

УДК 519.63+004.94

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЕНТИЛЯЦИИ УГОЛЬНОЙ ШАХТЫ НА МАКРОУРОВНЕ*Головинский М.И., Григорьев А.В.**Донецкий национальный технический университет
кафедра прикладной математики и информатики
shinigami503@gmail.com, grigorie@pmi.dgtu.donetsk.ua*

В работе рассмотрена методика формирования математической модели аэродинамической области путем перехода к аналогиям характеристик и компонентов аэродинамической схемы в характеристики и компоненты электрической цепи, с последующим составлением системы дифференциальных уравнений, решаемых на искусственной нейронной сети.

Общая постановка проблемы

Угольные шахты относятся к предприятиям с повышенной опасностью труда. Это обусловлено, в первую очередь, выделением метана, адсорбированного в угле, при его добыче. Удаление взрывоопасного газа из зоны забоя и прилегающих выработок проводится путем организации достаточной вентиляции выработок. Вентиляция также необходима для обеспечения нормальных санитарно-гигиенических условий труда горняков.

Расчет проветривания шахт и рудников в настоящее время на всех шахтах России проводится на основе стационарного подхода в предположении несжимаемости среды [Рудничная вентиляция, 1988; Ушаков, Бурчаков, Медведев, 1978]. На базе такого подхода расчет нестационарных процессов вентиляции принципиально невозможен. Поэтому разработка газодинамических методик расчета нестационарных процессов вентиляции является актуальной [1].

Исследования

Горная выработка представляет собой сеть соединенных между собой тоннелей, а также ствол для подачи свежего воздуха и ствол для откачки загрязненного воздуха, что схематически приведено ниже (рис. 1).

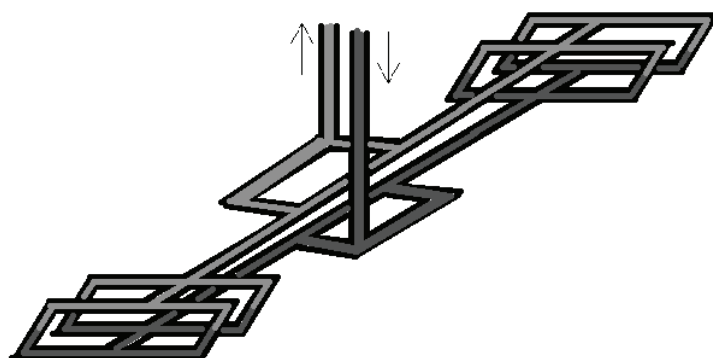


Рисунок 1. Схема вентиляции шахты

И для измерения давления в любом из узлов и для нахождения скорости движения воздуха должна решаться задача гидроаэродинамики. Но при построении математической модели можно использовать аналогии в описании различных физических процессов (табл. 1) для формирования единого алгоритма расчета аналогичных характеристик [2].

Также, при замене аналогичных по математическому описанию компонентов схемы (табл. 2), можно получить универсальную схему, например электрическую.

Таблица 2. Аналогии компонент в мат. описании
физических процессов

Универсальное обозначение	Электрическая цепь	Тепловая цепь	Аэродинамическая цепь	Механическая цепь
Диссипативный компонент	Сопротивление	Тепловое сопротивление: - кондукция; - конвекция (ЕК и ВК); - излучение.	Аэродинамическое сопротивление: - местные; - трения.	Демпфирование
Консервативный компонент I-го рода	Ёмкость	Теплоёмкость	Аэродинамическая ёмкость	Масса
Консервативный компонент II-го рода	Индуктивность	-	-	Податливость
Активный потенциальный компонент	Источник тока	Источник мощности	Расход воздуха	Источник скорости
Активный потоковый компонент	Источник напряжения	Источник температуры	Источник давления	Источник силы

Таблица 1. Аналогии характеристик в мат. описании физических процессов

Физический процесс	Характеристика (переменная)	
	Узлы	Ветви
Электричество	Напряжение (потенциал)	Ток, напряжение (перепад напряжения)
Тепло	Температура	Тепловой поток
Аэродинамика	Давление	Скорость и расход воздуха
Механика	Перемещение	Производная силы
	Скорость	Сила
	Ускорение	Импульс силы

Применяя эти аналогии можно получить эквивалентную электрическую схему с реактивными сопротивлениями. Применяя законы Кирхгофа в цепях синусоидального тока получаем систему из n дифференциальных уравнений, и n неизвестных функций. Решив которую получим искомые функции, которые будут отражать характеристики узла или ветви для любой из эквивалентных схем физических процессов [3].

