

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «СТРОИТЕЛЬСТВО ЗДАНИЙ, ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ГЕОМЕХАНИКА»

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**  
**по дисциплине «Механика горных пород»**

для студентов уровня профессионального образования  
«специалист» по направлению подготовки 21.05.04 «Горное дело»  
всех форм обучения

Донецк-2021

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «СТРОИТЕЛЬСТВО ЗДАНИЙ, ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ГЕОМЕХАНИКА»

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**  
**по дисциплине «Механика горных пород»**

для студентов уровня профессионального образования  
«специалист» по направлению подготовки 21.05.04 «Горное дело»  
всех форм обучения

РАССМОТРЕНО  
на заседании кафедры  
строительства  
зданий, подземных сооружений и  
геомеханики  
Протокол № 7 от 08.02.2021г.

Донецк-2021

УДК 531:622(078)  
ББК 33.14-1я7-2  
К65

**Рецензент:**

**Купенко** Иван Владимирович – доцент, кандидат технических наук, профессор кафедры «Строительство зданий подземных сооружений и геомеханика»;

**Составители:**

**Марийчук** Иван Филиппович-доцент кафедры строительства зданий, подземных сооружений и геомеханики ГОУВПО «ДОННТУ»;

**Самойлов** Вячеслав Лаврентьевич - профессор кафедры строительства зданий, подземных сооружений и геомеханики ГОУВПО «ДОННТУ»;

**Малышева** Наталья Николаевна - ассистент кафедры разработки месторождений полезных ископаемых ГОУВПО «ДОННТУ»;

**Нефёдов** Валентин Евгеньевич - ассистент кафедры строительства зданий, подземных сооружений и геомеханики ГОУВПО «ДОННТУ».

**К65** Конспект лекций по дисциплине «Механика горных пород» : для студентов уровня профессионального образования «специалист» по направлению подготовки 21.05.04 «Горное дело» всех форм обучения / ГОУВПО «ДОННТУ», каф. строительства зданий, подземных сооружений и геомеханики : сост.: И. Ф. Марийчук, В. Л. Самойлов, Н. Н. Малышева, В. Е. Нефёдов. – 2–е изд. перераб. и доп. – Донецк : ДОННТУ, 2021. – Систем. требования: Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана.

Конспект лекций будет полезным при изучении дисциплины «Механика горных пород» студентам специальности 21.05.04 «Горное дело» всех форм обучения, а также аспирантам-горнякам.

В нём изложены теоретический материал, необходимый для принятия решений по рассматриваемым вопросам, а также вопросы для контроля усвоения материала по всем темам конспекта.

УДК 531:622(078)  
ББК 33.14-1я7-2

Марийчук И.Ф., Самойлов В.Л., Малышева Н.Н., Нефёдов В.Е.  
ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет, 2021.

## Содержание

Тема 1. Введение. Цель и задачи дисциплины. ....	5
Тема 2. Горные породы и массив. ....	7
Тема 3. Основные соотношения механики сплошного деформируемого тела. .....	18
Тема 4. Напряжённо-деформированное состояние породных массивов в окрестности горизонтальных одиночных выработок. ....	28
Тема 5. Динамические проявления горного давления. ....	40
Тема 6. Определение нагрузки на крепь горизонтальных выработок и вертикальных стволов. ....	53
Тема 7. Устойчивость пород почвы подземных выработок. ....	72
Тема 8. Инструментальные методы исследования состояния породных массивов, подверженных влиянию горных разработок. ....	84
Тема 9. Напряжённо-деформированное состояние породного массива вокруг очистных выработок. ....	106
Тема 10. Устойчивость целиков и потолочин камер. ....	116
Тема 11. Моделирование механических процессов. ....	131
Тема 12. Приближённые методы решения задач в механике горных пород. .....	150
Перечень ссылок. ....	160

## Тема 1. Введение. Цель и задачи дисциплины.

**Механика горных пород** - часть физики горных пород, изучающая прочность, устойчивость и деформируемость дискретных объёмов горных пород и массивов горных пород и горно-технологических объектов в поле природных и вызванных влиянием горных работ сил горного давления.

Исторически, как и общая физика, физика горных пород развивалась с формированием и развитием механики в XIX в. и оформилась в самостоятельную науку в 60 годы XX в. после развития основных положений механики горных пород.

Механика горных пород опирается на достижения таких наук, как физика твёрдого тела, теория пластичности, реология, геологические науки.

Систематизируя свойства горных пород, разрабатывая методы количественной оценки свойств и состояния горных пород и массивов, механика горных пород является базой для создания инженерных методов расчёта горной технологии.

Изучение студентами таких дисциплин, как «Механика подземных сооружений», «Разрушение горных пород», «Управление состоянием породных массивов», «Технология разработки месторождений полезных ископаемых» и др. базируется на глубоких знаниях механики горных пород.

### **Объект и метод исследования механики горных пород**

**Объектом исследования** механики горных пород является горная порода вообще и горный массив в частности, а именно механические свойства массива до воздействия на него горными работами и процессы изменения этих свойств после возникновения в нем закреплённых и незакреплённых горных выработок.

Горная порода и процессы, происходящие в массиве горных пород на различных стадиях разработки месторождения представляют из себя очень сложную среду, свойства которой зависят от состава и строения горных пород, наличия в них дефектов, жидкостей и газов, возникновения и перераспределения аномалий напряжённо-деформированного состояния массива пород, методов проведения и крепления горных выработок и т.п.

Учитывая вышеизложенное, **метод исследования** в механике горных пород обычно комплексный и включает в себя: изучение свойств образцов горных пород в лабораторных условиях, натурные наблюдения, моделирование (физическое и математическое) механических процессов в лабораторных условиях и аналитические методы описания физических процессов на основе общих закономерностей теории упругости, пластичности и предельного равновесия.

Объект исследования в механике горных пород более сложен и зависит от большого количества случайных факторов, чем, например, в физике твёрдого тела. По этой причине при обработке результатов испытаний свойств горных пород и натурных наблюдений широко используются методы теории вероятностей и математической статистики, широко используются

эмпирические зависимости.

Успешное решение технологических задач и вопросов повышения производительности труда в горном производстве невозможно представить без знания физико-химических процессов, протекающих в горных породах, явлений и закономерностей, характеризующих изменение свойств пород в результате воздействия на них различными физическими полями.

Наиболее ярким примером связи механики горных пород с проблемами горного дела является тесный союз этой науки с главными технологическими элементами процессов проведения выработок и выемки полезных ископаемых: разрушением, дроблением, поддержанием выработок, транспортированием горной массы, обогащением полезных ископаемых.

Таким образом, изучая свойства горных пород и явления, протекающие в породе, закономерности, проявляющиеся как в результате естественных физико-химических взаимодействий между её компонентами, так и при техногенном влиянии, механика горных пород активно способствует успешному решению вопросов, связанных с совершенствованием горного производства.

*Контрольные вопросы и задания.*

1. Что является объектом исследования механики горных пород?
2. Какие методы исследования используются в механике горных пород?

## Тема 2. Горные породы и массив.

*Эффективное использование материальных и экономических ресурсов, технических и технологических решений при добыче полезных ископаемых во многом зависят от знания условий формирования горных пород, их химического и минерального состава, физических и физико-технических параметров, структурно-текстурных особенностей. Горные породы - природные образования, слагающие разнообразные геологические тела, из которых построена земная кора. Они представляют собой закономерные сочетания или механические смеси различных по составу кристаллических минеральных зёрен, наряду с которыми могут присутствовать аморфное вещество и органические остатки; к горным породам относятся встречающиеся в земной коре смеси жидких минеральных веществ (неорганических и органических). Термин "**горные породы**" впервые был введён в обиход российским академиком В.М. Севергиным в XIX ст.*

**Минерал** - природное, как правило, твёрдое тело, относительно однородное по химическому составу и физическим свойствам, возникшее как продукт физико-химических процессов, протекающих на поверхности и в глубинах Земли.

По происхождению горные породы делят на три группы:

- **магматические**, образованные из застывшей в недрах или на поверхности Земли магмы;

- **осадочные**, образованные в результате накопления и преобразования продуктов разрушения, ранее возникших горных пород на поверхности Земли при обычных температурах и нормальном давлении;

- **метаморфические** - за счёт изменения осадочных и магматических пород в результате действия высоких давлений, температур, естественного электрического поля, газообразных веществ, выделяющихся из магмы и т.д.

Горные породы, перечисленных трёх групп, различаются между собой по условиям залегания, химическому и минеральному составу, структуре и текстуре, обусловленными особенностями расположения в породах минералов и их размерами, наличием рудных и нерудных полезных ископаемых.

**Структура** (от лат. *structura* - расположение, строение) - совокупность признаков, определяемых формой, размерами и взаимным расположением отдельных компонентов породы, т.е. минеральных зёрен, обломков пород. В понятие структуры входят степень кристалличности породы, размеры и форма кристаллических зёрен, взаимоотношение раскристаллизовавшегося и стекловатого материала и др.

**Текстура** (от лат. *textura* - ткань, сплетение) - совокупность признаков, определяющих внешний облик породы и характеризующихся взаимным расположением и ориентировкой минеральных агрегатов в объёме. Таким образом, характеристики отдельных зёрен имеют значение для определения структуры, а характеристики минеральных агрегатов и их расположение в пространстве - для определения текстуры.

Для установления структуры и текстуры горных пород чаще всего используют оптические микроскопы, однако в отдельных случаях эти параметры определяются и визуально. По ориентации частиц и наличию пустот породы делят на массивные, пористые и слоистые.

Горная порода, в общем случае, является многокомпонентной, многофазной гетерогенной (неоднородной) системой. Неоднородность горных пород определяется следующими видами.

**Фазовый** состав. Порода может быть представлена несколькими фазами, например, тремя - твёрдой, жидкой, газообразной; двумя - твёрдой и газообразной, жидкой и газообразной.

**Компонентный (минеральный)** состав. Каждая фаза может быть представлена одним, двумя или несколькими твёрдыми минералами (твёрдая фаза), жидкостями и газами (жидкая и газообразная).

**Химический** состав. Твёрдая, жидкая и газообразная фазы имеют вполне определённый состав из химических элементов. Гетерогенность породы определяется различным происхождением составляющих компонентов. **Структурно-текстурное** строение. Этот параметр обусловлен сложным образованием, состоящим из двух и более различных пород,

В массиве горные породы находятся в объёмном, а на поверхностях обнажения - в плоском напряжённом состоянии. В лабораторных условиях образец горной породы чаще всего испытывается на одноосное сжатие. Прочность же является функцией напряжённого состояния. Поэтому при суждении о прочности пород в условиях естественного залегания следует учитывать существование зон и поверхностей ослабления, с одной стороны, вызывающих снижение прочности в сравнении с прочностью образцов, и напряжённость пород, ограниченность свободного деформирования их - с другой, вызывающих повышение прочности. Совместным влиянием этих разнонаправленных факторов и обуславливается прочность пород в массиве.

Для решения задач механики горных пород необходимо располагать сведениями о механических свойствах среды, в данном случае массива горных пород.

Основными факторами, влияющими на прочность и деформационные свойства горных пород в массиве, являются: неоднородность горных пород, анизотропность физических свойств, глубина залегания, форма и геологические условия залегания, характер вмещающих горных пород, дефекты внутреннего строения, в том числе трещиноватость и обводнённость.

Трещиноватость горных пород – это совокупность трещин разного происхождения и размеров, формы и пространственной ориентировки.

Трещиной называют разрыв сплошности среды, величина которого на порядок и более превосходит межатомные расстояния в кристаллической решётке (т.е. более  $10^{-9}$  м).

По происхождению трещиноватость горных пород разделяется на нетектоническую, тектоническую и планетарную. Нетектоническая трещиноватость горных пород – это следствие растрескивания горных пород в процессе охлаждения (для магматических пород), уплотнения, дегидратации

(для осадочных ГП). К нетектонической трещиноватости относится также технологическая трещиноватость, вызванная ведением горных работ, трещиноватость горных пород в зоне влияния горной выработки, вызванная БВР, горным давлением и т.д.

Тектоническая трещиноватость развивается в горных породах в связи с тектоническими процессами, т.е. вызывается складко- и горообразованием, глубинными подвижками платформ.

Планетарная трещиноватость связана с напряжениями, вызванными изменением частоты вращения Земли и её формы.

Существует большое количество классификаций трещиноватости горных пород.

Трещиноватость приводит к снижению прочности горных пород в массиве. Чем больше трещиноватость (меньше расстояние между плоскостями ослабления), тем меньше прочность горных пород.

В горных расчётах можно пользоваться данными таблицы 2.1.

Таблица 2.1 - Классификация горных пород в массиве по трещиноватости.

Категория пород по трещиноватости	Расстояние между поверхностями ослабления $l$ , м	Коэффициент структурного ослабления, $K_C$
Практически	$>1,0$	0,9
Мало трещиноватые	0,5 - 1,0	0,8
Средне трещиноватые	0,3 - 0,5	0,6
Трещиноватые	0,1 - 0,3	0,4
Весьма трещиноватые	$<0,1$	0,2

Для Донецко-Макеевского района при длительном контакте пород с водой (более 5 лет) и притоке воды в выработку 2 м<sup>3</sup>/ч и более предел прочности пород на одноосное сжатие снижается для песчаников на 20% ( $K_W = 0,8$ ), алевролитов на 40% ( $K_W = 0,6$ ) и аргиллитов на 50% ( $K_W = 0,5$ ).

Для глинистых сланцев (аргиллитов), вмещающих слабометаморфизированные угли марок Д и Г, снижение прочности может быть на 70 – 80% ( $K_W = 0,3 – 0,2$ ).

С учётом трещиноватости и обводнённости горных пород в массиве их прочность  $R_C$  определяется по формуле:

$$R_C = R \cdot K_C \cdot K_W, \quad (2.1)$$

где  $K_C$  – Коэффициент структурного ослабления;

$K_W$  – коэффициент, учитывающий снижение прочности пород в результате их увлажнения.

Механические свойства горных пород определяют их поведение под влиянием внешних нагрузок – усилий. Они проявляются и непосредственно оцениваются прочностью и деформируемостью горных пород.

Прочность – свойство горных пород (материалов) сопротивляться разрушению и образованию больших деформаций, т.е. не разрушаться под

действием определённой нагрузки.

Деформация – свойство материала под действием нагрузки изменять свою форму и объем.

К механическим свойствам горных пород относятся прочность при сжатии и растяжении, сопротивление скалыванию и сдвигу, общая деформируемость, сжимаемость и просадочность, ползучесть и длительная прочность. Прочность горных пород обычно характеризуется пределами прочности на сжатие  $\sigma_{сж}$ , сдвиг, изгиб  $\sigma_{из}$  и растяжении  $\sigma_p$ .

Горные породы в условиях одноосного сжатия, изгиба и растяжения обычно обладают высокой прочностью на сжатие и незначительной прочностью на растяжение, изгиб, сдвиг.

При этом, как правило, во всех твёрдых породах  $\sigma_{сж} > \sigma_{из} > \sigma_p$ .

В дисциплине «Физика горных пород» изучаются методы определения прочностных и других свойств образцов горных пород. В дисциплине «Механика горных пород» рассматриваются свойства горных пород и в массиве.

В массиве горные породы находятся в объёмном, а на поверхностях обнажения - в плоском напряжённом состоянии. В лабораторных условиях образец горной породы чаще всего испытывается на одноосное сжатие. Прочность же является функцией напряжённого состояния. Поэтому при суждении о прочности пород в условиях естественного залегания следует учитывать существование зон и поверхностей ослабления, с одной стороны, вызывающих снижение прочности в сравнении с прочностью образцов, и напряжённость пород, ограниченность свободного деформирования их – с другой, вызывающих повышение прочности. Совместным влиянием этих разнонаправленных факторов и обуславливается прочность горных пород в массиве.

Экспериментально установлено, что чем меньше размер образца, тем выше его прочность. Это явление получило название **МАСШТАБНОГО ЭФФЕКТА**.

Природа масштабного эффекта объясняется статистической теорией прочности, которая исходит из положения, что вероятность встречи трещины и других плоскостей ослабления в большом объёме больше, чем в меньшем, а, следовательно, средняя прочность образцов большого объёма меньше.

**Реологические** свойства горных пород – свойства, которые характеризуют изменение деформаций и напряжений в горных породах при длительном действии нагрузок.

Механические характеристики горных пород определяют обычно при кратковременном приложении нагрузок. Элементы же систем разработки, горные выработки, крепи воспринимают нагрузки в течение многих лет.

Вопросами поведения материалов, в том числе и горных пород, в условиях длительных силовых воздействий занимается **реология – наука о течении вещества**.

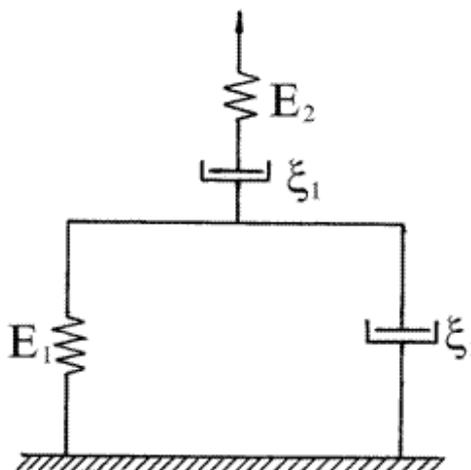
В зависимости от внешних условий, изменение напряжённно-деформированного состояния твёрдого тела во времени может

идти двумя путями. Например, нагрузим образец горной породы, имеющий форму цилиндра, некоторой постоянной неразрушающей нагрузкой, создающей практически мгновенно вполне определённую относительную деформацию, величина которой зависит от модуля упругости материала и величины приложенной нагрузки. В последующие моменты времени, несмотря на то, что напряжения не меняются, деформация не будет оставаться постоянной, как это следует из закона Гука. Величина её будет монотонно возрастать.

Реологическое явление, заключающееся в том, что с течением времени при постоянном напряжении наблюдается рост деформаций, носит название **ползучести**.

В другом случае сдавим образец между двумя плитами пресса таким образом, чтобы в течение всего опыта расстояние между ними было строго фиксированным, т.е. не изменяющимся во времени. Станем измерять давление на плиты пресса со стороны образца и убедимся, что со временем величина его будет падать. Это реологическое явление носит название **релаксации напряжений**.

Наиболее приближенной к реальной среде является модель Бюргерса, или компаунд-модель (рисунок 2.1). Она учитывает наиболее важные, имеющие практическое значение, составляющие процесса деформирования породы: мгновенные деформации, деформации запаздывающей упругости и деформации вязкой текучести.



$E$  - упругий элемент,  $\xi$  - вязкий элемент

Рисунок 2.1 - Модель Бюргерса или компаунд-модель.

### Понятие о теории наследственной ползучести

Согласно современным представлениям, напряжения, возникающие в реальных телах, состоят из двух частей: первое слагаемое зависит от деформации в данный момент времени  $t$ , второе – от деформаций, существовавших в теле в течение времени, предшествовавшего настоящему моменту времени  $\tau$  (рисунок 2.2). Время изменяет структуру.

Теория, позволяющая определять деформации в среде с учётом истории её нагружения, называется **теорией наследственной ползучести**.

Теория наследственного изменения внутренних факторов с учётом «памяти» материала обо всех временных структурных изменениях, возникающих в процессе нагружения, и предполагающая линейную зависимость между напряжениями и деформациями в любой момент времени, получила название **теории линейной наследственной ползучести**.

Теория линейной наследственности была предложена Л. Больцманом с использованием математического аппарата интегральных уравнений В. Вольтерра.

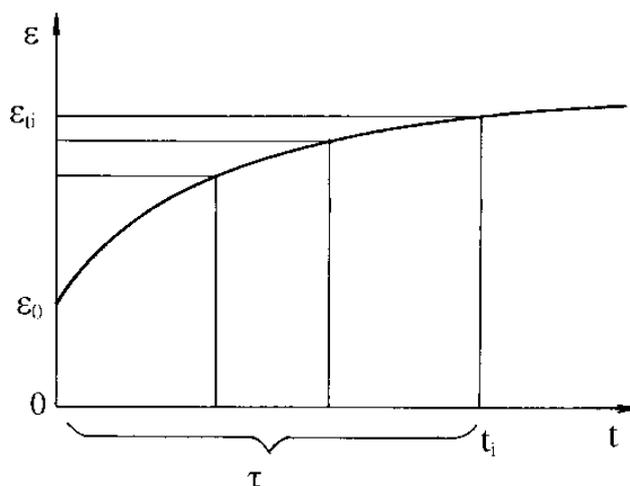


Рисунок 2.2 - Процесс деформирования твёрдого тела, имеющего предысторию нагружения.

В соответствии с этой теорией, деформации среды под действием внешних сил продолжают и после их приложения (наследственность), при этом деформации в каждый момент времени прямо пропорциональны действовавшим в разные моменты времени напряжениям (линейность) и суммируются, растут во времени (принцип суперпозиции).

Характер проявления ползучести и релаксации в горных породах во времени  $t$  изображён на рисунке 2.3.

**Ползучесть** – явление постепенного роста деформаций породы во времени при постоянном напряжении, не превышающем предела упругости.

Скорость развития деформаций ползучести на основании теории наследственности часто описывают следующим уравнением

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \sigma_{\tau} \delta (t - \tau)^{-\alpha}, \quad (2.2)$$

где  $\sigma_{\tau}$  – напряжения в породе в момент времени  $\tau$ ;  $t$  – другой, больший, чем  $\tau$  момент времени;  $\alpha$  и  $\delta$  – коэффициенты ядра ползучести для данной породы.

Они и являются параметрами данного свойства породы; для пород  $\alpha \approx 0,7$  и  $\delta = (2..5)10^{-3}$ .

**Релаксация напряжений** – явление постепенного снижения напряжений в породе при постоянной её деформации.

Релаксацию можно представить следующим образом. Если образец горной породы зажать между двумя плоскостями и создать условия, где

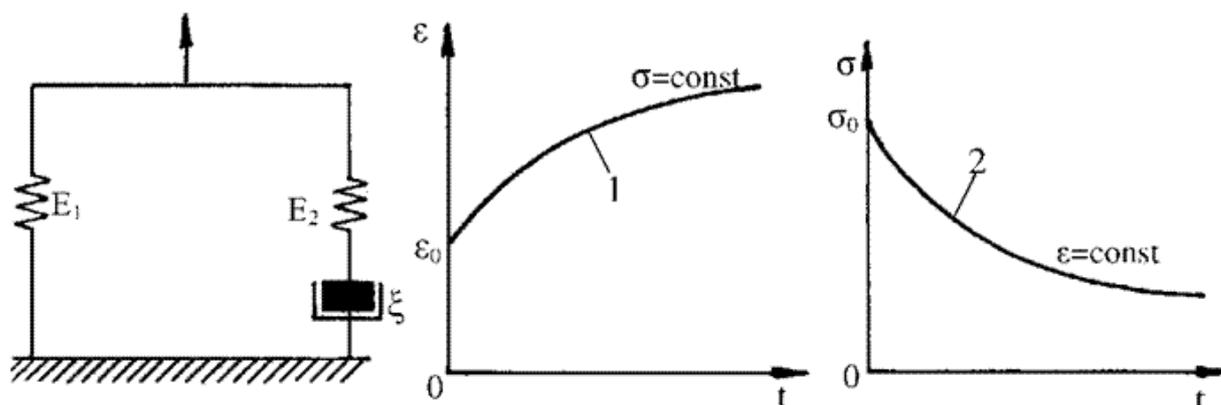
$\varepsilon = \text{const}$ , то давление на плоскости со стороны образца в начальный момент будет равно  $\sigma$ , а со временем станет уменьшаться, стремясь к определённой величине.

Уравнения кривой релаксации обычно приводят в следующем виде

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{t_0}}, \quad (2.3)$$

где  $t_0$  – период релаксации (параметр данного свойства породы), т.е. отрезок времени, за который напряжение снижается в  $e$  раз (для горных пород несколько сотен лет, для стекла, например, около 100 лет, а для воды –  $10^{-11}$  с).

Рассмотрение ползучести (кривая 1) и релаксации (кривая 2 на рисунке 2.3) пород показывает, что существует общая закономерность изменения свойств пород со временем действия нагрузки, – чем более длительно воздействие на породу нагрузки, тем слабее становятся упругие свойства пород, уменьшается предел упругости и тем сильнее проявляются её пластические свойства.



1 – кривая ползучести; 2 – кривая релаксации напряжений

Рисунок 2.3 - Модель среды Пойтинга-Томпсона.

### Определение механических свойств горных пород в натуральных условиях.

Шахтные испытания проводят с целью изучения механических свойств горных пород в массиве. Выбор метода исследования определяют объёмом горных пород, используемым при испытаниях, трудоёмкостью и производительностью испытаний, а также затратами. Основными требованиями при выборе метода исследования являются: представительность, надёжность и доступность.

**Методы изучения механических свойств горных пород в массиве** основаны на:

- 1) использовании действия сосредоточенной нагрузки (пробные приборы);
- 2) оценке свойств малых объёмов массива с использованием механических средств нагружения (локальные испытания в скважинах);
- 3) оценке свойств больших объёмов массива с использованием механических средств нагружения (крупномасштабные испытания горных пород);

4) использовании опытных камер и горных работ, включая эксплуатационную оценку физико-технических характеристик массива;

5) косвенной оценке прочностных и деформационных свойств горных пород при использовании физических полей (физические неразрушающие методы).

К пробным приборам относятся установки с механическим воздействием сосредоточенной силы на поверхность массива горных пород, обладающих портативностью, простотой устройства и применения. Методы оценки с использованием пробных приборов основаны на различной сопротивляемости пород проникновению испытательного инструмента (индентора, зонда, режущего инструмента) в массив.

Из прочностных показателей пробными приборами определяется сопротивляемость горной породы внедрению индентора или инструмента в массив. Она складывается из сопротивления прямому проникновению индентора в породу и из сопротивления трению между боковой поверхностью индентора и породой.

Особенностью механических испытаний с помощью пробных приборов является возможность экспрессной оценки свойств горных пород на поверхности массива (без предварительного вскрытия с помощью скважин или других выработок) для получения приближенных показателей горных пород в массиве.

Из физико-технических показателей горных пород в массиве определяются:

- 1) контактная прочность,
- 2) статическая и динамическая твердости,
- 3) удельная сопротивляемость вдавливанию,
- 4) буримость и сопротивляемость резанию.

По этим показателям с использованием корреляционных зависимостей вычисляются коэффициент крепости по шкале проф. М.М. Протодяконова, предел прочности при сжатии и другие параметры.

Показатель твердости определяется с помощью скважинного пробного гидравлического прибора.

Для оценки буримости горных пород применяют специальные пробники-прочностномеры.

При проведении испытаний в скважинах для определения прочностных и деформационных характеристик горных пород размеры объема массива, участвующего в исследованиях, близки к размерам образцов или равны им.

Методы данных испытаний как бы имитируют в естественных условиях соответствующие методы лабораторных исследований.

Преимуществом локальных испытаний по сравнению с лабораторными является устранение дополнительных нарушений целостности образцов, связанных с их транспортированием и подготовкой к испытаниям. Однако, так же, как и при испытаниях на образцах, масштабный эффект структурной нарушенности породного массива при таких испытаниях не учитывается.

Применяются следующие методы испытаний в скважинах:

**Скважинный метод** испытаний обуренного керна выполняется в вариантах:

- 1) изгиб керна как консоли,
- 2) объёмное сжатие,
- 3) срез плунжером специального породного кольцевого бурта, выполненного на боковой поверхности скважины (для определения прочности на сдвиг).

При этом методе испытаний используются специальные нагрузочные устройства в виде сегментной гидроподушки, закладываемой в щель между керном и стенкой скважины — скважинные стабилометры, создающие нажим пуансоном на керн и боковое гидростатическое обжатие керна пластмассой.

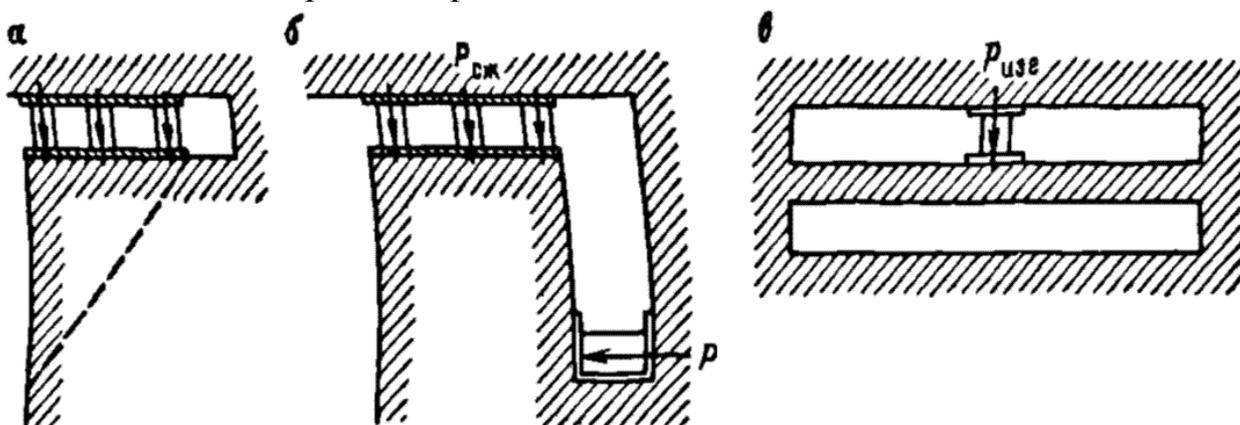
**Проведение испытаний массива горных пород на относительно больших объёмах** позволяет получить данные с учётом масштабного эффекта.

Размеры нагружаемых объёмов массива во много раз (в 8...10) раз больше характерных размеров его неоднородности.

Крупномасштабные испытания проводят:

- 1) на породных призмах;
- 2) консольных или двояко защемлённых балках, выделенных из массива путём вдавливания штампов больших размеров;
- 3) отрыва части массива при выдёргивании специальной штанги, закреплённой в массиве.

Схемы возможных испытаний на призмах, выделенных из массива, приведены на рисунке 2.4. Эти схемы различаются числом оконтуренных сторон, направлением приложения нагрузки, видом напряжённого состояния, возникающего в породной призме.



*a* – срез, *б* – срез со сжатием, *в* – изгиб породной балки

Рисунок 2.4 – Схемы механических испытаний горных пород в массиве.

Деформации измеряют в вертикальном и горизонтальном направлениях. Одновременно в испытаниях может быть использовано до (20...30) призм. Для оконтуривания объёма используют алмазные коронки для бурения скважин, алмазные дисковые пилы, повышающие производительность оконтуривания и обеспечивающие создание ровных поверхностей при минимальном нарушении массива.

Среди факторов, которые снижают прочностные показатели при испытаниях на породных призмах, следует выделить: неровности на нагружаемых поверхностях призм, вызывающие местные концентрации напряжений; частичные нарушения сплошности массива при оформлении призм; неравномерная работа системы гидродомкратов.

### Статистическая обработка результатов измерений

Все реальные процессы, протекающие в природе, обусловлены большим числом внешних и внутренних факторов, действующих случайным образом. Например, процесс разрушения породных образцов одной и той же литологической разности, определённой фациальной принадлежности протекает в каждом отдельном случае по-разному. Это обусловлено случайной формой структурных связей, величиной содержащейся в образце влаги, наличия текстурных особенностей (внутренние факторы), а также несколькими отличающимися размерами образца, технологией их изготовления, и скоростью нагружения (внешние факторы). Таким образом, процесс разрушения образцов с целью получения их механических характеристик – это случайный процесс. Для каждого испытанного образца в процессе лабораторных исследований получают своё, отличное от других, значение механической характеристики.

Для получения достоверных значений искомой механической характеристики необходимо выполнить измерения на возможно большем числе образцов. Для этого пробы, идущие на последующее изготовление образцов, отбирают по определённой методике таким образом, чтобы они в максимальной степени представляли все возможные для данного породного массива колебания минерального состава и структурных особенностей.

По специальным методикам устанавливается необходимое число образцов, в соответствии с которым из **генеральной совокупности** случайным образом отбирают определённое число проб. Отобранная партия проб представляет собой **случайную выборку**. Из каждой пробы изготавливают 3...4 образца максимально допустимых размеров.

Результаты измерений каждой группы образцов по всей случайной выборке подвергают статистической обработке. Прежде всего, определяют среднее арифметическое значение всех  $n$  измерений параметра  $X_i$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (2.4)$$

Затем вычисляют: среднее квадратическое отклонение единичного результата

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}, \quad (2.5)$$

коэффициент вариации (%), т.е. среднее относительное отклонение

полученных результатов измерений от среднего арифметического

$$\eta = \frac{S_n}{X} \times 100\%, \quad (2.6)$$

доверительный интервал

$$\Delta X = \frac{t_{n\alpha} S_n}{\sqrt{n}}. \quad (2.7)$$

Коэффициент Стьюдента  $t_{n\alpha}$  учитывает отличие случайной выборки от генеральной совокупности и зависит от числа образцов  $n$  и требуемой доверительной вероятности (чаще всего  $\alpha = 0,85 - 0,95$ ). Окончательный результат статистической обработки результатов измерений записывается, например, следующим образом  $R_c (200 \pm 10)$  МПа при  $\alpha = 0,95$ .

Запись показывает, что среднее значение параметра (предел прочности на одноосное сжатие) равно 200 ( $\bar{X}$ ), а отклонение его от среднего арифметического в 95% случаев не превышает 10 ( $\Delta X$ ).

Из формулы (2.7) легко определить необходимое число испытаний для обеспечения ошибки измерений не более  $\xi = \frac{\Delta X}{X}$  при известном коэффициенте вариации изучаемого параметра:

$$n = \left( t_{n\alpha} \frac{\eta}{\xi} \right)^2. \quad (2.8)$$

Так, если  $\eta = 20\%$ , ошибка измерений 15%, то  $n = 7$  образцам (при  $\alpha = 0,95$ ,  $t_{n\alpha} = 1,96$ ).

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Дайте определение минерала.
2. Дайте определение горной породы.
3. На какие группы делятся горные породы по происхождению?
4. Что такое структура и текстура горной породы?
5. Какие виды трещин бывают в горной породе?
6. Как влияет трещиноватость на прочность горной породы?
7. В чем суть масштабного эффекта?
8. Что такое ползучесть и релаксация?
9. Какие схемы испытаний применяются на призмах, выделенных из массива горной породы?
10. Как осуществляется статистическая обработка результатов измерений?

### Тема 3. Основные соотношения механики сплошного деформируемого тела.

**Элементарный объем породного массива. Виды напряжённого состояния породного массива. Дифференциальные условия равновесия. Граничные условия. Уравнение совместимости деформаций.**

При определении деформационных свойств горных пород прослеживается их зависимость от размеров образцов, над которыми проводятся исследования. Для получения точных данных необходимо брать образцы **элементарного объёма**, полученного для конкретной горной породы, для которого дальнейшее увеличение размеров образцов не меняет значения полученного свойства. Элементарный объем-объем, обладающий всеми свойствами исследуемого массива, но настолько малый, что напряжённо-деформированное состояние в нем рассматривается как в точке. Для горных пород элементарный объем  $V_0 \approx 0,025 \text{ см}^3$ , длина ребра  $l_0 \approx 0,29 \text{ см}$ .

Также необходимо отметить, что для разных свойств, значение элементарного объёма будет различным. Свойства, определённые при проведении экспериментов с соответствующими элементарными объёмами горной породы, будут являться свойствами самой горной породы.

Основной задачей механики горных пород является изучение явлений, происходящих в породах, окружающих горную выработку. Решить задачу о напряжениях и деформациях в массиве, нарушенном горной выработкой, возможно только, если известны напряжения, которые были в массиве до её проведения.

Поэтому изучение напряжений в нетронутым (ненарушенном) массиве является одной из важнейших задач механики горных пород.

**Напряжённое состояние массива** определяется тензором напряжения, состоящим, как известно, из шести компонентов:

нормальных –  $\sigma_x, \sigma_y, \text{ и } \sigma_z$   
и касательных –  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ .

В механике горных пород положительное направление оси ординат  $z$  удобнее принимать сверху вниз и начало координат совмещать с поверхностью.

**Нетронутым**, или **ненарушенным массивом** горных пород называются участки земной коры, незатронутые горными работами, т.е. такие, в которых не имеется горных выработок (или разработок); находящиеся же на соседних участках выработки удалены настолько, что они не оказывают влияния на напряжённое состояние пород рассматриваемого участка. Другими словами, это массив пород, напряжённое состояние которого определяется только естественными природными условиями.

Изучение напряжённого состояния ненарушенного массива является крайне сложной задачей по ряду причин и, в первую очередь, в силу того, что для непосредственных замеров напряжений в натуре требуется проведение горной выработки, хотя бы буровой скважины, что уже в той или иной степени ведёт к нарушению состояния массива.

Решение этой задачи моделированием или теоретическими методами также является крайне сложным в связи с большим числом имеющих разнообразный характер естественных факторов, создающих напряжённое состояние массива пород.

Рассмотрим основные факторы и условия, с которыми связано формирование напряжённого состояния массива горных пород.

*Глубина залегания* изучаемого массива горных пород от поверхности является главным фактором, от которого зависит во всех участках земной коры напряжённое состояние, причём компонента за счёт гравитационных сил по мере увеличения глубины пропорционально возрастает.

Вторым фактором, определяющим напряжённое состояние в некоторых участках земной коры, являются силы, связанные с *тектонической деятельностью*.

Этот фактор может иметь региональное значение в так называемых горно-складчатых массивах.

На напряжённое состояние массива горных пород оказывают влияние и другие факторы, рассмотренные в дисциплине Управление состоянием массива горных пород.

### **Напряжённое состояние ненарушенного массива горных пород**

Для оценки компонентов напряжения ненарушенного массива, исходя из изложенных выше общих соображений, порода принимается как однородная и изотропная среда.

Мысленно в массиве на глубине  $H$  от поверхности выделяется единичный кубик (рисунок 3.1), имеющий размеры, обеспечивающие его объем не менее и не более элементарного объема.

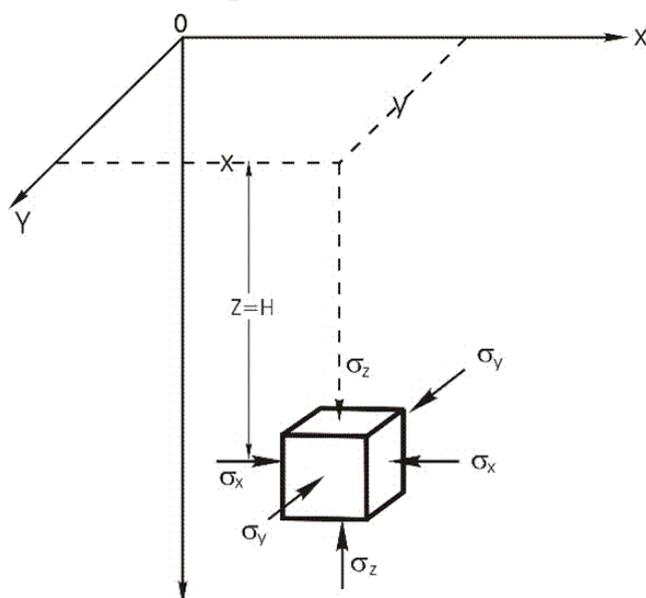


Рисунок 3.1 - Схема к определению напряжённого состояния ненарушенного массива.

Для удобства ориентировка кубика в пространстве принимается такая, что компоненты  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , и  $\sigma_z$  будут главными нормальными напряжениями.

Тогда в общем виде компоненты напряжения будут определяться

следующими выражениями

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z = \gamma H, \sigma_x = \sigma_y = \lambda_2 \gamma H \\ \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

где  $\gamma$  – средний объёмный вес пород, залегающих выше рассматриваемого кубика;  $\lambda_2$  – коэффициент горизонтального распора или бокового давления;  $H$  – глубина от поверхности.

Важнейшей характеристикой напряжённого состояния ненарушенного массива пород является коэффициент бокового давления  $\lambda_2$ , показывающий отношение величины горизонтальной составляющей напряжения к вертикальной. Определение значений этого коэффициента должно производиться в зависимости от типа породы и основных её свойств.

В некоторых случаях порода может быть принятой как упругая среда. Тогда коэффициент бокового давления может быть определён с помощью коэффициента Пуассона (поперечной деформации) из следующего выражения:

$$\lambda_2 = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (3.2)$$

Здесь  $E$  – модуль упругости;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Имея в виду, что  $\sigma_x = \sigma_y$ , и решив приведённое уравнение относительно  $\sigma_x$ , получим, что

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z.$$

Поэтому в идеально упругой породе компоненты напряжения будут определяться

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \gamma H \\ \sigma_x = \sigma_y &= \frac{\mu}{1 - \mu} \gamma H. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Коэффициент поперечных деформаций (коэффициент Пуассона) изменяется в пределах от 0,08 до 0,5. Соответственно крайние возможные пределы изменения значений  $\lambda$  составляют от 0,1 до 1. Следует подчеркнуть, что в соответствии с физическим смыслом коэффициента  $\mu$ , его значения *не могут превышать 0,5, поэтому и значения коэффициента бокового распора  $\lambda$  не могут быть больше 1.*

При  $\mu = 0,5$  и  $\lambda = 1$  имеет место *гидростатическое распределение напряжений* в массиве, т. е. такого распределения, когда

$$\sigma_z = \sigma_x = \sigma_y. \quad (3.4)$$

Таким образом, напряжённое состояние в произвольной точке породного массива считается установленным, если известны девять компонентов напряжений, из которых, в силу закона парности касательных напряжений ( $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ;  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$  и т.д.) независимыми являются шесть.

В геомеханике часто используют иное представление о распределении напряжений в породном массиве. Для этого в окрестности исследуемой точки выделяют прямоугольный параллелепипед, грани которого параллельны координатным плоскостям (рисунок 3.2). На гранях параллелепипеда изображают составляющие компоненты напряжения. Компоненты напряжения на параллельных гранях равны, если расстояние между ними стремится к нулю.

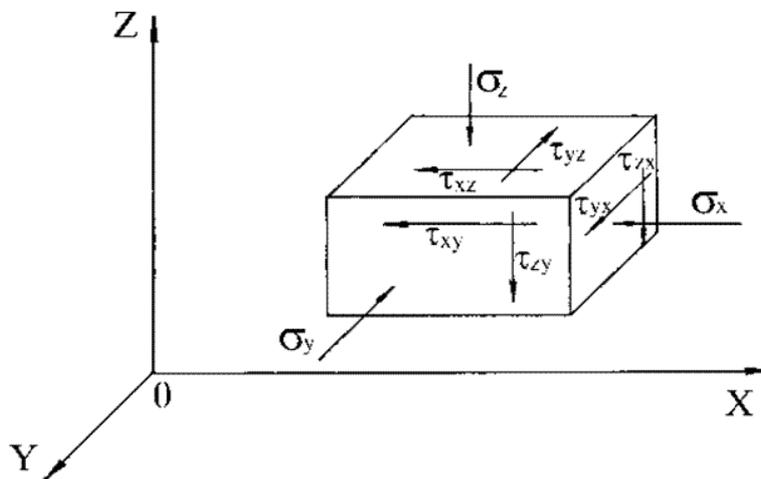


Рисунок 3.2 - Обозначение компонентов напряжений на гранях элементарного куба.

Можно доказать, что напряжённое состояние в точке исследуемого тела есть некоторая величина, не зависящая от выбора координатных осей. Эта величина называется **тензором напряжения**, а компоненты напряжённого состояния - **компонентами тензора**. Более строгое определение понятия «тензор» рассматривается в специальном разделе математики – тензорном исчислении.

Как числа и векторы, тензоры можно складывать, умножать. Так, суммой двух тензоров является новый тензор, компоненты которого равны суммам соответствующих компонент слагаемых тензоров. Умножить тензор на число - значит умножить на это число каждый из его компонент.

Тензор напряжения записывается в форме следующей симметричной матрицы

$$T_n = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (3.5)$$

### Дифференциальные уравнения равновесия

Рассмотрим равновесие малого элементарного параллелепипеда с размерами вдоль осей  $X$  и  $Y$  соответственно  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $b$  и толщиной, равной единице.

