

ISSN 0136-3360

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Отдельный оттиск

9
1985

ИЗДАНИЕ НОВОЧЕРКАССКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

Конструирование аналитических выражений для восстановления вероятности редкого события в l -м терминале осуществляется, исходя из того, что выбранная индикаторная величина T_l , среднее значение которой определяется при малом количестве реализации имитационной модели, является случайной непрерывной величиной. Тогда аналитические выражения имеют вид

$$P_{l,k} = \int_0^{\infty} f_{T_l}(t) P_{l,k}(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{T_l} \exp(-t/T_l) \frac{(\lambda_l t)^{p_l-1}}{(p_l-1)!} \exp(-\lambda_l t) dt, \quad k = \overline{0, p_l-1};$$

$$P_{l,p_l} = 1 - \sum_{k=0}^{p_l-1} P_{l,k}.$$

Численные эксперименты были проведены на модели с однородными терминалами при следующих исходных параметрах системы:

$m=2 \dots 4$; $p=2 \dots 3$; $\bar{\varphi}=0,3 \dots 1$ мс;
 $\lambda^{-1}=3,12$ мс, $\gamma=0,1$ мс.

На рис. 2 приведены графики изменения вероятности ненормативной ситуации W_n^1 для первого терминала в зависимости от среднего времени обработки заявок на ЭВМ $\bar{\varphi}$, полученные в процессе машинных экспериментов на имитационной и аналитико-имитационной моделях. Анализ результатов позволяет сделать вывод о том,

что аналитико-имитационный метод моделирования обладает высокой точностью.

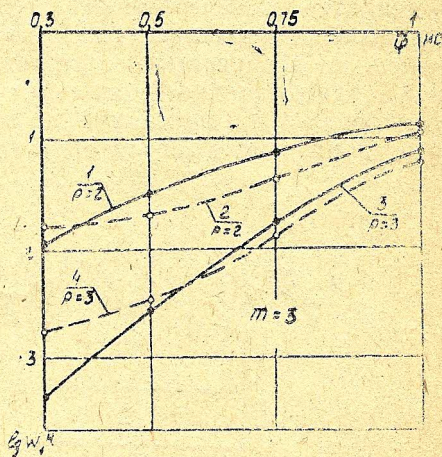


Рис. 2. Условные обозначения: 1—3 — имитационный метод; 2—4 — аналитико-имитационный метод

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский В. Г., Черноморов Г. А. Оптимизация параметров системы группового управления технологическими агрегатами.—Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Сер. Технические науки, 1978, № 1, с. 9—11.
2. Игльгарт Д. Л., Шедлер Д. С. Регенеративное моделирование сетей массового обслуживания.—М.: Радио и связь. 1984. 135 с.

УДК 62-83:62-52:621.382.82

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ДВУКРАТНО-ИНТЕГРИРУЮЩИХ ЦИФРОВО-АНАЛОГОВЫХ СИСТЕМ ПОДЧИНЕННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

П. Х. Коцегуб, Ю. В. Губарь, Ю. В. Иванченко

Приводятся выражения, позволяющие производить выбор параметров двукратно-интегрирующих систем для различных типов цифровых интеграторов и датчиков. Выполнен анализ динамических свойств рассмотренных систем и построены графики переходных процессов, полученные при моделировании на ЦВМ.

РАССМАТРИВАЮТСЯ цифроаналоговые двукратно-интегрирующие системы управления электроприводами. Интерес к подобному классу электроприводов в последнее время особенно возрос

в связи с широким применением микроЭМВ для целей управления электроприводами. В [1] рассматривается методика синтеза таких систем по резонансному максимуму амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы. В настоящей статье излагаются вопросы синтеза дискретных систем из условия „модульного оптимума“, нашедшего широкое применение для выбора параметров непрерывных систем [2].

