

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МНОГОШЛАКОВЫХ ВАНН ОДНОЭЛЕКТРОДНЫХ ПЕЧЕЙ ЭШП

В. Ю. Вархалёв, Ю. П. Вархалёв, С. Н. Ратиев
Донецкий национальный технический университет

Розроблена математична модель та пакет програм на язику FORTRAN, що дозволяють визначити електричний опір об'єму матеріалу, що проводить електричний струм, різної конфігурації та способу підводу електричної енергії.

Большая роль при электрошлаковом переплаве (ЭШП) отводится синтетическому шлаку. От его характеристик зависят химический состав полученных слитков, их структура и качество поверхности. Сильное влияние на свойства шлака и соответственно на качество конечной продукции оказывает его тепловое состояние, которое определяется, прежде всего, электрическими параметрами переплава. В данной работе рассмотрено применение математической модели, предложенной в работе [1], для оценки распределения электрического поля в шлаковой ванне при ЭШП.

Формализация разбиения всего токопроводящего пространства на элементарные объемы и построение графа эквивалентной электрической схемы основывается на эргодической гипотезе [2]. Используя законы Кирхгофа, построена линейная система уравнений, описывающая распределение токов в исследуемом объеме (дугах графа):

$$J_1 + Q_1 J_2 + Q_2 J_T = 0, R_2 J_2 - Q_1^T R_1 J_1 = 0, Q_2^T R_1 J_1 = J_T R = U_T \quad (1)$$

где J_1, J_2 – токи в ветвях и хордах дерева графа; J_T – токи в цепи обмоток питающих трансформаторов; R_1, R_2 – диагональные матрицы сопротивлений в ветвях и хордах дерева; Q_1, Q_2 – подматрицы матрицы главных сечений графа $Q\{I / Q_1 / Q_2\}$ [3]; U_T – питающие напряжения соответствующих электродов или на обмотках трансформаторов; R – суть диагональная матрица элементы которой есть общие сопротивления всего объема исследуемого материала, относительно соответствующих токоподводящих электродов. Размеры матриц n_1 –

количество ветвей дерева, n_2 – количество хорд графа, n_3 – количество независимых источников питания.

Система уравнений (1) при условиях однородности физических свойств материала и постоянстве температуры во всем объеме материала, т.е. при условиях:

$$R_1 = I_1 r, R_2 = I_2 r, \quad (2)$$

преобразуется к уравнению:

$$R = Cr. \quad (3)$$

Диагональная матрица R , по сути, есть матрица собственных значений матрицы $C = Q_2^T [I_1 + Q_1 Q_1^T]^{-1} Q_2$, I_1, I_2 – единичные матрицы, r – электрическое сопротивление между смежными элементарными объемами принятого разбиения всего объема. Матрица C характеризует геометрию исследуемого объема материала и способ подвода электроэнергии. Условия (2) замыкают систему уравнений проводимости (1).

Пусть количество независимых источников питания $n_3 = N$, тогда решая замкнутую систему линейных уравнений (1)-(2) с единичными векторами $U_{Tj} = 1, U_{Ti} = 0, j \neq i$, где j меняется от 1 до N , получаем фундаментальную систему решений D уравнений (1)-(2), построенной для заданной конфигурации пространства и принятого способа подвода электропитания. Величины токов в дугах графа выражаются через фундаментальную систему решений.

Из замкнутой системы уравнений (1)-(2) однозначно определяются величины токов в ветвях J_1 и хордах J_2 дерева графа через заданные значения тока J_T : $J = qJ_T$, где $J = \{J_1, J_2\}$, $q = \{q_1, q_2, \dots, q_M\}$ значения, полученные в результате решения системы (1) при условиях (2), M – количество дуг в рассматриваемом графе. Мощность, выделяемая в дугах графа, однозначно определяется через значение P_j общей мощности, потребляемой объектом через соответствующую пару токоподводящих электродов:

$$p_i = rJ_i^2 = q_i^2 \sum_j^N P_j / R_j, \quad (4)$$

где R_j собственное значение матрицы C , определяемое из уравнения (3).