Обозначим площадки, на которых действуют напряжения, индексами 1,2,3,4. С учётом изменения напряжений в пространстве, напряжения,

например,  $\sigma_x$  для граней 1 и 3, не строго равны друг другу. Символы  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  относятся к т.  $O(x, y)$  в центре прямоугольника на рисунке 3.3.

Значения напряжений посередине граней будем обозначать через  $(\sigma_x)_1$ ,  $(\sigma_x)_3$ , и т.д. Поскольку грани прямоугольника малы, то усилия, приложенные к ним, определяются путём умножения соответствующих напряжений на площадь граней, по которым они действуют. Массовые силы в данном случае имеют тот же порядок, что и напряжения. Обозначим компоненты массовых сил через  $X$  и  $Y$ , тогда уравнение равновесия сил, действующих параллельно оси  $X$ , будет иметь вид:

$$(\sigma_x)_1 \Delta y - (\sigma_x)_3 \Delta y + (\tau_{xy})_2 \Delta x - (\tau_{xy})_4 \Delta x + X \Delta x \Delta y = 0, \quad (3.6)$$

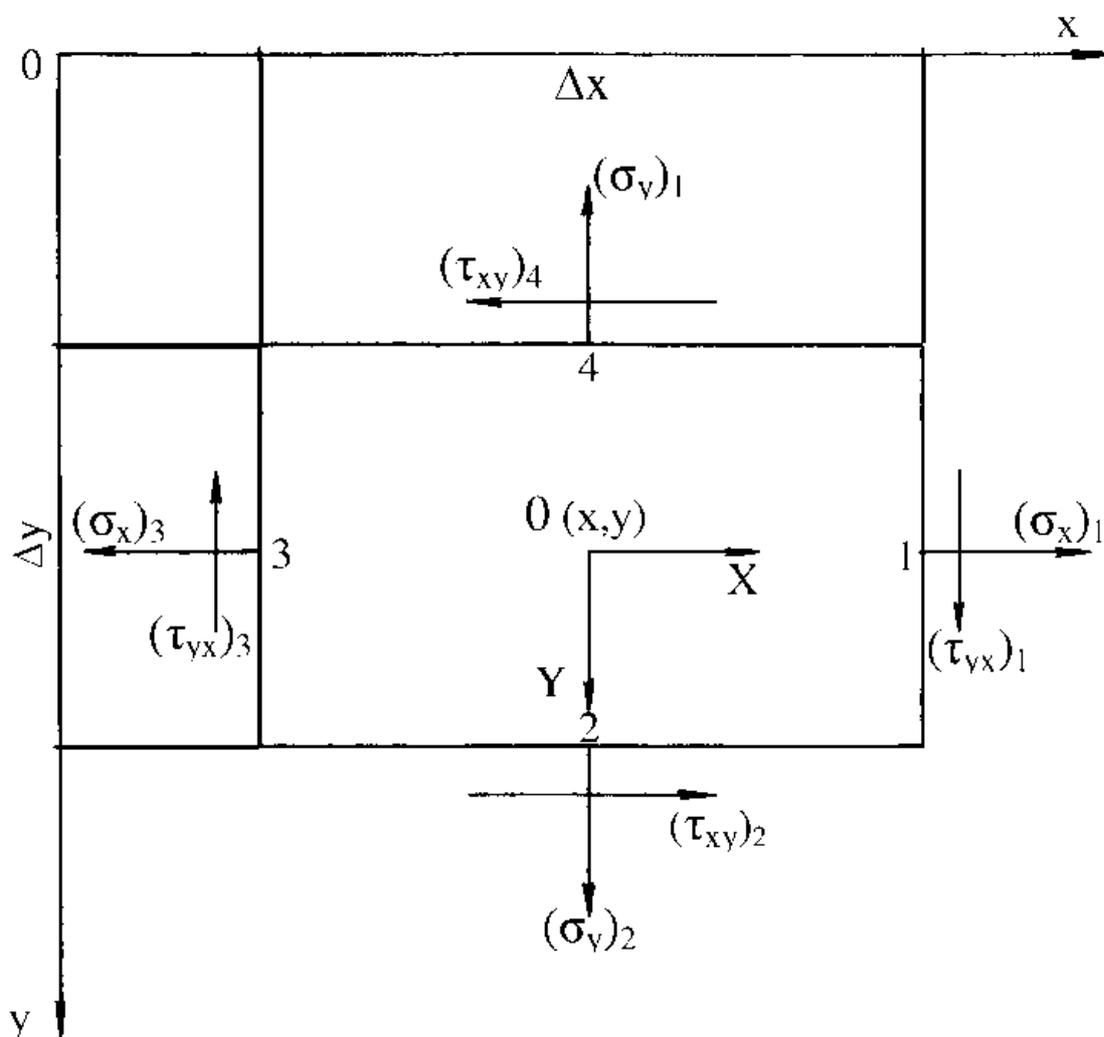


Рисунок 3.3. К выводу дифференциальных уравнений равновесия в системе прямоугольных координат.

или, после деления всех членов уравнения на  $\Delta x \Delta y$ ,

$$\frac{(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3}{\Delta x} + \frac{(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4}{\Delta y} + X = 0. \quad (3.7)$$

Если теперь уменьшить размеры элементарного параллелепипеда, положив  $\Delta x \rightarrow 0$  и  $\Delta y \rightarrow 0$ , то, согласно определению производной, предел выражения  $\frac{(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3}{\Delta x}$  будет равен  $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$ , а второй член уравнения (3.7) станет равным  $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$ . Аналогичные выражения получим, проецируя все силы на ось  $Y$ .

Таким образом, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Это и есть два дифференциальных уравнения равновесия для двухмерной плоской задачи.

Практически во всех задачах геомеханики единственной массовой силой является вес горных пород. Тогда, направив ось  $Y$  вниз и обозначив через  $\gamma$  объёмный вес горных пород ( $\gamma = \gamma_0 \mathbf{g}$ ), получим уравнения равновесия в следующем виде:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \gamma = 0 \quad (3.9)$$

Очень многие задачи механики горных пород удобно решать в полярной системе координат  $(r, \theta)$ , в которой компоненты напряжений имеют обозначения  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  и  $\tau_{r\theta}$ . (рисунок 3.4).

Между напряжениями, записанными в полярной и прямоугольной системе координат, существуют следующие функциональные соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta, \\ \sigma_\theta &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta, \\ \tau_{r\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (3.10)$$

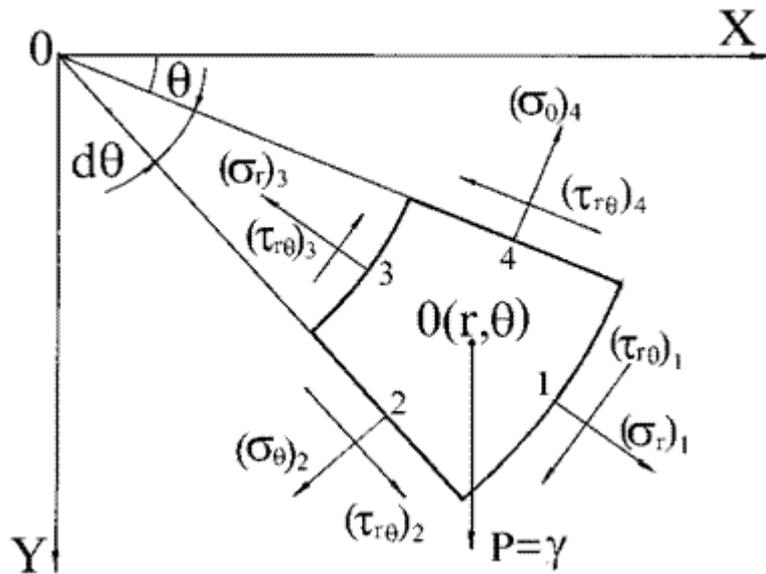


Рисунок 3.4 - К выводу дифференциальных уравнений равновесия в полярных координатах.

Подставляя (3.10) в (3.9), получим дифференциальное уравнение равновесия в полярной системе координат

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \gamma \sin \theta &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \gamma \cos \theta &= 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

В случае полярно-симметричной задачи ( $\tau_{r\theta}=0$ ) и при отсутствии массовых сил ( $\gamma=0$ ) уравнения равновесия (3.11) сводятся к одному, более простому

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (3.12)$$

### Граничные условия

Уравнения равновесия должны удовлетворяться во всех точках исследуемого тела. При достижении границ области компоненты напряжений должны быть такими, чтобы они находились в равновесии с внешними силами, приложенными к границе. В силу этого внешние силы можно рассматривать как продолжение внутренних напряжений.

Рассмотрим малую треугольную призму, такую, что её гипотенуза совпадает с границей тела (рисунок 3.5). Обозначим через  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  компоненты поверхностных сил  $\mathbf{P}$ , отнесённых к единице поверхности в этой точке границы. Уравнения равновесия будут иметь вид:

$$\bar{X} = l\sigma_x + m\tau_{xy}, \quad \bar{Y} = m\sigma_y + l\tau_{yx}. \quad (3.13)$$

где  $l, m$  - направляющие косинусы нормали  $\mathbf{v}$  к границе.

В частном случае рассмотрения равновесия прямоугольной пластинки координатные оси обычно направляют параллельно граням пластинки и

граничные условия (3.13) можно упростить. Пусть, например, одна из сторон пластинки параллельна оси  $X$ , тогда нормаль  $\nu$  на этой части границы будет параллельна оси  $Y$ ; отсюда  $l=0$ ,  $m=1$ . Уравнения (3.13) в этом случае примут вид:

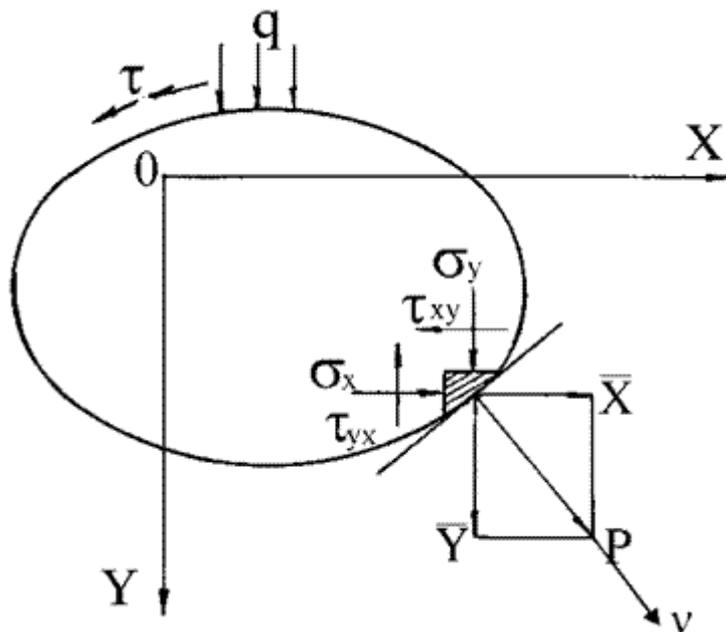


Рисунок 3.5 - К определению граничных условий.

$$\bar{X} = \pm \tau_{xy}; \quad \bar{Y} = \pm \sigma_y. \quad (3.14)$$

При этом знак (+) берётся в том случае, если нормаль  $\nu$  проведена в сторону положительных значений  $y$ ; в противном случае берётся знак (-). Из последних формул видно, что компоненты напряжений на границе равны компонентам поверхностных усилий, отнесённых к единице площади границы.

### Уравнение совместности деформаций

Определение компонентов напряжений, возникающих вокруг горных выработок, является одной из основных задач механики горных пород. В двумерной задаче необходимо для этого решить дифференциальные уравнения равновесия (3.9) или (3.10) таким образом, чтобы удовлетворялись граничные условия (3.14). Однако заметим, что компонентов напряжений три, а уравнений равновесия - два, то есть задача является статически неопределимой. Чтобы получить её решение, необходимо рассмотреть упругую деформацию тела.

Соотношения Коши применительно к плоской задаче имеют следующий вид:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (3.15)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}; \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta}. \quad (3.16)$$

Заметим, что три компонента деформации выражаются через две

функции  $u$  и  $v$ , то есть они не могут выбираться произвольно: между компонентами деформации должна существовать определённая взаимосвязь. Для того чтобы установить её, продифференцируем дважды первое из уравнений (3.15) по  $y$ , второе по  $x$ , а третье один раз по  $x$ , а второй - по  $y$  и получим следующее выражение:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (3.17)$$

Дифференциальное соотношение (3.17) называется **уравнением совместности деформаций**. Оно должно удовлетворяться при подстановке компонентов деформаций, чтобы обеспечить существование функций  $u$  и  $v$ , связанных с компонентами деформаций уравнениями (3.15).

Физически условие совместности деформаций можно объяснить следующим образом. Если прямоугольную пластину условно разделить на маленькие прямоугольники линиями, параллельными его сторонам, а потом деформировать её и зафиксировать эти деформации, то, вырезав затем маленькие деформированные прямоугольники, сложить их обратно можно только зная зависимость, согласно которой деформации передаются от одного прямоугольника к смежному с ним. Эта зависимость и есть условие совместности деформаций.

Используя соотношения закона Гука для исследуемого вида плоского состояния, условие совместности может быть переписано в напряжениях. С незначительной погрешностью и для плоской деформации, и для плоского напряжённого состояния уравнение совместности, выраженное через компоненты напряжений, при отсутствии массовых сил или их постоянстве имеет вид

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0, \quad (3.18)$$

где  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  - оператор Лапласа.

В полярной системе координат уравнение совместности может быть записано следующим образом:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} \right) (\sigma_r + \sigma_\theta) = 0. \quad (3.19)$$

Можно показать, что в случае полярно-симметричной расчётной схемы уравнения (3.18) и (3.19) сводятся к простому выражению

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_r + \sigma_\theta = 2p,$$

где  $p$  - интенсивность внешней нагрузки.

Уравнения равновесия и совместности деформаций позволяют решить задачу об определении компонентов поля напряжений в замкнутом виде.

Интересно отметить, что полученные уравнения не содержат механических характеристик материала. Это значит, что распределение

напряжений в любых объектах, если форма их и внешние усилия совпадают, одинаковы для любых изотропных материалов. Данное заключение обладает большой важностью. Как будет показано далее, для некоторых прозрачных материалов, таких как целлулоид, агар-агар, желатин и др., напряжения можно определить экспериментально, используя поляризованный свет, а затем переносить полученные результаты на такие же по форме объекты, но сделанные из другого материала, например, стали, горной породы и т.п.

*Контрольные вопросы и задания.*

1. Что такое элементарный объем горной породы?
2. Дайте определение нетронутого массива горных пород.
3. Охарактеризуйте напряжённое состояние нетронутого массива горных пород.
4. Запишите уравнение равновесия для двухмерной плоской задачи.
5. Запишите уравнение совместности деформаций.

#### **Тема 4. Напряжённо-деформированное состояние породных массивов в окрестности горизонтальных одиночных выработок.**

##### **Начальное напряжённое состояние связных и сыпучих породных массивов. Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругая задача). Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругопластическая задача).**

Современное состояние научных знаний о напряжённо-деформированного состояния (НДС) вмещающего очистную выработку горного массива во многом предопределено работами Ардашева К.А., Амусина Б.З., Борисова А.А., Бурчакова А.С., Глушко В.Т., Грядущего Б.А., Жукова В.В., Зборщика М.П., Зорина А.Н., Картозия Б.А., Колоколова О.В., Либермана Ю.М., Назимко В.В., Руппенеита К.В., Черняка И.Л., Шемякина Е.И. и др. Известны исследования, посвящённые исследованиям НДС пород вблизи очистных выработок, где породный массив рассмотрен как пластина с постоянной жёсткостью и однородными граничными условиями под действием равномерно распределённой нагрузки, а решение дифференциального уравнения выполнено методом сеток. При этом принятые граничные условия и допущения не адекватны условиям формирования параметров полостей в реальных условиях.

Другие математические модели были разработаны для расчёта крепей очистных выработок, их реализация сводилась к определению действующих на крепь усилий (напряжений) и сопутствующих им деформаций. Они не описывают НДС пород кровли пласта, находящихся в выработанном пространстве. Как правило, в этих моделях рассмотрена плоская задача, характерная для наиболее нагруженного нормальными усилиями среднего участка лавы. Краевые части, где нагрузка распределена как на призабойную, так и околоштрековую области, этим моделям не соответствуют. Поэтому в целях прогнозирования параметров пожароопасных зон (полостей) возникла необходимость разработки соответствующей математической модели.

До начала ведения горных работ породный массив находится в напряжённом состоянии, которое в механике горных пород принято называть начальным. В этом состоит отличие задач, решаемых в геомеханике, от задач, рассматриваемых в механике деформированных сред, где обычно полагается, что изначально исследуемый объект не напряжён. Задача оценки начального напряжённого состояния достаточно сложна. Определённые теоретическим путём компоненты напряжений невозможно проверить экспериментально, не нарушая целостности породного массива. Обширные исследования в этом направлении обобщены в монографии Г.А. Крупенникова и др.

##### **Начальное напряжённое состояние связных породных массивов**

Основным, или первичным, фактором, благодаря которому создаётся начальное поле напряжений, являются силы гравитации. Кроме этого параметры начального поля напряжений зависят от ряда вторичных факторов, таких как температурное поле, неотектонические процессы, рельеф земной поверхности, космические силы и т.п. При этом может случиться так, что

влияние вторичных факторов превысит влияние первичных. Для равнинных месторождений, расположенных вне влияния горных массивов и на достаточном удалении от краёв литосферных плит, влияние вторичных факторов достаточно мало и можно принять, что начальное поле напряжений создаётся благодаря наличию сил гравитации.

Существует много гипотез, служащих основанием для определения компонентов начального поля напряжения. Наибольшее распространение из них получила гипотеза академика А.Н. Динника[1]. Суть её заключается в следующем.

Рассматривают достаточно малый объём горного массива в форме куба со стороной, равной единице, находящейся на глубине  $H$  от поверхности земли (рисунок 4.1).

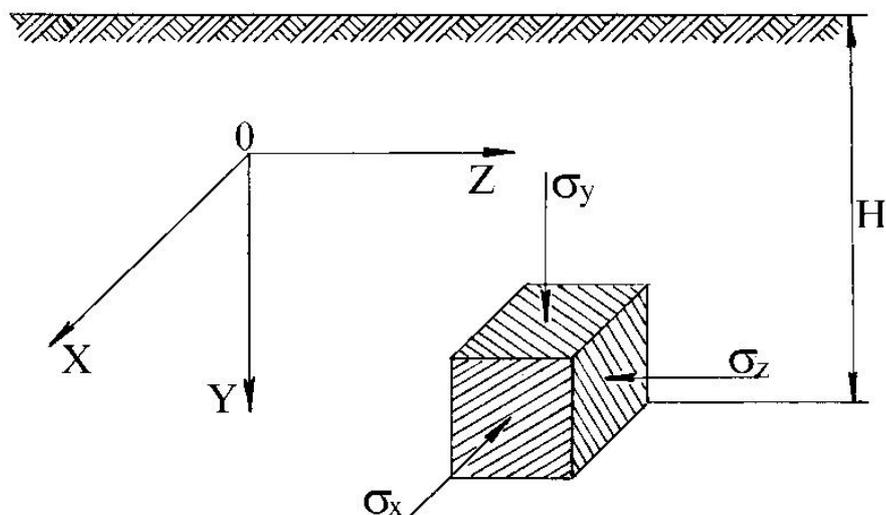


Рисунок 1.1 – Расчётная схема к определению начального напряжённого состояния породного массива.

Объёмный вес пород, залегающих выше, равен  $\gamma$ .

Напряжённое состояние считается установленным, если известны его компоненты в каждой точке исследуемой области.

Для объёмного напряжённого состояния, в котором находится любая точка породного массива, справедливы соотношения обобщённого закона Гука, в соответствии с которым горизонтальная деформация определится выражением

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z) \right], \quad (4.1)$$

где  $E$ ,  $\mu$  - соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона горных пород.

В соответствии с гипотезой А.Н. Динника полагают, что в условиях стеснённого сжатия горизонтальные деформации  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  равны нулю. Исходя из этого, получим:

$$\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z) = 0. \quad (4.2)$$

Поскольку оси координат выбраны произвольно, то для однородного изотропного массива можно, очевидно, положить что  $\varepsilon_x = \varepsilon_z$  и  $\sigma_x = \sigma_z$ , кроме

того  $\sigma_y = \gamma H$ . Тогда, на основе выражения (4.2) получили следующую зависимость:

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H. \quad (4.3)$$

Напряжённое состояние нетронутого массива определено. Из (4.3) следует, что в упругом массиве горизонтальные и вертикальные напряжения связаны соотношением:  $\sigma_x = \sigma_z = \lambda \gamma H$ , где  $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$ .

Величина  $\lambda$  называется коэффициентом бокового распора или коэффициентом Динника.

Коэффициент Пуассона для твёрдых горных пород колеблется в пределах 0,15...0,30. В соответствии с этим коэффициент бокового распора равен 0,2...0,45.

Напряжения в толще земной коры сформировались миллионы лет назад. Многие исследователи вполне обоснованно полагают, что за геологическое время напряжения в породном массиве выровнялись (релаксировали), т.е.  $\sigma_z = \sigma_x = \sigma_y$ . Такое напряжённое состояние называется гидростатическим.

Инструментальные измерения применительно к условиям пологозалегающих месторождений осадочного происхождения подтвердили эту гипотезу.

Таким образом, можно полагать, что на равнинных месторождениях при отсутствии влияния неотектонических процессов напряжённое состояние близко к гидростатическому. В других же случаях оно является неравнокомпонентным, причём соотношение между горизонтальной и вертикальной составляющими могут быть больше единицы.

Полная же задача о естественном напряжённом состоянии породного массива чрезвычайно сложна, а решения её - многозначны. Сложность задачи определяется многочисленностью факторов, влияющих на НДС земной коры, степень и характер влияния которых изучены недостаточно, а многозначность решений следует уже из того, что в силу внутренних и внешних воздействий земная кора подвержена постоянным деформациям и в ней всегда имеются остаточные или начальные напряжения.

Эту многозначность С.Г. Михлин\* выразил уравнением:

$$\sigma_x = a\sigma_z + b, \quad (4.4)$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$  – соответственно тангенциальная (горизонтальная) и радиальная компоненты напряжений;  $a$ ,  $b$  — произвольные постоянные (не имеющая размерности -  $a$  и имеющая размерность напряжений -  $b$ ).

---

\* Анализ, указанных ниже работ приведён в книге А.Н. Шашенко «Геомеханика» [2].

В горном деле до недавнего времени господствовали две гипотезы о напряжённом состоянии не тронутого горными работами массива горных пород: о гидростатическом и негидростатическом распределении напряжений.

При этом согласно предположению о гидростатическом распределении напряжений  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $\sigma_z = \gamma z$ , а согласно предположению о негидростатическом  $a = \frac{\mu}{1-\mu}$ ,  $b = 0$ ,  $\sigma_z = \gamma z$ .

С.А. Христианович на основе исследований механизма гидроразрыва пластов впервые указал на несоответствие распространённых тогда в геомеханике представлений о напряжённом состоянии не тронутого горными работами массива фактическому полю напряжений.

В последующем, в бывшем СССР проведена огромная работа по совершенствованию методов и средств изучения напряжённого состояния земной коры: в горных выработках - методами разгрузки, в геологических структурах - методами восстановления полей напряжений по элементам залегания трещин и разломов, в очагах землетрясений - по данным сейсмических наблюдений, в сейсмоактивных регионах страны - по данным новейших и современных движений земной коры. Во многих районах страны (Кольский полуостров, Кривой Рог, Донбасс, Урал, Норильск, Кузбасс, Алтай, Средняя Азия и др.) проведено качественное и количественное сравнение полей напряжений, полученных разными методами. Результаты этих исследований нашли отражение в ряде работ.

Одновременно обширные исследования естественных полей напряжений были выполнены зарубежными учёными в Австрии, Норвегии, Швеции, Финляндии, Канаде, США, ЮАР и в других странах. Накопленные за последние 10 лет статистические материалы о естественном поле напряжений подтверждают основные статистические особенности о распределении напряжений в верхней части земной коры:

- гипотезе о гидростатическом напряжённом состоянии нетронутого массива пород соответствуют менее 25% всех измерений;
- гипотезе А.Н. Динника соответствуют около 25% всех измерений (включая и случаи с  $\mu = 0,5$ );
- около 75% всех измерений дают неравные горизонтальные напряжения и отношение  $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  достигает порядка 5...6 и более;
- свыше 75% всех измерений свидетельствуют о том, что горизонтальные напряжения больше вертикальных в 1,5...6 раз;
- минимальное сжимающее напряжение в 60% случаев меньше  $\gamma H$ , что совпадает с обобщёнными статистическими данными о критических давлениях при гидроразрыве пластов;
- максимальное сжимающее напряжение в 89% случаев ориентировано почти горизонтально и вкрест простирания основных

геологических структур ( $\pm 30^\circ$ );

- вертикально ориентировано или  $\sigma_2$  (~50% случаев), или  $\sigma_3$  (~30%);
- ориентировки главных напряжений, найденные по данным методов разгрузки и восстановления по трещиноватости, в среднем совпадают (в пределах точности и степени локальной неоднородности полей напряжений), что свидетельствует об унаследованности полей тектонических напряжений.

Наличие системной трещиноватости уже само по себе не соответствует ни одной из гипотез о напряжённом состоянии массива пород, построенных только на учёте веса пород, а наличие планетарных систем трещин и длительная унаследованность ориентировки тектонических полей напряжений свидетельствуют о глобальных факторах, оказывающих влияние на формирование поля напряжений в земной коре. В то же время наблюдающаяся неоднородность поля напряжений по ориентировке и интенсивности указывает на преобладание региональных факторов.

### **Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругая задача).**

Рассмотрена длинная горизонтальная выработка, пройденная в однородном и изотропном породном массиве на глубине  $H$  от поверхности. Поперечное сечение выработки имеет круговое очертание с радиусом  $R_0$ . Объёмный вес вмещающих пород -  $\gamma$ . К контуру выработки приложена распределённая нагрузка  $p_0$ , равная отпору крепи.

Считают, что уровень напряжений в породном массиве зависит только от величин  $H$  и  $\gamma$  и не превосходит прочности горных пород, т.е. напряжения и деформации являются упругими. Физической моделью такой породной среды является модель Гука.

Полагают, что фактическое влияние выработки на породный массив является локальным. Кроме того, С.Г. Михлиным доказано, что в том случае, если глубина заложения выработки  $H$  превышает  $10R_0$ , собственный вес горных пород можно не учитывать, а его действие следует заменить, приложив распределённую нагрузку интенсивностью  $\gamma H$  к границам исследуемой невесомой области.

Поскольку рассматривается длинная выработка, то задача определения компонентов напряжений в произвольном, достаточно удалённом от краёв, сечении сводится к типу рассмотренных выше задач с плоской деформацией. Расчётная схема к решению задачи показана на рисунке 4.2.

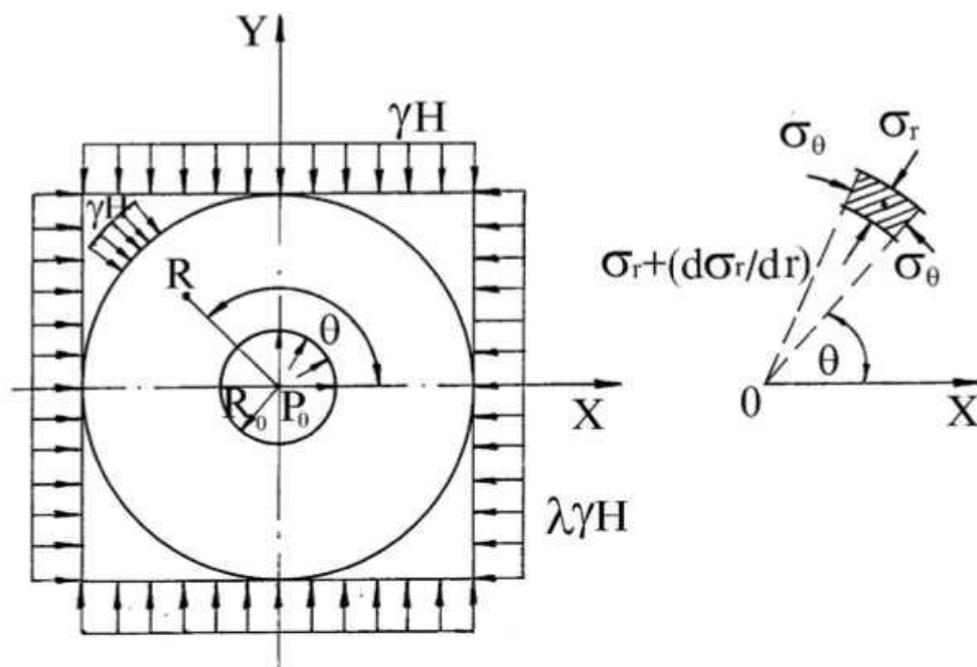


Рисунок 4.2 – Расчётная схема к определению напряжений в окрестности горизонтальной выработки.

Предполагают, что начальное поле напряжений является гидростатическим, т.е.  $\lambda=1$ . В таком случае рассматриваемая задача является полярно-симметричной, в которой все геометрические параметры и силовые элементы зависят только от радиуса  $R$  и не зависят от полярного угла  $\theta$ .

Условие равновесия имеет вид:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0, \quad (4.5)$$

где  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$  - тангенциальный и радиальный компоненты напряжений;

$r = \frac{R}{R_0}$  - безразмерный радиус, играющий роль единственной переменной системы координат.

Уравнение (4.5) содержит две неизвестные величины -  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_r$ , т.е. задача определения напряжений является статически неопределимой.

Вводится в рассмотрение условие совместности деформаций, которое применительно к рассматриваемой частной задаче будет иметь вид:

$$\sigma_\theta + \sigma_r = 2\gamma H. \quad (4.6)$$

Определив из (4.6)  $\sigma_\theta$  и подставив это выражение в (4.5), получили дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - 2 \frac{\gamma H - \sigma_r}{r} = 0,$$

которое после разделения переменных примет вид

$$\frac{d(\gamma H - \sigma_r)}{\gamma H - \sigma_r} + \frac{dr}{r} = 0. \quad (4.7)$$

при

$$\sigma_r = \gamma H \text{ при } r \rightarrow \infty \quad (4.8)$$

$$\sigma_r = p_0 \text{ при } r \rightarrow 1 \quad (4.9)$$

решение уравнения (4.7) следующее:

$$\sigma_r = \gamma H - \frac{\gamma H - p_0}{r^2}, \quad \sigma_\theta = \gamma H + \frac{\gamma H - p_0}{r^2}, \quad (4.10)$$

или

$$\sigma_r = \gamma H \left( 1 - \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma H}}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta = \gamma H \left( 1 + \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma H}}{r^2} \right). \quad (4.11)$$

В уравнениях (4.11) величина  $\frac{p_0}{\gamma H}$  при достаточно большой глубине заложения выработки близка к нулю и ею можно пренебречь, тогда получили следующие выражения:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \gamma H \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta &= \gamma H \left( 1 + \frac{1}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Уравнения (4.10) и (4.12) в точности соответствуют решению Ламе для определения напряжений в толстостенной трубе, нагруженной внешним и внутренним давлением.

Распределение напряжений вокруг выработки показано на рисунке 4.3.

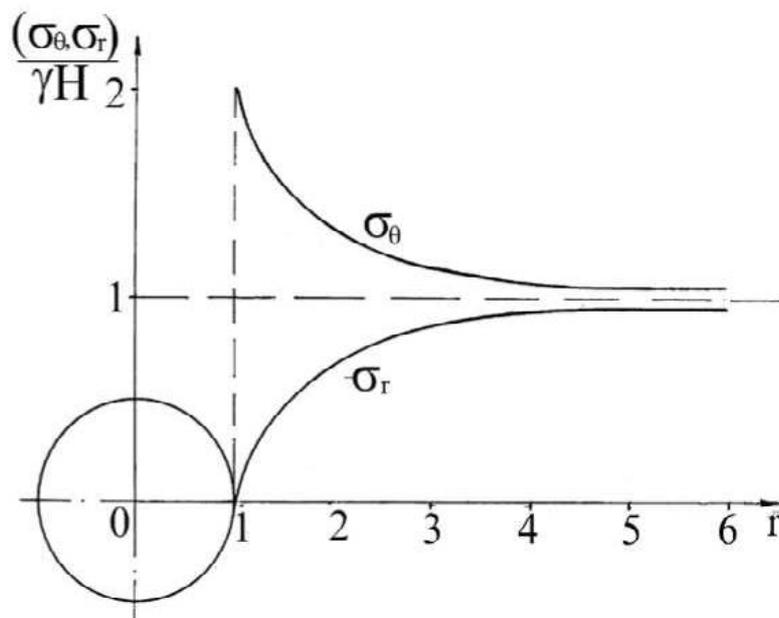


Рисунок 4.3 - Распределение напряжений вокруг выработки в упругом массиве.

Отсюда следует, что на контуре выработки при  $p = 0$  имеет место одноосное напряжённое состояние:

$$\sigma_r = 0, \quad \sigma_\theta = 2\gamma H$$

Условие прочности для породного массива в этом случае

$$R_C > 2\gamma H$$

из которого можно найти предельную глубину, при которой выработка будет сохранять устойчивое состояние:

$$H_{np} = \frac{R_C k_C}{2\gamma}$$

Условие прочности для породного массива в этом случае:

$$R_C > 2\gamma H$$

из которого можно найти предельную глубину, при которой выработка будет сохранять устойчивое состояние:

$$H_{np} = \frac{R_C k_C}{2\gamma}$$

Здесь  $k_C$  - коэффициент структурного ослабления массива.

Возмущающее влияние выработки на породный массив носит локальный (местный) характер, и на расстоянии (5...6)  $R_0$  от контура напряжения в массиве незначительно отличаются от их начальных значений.

### **Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругопластическая задача)**

Рассматривают протяжённую горизонтальную выработку кругового очертания, пройденную на глубине  $H$  от земной поверхности в однородном изотропном породном массиве с плотностью  $\gamma$ . Уровень напряжений, действующих вокруг выработки таков, что окружающие её породы разрушены (пластически деформированы), т.е.  $H > H_{np}$ . Вследствие этого выработка имеет замкнутую зону неупругих деформаций с радиусом  $R_L$ . Контур  $L$  разделяет область неупругих и упругих деформаций (рисунок 4.4).

К поверхности выработки приложена равномерно распределённая нагрузка  $p_0$ , равная отпору крепи. Начальное поле напряжений в породном массиве полагаем гидростатическим, т.е.  $\lambda = 1$ . Действующая нагрузка  $\gamma H$  приложена к внешней границе рассматриваемой области на расстоянии, примерно,  $10R_0$ . Рассматривается полярно-симметричная задача с плоской деформацией. Необходимо определить в полярной системе координат компоненты напряжений  $\sigma'_r$  и  $\sigma'_\theta$  в пластической области и  $\sigma''_r$  и  $\sigma''_\theta$  в упругой области породного массива, а также радиус области неупругих деформаций  $R_L$ .

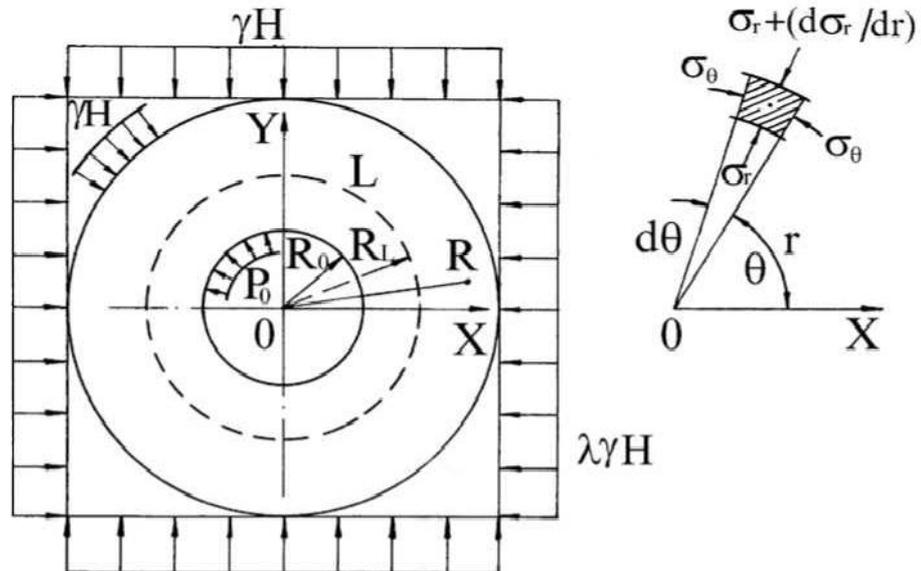


Рисунок 4.4 - Расчётная схема к решению задачи об упругопластическом распределении напряжений вокруг горизонтальной выработки.

Уравнение равновесия для пластической области имеет вид:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} - \frac{\sigma'_\theta - \sigma'_r}{r} = 0, \quad (4.15)$$

где  $r = \frac{R}{R_0}$  - безразмерная переменная в полярной системе координат.

Условие прочности принимают в следующей форме:

$$\frac{(\sigma'_\theta - \sigma'_r)^2}{\sigma'_r + \sigma'_r} = R_c k_c. \quad (4.16)$$

Учитывая, что сплошность породной среды сохраняется и для пластической области, условие неразрывности деформаций для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$\sigma'_\theta + \sigma'_r = 2\gamma H. \quad (4.17)$$

С учётом (4.17) условие прочности (4.16) примет вид:

$$\sigma'_\theta - \sigma'_r = \sqrt{2\gamma H R_c k_c} = 2k. \quad (4.18)$$

Из (4.18) получено:

$$\sigma'_\theta = 2k + \sigma'_r. \quad (4.19)$$

Подставив (4.19) в (4.17), получаем уравнение равновесия, содержащее одну переменную:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} - \frac{2k}{r} = 0. \quad (4.20)$$

Окончательно решение этого уравнения:

$$\sigma'_r = p_0 + 2k \ln r, \quad (4.21)$$

$$\sigma_{\theta}' = p_0 + 2k(\ln r + 1). \quad (4.22)$$

В упругой области уравнения равновесия и совместности деформаций имеют вид:

$$\frac{d\sigma_r''}{dr} - \frac{\sigma_{\theta}'' - \sigma_r''}{r} = 0, \quad (4.23)$$

$$\sigma_{\theta}'' + \sigma_r'' = 2\gamma H. \quad (4.24)$$

Тогда уравнение равновесия примет вид:

$$\frac{d(\gamma H - \sigma_r'')}{\gamma H - \sigma_r''} + 2\frac{dr}{r} = 0, \quad (4.25)$$

решая которое, получим:

$$\sigma_r'' = \gamma H \left( 1 - \frac{r_L^2}{r^2} \right) + \frac{r_L^2}{r^2} (p_0 + 2k \ln r_L), \quad (4.26)$$

$$\sigma_{\theta}'' = \gamma H \left( 1 + \frac{r_L^2}{r^2} \right) + \frac{r_L^2}{r^2} (p_0 + 2k \ln r_L). \quad (4.27)$$

Величина  $p_0 \ll 2k$  и ею можно пренебречь без особого ущерба для точности вычислений. Тогда эти выражения примут вид:

$$\sigma_r'' = \gamma H \left( 1 - \frac{r_L^2}{r^2} \right) + 2k \ln r_L \frac{r_L^2}{r^2}, \quad (4.28)$$

$$\sigma_{\theta}'' = \gamma H \left( 1 + \frac{r_L^2}{r^2} \right) + 2k \ln r_L \frac{r_L^2}{r^2}. \quad (4.29)$$

Радиус зоны неупругих деформаций определён из условия равенства тангенциальных напряжений на контуре  $L$ :

$$\sigma_{\theta}'' = \sigma_{\theta}' \text{ при } r = r_L,$$

где

$$r_L = \exp \left( \sqrt{\frac{\gamma H}{2R_c k_c}} - 0,5 \right). \quad (4.30)$$

Вид эпюр напряжений, действующих вокруг выработки в случае образования зоны неупругих деформаций, приведён на рисунке 4.5.

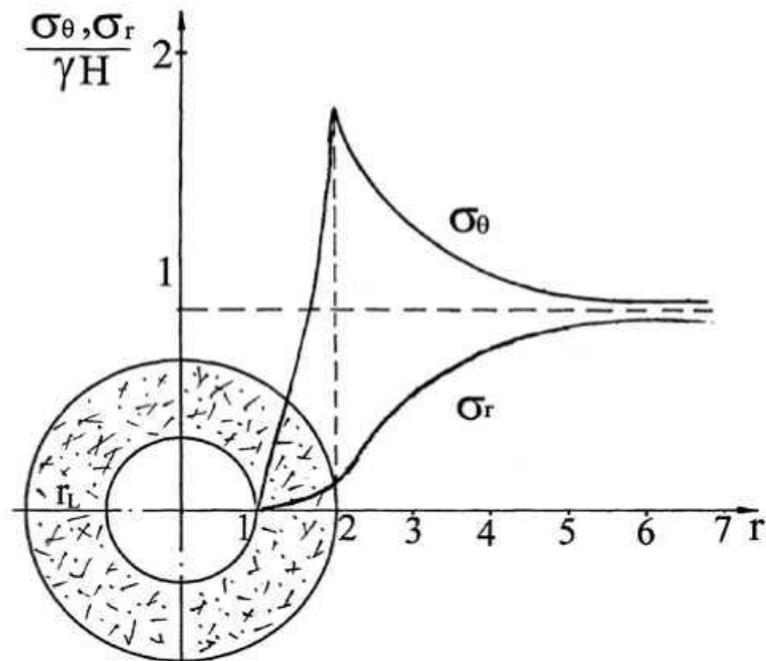


Рисунок 4.5 – Распределение напряжений вокруг выработки при образовании зоны неупругих деформаций.

Анализ результатов показывает, что образование области пластических деформаций приводит к снижению уровня напряжений у контура выработки по сравнению с решением упругой задачи. Максимум напряжений перемещается вглубь массива к границе раздела упругой и неупругой областей.

Отпор крепи оказывает несущественное влияние на абсолютную величину напряжений. В этой связи делают вывод о том, что прямое увеличение несущей способности крепи не приведёт к существенному улучшению геомеханической ситуации в выработке.

Зависимость безразмерного радиуса зоны неупругих деформаций  $r_L$  от величины геомеханического показателя условий заложения выработки

$$U = \frac{R_c k_c}{\gamma H} \quad (0 < U \leq 1) \text{ показана на рисунке 4.6.}$$

Там же приведены результаты измерений величины  $r_L$  в натуральных условиях, выполненные Ю.З. Заславским, В.Т. Глушко и Н.Н. Костомаровым. Очевидно, достаточно близкое совпадение аналитических и натуральных измерений, что говорит о правильных исходных предпосылках к решению задачи.

А.Н. Роечко были собраны и обобщены данные об объёмах ремонтных работ в протяжённых выработках в зависимости от величины геомеханического показателя  $U$ . Результаты обобщений приведены на рисунке 4.7.

Сравнивая рисунок 4.6 и рисунок 4.7, можно заметить, что состояние выработок и зависящие от этого объёмы ремонтных работ практически прямо пропорциональны размеру области неупругих деформаций. В этой связи изучение путей воздействия на породный массив с целью уменьшения зоны

неупругих деформаций является важной научной и технической задачей.

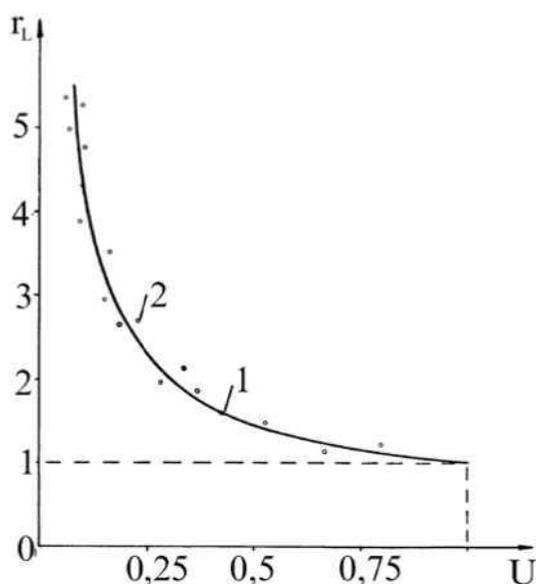


Рисунок 4.6 – Размеры зоны неупругих деформаций в зависимости от геомеханического показателя условий заложения выработки: 1 - теоретическая кривая; 2 - данные натурных измерений.