Рассмотрим упрощенный вариант двукратно-интегрирующей системы регулирования скорости вращения двигателя (рис. 1) с кодовым датчиком мгновенного значения регулируемой координаты ($D_{oc}(z)=1$), в которой аналоговый контур регулирования тока представлен в виде аperiodического звена с постоянной времени T_r . Цифровой регулятор скорости по каналу задания реализует интегральный, а по каналу обратной связи — интегрально-пропорциональный законы управления. Такое построение цифрового регулятора часто применяется при желании уменьшить колебательность переходных процессов по управляемому воздействию. Цифровой регулятор сопряжен с аналоговым контуром тока преобразователем код-аналог (ПКА), одновременно выполняющего функцию экстраполятора нулевого порядка с фиксацией на период T . Время запаздывания $t_3 \ll T$ вносится цифровым регулятором при реализации алгоритма его работы.

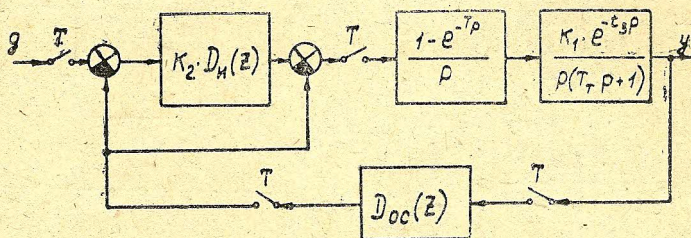


Рис. 1. Структурная схема двукратно-интегрирующей системы

Из всех возможных цифровых интеграторов ниже будут рассмотрены только те, алгоритм работы которых устанавливается следующими передаточными функциями:

$$D_{n1}(z) = \frac{Tz}{z-1}; \quad (1), \quad D_{n2}(z) = \frac{T(z-1)}{2(z-1)}. \quad (2)$$

Передаточная функция замкнутой системы с цифровым интегратором (1)

$$K(z) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i z^i}{\sum_{i=0}^n a_i z^i}, \quad (3)$$

где $m=3$; $n=4$; $b_0=0$; $b_1=c_1c_4$; $b_2=c_2c_4$; $b_3=c_3c_4$;

$$a_0 = -c_1; \quad a_1 = c_1c_4 + c_1 - c_2 - d; \quad a_2 = c_2c_4 + c_2 - c_3 + 2d + 1;$$

$$a_3 = c_3c_4 + c_3 - d - 2; \quad a_4 = 1; \quad c_1 = k_1T_r(d^\Delta - d) - k_1Td(1-\Delta);$$

$$c_2 = k_1T_r(1 + d - 2d^\Delta) + k_1T[1 - \Delta(1+d)]; \quad c_3 = k_1T_r(d^\Delta - 1) + k_1T\Delta;$$

$$c_4 = k_2T; \quad d = e^{-\lambda}; \quad \lambda = T/T_r; \quad \Delta = 1 - t_3/T. \quad (4)$$

В [3] показано, что условия оптимизации по модульному оптимальному системе с передаточной функцией (3) имеют вид

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i \right)^2 \sum_{i=j}^m \frac{\prod_{l=0}^{j-1} (i^2 - l^2)}{\prod_{l=0}^{j-1} (j^2 - l^2)} B_i = \left(\sum_{i=0}^m b_i \right)^2 \sum_{i=j}^n \frac{\prod_{l=0}^{j-1} (i^2 - l^2)}{\prod_{l=0}^{j-1} (j^2 - l^2)} A_i, \quad (5)$$

где

$$B_i = \sum_{l=0}^{m-i} b_l b_{l+i}; \quad A_i = \sum_{l=0}^{n-i} a_l a_{l+i}.$$

Количество последовательно выполняемых уравнений $j=1, 2, \dots$ равно количеству варьируемых параметров.