Вычисленные значения p_i позволяют построить распределение удельной мощности по всему объему исследуемого материала при условиях постоянства температуры в рассматриваемом объеме и при заданной степени разбиения на элементарные объемы.

На основе математической модели составлен пакет программ на языке FORTRAN.

Предметом математического моделирования, при исследовании распределения электрических полей, служат электролитические модели, предложенные Б. М. Струнским [4]. Указанные модели хорошо описывают электрические свойства многошлаковой ванны печи ЭШП.

Исследуемым объемом служит ванна круглого сечения с диаметром D и высотой h с плоскими вертикальными электродами контактной площадью $s = \pi \cdot D^2 / 4$, равной сечению объема вдоль оси Oz . Полное сопротивление рассматриваемого объема при таком подводе электроэнергии выражается $R = \frac{4 \cdot h}{\pi \cdot D^2} \rho$. При математическом моделировании объемов круглого сечения проводится аппроксимация окружности вписанным правильным шестиугольником. Определяющим размером является n количество эквивалентных шаров укладываемых вдоль стороны шестиугольника равной радиусу окружности. Тогда эквивалентный размер определяется из условия $d = D / (2n - 2 + 2\sqrt{3} / 3)$. Анализ результатов расчета для данной модели при разных значениях (k, n) приводит к зависимости $C(k, n)$ от параметров k, n :

$$C(k, n) = \frac{k-1}{9 \cdot n^2 - 13 \cdot n + 5} + \frac{1}{3n^2 - 3n + 1}.$$

Безразмерный коэффициент χ определяется из условия:

$$\chi = \frac{R}{C(k, n)} = \frac{2 \cdot [\sqrt{2}(k-1) + \sqrt{3}] \cdot (9 \cdot n^2 - 13 \cdot n + 5) \cdot (3 \cdot n^2 - 3 \cdot n + 1)}{9 \cdot (n-1 + \sqrt{3} / 3)^2 \cdot [(k-1)(3 \cdot n^2 - 3 \cdot n + 1) + 9 \cdot n^2 - 13 \cdot n + 5]}.$$

Для сопоставления результатов физического и математического моделирования рассматривали простейшие модели одноэлектродной многошлаковой печи ЭШП с проводящим подом предложенные Б. М. Струнским.

Математическое моделирование проводилось для ванны размеров: внутренний диаметр $D = 11,5$ см, высота заполнения ванны раствором $h = 5,5$ см, погружение электродов диаметра $d_э = 2,0$ см и $3,0$ см в раствор на $3,5$ см. Размер d элементарного объема (шара) выбирался из условия, что вдоль диаметра электрода установки $d_э$ укладываются 3 эквивалентных шара.

Тогда диаметр принятых шаров для указанных размеров ванны будет $d = \frac{D}{2(n-1+\sqrt{3}/3)} = 0,8742122$ см. Для принятого эквивалентного размера d по глубине ванны укладывается 8 слоев $h = \sqrt{6}(k-1)d/3 = 4,99654$ см. В результате расчетов найдено значение $C = 0,02084715$. Для определения полного сопротивления исследуемого объема $R = C\chi \frac{\rho}{d}$ необходимо величина коэффициента χ . Значение безразмерного коэффициента χ для принятого разбиения $n=7$ из (8) будет $\chi \approx 2,5788667$. Тогда значение геометрического параметра $R/\rho = 0,0641$. Полученный результат хорошо согласуется с результатами расчета по методике Б. М. Струнского [4].

По результатам математического моделирования построено распределение выделяемой удельной мощности в узлах графа эквивалентной электрической схемы по всему объему ванны. Значения величины удельной мощности на подине, после обработки подпрограммами пакета MATLAB, приведены на рис. 1.