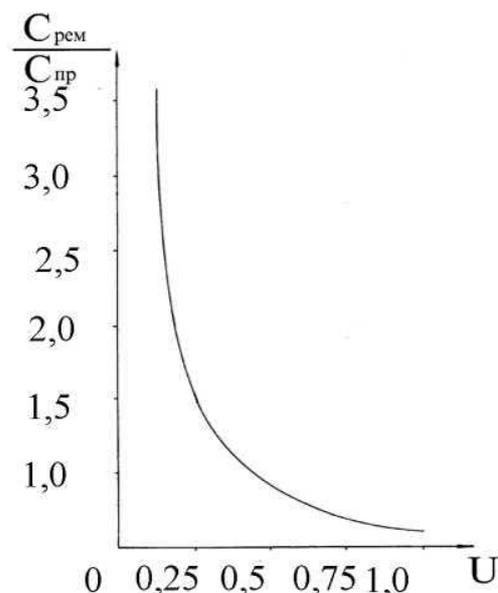


Рисунок 4.7 – Зависимость стоимости поддержания 1 п. м. выработок  $\frac{C_{рем}}{C_{пр}}$  от комплексного показателя устойчивости  $U$ .

#### Контрольные вопросы и задания.

1. Запишите уравнения, характеризующие начальное напряжённое состояние массива горных пород согласно гипотезе А.Н. Динника.
2. Приведите расчётную схему к определению напряжений в окрестности горизонтальной выработки (упругая задача).
3. Приведите уравнения для расчёта радиальной и тангенциальной компоненты напряжений.
4. Приведите график распределения радиальной и тангенциальной компоненты напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругая задача).
5. Запишите формулу для определения предельной глубины расположения горизонтальной выработки.
6. Приведите расчётную схему к решению задачи об упругопластическом распределении напряжений вокруг горизонтальной выработки.
7. Приведите график распределения радиальной и тангенциальной компоненты напряжений вокруг горизонтальной выработки при образовании зоны неупругих деформаций.
8. В чем отличие распределения напряжений вокруг горизонтальной выработки при упругих деформациях на её контуре и при образовании зоны неупругих деформаций?

## Тема 5. Динамические проявления горного давления.

### **Внезапные выбросы угля, породы и газа в подземных выработках. Физические и структурные особенности системы «уголь-метан». Теория газодинамических явлений. Способы предотвращения и методы прогноза. Методы прогноза газодинамических явлений.**

Большой объем микропор в каменных углях является естественным резервуаром для различных газов. Высокое значение величины теплоты сорбции метана, при небольших равновесных концентрациях его, позволяет объяснить высокую метаноёмкость угольных пластов.

*Газоносность* или *газонасыщенность* - количество газов, содержащихся в массовой или объёмной единице горной породы в виде свободных и сорбированных газов. Обычно газоносность измеряется в м<sup>3</sup>/т или м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>. Различают газоносность потенциальную, природную и остаточную.

*Потенциальная газоносность* определяется, исходя из изменения газоёмкости породы в лабораторных условиях в зависимости от давления газов, температуры, влажности породы, наличия внешнего давления и др.

*Природная газоносность* определяется прямым методом, т.е. путём отбора образцов кернагазозаборниками с сохранением выделившихся из кернов газов и дальнейшего его извлечения при увеличивающейся температуре, применения вакуума и при измельчении породы. Природная газоносность на современных глубинах разработки угольных пластов составляет в среднем 12-17 м<sup>3</sup>/т, а в отдельных случаях - 80 м<sup>3</sup>/т.

*Остаточная газоносность* определяется путём отбора образцов непосредственно в шахте из глубины массива в месте обнажения пласта, на выходе очистного забоя или выработок выемочного поля и дальнейшей их дегазации в лабораторных условиях. Например, остаточная метаноёмкость угля различна и зависит от степени метаморфизма угля, колеблясь в пределах 1,7 - 12 м<sup>3</sup>/т для углей Донбасса.

*Газообильность* - количество газа, выделившегося в горные выработки на единицу объёма или веса добытого угля. Газообильность подразделяют на *абсолютную* - дебит газа в единицу времени (м<sup>3</sup>/мин или м<sup>3</sup>/сутки) и *относительную* - количество газа, выделившегося за определённое время и отнесённого к единице массы (или объёма) угля, породы или руды, добытых за этот же период времени. Измеряется относительная газообильность выработки в м<sup>3</sup>/т или м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>.

По газообильности угольные пласты подразделяют на четыре категории: **I** категория - до 5 м<sup>3</sup> метана на одну тонну добытого угля, **II** категория 5 - 10 м<sup>3</sup>/т, **III** категория 10 - 15 м<sup>3</sup>/т и **IV** категория (сверхкатегорийные пласты) - более 15 м<sup>3</sup>/т. С углублением горных работ количество метана, выделяющегося из угольных пластов, увеличивается.

Средние значения сорбционной метаноёмкости проб из углей Донбасса и других месторождений в пределах одного и того же пласта, но из разных пачек и в различных участках значительно отличаются, иногда даже более чем на 100%. На тонких пластах Донбасса равновесная сорбционная

метаноёмкость незначительно изменяется как по простиранию, так и по падению, если уголь пласта однороден по петрографическому составу, содержанию органической массы и выходу летучих. Закономерная зависимость сорбционной метаноёмкости углей от их петрографических особенностей наиболее чётко проявляется при высоких давлениях метана (по разным оценкам до  $50 \cdot 10^5$  Па), т.е. при условиях, характерных для газоносных, в том числе и выбросоопасных угольных пластов.

Содержание газа в углях складывается из двух составляющих: сорбированного газа, связанного с углём сорбционными силами, и свободного газа, заполняющего поры и трещины. Чтобы получить полный фильтрующий объем пустот в угле, следует суммировать объем пор, полученный методом ртутной порометрии, и объем трещин (трещинную ёмкость), полученный при исследовании аншлифов (*анишлиф* - препарат для петрографических исследований в отражённом свете с использованием рудного микроскопа). Среднее значение фильтрующих пустот для углей различных степеней нарушенности определяет количество свободного газа в угле при давлении газа, равном атмосферному. Объём пустот возрастает с увеличением степени нарушенности угля. Если учесть, что газопроницаемость при возрастании нарушенности структуры изменяется в обратном направлении, то вблизи забоя угли могут сохранять в несколько раз большее количество свободного газа, чем ненарушенные.

На выбросоопасных пластах в качестве основной, а в некоторых случаях и единственной меры, обеспечивающей безопасность рабочих при выемке угля в нишах и проходке подготовительных выработок являются взрывные работы по углю в режиме сотрясательного взрывания. Этот метод обеспечивает отбойку угля на заданную величину отхода забоя и безопасную последующую уборку отбитой горной массы. Однако эти взрывные работы часто вызывают спровоцированные выбросы угля и газа. Например, только на шахте им. А.А. Скочинского (ГХК «Донуголь») с начала её строительства произошло 4673 (на 01.07.99 г) таких выброса, в том числе 1059 по углю интенсивностью до 2000 т и с выделением до 130000 м<sup>3</sup> газа. Загазирование выработок после выбросов угля, создаёт крайне взрывоопасную ситуацию. На той же шахте им. А.А. Скочинского после взрывных работ в режиме сотрясательного взрывания произошло 4 взрыва метана, три из них с тяжёлыми последствиями. Все они произошли непосредственно при взрывных работах или после них при обследовании забоев и при их разгазировании.

Таким образом, уход от выброса не означает ликвидацию опасности, поскольку создаётся ситуация, которая, как правило, характеризуется более опасным поражающим человека фактором - загазованностью выработок на большом протяжении, с высокой запылённостью продуктами спровоцированного выброса угля и газа. Несмотря на крайне высокую степень осторожности при выполнении всех требований по разгазированию выработок, все же остаётся непредвиденный факт случайности, который приводит зачастую к трагическим последствиям.

По определению *внезапный выброс угля и газа* - самопроизвольное мгновенное разрушение части угольного пласта вблизи забоя горной выработки, сопровождающееся отбросом угля, усиленным газовыделением, которое происходит при резком изменении напряжённого состояния насыщенного газом угля или в результате сброса давления газа на плоскости забоя. Склонность угольного пласта, соли или породы (зоны участка), шахтопласта, вмещающих пород, месторождения в целом к внезапным выбросам угля, соли или породы и газа называют *выбросоопасностью*. Это свойство устанавливают на основании статистических исследований частоты и тяжести внезапных выбросов на действующих шахтах или на основании прогноза выбросоопасности.

Внезапные выбросы в большинстве случаев происходят в пластах, сложенных полностью или частично углём высокой степени нарушенности. Поэтому при установлении особенностей углей, опасных по внезапным выбросам, рассматривают структуру тектонически нарушенных углей. Важная особенность углей нарушенной структуры - сильное измельчение и повышенная скорость выделения газа из диспергированного угля.

Угли нарушенной структуры вблизи выработки представляют собой систему, отличающуюся малой прочностью, большим содержанием свободного газа и большой скоростью выхода газа из сорбированного состояния.

Пласты, склонные к внезапным выбросам, отличаются особенной структурой, характеризующейся сложностью строения и мощностью пласта. По мнению некоторых исследователей, изменчивость структуры и мощности пласта и отдельных пачек приводит к внезапным и резким изменениям напряжённого состояния угольного пласта и содержания газа в свободном состоянии.

Внезапный выброс условно разделяют на три фазы.

1 - внезапное разрушение и сдвигание угля (происходит без больших затрат энергии и в тех случаях, если угольный пласт не имеет сложного строения, но состоит из угля высокой степени нарушенности).

2 - отброс угля от поверхности забоя в выработку (этому способствует большое количество выделяющегося под давлением газа). Малая газопроницаемость этих углей приводит к тому, что скорость разрушения и сдвигания угля в начальной фазе превышает скорость падения давления газа в фильтрующем объёме пор и трещин.

3 - повышенная скорость выделения газа из углей облегчает образование потока угля, взвешенного в газе.

Угли из опасных по внезапным выбросам пластов практически не отличаются по газоёмкости от углей из неопасных пластов, но характеризуются повышенной скоростью десорбции газа. Это свойство углей является следствием повышенной нарушенности их структуры. Чем больше нарушен уголь, тем быстрее десорбируется из него газ - повышенная газоотдача углей, опасных по внезапным выбросам, объясняется нарушенностью их структуры. Следовательно, при прогнозе газовыделения

следует учитывать двойное влияние степени нарушенности угля. Во-первых, чем больше нарушен уголь, тем выше коэффициент диффузии газа и тем быстрее наступает истечение частиц, во-вторых, чем больше нарушен уголь, тем больше образуется при его разрушении мелких частиц, из которых особенно бурно выделяется газ.

Процесс газовыделения во времени условно можно разделить на три фазы: 1 - фаза начального газовыделения характеризуется ускорением процесса; затем через некоторое время она переходит во 2-ю фазу газовыделения, характеризующуюся постоянной скоростью; по мере выхода газа с ростом времени этот процесс переходит в 3-ю фазу, так называемую фазу истощения, которая характеризуется быстрым затуханием процесса выделения газа и его окончанием.

Газ в углях содержится в трещинах, макропорах, микропорах - в свободном виде и адсорбированном поверхностью частиц угля; в микропорах, имеющих радиус соизмеримый с размерами молекул, - только в адсорбированном состоянии; в структуре органической массы угля (ОМУ) - в виде раствора, т.е. отдельных молекул или групп молекул, заполняющих дефекты строения ОМУ. А.Д. Алексеев с соавт. (1983) установил, что в метанонасыщенном угле существует область структуры, которая по своим физикохимическим свойствам представляет собой однофазную систему твёрдого раствора. Молекулы растворенного метана занимают в угле внутримолекулярные вакансии его органической структуры, которые находятся в бахроне микрокристаллитов. Пересыщение раствора газа в угле, наступает в случае, когда количество газа, фактически содержащееся, превышает то количество, которое соответствует адсорбционной изотерме при данном давлении.

Анализом статистического материала по газодинамическим явлениям, зафиксированным в Донбассе в течение 60 лет, в частности, определена периодичность выбросов в течение года (максимумы весной и осенью) и в периоды солнечной активности (при минимуме активности Солнца в максимальной степени проявляются выбросы). Установлена статистическая связь количества выбросов угля и газа со степенью углефикации, представленная на рисунке 5.1. Видно, что максимальное количество выбросов приходится на угли марок Ж, К и ОС, т.е. на угли средней стадии углефикации. Аномалия по количеству выбросов углей марки А<sub>10</sub> (и для остальных антрацитов) связана с выбросами породы.

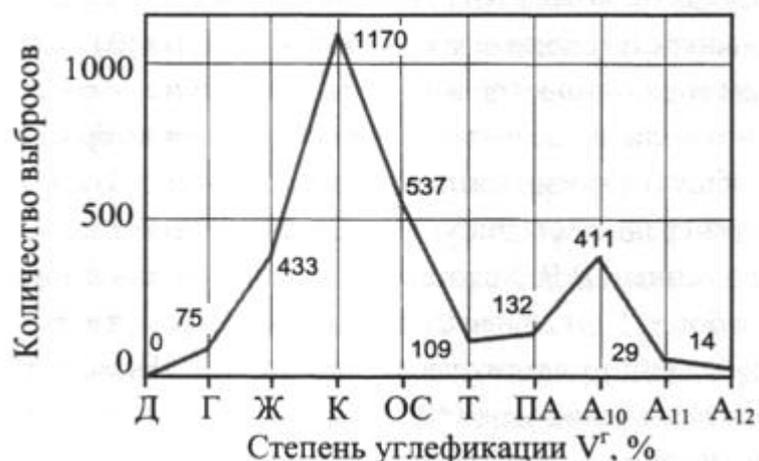


Рисунок 5.1 - Статистическая связь количества выбросов угля, породы и газа со степенью углефикации каменных углей.

### Теории газодинамических явлений.

Современные представления о механизмах газодинамических явлений все ещё носят дискуссионный характер и не имеют строго обоснованных физико-математических моделей механизмов образования и накопления газа в период формирования выбросоопасного состояния угольного вещества. На основании результатов многочисленных исследований в течение всей истории наблюдений за внезапными выбросами (более 150 лет) были предложены различные гипотезы и теории выбросов. До сих пор обсуждаются вероятные причины формирования выбросоопасного состояния и особенности физических условий, обуславливающих процесс такого формирования.

В исследованиях природы внезапных выбросов большое внимание уделялось газу как основному фактору, ответственному за инициирование выброса, или давлению, либо первому и второму в комплексе. Гипотезы «газового фактора» страдали одним существенным недостатком - они не объясняли связи между газоносностью угольных пластов, их потенциальной выбросоопасностью и механизмом измельчения угольного вещества.

Гипотезы «фактора давления» не отвечали на ряд вопросов, связанных с влиянием влажности угля на снижение выбросоопасности, влиянием на интенсивность выброса состава газа - преимущественного содержания  $\text{CH}_4$  или  $\text{CO}_2$ . Что касается гипотез, в которых учитывались как давление газа, так и вмещающих пород, то они, как правило, давали объяснение возникновения выбросов в общем виде. Одним из ключевых вопросов в проблеме внезапных выбросов является механизм происхождения большого количества газов, выделяющихся непосредственно в процессе выброса угля.

Рассмотрим последовательно основные гипотезы, которые оказали существенное влияние на развитие представлений о внезапных выбросах.

Выброс угля производится совместно свободным газом, содержащимся в порах и микротрещинах угольного пласта, и газом, содержащимся в сорбированном состоянии на поверхности этих пор и микротрещин. Следует заметить, что количество выделяющегося газа при выбросе во много раз превосходит общую газоёмкость выброшенного угля. Максимальная

метаноёмкость углей средней стадии углефикации составляет 20-25 м<sup>3</sup>/т угля. В то же время по данным В.В. Ходота (1961) на одну тонну выброшенного угля приходится более 50 м<sup>3</sup>, а иногда этот параметр достигает 200-400 м<sup>3</sup> газа. Данная группа гипотез этому не даёт объяснений. Не ясен также и механизм тонкого измельчения угля (40% и более) в выброшенной массе. Оба явления - образование большого количества газа и мелкодисперсной пыли не только характерны для любого типичного выброса, но и генетически связаны между собой, т.е. имеют причинно-следственную связь.

В другой группе гипотез (Л.Б. Фамин, 1959 и др.) решающая роль в формировании внезапного выброса отводится горному давлению. Некоторые авторы считают, что в породах и в угольном пласте сохраняется остаточная энергия некогда действующих тектонических процессов и что реализация этой остаточной энергии вызывает выброс. С точки зрения горного давления трудно объяснить происхождения огромных напряжений в перемятом угольном веществе, склонном к выбросу, имеющем в значительном количестве макро- и микропоры. Трудно объяснить так же происхождение выбросов в местах тектонически «спокойных» районов.

Подобно гипотезам предыдущей группы, представления о решающей роли горного давления в развязывании выброса не могут раскрыть природу образований больших количеств газа и тонкой угольной пыли, а следовательно и природу внезапного выброса в целом. Кроме этого основные положения гипотез этой группы не подтверждаются имеющимися наблюдениями. Изменения напряжённо-деформированного состояния в районе выработки может иметь существенное значение в развязывании выброса, но его не следует рассматривать в качестве причины или решающего фактора.

К третьей группе гипотез относятся работы, в которых выбросы рассматриваются как результат действия совокупных факторов: горного давления, газа и особенностей структуры угля. Представления о выбросах, развиваемые этой группой явились прогрессивными, однако не раскрывающими действительной природы внезапных выбросов. В представлениях авторов этого направления исследований в основу выброса заложены механическое дробление угля и десорбция газов, сорбированных внутренней поверхностью угля (В.В. Ходот (1961), А.А. Скочинский (1954), И.Л. Эттингер (1969) и др.). Так же как и предыдущие эти гипотезы не решают вопрос о происхождении газа (он не включён в перечень основных вопросов) и тонкой пыли.

Четвертая группа гипотез (Р.Л. Мюллер (1959), А.П. Кузнецов (1960), В.С. Попов (1960), А.В. Артемов, Г.Д. Фролков (1981) и др.) рассматривает внезапный выброс как комплекс физико-химических процессов, протекающих в угольном веществе. В работах исследуются природа и механизмы формирования выбросоопасных углей, процесса выбросов, их физико-математические модели (С.А. Христианович, 1953), развивается идея о химической сути процессов образования газа в ОМУ. Часть полученных теоретических расчётов подтверждается физическими анализами.

В рамках этих гипотез не раскрыты либо не доказаны вопрос об энергетическом источнике, стимулирующем фазовый переход уголь → газ, и роль тектоники в этих процессах. Остаётся неубедительным механизм образования тонкой пыли ("бешеной муки"), не разработан механизм самоподдерживающегося разрушения угля и нет окончательного мнения относительно того, что возможно большая часть реализуемой энергии является «привносной».

Современные представления о механизме выброса угля и газа основанные на экспериментальных данных и теоретических исследованиях, характеризуются следующими основными положениями, которые впервые изложены в физической модели Соболева В.В. и наиболее полно представлены в работах. Научные положения разработанной модели находятся в полном соответствии с физическими особенностями выбросоопасных угольных пластов и развития выбросов, исследованных на фактическом материале.

Формирование выбросоопасных состояний в углях обусловлено выделением дополнительной избыточной энергии, приобретённой углём в результате деформаций сдвига либо воздействия электрических полей слабой напряжённости. Процесс выделения избыточной энергии сопровождается химической реакцией «уголь → газ».

*Образование газа, «бешеной муки» и связь между этими факторами.* Для физической модели это, пожалуй, наиболее важные параметры. Образование газа и процесс измельчения угольного вещества протекают одновременно в угольных пластах, формируя выбросоопасное состояние: создание газовых атмосфер в дефектах структуры ОМУ, активное развитие новых дефектов, т.е. новых поверхностей, определяющих дисперсность угольного вещества при выбросе, и «консервацию» оставшейся доли запасённой энергии. Образующаяся система (ОМУ ↔ газ) по сравнению с обычной механической смесью (уголь + газ) характеризуется новым свойством, обусловленным нестабильным равновесием химического состояния между подвижными (газ, радикалы) и неподвижными компонентами (ОМУ), т.е. в данной системе, смещение равновесия вправо или влево будет осуществляться при изменении вида внешних воздействий: давления, температуры, электрического и магнитного полей. Реакция такой системы на внешние воздействия будет осуществляться в соответствии с известным принципом Ле Шателье.

Уголь в условиях гидростатического сжатия характеризуется весьма низкими фильтрационными свойствами и отсутствием возможности выхода газа из закрытых пор.

Таким образом, три фактора - наличие газа, тонкоизмельчённой органической массы угля, удерживающей газ, и нестабильное равновесие химического состояния системы «уголь ↔ газ» являются основными параметрами, идентифицирующими состояние угольного вещества как выбросоопасное.

*Выброс угля и газа.* Механохимическая деструкция органической массы

угля и переход части ОМУ в газ характеризуются скачкообразными превращениями. В том случае, когда деструктивные процессы протекают на поверхностях пор, объем которых не увеличивается, либо увеличивается незначительно, а внешние условия соответствуют гидростатическому сжатию, давление газа достигает некоторых максимальных значений и деструкция ОМУ прекращается; наступает неустойчивое равновесие химического состояния между компонентами микроструктуры угля и образованным газом. Сформированное выбросоопасное состояние угольного вещества «замораживается».

При нарушении условия равнокомпонентного напряжённого состояния - гидростатического сжатия (например, в случае приближения поверхности забоя) система «уголь ↔ газ» в связи с изменениями условий напряжённого состояния теряет равновесие, увеличивается подвижность структурных элементов угля, объёмы пор увеличиваются под давлением расширяющегося газа, образуется вторичная фильтрационная сеть, возобновляется активизация деструктивных процессов в ОМУ, сопровождающаяся очень быстрым образованием газа. При дальнейшем движении свободной поверхности забоя нормальные напряжения стремятся к нулю и сопротивление передней кромки угля разрушению снижается. В системе «уголь ↔ газ» быстро развивается процесс дополнительного выделения газа, определяющий таким образом соответствующий характер разрушения и выброса угольного вещества в выработку. На первом этапе развития выброса смещение частиц угля может осуществляться энергией сжатого газа, однако дальнейшее развитие процесса выброса происходит только за счёт непрерывного поступления вновь образующегося газа во вторичную фильтрационную сеть - процесс выброса приобретает лавинообразный характер. В целом при выбросе основная часть энергии газа расходуется не на дробление угольного вещества, а на отделение частиц угля, раздробленных в процессе образования газа в результате механохимической деструкции угля и в переносе частиц в выработанное пространство.

Мощность выброса будет определяться при прочих равных условиях интенсивностью дополнительного выделения газа на заключительной стадии деструктивных процессов в ОМУ при раскрытии замкнутых пор и улучшении условий фильтрации в целом.

*Горное давление.* Его роль сводится главным образом к обеспечению условий гидростатического сжатия, т.е. в конечном счёте - к созданию равновесных условий внутри системы «уголь ↔ газ» и «консервации» потенциала выбросоопасного состояния этой системы. Непосредственного участия в процессе самого выброса угля горное давление не принимает.

Величина запасённой дополнительной энергии, приобретённой ОМУ, масштабы деструктивных процессов в ОМУ, определяющих как количество образованного газа, так и дисперсность частиц в угольном веществе (внутреннюю поверхность), «надёжная консервация» потенциала химически активного состояния системы «уголь ↔ газ» являются комплексом необходимых параметров, которые характеризуют состояние угля как

выбросоопасное и интенсивность самого выброса.

*Роль горно-геологических условий, инициирующих переход метастабильной микроструктуры органической массы угля в состояние термодинамической нестабильности.* Результатом действия сложного деформирования угля (например, давление со сдвигом), вызванного тектоническими процессами, является высокая химическая активность ОМУ, обусловленная приобретённой дополнительной энергией. Если в кристаллических веществах при холодном деформировании дополнительная энергия запасается и сохраняется за счёт роста плотности дефектов (вакансий, дислокаций) и в связи с этим поверхности переходят в химически активные состояния, то в углях основная доля запасённой энергии быстро высвобождается за счёт деструктивных процессов, обусловленных распадом химических связей.

*Образование газа, «бешеной муки» и связь между этими факторами.* Для физической модели это, пожалуй, наиболее важные параметры. Образование газа и процесс измельчения угольного вещества протекают одновременно, формируя выбросоопасное состояние: создание газовых атмосфер в первичных и новообразованных дефектах структуры ОМУ, активное развитие новых поверхностей, определяющих дисперсность угольного вещества при выбросе, «консервацию» оставшейся доли запасённой энергии.

Сформированная система «уголь ↔ газ» по сравнению с обычной механической смесью (уголь ↔ газ) характеризуется новым свойством, обусловленным нестабильным равновесием химического состояния между подвижными (газ, радикалы) и неподвижными компонентами (ОМУ). В данной системе смещение равновесия вправо или влево будет осуществляться при изменении вида внешних воздействий: давления, температуры, электрического и магнитного полей.

*Интерпретация результатов.* Потенциал выбросоопасности является мерой метастабильности нанооструктуры органической массы угля (мерой дополнительной запасённой энергии). При сжатии со сдвигом в органической массе угля интенсивно протекают деструктивные процессы, связанные с тепловым возбуждением, разрывом химических связей и генерацией радикалов - молекул с неспаренными электронами, которые как парамагнитные центры регистрируются в качестве сигналов ЭПР. Поскольку время перестройки электронных оболочек ( $10^{-13}$  –  $10^{-14}$  с) значительно меньше времени контакта атомов друг с другом в процессе деформирования, то в ОМУ возникают и развиваются процессы деструктивного характера, переводящие часть массы ОМУ в газ.

Все изменения микроструктуры ОМУ и системы «уголь-газ» в целом сопряжены с перемещением частиц (атомов, ионов, молекул) и для активации этого перемещения необходимо обеспечить увеличение энергии (см. рисунок 5.2). В зависимости от химического состава угля на стадии свободнорадикальных реакций образование газов сопровождается преимущественно накоплением метана или окислов углерода; - и в том и

другом случае сопровождаясь выделением тепла, что подтверждают замеры температур угольных пластов.

Взрывной характер фазовых превращений в деформированных углях протекает за счёт разрыва связей в углеродных и углеводородных цепочках, активных участков поверхности угольных частиц - поверхности пор, в том числе и замкнутые микропоры внутри зёрен. Однако в связи с тем, что уголь находится в условиях равнокомпонентного напряжённого состояния величину удельной поверхности и размеры порового пространства, в котором формируются газовые атмосферы, можно считать постоянными. При достижении критических давлений внутри пор процесс превращения ОМУ в газ затормаживается, оставшаяся (нереализованная) часть запасённой энергии ОМУ и потенциальная энергия газовых атмосфер «консервируется».

На этапе «развязывания» выброса в результате изменения какой-либо одной компоненты нормальных напряжений (тангенциальные напряжения стремятся к максимальным значениям) под давлением газа поры расширяются, *температура угля понижается*. За счёт образования вторичной фильтрационной сети раскрываются замкнутые поры, возобновляются процессы химической деструкции и развивается процесс образования дополнительного газа за счёт высвобождения оставшейся части запасённой энергии ОМУ и привноса газа в новую фильтрационную сеть. На этом этапе *температура угля увеличивается*. Энергия газа (меньшая доля) идёт на разделение угля по имеющимся границам между частицами, а основная часть - на выброс угля в пространство выработки.

Оба явления - образование большого количества газа и мелкодисперсной пыли не только характерны для любого типичного выброса, но генетически связаны между собой, т.е. имеют причинно-следственную связь. Минимальные размеры частиц угольной пыли составляют несколько нанометров (фуллерены, нанотрубки).

*Образование и накопление газа в углях является следствием твердофазного химического превращения цепочечных структур и части поверхностей структурных элементов угля в газ, активируемого энергией, которая выделяется микроструктурой ОМУ при переходе её в нестабильное равновесие (положение II, рисунок 5.2), т.е. в более стабильное положение в сравнении с положением I.*



Рисунок 5.2 - Возможный сценарий изменения свободной энергии частицы **ОМУ**, участвующей в процессе превращений:

0 - невыбросоопасное (исходное) состояние угля; I - нестабильная структура после деформирования ОМУ (состояние определяется выделенной долей запасённой энергии непосредственно в процессе деформирования); II - выбросоопасное состояние ("законсервированный" процесс деструктивных превращений ОМУ) характеризуется медленной кинетикой процесса; такое существование нестабильной микроструктуры ОМУ без заметных изменений внешних параметров может быть весьма длительным; II→III - переход, характеризующий лавинообразный характер выделения дополнительных газов (выброс угля и газа); III - уголь при нормальных условиях. Координатой реакции является любая переменная величина, которая служит мерой развития реакции.

Уголь в отличие от кристаллических тел не содержит в микроструктуре дислокаций - дефектов, ответственных за механизм накопления и сохранения дополнительной энергии, но при этом также запасается энергией, которая, однако, быстро переходит в энергию активации химических превращений в микроструктуре. Суть таких превращений заключается в «разрыхлении» различных связей и их диссоциации, т.е. угольное вещество, освобождаясь от дополнительной энергии, идёт по пути самопроизвольного разрушения.

Физическая модель внезапного выброса угля и газа может быть перенесена и на процесс выброса породы. Однако для выбросоопасной породы развитие выброса будет обусловлено главным образом концентрацией линейных дефектов кристаллического строения, приобретённых в результате деформирования её кристаллических фаз, химической активностью поверхности частиц. Основными газами, сопровождающими выброс породы, могут быть SiO и O<sub>2</sub>.

### Способы предотвращения внезапных выбросов угля и газа.

Важными и актуальными задачами, возникающими при подземной добыче угля, являются мероприятия по предотвращению газодинамических явлений. Эффективность разрабатываемых и применяемых методов прогноза, контроля и борьбы с внезапными выбросами угля и газа во многом зависит от знания причин и механизмов, вызывающих эти явления.

Изучение горно-геологических условий, газодинамических режимов и физико-механических свойств газоносных угольных пластов позволяет получать комплексные характеристики выбросоопасности на разрабатываемых горизонтах, позволяет также предусматривать в проектах вскрытия и подготовки выбросоопасных пластов наиболее рациональные и безопасные системы и применять в процессе разработки эффективные защитные мероприятия.

Комплекс мероприятий, связанных с предотвращением опасных газодинамических явлений (внезапный выброс, горный удар), состоит из технологических и физических мер, физико-химического воздействия.

*Технологические меры* включают выбор систем разработки, техники и технологии выемки угля, которые обеспечивают минимальную вероятность внезапного выброса.

*Физические меры* направлены на ликвидацию факторов, обуславливающих внезапный выброс. Наиболее широкое применение нашёл метод дегазации угольного пласта, который заключается в бурении со стороны штрека опережающих скважин и увлажнении угольных пластов.

Нагнетание воды осуществляют под давлением  $P_g = (0,8 \div 0,85) \gamma_{об} H$ , что обеспечивает удаление газов и повышение трещиноватости пласта.

Применение сотрясательного взрывания обеспечивает безопасность работ в соответствии с действующими Едиными правилами безопасности при взрывных работах. Взрывные работы с соблюдением требований сотрясательного взрывания применяются при гидровзрывной отбойке выбросоопасного пласта (называется пластовым торпедированием) и при передовом торпедировании - внепластовом. Применяют иногда камуфлетное взрывание, которое приводит к растрескиванию массива и соответственно - к увеличению газоотдачи.

Тепловое воздействие (метод проф. А.С. Бурчакова) включает две стадии: первую – в скважину нагнетают водный пар при температуре 600 К; вторую – в пласт нагнетают воду при температуре ~398 К и давлении  $12 \cdot 10^6$  Па. После этого скважина закрывается и выдерживается в течение 3-4 месяцев. В результате такого воздействия и в соответствии с зависимостью максимальной величины сорбции метана от температуры природная газоносность угля снижается более чем на  $9 \text{ м}^3$  на тонну.

*Физико-химическое воздействие* осуществляют с целью упрочнения угольного пласта и консервации свободного метана в нем, или снижения количества метана в пласте. Упрочнение осуществляют путём нагнетания в пласт мочевиноформальдегидной или других смол. Количество метана можно снижают путём нагнетания в пласт раствора, насыщенного бактериями, пожирающими метан (метод проф. Э.М. Москаленко).

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Как определяется природная газоносность?
2. Как определяется остаточная газоносность?

3. Что такое газообильность?
4. Приведите классификацию угольных пластов по газообильности.
5. В каком состоянии находится газ в угольном пласте?
6. Что такое внезапный выброс угля и газа?
7. Какие факторы приводят возникновению внезапного выброса угля и газа?
8. Как зависит выбросоопасность от степени углефикации(марки) угля?
9. В чем суть физической модели внезапного выброса угля и газа В.В. Соболева?
10. Какие мероприятия применяются для предотвращения внезапного выброса угля и газа?

## Тема 6. Определение нагрузки на крепь горизонтальных выработок и вертикальных стволов.

### Определение нагрузки на крепь горизонтальных выработок.

Основным элементом, обеспечивающим безопасность работающих под землёй людей, является горная крепь. Расчёт крепи сводится, как правило, к определению либо её толщины, либо типоразмера прокатного профиля и количества рам, устанавливаемых на 1 м выработки. В любом случае предполагается известной величина нагрузки на крепь, которую нередко называют горным давлением в узком понимании этого термина. Задача определения нагрузки на крепь горных выработок является одной из основных в механике горных пород.

Известно большое количество гипотез, на основе которых выполняются исследования, конечным итогом которых являются теории горного давления и, как следствие, методики оценки давления горных пород на крепь протяжённых выработок. Каждая гипотеза претендует на универсальность решения, однако практика показывает, что в лучшем случае можно говорить лишь о некотором диапазоне горно-геологических условий в пределах которого оправдывается та или иная исходная предпосылка. Это связано с большой сложностью и многообразием факторов, влияющих на характер проявлений горного давления.

В настоящее время все известные теории горного давления в зависимости от методов, лежащих в их основе, можно разделить на три группы.

Первая группа характеризуется тем, что давление на крепь рассматривается как внешняя нагрузка, величина которой не зависит от конструкции крепи, режима её работы, глубины заложения, а является лишь функцией механических свойств горных пород и размеров выработки. Методы расчёта крепей в такой постановке называют **методами расчёта по заданной нагрузке**.

Вторая группа теории горного давления исторически сложилась позднее, она основывается на методах механики сплошной среды, в том числе и реологии. Расчётные схемы и исходные соотношения, на которых они базируются, значительно ближе отражает природу и механизм процессов, происходящих в окрестности горных выработок. Наиболее полно это направление представлено в работах: Р. Феннера, А. Лабасса, К.В. Руппенейта, Ж.С. Ержанова\* и др.

---

\* Анализ этих и других работ приведён в книге «Геомеханика» А.Н. Шашенко [2].

Третья группа гипотез горного давления объединила достоинства двух первых подходов. В соответствии с последними представлениями деформируемость, или конструктивная податливость, крепи является функцией перемещений контура выработки, зависящих от глубины расположения выработки, прочности и структуры вмещающих пород, а нагрузка на крепь определяется размерами зоны неупругих деформаций, зависящими от тех же факторов. Впервые такой подход был предложен Ю.М. Либерманом. Расчёты величины нагрузки на крепь, выполненные на основе методов третьей группы, достаточно близко совпадают с натурными измерениями.

По аналогии со сказанным выше, методы третьей группы можно назвать **методами расчёта по заданным деформациям и нагрузкам.**

### **Гипотеза свода естественного равновесия.**

Первые аналитические методы определения нагрузки на крепь горизонтальных групп выработок основывались на так называемой гипотезе свода естественного равновесия. В соответствии с гипотезой полагалось, что в кровле выработки образуется свод естественного равновесия, в пределах которого горные породы полностью разрушены, обладают свойствами сыпучей среды, а их вес создаёт нагрузку на крепь.

Образование сводов при обрушении кровли выработок, наблюдаемое на практике, послужило основой для теоретических разработок с целью определения нагрузки на крепь. Большие исследования в этом направлении были выполнены М.М. Протодьяконовым, П.М. Цимбаревичем, Н.П. Покровским, В.Д. Слесаревым, В.В. Орловым, Р. Квапилом, В. Риттером и другими учёными. Они отличались подходами к оценке формы свода, свойств вмещающих пород, различным учётом горно-геологических условий. Наиболее представительными из этой группы являются теории горного давления М.М. Протодьяконова и П.М. Цимбаревича.

**Теория М.М. Протодьяконова.** На глубине  $H$  от поверхности рассматривается горизонтальная длинная выработка с сечением прямоугольной формы шириной  $2a$  (рисунок 6.1,а). Над выработкой в соответствии с гипотезой образуется свод естественного равновесия высотой  $b$ . Породы в пределах свода полностью разрушены, не имеют сцепления, но обладают внутренним трением. Возведение крепи в выработке не препятствует образованию свода естественного равновесия.

Задача состоит из двух частей:

- определение формы кривой свода;
- определение его высоты.

Для решения первой части задачи поместим начало координат в ключ свода и рассмотрим равновесие дуги  $OM$ . Отброшенные части свода  $OB$  и  $AM$  заменим реактивными силами  $T$  и  $R$ . Поскольку рассматривается среда без сцепления, силы  $T$  и  $R$  направлены по касательным к кривому своду равновесия.

Беря сумму моментов относительно точки  $M$ , получим:

$$Ty - \frac{px^2}{2} = 0, \quad (6.1)$$

откуда вытекает уравнение кривой

$$y = \frac{px^2}{2T} \quad (6.2)$$

Уравнение (6.2) является уравнением параболы.

Для решения второй части задачи рассмотрим условие равновесия в точке  $A$  пяты свода (рисунок 6.1,б).

Горизонтальная составляющая опорного давления  $T$  (распор) вызывает перемещение точки  $A$  влево. Препятствует этой силе – трение, величина которого равна  $fP$ , где  $f$  – коэффициент внутреннего трения. По условию симметрии задачи  $P=pa$ . Устойчивое равновесие пяты свода (точка  $A$ ) будем иметь место в том случае, если

$$T + k = fpa \quad (6.3)$$

где  $k$  – некоторая сила, характеризующая запас устойчивости.

Сила  $k$  рассматривается М.М. Протодьяконовым в виде распределённой нагрузки  $\tau$ , направленной в сторону свода (см. рисунок 6.1,б).

$$k = \tau b \quad (6.4)$$

Сила  $T$  с учётом зависимости (6.2) равна

$$T = \frac{pa^2}{2b}. \quad (6.5)$$

Подставляя выражения (6.5) и (6.4) в (6.3), получим

$$\frac{pa^2}{2b} + \tau b = fpa. \quad (6.6)$$

По М.М. Протодьяконову запас устойчивости будет наибольшим, если  $\tau$  будет иметь максимальное значение. Поэтому, решая уравнение (6.6) относительно  $\tau$  и исследуя его на максимум, получим

$$b = \frac{a}{f}. \quad (6.7)$$

Таким образом, высота свода естественного равновесия равна частному от деления полупролёта выработки на коэффициент трения. Это основной вывод теории М.М. Протодьяконова. Для использования полученных зависимостей в связных породах, по М.М. Протодьяконову, достаточно заменить в формулах величину  $f$  коэффициентом крепости той или иной породы.

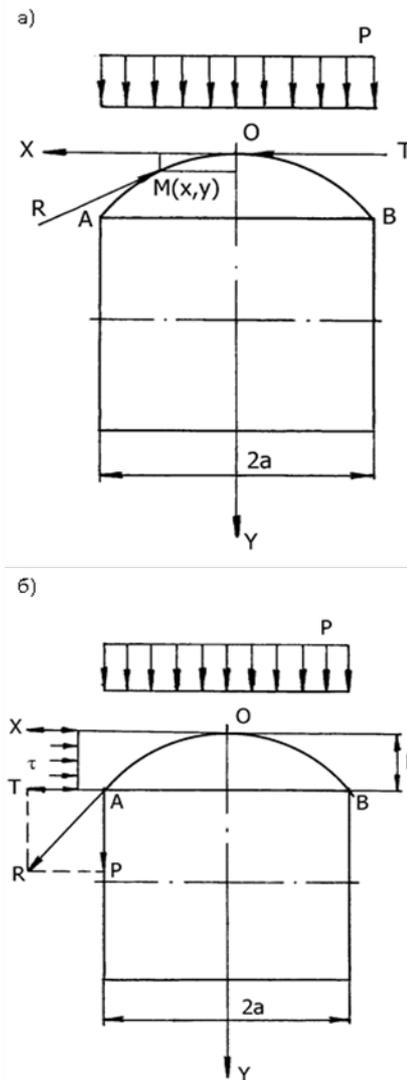


Рисунок 6.1 - Схема к расчёту нагрузки на крепь по М.М. Протодьяконову.

Вес пород, оказывающих давление на крепь на длине 1 м выработки, определяется из условия

$$Q = \frac{2}{3} 2ab\gamma = \frac{4}{3} \gamma \frac{a^2}{f}, \text{ кН.} \quad (6.8)$$

Давление на одну раму при шаге установки крепи равном  $l$

$$Q_1 = \frac{4}{3} \gamma \frac{a^2}{f} l, \text{ кН.} \quad (6.9)$$

Как следует из формул (6.8) и (6.9), давление на крепь выработки не зависит от глубины расположения её от поверхности земли. Фактические же измерения величины давления на крепь выработок показывают, что с глубиной давление на крепь возрастает по некоторому нелинейному закону. Кроме того, разрушение вмещающих пород имеет место не только в кровле, но и в боках выработки и даже в почве. В этой связи теория горного давления

М.М. Протодяконова пригодна для расчётов нагрузки на крепь при небольших (до 70 – 100 м) глубинах разработки.

**Теория П.М. Цимбаревича.** Очевидное несоответствие представлений М.М. Протодяконова реально происходящим процессам формирования нагрузки на крепь горных выработок побудило П.М. Цимбаревича предложить новую, более современную на то время, теорию горного давления.

В соответствии с его представлениями в кровле выработки образуется свод естественного разрушения, размеры которого выходят за пределы выработки на величину  $2c$  (рисунок 6.2). При этом пролёт нового свода равняется  $2a+2c$ .

Породы под опорами свода разрушаются, в боках выработки образуются призмы сползания, создающие боковое давление на стойки крепи. Высота призм сползания равна высоте выработки  $h$ , а угол наклона плоскостей сползания равен  $\frac{90^\circ + \rho}{2}$ , где  $\rho$  – угол внутреннего трения вмещающих пород. В соответствии со схемой получим:

$$c = hctg \frac{90^\circ + \rho}{2}, \quad (6.10)$$

тогда

$$b_1 = \frac{a+c}{f} = \frac{a + hctg \frac{90^\circ + \rho}{2}}{tg \rho}. \quad (6.11)$$

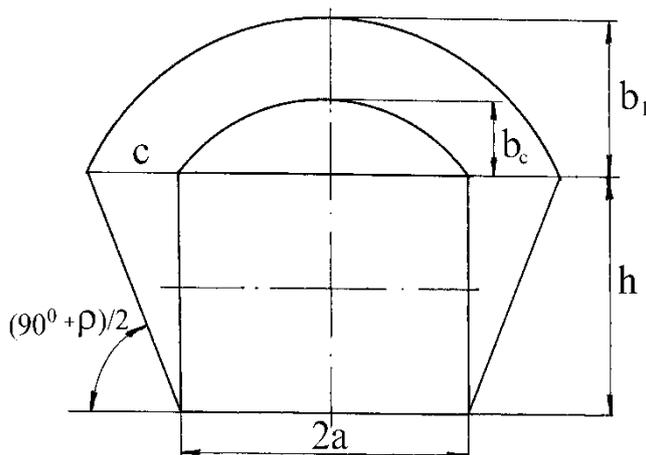


Рисунок 6.2 - Расчётная схема к задаче П.М. Цимбаревича.