Условия оптимизации (5) отличаются от приведенных в [4] тем, что в каждом последующем уравнении $j+1$ исключены нулевые решения, которые должны выполняться в силу требований предыдущего уравнения j . Для $m=n=6$ условия оптимизации приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} B_1 + 4B_2 + 9B_3 + 16B_4 + 25B_5 + 36B_6 &= A_1 + 4A_2 + 9A_3 + \\ &+ 16A_4 + 25A_5 + 36A_6; \\ B_2 + 6B_3 + 20B_4 + 50B_5 + 105B_6 &= A_2 + 6A_3 + 20A_4 + 50A_5 + \\ &+ 105A_6; \\ B_3 + 8B_4 + 35B_5 + 112B_6 &= A_3 + 8A_4 + 35A_5 + 112A_6; \\ B_4 + 10B_5 + 54B_6 &= A_4 + 10A_5 + 54A_6; \\ B_5 + 12B_6 &= A_5 + 12A_6; \\ B_6 &= A_6. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Применительно к рассматриваемой задаче искомыми параметрами являются два коэффициента усиления k_1 и k_2 или постоянные интегрирования

$$T_{01}^m = 1/k_1; \quad T_{02}^m = 1/k_2. \quad (7)$$

Для $m=3$ и $n=4$ имеем

$$\left. \begin{aligned} B_1 + 4B_2 + 9B_3 &= A_1 + 4A_2 + 9A_3 + 16A_4; \\ B_2 + 6B_3 &= A_2 + 6A_3 + 20A_4. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

После подстановки численных значений для коэффициентов B_i и A_i и совместного решения последних двух уравнений находим оптимальные значения постоянных интегрирования

$$T_{01}^m = 2T_\tau f_4(\lambda, \Delta); \quad T_{02}^m = 2T_{01}^m - T, \quad (9)$$

$$f_4(\lambda, \Delta) = \frac{2 + \lambda(5 - 4\Delta - 2d^\Delta/(1-d)) + \lambda^2(4 - 5\Delta + 2\Delta^2)}{4 + \lambda(7 - 4\Delta) - \sqrt{\lambda^2(17 - 16\Delta) + 16\lambda(1-d+d^\Delta)/(1-d)}}. \quad (10)$$

Когда период квантования по времени $T=0$ и $t_3=0$, дискретная система стремится к аналоговой и получаем известные выражения для постоянных интегрирования ($\Delta=1$, $d^\Delta=1$, $f_4(\lambda, \Delta)=1$) [2]:

$$T_{01}^m = 2T_\tau; \quad T_{02}^m = 4T_\tau. \quad (11)$$

Анализ зависимости $f_4(\lambda, \Delta)$ показывает, что она с достаточной степенью точности может быть аппроксимирована в виде

$$\left. \begin{aligned} f_4(\lambda, \Delta) &\approx 1 + 0,5\lambda + 0,8\lambda t_3/T, \quad 0 < \lambda \leq 5; \\ f_4(\lambda, \Delta) &\approx 1 + 0,5\lambda + 0,9\lambda t_3/T, \quad \lambda > 5. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

и соответственно

$$\left. \begin{aligned} T_{01}^m &\approx 2(T_\tau + T/2 + 0,8t_3); & T_{02}^m &\approx 4(T_\tau + T/4 + 0,8t_3), & 0 < \lambda \leq 5; \\ T_{01}^m &\approx 2(T_\tau + T/2 + 0,9t_3); & T_{02}^m &\approx 4(T_\tau + T/4 + 0,9t_3), & \lambda > 5. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В случае применения цифрового интегратора (2) общее выражение передаточной функции замкнутой системы (3) и условия оптимизации (8) остаются неизменными. Отличаются только коэффициенты a_i и b_i , которые становятся равными

$$\begin{aligned} a_0 &= c_1(0,5c_4 - 1); & a_1 &= 0,5c_4(c_1 + c_2) + c_1 - c_2 + d; \\ a_2 &= 0,5c_4(c_2 + c_3) + c_2 - c_3 + 2d + 1; & a_3 &= 0,5c_4c_4 + c_3 - d - 2; \\ a_4 &= 1; & b_0 &= 0,5c_4c_4; & b_1 &= 0,5c_4(c_1 + c_2); & b_2 &= 0,5c_4(c_2 + c_3); & b_3 &= 0,5c_4c_4. \end{aligned}$$