Нейронные сети для решения систем разностных уравнений [4, 5, 6]. Клеточные нейронные сети (КНС) получили широкое признание как парадигма искусственных нейронных сетей, ориентированных на параллельные асинхронные вычислительные процессы. Структурная схема КНС представлена ниже (рис. 2).

Типовая клетка КНС включает три основных блока: блок взвешенного суммирования, блок интегрирования и блок функционального преобразования. Блок взвешенного суммирования обеспечивает вычисление функционалов $A(x, y, P^A)$, $B(x, u, P^B)$, функции локальной обратной связи $g(x)$ и формирование текущего смещения I . Получаемая в результате взвешенная сумма представляет собой скорость изменения состояния клетки. Операция интегрирования этой величины позволяет сформировать текущее состояние клетки. Выходные данные клетки формируют с помощью блока функционального преобразования как функцию от состояния клетки $y = f(x)$.

Рассмотренная архитектура и динамика функционирования клеточной нейронной сети

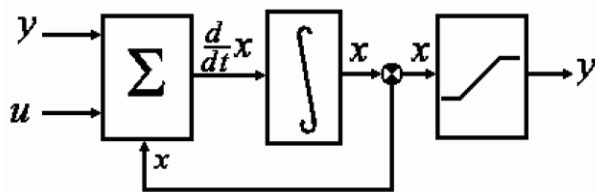


Рисунок 2. Структурная схема клеточной нейронной сети

предполагают возможность использования ее для самого широкого спектра задач. Однако наряду с развитием универсальных КНС успешно развиваются направления, связанные с использованием клеточных нейронных сетей в некоторой ограниченной области. К таким направлениям можно отнести клеточные нейронные сети для решения краевых задач.

Работа клетки проблемно-ориентированной КНС описывается дифференциальным уравнением [7]:

$$\frac{dU_{i,j}}{dt} = -a_{i,j}U_{i,j} + \sum_{(k,l) \in H_{i,j}} w_{k,l}f(U_{k,l}) + I_{i,j} \tag{1}$$

где $U_{i,j}$ – внутреннее состояние клетки $C_{i,j}$; $a_{i,j}$ – весовой коэффициент локальной обратной связи; $w_{k,l}$ – весовой коэффициент связи клетки $C_{i,j}$ с клеткой $C_{k,l}$, входящей во множество координат соседних клеток $H_{i,j}$; $f(U_{k,l})$ – функция активации клетки $C_{k,l}$; $I_{i,j}$ – величина смещения для клетки $C_{i,j}$.

Динамика клетки, описываемая уравнением (1), может быть адаптирована для решения уравнений в частных производных. Покажем реализацию данного утверждения на примере уравнения теплопроводности, представляющего краевую задачу

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \tag{2}$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$U(0,t) = 0, U(l,t) = 0, t > 0,$$

$$U(x,0) = f(x), 0 \leq x \leq l.$$

Введем шаг дискретизации по пространству h и шаг дискретизации по времени τ исходя из условий: $m = l/h$ – целое; $x_i = ih$ – значение x в точке x_i ; $t_j = j\tau$ – значение t в точке j .

Сформируем разностный метод путем приближенного представления частных производных по времени и пространству с помощью рядов Тейлора:

$$\frac{\partial U(x_i,t_j)}{\partial t} = \frac{U(x_i,t_j) - U(x_i,t_{j-1})}{\tau} + \frac{\tau}{2} * \frac{\partial^2 U(x_i,\sigma_j)}{\partial t^2}, \sigma_j \in (t_{j-1}, t_j); \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 U(x_i,t_j)}{\partial x^2} = \frac{U(x_{i+1},t_j) - 2U(x_i,t_j) + U(x_{i-1},t_j))}{h^2} + \frac{h^2}{12} * \frac{\partial^4 U(v_i,t_j)}{\partial x^4}, v_i \in (x_{i-1}, x_{i+1}); \tag{4}$$

Запишем уравнение (2), используя конечные разности из (3), (4) и заменив непрерывную функцию $U(x,t)$ разностной функцией r , определенной только в точках дискретизации и отвечающей условию $U(x_p,t_j) = r_{i,j}$.