При расчёте верхняка крепи вертикальную нагрузку принимают равномерно распределённой, определяемой высотой свода  $b_1$ , т.е.

$$Q = 2ab_1\gamma l. \quad (6.12)$$

Как видно из формулы (6.12), давление на крепь также не зависит от глубины заложения выработки, хотя исходные предпосылки теории основаны на том, что приконтурный породный массив разрушен вследствие превышения его прочности уровнем, действующим напряжений, т.е.  $k\gamma H > R_c k_c$ . Здесь  $k$  – коэффициент концентрации напряжений.

Областью применения зависимостей, предложенных П.М. Цимбаревичем, являются глубины от 100 до 250 м с коэффициентом крепости пород по М.М. Протодьяконову, равным 3-6.

### **Гипотеза взаимодействия крепи и породного массива.**

П.М. Цимбаревич одним из первых обратил внимание на взаимосвязь между нагрузкой на крепь горных выработок и величиной её податливости. В 1948 году им опубликована работа, в которой впервые были сформулированы положения так называемой энергетической теории горного давления. Сущность теории, основанной на законах термодинамики, сводится к следующему. После того как в выработке установлена крепь, возникает замкнутая система «крепь-обнажение», обладающая определённой внутренней энергией. С течением времени происходит перераспределение энергии в системе, которое может привести как к равновесию, так и к разрушению крепи.

Другие, более поздние, исследования, развивающие идею взаимодействия крепи и боковых пород, основывались на том, что нагрузка на крепь является функцией её податливости и пластических перемещений породного массива в области неупругих деформаций.

Наиболее известные исследования в этом направлении принадлежат А. Лабассу, Р. Феннеру, позднее К.В. Руппенейту и многим другим учёным.

**Теория А. Лабасса.** В работе А. Лабасса рассматривается длинная горизонтальная выработка, имеющая круговое очертание поперечного сечения с радиусом  $R_0$ , и расположенная на глубине  $H$  от земной поверхности в изотропном однородном породном массиве с объёмным весом  $\gamma$ . К контуру выработки приложена равномерно распределённая нагрузка интенсивностью  $p_0$ , равной отпору крепи. Уровень напряжений, действующих в окрестности выработки, таков, что вокруг неё образуется замкнутая область разрушенных пород, которые рассматриваются как среда, лишённая сцепления и обладающая внутренним трением. Начальное поле напряжений полагается гидростатическим. Расчётная схема задачи полностью соответствует рисунку 4.4.

Уравнения равновесия и условие прочности для области неупругих деформаций имеют вид:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0, \quad (6.13)$$

$$\sigma_\theta = A\sigma_r, \quad (6.14)$$

Где  $A = \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho}$ .

Здесь и далее все величины, имеющие размерность длины, отнесены к радиусу выработки  $R_0$ . Подставив значение  $\sigma_\theta$  из (6.14) в (6.13), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - (A - 1) \frac{\sigma_r}{r} = 0, \quad (6.15)$$

решение которого имеет вид:

$$\sigma_r = C \cdot r^{A-1} \quad (6.16)$$

Здесь  $C$  – произвольная постоянная интегрирования, которую найдём из граничного условия на контуре выработки:

$$\sigma_r = p_0 \text{ при } r=1. \quad (6.17)$$

Окончательно имеем:

$$\sigma_r = p_0 r^{A-1}, \quad (6.18)$$

$$\sigma_\theta = A p_0 r^{A-1}. \quad (6.19)$$

Условие совместности деформаций для рассматриваемой полярно-симметричной задачи следующее:

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2\gamma H. \quad (6.20)$$

Подставляя значения компонентов напряжений (6.18) и (6.19) в выражение (6.20), получим при  $r=r_L$  расчётную формулу для определения нагрузки на крепь выработки

$$p_0 = (1 - \sin \rho) \lambda H \left( \frac{R_0}{R_L} \right)^{\frac{2 \sin \rho}{1 - \sin \rho}}. \quad (6.21)$$

В результате неупругого расширения пород в пластической области площадь поперечного сечения уменьшается на величину  $\Delta S$ , которая по А. Лабассу может быть определена по формуле

$$\Delta S = \pi \left( R_L^2 - R_0^2 \right) \cdot (k_p - 1). \quad (6.22)$$

Из (6.22) получим выражение для определения радиуса зоны неупругих деформаций

$$R_L = \sqrt{\frac{\pi R_0^2 (k_p - 1) + \Delta S}{\pi (k_p - 1)}}. \quad (6.23)$$

Величина податливости  $\Delta S$  по конструктивным соображениям принимается равной  $(0,16-0,26)S_{св}$  ( $S_{св}$  – площадь поперечного сечения выработки в свету), коэффициент разрыхления  $k_p$  – равным 1,1.

### **Гипотеза сводообразования в условиях взаимодействия крепи с породным контуром.**

Несмотря на ряд необоснованных допущений, трактовка механизма возникновения и условия существования равновесия в системе «крепь-породный массив», изложенная А. Лабассом свыше 60 лет назад, представляла собой крупный шаг в области теории горного давления. Это, по сути дела, было первое, ставшее широко известным, теоретическое обоснование целесообразности применения податливых конструкций крепи.

Позднее появились решения, учитывающие статическое начальное поле напряжений (К.В. Руппенейт), возможность применения иных условий разрушения среды, наличие переменного коэффициента разрыхления пород в пластической области (В.В. Виноградов, А.Г. Протосеня и др.) и т.д.

Общим для всех задач этого класса являлось то, что исходная физическая модель представляла, по сути, невесомую пластинку с вырезом, нагруженную внешним и внутренним давлением. Допущение о невесомости среды было вполне оправдано при решении упругих задач подобного рода, когда напряжения, действующие в породном массиве, не превышают его прочности. При образовании же пластической области напряжения внутри её становятся сравнимыми с собственным весом пород. Задача перестаёт удовлетворять исходным предпосылкам и нужны новые гипотезы и допущения, позволяющие получить достаточно точное её решение. Такой подход впервые был предложен и реализован Ю.М. Либерманом.

Суть его заключается в том, что из решения упругопластической задачи определяются перемещения на контуре выработки  $U_0$ , величина которых зависит от размера зоны неупругих деформаций  $R_L$ . Крепь должна иметь конструктивную податливость не меньше  $U_0$ . После образования зоны неупругих деформаций полуразрушенные породы над выработкой обрушаются и создают нагрузку  $p_0$  на крепь. Обрушение пород по Ю.М. Либерману происходит по вертикальным поверхностям и ограничивается контуром, разделяющим упругую и неупругую области (рис. 6.4.). Это очень похоже на образование свода естественного равновесия. В этой связи излагаемый подход и получил название по заданным деформациям и нагрузкам.

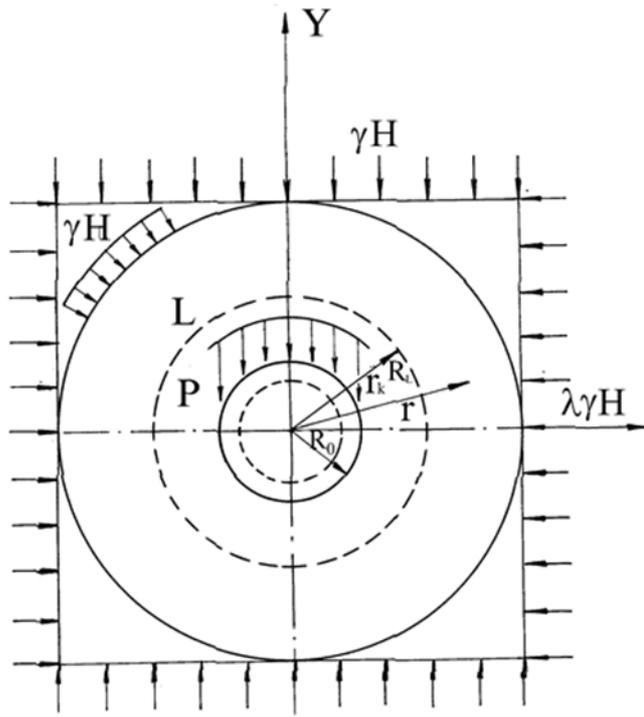


Рисунок 6.4 - К определению нагрузки на податливую крепь горизонтальной выработки (по Ю.М. Либерману).

Зависимость  $U_0=f(p_0)$  имеет следующий вид

$$U_0 = a \frac{1 + \mu}{E} \cdot \frac{\beta_1 \gamma H + R_c}{\beta_2 + 2} \cdot \left[ \frac{2\gamma H - R_c}{(\beta_1 + 2) p_0} \right]^{\frac{2}{\beta_2}} \cdot R_0. \quad (6.24)$$

где  $U_0$  – радиальные смещения контура выработки,  $a$  – реологический параметр,  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $E$  – модуль Юнга.

$$\beta_1 = \frac{2 \sin \rho}{1 - \sin \rho_1}; \beta_2 = \frac{2 \sin \rho}{1 - \sin \rho_2}. \quad (6.25)$$

$\rho_1$  и  $\rho_2$  – угол внутреннего трения соответственно упругой и неупругой областей породного массива,  $p_0$  – реакция крепи,  $R_0$  – радиус выработки.

Графически зависимость (6.24) представлена кривой 1 на рисунок 6.5.

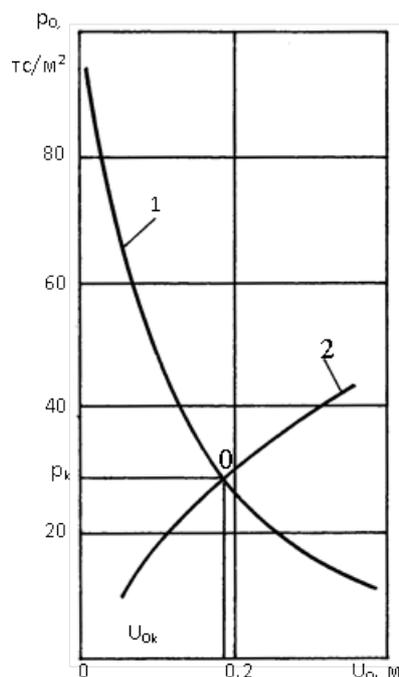


Рисунок 6.5 - График к определению характеристики крепи.

Анализ её показывает, что рост смещений при уменьшении отпора крепи неограниченно возрастает. Однако, при значительной податливости крепи смещения пород могут закончиться отрывом некоторой части пород кровли, т.е. образованием свода обрушения, который имеет вертикальные плоскости ограничения. Нагрузка на крепь при этом будет равна весу пород, которые заключены в объёме свода обрушения, шириной, равной ширине выработки, и высотой – от кровли выработки до границы, разделяющей упругую и неупругую области.

Вес пород в своде обрушения пропорционален величине смещения пород на контуре выработки и выражается кривой 2 рисунок 6.5. Точка  $O$  пересечения кривых 1 и 2 по Ю.М. Либерману обеспечивает оптимальные параметры крепи: её грузонесущую способность  $p_k$  и податливость  $U_{0к}$ . Расчёты, выполняемые по изложенной методике, дают результаты достаточно близкие к измеряемым в натуральных условиях, хотя исходные предпосылки, такие, как представление разрушенных пород в окрестности выработки в виде сыпучей без сцепления среды, условие её несжимаемости в процессе деформирования явно не соответствуют действительности.

На основе предпосылок, сформулированных Ю.М. Либерманом, аналогичная задача была решена в работе. Породный массив в окрестности выработки рассматривался, как среда, разупрочняющаяся в процессе «жёсткого» деформирования по нелинейному закону

$$f(r) = \frac{A}{r^2} - B, \quad (6.26)$$

где  $f(r)$  – функция изменения прочности породного массива на одноосное сжатие от контура выработки до контура  $L$ , разделяющего упругую и пластическую области;  $A$  и  $B$  – коэффициенты, равные:



обстоятельство учитывается тем, что уравнение (6.28) записывается в следующем виде:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \varepsilon_v, \quad (6.29)$$

где  $\varepsilon_v$  – относительное объёмное разрыхление, определяемое в ходе испытания породных образцов на специальных прессах.

С учётом отмеченных выше особенностей получены следующие выражения для определения радиуса области неупругих деформаций

$$\frac{r_L^2 l_n r_L}{r_L^2 - 1} = \sqrt{\frac{\gamma H}{2R_C k_C}}, \quad (6.30)$$

радиальных смещений контура выработки (податливости крепи)

$$U_0 = \varepsilon_v \left( 0,5 - \frac{r_L^2 l_n r_L}{r_L^2 - 1} \right) \quad (6.31)$$

и нагрузки на крепь выработки

$$p_0 = \gamma R_0 (r_L - 1) l, \quad (6.32)$$

где  $l$  – шаг крепи.

Расчёты, выполненные на основе зависимостей (6.30) – (6.32), показали достаточно хорошее соответствие результатам натуральных измерений.

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Чем характеризуется группа методов расчёта нагрузки на крепь, именуемая «по заданным нагрузкам»? «по заданным деформациям»?
2. Что такое свод естественного равновесия?
3. Чему равняется высота свода естественного равновесия по М.М. Протодьяконову?
4. Чем отличается теория горного давления П.М. Цимбаревича от теории М.М. Протодьяконова?
5. Какая среда рассматривается в задаче А. Лабасса?
6. От каких факторов зависит нагрузка на крепь горизонтальной выработки в задаче А. Лабасса?
7. В чем состоит особенность метода Ю.М. Либермана при определении основных параметров крепи?
8. В чем состоит особенность упругопластических задач, в которых учитывается разрыхление пород в пластической области?

#### **Определение нагрузки на крепь вертикальных стволов.**

Вертикальные стволы шахт являются главными в комплексе выработок, обеспечивая связь подземной части предприятия с поверхностной.

Это выработки долговременного назначения и в, этой связи, к ним предъявляют повышенные требования: крепь стволов не должна иметь

повреждений, что достигается выбором соответствующего материала и надлежащим запасом прочности, который определяется расчётом.

Теории горного давления, позволяющие определить нагрузки на крепь, применительно к вертикальным выработкам характеризуются тремя направлениями.

Первое направление основано на применении простых физических моделей, в соответствии с которыми нагрузка на крепь создаётся боковыми породами, имеющими ту или иную степень разрушения. При этом величина нагрузки не зависит от времени, технологии и характеристик самой крепи. В основу расчётных методов этого направления положена теория расчёта подпорных стен.

Второе направление основано на гипотезах взаимодействия крепи, совместно деформирующейся с окружающим породным массивом. В этом случае нагрузка на крепь зависит и от жёсткости крепи, и от параметров технологии её возведения.

Третье направление образуют эмпирические методы, которые основываются на результатах соответствующим образом обработанных и представленных шахтных и лабораторных экспериментов.

### **Методы расчёта нагрузки на крепь ствола, основанные на теории расчёта подпорных стен.**

Первое теоретическое решение задачи о давлении горных пород на крепь шахтного ствола было предложено М.М. Протодьяконовым свыше 80 лет назад. Оно основывалось на представлении о породах как несвязанной (сыпучей) среде. Известно, что в соответствии с теорией расчёта подпорных стен, горизонтальное давление в такой среде равно

$$p_{\Gamma} = \gamma H \operatorname{tg}^2 \frac{90^{\circ} - \rho}{2}. \quad (6.33)$$

Расчётная схема к решению задачи приведена на рисунке 6.7.

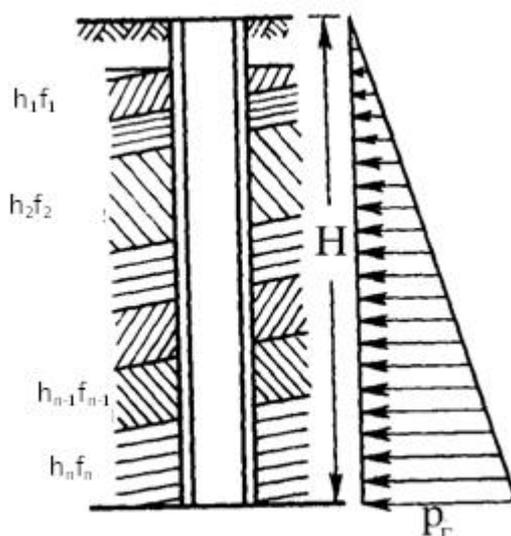


Рисунок 6.7 - Расчётная схема определения нагрузки на крепь ствола.

При пересечении  $n$  пластов, обладающих разными физико-механическими свойствами, М.М. Протодьяконов рекомендовал вычислять средневзвешенное значение кажущегося угла внутреннего трения по формуле:

$$\rho_{cp} = \operatorname{arctg} \frac{f_1 h_1 + f_2 h_2 + \dots + f_n h_n}{h_1 + h_2 + \dots + h_n}, \quad (6.34)$$

где  $f_n$  - коэффициент крепости  $n$ -го пласта,  $h_n$  - мощность  $n$ -го пласта.

Как следует из формулы (6.33), давление на крепь ствола имеет место в породах любой крепости, на любой глубине и пропорционально этой глубине.

Практика же показывает, что при пересечении прочных пород стенки ствола могут долгие годы сохранять устойчивость даже без крепи.

Это несоответствие теоретических выводов результатам натуральных наблюдений побудило П.М. Цимбаревича внести изменение в расчётную схему, изложенную выше. Первое изменение (1933 г) состояло в том, что горизонтальная нагрузка на крепь определялась для каждого пересекаемого стволом пласта в соответствии с его физико-механическими характеристиками (рисунок 6.8).

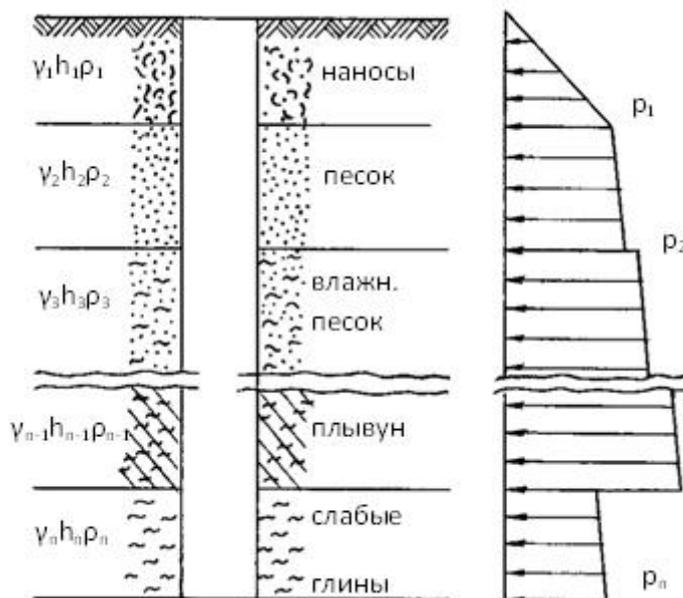


Рисунок 6.8 - Распределение нагрузки на крепь ствола по П.М. Цимбаревичу.

Величина нагрузки определялась на контактах в вышележащем  $p'_{n-1}$  и нижележащем  $p''_{n-1}$  слоях:

$$\begin{aligned} p'_{n-1} &= \operatorname{tg}^2 \frac{90^\circ - \rho_{n-1}}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} h_i \gamma_i \right), \\ p''_{n-1} &= \operatorname{tg}^2 \frac{90^\circ - \rho_n}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} h_i \gamma_i \right), \end{aligned} \quad (6.35)$$

где  $\gamma_i$  - объёмный вес пород  $i$ -го пласта;  $h_i$  - мощность  $i$ -го пласта;  $\rho_n$  и  $\rho_{n-1}$  - величина угла внутреннего трения в смежных пластах. При таких расчётах эпюра нагрузок на крепь имеет вид, изображённый на рисунке 6.8.

В последующем (1953 г.) П.М. Цимбаревич внёс второе уточнение в свой метод, учтя возможность отсутствия давления в прочных слоях породы.

Условия отсутствия давления в слое обеспечивается условием

$$R_c \geq \frac{2\mu}{1-\mu} \gamma H, \quad (6.36)$$

где  $R_c$  - предел прочности пород слоя на одноосное сжатие,  $\mu$  - коэффициент Пуассона пород слоя.

В более общем виде, с учётом величины сцепления пород, изложенная выше задача была решена А.П. Максимовым. Давление на крепь ствола в этом случае определяется по формуле

$$p_r = \frac{\gamma H (1 - \sin \rho) - 2C \cos \rho}{1 + \sin \rho}, \quad (6.37)$$

где  $C$  - сцепление пород.

Из формулы (6.37) можно определить ту предельную глубину, начиная с которой породы переходят в неустойчивое (сыпучее) состояние

$$H_{np} = \frac{2C}{\gamma(1 - \sin \rho)}. \quad (6.38)$$

Из формулы (6.37) вытекает формула (6.33), как частный случай.

### **Методы, основанные на гипотезе совместного деформирования системы «крепь ствола - порода».**

В 1925 г. А.Н. Динник предложил использовать для решения задач горного давления методы теории упругости. Позднее М.М. Протоdjаконов доказал несостоятельность этих предложений, основываясь на том, что упругие деформации реализуются в твёрдых телах (породах) гораздо быстрее, чем может быть возведена крепь в выработке. Кроме того, наличие пород в упругом состоянии само по себе является гарантией устойчивого состояния породного массива.

В последующем попытки применения соотношений теории упругости для определения давления на крепь ствола были предприняты Г.Н. Савиным,

И.В. Родиным и др. От предложений А.Н. Динника они отличались незначительными деталями.

Первой работой, в которой были учтены пластические деформации, возникающие в процессе разрушения приконтурного породного массива, была работа Ф.А. Белаенко. В основу решения заложена предпосылка о том, что давление на крепь возникает лишь на глубине, где породы под влиянием действующих напряжений переходят в пластическое состояние. Величина нагрузки - это результат совместного деформирования системы «крепь-порода».

Напряжения, действующие в нетронутом породном массиве, приняты следующими:

$$\sigma_z = \gamma H, \quad \sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma H. \quad (6.39)$$

Условие перехода пород в пластическое состояние имеет вид

$$S = \frac{R}{\sqrt{3}} m \varepsilon \lambda, \quad (6.40)$$

где  $S$  - интенсивность напряжения сдвига,  $\varepsilon$  - интенсивность деформаций сдвига,  $R$  - предел упругости;  $m$  и  $\lambda$  - параметры кривой пластического деформирования, определяемые опытным путём.

Основное условие совместной работы крепи и боковых пород определяется уравнением

$$U_a \Big|_{t \rightarrow \infty} = U_a \Big|_{t \rightarrow 0} = U_k, \quad (6.41)$$

где  $U_a \Big|_{t \rightarrow \infty}$  - конечные смещения контура выработки;  $U_a \Big|_{t \rightarrow 0}$  - начальные смещения контура выработки;  $U_k$  - упругие смещения внешних точек цилиндра крепи.

Расчёты, выполненные Ф.А. Белаенко, достаточно сложные и громоздкие, дали результаты, хорошо согласующиеся с натурными измерениями.

В аналогичной постановке, но с учётом реологических свойств пород и материала крепи, была разработана методика расчёта крепи вертикальных стволов группой авторов во главе с К.В. Руппением. В задаче породный массив рассматривался как упругая среда, в которой пройдена выработка с крепью. В этой среде под влиянием нагрузок возникает ползучесть деформаций и релаксация напряжений. Возведение крепи происходит с некоторым отставанием от забоя, за это время контур выработки деформируется внутрь на некоторую величину  $U_0$ . После возведения крепи процесс перемещений контура продолжается за счёт ползучести деформаций, однако ему противостоит сопротивление крепи. Совместное деформирование породного массива и крепи продолжается до тех пор, пока в системе «крепь-порода» не

реализуется состояние равновесия. Эта часть смещений обозначается  $U_q$ .  
Конечная величина смещений равна:

$$U_{q(\infty)} = U_0 + U_q. \quad (6.42)$$

Характер взаимодействия крепи и боковых пород показан на рисунке 6.9.

При смещении крепи, равном нулю, давление на неё будет равно  $\gamma H$ , а при некоторой величине смещения крепи равном  $U_k$ , давление на крепь может быть равным нулю.

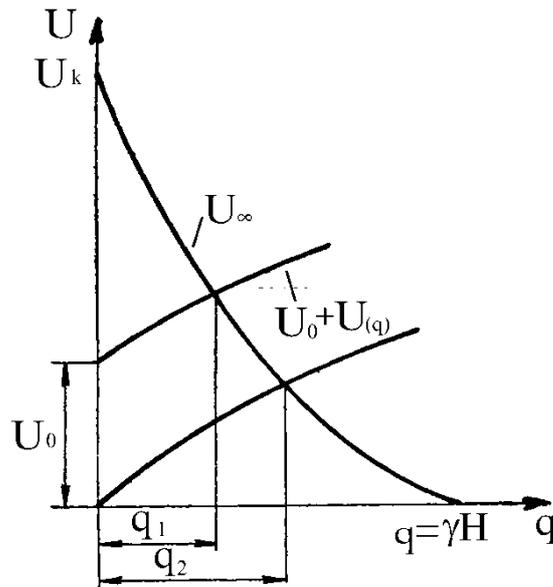


Рисунок 6.9 - График зависимости давления на крепь  $q$  от величины смещения пород  $U$ .

При возведении крепи вслед за забоем ( $U_0 = 0$ ) давление на крепь больше, чем при возведении крепи с отставанием от забоя ( $U_0 \neq 0$ ). Исходя из этого, авторами для разных пород были приняты соответствующие реологические модели. В частности, для скальных пород принята модель Пойтинга-Томпсона. Задача решена отдельно для тубинговой крепи с последующим тампонажем закрепного пространства и для монолитной бетонной крепи при разных технологических схемах её возведения.

Если учесть, что для связанных пород реологические деформации относительно невелики, то часть их всегда можно компенсировать за счёт технологии возведения крепи. На практике же технология сооружения стволов не оказывает столь существенного влияния на величину нагрузки на крепь.

#### **Эмпирические методы определения нагрузки на крепь стволов.**

Отсутствие достаточно надёжных методов определения нагрузки на крепь вертикальных стволов вызвало необходимость в постановке натурных

экспериментов в действующих стволах. Наиболее широко эти эксперименты были выполнены во ВНИМИ. На основе обработки полученных результатов был предложен эмпирический метод расчёта, заложенный в СНиП-II-94-80. Этот метод распространяется на горно-геологические условия основных угольных бассейнов (Донбасс, Кузбасс, Караганда) при цилиндрической форме крепи из монолитного и сборного бетона, железобетона и других материалов при диаметре ствола до 8 м в свету и притоке воды до 8 м<sup>3</sup>/час.

Порядок расчёта в соответствии со СНиП-II-94-80 следующий.

Расчёт крепи протяжённой части ствола производится на суммарное действие горизонтального (радиального) давления пород и давления остаточного напора подземных вод  $P_r$  с учётом технологической и монтажной нагрузок.

Расчётное горизонтальное (радиальное) давление пород  $P_n$  на крепь протяжённой части вертикальной выработки без учёта влияния очистных работ определяют по формуле

$$P_n = n t_y n_H P^H (1 + 0,1 \cdot (R_0 - 3)), \quad (6.43)$$

где  $R_0$  - радиус выработки в свету, м;  $n$  - коэффициент перегрузки, равный 1,3;  $t_y$  - коэффициент условий работы, зависящий от вида крепи (набрызгбетонная-0,50; сборная-0,75; монолитная-0,80);  $n_H$  - коэффициент приведения к расчётному (максимальному) давлению, при неравномерной эпюре нагрузок, таблица 6.1.,  $P^H$  - нормативное давление на крепь, КПа, определяемое для пород I, II, III категории в соответствии с критерием устойчивости пород по формулам:

$$\begin{aligned} \text{при } c \leq 6 \quad P^H &= 10((2c - 1) + \Delta), \\ \text{при } 10 \geq c \geq 6 \quad P^H &= 10((3c - 7) + \Delta) \end{aligned} \quad (6.44)$$

где  $c$  - критерий устойчивости;  $\Delta$  - параметр, учитывающий технологию проходческих работ, принимаемый равным нулю при последовательной и параллельной схемах, и равный 2-3 при совмещённой схеме.

Таблица 6.1 - приведения к расчётному (максимальному) давлению, при неравномерной эпюре нагрузок.

Угол залегания пород, $\alpha$ , град	Коэффициент $n_H$	
	при последовательной и параллельной схемах проходки	при совмещённой схеме проходки
До 10	2,00	1,75
От 10 до 35	2,50	2,00
более 35	2,75	2,25

СНиП-II-94-80 предусматривает возможность определения нагрузки на крепь ствола в районе сопряжений, а также на устье ствола.

Общим недостатком всех эмпирических методов является огромное количество коэффициентов, с помощью которых формулы приводятся к конкретным горно-геологическим условиям. Это снижает точность и надёжность расчётов.

*Контрольные вопросы и задания.*

1. Чем характеризуется группа методов расчёта нагрузки на крепь, именуемая «по заданным нагрузкам»? «по заданным деформациям»?
2. Что такое свод естественного равновесия?
3. Чему равняется высота свода естественного равновесия по М.М. Протодяконову?
4. Чем отличается теория горного давления П.М. Цимбаревича от теории М.М. Протодяконова?
5. Какая среда рассматривается в задаче А. Лабасса?
6. От каких факторов зависит нагрузка на крепь горизонтальной выработки в задаче А. Лабасса?
7. В чем состоит особенность метода Ю.М. Либермана при определении основных параметров крепи?
8. В чем состоит особенность упругопластических задач, в которых учитывается разрыхление пород в пластической области?
9. Какие три направления теории горного давления, позволяющие определить нагрузку на крепь вертикальных стволов, известны в геомеханике?
10. На каком предположении основан расчёт нагрузки на крепь вертикальных стволов по М.М. Протодяконову?
11. Какие изменения в теорию М.М. Протодяконова были внесены П.М. Цимбаревичем?
12. На каких предположениях основывается «энергетическая» теория горного давления Ф.А. Белаенко?
13. Какие физические предпосылки заложены в основу методики расчёта крепи по К.В. Руппенейту?
14. Достоинства и недостатки эмпирических методов определения нагрузки на крепь вертикального ствола.

## **Тема 7. Устойчивость пород почвы подземных выработок.**

### **Давление на крепь со стороны почвы выработки. Реологические методы оценки устойчивости породного массива. Упругопластическая устойчивость породного массива. Эмпирические методы прогноза потери устойчивости пород почвы.**

Пучением называют значительные деформации, проявляющиеся в виде выдавливания породной массы со стороны почвы внутрь выработки. Поднятие пород почвы может достигать значительных величин (более 1 м) и даже привести к практически полной ликвидации выработки. В зависимости от горно-геологических условий этот процесс является либо затухающим, либо незатухающим во времени.

Существует несколько гипотез, объясняющих причину выдавливания пород в горных выработках:

- набухание пород под действием влаги;
- увеличение объёма пород в зоне неупругих деформаций вследствие их пластического разрыхления;
- выпирание пород под влиянием опорного давления в боках выработки;
- вязкое течение пород в результате неравновесного состояния массива в почве выработки;
- сорбционное набухание газонасыщенных пористых сред;
- потеря упругопластической устойчивости пород в области неупругих деформаций и т.д.

В зависимости от используемых физических моделей все методы оценки явления выдавливания пород в горные выработки можно разделить на четыре группы:

- основанные на применении уравнений статики сыпучих сред (П.М. Цимбаревич\*, В.Д. Слесарев и др.);
- основанные на использовании реологических уравнений (В.А. Лыткин, А.П. Максимов и др.);
- основанные на уравнениях теории упругопластической устойчивости (А.Н. Шашенко);
- основанные на эмпирических зависимостях (Ю.З. Заславский, И.Л. Черняк и др.).

---

\* Здесь и далее анализ работ взят из книги «Геомеханика» А.Н. Шашенко [2].

### Давление на крепь со стороны почвы выработки

Достаточно детально задача определения давления на крепь со стороны почвы выработки была впервые решена П.М. Цимбаревичем на основе подхода, предложенного К. Герцаги. Задача рассматривалась применительно к породной среде, которая обладает внутренним трением и лишена сцепления.

Породы почвы в выработке нагружены сверху по линии 1-1 рисунок 7.1,а некоторой вертикальной нагрузкой, под влиянием которой происходит выдавливание пород внутрь выработки. Рассматривается условие взаимодействия призмы сползания  $ABC$  (активное давление) и призмы выпирания  $ACE$  (пассивное давление). При этом допускается, как было отмечено выше, что породы разрыхлены и не имеют сцепления, а высота столба пород, формирующего усилия выпирания в почве, равна  $h_1 = h + b$ , где  $h$  - высота выработки,  $b$  - высота свода естественного равновесия.

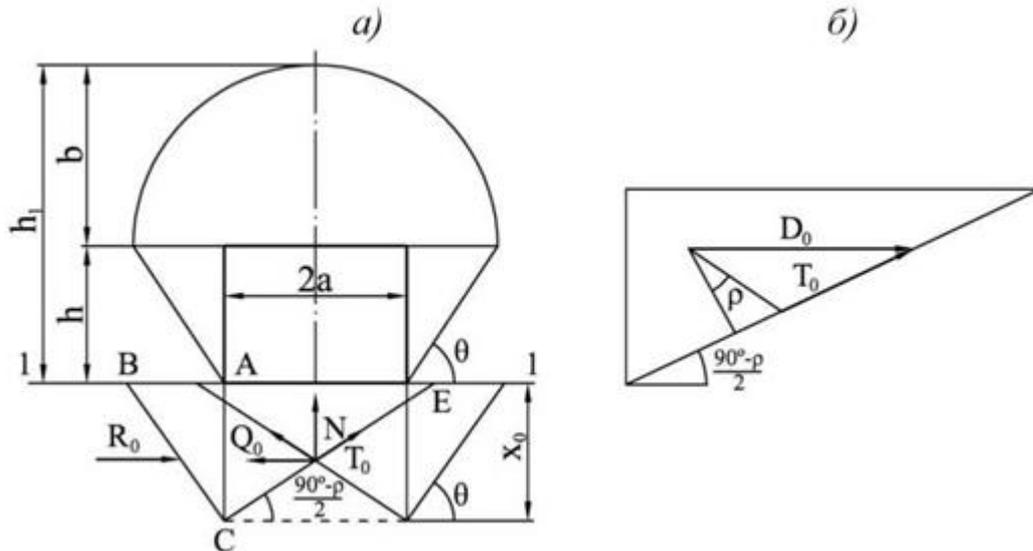


Рисунок 7.1 – Схема взаимодействия призм сползания и выпирания по П.М. Цимбаревичу.

Задача решается в следующей последовательности. Вначале определяют глубину зоны сдвигающихся пород

$$x_0 = h_1 \frac{\operatorname{tg}^4 \left( \frac{90^\circ - \rho}{2} \right)}{1 - \operatorname{tg}^4 \left( \frac{90^\circ - \rho}{2} \right)}.$$

Порода на глубине, превышающей  $x_0$ , находится в состоянии равновесия, а на глубине меньшей  $x_0$  - в состоянии движения в сторону выработки.

Горизонтальное давление со стороны почвы выработки равно

$$D_0 = R_0 - Q_0 = \frac{\gamma}{2} (x_0^2 - 2x_0 h_1) \operatorname{tg}^2 \frac{90^\circ - \rho}{2} - \frac{1}{2} \gamma x_0^2 \operatorname{tg}^2 \frac{90^\circ + \rho}{2},$$

где  $R_0$  - активное давление,  $Q_0$  - пассивное давление.

Горизонтальные силы  $D_0$  приводят к возникновению сил на наклонных площадках, которые в свою очередь, образуют нормальную равнодействующую  $N$ , направленную вверх (рисунок 7.1.).

Величину силы  $T_0$  определяют из схемы, показанной на рисунке 7.1,б по теореме синусов:

$$T_0 = \frac{D_0}{2 \sin\left(\frac{90^\circ + \rho}{2}\right)}.$$

Интересующую силу  $N$ , которая характеризует суммарное давление пород со стороны почвы, получают (рисунок 7.1,а) по формуле:

$$N = 2T_0 \sin\left(\frac{90^\circ - \rho}{2}\right) = D_0 \operatorname{tg}\left(\frac{90^\circ - \rho}{2}\right).$$

Подобным же образом В.Д. Слесарев рассматривал давление со стороны почвы выработки как боковой распор второго порядка (рисунок 7.2.).

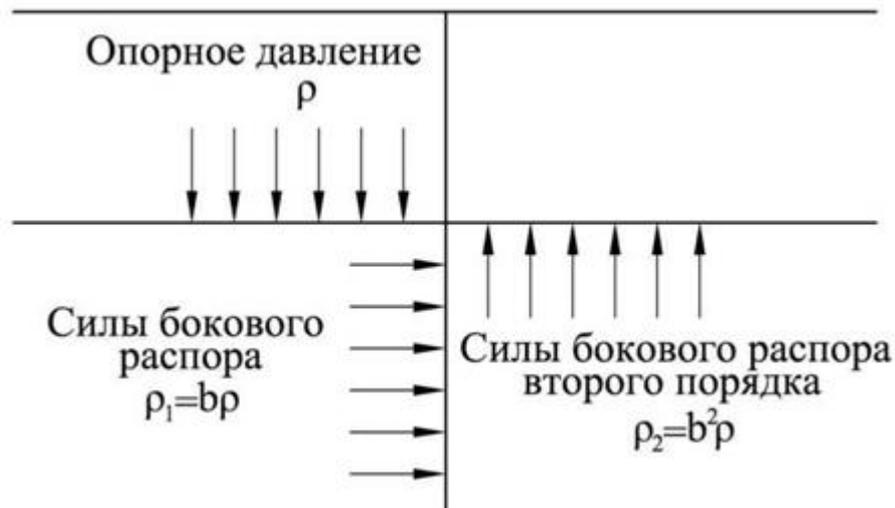


Рисунок 7.2. Возникновение давления со стороны почвы по В.Д. Слесареву.

Исходя из теории напряжённого состояния, возникающего в сыпучей несвязанной среде, в почве выработки действуют силы бокового распора

$$p_1 = (\gamma H + p_o) \operatorname{tg}^2\left(\frac{90^\circ - \rho}{2}\right).$$

где  $H$  - глубина расположения выработки;  $p_o$  - дополнительное давление на штрековые целики, вызванное ведением очистных работ и другими причинами.

Силы бокового распора  $p_1$  вызывают в свою очередь боковой распор второго порядка  $p_2$ , которые создаёт давление со стороны почвы

$$p_2 = (\gamma H + p_o) \operatorname{tg}^4\left(\frac{90^\circ - \rho}{2}\right).$$

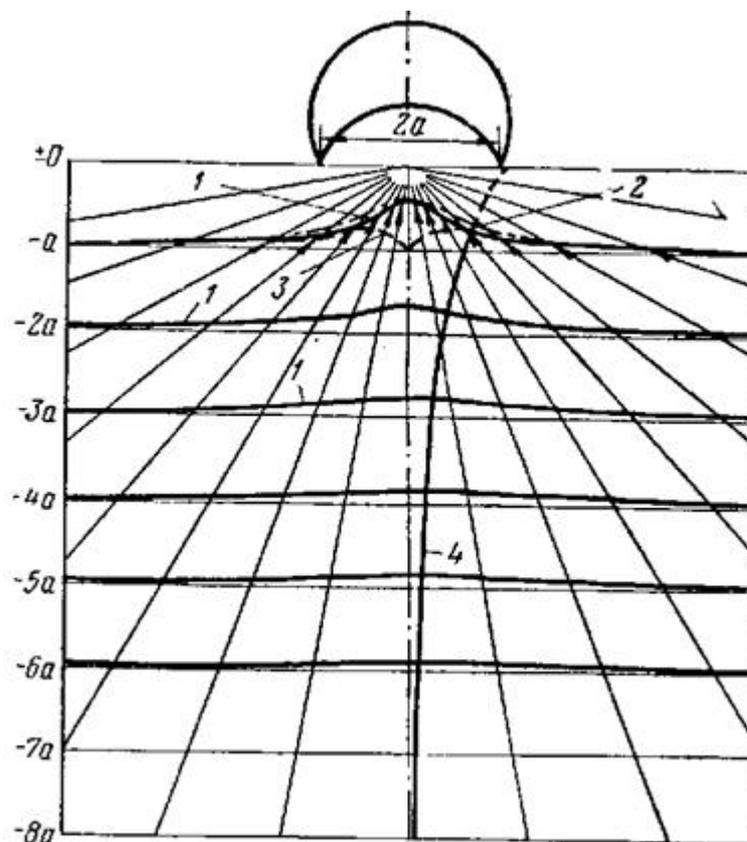
Недостатками описанных выше задач является либо отсутствие явной зависимости между величиной давления и глубиной заложения выработки (П.М. Цимбаревич), либо настолько прямая зависимость между этими величинами (В.Д. Слесарев), что ни одна крепь не в состоянии выдержать такую нагрузку. Причина недостатков этой группы методов кроется, прежде всего, в чрезмерной идеализации породной среды, примитивных расчётных схемах и применяемом математическом аппарате.

### **Реологические методы оценки выдавливания пород почвы в выработках**

Практика показывает, что выдавливание пород почвы в горных выработках является типичным временным процессом. Внешние проявления процесса выдавливания обнаруживаются не мгновенно вслед за подвиганием забоя, а проявляются со временем и длятся неделями, месяцами и даже годами. Таким образом, изучение пучения пород почвы в реологической постановке в большой степени отражают его физическую суть и представляют особый интерес с точки зрения математического моделирования явления.

Одна из таких задач была решена А.П. Максимовым. Физическая модель представляет собой диффузор, имеющий вид двух плоских стенок, сходящихся под углом  $\alpha$  друг к другу, через который происходит истечение некоторой очень вязкой среды. Если положить угол  $\alpha = 180$  градусов, то получим схему, изображённую на рисунке 7.3.

Необходимым условием возникновения вязкого течения является наличие в почве выработки напряжений, превышающих предельное сопротивление пород сдвигу. Исходными являются уравнения Навье-Стокса и уравнение среды Бингама-Шведова. В результате решения получены зависимости для определения смещений в почве выработки и величины нагрузки на крепь. Аналитические результаты качественно хорошо согласуются с результатами натурных измерений и физического моделирования. Как видно из рисунка 8.3, смещения захватывают значительную область в почве выработки, уменьшаясь по мере удалений вглубь массива, и практически затухают на расстоянии, равном, примерно, 7-8 радиусов выработки.



1 - радиальные смещения; 2 - вертикальные смещения; 3 - горизонтальные смещения, 4 - вертикальные смещения точек, расположенных на оси выработки

Рисунок 7.3 – Область деформирования пород в почве выработки.

Недостатком гидродинамического подхода к решению задач геомеханики является неизбежное использование констант, определение которых применительно к горным породам крайне затруднительно, например, числа Рейнольдса.

Несколько иное решение задачи о пучении пород почвы в выработках, выполнено В.А. Лыткиным также на основе реологической модели Бингама-Шведова. Расчётная схема задачи показана на рисунке 7.4.

Она принимается в виде залегающего в почве выработки слоя пучащей породы мощностью  $h_0$ , зажато между значительно более жёсткими слоями. В связи с образованием выработки вокруг неё создаётся концентрация напряжений. Величина их вертикальной составляющей на уровне кровли пучащего слоя определяется из решения упругой задачи и может быть приближённо вычислена по формуле

$$\sigma_y^{упр} = \frac{\gamma H}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (7.1)$$

где  $a$  - полупролёт выработки.

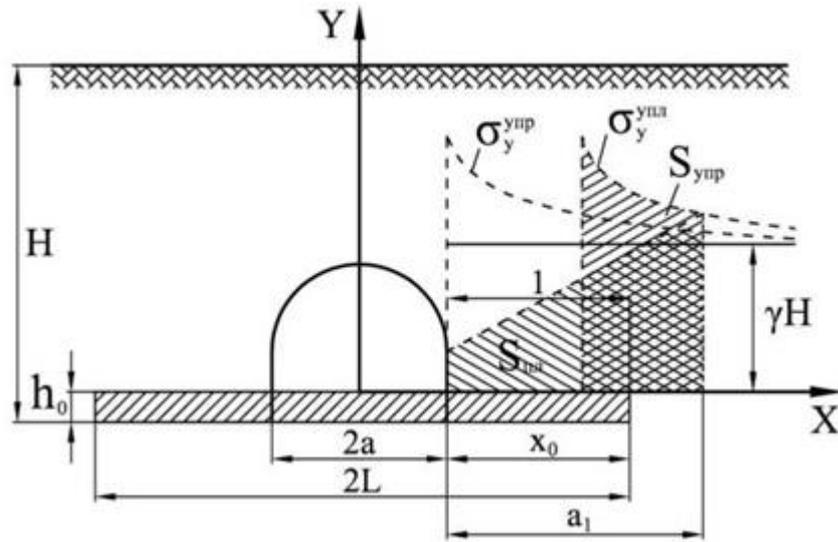


Рисунок 7.4 – Схема к определению объёма пучения породы (по В.А. Лыткину).