Соответствующие оптимальные значения постоянных интегрирования равны

$$T_{01}^m = 2T_\tau f_5(\lambda, \Delta); \quad T_{02}^m = 2T_{01}^m, \quad (14)$$

где

$$f_5(\lambda, \Delta) = \frac{1 + \lambda[2(1-\Delta) - d^2/(1-d)] + \lambda^2(5/4 + \Delta^2 - 2\Delta)}{2 + \lambda(3 - 2\Delta) - 2\sqrt{\lambda^2(1-\Delta) + \lambda[1 + d_\Delta/(1-d)]}}. \quad (15)$$

Функция $f_5(\lambda, \Delta)$ с достаточной для практических целей точностью может быть заменена более простой:

$$\left. \begin{aligned} f_5(\lambda, \Delta) &\approx 1 + 0,38\lambda + 0,8\lambda t_3/T, & 0 < \lambda \leq 2; \\ f_5(\lambda, \Delta) &\approx 1 + 0,37\lambda + 0,85\lambda t_3/T, & \lambda > 2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В соответствии с этим

$$\left. \begin{aligned} T_{01}^m &\approx 2(T_\tau + 0,38T + 0,8t_3), & 0 < \lambda \leq 2; \\ T_{01}^m &\approx 2(T_\tau + 0,37T + 0,85t_3), & \lambda > 2; \\ T_{02}^m &= 2T_{01}^m. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В случае применения датчика среднего за период квантования T значения регулируемой координаты передаточная функция канала обратной связи в первом приближении может быть записана в виде

$$D_{oc}(z) = (z+1)/2z. \quad (18)$$

Исследования показали, что без большой погрешности постоянная интегрирования T_{01}^c в системах с датчиком среднего значения может быть принята увеличенной на период квантования по времени T постоянной интегрирования T_{01}^m , вычисленной для датчика мгновенного значения регулируемой координаты. Иначе

$$T_{01}^c \approx T_{01}^m + T^*. \quad (19)$$

Постоянные интегрирования T_{02}^c можно определять по формулам (9) и (14), заменив индексы m на c . То есть

$$T_{02}^c \approx 2T_{01}^c - T; \quad (20), \quad T_{02}^c \approx 2T_{01}^c. \quad (21)$$

Формула (20) справедлива для цифрового интегратора (1), а формула (21)—для цифрового интегратора (2).

Исследования, выполненные на ЦВМ с использованием метода пространства состояний [5], показали, что при выборе параметров систем из условия модульного оптимума переходные процессы характеризуются малой колебательностью (максимальное значение переходной функции $h_m(nT) \approx 1,07...1,09$). Запаздывание t_3 приводит к

* Точные формулы для вычисления не приводятся ввиду их громоздкости.

увеличению постоянных T_{01} и T_{02} и к снижению быстродействия. Аналогичное влияние на качество переходных процессов оказывает применение датчика среднего за период квантования вместо датчика мгновенного значений регулируемой координаты. Эти положения наглядно иллюстрируются графиками переходных процессов и графиками зависимости номера такта n_m , при котором переходная функция $h(nT)$ достигает максимального значения $h_m(nT) = h(n_m T)$, представленными на рис. 2 и 3*.

