учетом соотношения (5))

$$R_x = \frac{M_T}{r_\partial} - fR_z - \frac{I_k}{r_\partial^2\left(1 - S_x\right)^2}\left[\frac{dV_0}{dt}\left(1 - S_x\right) + V_0\frac{dS_x}{dt}\right] = \varphi_x R_z. \qquad (24)$$

Принимая те же допущения, что и при исследовании движения колеса в тормозном режиме, получим с учетом (9), (10), и (11)

$$R_x = \frac{M_T}{r_\partial} - fR_z - \frac{I_k / r_\partial^2}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \left[\frac{dV_0}{dt} - V_0 \frac{\pi}{\tau_p} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\Delta S_{x\max} \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \right] = R_z \left\{ \varphi_{x\max} - 0{,}5\Delta\varphi_{x\max} \left[1 - \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right) \right] \right\}. \qquad (25)$$

Из выражения (25) определим условие отсутствия буксование колеса

$$M_K = r_\partial R_z \left\{ f + \varphi_{x\max} - 0{,}5\Delta\varphi_{x\max} \left[1 - \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right) \right] \right\} +$$

$$+ \frac{I_k / r_\partial}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \cdot \left[\frac{dV_0}{dt} - V_0 \frac{\pi}{\tau_p} \frac{\Delta S_{x\max} \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \right]. \qquad (26)$$

Рассмотрим уравнение (21) с учетом (25)

$$m\frac{dV_0}{dt} = \frac{M_K}{r_\partial} - fR_z - \frac{I_k / r_\partial}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \times$$

$$\times \left[\frac{dV_0}{dt} - V_0 \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \frac{\Delta S_{x\max} \cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)} \right]. \qquad (27)$$

Из уравнения (27) определим линейное ускорение $\frac{dV_0}{dt}$ оси колеса

$$\frac{dV_0}{dt} = \frac{\dfrac{M_K}{r_\partial} - fR_z + \dfrac{\dfrac{I_k}{r_\partial^2} V_0 \dfrac{\pi}{\tau_p} \Delta S_{x\max} \cos\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)}{\left[1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]^2}}{m + \dfrac{I_k / r_\partial^2}{1 - S_{x\kappa p} - \Delta S_{x\max} \sin\left(\dfrac{t}{\tau_p}\pi\right)}}. \qquad (28)$$

После подстановки (28) в (26), получим

$$M_K = r_\partial R_z \left\{ f + \left[\varphi_{x\max} - 0,5\Delta\varphi_{x\max}\left(1-\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[1+\frac{I_k/m\cdot r_\partial^2}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}\right]\right\} - \frac{I_k}{r_\partial}V_0\frac{\pi}{\tau_p}\frac{\Delta S_{x\max}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}. \tag{29}$$

При идеальном регулировании крутящего момента на колесе $\Delta S_{x\max} = 0$ и $\Delta\varphi_{x\max} = 0$. В этом случае выражения (26) и (29) примут вид

$$M_K = r_\partial R_z\left(f+\varphi_{x\max}\right)+\frac{I_k}{r_\partial}\frac{1}{1-S_{x\kappa p}}\frac{dV_0}{dt}; \tag{30}$$

$$M_K = r_\partial R_z\varphi_{x\max}\left(1+\frac{f}{\varphi_{x\max}}+\frac{I_k}{mr_\partial^2}\frac{1}{1-S_{x\kappa p}}\right). \tag{31}$$

Если для регулирования крутящего момента на колесе используется тормозной механизм, то крутящий момент на колесе при торможении

$$M'_K = M_K - M_T. \tag{32}$$

Подставляя вместо M_K выражение (32) для M'_K в соотношения (27), (29), (30), (31), получим условия для формирования величины тормозного момента

$$M_T = M_K - r_\partial R_z\left\{f+\varphi_{x\max}-0,5\Delta\varphi_{x\max}\left[1-\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right]\right\}-$$

$$-\frac{I_k/r_\partial}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}\left[\frac{dV_0}{dt}-V_0\frac{\pi}{\tau_p}\frac{\Delta S_{x\max}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}\right]; \tag{33}$$

$$M_T = M_K - r_\partial R_z \left\{ f + \left[\varphi_{x\max} - 0,5\Delta\varphi_{x\max}\left(1-\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[1+\frac{I_k/m\cdot r_\partial^2}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}\right]\right\} + \frac{I_k}{r_\partial}V_0\frac{\pi}{\tau_p}\cdot\frac{\Delta S_{x\max}\cos\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}{1-S_{x\kappa p}-\Delta S_{x\max}\sin\left(\frac{t}{\tau_p}\pi\right)}; \tag{34}$$

$$M_T = M_K - r_\partial R_z\left(f+\varphi_{x\max}\right)-\frac{I_k}{r_\partial}\frac{1}{1-S_{x\kappa p}}\frac{dV_0}{dt}; \tag{35}$$

$$M_T = M_K - r_\partial R_z\varphi_{x\max}\left(1+\frac{f}{\varphi_{x\max}}+\frac{I_k}{mr_\partial^2}\frac{1}{1-S_{x\kappa p}}\right). \tag{36}$$

Условия (30), (31), (35), (36) определяют ограничение величины крутящих или тормозных моментов при работе идеального ПБС.

Выводы

В результате проведенного исследования определены взаимосвязи между динамическими параметрами автомобильного колеса в тормозном и тяговом режимах, а также при работе идеальных АБС и ПБС. Полученные результаты могут быть использованы при разработке и исследовании новых конструкций указанных систем.

Список литературы

1. Петров В.А. Автоматические системы транспортных машин. — М.: Машиностроение, 1974. — 336 с.
2. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. — М: Машгиз, 1959. — 312 с.
3. Словарь-справочник по трению, износу и смазке деталей машин / В.Д. Зозуля, Е.И. Шведков, Д.Я. Ровинский, Э.Д. Браун / Отв. ред. И.М. Федорченко. — К.: Наукова думка, 1990. — 264 с.

Стаття надійшла до редакції 20.10.08