Под действием этих напряжений в слабом слое в окрестности выработки образуются симметрично расположенные области пластического течения, вертикальные напряжения в которых могут быть определены из приближенного решения А.А. Ильюшина по формуле

$$\sigma_y^{nl} = 2k_1 \left( 2 + \frac{x-a}{h_0} \right) \quad (7.2)$$

где  $k_1$  - параметр, вытекающий из условия прочности, например, предел прочности на сдвиг  $R_\tau$ .

Граница пластической области приближённо может быть определена из условия равенства напряжений  $\sigma_y^{nl} = \sigma_y^{ynp}$ . При образовании пластической области часть нагрузки, испытываемой пучающим слоем сразу после проходки выработки, определяемой из решения упругой задачи и превышающей нагрузку, полученную из решения пластической задачи, переместится в глубь массива. Параметр  $a$  - примет значение  $a_1$ . Положение границы пластической зоны  $l = x_0 - a$  определяется, исходя из площадей эпюр  $S^{nl} = S^{ynp}$  по следующей формуле:

$$l^3 + 6h_0l^2 + 2h_0(4 - k^{*2})l - 2k^*h_0^2a = 0, \quad (7.3)$$

где  $k^* = \frac{\gamma H}{2k_1}$ .

Объем вспученной породной массы может быть найден из выражений

$$V = \frac{4(1-\mu^2)L^2}{E} \left[ \frac{1}{2} \pi \gamma H - 4k_1 A - \frac{2k_1 L}{h_0} B \right], \quad (7.4)$$

$$\text{где } A = \arccos \frac{a}{L} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{a}{L} \right)^2} \right), \quad B = \frac{2}{3} \sqrt{1 - \left( \frac{a}{L} \right)^2} - \frac{a}{L} \arccos \frac{a}{L}.$$

Высота поднятия почвы составит

$$v = \frac{V}{2a}. \quad (7.5)$$

Расчёты, выполненные по приведённым выше зависимостям, дают существенно заниженные значения определяемых величин.

### **Упругопластическая устойчивость породного массива в окрестности одиночной выработки**

В докторской диссертации А.Н. Шашенко на основе лабораторных натуральных и аналитических исследований предложен отличающийся от изложенных выше подход к изучению проблемы пучения пород почвы подземных выработок. В его основе лежит гипотеза о потере упругопластической устойчивости породного массива в окрестности одиночной выработки, которая была сформулирована в итоге обобщения большого количества результатов натуральных измерений смещений контура выработок в условиях пучения пород почвы и лабораторного моделирования на моделях из эквивалентных материалов. Эти исследования позволили выделить в окрестности выработки по мере удаления от забоя наличие четырёх областей, характеризующихся различной интенсивностью протекания механических процессов:

**I** - область упругого деформирования;

**II** - область пластических деформаций;

**III** - область вспучивания пород почвы;

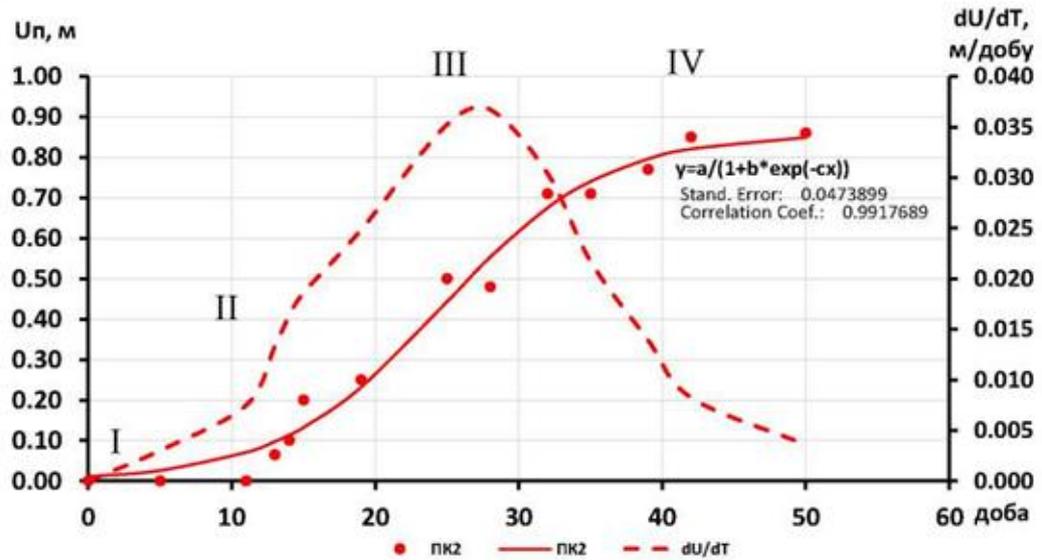
**IV** - область стабилизации (2) или нестабилизации (1) процесса пучения пород почвы (рисунок 7.5).

На рисунке 7.5 приведены типичные графики смещений и скоростей смещений контура выработки для шахты «Добропольская» «ДТЭК-Добропольеуголь», где пучение пород почвы является наиболее характерным проявлением горного давления.

Область вспучивания пород почвы (**III**) слабо прослеживается на графике смещений, но отчётливо видна на графике интенсивности смещений рисунок 7.5,б. Она характеризуется достаточно быстрым протеканием процесса и резким увеличением смещений после достижения ими некоторого критического предела в предшествующей области.

Четвертая область завершает процесс активного деформирования приконтурного породного массива. Интенсивность деформаций резко падает, они либо стабилизируются (рисунок 7.5,б), либо дестабилизируются во времени (рисунок 7.5,а).

a)



б)

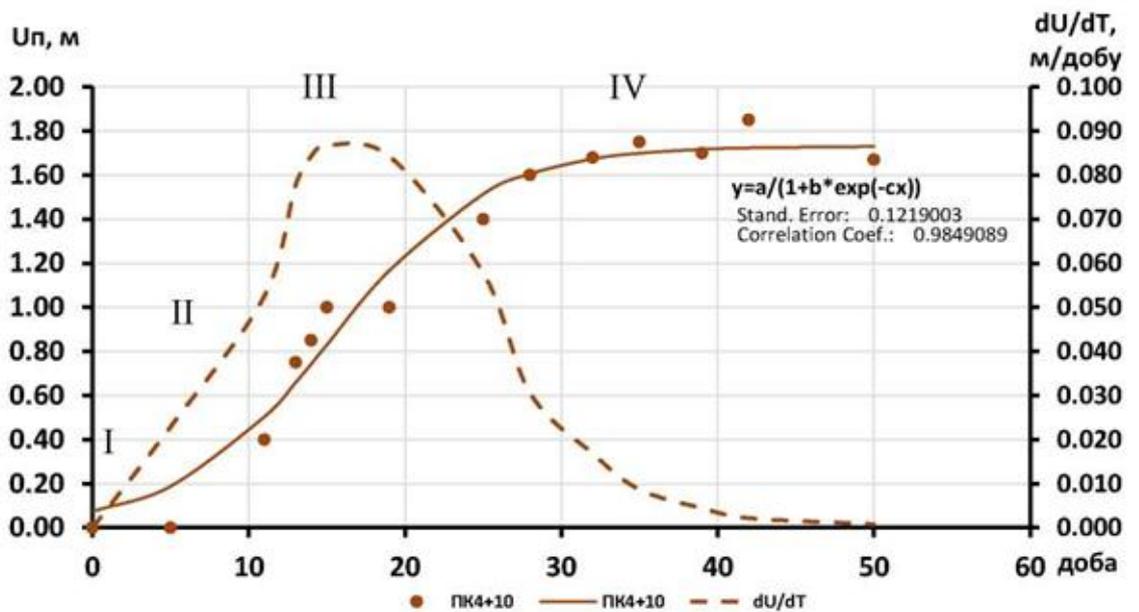


Рисунок 7.5 – Кинетика скорости вспучивания и перемещения подошвы на пикете.

Кривые перемещений, приведённые на рисунке 7.5, а, б достаточно близко аппроксимируются следующей зависимостью:

$$U_n = \frac{a}{1 + b e^{-ct}}. \quad (7.6)$$

где  $U_n$  - величина поднятия пород почвы;  $t$  - время, сут.;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  - коэффициенты, получаемые в результате натуральных измерений.

Анализ натуральных и лабораторных исследований, аналогичных тем, которые были изложены выше на примере шахты «Добропольская», показывает, что все они с поправкой на конкретную горно-геологическую ситуацию, качественно достаточно близко отражают картину развития

пучения пород почвы. Это обстоятельство уже само по себе говорит о том, что в основе явления лежит некоторая общая физическая закономерность.

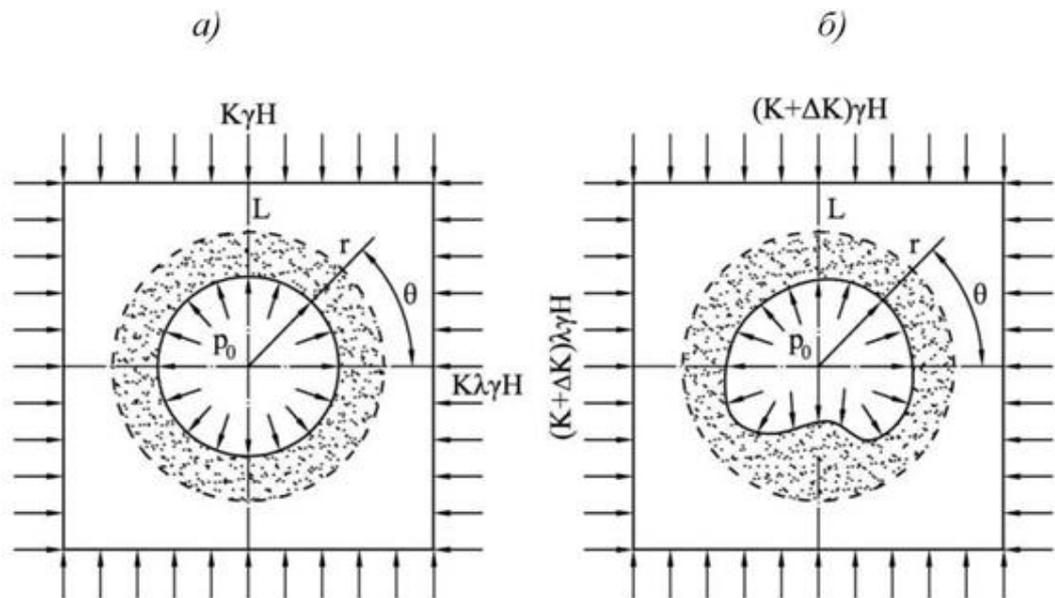
Начало пучения пород почвы выработок всегда связано с образованием третьей области. Характерной её особенностью является очень быстрый рост деформаций в течение достаточно короткого промежутка времени, происходящий после того, как пластические деформации достигают некоторых предельных (критических) значений. С энергетической точки зрения происходит следующее: при незначительном изменении напряжённого состояния, связанным с удалением реперной станции от забоя, происходит относительно быстрое выделение потенциальной энергии, расходуемой на дополнительное разрушение структурных связей в породном массиве и его разрыхление, сопровождающееся существенным увеличением объёма. После этого механическая система вновь обретает состояние равновесия.

Скорость перехода из одного энергетического состояния в другое определяется структурными особенностями пород в массиве. Для хрупких пород она может быть очень высокой, для пород, содержащих большое количество глинистых частиц, скорость перехода будет сравнительно небольшой, а дальнейший процесс - длительным, и, в зависимости от условий, затухающим или незатухающим.

В физике такие переходные процессы, которые характеризуются резким изменением одного параметра (перемещение на контуре выработки) при незначительном увеличении другого (компоненты напряжений на внешнем контуре), называют потерей устойчивости равновесия. В рассматриваемом явлении - это упругопластическая потеря устойчивости равновесия породного массива.

В докторской диссертации А.Н. Шашенко задача установления критериальных соотношений, позволяющих выполнять прогноз пучения пород почвы, решена на основе упрощенного подхода, разработанного А.Ю. Ишлинским - Л.С. Лейбензоном. Особенность его состоит в том, что параметр нагружения вводится только в граничные условия, которые учитывают изменения формы границы при выпучивании. При этом рассматривается породная среда с дилатансией.

В основу исследований положено решение упругопластической задачи, изложенной выше. В общем случае при потере устойчивости уравнения искажённого внутреннего контура можно представить в виде  $r = 1 + d \cos \theta$ , где  $d$  - константа,  $\theta$  - полярный угол. При этом на основное напряжённое состояние накладывается некоторое возмущённое состояние, вызванное изменением внутренних граничных условий. Это обстоятельство отражено на рисунке 7.6,а,б, где  $K$  - коэффициент, учитывающий влияние забоя выработки на внешние граничные условия,  $\Delta K$  - малое приращение коэффициента  $K$ , вызывающее изменение геометрии внутренней границы.



а - исходное состояние; б - возмущённое состояние  
 Рисунок 7.6 – Расчётная схема к решению задачи о потере упругопластического равновесия приконтурного массива.

Сопрягая компоненты упругих и неупругих напряжений на границе  $L$  с учётом граничных условий на контуре выработки ( $r = 1$ ), получим основное критериальное соотношение:

$$\varepsilon_v r_L^{*2} \ln^2 r_2^* + 2 = 0, \quad (7.7)$$

где  $\varepsilon_v$  - среднее значение коэффициента объёмного разрыхления пород в приконтурной области,  $r_L^*$  - критическим радиус области неупругих деформаций.

Изложенная выше теория пучения пород почвы в подземных выработках получила название бифуркационной. В последствии она была усовершенствована на случай негидростатического поля начальных напряжений.

Методика оценки геомеханической ситуации в проектируемой выработке состоит в следующем:

- по формуле определяется возможное значение радиуса области неупругих деформаций -  $r_L$  ;
- по формуле (7.8) устанавливается величина критического радиуса области неупругих деформаций -  $r_L^*$  ;
- условия отсутствия пучения в выработке имеет вид:

$$r_L < r_L^*. \quad (7.8)$$

Если же условие (7.7) не соблюдается, то необходимо предусматривать мероприятия, обеспечивающие возможность эксплуатации выработки в условиях пучения пород почвы.

### Эмпирические методы прогноза пучения пород почвы.

Методы определения параметров процесса пучения пород почвы в горных выработках, основанные на обобщении достаточно большого количества натуральных измерений, называются эмпирическими. Наиболее известными из них являются метод Ю.З. Заславского и И.Л. Черняка.

Ю.З. Заславский считает, что основными факторами, определяющими наличие и параметры процесса пучения пород почвы, являются следующие: уровень напряжений в окрестности выработки, определяемый весом вышележающей толщи пород, прочность пород, угол их залегания, слоистость массива, ориентировку выработок по отношению к напластованию (параллельно или перпендикулярно), их обводнённость, геометрические размеры и срок службы.

Основным критерием, по которому производится прогноз пучения пород почвы, является безразмерный параметр  $\frac{\gamma H}{R_c}$ . Приняв в качестве «порога пучения» величину поднятия почвы  $l_0=0,20$  м, т.е. такую величину, при которой процесс пучения начинает сказываться на состоянии выработки, Ю.З. Заславский предложил номограмму, позволяющую определять параметры процесса пучения. Эмпирический критерий для условий Донбасса, по которому оценивается склонность пород почвы к пучению для выработки шириной  $a$ , имеет вид:

$$a > \frac{1,22R_c}{\lambda H}. \quad (7.9)$$

По данным автора, в выработках шириной 3-5 м пучение начинается проявляться при значениях безразмерного параметра  $\frac{\gamma H}{R_c} = 0,25 - 0,4$ . Эти результаты хорошо согласуются с данными других исследователей.

Для расчёта величины поднятия пород почвы Ю.З. Заславским предложена схема, приведённая на рисунке 7.7. Породные слои в почве выработки рассматриваются как защемлённые балки, находящиеся под действием продольно-поперечной нагрузки. В процессе формирования сила  $P$  превосходит некоторое критическое значение  $P_{кр}$  после чего слой теряет устойчивость, вспучивается и терпит излом в центре, что приводит к потере его несущей способности.

Величина поднятия пород почвы  $U_n$  определяется по формуле:

$$U_n = 0,11 \sqrt{ah \left( \frac{0,85\gamma H - 0,15 \left( \frac{R_c}{R_0} \right)^2 p}{R_c} - 1 \right)} \quad (7.10)$$

где  $h$ ,  $a$  - высота и полупролёт выработки;  $H$  - глубина расположения выработки,  $\gamma$  - объёмный вес вышележащих пород,  $R_c$  - прочность пород на

одноосное сжатие,  $R_0$  – 30 МПа - условная прочность горных пород;  $p$  - отпор крепи со стороны боков.

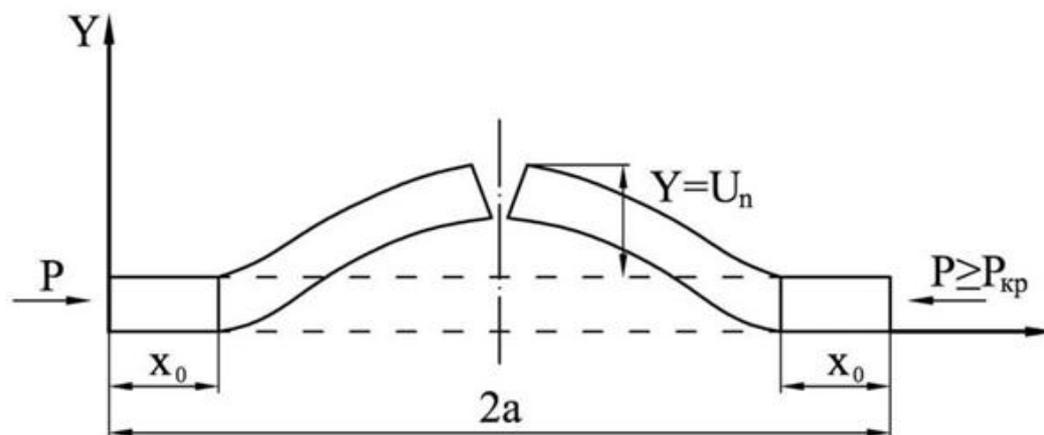


Рисунок 7.7 – Схема для определения величины поднятия пород почвы по Ю.З. Заславскому.

И.Л. Черняк на основании обобщения большого количества натуральных наблюдений и результатов лабораторного моделирования на моделях из эквивалентных материалов разработал вероятностно-статистический метод прогноза пучения. Основными факторами, определяющими параметры процесса, являются: глубина разработки, прочность вмещающих пород, их мощность и петрографический состав, а также площадь поперечного сечения выработки.

Метод даёт возможность не только констатировать наличие пучения, но и определить его интенсивность.

Общим недостатком любых эмпирических подходов является то, что применение установленных закономерностей ограничено теми регионами, в пределах которых производился отбор статистической информации.

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Какие процессы учитывают гипотезы, объясняющие пучение пород в горных выработках?
2. В чем суть гипотез давления на крепь со стороны почвы выработки П.М. Цимбаревича и В.Д. Слесарева?
3. В чем суть реологической модели А.П. Максимова и В.А. Лыткина?
4. В чем суть гипотезы упругопластической устойчивости породного массива в окрестности одиночной выработки?
5. Какие факторы учитывают эмпирические методы прогноза пучения пород почвы Ю.З. Заславского и И.Л. Черняка?

## Тема 8. Инструментальные методы исследования состояния породных массивов, подверженных влиянию горных разработок.

**Измерение перемещений и определений деформаций и напряжений на поверхности выработок, в глубине массива, в окрестности горных выработок. Измерение нагрузки на крепь горных выработок. Контроль состояния породной среды при подземном строительстве с помощью георадаров. Изучение перемещений породного массива при подземной добыче полезных ископаемых.**

**Измерение перемещений и определений деформаций и напряжений на поверхности выработок, в глубине массива, в окрестности горных выработок.**

### *Устройство замерных станций с контурными реперами*

Для проведения наблюдений за смещениями породного контура в выработке выбирается участок, на котором оборудуются замерные станции. Каждая такая станция должна состоять из нескольких замерных пунктов, установленных в выработке на расстоянии друг от друга, равном двойному шагу установки рамной крепи.

Каждый замерный пункт представляет собой три контурных репера. Два из них установлены в противоположных боках выработки соосно на высоте 1,0 м от почвы выработки, и третий - в кровле выработки по её вертикальной оси (рисунок 8.1). Репер - это шпур длиной 0,50 м стандартного диаметра, в котором при помощи цементнопесчаного раствора или деревянных пробок закрепляются металлические штыри, выходящие одним концом в выработку. В месте установки реперов на контрольном участке межрамное пространство должно быть закрыто сетчатой затяжкой. Конец репера, выходящий в выработку, обычно выполнен в виде крюка для удобства фиксации шнуров отвеса и условного замерного горизонта.

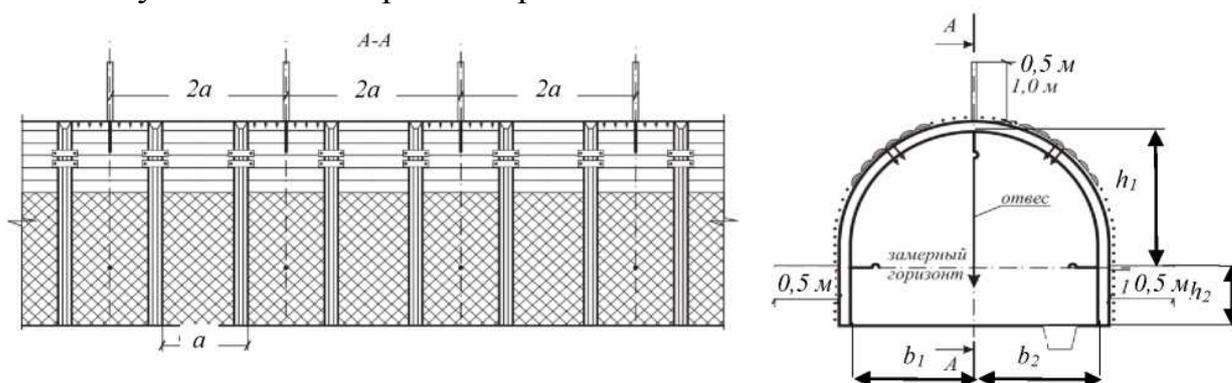


Рисунок 8.1 – Схема устройства замерных станций с контурными реперами.

### *Оборудование замерных станций глубинными реперами.*

Для изучения характера деформирования приконтурного породного массива после проведения выработки, в ней должны быть установлены замерные станции, состоящие из глубинных реперов (рисунок 8.2).

Конструкция глубинного репера якорного типа приведена на рисунок 8.3.

Установка замерных станций проводится в следующей последовательности.

С помощью буровой установки производится бурение шпуров (скважин)  $\varnothing = 30$  мм, длиной около 7 м.

В качестве репера используется 1,5 (2,5) витка упругой стальной проволоки  $\varnothing = 2$  мм (рисунок 8.4), прямые концы которой разнесены на размер, превышающий диаметр шпура.

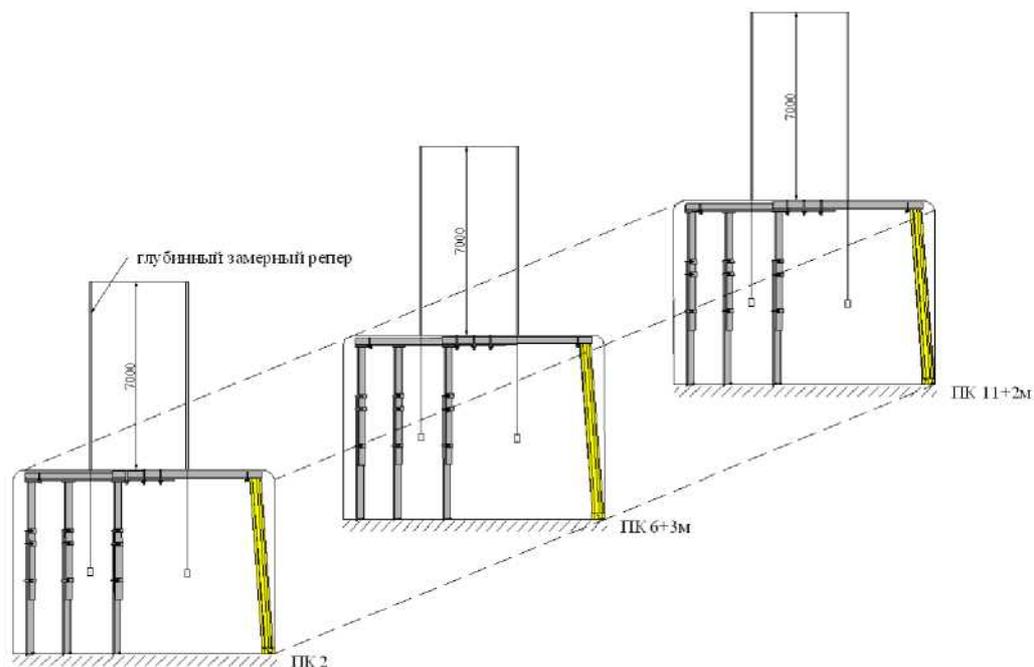
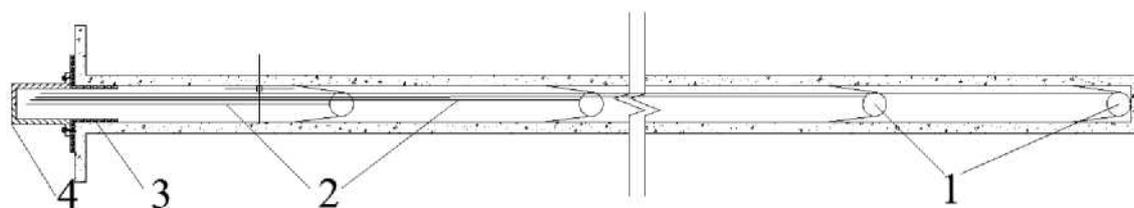


Рисунок 8.2 – Схема заложения замерных станций в протяжённой выработке.



1 - глубинный репер (якорь); 2 - тяги глубинных реперов; 3 - обсадная труба-контур; 4 – кондуктор.

Рисунок 8.3 – Конструкция глубинной реперной станции якорного типа.

Далее, на якорном репере закрепляется тросик, после чего он устанавливается в специальный паз досыльника (см. рисунок 8.4). Досыльник представляет собой сборный трубчатый стержень, изготовленный из отрезков металлопластиковой трубы  $\varnothing = 16$  мм, соединяемых с помощью соединительных муфт  $\varnothing = 26$  мм. Длина отрезка трубы с

муфтой составляет 104 мм, что с учётом стыковки труб между собой (- 4мм), позволяет точно контролировать глубину установки репера.



Рисунок 8.4 - Установка якоря в досыльник.

С помощью досыльника с периодическим наращиванием его длины путём подсоединения необходимого количества отрезков металлопластиковой трубы, якорный репер устанавливается на требуемую глубину (рисунок 8.5).

Глубина установки контролируется по числу отрезков досыльника и отметкам на них.



Рисунок 8.5 – Установка якоря в скважину.

После установки каждого глубинного репера на его тросике закрепляется пластиковая бирка с соответствующим номером (рисунок 8.6). Номер репера и глубина его установки сразу же заносится в ведомость.



Рисунок 8.6 – Установка бирки.

По окончании установки всех реперов на глубинах: 7 м, 6 м, 5 м, 4 м, 3 м, 2 м, 1 м и 0.5 м, производится первый замер. Для этого измеряется разница между концом тросика от первого глубинного репера, положение которого считается неизменным в течение всего времени измерений, и концами тросиков от остальных реперов (рисунок 8.7).

Для удобства снятия замеров, длина тросика первого репера сделана наибольшей. После занесения замеров в ведомость, все концы тросиков собираются в один пучок и фиксируются в верхней части выработки, во избежание внешних воздействий на них.

Каждый последующий замер выполняется в той же последовательности, что и первичный.



Рисунок 8.7 - Проведение первого замера.

*Датчик смещения пород кровли*

Широкое использование анкерной крепи потребовало простых и надёжных способов контроля смещений контура выработок, закреплённой анкерными системами. Таким средством контроля является датчик смещения пород кровли Tell Tells (Telltale). Данное контрольное устройство представляет собой двухуровневый индикатор безопасности, используемый в шпурах диаметром от 27 до 55 мм. Он состоит из двух крепёжных устройств (рисунок 8.8), соединённых с соответствующими индикаторами «А» и «В» с помощью троса и контрольной трубки (двух видов - для обводнённых и сухих пород) (рисунок 8.9).

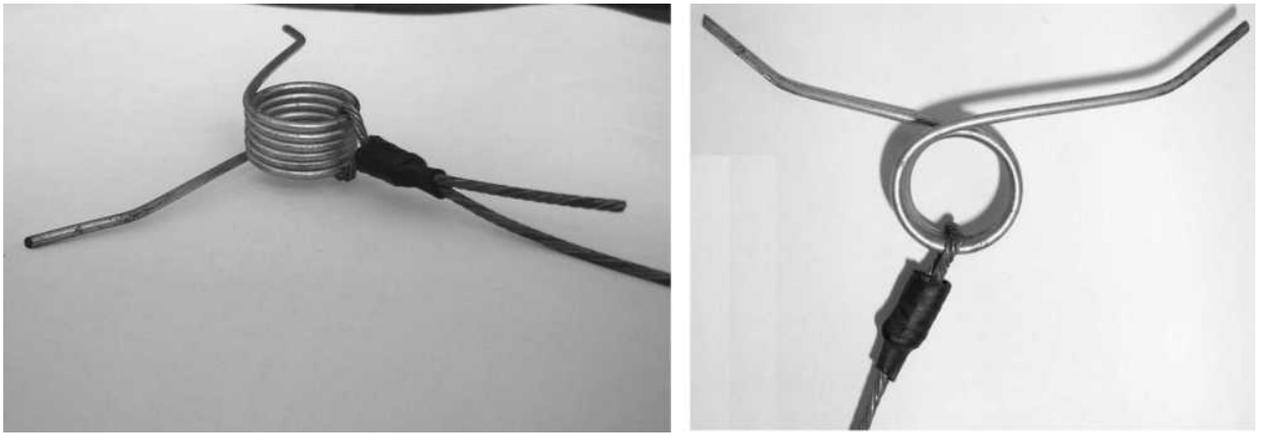


Рисунок 8.8 - Крепёжное устройство датчика смещения Tell Tells (Telltale).

Для установки датчика необходимо:

- пробурить шпур соответствующего диаметра на глубину не менее 4,8 м или на двойную глубину анкера (если длина применяемых анкеров более 2,4 м);
- установить крепёжное устройство верхнего индикатора (индикатор меньшего размера «В») в донную часть шпура с помощью специальной досылочной штанги. Проверить надёжность крепления крепёжного устройства, измерить высоту установки;
- установить крепёжное устройство нижнего индикатора (индикатор большего размера «А») на 0,3 м ниже глубины закрепления анкера и измерить высоту установки;
- установить верхнюю часть индикатора «А» (зелёная полоса) на одном уровне с нижней гранью контрольной трубки. Совместить шкалу. Зафиксировать индикатор в данном положении, обжав с помощью плоскогубцев зажим на тросе;
- установить верхнюю часть индикатора «В» (зелёная полоса) на одном уровне с нижней гранью индикатора «А». Совместить шкалу. Зафиксировать индикатор в данном положении, обжав с помощью плоскогубцев зажим на тросе;
- зарегистрировать в журнале следующие данные: положение шпура (привязка по протяжённости выработки и положение по сечению выработки), дату и время установки, высоту расположения крепёжных устройств, показания индикаторов.

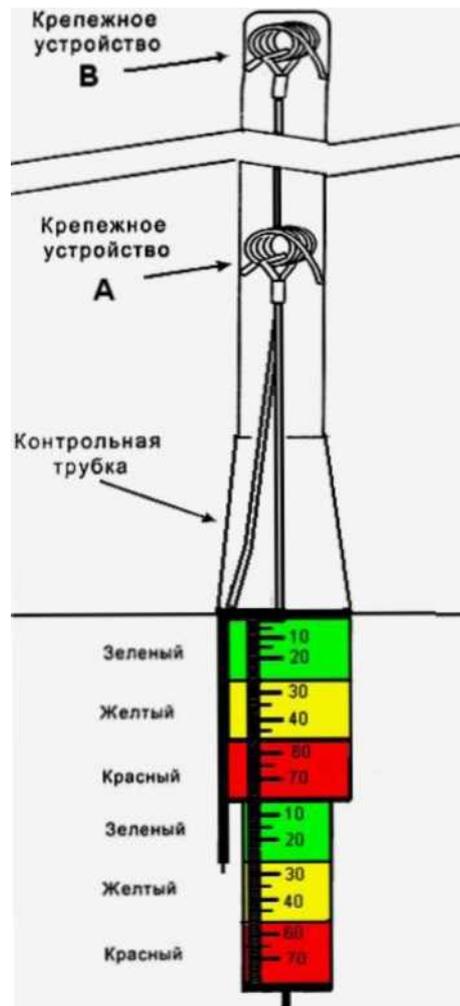


Рисунок 8.9 – Схема монтажа двухгоризонтного индикатора безопасности.

Определение смещений выполняется в следующем порядке.

Фиксируются показания индикатора, подбирая контрольные отметки для каждого крепёжного устройства:

- контрольная отметка для индикатора «А» - нижняя часть контрольной трубки;
- контрольная отметка для индикатора «В» - нижняя часть индикатора «А».

Шкала имеет миллиметровое деление с отметками сантиметров. Например: «А» = 12 мм, «В» = 31 мм.

- Перемещение индикатора «А» по отношению к контрольной трубке соответствует смещению пород кровли на высоте закрепления анкера.
- Перемещение индикатора «В» по отношению к контрольной отметке (нижняя часть индикатора «А») соответствует смещению пород кровли на высоте между закреплённой частью анкера и верхним крепёжным устройством.
- Полное смещение массива пород кровли соответствует сумме отсчётов «А» и «В».
- Смещение пород кровли находящихся выше крепёжного

устройства индикатора «В» не определяется.

Контроль смещения пород кровли по цветовым индикаторам датчика проводится следующим образом. Фиксируется информация о положении цветных полос индикаторов, видимых полностью или частично (каждый индикатор имеет три полосы зелёную - 0...25 мм, жёлтую – 25...50 мм, красную - 50...75 мм).

Например: «А»: 1/2 зелёной, жёлтая, красная; «В»: 3/4 жёлтой, красная.

### **Измерение нагрузки на крепь горных выработок.**

Исследования взаимодействия крепи горных выработок с породным массивом проводятся, прежде всего, с целью проверки аналитических решений, сбора и обобщения данных измерений для разработки нормативных документов, предназначенных для проектирования подземных сооружений, а также последующего уточнения рациональных параметров установленной крепи.

Для измерения нагрузки на крепь используют прямые и косвенные методы.

**Прямые методы** основаны на применении специальных динамометрических устройств. При этом прибор может располагаться либо между крепью и породным контуром, либо входить в конструкцию так называемой динамометрической крепи.

**Косвенные методы** предполагают измерение величин, которые функционально связаны с нагрузкой, например, это может быть измерение кривизны элементов металлической крепи или статистическая оценка состояния выработки, в которой установлена крепь с известными параметрами.

#### *Прямые методы измерения нагрузки на крепь*

Величина нагрузки на крепь зависит от степени её жёсткости: чем жёстче крепь, тем выше в одних и тех же условиях действующая на неё нагрузка. При установке динамометра на крепь образуется искусственная система «крепь-динамометр-порода», которая отличается от естественной «крепь-порода» наличием дополнительного элемента - динамометра. В этой связи жёсткость динамометра должна быть такой, чтобы его присутствие не сильно сказывалось на жёсткости изучаемой системы.

В общем случае для любого заданного значения реакции сопротивление крепи и произвольных силовых характеристик прибора и крепи жёсткость системы «крепь-динамометр» определяется по уравнению:

$$K_i = \frac{f(x_{gi})\varphi(x_{ki})}{f(x_{gi}) + \varphi(x_{ki})}, \quad (8.1)$$

где  $x_{gi}$  и  $x_{ki}$  - величины смещений соответственно динамометра и крепи при нагрузке  $P_i$ . В случае линейных силовых характеристик динамометра и крепи жёсткость системы будет определяться по формуле:

$$K_c = \frac{K_g K_k}{K_g + K_k} = \frac{K_k}{1 + \frac{K_k}{K_g}}, \quad (8.2)$$

где  $K_g$  и  $K_k$  - жёсткость соответственно динамометра и крепи, определяемая как тангенс угла наклона на графике зависимости нагрузки  $P_{ik}$  от величины смещений: ( $K_i = \frac{P_i}{U_i}$ ).

Величина, обратная жёсткости, называется податливостью системы:

$$L_c = K_c^{-1}. \quad (8.3)$$

Анализ выражения (8.2) показывает, что для того, чтобы величина жёсткости динамометра была бы достаточно мала, а жёсткость системы, примерно, равна жёсткости крепи, следует принимать жёсткость динамометра значительно выше жёсткости крепи (раз в 10 и более).

Погрешность измерения нагрузки при использовании динамометров зависит от геометрических параметров крепи и динамометра, а также от величины их относительных деформаций. В случае размещения динамометра под стойкой крепи погрешность измерения определяется из выражения:

$$\delta = \frac{h_g (\varepsilon_g - \varepsilon_c)}{h_g \varepsilon_g + h_c \varepsilon_c}. \quad (8.3)$$

где  $h_g$  и  $h_c$  - соответственно высота динамометра и стойки;  $\varepsilon_g$  и  $\varepsilon_c$  - относительные деформации динамометра и стойки.

Динамометры, применяемые при исследовании горного давления, в зависимости от используемого в них чувствительного элемента делятся на механические, гидравлические, электрические, магнитоупругие и фотоупругие. Основное применение имеют первые три типа.

Принцип действия механических динамометров основан на измерении упругих деформаций мембраны, возникающих под влиянием приложенных нагрузок. Деформации чаще всего измеряются индикатором часового типа. Способ отсчёта может быть непосредственным или с помощью самопишущих устройств. На рисунок 8.10 изображён механический динамометр 50Д-180.

Давление на мембрану 1 передаётся через располагающуюся над ней верхнюю опору 2. Под нагрузкой мембрана прогибается вниз, сжимая пружину 3. Величина перемещений, увеличенная в несколько раз с помощью рычага 4, снабжённого возвратной пружиной 5, фиксируется под отверстием 6. Для определения величины перемещений конца рычага в отверстие вставляется измерительный стержень индикатора часового типа, цена деления которого 0,01 мм, ход -10 мм.

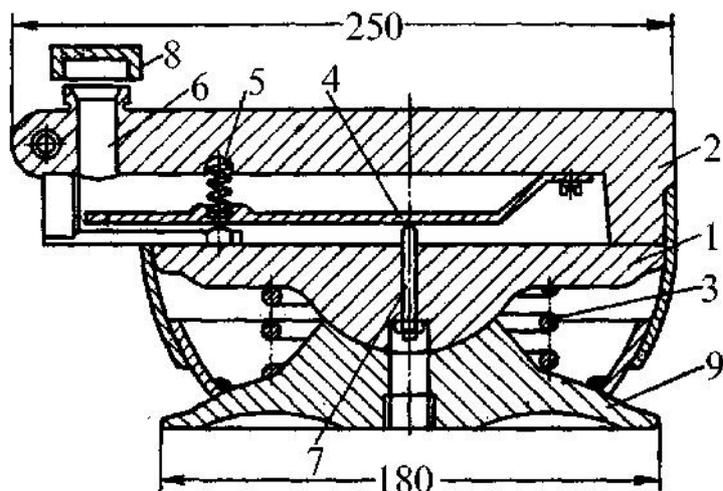


Рисунок 8.10 – Механический динамометр 50Д-180.

Начальный отсчёт можно регулировать винтом 7. Отверстие в нерабочем состоянии закрывается колпачком 8. Весь динамометр смонтирован на массивном основании 9.

Характеристика рассмотренного динамометра следующая: рабочая нагрузка 500 кН, ход рычага 6-7 мм, точность показаний 5 кН, масса 9,5 кг.

Принцип действия гидравлических динамометров ГСД-6 (рисунок 8.11) основан на свойстве несжимаемости жидкости (ртути, глицерина или масла). Жидкость помещается в полость 1, образуемую стаканом 2. Под давлением на опоры 3 и 4 стакан деформируется и жидкость через канал 5 выдавливается в измерительную трубку 6. Влияние момента сил, распределённых по опорам, исключается шаровой пятой 7.

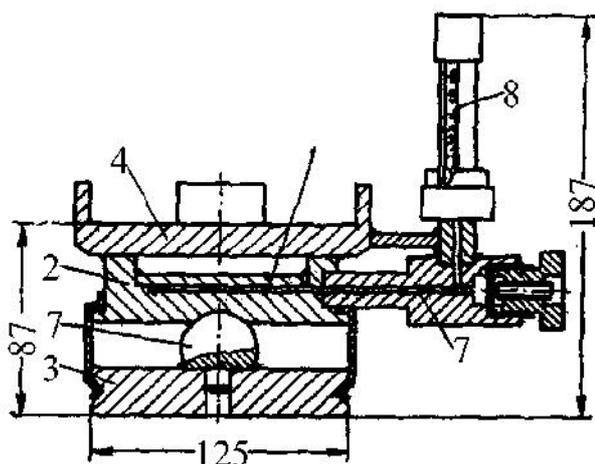


Рисунок 8.11 - Гидравлический динамометр ГСД-6.

Гидравлические динамометры обладают простотой устройства и большой прочностью.

На рисунке 8.12 изображён стоечный динамометр ДСС-50. В его корпусе 1 смонтирован струнный датчик 2 и вызывная катушка 3. Измеряемая нагрузка, прикладываемая к опорной крышке 4 и основанию 5, передаётся струне через опорный шарик 6. Канатик 7 служит ручкой для переноски.

Предельная нагрузка такого динамометра составляет 500 кН.

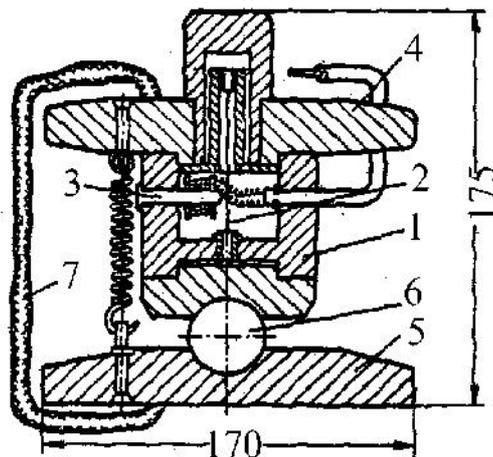


Рисунок 8.12 - Стоечный динамометр ДСС-50.

Динамометрические крепи являются основой измерительных станций. Они устанавливаются в выработках сразу же после подвигания забоя выработки. По принципу действия измерительных устройств различают следующие виды динамометрических крепей:

- с применением рабочих элементов крепи;
- оснащённые по периметру крепи группой динамометров;
- с применением специально приспособленных элементов крепи

для измерения нагрузок с помощью динамометров или динамометрических баллонов.

Конструкции динамометрической крепи, устанавливаемой в вертикальных стволах и горизонтальных выработках, являются различными.

В стволах, сооружаемых обычным способом, применяется динамометрическая крепь, которая состоит из тубинговых сегментов 1, являющихся несущей частью крепи, гидравлических баллонов 2 и измерительной аппаратуры (рисунок 8.13).