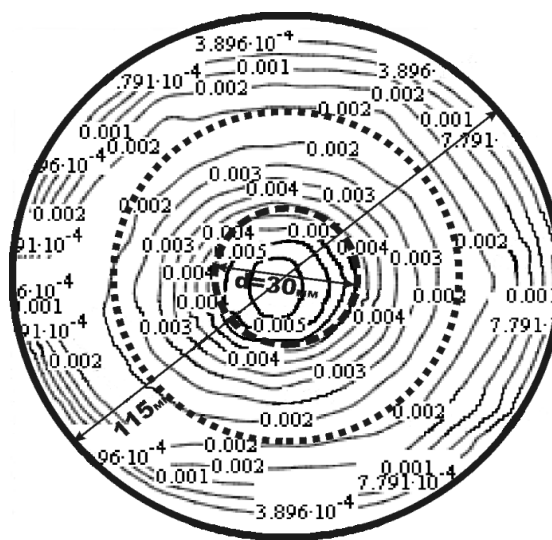


Рис. 1. Линии уровня удельной мощности на поде печи

Проведены расчеты распределения удельной мощности также для случаев схода тока с боковой поверхности электрода и с торца. Вид линий равного уровня удельной мощности в сечении центральной линии электрода после обработки результатов пакетом MATLAB приведен на рис. 2. Результаты математического моделирования

аналогичны результатам физического моделирования в электролитической ванне [4], где для определения величины действующего тока используется плоская латунная пластинка, расположенная на графитовом поде ванны.

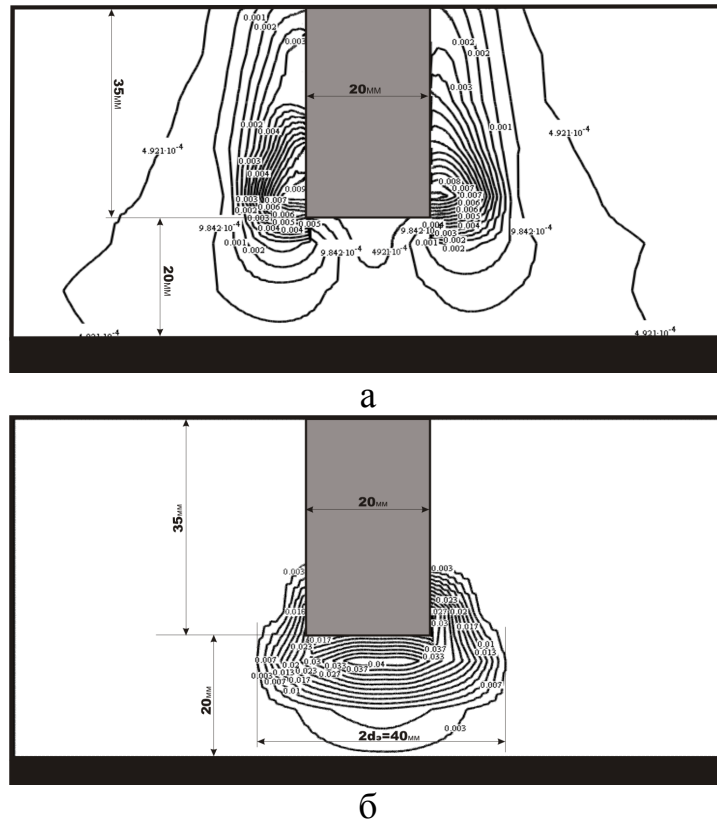


Рис. 2. Линии уровня удельной мощности при сходе тока с боковой поверхности электрода (а) и с торца (б)

Библиографический список

1. Вархалев В. Ю. Математическая модель определения электрического сопротивления слоя сыпучего электропроводного материала / В. Ю. Вархалев – Труды ДонНТУ, серия «Электротехника и энергетика», вып. 7 (128), 2009.
2. Дульнев Г. Н. Процессы переноса в неоднородных средах / Г. Н. Дульнев, В. В. Новиков. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 248 с.
3. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес – М.: Мир, 1978.
4. Струнский Б. М. Рудотермические плавильные печи / Б. М. Струнский – М., Metallurgia, 1972.