$$\frac{r_{i,j} - r_{i,j-1}}{\tau} - a^2 \frac{r_{i+1,j} - 2r_{i,j} + r_{i-1,j}}{h^2} = 0. \tag{5}$$

Локальная погрешность (5) может быть записана в виде

$$\Delta_{i,j} = -\frac{\tau}{2} * \frac{\partial^2 U(x_i,\sigma_j)}{\partial t^2} - a^2 \frac{h^2}{12} * \frac{\partial^4 U(v_i,t_j)}{\partial x^4} \tag{6}$$

Введя замену $\lambda = \frac{\tau a^2}{h^2}$ и сведя подобные члены, уравнение (5) представим в виде

$$r_{i,j-1} + \lambda r_{i+1,j} + \lambda r_{i-1,j} - (1 + 2\lambda)r_{i,j} = 0 \tag{7}$$

где $i = 1, 2, \dots, m-1; j = 1, 2, \dots$

Исходя из начальных и граничных условий данной краевой задачи

$$r_{i,0} = f(x_i) \forall i = \overline{1, m-1}, r_{0,j} = r_{m,j} = 0 \forall j = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Таким образом, краевая задача с погрешностью $\Delta_{i,j}$ может быть представлена разностной краевой задачей, включающей систему алгебраических уравнений (7). Соотнеся каждое из уравнений данной системы с соответствующей клеткой нейронной сети, легко убедиться, что неизвестные, входящие в эти уравнения, могут быть представлены клетками из множества соседства $N_{i,j}$. Этот факт говорит о принципиальной возможности организовать вычисление краевых задач на однородных вычислительных структурах с локальными связями. Однако для однозначного ответа на вопрос об эффективности применения КНС для этих целей необходимо еще рассмотреть порядок взаимодействия между клетками в ходе вычислительного процесса.

Выводы

Описанная выше методика позволяет создавать математическую модель для любого из физических процессов. В частности, она позволяет создавать модель вентиляции угольной шахты. Если не заданы все характеристики, то механизм программирования в ограничениях позволит доопределить опущенные характеристики.

Такая методика позволяет разработать систему моделирования обладающую [8]:

- Способностью модели быстро обучаться и переобучаться;
- Способностью системы распараллеливать процесс моделирования и обучения;
- Базисными отношениями между элементами, описываемыми дифференциальными уравнениями;
- Способностью системы доопределять пропущенные параметры и отношения в процессе обучения.

Литература

- [1] Васенин И.М., Шрагер Э.Р., Крайнов А.Ю., Палеев Д.Ю., Лукашов О.Ю., Костеренко В.Н. Математическое моделирование нестационарных процессов вентиляции сети выработок угольной шахты — Компьютерные исследования и моделирование 2011 Т. 3 № 2 С. 155–163;
- [2] Воловиков В.В. Моделирование электрических, тепловых, гидроаэродинамических и механических процессов в радиоэлектронных устройствах [Электронный ресурс]. — Режим доступа <http://kofanov.miem.edu.ru/students/lec/volovikov.ppt>;
- [3] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи — Москва, Издательство «Высшая школа», 1996;
- [4] Нестеренко Б.Б., Новотарский М.А. Многослойные клеточные нейронные сети для решения краевых задач — Научно-теоретический журнал «Искусственный интеллект» №.4'2006 С.313-322;
- [5] Нестеренко Б.Б., Новотарский М.А. Решение краевых задач на дискретных клеточных нейронных сетях — Научно-теоретический журнал «Искусственный интеллект» №.3'2008 С.568-578;
- [6] Горбаченко В.И. Нейронные сети для решения систем разностных уравнений [Электронный ресурс]. — Режим доступа http://library.mephi.ru/data/scientific-sessions/2001/Neuro_2/2309.html;
- [7] Kozek T., Chua L.O., Roska T., Wolf D., Tetzlaff R., Puffer F., Lotz K. Simulating Nonlinear Waves and Partial Differential Equations via CNN // IEEE Transactions on Circuits and Systems. — 1995. — Vol. 42, № 8. — P. 807-820.
- [8] Головинский М.И., Григорьев А.В. «Обзор инструментальных средств для построения и исследования моделей сложных систем» Збірка матеріалів II всеукраїнської науково-технічної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. II том. Донецьк, ДонНТУ — 2011.