Закрепное пространство, для обеспечения плотного контакта крепи с породным контуром, заполняется цементнопесчаным раствором.

Давление на крепь воспринимается гидравлическими баллонами, жёстко связанными с динамометрическими сегментами и несущими элементами крепи.

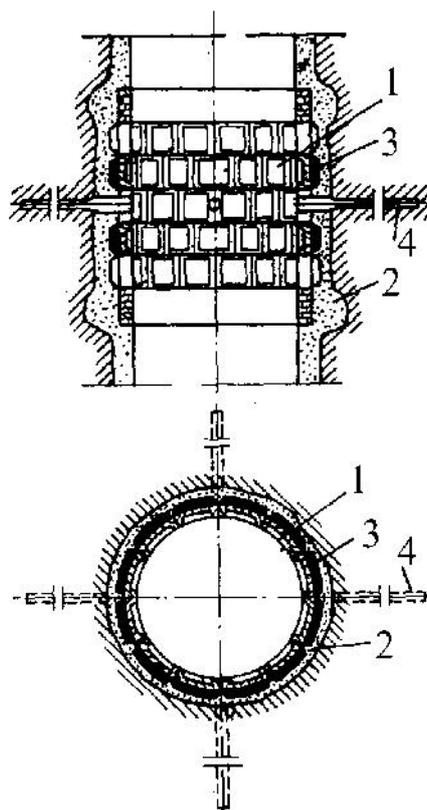


Рисунок 8.13 - Схема измерительной станции.

Гидравлический баллон представляет собой герметическую сварную стальную коробку, внешняя поверхность которой выполнена в виде гибкой мембраны. Под действием давления со стороны породного массива мембрана прогибается, нагрузка воспринимается вязким наполнителем (например, битумом) баллона и передаётся на мембрану динамометра, установленного на сегменте крепи. Для изменения продольных и поперечных деформаций сегментов на них устанавливаются тензометры. Для работы в режиме регулируемой податливости гидравлические баллоны снабжены специальными клапанами податливости, позволяющими выпускать из них часть вязкого наполнителя. Число колец динамометрической крепи зависит от типа решаемых задач и характера (крепости) вмещающих пород.

Пример конструкции измерительной станции в горизонтальной выработке при жёсткой кольцевой крепи представлен на рисунке 8.14.

Измерительная динамометрическая станция в горизонтальной выработке состоит из кольцевой крепи 1, выполненной из балок двутаврового или специального желобчатого профиля. Вокруг крепи устанавливается 8-10 внешних элементов динамометрической крепи 2 в виде отдельных сегментов из специального желобчатого профиля, поверх которых укладывается железобетонная затяжка 3.

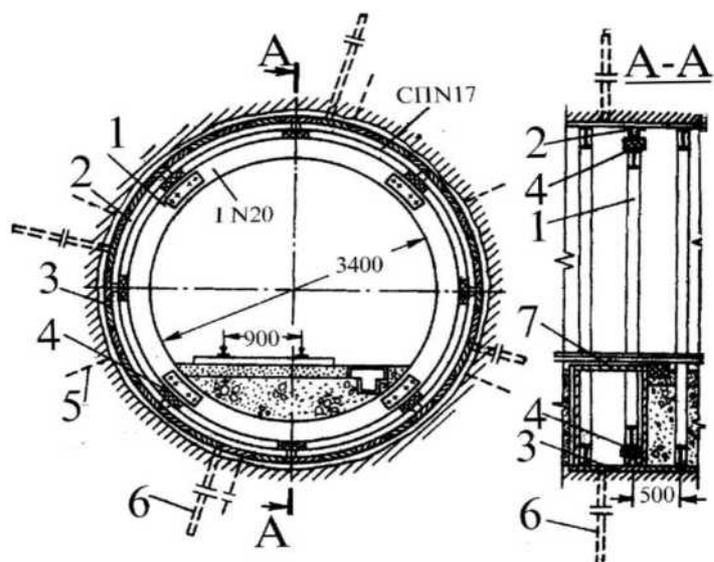


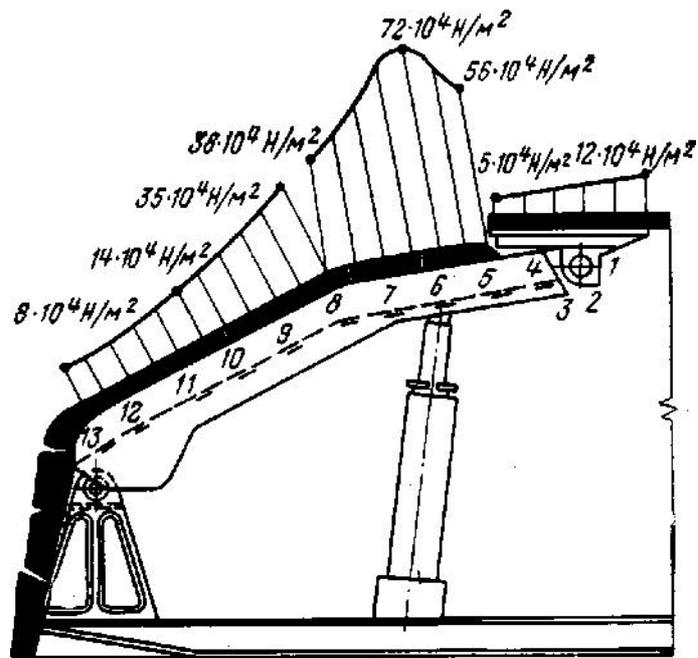
Рисунок 8.14. Схема измерительной станции в горизонтальной выработке (по Ю.З. Заславскому).

Между основной крепью и внешними элементами устанавливается 8-10 динамометров 4, над которыми, между затяжкой и породой, забиваются металлические клинья. Динамометрическая крепь возводится попеременно с обычной крепью.

Для определения величин перемещений породного контура станции оборудуются контурными реперами, вставленными в шпуров 5 диаметром 42 мм и глубиной около 1 м. Некоторые станции для наблюдений за развитием области неупругих деформаций оборудуются комплектами глубинных реперов, устанавливаемых в скважины 6 диаметром 60 мм и глубиной до 10 м. Измерительные устройства, расположенные под путями и балластом, имеют ограждение 7. Пример использования фотоупругих датчиков для определения нагрузок на перекрытие механизированной крепи показан на рисунок 8.15.

Датчики наклеиваются на элементы крепи до момента их установки, т.е. когда крепь не находится в напряжённом состоянии. Напряжения измеряются через определённые промежутки времени с помощью портативных полярископов одностороннего действия.

Напряжения определяются по тарировочному графику, построенному на основании экспериментов с образцами из материала исследуемой крепи. Для изучения степени обжатия крепи в выработке используют измерительные стержни.



1-13 - номера датчиков

Рисунок 8.15 - Схема расположения фотоупругих датчиков при измерении нагрузок на крепь и их распределение.

### Контроль состояния породной среды при подземном строительстве с помощью георадаров

В начале 60-х годов в СССР и США были разработаны георадиолокаторы (в настоящее время их называют просто георадарами) для подповерхностного зондирования. Эти приборы представляют собой радиолокаторы для обнаружения неоднородностей в грунте, торфе, кирпичной кладке, бетоне, скальных породах и других непрозрачных средах. С появлением георадара начала воплощаться старая мечта всех кладоискателей. Но в силу совершенно новых возможностей, которые георадар даёт человеку, он быстро завоевал популярность у строителей, геологов, изыскателей. Прежде чем говорить об использовании георадара при проходке тоннелей, кратко рассмотрим их возможности.

Первые георадары (и некоторые модификации современных), для которых основным измеряемым параметром являлась амплитуда сигнала, отражённого объектом, по основным параметрам почти не отличались от металлоискателей. Такие приборы плохо измеряют глубину расположения предмета, а определяют только точку на площадке, под которой находится объект. Максимальная глубина обнаружения сравнима с размером антенны  $D$  прибора и увеличивается при увеличении размеров предмета. Когда размеры предмета велики (заметно больше  $D$ ), то глубина обнаружения может достигать  $(2\div 3) D$ . Единственное преимущество таких георадаров - возможность обнаружения не только металлических, но и диэлектрических объектов, диэлектрическая проницаемость которых отличается от проницаемости среды, в которой расположен объект.

В дальнейшем появились георадары, способные определять глубину скрытого в грунте (или другой среде) объекта, а в некоторых случаях и его

геометрические размеры и форму. Эти новые возможности значительно расширили области использования георадаров и круг их потенциальных потребителей. Каковы же предельные возможности современных георадаров? От чего они зависят?

В классической радиолокации максимальная дальность обнаружения цели связана с затуханием сигнала за счёт сферической расходимости излучаемых электромагнитных волн. В георадиолокации максимальная глубина (дальность) обнаружения объекта определяется как упомянутой расходимостью потока радиоволн, так и потерями в среде зондирования, то есть затуханием электромагнитных волн в ней. Потери эти велики и к тому же зависят от частоты излучаемого сигнала и электрических параметров среды. Например, в диапазоне УКВ потери в грунтах увеличиваются, приблизительно, пропорционально частоте и влажности. Чтобы обойтись без формул, определяющих эти зависимости, приведём таблицу максимальных глубин обнаружения из описания одного из самых популярных георадаров SIR- 3000 фирмы GSSI (таблица 8.1).

Таблица 8.1 - Основные технические характеристики георадара SIR-3000.

<b>Система</b>	
Антенны	Совместим со всеми антеннами GSSI: 16-80 МГц, 100 МГц, 200 МГц, 270 МГц, 400 МГц, 900 МГц, 1600 МГц, 2000 МГц, 2600 МГц
Число каналов	1 (один)
Хранение данных	Встроенная память: флеш-карта 2 Гб, Порт CompactFlash: соответствует промышленному стандарту CompactFlash 2 Гб (файловая система FAT 16)
Дисплей	Улучшенный TFT дисплей с диагональю 8,4 дюйма, разрешение 800x600, 64 000 цветов
Режимы дисплея	Строчная развёртка, осциллографический, трёхмерный
<b>Сбор данных</b>	
Формат данных	RADAN (.dzt)
Скорость записи	220 сканирований/с при разрешении 256 точек (разрядность 16 бит); 120 сканирований/сек. при разрешении 512 точек
Интервал записи	По выбору пользователя
Разрешение по вертикали	256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192
Режимы съёмки	Свободный прогон, одометр, точечный
Диапазон длительности приёма отражённого сигнала	0-8000 нс, по выбору пользователя Усиление: ручное или автоматическое, от 1-5 точек усиления (от -20 до +80 дБ)
Фильтры	Вертикальные: низко- и высокочастотные, IIR (асимптотические) или FIR (конечные) Горизонтальные: усреднение, удаление фона
Диапазон передачи	До 100 кГц
<b>Языки интерфейса</b>	
Английский, французский, итальянский, немецкий, испанский, японский, китайский	
<b>Эксплуатационные характеристики</b>	
Рабочая	от -10°C до 40°C

температура	
<b>Габаритно-массовые характеристики</b>	
Габариты	31,5 (Д) x 22 (Ш) x 10,5 (В) см (12,4 x 8,7 x 4,1 дюйма)
Вес	4,1 кг (9 фунтов) с аккумулятором
Защита от условий окружающей среды	Влагозащита
Производитель	Geophysical Survey Systems, Inc., США

Наименьшие значения глубины обнаружения неоднородностей относятся к средам с большими потерями (глине и т.п. при высокой влажности), наибольшее значения - к средам с минимальным содержанием влаги (сухие песок, известняк, гранит и т.п.). Глубина обнаружения в конкретной среде уменьшается при увеличении влажности среды, увеличении содержания солей и глины в грунте, увеличении средней частоты передатчика и увеличивается при уменьшении средней частоты, увеличении мощности передатчика, улучшении чувствительности приёмника.

При обнаружении цилиндрических объектов в диапазоне частот 300-600 МГц, например, металлических труб, уверенная регистрация в диапазоне глубин 0-3 м возможна, если диаметр трубы возрастёт на 8-10 см на каждый метр глубины. В более низкочастотном диапазоне 100-250 МГц и глубинах более 3 м диаметр металлической трубы для уверенного обнаружения возрастёт на 30-50 см на каждый метр глубины.

Диэлектрические неоднородности (пустоты, крупные валуны, полости, заполненные водой и т.п.) обнаруживаются хуже и только при наличии достаточного контраста диэлектрической проницаемости объекта и окружающей среды  $\epsilon_1/\epsilon_2 > 1,2\div 1,5$ .

Казалось бы, в этих условиях выгоднее всего использовать низкочастотный диапазон, где глубина обнаружения наибольшая. Однако с увеличением длины волны передатчика (понижением частоты) ухудшается разрешающая способность по глубине и увеличивается погрешность определения координат объекта. Реально разрешающая способность по глубине в лучшем случае (малые потери) составляет 207% от максимальной глубины, а в худшем случае (сильно увлажнённый грунт с большими потерями) - составляет 10-25% от неё. Этим георадар, работающий в поглощающих средах, принципиально отличается от классического радиолокатора, у которого можно получить почти любое сколь угодно малое разрешение по дальности при увеличении рабочей частоты и без уменьшения дальности обнаружения. Таким образом, разрешающая способность георадара по глубине ухудшается с увеличением глубины в 1,5-2,0 раза и более. И чем больше максимальная глубина зондирования, тем хуже разрешающая способность и погрешность определения координат объекта (см. таблицу 8.1).

Если классический радиолокатор определяет направление на объект, сканируя лучом в пространстве (режим поиска цели), то для обнаружения объекта с помощью георадара необходимо провести регистрацию сигналов в большом числе точек поверхности, по которой перемещаются его антенны. Погрешность определения координат объекта вдоль направления

перемещения  $\delta_x$  несколько хуже разрешения по глубине. Для надёжной привязки объекта необходимо, чтобы отрезок перемещения георадара был приблизительно равен ожидаемой глубине объекта, а число зарегистрированных сигналов велико (5-10 и более). Погрешность определения координат в поперечном направлении  $\delta_y$  зависит от числа «дорожек», а точнее от разнесения крайних «дорожек» перемещения георадара; причём оптимальное разнесение должно быть порядка ожидаемой глубины объекта. В этом случае погрешности  $\delta_x$  и  $\delta_y$  приблизительно равны.

Значительный прогресс в георадиолокации связан с использованием вычислительной техники для обработки сигналов. В современных георадарах компьютер используется для управления его работой, записи сигналов в цифровой форме, проведения обработки на разных уровнях и, наконец, для визуализации изображений объектов. Именно использование компьютеров и оптимизации радиотехнической части позволяют получить приведённые в таблице 8.1 значения максимальных глубин обнаружения и разрешающей способности. При этом используются самые современные типы сигналов (ультракороткие импульсы, сигналы со сверхбольшой базой), уникальные сверхширокополосные антенны, самые современные элементная база и схемотехника. Например, использование ультракоротких импульсов с шириной спектра более октавы и соответствующих сверхширокополосных антенн позволяет не только локализовать объекты, но и по фазе отражённого импульса определить, обладает ли объект большей или меньшей диэлектрической проницаемостью, чем включающая среда (грунт). Это не значит, что мы можем измерить по результатам зондирования электрические параметры вещества объектов, необходимые для их идентификации, но эта информация очень важна для установления типа объекта: полость ли это в грунте, водяная линза или валун. При обнаружении слоёв в некоторых случаях возможно измерение диэлектрической проницаемости этого слоя и достаточно точное определение его материала.

Работа георадара в тоннеле или в другом замкнутом объёме в непосредственной близости от торцевой цилиндрической части щита и механизмов накладывает дополнительные требования к антеннам. В большинстве отечественных и зарубежных георадарах используются дипольные антенны. При этом значительная часть мощности излучается в верхнее полупространство, то есть внутрь щита. Отражённая от его деталей и механизмов волна создаёт сильные помехи, которые при обработке дают ложные объекты.

Использование щелевых (экранированных сверху) антенн даёт резкое снижение излучения над поверхностью грунта и уменьшение уровня помех. При том же энергетическом потенциале георадар с такими антеннами имеет большую глубину зондирования и более высокую достоверность получаемых результатов. При создании тоннелей с использованием проходческого щита КЩ-12 или аналогичных ему возникает необходимость упреждающего обнаружения с поверхности торца забоя неоднородностей грунта (крупных валунов, водяных линз, карстовых полостей) в направлении проходки. Кроме

того, в готовой части тоннеля (цилиндрический канал с внешним диаметром 4 м, укрепленный слоем специального бетона толщиной около 30 см без арматуры) необходим также контроль как качества бетонного слоя, так и наличия водяных линз и карстовых полостей на периферии цилиндрической части. Особую опасность представляют крупные полости под телом тоннеля.

Георадарный контроль должен выполняться на расстоянии 2-4 м перед торцом забоя и на расстоянии 1-2 м на периферии цилиндрической части. Локализация валунов (или хвостов свай при небольшой глубине проходки) позволяет избежать повреждения механизмов для выборки грунта. Водяные линзы и карстовые полости, заполненные водой, на пути прокладки тоннеля могут служить причинами затопления и крупных аварий с человеческими жертвами. Карстовые полости (пустоты) опасны нарушением несущей способности грунта, особенно находясь под телом тоннеля.

При проходке щитами, у которых в процессе работы имеется доступ к торцу выборки грунта, возможно реализовать упреждающее обнаружение неоднородностей. Это осуществимо, например, посредством радиозондирования в направлении проходки (в торце забоя), а также в готовой части тоннеля по его периферии. Для требуемой глубины обнаружения наиболее приемлем диапазон УКВ. Причём следует использовать низкочастотную часть диапазона - 100-300 МГц, а возможно и ниже, в зависимости от характеристик грунтов, их влажности и величины поглощения. Для периферийного зондирования в готовой части тоннеля, учитывая меньшую требуемую глубину обнаружения, следует сдвинуть этот диапазон вверх в 1,5-2 раза, что одновременно улучшит пространственное разрешение и точность локализации неоднородностей. Для контроля качества бетона стенок тоннеля следует выбрать ещё более высокочастотный диапазон в полосе 1 - 5 ГГц.

Одновременное решение всех трёх задач с помощью единого блока аппаратуры практически нереально. Первые две задачи могут быть решены одним блоком аппаратуры и антенн, хотя лучшие результаты могут быть получены при использовании общего приёмно-передающего блока с двумя блоками антенн соответствующих диапазонов. Для третьей задачи необходимо совершенно другое техническое решение как для приёмника и передатчика, так и для антенн.

В странах СНГ отсутствуют подобные варианты георадаров, предназначенные для работы в тоннелях. За рубежом имеется тоннельный георадар, специально разработанный для работы с роторным проходческим щитом (его антенны смонтированы в окнах торцевой части щита) японской фирмой «Toda Radar System». Дальность его зондирования 23 м. К сожалению, он не может быть использован для работы в открытой части забоя без существенных доработок.

Основным отличием тоннельного георадара от аналогов зарубежных и российских фирм того же диапазона частот является использование не дипольных, а щелевых антенн. Передающие дипольные антенны обладают значительно более высоким уровнем излучения в верхнее полупространство,

когда они лежат на грунте, чем щелевые антенны. Приёмные диполи также более чувствительны к сигналам верхнего полупространства. Поэтому, когда георадар с дипольными антеннами работает в замкнутом объёме с размерами в единицы метров, то благодаря этим свойствам возникает множество помех, обусловленных отражениями от стенок объёма.

Щелевые антенны подавляют эти помехи более чем на порядок. Тоннельные георадары, используемые ЗАО «Геологоразведка», имеют именно щелевые антенны, разработанные под руководством Ю.И. Лещанского. Их высокие качества подтвердились при работе в Северо-Муйском тоннеле БАМа (1984 г.), тоннеле метро Днепропетровска (1987 г.) и в тоннелях Москвы (1986 - 1998 гг.).

### **Изучение процессов сдвижения породного массива при подземной добыче полезных ископаемых.**

Основными параметрами процесса сдвижения массива горных пород под влиянием подземных разработок, как было показано выше, являются абсолютные и относительные величины оседания поверхности (вертикальные и горизонтальные деформации), углы сдвижения, скорости оседания, длительность процесса сдвижения.

Изучение сдвижений вышележащей толщи пород производят с помощью стационарных наблюдательных станций, глубинных реперов и геофизических скважинных методов.

Стационарные наблюдательные станции представляют собой систему закреплённых точек (реперов), заложенных в массиве или различных сооружениях. С помощью этой системы реперов ведут наблюдения за земной поверхностью. Различают следующие типы наблюдательных станций:

- долговременные, закладываемые с целью изучения основных параметров сдвижения земной поверхности в течение нескольких (не менее трёх лет), при выемке полезного ископаемого на нескольких горизонтах;
- рядовые, закладываемые для наблюдений на период от одного до трёх лет при выемке полезного ископаемого на одном горизонте;
- кратковременные, закладываемые для изучения отдельных параметров сдвижения земной поверхности в течение 1-5 месяцев при ведении горных работ на глубине до 250 м;
- специальные, закладываемые с целью детального изучения локальных сдвижений массива горных пород или деформаций поверхностных сооружений.

Выбор места наблюдательных станций определяется положением горных работ и задачей исследований. Для наблюдений выбирается участок ровной малозастроенной местности, расположенный вдали от дорог и подъездных железнодорожных путей. На наблюдательных станциях устанавливают серию рабочих реперов. Расстояние между рабочими реперами выбирается в зависимости от глубины разработки, например, при глубине ведения горных работ 300-400 м это расстояние равно 25 м, при

глубине 400 м-30 м.

Конструкция реперов должна отвечать следующим требованиям: долговечности, удобства установки и выполнения измерений, достаточно низкой стоимости. Реперы, устанавливаемые на долговременных и рядовых станциях, представляют собой забетонированные металлические трубы, штыри и отрезки рельсов. Закладываются реперы на глубину ниже границы промерзания.

Привязка опорных реперов производится к существующей опорной сети, интервал времени измерений выбирают в зависимости от задач исследований и интенсивности происходящего процесса сдвижения. Обычно измерения делают один-три раза в месяц. На рисунке 8.16 показана одна из схем дистанционных наблюдений на земной поверхности при размещении реперов вдоль профильной линии.

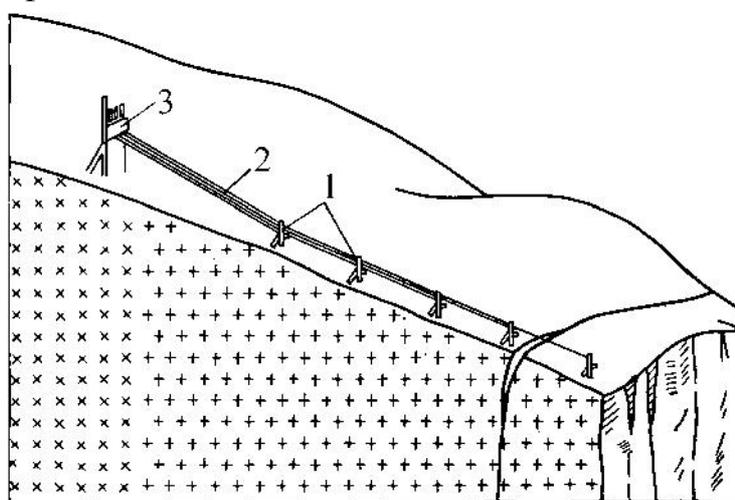


Рисунок 8.16 - Схема дистанционных наблюдений за сдвижением на земной поверхности.

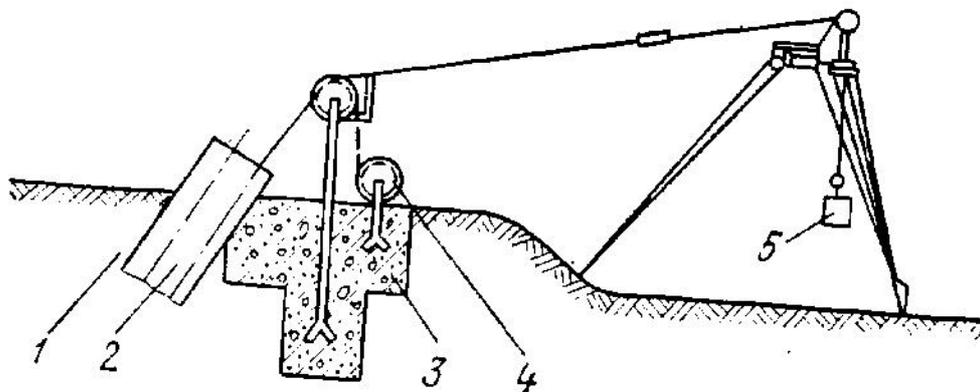
Репер 1 представляет собой забетонированную в массиве стойку. Каждый репер соединён стальной проволокой 2 с измерительной станцией 3, которая устанавливается в конце профильной линии.

Изменение положения репера по высоте вызывает перемещение соответствующих штоков с грузом по направляющим на измерительной станции. Величина перемещений штоков измеряется с помощью теодолита, устанавливаемого каждый раз на одном и том же месте. При таком способе измерений погрешность измерений на расстоянии 300-400 м не превышает 10 мм. Этот способ наблюдений особенно эффективен в сложных климатических условиях.

Наблюдения за формированием и развитием процесса сдвижения в глубине подработанного массива осуществляют с использованием специальных реперов и геофизических измерений в глубоких скважинах.

Скважины бурят в направлении выработанного пространства или под углом, близким к углу сдвижения массива, или же вертикально. В скважине устанавливают с помощью якорных устройств с определённым интервалом по глубине реперы, которые связаны с поверхностью гибкими связями (стальная

провода). Установку и закрепление реперов производят в восходящем порядке на не обнажённых участках скважины. На поверхности (рисунок 8.17) вблизи устья скважины бетонируют площадку, на которой устанавливается измерительная станция, состоящая из блоков и измерительной лебёдки.



1 - скважина; 2 - гибкие связи; 3 - бетонированная площадка;  
4 - блоки; 5 - груз

Рисунок 8.17 - Поверхностное оборудование глубинного скважинного репера.

Смещение реперов определяют по направлению оси скважины.

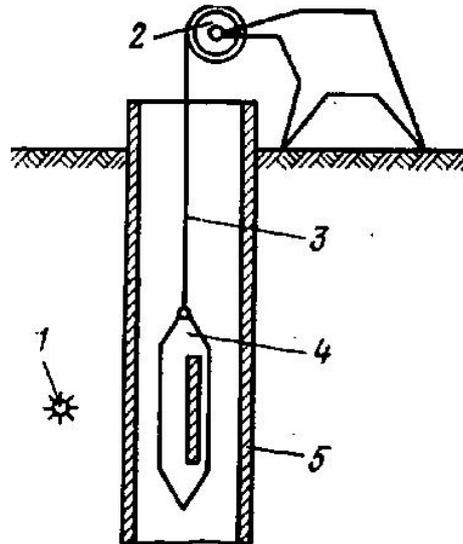
Описанный выше метод применим в случае крепких вмещающих пород, когда незакреплённые стыки скважины сохраняют устойчивость в течении требуемого, достаточно длительного, промежутка времени.

Если же вмещающие породы неустойчивы, то для сохранения скважины применяют обсадные трубы. В этом случае в качестве фиксированных точек по глубине скважины используют радиоактивные глубинные реперы (рисунок 8.18).

Реперами служат капсулы, содержащие точечный излучатель гамма - лучей (изотоп  $Co^{60}$ ). Капсулы выстреливают в стенки скважины с помощью специальных перфораторов. Положение капсул-реперов фиксируется с помощью опускаемых в скважины радиометров, снабжённых глубиномерами. Максимум интенсивности гамма-излучения соответствует положению репера в скважине.

В качестве реперов возможно применение также в обсадных скважинах и индуктивных колец и магнитогерконовых датчиков. В первом случае отыскание точки с максимальной индукцией производят с помощью автогенераторных датчиков. Во втором случае в скважине расклинивают магнитоактивный предмет (отрезок металлической стальной трубы). На мерной ленте в скважину опускают герконовый датчик, состоящий из герметичного магнитоуправляемого контакта (геркона) и постоянного магнита. Геркон представляет собой две пластинки из ферромагнитного материала, расположенные близко друг от друга и запаянные в стеклянный баллон. В магнитном поле постоянного магнита пластинки притягиваются друг к другу и замыкают контакт. При уменьшении магнитного поля под

действием построенного магнитоактивного предмета, пластинки геркона замыкаются, фиксируя положение репера.



1 - радиоактивный репер; 2 - измерительный барабан; 3 - измерительный трос; 4 - измерительный снаряд; 5 - обсадная труба

Рисунок 8.18 - Схема измерений с использованием радиоактивных реперов.

Применение геофизических методов в сочетании с маркшейдерскими позволяет осуществлять комплексное изучение сдвижения породных массивов под влиянием подземных разработок.

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Что собой представляет и какое назначение замерной станции с контурными реперами?
2. Что собой представляет и какое назначение замерной станции с глубинными реперами?
3. Расскажите порядок закладки глубинных реперов и выполнения замеров.
4. Назначение и принцип работы механического динамометра 50Д-180.
5. Назначение и принцип работы гидравлического динамометра ГСД-6.
6. Назначение и принцип работы стоечного динамометра ДСС-50.
7. Приведите схему измерительной станции в вертикальных стволах с использованием динамометрической крепи.
8. Приведите схему динамометрической станции в горизонтальной горной выработке.
9. Приведите схему расположения фотоупругих датчиков при измерении нагрузки на механизированную крепь.
10. Принцип работы георадаров.
11. Приведите схему измерения сдвижений толщи горных пород с использованием радиоактивных реперов.

## **Тема 9. Напряжённо-деформированное состояние породного массива вокруг очистных выработок.**

### **Особенности проявлений горного давления в очистных выработках. Гипотезы горного давления в очистных выработках. Основные принципы управления горным давлением при ведении очистных работ.**

#### **Особенности и виды проявлений горного давления в очистных выработках.**

Выработки, образуемые в результате непосредственной выемки полезного ископаемого при его разработке, называют *очистными*.

Основные задачи управления горным давлением в очистных выработках, также как в капитальных и подготовительных, заключаются в обеспечении устойчивого состояния выработок (или призабойного пространства) в течение необходимого времени их эксплуатации и в выборе наиболее экономичного, но вместе с тем полностью обеспечивающего безопасность работающих людей, способа крепления и поддержания выработанного пространства.

Однако по сравнению с подготовительными и капитальными выработками очистные выработки обладают некоторыми особенностями. Важнейшими из них являются:

- значительно большие размеры поперечных сечений и их изометричность;
- непрерывное движение забоя, обуславливающее постоянное изменение поля статических напряжений вокруг выработки, а также большую интенсивность воздействия технологических процессов (взрывных работ);
- существенно меньшее время эксплуатации.

Эти особенности очистных выработок определяют, в свою очередь, и специфические проявления горного давления в них.

В частности, значительные размеры сечений очистных выработок определяют увеличение зоны неупругих деформаций вокруг них по сравнению с капитальными и подготовительными выработками, в процесс деформирования пород вблизи очистных выработок вовлекается большее количество структурных неоднородностей низких порядков (крупноблоковой трещиноватости, геологических нарушений и пр.). Вследствие этого достаточно часто реализуются такие виды деформирования массива, как *пластическое течение, вязкое деформирование и обрушение*.

При некоторых сочетаниях уровня действующих напряжений и свойств пород в очистных выработках возможны и упругие деформации кровли с сохранением её устойчивости, либо с внезапным разрушением в форме динамических проявлений горного давления.

Специфика задач управления горным давлением в очистных выработках связана со сравнительно небольшим, как правило, сроком их эксплуатации и

непрерывным подвиганием забоя. Вследствие этого в очистных выработках в отличие от капитальных и подготовительных, поддерживают обычно не всю отработанную площадь, а лишь некоторую рабочую зону - часть её в непосредственной близости от забоя, ограниченно применяя мощные жёсткие виды крепи. Относительно же лёгкие деревянные или металлические податливые крепи, штанговая крепь и передвижные механизированные крепёжно-добычные комплексы, перемещаемые по мере подвигания забоя, находят весьма широкое применение.

Для управления горным давлением в очистных выработках часто используют закладку из пустой породы, которая поддерживает кровлю очистных пространств или же уменьшает амплитуду смещения покрывающих пород. Аналогичную роль играет отбитая горная масса, магазинируемая в блоках при разработке крутопадающих рудных залежей. Оказывая противодействие на стенки очистных камер, замагазинированная руда и порода существенно изменяют условия деформирования массива пород в приконтурной области вокруг очистных пространств.

В качестве мероприятий по управлению горным давлением в очистных выработках широко применяют полное обрушение пород над всем очистным пространством, за исключением призабойной части. При этом преследуют двоякую цель. Во-первых, вызывают искусственную разгрузку массива, в результате чего призабойная область освобождается от высоких статических напряжений (опорного давления). Во-вторых, вследствие заполнения выработанного пространства устраняется опасность динамических нагрузок в окружающем массиве и воздушной волны. Это создаёт возможность безопасного ведения горных работ в непосредственной близости от очистных выработок.

Формы и характер проявлений горного давления в очистных выработках весьма разнообразны (от небольших перемещений и деформаций горных пород и полезного ископаемого до их разрушения и обрушения, от незначительных нагрузок на крепь до полного вывода её из строя) и зависят от многих факторов, в том числе от глубины разработки, структуры и механических свойств массива горных пород, мощности и угла падения полезного ископаемого. Большое влияние на проявления горного давления оказывают производственно-технические условия эксплуатации месторождений, характеризующиеся формой, размерами и расположением выработок, технологией ведения добычных работ, способом управления горным давлением, скоростью подвигания забоев, видом крепи и т.д.

Вместе с тем со склонностью пород к тому или иному виду деформирования связаны выбор систем разработки месторождения и установление оптимальных параметров этих систем.

В капитальных и подготовительных выработках были выделены три характерных типа проявлений горного давления, физический смысл которых заключается в преимущественно *упругом*, *пластическом* или *вязком* деформировании пород вокруг выработок. Аналогичные типы проявлений горного давления могут быть выделены и при рассмотрении очистных

выработок. Однако количественные характеристики выделенных типов и формы проявлений горного давления в очистных выработках существенно отличаются от таковых в подготовительных выработках.

Общая картина процессов, происходящих в массиве пород вокруг очистной выработки, заключается в изменении поля статических напряжений и, как следствие этого, в деформировании окружающих пород. В первую очередь на контуре выработанного пространства и в окружающем массиве пород происходят упругие смещения. В некоторых, правда весьма немногочисленных, случаях, указанными упругими смещениями процессы деформирования массива пород и исчерпываются. Однако это может иметь место лишь при очень прочных породах и высокой степени монолитности массива, в частности при разработке некоторых рудных месторождений системами с открытым очистным пространством, например камерными и камерно-столбовыми системами.

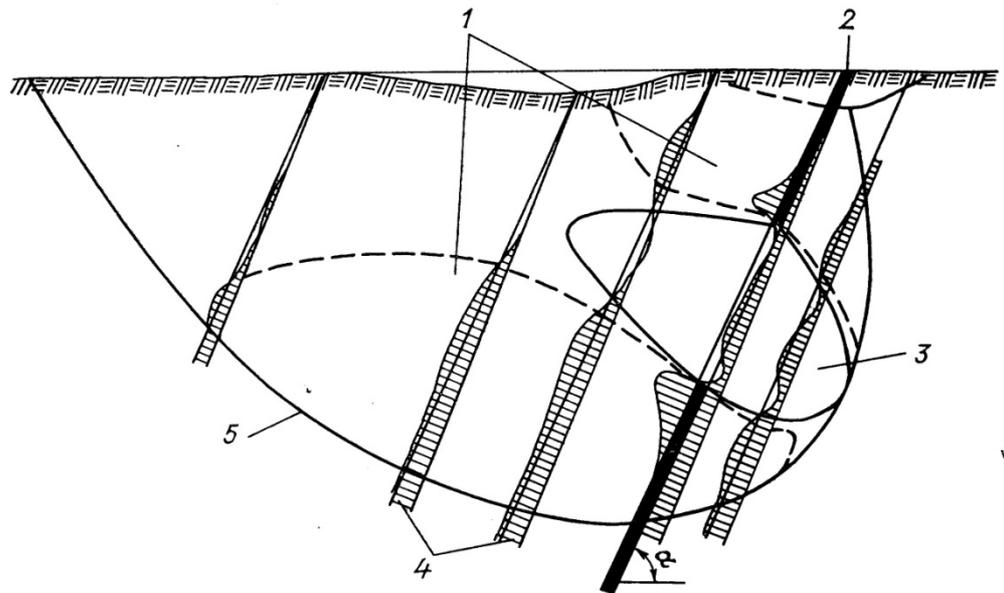
Гораздо чаще в выработанном пространстве вслед за упругими смещениями пород кровли и стенок развиваются неупругие деформации и происходят локальные разрушения. Этому способствует развитие в окружающем массиве зон концентрации как сжимающих, так и растягивающих напряжений. В процессы деформирования вовлекаются большие объёмы пород, а вследствие этого - неоднородности низких порядков, по поверхностям которых массив наиболее ослаблен. В результате этого в очистных выработках развиваются процессы обрушения покрывающих пород.

### **Напряжённо-деформированное состояние вокруг очистной выработки. Зоны опорного давления и разгрузки.**

По мере извлечения полезного ископаемого и перемещения забоя поле напряжений вокруг очистной выработки изменяется. Область массива, в пределах которой происходят эти изменения, называют *зоной влияния очистной выработки*. В отличие от подготовительных выработок зоны влияния вокруг очистных пространств охватывают значительно большие области массива. Нередко процессы захватывают всю толщу вышележащих пород вплоть до дневной поверхности. Значительные области массива вовлекаются в процессы деформирования также и со стороны почвы очистной выработки.

По степени и характеру процессов деформирования и перемещения пород в пределах влияния очистной выработки в массиве могут быть выделены несколько различных зон: *зона обрушений, зона трещин, зона плавного прогиба, зона сдвижений*.

С точки зрения напряжённого состояния в массиве пород вокруг очистной выработки выделяют две характерные зоны: *зону разгрузки* и *зону опорного давления* (рисунок 9.1).



1 - зона опорного давления; 2 - пласт угля; 3 - зона разгрузки; 4 - эпюры напряжений; 5 - граница области влияния выработки.

Рисунок 9.1 – Схема деформирования пород вокруг очистной выработки при крутом падении пласта.

Первая (*зона разгрузки*) характеризуется тем, что в её пределах породы испытывают меньшие напряжения, чем существовавшие до проведения очистной выработки. Область, где напряжения превышают уровень первоначального поля напряжений, носит название *зоны опорного давления* и по существу представляет собой зону концентрации напряжений вокруг очистной выработки.

Необходимо отметить, что поскольку границы очистной выработки все время перемещаются в пространстве, выделенные зоны также находятся в непрерывном движении, так что породы массива, претерпевая изменения состояния, постепенно переходят из одной зоны в другую.

Ввиду непрерывного подвигания забоя очистной выработки в практике горного дела принято выделять *временное* или *эксплуатационное* опорное давление, возникающее вблизи перемещающихся границ очистного пространства. В противоположность этому, зону концентрации напряжений возле неподвижной границы очистной выработки называют *зоной остаточного* или *стационарного давления*.

Параметры зоны опорного давления определяются многими факторами. В первую очередь, к ним следует отнести параметры начального поля напряжений, размеры и конфигурацию очистных пространств, деформационно-прочностные свойства массива вмещающих пород, а также способ воздействия на угольный пласт или рудное тело.

#### **Взаимное влияние очистных выработок при разработке обособленных и сближенных пластов и жил.**

В реальных условиях случаи, когда пласт или рудное тело обрабатывают одним забоем, а породы окружающего массива испытывают влияние лишь одной очистной выработки, встречаются редко. Гораздо чаще очистные

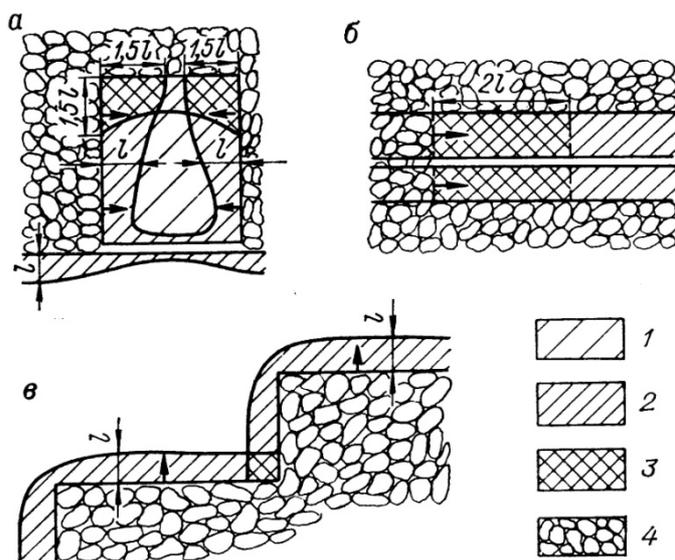
работы ведут в непосредственной близости от ранее выработанных пространств, одновременно по нескольким пластам или жилам, или же на нескольких соседних участках одного и того же пласта (рудного тела).

В этих случаях окружающие породы подвергаются одновременному воздействию нескольких очистных выработок, поле статических напряжений в массиве пород вокруг очистных пространств формируется в результате наложения областей влияния каждой выработки и может иметь весьма сложную структуру. Вследствие этого количественно охарактеризовать взаимное влияние очистных выработок в настоящее время весьма сложно, поэтому ограничимся рассмотрением лишь качественной стороны вопроса.

Рассмотрим два наиболее характерных случая взаимного расположения очистных выработок:

- очистные выработки располагаются в одной горизонтальной плоскости;
- взаимовлияющие выработанные пространства находятся на различной глубине от поверхности.

В первом случае в результате взаимного влияния выработанных пространств в областях массива, примыкающих к границам очистных выработок, происходит наложение зон опорного давления и породы испытывают повышенные нагрузки. Подобная ситуация, например, имеет место, когда осуществляют отработку рудного тела или пласта без оставления целиков и фронт отработки непосредственно соприкасается в плане с ранее выработанным пространством или обрушенными породами (рисунок 9.2а).



*a* - при ведении работ без оставления целиков между вновь образуемым и ранее образованным очистным пространством; *б* - при отработке ранее оставленных целиков; *в* - при ступенчатой форме лавы. Стрелками показано направление движения забоев.

1 - область вне пределов зоны опорного давления; 2 - зона опорного давления протяжённостью  $l$ ; 3 - участки взаимного наложения зон опорного давления; 4 - отработанное пространство.

Рисунок 9.2 – Взаимное наложение зон опорного давления при различных схемах развития очистных работ.

Наложение зон опорного давления может происходить при отработке ранее оставленных целиков, а также при ступенчатой конфигурации фронта очистных забоев (рисунок 9.2 б,в). В соответствии с этим для облегчения условий добычи полезного ископаемого необходимо по возможности стремиться к прямолинейной форме фронта очистных работ и равномерному перемещению в пространстве всех забоев, без образования выступов неотработанных частей пласта или рудного тела в выработанном пространстве.

Во втором случае (когда разрабатывают свиту пластов или жил) величины деформаций пород обуславливаются, прежде всего, порядком и очередностью отработки отдельных пластов (жил) в свите, их мощностью, условиями залегания и способом управления горным давлением.

Различают пласты независимые и сближенные. Пласты в свите считают *независимыми*, если разработка их возможна в любом порядке и очередности. Под *сближенными* понимают обычно такие пласты, одновременная разработка которых затруднена или невозможна или когда разработка одного из них осложняет дальнейшую разработку другого.

В процессе подработки верхний пласт последовательно проходит через следующие стадии деформирования:

а) нагрузка и уплотнение в зоне опорного давления, возникающей впереди очистного забоя нижнего пласта;

б) разгрузка, опускание и разломы над породами, нависающими над выработанным пространством подрабатываемого пласта;

в) повторная нагрузка и уплотнение в зоне опорного давления, возникающей позади нависающих пород (т. е. в той части выработанного пространства, где эти породы получают опору);

г) частичное восстановление первоначальных напряжений в зоне полных сдвижений.

При отработке верхнего пласта раньше нижнего (т. е. при надработке) последний подвергается сложному процессу нагружения и разгрузки на площади, превышающей размеры отрабатываемой площади верхнего пласта. Надработка вызывает уплотнение надрабатываемого пласта в зонах опорного давления и разрыхление его в зонах разгрузки.