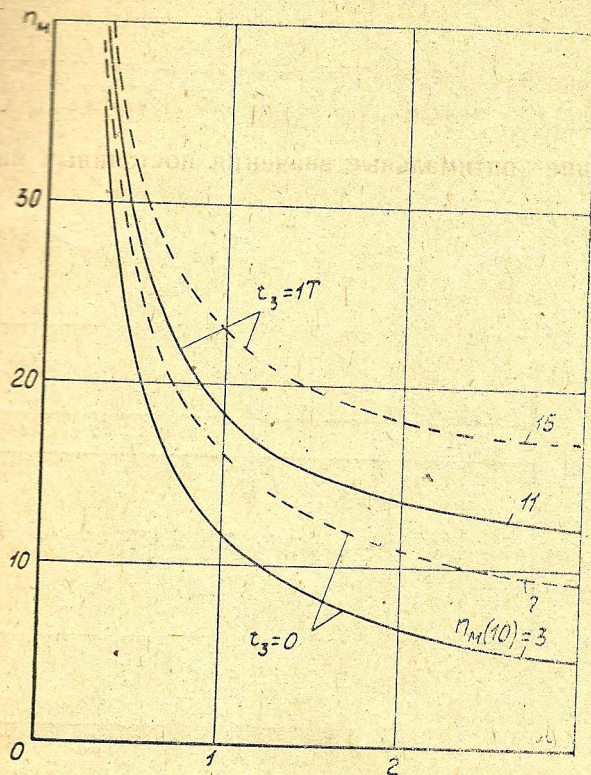


Рис. 2. Графики зависимости $n_m(\lambda)$

При более точном представлении аналогового контура регулирования тока и настройке его в соответствии с требованиями модульного оптимума для непрерывных систем передаточная функция контура может быть записана в виде колебательного звена с коэффициентом демпфирования $\sqrt{2}/2$:

$$K_{\text{КТ}}(p) = \frac{k_1}{T_r T_{\mu} p^2 + T_r p + 1}, \quad (22)$$

где $T_r = 2T_{\mu}$; T_{μ} — малая некомпенсированная постоянная времени токового контура.

Исследования показали, что полученные ранее соотношения и рекомендации по выбору параметров вполне могут быть распространены и на этот случай.

В заключение рассмотрим результаты, к которым приводит последовательная оптимизация контуров. Она широко применяется при синтезе непрерывных систем [2].

*На графиках рис. 2 и 3 сплошные линии соответствуют системе с датчиком мгновенного, пунктирные — с датчиком среднего значения регулируемой координаты.

Исследуемая система с пропорционально-интегральным дискретным регулятором может быть приведена к двухконтурной системе, представленной на рис. 4. Она включает внутренний контур регулирования с пропорциональным и внешний — с интегральным регуляторами. Определив передаточную функцию внутреннего контура и применив изложенную выше методику оптимизации, приходим к выводу, что вне зависимости от типа интегратора постоянные интегрирования T_{01}^m и T_{01}^c равны

$$T_{01}^m = 2(T_r + T/2 + t_s); \quad (23), \quad T_{01}^c = 2T_r f_6(\lambda, \Delta), \quad (24)$$

где

$$f_6(\lambda, \Delta) = \frac{\lambda^2}{8[\sqrt{(1+2\lambda-\lambda\Delta)^2 + \lambda^2/4} - 1 - 2\lambda + \lambda\Delta]}.$$

