УДК 622.831:539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГАЗОВЫДЕЛЕНИЯ ИЗ КРАЕВОЙ ЧАСТИ РАЗРАБАТЫВАЕМОГО УГОЛЬНОГО ПЛАСТА

Н. В. Бондаренко, И. В. Суханова
Красноармейский индустриальный институт ДонНТУ

Побудований аналітичний розв'язок задачі про несталу фільтрацію газу в процесі відробки вугільного пласта дозволяє в залежності від особливостей масиву, оцінити кількість газу, що виділився у виробку та розробити рекомендації оптимального навантаження на лаву по газовому фактору.

Представим угольный пласт как трещиновато-пористую среду, насыщенную газом, который находится как в свободном, так и сорбированном состоянии. Рассмотрим некоторый объем среды V с площадью, ограничивающей поверхности S. Обозначим через Q массу газа (свободного и сорбированного), содержащейся в единице объема, ρ – плотность фильтрующего газа. Количество газа, которое протекает в единицу времени через поверхность S со скоростью фильтрации $\vec{u}$ равно:

$$-\iint_S \rho\vec{u}\, dS, \tag{1}$$

В общем случае вектор скорости фильтрации $\vec{u}$ имеет вид:

$$\vec{u} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k}, \tag{2}$$

Изменение всей массы газа в объеме V в единицу времени может быть представлено соотношением вида:

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V Q\, dV. \tag{3}$$

Тогда, в силу закона сохранения массы, соотношения (1), (3) должны быть равны:

$$-\iint_S \rho\vec{u}\, dS = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V Q\, dV, \tag{4}$$

Преобразуя с помощью теоремы Остроградского поверхностный интеграл в объемный, соотношение (4) приводится к виду:

$$\iiint_V \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + div\, \rho u\right) dV = 0, \tag{5}$$

Выражение (5) справедливо для любого объема V. Из этого следует, что подинтегральное соотношение должно равняться нулю. Имеем:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + div\,(\rho\vec{u}) = 0, \tag{6}$$

Уравнение состояния, связывающие плотность ρ и давление p запишем в виде:

$$p = R_1 T \rho, \tag{7}$$

где R_1 - газовая постоянная; T - температура пласта.

К уравнениям (6) и (7) необходимо присоединить закон Дарси:

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} grad\, p, \tag{8}$$

где k - проницаемость; μ - вязкость газа.

Следует отметить, что большое количество разнообразных опытов, связанных с определением проницаемости угля, как на образцах, отторгнутых от массива, так и в условиях естественного залегания угольных пластов доказывает справедливость этого закона независимо от сорбционных свойств угля.

После некоторых преобразований полученная система уравнений (6) - (8) приводится к основному уравнению фильтрации газа, имеющему вид:

$$div\left[\frac{k}{\mu}\rho(p) grad\, p\right] = \frac{\partial Q}{\partial t}, \tag{9}$$

Для угольных пластов, у которых поровое пространство заполнено в основном свободным газом и достаточно большое количество газа находится в сорбированном состоянии, выражение для массы газа может быть записано в виде

$$Q = m\rho + \frac{a_* b_* p}{1 + a_* p}, \tag{10}$$

где $m\rho$ - масса свободного газа в единице объема пористой среды;

a_*, b_* - сорбционные постоянные, определяемые для каменных углей по изотермам сорбции метана, полученным экспериментально или приближенными расчетными методами по данным технического анализа проб угля.

Учитывая (10), уравнение фильтрации газа в угольном массиве (9) для случая, когда μ, m, k - постоянны, может быть записано в виде:

$$\Delta p^2 = \frac{\mu}{k}\left[m + \frac{a_* b_* H_1 T}{(1 + a_* p)^2}\right]\frac{1}{p}\frac{\partial p^2}{\partial t}, \tag{11}$$

где Δ - оператор Лапласа, который имеет вид:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{12}$$

Уравнение (11) является нелинейным уравнением в частных производных. Для решения конкретной задачи фильтрации газа в угольном массиве необходимо сформулировать краевые и начальные условия.

Для определения области фильтрации в краевой части угольного пласта можно воспользоваться результатами, полученными при решении смешанной упругопластической краевой задачи теории упругости [1].

Считаем процесс фильтрации газа в сторону выработанного пространства одномерным. Тогда уравнение (11) примет вид:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{\mu}{k}\left[m + \frac{a_* b_* R_1 T}{(1+a_* p)^2}\right]\frac{1}{p}\frac{\partial p^2}{\partial t}. \qquad (13)$$

Обозначим через l_* границу фильтрационной области в краевой части разрабатываемого угольного пласта.

В отличие от рассмотренных ранее задач будем считать, что в начальной стадии отработки угольного пласта внутри фильтрационной области $(0,\ l_*)$ возникает неизвестная граница l, на которой давление газа равно исходному пластовому давлению. Эта граница движется и с течением времени достигает границы фильтрационной области l_*.

Таким образом, для описания процесса газовыделения в выработанное пространство достаточно решить две фильтрационные задачи.

Для решения первой задачи сформулируем следующие краевые и начальные условия:

$$p\,(0,t) = p_0 \qquad p\,(l,t) = p_1, \qquad (14)$$

$$p\,(x,0) = p_1, \qquad (15)$$

где p_0 - давление газа на обнажении; p_1 – давление газа в угольном пласте до момента его вскрытия; l - неизвестная граница.

Для ее определения формулируется следующее кинематическое условие:

$$|v|_{x=l} = \frac{dl}{dt}. \qquad (16)$$

Соотношение (16) есть обыкновенное дифференциальное уравнение, решение которого определяет искомую границу l. Начальным условием уравнения (16) есть соотношение вида:

$$l(0) = 0. \qquad (17)$$

Решение уравнения (13), удовлетворяющее краевым и начальным условиям (14), (15) строилось методом последовательных приближений.