Таким образом, при расположении очистных выработок на разной глубине состояние пород в областях массива, испытывающих влияние обеих выработок, может характеризоваться как ростом действующих напряжений (при наложении зон опорного давления), так и их снижением (при расположении одной из выработок в зоне разгрузки другой выработки). Необходимо подчеркнуть при этом, что взаимное влияние даже одинаковых по размерам очистных выработок неравноценно, верхняя выработка оказывает на нижележащую, как правило, гораздо меньшее влияние, чем нижняя - на вышерасположенную. В соответствии с этим горные работы стараются чаще вести в условиях надработки пластов или жил и реже в условиях подработки.

Рассмотренные случаи взаимного расположения очистных выработок

являются простейшими и, естественно, не исчерпывают всего многообразия конкретных ситуаций, которые могут иметь место в тех или иных условиях.

### **Основные принципы выбора способа управления горным давлением при ведении очистных работ.**

Особое внимание при выборе способа управления горным давлением в очистных выработках уделяют поведению пород в пределах призабойного пространства. При этом учитывают способность пород кровли к обрушению, высоту зоны обрушения, размеры и длительность сохранения устойчивых обнажений, свойства пород почвы (прочность, способность к пучению, сопротивляемость вдавливанию в неё стоек крепи и др.), применяемые системы разработки и виды крепи, скорость подвигания очистных забоев, количество и степень выбросоопасности разрабатываемых пластов, расстояние между ними, сроки и порядок их отработки, наличие на земной поверхности объектов, подлежащих защите от влияния горных работ, оснащённость забоев машинами и механизмами, их габаритные размеры и т.д.

Степень значимости каждого из перечисленных факторов часто зависит от конкретных условий: второстепенные факторы в одних условиях могут оказаться определяющими, и, наоборот, определяющие факторы в других условиях могут оказаться второстепенными. Так, при отработке запасов полезного ископаемого под ответственными сооружениями, плотно застроенными территориями, крупными водными объектами нередко приходится применять системы разработки с закладкой выработанного пространства, тогда как по прочим факторам было бы вполне возможно применить в этих условиях другие, более производительные и экономичные системы разработки и способы управления горным давлением. При отработке защитных пластов, наоборот, предпочтительнее полное обрушение кровли, так как при этом способе управления горным давлением достигается наибольшая разгрузка пластов, опасных по выбросам угля и газа.

Наибольшее распространение при разработке угольных и ряда рудных месторождений получил способ управления горным давлением, носящий название *полное обрушение кровли*.

Применение этого способа позволяет перенести обрушение пород за пределы призабойного пространства. Осуществляют его периодическими обрушениями (посадками) кровли путём выбивки или передвижения крепи, установленной на определённом расстоянии от забоя. Для регулирования обрушения основной кровли применяют специальную крепь, выдерживающую большую нагрузку, чем обычная призабойная крепь. В качестве специальной крепи используют органические стенки, металлические костры, кусты из деревянных или металлических стоек, посадочные элементы механизированных крепей и т. д.

Способ *частичного обрушения кровли* менее эффективен, чем полного обрушения, и потому его применяют в настоящее время редко. При этом способе управления горным давлением обрушение кровли производят между бутовыми полосами, возводимыми в выработанном пространстве

параллельно простиранию пласта.

*Частичная закладка* выработанного пространства является эффективным способом управления горным давлением в условиях резкого изменения мощности пласта, очень слабой почвы, весьма прочных или, наоборот, весьма слабых пород непосредственной кровли, т. е. преимущественно в условиях, когда процесс обрушения является труднорегулируемым. Это достигают путём возведения бутовых полос по простиранию пласта.

При разработке пластов мощностью до 1 м и тонких жил, в непосредственной кровле которых залегают породы, обладающие способностью прогибаться без видимых нарушений сплошности целесообразно управлять горным давлением способом *плавного опускания* (особенно, если почва пласта склонна к пучению) Это один из наиболее простых и экономичных способов.

К числу самых дорогостоящих способов управления горным давлением относится в настоящее время *полная закладка* выработанного пространства. Поэтому данный способ применяют в тех случаях, когда другие способы не обеспечивают безопасности работ, технически неосуществимы или не отвечают дополнительным требованиям, предъявляемым к горным работам в рассматриваемых конкретных условиях. Такие требования могут возникнуть при послонной отработке пластов и рудных тел, при отработке мощных сближенных пластов или рудных тел в восходящем порядке, при необходимости сохранить вышележащие горные выработки или ответственные сооружения, расположенные на земной поверхности, и в других случаях.

В частности, целесообразно отрабатывать с полной закладкой выработанного пространства мощные крутопадающие пласты угля, склонного к самовозгоранию.

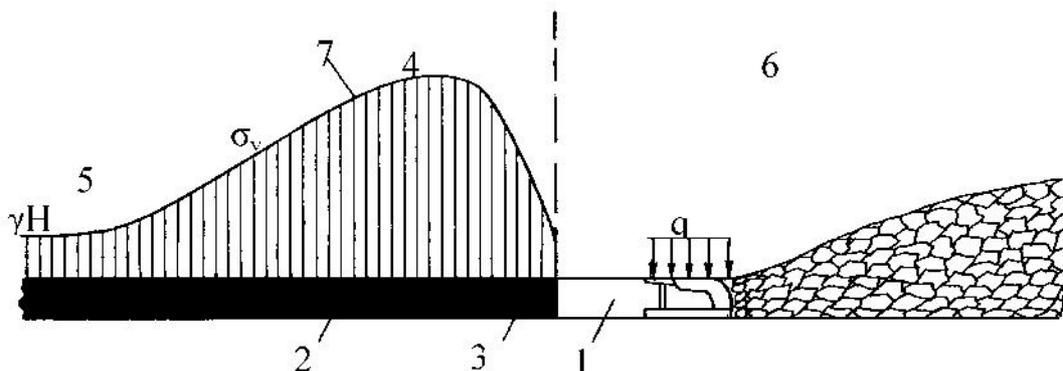
В условиях разработки маломощных угольных пластов крутого падения значительное распространение получил способ *удержания призабойного пространства на кострах*. При этом способе управления горным давлением в условиях пластичных пород преобладают явления плавного опускания кровли, а в условиях прочных пород - процессы обрушения.

Породный массив до извлечения полезного ископаемого находится в равновесном напряжённо-деформированном состоянии, которое, принято называть начальным. Компоненты вертикальных и горизонтальных напряжений в произвольной точке на глубине  $H$  в этом случае равны:

$$\sigma_y = \gamma H, \quad \sigma_x = \lambda \gamma H.$$

Составляющие напряжений, которые могут быть вызваны неотектоническими процессами, полагают обычно отсутствующими, хотя это и не всегда справедливо.

По мере извлечения полезного ископаемого и перемещения забоя поле напряжений вокруг очистной выработки изменяется. Область породного массива, в пределах которой происходят эти изменения, называется зоной влияния выработки (рисунок 9.3).



1 – лава; 2 – угольный пласт; 3 – зона отжатия угля; 4 – зона опорного давления; 5 – зона начального напряжённого состояния; 6 – обрушенные породы (зона разгрузки); 7 – эпюра вертикальных напряжений  
Рисунок 9.3 – Схема влияния очистной выработки (лавы) на породный массив.

В отличие от подготовительных, зона влияния очистных выработок имеет значительно большие размеры. Нередко процессы деформации затрагивают всю толщу пород кровли вплоть до дневной поверхности, а также породы почвы.

В зависимости от того, в какую сторону отличаются напряжения от начальных ( $\gamma H$ ), в окрестности очистной выработки различают две характерные области. Область, в пределах которой действующие напряжения меньше начальных, называется зоной разгрузки.

Область, в пределах которой действующие напряжения превышают начальные, называется зоной опорного давления.

Поскольку забой очистной выработки перемещается в пространстве, выделенные области также перемещаются вместе с ним. При этом вмещающие породы, претерпевая механические изменения, постепенно переходят из одной зоны в другую.

Под влиянием высоких напряжений уголь в краевой части пласта, непосредственно примыкающий к выработке, разрушается, его несущая способность уменьшается, и максимум опорного давления перемещается вглубь массива. Разрушенный уголь интенсивно отжимается в выработку. Это явление используют в практике для снижения усилий на отбойку угля.

Исследование геомеханических процессов, развивающихся в породном массиве вокруг очистных выработок, сводится в самом общем случае по определению компонентов поля напряжений и деформаций, установлению размеров области разрушенных пород и величины нагрузки на ограждающие конструкции (крепь, щит) в зависимости от комплекса геологических, горнотехнических и технологических факторов. Разнообразие сочетаний различных геологических и технологических условий определяет огромное количество расчётных схем и, соответственно, решений поставленных задач. Практическое приложение результатов решений этих задач, применительно к выемке угольных пластов, сводится к следующему:

- обоснование технологических параметров очистных работ, обеспечивающих безопасную и эффективную добычу угля;

– определение параметров ограждающих конструкций очистной выработки, взаимодействующих с породами, вмещающими угольный пласт.

Решение задачи о НДС породного массива в окрестности выработок может быть получено путём применения методов механики сплошной среды, механики дискретной среды, на основе экспериментально-аналитических методов, использующих закономерности, полученные экспериментальным путём в сочетании с аналитическими решениями. Выбор метода исследований НДС выработок определяется принятой гипотезой горного давления и наиболее адекватной расчётной схемой, особенно при использовании анкерного крепления пород, что отсутствует в вышеизложенном.

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Особенности и виды проявления горного давления в очистных выработках.

2. Какие деформации протекают в горных породах вокруг очистного забоя?

3. Приведите схему деформирования пород вокруг очистной выработки на крутом падении. Охарактеризуйте зону опорного давления.

4. Приведите схему деформирования пород вокруг очистной выработки на крутом падении. Охарактеризуйте зону разгрузки.

5. Охарактеризуйте схемы наложения опорного давления при различных вариантах развития очистных работ.

6. Что в большей степени оказывает вредное влияние на состояние горной выработки надработка или подработка?

7. Какие факторы учитываются при выборе способа управления кровлей в очистном забое?

8. В чем суть управления кровлей в очистном забое полным обрушением?

9. В чем суть управления кровлей в очистном забое полной закладкой выработанного пространства?

10. Приведите схему влияния очистного забоя на породный массив. Объясните возникновение зон опорного давления и разгрузки.

## Тема 10. Устойчивость целиков и потолочин камер.

### Общие сведения. Взаимодействия целиков и камер с вмещающим породным массивом. Расчёт допустимой ширины междукamerных целиков. Предельные размеры обнажений пород в камерах.

#### Расчёт допустимой ширины междукamerных целиков

При подземной разработке месторождений некоторых полезных ископаемых (калийные соли, уголь, руда и т.д.) сохранность подготовительных очистных выработок, горного предприятия в целом и его частей в значительной мере обеспечивается оставлением в недрах нетронутой части полезного ископаемого или вмещающих пород, так называемых целиков.

Назначением целиков, как конструктивных элементов подземной части шахты, является предотвращение развития недопустимых деформаций на поверхности и в окрестности образованных в породном массиве искусственных полостей.

В дальнейшем придерживаются следующих обозначений:  $h_{ц}$ ,  $b_{ц}$ ,  $d_{ц}$  – соответственно высота, ширина и длина целика,  $b_{к}$  – ширина камеры.

По А.А. Борисову, основными классификационными признаками, позволяющими выделять те или иные группы целиков, являются: назначение, геометрическая форма в плане, соотношение высоты к ширине, структура и расположение в пределах выемочного участков.

По назначению целики делятся на:

- а) охранные, оставляемые для охраны различных наземных и подземных объектов от влияния горных работ;
- б) барьерные, оставляемые между соседними шахтными полями в качестве заграждений против прорыва воды или газов;
- в) междуэтажные, оставляемые между соседними этажами с целью обеспечения их эксплуатационных возможностей;
- г) участковые, оставляемые между соседними участками;
- д) панельные, оставляемые между соседними панелями;
- е) междублоковые, оставляемые между соседними блоками;
- ж) уклонные или бремсберговые, оставляемые для обеспечения устойчивости наклонных вскрывающих выработок в течении всего срока их службы;
- з) околоштрековые, обеспечивающие возможность поддержания подготовительных пластовых выработок (штреков) на срок службы;
- и) междукamerные, оставляемые между камерами при камерных и камерно-столбовых системах разработки;
- к) специального назначения;
- л) прочие.

По форме в плане различают:

а) целики в виде длинных стен  $\left( \frac{h_u}{b_u} > 3 \right)$ ;

б) целики в виде коротких стен  $\left( \frac{h_u}{b_u} = 1 \div 3 \right)$ ;

в) целики в форме квадратных или круглых столбов  $\left( \frac{d_u}{b_u} = 1 \right)$ ;

По отношению высоты целика к его ширине выделяют:

а) низкие  $\left( \frac{h_u}{b_u} < 1,5 \right)$ ;

б) высокие  $\left( \frac{h_u}{b_u} > 1,5 \right)$ .

По структуре различают целики:

а) однородные;

б) слоистые;

в) составные – состоящие из отдельных частей, ориентированных в направлениях, близких к вертикальной оси целика;

г) сложноструктурные.

В пределах выемочного участка целики могут располагаться:

а) регулярно, образуя неограниченную периодическую последовательность одинаковых по своим размерам и форме междукламерных, околотрековых и иных опорных элементов;

б) периодически, образуя неограниченную периодическую последовательность опорных элементов, имеющих различные размеры и форму на разных участках;

в) беспорядочно, образуя бессистемную совокупность опорных элементов различных размеров и формы.

В зависимости от горнотехнических и горно-геологических условий, применяемой технологии добычи целики или извлекают после отработки основной части полезного ископаемого, или же оставляют в недрах. В первом случае это требует особой организации добычных работ и даже применения специфических систем разработки, во втором – приводит к дополнительным потерям полезного ископаемого. Задача рационального использования недр сводится к задаче оптимизации: как при соблюдении безопасных и экологически приемлемых условий эксплуатации месторождения с одной стороны, достичь наиболее полной его отработки с другой, обеспечив при этом минимум капитальных и эксплуатационных удельных затрат.

Особый интерес представляет группа целиков, предназначенных для поддержания очистных пространств при кламерных и кламерно-столбовых системах разработки. Это наиболее массовый вид целиков, в которых порой

теряется до 60 – 70% полезного ископаемого.

Расчётная схема камерной системы разработки в самом простом её варианте представляет собой неограниченную периодическую последовательность одинаковых по размерам и очертанию в плане целиков, разделённых камерами (рисунок 9.4).

Очистные выработки и целики представляют собой единую пространственную систему в породном массиве, параметры которой взаимосвязаны и взаимообусловлены. С параметрами камер и целиков связаны размеры области массива пород, которая вовлекается в процесс деформирования при ведении очистных работ. В этой связи для обоснованного определения параметров системы разработки (размеров целиков и камер), следует анализировать напряжённо-деформированное состояние системы «целик-камера-толща вмещающих пород».

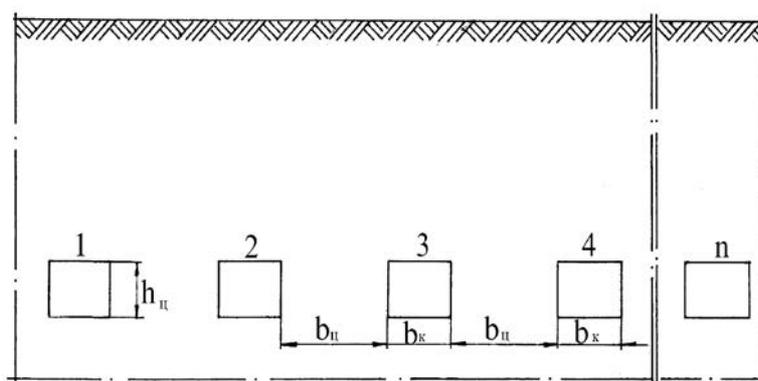


Рисунок 9.4 – Расчётная схема камерной системы разработки.

Весьма часто подобными лимитирующими элементами являются кровля камер или целики. Существенно реже в качестве лимитирующего элемента может выступать вышележащая толща пород. Большое влияние на характер деформирования породного массива, вмещающего пространственную систему «целики-камеры», оказывает соотношение деформационных и прочностных свойств пород, слагающих кровлю, целики и почву очистных выработок. Весьма существенным также является характер и свойства контактов целиков с кровлей и почвой выработок.

Основными типами контактов целиков с вмещающими породами являются:

- полное сцепление (целики и вмещающие породы со стороны почвы и кровли представляют собой одну и ту же породу);
- неполное сцепление (на границе целиков с породами кровли и почвы имеют место менее прочные прослойки);
- практически полное отсутствие сцепления (на границе целиков с породами кровли и почвы имеются прослойки пластических пород).

В зависимости от типа контакта меняется НДС целика и при одних и тех же размерах его несущая способность оказывается разной. Характер деформирования и распределения вертикальных напряжений показан на рисунке 9.5: в случае полного сцепления на контакте (рисунок 9.5, а) и наличия пластической прослойки (рисунок 9.5, б).

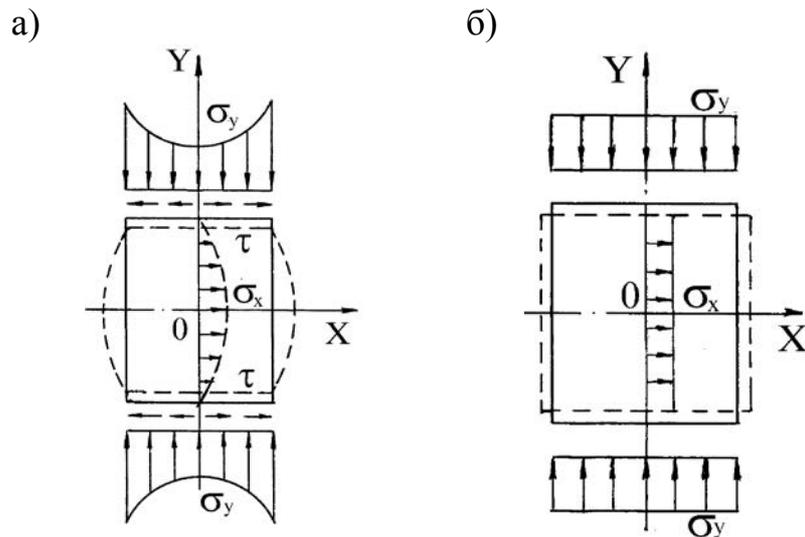


Рисунок 9.5 – Характер деформирования и распределения напряжений в целиках при жёстком (а) и пластическом (б) контактах с вмещающими породами.

В первом случае на границе «целик-породный массив» возникают касательные усилия, препятствующие образованию горизонтальных деформаций. Деформируясь, целик приобретает бочкообразную форму. Вдоль вертикальной оси по центру целика возникают растягивающие напряжения, эпюра которых имеет параболическое очертание.

Вертикальная нагрузка на него распределена практически равномерно. На контакте «целик-породный массив» отсутствуют касательные усилия и в результате деформирования целик сохраняет в целом правильное геометрическое очертание. По вертикальной оси в центральной части целика имеют место равномерно распределённые растягивающие напряжения, величина которых ниже, чем в предыдущем случае.

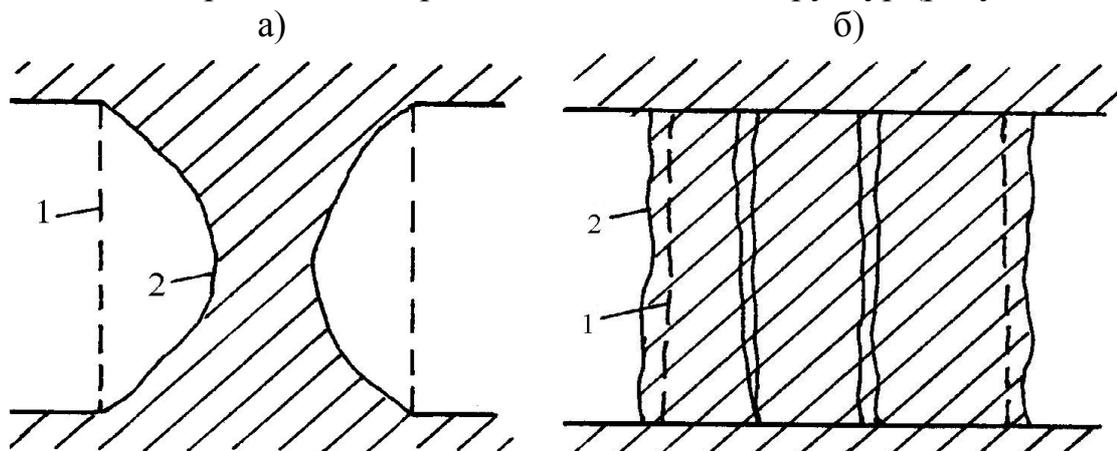
Существенное значение на распределение напряжений и деформаций в целике имеет также отношение его высоты к ширине –  $\frac{h_{ц}}{b_{ц}}$ . У низких целиков

$\left(\frac{h_{ц}}{b_{ц}} < 2\right)$  зоны влияния контактных плоскостей могут перекрывать друг друга, формируя неоднородное поле напряжений и деформаций. У длинных

целиков  $\left(\frac{h_{ц}}{b_{ц}} > 2\right)$  зоны влияния контактных плоскостей удаляются друг от друга по мере увеличения их высоты и в центральной части целика формируется однородное поле напряжений, приближающееся к чистому одноосному сжатию.

Характер разрушения целиков во многом предопределяется их напряжённо-деформированным состоянием и структурой. При жёстком соприкосновении с вмещающими породами в однородных целиках происходит образование так называемых верхней и нижней пирамид с

основаниями, обращёнными к плоскостям контакта (рисунок 9.6, а). При наличии пластичных прослоек на контакте разрушение целиков происходит с образованием вертикальных трещин и столбчатых структур (рисунок 9.6, б).



1 – исходное очертание; 2 – очертание после деформирования

Рисунок 9.6 – Формы разрушения целиков.

Для расчёта параметров целиков и камер необходимо выполнить следующее:

- 1) установить действующие в породном массиве нагрузки на целики и потолочину камеры;
- 2) по полученным значениям нагрузок оценить напряжённо-деформированное состояние потолочин и камер;
- 3) зная прочностные и деформационные характеристики пород, слагающих потолочины камер и целики, оценить их несущую способность.

Первые два пункта приведённой последовательности вычислений могут быть выполнены на основе привлечения изложенных выше аналитических или экспериментальных методов. Суть определения компонентов поля напряжений и деформаций вокруг камер остаётся принципиально той же, что и при выполнении аналогичных действий в отношении одиночной выработки.

Третий пункт составляет основу расчёта параметров целиков и камер. Он в обязательном порядке включает проверку указанных элементов систем разработки на прочность и устойчивость.

Задача определения достаточной для заданных горнотехнических и горно-геологических условий ширины междукамерных целиков состоит, как было сказано выше, из трёх частей. Определение нагрузки на целик начинается с формулировки некоторой гипотезы, позволяющей высказать предположение о том, как формируется эта нагрузка. Одной из таких гипотез является предположение о том, что регулярно расположенные целики при достаточном их количестве воспринимают вес всей толщи налегающих пород в пределах площади выработанного пространства:

$$p = SH\gamma, \quad (10.1)$$

где  $S$  – площадь выработанного пространства;

$H$  – глубина расположения целиков;

$\gamma$  – средневзвешенный объёмный вес слоёв пород над целиками.

Это предложение положено в основу метода расчёта целиков, предложенного академиком Л.Д. Шевяковым. По этому методу размеры целиков определяют, исходя из предположения, что целики работают в условиях одноосного сжатия, а вертикальные напряжения в любом горизонтальном сечении распределены равномерно. При этом фактическую неравномерность распределения вертикальных напряжений в целиках учитывают введением коэффициента запаса прочности.

В предельном случае условие расчёта размеров целиков, обеспечивающих их прочность, имеет вид:

$$SH\gamma + sh_u\gamma_u = sR_c \cdot \frac{1}{Z}, \quad (10.2)$$

где  $s$  – площадь горизонтального сечения целика,  
 $\gamma_u$  – объёмный вес пород в целике,  
 $Z$  – коэффициент запаса прочности,  
 $S$  – площадь поперечного сечения столба пород, опирающихся на целик.

Из (10.2) получили следующие выражения:

$$\frac{S}{s} = \frac{R_c}{ZH\gamma} - \frac{h_u\gamma_u}{H\gamma}. \quad (10.3)$$

Для целиков, имеющих в плане форму бесконечно длинных стен, или ленточных целиков, выражение (10.3) приобретает вид:

$$\frac{S}{s} = \frac{R_c}{ZH\gamma} - \frac{h_u\gamma_u}{H\gamma}. \quad (10.4)$$

Отсюда следует, что:

$$a_u = \frac{b_k}{\frac{R_c}{ZH\gamma} - \frac{h_u\gamma_u}{H\gamma} - 1}. \quad (10.5)$$

Для столбчатых целиков, ограниченных камерами с размерами  $b_k \times ab$  (рисунок 9.7), ширину при его длине  $d_u$  определяют по формуле:

$$a_u = \frac{b_k + \frac{b_k \cdot b}{d_u}}{\frac{R_c}{ZH\gamma} - \frac{h_u\gamma_u}{H\gamma} - \frac{b}{d_u} - 1}. \quad (10.6)$$

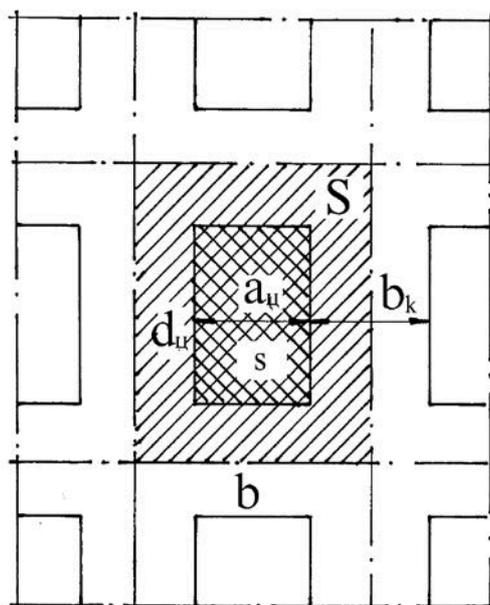


Рисунок 9.7 – Схема к определению размеров столбчатых целиков по Л.Д. Шевякову.

В основе метода Л.Д. Шевякова (рисунок 9.7) лежит предположение о равномерном распределении вертикальных напряжений по произвольному горизонтальному сечению целика, что справедливо лишь для высоких  $\left(\frac{h_u}{a_u} > 2\right)$  целиков, находящихся на выемочного участка. Реальная нагрузка на целики зависит от положения целика в ряду. Для целиков, расположенных в центре выемочного участка, нагрузка формируется в основном от влияния двух соседних прилегающих камер. Влияние же остальных камер не превышает 5...7%.

Метод расчёта целиков В.В. Соколовского основан на применении теории предельного равновесия. Идея метода состоит в том, что сначала определяют такую нагрузку  $P_{AD}$  на среднее сечение целика –  $AD$ , при которой он переходит в состояние предельного равновесия, а затем, сравнивают полученное значение с весом столба пород над целиком, т.е. с максимально возможной нагрузкой, и получают коэффициент запаса прочности (рисунок 9.8).

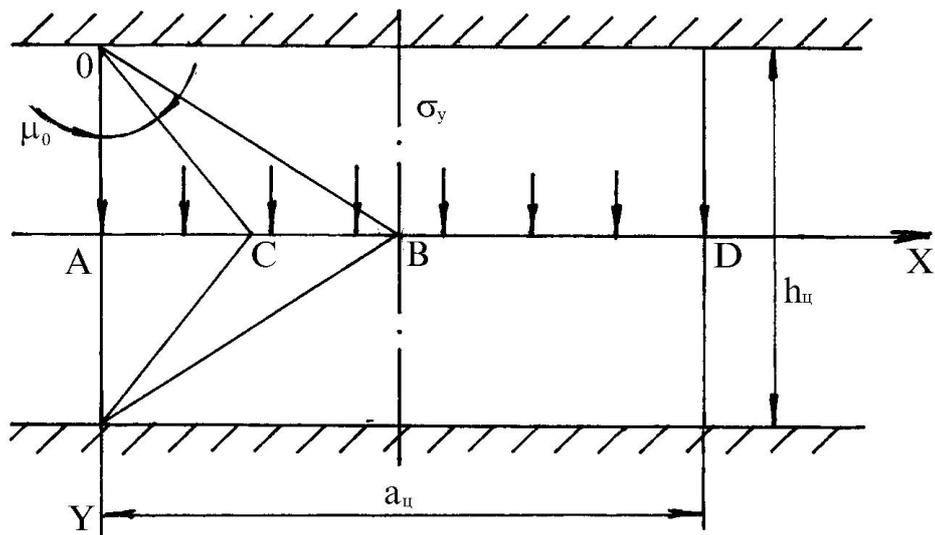


Рисунок 9.8 – Схема определения напряжения в целике по В.В. Соколовскому.

По значению последнего судят о соответствии выбранных размеров целика условием его работы.

В случае высоких целиков ( $a_{ц} \ll h_{ц}$ ) решение задачи об определении нагрузки на среднее сечение целика получается в замкнутом виде:

$$P_{AD} = 2a_{ц} [r_0] \cdot \left( \operatorname{arctg} \frac{a_{ц}}{2h_{ц}} + \frac{2h_{ц}}{a_{ц}} \sin^2 \mu_0 \right) - a_{ц} D, \quad (10.7)$$

где  $D = [r_0] \operatorname{ctg} \rho$ ;  $r_0$  – сцепление пород в целике,  
 $\rho$  – угол внутреннего трения.

Расчётный параметр  $\mu_0$  определяется из уравнения

$$[r_0] = (2\mu_0 - \sin^2 \mu_0) D. \quad (10.8)$$

При  $a_{ц} > h_{ц}$  ширина целика может быть получена только путём численного интегрирования на участке сечения  $AD$ .

В несколько иной постановке задача определения размеров целика решена К.В. Руппенеитом. Разрушающая (предельная) нагрузка на целик определяется из решений соответствующих задач теории упругости с учётом паспортов прочности пород, слагающих целик. Действующая нагрузка определяется по методу Л.Д. Шевякова. Далее действующая нагрузка сравнивается с предельной и устанавливается, как в методе В.В. Соколовского, коэффициент запаса прочности.

Нагрузка на целик, которая определяется по методу Л.Д. Шевякова, всегда является максимально возможной и поэтому идёт в запас прочности.

При расчётах целиков большое значение уделяется обоснованию коэффициента запаса прочности. В расчётах его величина в зависимости от решаемых задач принимается равной 1,8...3,0.

Анализируя известные методы расчёта размеров целиков, следует отметить, что все они в итоге предлагают зависимости, в которых определяемая ширина целика зависит от ширины примыкающих камер.

Естественно предположить, что пролёт камеры должен иметь ограничения, которые, в свою очередь, скажутся и на размерах целика. В этой связи проблема оценки прочности незакреплённой кровли камер (потолочины) имеет не менее важное значение, чем определение ширины целика.

### **Предельные размеры обнажений пород в камерах**

Исследование устойчивости незакреплённой горной выработки (камеры) имеет свои особенности, так как решение проблемы полностью определяется горно-геологическими условиями, параметрами выработки и физико-механическими свойствами окружающих выработку пород. Потеря устойчивости в этом случае связана либо с разрушением выработки в целом, либо с разрушением отдельных её элементов (участков), после чего эксплуатация выработки становится невозможной или опасной. Устойчивость незакреплённой выработки типа камеры оценивается отсутствием вывалов, разрушением пород в кровле (потолочине) и в стенках (целиках).

Исследования механических процессов в окружающем выработку массиве горных пород осуществляют на основе изложенных выше общих принципов механики сплошных сред. Хотя эти процессы в кровле и в боках выработки представляют собой единое целое, особенности НДС в этих элементах имеют существенные различия: боковые целики работают на сжатие и могут быть разрушены (раздавлены), в кровле же выработки породы испытывают деформации изгиба, более опасные с точки зрения разрушения, приводящие к появлению трещин, вывалов.

Поэтому для оценки устойчивости незакреплённой камеры допустимо рассматривать отдельно прочность боковых пород (целиков) и прочность пород кровли (потолочины).

Оценка прочности несущих элементов, от которых зависит устойчивость того или иного сооружения, может осуществляться на основе двух принципов. В первом случае сравниваются действующие в каждой точке массива напряжения с допускаемыми напряжениями, во втором фактически действующие нагрузки с предельной разрушающей нагрузкой.

При применении первого принципа элемент сооружения считается достаточно прочным, если вычисленное по принятой теории прочности приведённое напряжение в любой точке не превосходит некоторой заранее установленной допускаемой величины, учитывающей запас прочности.

При использовании второго принципа элемент считается прочным, если действующая нагрузка не превосходит некоторой заранее установленной, с учётом запаса прочности, части разрушающей нагрузки.

Следовательно, в первом случае используется точечный критерий оценки, а во втором – интегральный. В обоих случаях должен быть установлен коэффициент запаса, учитывающий влияние ряда факторов: уровень приближённости к реальным условиям (идеализации) принимаемой расчётной схемы, оценок прочностных свойств вмещающих пород, расчётов нагрузок, влияние времени и т. п. Установление величины коэффициента запаса является важной проблемой в разработке расчётных методов,

требующей глубокого анализа важнейших влияющих факторов с использованием методов теории вероятностей.

В камерных системах разработки основными являются выработки, имеющие простое прямоугольное сечение с обычно плоской потолочной различной толщины.

В зависимости от глубины расположения выработки, свойств и строения вмещающего горного массива формы прогнозируемой потери устойчивости потолочины могут быть разными. Этим и определяются принимаемые в геомеханике расчётные схемы.

Различают две формы возможного разрушения потолочины в зависимости от соотношения толщины потолочины как несущего элемента к ширине выработки (рисунок 9.9). В первой схеме (рисунок 9.9, а) ширина выработки существенно превышает высоту потолочины. В этом случае потолочина работает как балочная плита на изгиб и на этой основе необходимо определить условия её разрушения. Во второй схеме (рисунок 9.9, б) несущий слой породы превышает ширину выработки. По этой схеме разрушения потолочины от изгиба не произойдёт. Если потолочина сложена из слабых пород с малой прочностью, то можно ожидать разрушения кровли в виде свода обрушения. Такие своды образуются даже в случае, если сцепление частиц породы близко к нулю (сыпучая среда), это показано в известных опытах М. М. Протодьяконова.

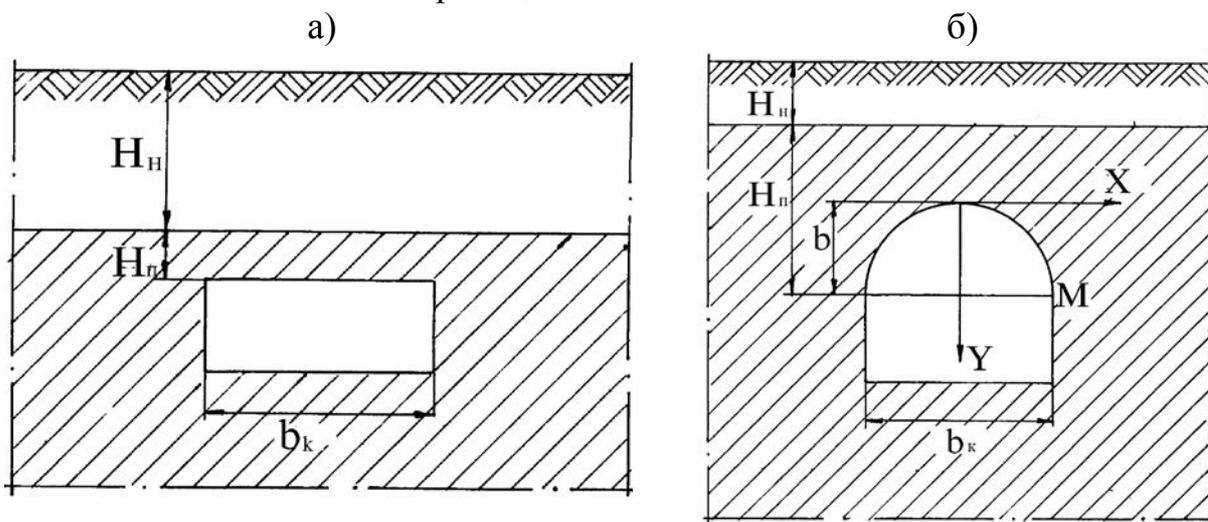


Рисунок 9.9 – Две формы возможного разрушения потолочины камеры.

Опыты с различными естественными и искусственными (бетон) каменными изгибаемыми конструкциями показывают, что при постепенном увеличении внешней нагрузки наблюдаются три характерные стадии напряжённо-деформированного состояния (рисунок 9.10): стадия 1 – до появления трещин в нижней растянутой зоне потолочины (балочной плиты), когда максимальные растягивающие напряжения по нижней поверхности потолочины меньше прочности породы на растяжение; стадия поверхности потолочины меньше прочности породы на растяжение; стадия 2 – после появления трещин в нижней части растянутой зоны, когда растягивающие

усилия в местах, где образовались трещины, воспринимаются участком растянутого породного массива над трещиной; стадия 3 – стадия разрушения – относительно короткий период работы потолочины, когда напряжения в растянутой зоне превышают прочность породы на растяжение, а в сжатой при изгибе потолочины зоне напряжения достигают прочности на сжатие, разрушение потолочины происходит от сжимающих и сдвиговых напряжений.

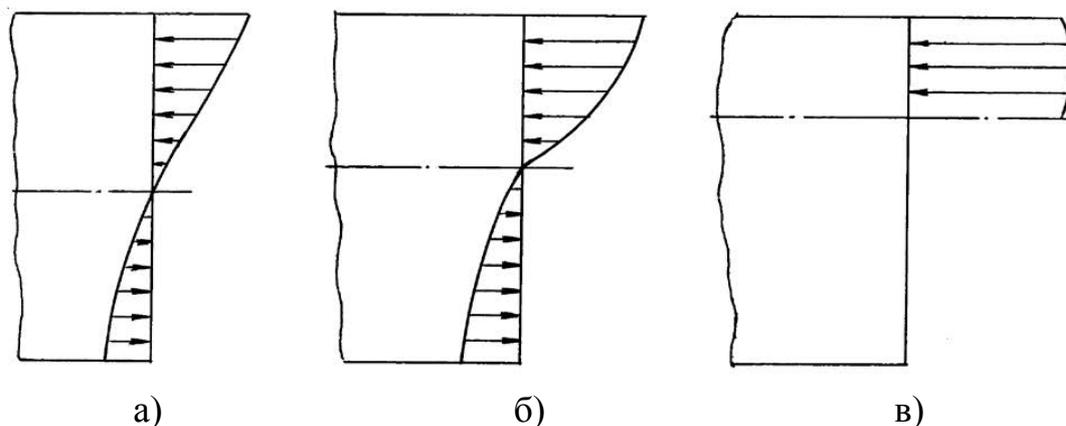


Рисунок 9.10. Три стадии напряжённо-деформированного состояния при изгибе потолочины.

Рассмотрены эти стадии при постепенном увеличении нагрузки.

Стадия 1. При малых нагрузках напряжения в породе невелики, деформации носят упругий характер, зависимость между напряжениями и деформациями линейная, поэтому эпюры нормальных напряжений в сжатой и растянутой зонах сечения – треугольные.

С увеличением нагрузки в породе растянутой зоны развиваются неупругие деформации, эпюра напряжений становится криволинейной (см. рисунок 9.10, а), напряжения приближаются к пределу прочности при растяжении. При дальнейшем увеличении нагрузки в породе растянутой зоны образуются трещины, наступает новое качественное состояние.

Стадия 2. В месте образования трещин напряжения отсутствуют, они воспринимаются растянутой зоной над трещиной. Высота сечения плиты уменьшается, нейтральная ось перемещается вверх, и высота зоны сжатия уменьшается. С увеличением нагрузки в породе сжатой зоны развиваются неупругие деформации, эпюра нормальных напряжений искривляется (см. рисунок 9.10, б).

Стадия 3. Это стадия разрушения (см. рисунок 9.10, в). С дальнейшим увеличением нагрузки в растянутой зоне происходит разрушение потолочины: напряжения в породе сжатой зоны под влиянием нарастающего прогиба и сокращения высоты сжатия достигают предела прочности на сжатие.

Изгибаемые несущие конструктивные элементы горных выработок рассчитывают из условия равновесия в предельном состоянии. Из приведённого выше анализа следует, что перед образованием трещин эпюра напряжений криволинейна. На растянутой грани напряжения достигают

прочности на растяжение  $R_p$ , а эпюра напряжений в растянутой зоне вследствие развития значительных пластических деформаций сильно искривляется и приближается к прямоугольной.

Нормальные напряжения пород в сжатой зоне существенно ниже предельных, поэтому эпюра напряжений в этой зоне принимают треугольной. Исследования и расчёты показывают, что наклон эпюры напряжений следует принимать таким, чтобы при продолжении её в растянутую зону она отсекала на нижней границе зоны отрезок, равный  $2R_p$  ( $R_p$  – прочность породы на растяжение). Это условие равносильно принятию модуля «упруго-пластичности» крайнего растянутого слоя породы равным половине модуля упругости при сжатии ( $E_p = 0,5E$ ).

За расчётную схему внутренних напряжений в изгибаемой потолочине принимают схему, показанную на рисунке 9.11, в основе которой лежат следующие предпосылки: сечения потолочины остаются плоскими; эпюра нормальных напряжений в сжатой зоне треугольная, а в растянутой зоне на нижней грани она отсекает отрезок, равный  $2R_p$ ; эпюра нормальных напряжений в растянутой зоне прямоугольная с величиной напряжений, равной  $R_p$ .

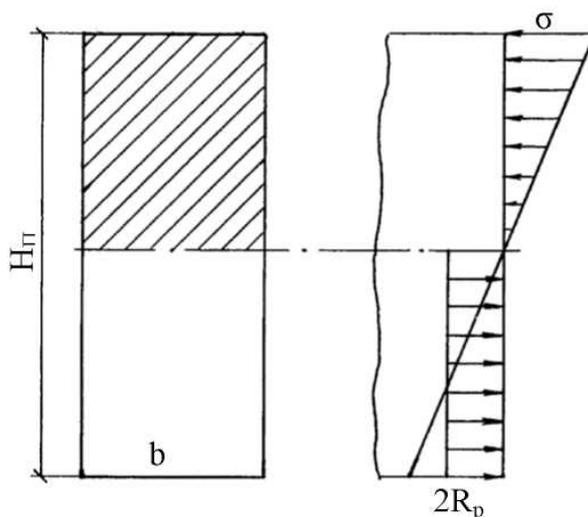


Рисунок 9.11 – Расчётная схема потолочины.

Расчёт прочности потолочины выполняют на основе сопоставления действующего максимального изгибающего момента с максимальным моментом, который может выдержать сечение потолочины в наиболее опасном месте (этот изгибающий момент является прочностью потолочины на изгиб) из условия, что действующий максимальный изгибающий момент должен быть меньше или равен прочностью потолочины на изгиб.

Для изгибающих моментов произвольной формы сечения это условие выражают неравенством:

$$M \leq R_p W_T, \quad (10.9)$$

где  $W_T$  – момент сопротивления для растянутой грани сечения, определяемый с учётом неупругих свойств породы (упругопластический момент сопротивления).

Для рассматриваемой прямоугольной формы сечения момент сопротивления равен:

$$W_T = \frac{bH_n^2}{3,5}, \quad (10.10)$$

где  $b$  – ширина поперечной полосы потолочины.