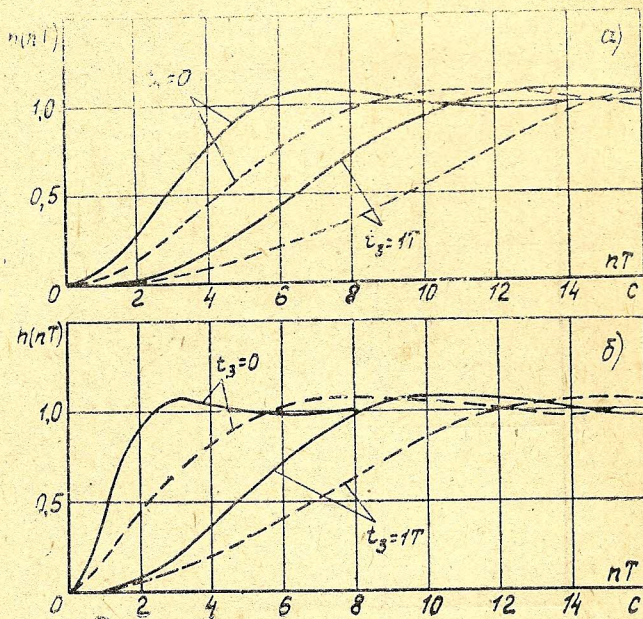


Рис. 3. Переходные функции $h(nT)$: а— $\lambda=2$; б— $\lambda=10$

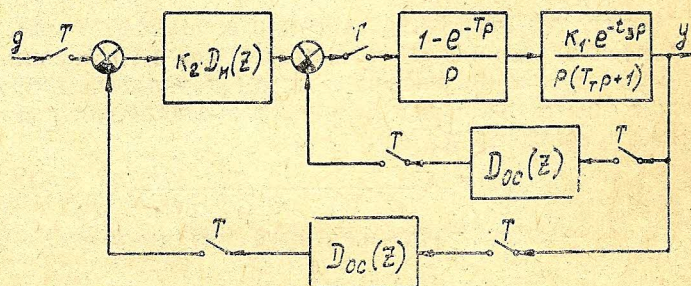


Рис. 4. Преобразованная структурная схема системы рис. 1

Анализ входящей в формулу для T_{01}^c зависимости $f_6(\lambda, \Delta)$ показал, что выражение (24) для определения постоянной интегрирования T_{01}^c может быть заменено более простым

$$T_{01}^c \approx 2\left(T_r + \frac{T}{2} + t_s\right) + T = T_{01}^m + T. \quad (25)$$

Что касается формул для определения оптимальных значений T_{02}^M и T_{02}^C , то они остаются прежними: формула (20) в случае применения интегратора (1) и (21) — в случае интегратора (2).

Сравнивая выражения (23), (25), (13) и (17), приходим к выводу, что постоянные интегрирования T_{01}^M , и соответственно T_{01}^C , T_{02}^M и T_{02}^C при последовательной оптимизации несколько выше, чем при оптимизации системы в целом. По этой причине несколько заниженным будет и быстродействие системы, параметры которой определены посредством последовательной оптимизации. Учитывая однако тот фактор, что при малых периодах квантования $\lambda < 3...4$, то есть при $T < 3...4T_s$, уменьшение быстродействия системы незначительно (особенно в случае применения интегратора (1)), метод последовательной оптимизации может быть оправдан, особенно в тех случаях, когда оптимизация системы сразу по всем искомым параметрам затруднительна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перельмутер В. М., Соловьев А. К. Цифровые системы управления тиристорным электроприводом. — Киев: Техника, 1983. 104 с.
2. Лебедев Е. Д., Неймарк В. Е., Пистрак М. Я., Слежановский О. В. Управление вентильными электроприводами постоянного тока. — М.: Энергия, 1970. 199 с.
3. Кодегуб П. X., Колчев Е. В., Губарь Ю. В., Светличный А. В. Синтез дискретных систем управления по модульному оптимуму. — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1983, № 4, с. 9—13.
4. Гурецкий X. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. — М.: Машиностроение, 1974. 328 с.
5. Кодегуб П. X., Губарь Ю. В. Цифроаналоговая система позиционного электропривода с задатчиком положения. — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1983, № 1, с. 123—128.

Рукопись поступила

30. 06. 83

УДК 681.516.375

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ (НЕУСТОЙЧИВОСТИ) ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

В. И. Гостев, А. Н. Морозов

Изложен метод определения областей устойчивости (неустойчивости) нестационарных систем, динамика свободного движения которых описывается векторным дифференциальным уравнением $\dot{x} = A(t)x$ с периодической матрицей коэффициентов $A(t)$ общего вида.

ПРОБЛЕМА определения областей устойчивости периодически нестационарных систем в практических приложениях является достаточно сложной [1—6]. В работах [7—9] находятся области устойчивости (неустойчивости) систем при условии, что периодическая матрица коэффициентов $A(t)$ векторного дифференциального уравнения, описывающего динамику систем, является кусочно-постоянной:

В статье изложен достаточно простой метод определения областей устойчивости (неустойчивости) в плоскости параметров периодически нестационарных систем, который базируется на общей теории периодических систем, методе пространства состояний и численном