Обозначим через функции $\Phi(p)$ выражение вида:

$$\Phi(p) = \left[m + \frac{a_* b_* R_1 T}{(1+a_* p)^2}\right]\frac{1}{p}. \qquad (18)$$

Полагая $\Phi(p) = \Phi(p_1)$ и подставляя ее значение в уравнение (13), получим:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = -\frac{\mu}{k}\Phi(p_1)\frac{\partial p^2}{\partial t}. \qquad (19)$$

Решение линейного уравнения (19) с неоднородными краевыми условиями (14) строится методом разделения переменных и имеет вид:

$$p^2 = \frac{p_1^2 - p_0^2}{l}x + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(p_1^2 - p_0^2)}{n\pi}sin\frac{n\pi x}{l}exp\frac{-n^2\pi^2 t}{l^2 b_0^2} + p_0^2, \qquad (20)$$

где $b_0^2 = \frac{\mu}{k}\Phi(p_1)$.

Чтобы построить решение нелинейного уравнения (13), поступим следующим образом. Подставим в функцию $\Phi(p)$ значение давления, представленное соотношением (20).

Тогда в окрестности i-той точки мы будем иметь линейное уравнение типа (19). Аналогично строятся последующие приближения. На основании теорем существования и единственности построенное таким методом решение и будет решением нелинейного уравнения (13).

Зная функцию распределения давления $p\,(x,t)$ в области фильтрации $(0,l)$, неизвестную границу l определим из решения обыкновенного дифференциального уравнения (16) с начальными условиями (17).

Полученная функция распределения $p\,(x,t)$ описывает процесс газовыделения в выработанное пространство до момента времени $t = t_0$, когда подвижная граница l достигает конца фильтрационной области l_*. Начиная с этого момента времени процесс фильтрации газа в краевой части разрабатываемого угольного пласта описывается уравнением (13) с другими краевыми и начальными условиями.

Сформулируем эти условия. Так как угольный пласт до начала его разработки непроницаем, то естественно считать, что на границе фильтрационной области $x = l_*$ скорость фильтрации равна нулю.

Распределение давления в области $(0,l_*)$ в момент времени $t = t_0$ описывается соотношением, подученным при решении первой задачи. Учитывая вышеизложенное, краевые и начальные условия для случая, когда подвижная граница l достигла l_* и процесс газовыделения продолжается, запишутся в виде:

$$p(0,T) = p_0, \quad \partial p/\partial x|_{x=l_*} = 0, \qquad (21)$$

$$p(x,0) = f(x,T_0). \qquad (22)$$

Здесь $T = t - t_0$; $f(x, t_0)$ - функция распределения давления, полученная при решении первой задачи и вычисленная в момент времени $T = 0$, имеющая вид:

$$f(x,t_0) = \frac{p_1^2 - p_0^2}{l_*}x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(p_1^2 - p_0^2)}{n\pi} sin\frac{n\pi x}{l_*} exp\frac{-n^2\pi^2 t_0}{l_*^2 b_i^2} + p_0^2, \quad (23)$$

где $b_i^2 = \mu\Phi(p_i)/k$; p_i - давление газа в i-м приближении при решении первуй задачи.

Решение краевой задачи (13), (21), (22) строится с помощью вышеизложенного метода. После ряда преобразований функция $p\ (x, t)$ в области $(0, l_*)$ в первом приближении запишется в виде:

$$p^2(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sin\left((2n+1)\frac{\pi x}{2l_*}\right) \times$$
$$\times \exp\left(-(2n+1)\pi^2 T/4l_*^2 b^2\right) + p_0^2. \quad (24)$$

где

$$b^2 = \mu\Phi\big(p(x,t_0)\big)/k,$$

$$B_n = 4l_*(p_1^2 - p_0^2)(-1)^n + 0{,}5(2n+1)^2 \times \sum_{m=l}^{\infty} exp\frac{-m^2\pi^2 t_0}{l_*^2 b_i^2} \times$$
$$\times \left((2(m-n)-1)^{-1} \sin\left((2(m-n-1)\pi/2\right) - (2(m+n)+1)^{-1} \times\right.$$
$$\times \sin\left((2(n+k)+1)/\pi/2)\right) m^{-1}. \quad (25)$$

Последующие приближения строятся следующим образом. В начале по формуле (24), вычисляется функция $\Phi(p)$ в каждой точке области фильтрации $(0, l_*)$. Затем, в окрестности i-ой точки, после подстановки значения функции $\Phi(p)$ в уравнение (13), имеем линейное уравнению в частных производных, решение которого формально имеет вид (24). Последующее приближение строится аналогично. Этот процесс сходится и в пределе является искомым решением сформулированной задачи. Зная функцию распределения давления $p(x, T)$, скорость газовыделения в выработанное пространство вычисляется по формуле (8).

Выводы

Из численного анализа следует, что в случае моделирования процесса газовыделения уравнением (13), граница движется к концу фильтрационной области l_* более медленно. Этот факт необходимо учитывать при выборе оптимальной нагрузки на лаву по газовому фактору. В противном случае при ведении очистных работ возможно резкое увеличение газовыделения в выработанное пространство и другие негативные газодинамические явления.

Полученные решения позволяют оценить газовыделение в выработку при последующих технологических циклах отработки угольного пласта.

Библиографический список

1. Левшин А. А., Егоров С. И., Бондаренко Н. В. Основные уравнения механики анизотропного массива горных пород. // Донецк, ЦБНТИ угольной промышленности, 1993. – 58 с.