Основная формула расчёта прочности потолочины на изгиб имеет вид:

$$M \leq \frac{bH_n^2}{3,5} R_p. \quad (10.11)$$

Для горных пород на основании экспериментальных данных можно принять  $R_p=0,1 R_c$ , тогда расчётную формулу (10.11) представляют в виде

$$M \leq 0,03bH_n^2 R_c. \quad (10.12)$$

В этой формуле слева – действующий в сечении потолочины максимальный изгибающий момент, а справа – момент, который может выдержать сечение (несущая способность потолочины). При равенстве этих моментов наступает предельное состояние. Отношение правой части (несущей способности) к левой (действующему моменту) даёт основную расчётную формулу для определения важной характеристики устойчивости выработки – коэффициента запаса прочности:

$$Z = \frac{0,03bH_n^2 R_c}{M}. \quad (10.13)$$

Нагрузкой на потолочину является её собственный вес и дополнительная от налегающих пород (наносов) толщиной  $H_n$ . Если считать защемление потолочины на опорах жёстким, то максимальный изгибающий момент определяют по формуле:

$$M = \frac{qb_\kappa^2}{24}, \quad (10.14)$$

где  $q$  — равномерно распределённая нагрузка на потолочину, равная

$$q = b_\kappa (H_\kappa + H_n) \gamma. \quad (10.15)$$

Здесь  $\gamma$  – объёмный вес породы. Однако на опорах нет абсолютно жёсткого замещения, стенки выработки обладают упругой податливостью. При шарнирном защемлении на опорах изгибающий момент увеличивается в три раза. Поэтому принимают среднее значение между жёстким и шарнирным защемлением, т.е.

$$M = \frac{qb_\kappa^2}{16}, \quad (10.16)$$

Тогда основная расчётная формула (10.13) имеет вид

$$Z = \frac{0,45R_c H_n}{\left(1 + \frac{H_n}{H_\kappa}\right) \gamma b_\kappa^2}. \quad (10.17)$$

В случае отсутствия наносов ( $H_n = 0$ ) расчётная формула примет вид

$$Z = \frac{0,45R_c H_n}{\gamma b_k^2}. \quad (10.18)$$

Особенность расчёта состоит в том, что устойчивость выработки оценивают значением коэффициента запаса, определяемого формулой (10.17) или (10.18). При проектировании подземных выработок их сечение и параметры расположения устанавливаются в соответствии с принятой системой разработки, схемой подготовки и с учётом других факторов (объёмы добычи, транспорт, вентиляция и т.п.). В связи с этим, как указывалось выше, очень удобно в процессе проектирования вопросы устойчивости выработок решать непосредственно по величинам коэффициента запаса  $Z$ . Поэтому необходимо определить, при каком минимальном значении  $Z$  устойчивость выработки следует считать обеспеченной. Коэффициент  $Z$  определяет необходимый запас устойчивости. Если значение этого коэффициента меньше единицы, выработка неустойчива. При  $Z = 1$  выработка находится в предельном состоянии и эксплуатировать её опасно. Следовательно, выработка должна иметь достаточный запас устойчивости, определяемый значением коэффициента  $Z > 1$ .

Минимальное значение необходимого запаса устойчивости зависит от уровня неопределённости величин, которые входят в основную расчётную формулу (10.18). Основным и наиболее неопределённым параметром в этой формуле является величина прочности пород  $R_c$ .

В оценке прочности породного массива следует учесть также то, что сооружаемые выработки будут использоваться длительное время, поэтому в характеристику прочности следует ввести коэффициент длительной прочности  $K_d$ . Длительные испытания пород показывают, что потеря прочности достигает 30 %, т.е.  $K_d = 0,7$ .

Расчёты по формуле (10.18) не учитывают необходимый в соответствии со значениями коэффициентов  $K_c$  и  $K_d$  запас прочности. Если учесть это обстоятельство, то в соответствии с выше изложенным числитель формулы (нужно умножить на величину  $K_c K_d = 0,6 \times 0,7 = 0,42$ ). Это уменьшит несущую способность кровли в  $1 : 0,42 = 2,4$  раза.

Учитывая некоторую неопределённость других параметров формулы подземных сооружений, коэффициент запаса устойчивости для надёжного прогнозирования устойчивости выработок  $Z$  следует принять равным 3. Тогда общий принцип расчёта устойчивости выработки сводится к следующим простым действиям: для принятого в конкретных условиях сечения выработки по формуле (10.17) или (10.18) вычисляется коэффициент запаса прочности  $Z$ . Если  $Z \geq 3$ , то выработка будет устойчивой. В рамках этого ограничения в процессе проектирования можно менять параметры сечения и расположения выработки. При каждом изменении снова определяется и оценивается коэффициент запаса  $Z$ .

*Контрольные вопросы и задания.*

1. Какое назначение целиков, оставляемых при подземной разработке месторождений полезных ископаемых?
2. Нарисуйте схему характера деформирования и распределения напряжений в целиках при жёстком и пластическом контактах с вмещающими породами.
3. Какой порядок расчёта параметров целиков?
4. По какой формуле определяется ширина целиков в виде бесконечно длинных стен по Л.Д. Шевякову?
5. По какой формуле определяется ширина столбчатых целиков по Л.Д. Шевякову?
6. При значениях коэффициента запаса  $Z$  выработка будет неустойчивой, в предельном состоянии и устойчивой?
7. Каким образом в расчётах размеров целиков учитывается потеря прочности пород во времени?
8. Какой коэффициент запаса принимается в расчётах размеров целиков?

## Тема 11. Моделирование механических процессов.

**Общие сведения. Модели в механике горных пород. Основные положения теории подобия. Метод эквивалентных материалов. Метод центробежного моделирования. Методы фотомеханики.**

### **Модели в механике горных пород**

Основная цель геомеханики, как уже отмечалось, состоит в прогнозировании поведения породного массива при создании в нем искусственных полостей. Инженеру ещё на стадии проектирования горнодобывающего предприятия необходимо иметь знания о том, какова будет нагрузка на крепь горных выработок и величина смещений контура породного обнажения, какова вероятность газодинамических проявлений горного давления, будут ли устойчивы почва выработок, борта карьеров и откосы отвалов, и о многих других геомеханических показателях, которые позволили бы впоследствии безопасно и экономично осваивать земные недра. Получают эти знания исследователи на основе построения, математического описания и анализа соответствующих геомеханических моделей.

Моделирование лежит в основе человеческой деятельности. Мы вообще воспринимаем окружающий мир, как совокупность моделей: психологических, философских, физических, экономических и других, которые являются лишь приближенным отражением в сознании человека объективно существующей реальности. Чем выше уровень знаний об окружающем нас мире, тем ближе модели соответствуют действительности. При этом очевидно, что полное соответствие модели реальным объектам недостижимо в принципе. По этому поводу выполнены обширные исследования, написаны сотни книг и статей.

Весьма полезное обобщение этих работ выполнено в работе И.И. Блехмана, А.Д. Мышкиса и Я.Г. Пановко. Авторы дают такое определение модели: **«объект М является моделью объекта А относительно некоторой системы S характеристик (свойств), если М строится (или выбирается) для имитации А по этим характеристикам»**. При этом под объектом А подразумевается любое материальное тело, действие, ситуация. Модель может быть исследовательской, для изучения указанных характеристик, или рабочей, для непосредственного использования, например, автопилот, детская игрушка, деньги и т.п. В геомеханике рассматриваются только исследовательские модели.

Процесс решения задач в геомеханике состоит, как правило, из нескольких основных этапов.

Вначале формулируется общая задача и определяется конечная цель исследований. Например, требуется изучить распределение напряжений и деформаций (перемещений) вокруг горной выработки и найти такие инженерные решения (форма выработки, вид, конструкция, несущая способность крепи и т.п.), при которых выработка будет иметь техническую устойчивость в течение заданного промежуточного времени.

Следующий, очень важный, этап исследований состоит в изучении объекта исследований в натуральных условиях. Для этого собирают геологические, гидрогеологические и горнотехнические характеристики того участка породного массива, в котором будет сооружаться выработка. При необходимости производят отбор проб литологических разностей, изготовление породных образцов и их испытание в условиях сертифицированных лабораторий.

Устанавливаются физико-механические характеристики вмещающих пород, их слоистость и трещиноватость, размеры и расположение выработки в пространстве, способ сооружения, срок службы и т.п. Если существуют аналогичные объекты, например однотипные подготовительные выработки, камеры, то с целью сбора дополнительной информации в них устраивают замерные станции, в пределах которых по разработанной методике выполняют соответствующие натурные измерения. Анализируется опыт эксплуатации подобных объектов в сходных горно-геологических условиях. Собранные данные являются основой для проведения лабораторных испытаний на **физически реализуемых моделях**, например, с помощью оптического моделирования, моделирования на эквивалентных материалах, центробежного моделирования и т.п.

Данные физического моделирования в совокупности с результатами натурных измерений являются тем исходным материалом, посредством которого создаются так называемые **физические умозрительные модели**.

Таковыми являются, например, сплошная упругая среда в теории упругости, идеальной шарнир в строительной механике, сыпучая среда в статике сыпучей среды и т.п. Умозрительные физические модели достаточно близко отражают изучаемый объект, но не имеют свойственных ему дефектов, несовершенств.

На основе умозрительной физической модели создаётся **математическая модель**. Следует отметить, что в зависимости от целей исследования, состояния математического аппарата, имеющихся возможностей вычислительных машин один и тот же объект может иметь несколько неэквивалентных моделей.

Так, например, один и тот же объект может быть описан с помощью упругой и упругопластической, дискретной и непрерывной, детерминированной и стохастической, а также других моделей. Многообразие моделей одного и того же объекта позволяет рассмотреть его с разных точек зрения, выделяя и подчёркивая интересующие исследователя параметры. Такой подход позволяет получить достаточно глубокие и всесторонние знания о процессах, происходящих в объекте.

Если математическая модель выбрана, то степень оптимальности её построения определяется уровнем адекватности и числом независимых переменных, т.н. **управляющих параметров**. То есть, с одной стороны математическая модель  $M$  должна быть адекватна реальному объекту  $A$  в рамках изучаемых характеристик (свойств)  $S$ , а с другой стороны – полученные результаты должны быть доступны анализу и пониманию.

Последнее возможно только в том случае, если число управляющих параметров сравнительно невелико и, вообще говоря, не превышает трёх, а иногда даже одного.

Создание моделей это и наука, и в то же время искусство, уровень которого во многом определяется личностью и опытом исследователя.

После того, как математическая модель объекта определена, выбирается **метод исследований**, на основе которого будет выполнена реализация этой модели. При этом необходимо заранее представлять необходимую точность вычислений, которая должна соответствовать природе изучаемого объекта. В геомеханике это горные выработки, расположенные в породном массиве, определение физико-механических свойств которого возможно со сравнительно невысокой степенью точности.

В этой связи нет смысла привлекать к решению математической модели методы, дающие неоправданно точные результаты. Так, например, при использовании численных методов исследований напряжений и деформаций вокруг выработок элементы, на которые разбивается массив, должны иметь разумные размеры, число итераций при решении определённого класса упругопластических задач должно быть сравнительно небольшим и т.д.

После того, как на основе выбранного метода решена математическая модель, проверяется её адекватность реальному объекту путём сравнения полученных результатов с натурными и лабораторными измерениями. Если совпадение этих результатов является достаточно близким, то поставленная задача решена и можно приступить к их осмыслению, формулировке выводов и определению направлений дальнейшего применения установленных закономерностей.

### **Основные положения теории подобия**

С учётом специфики горного дела величины, полученные на моделях, нельзя механически переносить на натурные условия простым умножением на соответствующий масштаб. В основе моделирования физических явлений лежит учение о подобии, основы которого заложены ещё И. Ньютоном, сформулировавшим общее понятие динамического подобия механических систем.

Основные свойства подобных явлений и признаки подобия рассматриваемых явлений между собой характеризуются тремя теоремами подобия. Первая, установленная Ж. Бертраном в 1848 г., основана на общем понятии динамического подобия Ньютона и втором законе механики Ньютона. Академик М.В. Кирпичёв даёт следующую формулировку первой теоремы подобия: «Подобными называют явления, происходящие в геометрически подобных системах, если у них во всех сходственных точках отношения одноименных величин есть постоянные числа».

Вторая теорема подобия сформулирована в начале XX в. независимо друг от друга Дж. Букингом и А. Федерманом. Она устанавливает возможность преобразования физического уравнения связи, описывающего данное явление, при этом получается уравнение, составленное из критериев

(или инвариантов) подобия. Согласно второй теореме результаты опытов по изучению какого-либо физического явления, представленные в виде критериальных уравнений связи, можно перенести на другие явления, подобные исследованному.

Третья теорема подобия сформулирована и доказана в 1930 г. акад. М.В. Кирпичёвым и носит название теоремы о существовании подобия. Согласно этой теореме, для существования подобия между явлениями необходимо и достаточно, чтобы эти явления имели подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии подобия.

Закон Ньютона относится к рассмотрению движения и равновесия одной материальной частицы. Механическое же состояние деформируемого тела в каждой точке с координатами  $x, y, z$  характеризуется компонентами напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ , компонентами перемещения  $u, v, w$  и компонентами деформаций  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ .

Между этими величинами, характерными для каждого напряжённого состояния природы и модели, должно быть взаимно однозначное соответствие, так как только при этом условии можно путём моделирования определить натурные величины смещения пород и давления их на крепь.

Для выяснения условий, обеспечивающих существование однозначного соответствия механических состояний природы и модели, должна быть рассмотрена в общем виде система уравнений, отражающая деформированное состояние среды. Поскольку процессы сдвигения и деформирования горных пород в окрестности выработки являются весьма медленными, то инерционными силами можно пренебречь и тогда уравнения равновесия могут быть записаны в следующей форме:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \gamma;$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0.$$

Механическое подобие процессов в модели и природе будет обеспечено, если записанные для модели и природы в безразмерном виде уравнения равновесия будут тождественно совпадать. Введём безразмерные координаты и напряжения:

$$x = l\xi; \quad y = l\eta; \quad z = l\zeta;$$

$$\sigma_x = \gamma l R_\xi; \quad \sigma_y = \gamma l R_\eta; \quad \tau_{xy} = \gamma l R_{\xi\eta},$$

тогда уравнения равновесия примут следующий вид:

$$\frac{\partial R_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial R_{\xi\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial R_{\xi\zeta}}{\partial \zeta} = 1$$

и т.д.

Для того чтобы обеспечить требуемое тождество уравнений равновесия для природы и модели, необходимо, чтобы любой компонент безразмерного напряжения в природе  $(R_{ik})_н = \frac{(\sigma_{ik})_н}{(\gamma l)_н}$  был равен соответствующему

компоненту в модели  $(R_{ik})_м = \frac{(\sigma_{ik})_м}{(\gamma l)_м}$ , поэтому  $\frac{(\sigma_{ik})_н}{(\sigma_{ik})_м} = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \cdot \frac{l_н}{l_м} = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda$ ,

где  $\lambda$  – линейный масштаб моделирования. Следовательно, масштаб напряжений

$$\mu = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda.$$

Здесь и далее индексом «н» обозначены параметры природы, индексом «м» - модели,  $l$  – линейный размер,  $\gamma$  – объёмный вес (плотность).

Масштаб сил ( $\beta$ ) может быть найден умножением масштаба напряжений на масштаб площадей, т.е.

$$\beta = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda \lambda^2 = \frac{\gamma_н}{\gamma_м} \lambda^3.$$

При характеристике того или иного процесса механическое подобие может быть определено заданием переходных множителей или масштабов для длин (геометрическое подобие), для времени (кинематическое подобие) и для масс (динамическое подобие).

**Условие геометрического подобия** для двух подобных систем состоит в том, что все размеры пространства, занятого системой в модели, и размеры отдельных элементов модели изменены в определённое число раз по сравнению с соответствующими размерами натурной системы.

**Условие кинематического подобия** этих систем состоит в том, что любые сходственные точки (частицы) систем, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отличающиеся постоянным множителем.

**Условие динамического подобия** систем состоит в том, что массы любых сходственных частиц этих систем отличаются друг от друга постоянным множителем.

Для моделирования процессов в условиях пластического деформирования (без учёта времени) необходимо, чтобы уравнения, связывающие деформации и напряжения, были тождественны как для природы, так и для модели при условии написания их безразмерной формы.

Важным элементом в соблюдении условий подобия является отражение в модели структурных и текстурных особенностей массива – слоистости, кливажа, отдельностей и пр.

Однако, количественная оценка геолого-петрографических особенностей строения и сложения пород весьма затруднительна, отсутствуют пока объективные способы количественного учёта этих факторов при оценке прочностных свойств массива как целого.

## Метод эквивалентных материалов

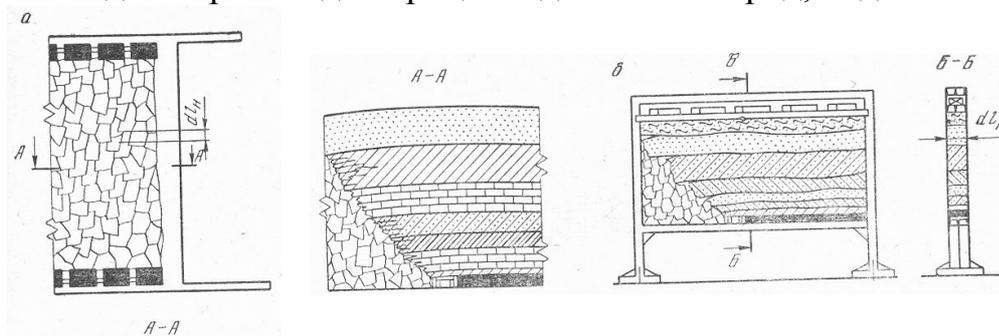
Этот метод применяют для исследования вопросов, связанных с проявлением горного давления в очистных подготовительных выработках при разработке месторождений полезных ископаемых; в подземных капитальных выработках; при изучении вопросов, связанных с породами, сдвигения массивов и других физических процессов, происходящих в массивах в связи с проведением в них горных работ.

Изучение всех этих вопросов аналитическим методом и непосредственно на практике связано с большими трудностями, поэтому использование метода моделирования имеет большое теоретическое и практическое значение.

В предвоенные годы во ВНИМИ Г.Н. Кузнецовым был разработан метод моделирования, в основу которого была положена идея создания моделей горных массивов из искусственных материалов, эквивалентных по своим деформационным и плотностным свойствам горным породам при принятом масштабе моделирования. Сейчас этот метод широко используется под названием МЭМ.

Сущность метода эквивалентных материалов заключается в том, что на физических моделях с известными допущениями и при соблюдении условий подобия изучают интересующие нас физические процессы и результаты этих исследований используют для разработки теории «механизма» процесса, а также для разработки практических рекомендаций для промышленности. Например, МЭМ широко применяют для изучения процесса сдвигения пород массива при очистной выемке полезных ископаемых (рисунок 11.1).

При достаточном удалении от штреков характер проявления давления горных пород на крепь во времени будет изменяться только в направлении движения очистного забоя. Следовательно, задача изучения давления пород в очистных выработках сводится к плоской и рассматривается для сечения А-А. На плоской модели (см. рис. 11.1, б) с соблюдением условий подобия воспроизводится процесс выемки полезного ископаемого, в результате которого в модели происходит процесс сдвигения пород, подобный натуре.



а – образец; б – модель

Рисунок 11.1 – Схема к моделированию задачи деформаций горных пород на эквивалентных материалах.

В основе метода лежит теория механического подобия Ньютона, которая предполагает геометрическое, кинематическое и динамическое подобия.

Геометрическое подобие. Обеспечивается в том случае, если все линейные размеры будут уменьшены в определённое постоянное число раз по сравнению с той областью природы, в которой изучается данное явление.

$$\frac{l'_n}{l'_m} = \frac{l''_n}{l''_m} = \dots = \frac{l^i_n}{l^i_m} = C_l, \quad (11.1)$$

где  $l'_m, l'_n$  – линейные размеры модели и природы, соответственно.

Кинематическое подобие будет обеспечено в том случае, если сходственные частицы, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отличающиеся постоянным множителем, т.е.

$$\frac{\tau'_n}{\tau'_m} = \frac{\tau''_n}{\tau''_m} = \dots = \frac{\tau^i_n}{\tau^i_m} = C_\tau. \quad (11.2)$$

Динамическое подобие имеет место в том случае, если массы двух сходственных частиц (соответствующим образом расположенных в пространстве и времени) отличаются друг от друга в одно и то же число раз

$$\frac{m'_n}{m'_m} = \frac{m''_n}{m''_m} = \dots = \frac{m^i_n}{m^i_m} = C_m. \quad (11.3)$$

Выразив в равенствах (11.3) массу через объем и плотность, получим

$$C_m = \frac{l_n^3 \rho_n}{l_m^3 \rho_m} \quad (11.4)$$

или

$$C_m = C_p C_l^3, \quad (11.5)$$

где

$$C_p = \frac{\rho_n}{\rho_m} \quad (11.6)$$

Так как множитель подобия  $C_l$  задан геометрическим подобием, то для соблюдения условий динамического подобия достаточно задать соотношение

плотностей, т.е.  $C_p$ . Из условия механического подобия  $\left(\frac{C_p}{C_p C_l^2 C_v^2} = 1\right)$ ,

выражая множители подобия через соответствующие соотношения и произведя преобразования, будем иметь инвариант подобия Ньютона

$$\frac{\rho_n}{\rho_n l_n^2 v_n^2} = \frac{\rho_m}{\rho_m l_m^2 v_m^2} = iden = N_l. \quad (11.7)$$

Следовательно, определив параметры модели, при которых соотношения множителей подобия удовлетворяют условию (11.7), мы

получим модель, динамические процессы в которой будут подобны соответствующим процессам в натуре.

Обращаясь к конкретной задаче о давлении пород на крепь подземной выработки, установим критерии подобия и множители подобия для моделирования указанного процесса методом ЭМ.

На основании вышеизложенного выделим основные силы, которые определяют характер физического процесса.

В первом приближении можно ограничиться учётом двух родов сил, а именно: внешних сил – тяжести и внутренних сил – напряжений, возникающих в породе.

Преобразуем формулу (11.7), выражающую общий закон подобия Ньютона для случая совместного действия сил тяжести и внутренних напряжений. Заменяя в ней значения квадратов скоростей через ускорения и длины, получим

$$\frac{P_n}{\rho_n a_n l_n^3} = \frac{P_m}{\rho_m a_m l_m^3} = idem. \quad (11.8)$$

В данном случае деформация и разрушение породы происходит за счёт действия сил тяжести, т.е.  $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ .

$$\begin{aligned} \rho_m a_m &= \rho_m g_m = \gamma_m, \\ \rho_n a_n &= \rho_n g_n = \gamma_n. \end{aligned} \quad (11.9)$$

где  $\gamma$  – объёмный вес материала.

Введём в обозначение

$$\frac{P_n}{l^2} = N(\sigma), \quad (11.10)$$

под которым подразумеваем предельные напряжения: на растяжение, сжатие, сдвиг или деформационные характеристики пород.

Подставив зависимости (11.9), (11.10) в (11.8), получим

$$K = \frac{N_m}{\gamma_m l_m} = \frac{N_n}{\gamma_n l_n} = idem, \quad (11.11)$$

где  $K$  – безразмерное число, являющееся определяющим критерием подобия.

На основании полученного выражения можно установить основные требования к модели, обеспечивающие механические подобия явления. Если модель изготовить из материала природы, то будем иметь одинаковые физико-механические свойства и природы:  $N_m = N_n$ ;  $\gamma_m = \gamma_n$ .

Однако смысл модулирования в данном случае заключается в том, чтобы геометрические размеры модели были меньше размеров природы, т.е.  $l_m \neq l_n$ .

В этом случае равенство (11.11) не имеет места. Для сохранения условий его инвариантности следует полагать, что  $N_m = N_n$ ;  $\gamma_m \neq \gamma_n$  или  $N_m \neq N_n$ ;  $\gamma_m \neq \gamma_n$ .

В первом случае

$$\gamma_m = \gamma_n \frac{l_n}{l_m}, \quad (11.12)$$

т.е. объёмный вес материала модели должен быть значительно больше объёмного веса материала природы.

Во втором случае

$$N_m = \frac{l_m \gamma_m}{l_n \gamma_n} N_n. \quad (11.13)$$

Зная механические свойства материала природы и задаваясь соотношениями  $l_m / l_n$  и  $\gamma_m / \gamma_n$ , получим значения механических свойств материала модели, которые необходимы для обеспечения подобия модели и природы.

При изучении процесса разрушения пород в качестве определяющих характеристик механических свойств пород должны быть взяты предельные значения прочности породы при её разрушении, которые могут быть определены путём построения огибающей кругов Мора.

Таким образом, при подборе материалов-эквивалентов в качестве определяющих характеристик прочности пользоваться совокупностью значений временного сопротивления пород на сжатие  $R_c$  и растяжения  $R_p$  или же совокупностью значений коэффициента сцепления  $C_0$  и угла внутреннего трения  $\text{tg}\varphi$ . В этом случае необходимо соблюдать следующие равенства:

условие подобия внешних сил

$$P_m = \frac{\gamma_m l_m^3}{\gamma_n l_n^3} P_n. \quad (11.14)$$

условие подобия процессов разрушения

$$\begin{aligned} R_{c.m} &= \frac{l_m \gamma_m}{l_n \gamma_n} R_{c.n}; \\ R_{p.m} &= \frac{l_m \gamma_m}{l_n \gamma_n} R_{p.n} \end{aligned} \quad (11.15)$$

или

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{l_m \gamma_m}{l_n \gamma_n} C_n; \\ \text{tg}\varphi_m &= \text{tg}\varphi_n. \end{aligned} \quad (11.16)$$

Для подобия процессов механики горных пород в области упругих деформаций соблюдаются равенства

$$E_m = \frac{\gamma_m l_m}{\gamma_n l_n} E_n; \quad (11.17)$$

$$\mu_m = \mu_n,$$

где  $E$  – модуль упругости;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Для подобия механических процессов в массиве горных пород в области пластических деформаций во всем диапазоне напряжений начальных до разрушающих без учёта влияния времени должно быть соблюдено условие

$$\frac{\varepsilon_{пм}}{(\varepsilon_y + \varepsilon_n)_м} = \frac{\varepsilon_{пн}}{(\varepsilon_y + \varepsilon_n)_н}. \quad (11.18)$$

При этом

$$(\varepsilon_y + \varepsilon_n) = f(\sigma),$$

где  $\varepsilon_n, \varepsilon_y$  – пластическая и упругая относительные деформации.

Достоинством метода эквивалентных материалов следует считать возможность воспроизводить процессы неупругого деформирования и разрушения пород массива вблизи горных выработок. Необходимо также отметить, что этот метод позволяет строить объёмные модели и на их основе решать трёхмерные задачи.

Указанные обстоятельства способствовали широкому внедрению метода эквивалентных материалов в лабораторную практику: более 150 конкретных задач горной механики решено на моделях из эквивалентных материалов, причём около 30 из них – на объёмных моделях.

В то же время методу моделирования на эквивалентных материалах присущи серьёзные недостатки.

1. Широкий диапазон физико-механических свойств пород, слагающих моделируемый массив, трудно воспроизвести на каком-либо типе эквивалентных материалов только за счёт изменения его состава, поэтому при построении модели исследователь вынужден прибегать к целому ряду эквивалентных материалов, отличающихся по своим исходным компонентам и физико-математическим свойствам, что усложняет постановку эксперимента.

2. В большинстве случаев при изготовлении модели оказывается затруднительным, а иногда и вовсе невозможным выполнить условия подобия внешних сил, процессов разрушения и процессов деформирования (упругого и пластического) так как указанные условия подобия механических характеристик модели и природы должны удовлетворять равенствам

$$\frac{\sigma_{с.ж.н}}{\sigma_{с.ж.м}} = \frac{\sigma_{р.н}}{\sigma_{р.м}} = \frac{C_n}{C_m} = \frac{E_n}{E_m}. \quad (11.19)$$

3. Изучение деформационных процессов в окружающем выработки массиве требует сооружения моделей внушительных размеров, что сопровождается значительным повышением трудоёмкости самого эксперимента.

4. Достоверность и репрезентативность результатов, полученных на моделях из эквивалентных материалов, в значительной степени зависит от технологии изготовления, поэтому даже при правильно подобранных компонентах возможны существенные погрешности.

5. Модель, обеспечивающая удовлетворительную сходимость с натурой при изучении медленно протекающих процессов, не может быть использована для моделирования динамических процессов в горном массиве в силу невыполнения всех условий подобия.

6. Закладка динамометров в модель для измерения напряжений зачастую приводит к искажению напряжённо-деформационного состояния изучаемого массива.

7. Измерение перемещений на мелкомасштабных моделях не может выполнено с достаточной точностью, т.е. чувствительность серийных измерительных устройств не обеспечивает требуемую точность измерения смещений отдельных точек массива с учётом принятого масштаба.

Моделирование на эквивалентных материалах позволяет с большой степенью детальности проследить механизм процессов в толще пород при движении забоя выработки, особенно процессов деформирования пород с разрывом сплошности, что обычно исключено при других методах моделирования. Вследствие этого метод эквивалентных материалов является наиболее действенным, благодаря чему он получил широкое применение при решении различных задач механики горных пород.

Одним из преимуществ метода моделирования на эквивалентных материалах является возможность измерения показателей, отражающих НДС массива в интересующих областях, которые в натуральных условиях осуществить практически невозможно ввиду труднодоступности участков массива.

При условии удовлетворения всех критериев подобия для эквивалентных материалов и обеспечении геометрического подобия природы и модели, совпадение механических процессов может быть обеспечено при подобии граничных условий.

В принципе, модель достаточно полно отражает напряжённо-деформированное состояние (НДС) массива в натуре. Соблюдение же граничных условий по торцам модели не представляется возможным, однако, в силу известного принципа Сен-Венана, можно утверждать, что роль торцов становится заведомо малой на расстояниях от них, равных толщине модели. Поэтому при отработке моделей замеры величин смещений кровли и давления на крепь являются достоверными только в её средней части.

Лабораторный подбор и испытания эквивалентного материала для изготовления моделей направлены в сторону изыскания удобообрабатываемых смесей, которые не обладали бы длительными сроками схватывания и твердения, а по своим физико-механическим свойствам обеспечивали бы подобие с горными породами. При этом безразмерные константы – коэффициенты Пуассона и углы внутреннего трения должны численно совпадать в эквивалентном материале и натуральных горных породах.

По природе связующих веществ применяемые в настоящее время эквивалентные материалы разделяются на четыре группы:

1. На основе углеводов нефтяного происхождения (вазелин, парафин, масла и др.) – обладают пластичными и упругопластичными свойствами.

2. На основе неорганических гидравлических связующих (цемент, гипс, жидкое стекло, тиосульфат натрия) – обладают хрупким характером разрушения, а при добавлении в состав глины приобретают пластичные свойства.

3. На основе синтетических полимеров (эпоксидная, карбомидная, кремнийорганическая и др. смолы) – обладают упруго-пластичными и хрупкими свойствами.

4. На основе смол естественного происхождения (пек, канифоль и др.) – обладают свойствами хрупких материалов.

Детально МЭМ рассматривается в дисциплине «Управление состоянием массива горных пород».

### **Метод центробежного моделирования**

Метод центробежного моделирования заключается в замене гравитационных сил инерционными, создаваемыми в модели в результате её вращения в каретке центрифуги. В принципе, метод позволяет моделировать объёмное НДС пород вокруг выработок как в упругой области, так и за её пределами.

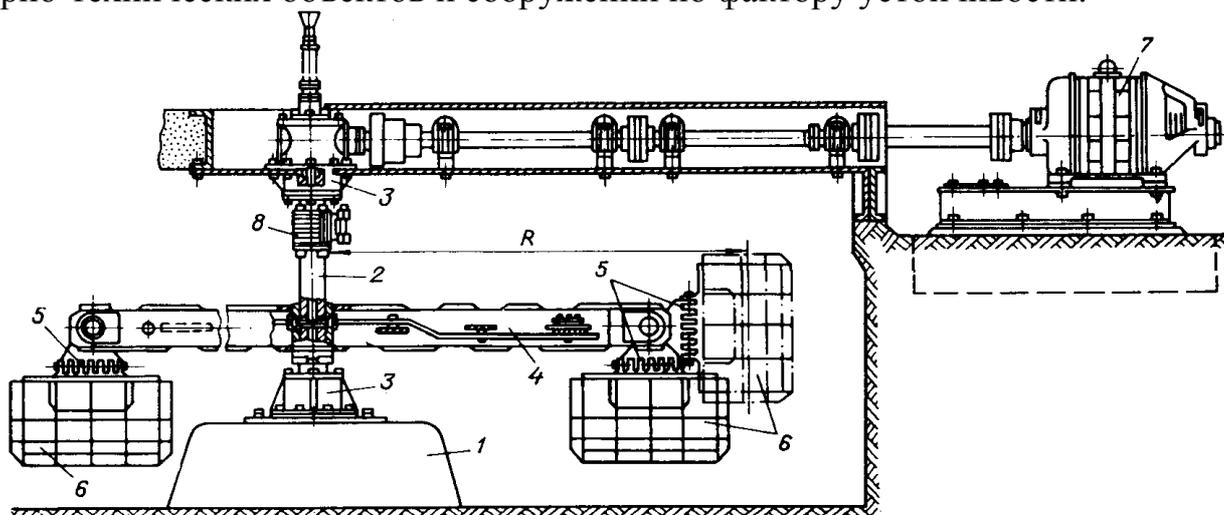
Модель объекта, выполненную в заданном геометрическом масштабе, помещают в центрифугу и путём равномерного вращения нагружают объёмными инерционными силами, придавая тем самым породам модели некоторый фиктивный объёмный вес. Это позволяет в ряде случаев для изготовления модели использовать материал, одинаковый по своим физико-механическим свойствам с материалом природы, что создаёт определённые преимущества перед методом эквивалентных материалов.

Центрифуга представляет собой коромысло, укрепляемое на вертикальной вращающейся оси (рисунок 11.2). К нему прикрепляют съёмные каретки, в которые помещаются исследуемые модели. Из условий безопасности и с учётом значительных размеров центрифуг (диаметр 3...5 м), их размещают в помещениях с массивными ограждениями, чаще всего – в подвалах.

С помощью специального устройства при работе центрифуги измеряют и контролируют скорость вращения и разворот кареток из вертикального в горизонтальное положение (при наборе скорости вращения) и обратный разворот (при снижении скорости).

Наблюдения за деформациями модели ведут с помощью электрических или других тензодатчиков, аэростатических динамометров, сельсиновых пар, индикаторов часового типа и пр. датчиков, позволяющих в процессе вращения центрифуги непрерывно получать информацию на пульте управления (дистанционно). Фиксируя деформации и напряжения пород модели в различных точках, изучают таким путём закономерности процессов

для моделируемых условий, а также устанавливают оптимальные параметры горно-технических объектов и сооружений по фактору устойчивости.



1 – фундамент; 2 – ось вращения; 3 – подшипники; 4 – коромысло; 5 – коммутаторы; 6 – каретки; 7 – электродвигатель

Рисунок 11.2 – Конструктивная схема центрифуги.

Для непосредственного наблюдения за макродеформациями моделей в процессе центрифугирования применяют также дистанционные фото-, киноустановки и кино-телевизионно-стробоскопные установки, позволяющие проследить кинетику деформаций модели на киноплёнке. Стробоскопы (приборы, позволяющие фиксировать быстропротекающие периодические процессы) применяют также для визуального наблюдения.

При решении задач механики горных пород с применением центробежного моделирования обычно испытывают несколько ( $2 \div 6$ ) идентичных моделей (моделей-близнецов), помещая их попарно в каретки центрифуги. Результаты экспериментов затем усредняют, одновременно контролируя достоверность опытов по признаку повторяемости результатов в пределах случайных отклонений, т. е. воспроизводимости эксперимента.

Метод центробежного моделирования с успехом и большой степенью надёжности применяют при решении задач, связанных с определением размеров устойчивых потолочин камер, оптимальной формы и параметров бортов карьеров и отвалов, давления обрушенных пород на днища очистных блоков, влияния длительной нагрузки на крепь капитальных выработок, пройденных в пластичных глинистых породах и др. Использование специальных устройств позволяет моделировать в центрифуге одновременное действие статического поля напряжений и динамического поля, создаваемого при взрывных работах.

Достоинством центробежного моделирования является то, что это единственный из методов моделирования, в котором, благодаря использованию натуральных горных пород, соблюдается соответствие между размерами частиц и молекул. Для некоторых задач это имеет важное значение.

Вместе с тем данный метод имеет и ряд недостатков. Один из них – отсутствие однородности механического силового поля, т.к. вследствие

ограниченного радиуса центрифуги силовые линии и эквипотенциальные поверхности в модели не параллельны. Кроме того, с удалением от центра тяжести модели в ту или иную сторону по её высоте изменяется эффективный радиус вращения, соответственно, изменяется и масштаб моделирования. Указанное обстоятельство и технические возможности ограничивают предельные размеры моделей по высоте, а, следовательно, и возможные глубины моделируемой толщи пород.

При центробежном моделировании также крайне затруднительно, а иногда и совсем невозможно, воспроизводить слоистые толщи разнородных по составу и свойствам пород, большие технические трудности представляет и воспроизведение в модели перемещения забоя во времени, что ограничивает область эффективного применения данного метода, поэтому в ряде случаев возникает необходимость обращения к другим методам моделирования.

### **Методы фотомеханики**

Поляризационно-оптический, или просто оптический, метод моделирования позволяет устанавливать распределение и значения напряжений в массивах пород и элементах сооружений любой конфигурации, когда деформации модели происходят без разрыва сплошности.

Ещё в 1816 г. Д. Брустер обнаружил, что если кусок стекла, находящийся в напряжённом состоянии, осветить поляризованным светом, то на этом стекле будет видна окрашенная в яркие цвета фигура. Эти цвета, как было установлено, зависят от величины действующих напряжений. Д. Брустер предложил воспользоваться наблюдаемым эффектом для определения напряжений в телах сложной конфигурации, при помощи изготавливаемых из стекла моделей, которые должны исследоваться в поляризованном свете при различных условиях нагружения. Позже была установлена зависимость между оптическим эффектом и величиной разности действующих в некоторой точке тела главных нормальных напряжений, при этом было замечено, что изменение толщины плоской модели пропорционально сумме главных нормальных напряжений, действующих в этой же точке.

Практическое применение оптический метод исследования напряжения получил только с 1901 г., когда в качестве материала для моделей стали применять целлулоид и была разработана техника измерения напряжений.

Таким образом, оптический метод основан на свойстве большинства прозрачных изотропных материалов (целлулоид, бакелит, фенолит и др.), называемых оптически чувствительными, при приложении механических нагрузок приобретать оптическую анизотропию и проявлять способность двойного лучепреломления. Последнее заключается в том, что луч света, проходя через прозрачную кристаллическую среду, разлагается на две взаимно перпендикулярные плоскополяризованные составляющие, которые распространяются внутри среды с различной скоростью.

Применительно к решению задач горного давления впервые этот метод был применён Ф. Левинсон-Лессингом и А. Зайцевым при исследовании

влияния формы сечений тоннелей на характер распределения напряжений. Эксперименты проводили на пластинках из целлулоида с различными по форме отверстиями. Цель этих опытов – выяснить влияние отверстия и его формы на характер распределения напряжений под действием приложенной внешней нагрузки. Проведённые опыты показали, что наибольшее сжимающее напряжение (при одноосном начальном напряжённом состоянии) возникает по боковым сторонам отверстия и что оно достигает, примерно, тройного значения по отношению к сжимающему напряжению в ненарушенном массиве; наименьшие напряжения возникают при овальном и подковообразном сечениях, вытянутых в направлении действующих сил.

Применение метода фотоупругости в механике горных пород базируется на теореме Леви-Митчела о независимости характера распределения напряжений в плоских моделях (в том числе – из оптически чувствительных материалов) от упругих постоянных моделей при равенстве нулю равнодействующей всех приложенных внешних сил (главного вектора) и равнодействующей всех моментов (главного момента), что позволяет при моделировании обеспечивать только геометрическое подобие модели и натуры.

Оптически чувствительные материалы, применяемые для изготовления моделей, должны обладать высокой прозрачностью, оптической и механической изотропностью, стабильными оптико-механическими характеристиками и необходимой прочностью. Вместе с тем они должны хорошо обрабатываться и проявлять достаточно малые краевые эффекты, связанные с появлением оптической разности хода на контуре пластин вследствие внутренних напряжений.

Под руководством П.М. Цимбаревича были проведены эксперименты по исследованию НДС массива при помощи оптико-поляризационного метода с применением в качестве оптически-активного материала игдантина, состоящего из смеси желатинового раствора и глицерина. Игдантин заливался в разъёмную ванну с боковыми стеклянными стенками, а нагрузка модели осуществлялась собственным весом материала. Однако попытки применения желатиновых растворов не дали положительных результатов, т.к. на контактах слоёв полностью искажалась картина распределения напряжений.

Производство новых полимерных материалов с разнообразными оптико-механическими свойствами открыло широкие возможности в подборе материалов для оптического моделирования. В частности, для задач механики горных пород весьма удобно применение органических стёкол и эпоксидных смол. В пластинках из указанных материалов в принятом масштабе вырезаются контуры изучаемых выработок (или систем выработок), вокруг которых исследуется распределение напряжений при различных схемах нагружения пластинок по контуру растягивающими или сжимающими силами.

Широкое применение для решения задач горной геомеханики получил этот метод в послевоенный период.

Оптико-поляризационный метод изучения НДС реализуется в виде методов фотомеханики, рассматривающих следующие свойства.

**Фотоупругость** – исследование процессов упругого деформирования материалов.

**Фотопластичность** – исследование процессов остаточного деформирования материалов при известных предшествующих состояниях.

**Фотоползучесть** – исследование поведения материалов во времени под нагрузкой.

Напряжённое деформированное состояние исследуемых объектов зависит от характера внешних воздействий на них до и в момент проведения экспериментов. В задачах статической фотомеханики физические воздействия, их интенсивность и направление остаются практически неизменными в течение достаточно длительного времени; силами инерции можно пренебречь.

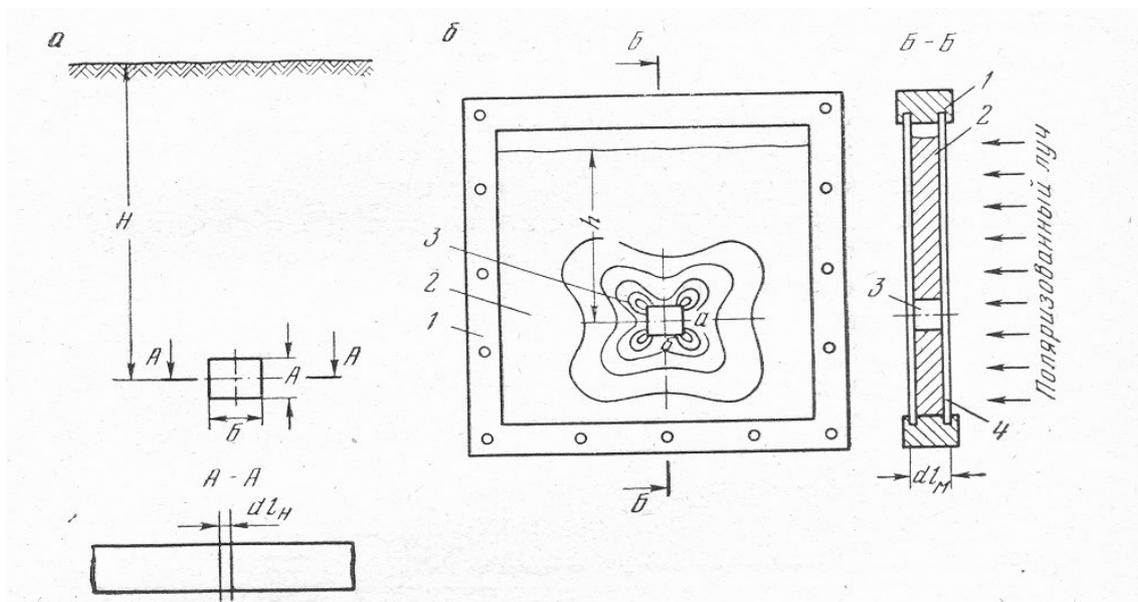
В задачах динамической фотомеханики, наоборот, учитывается изменение характеристик при механических воздействиях во времени и влияние сил инерции.

В основе методов фотомеханики лежит эффект двойного лучепреломления, проявляющийся в оптически чувствительных материалах под воздействием механических напряжений. При просвечивании таких материалов поляризованным светом в моделях наблюдается оптическая картина, по которой судят о напряжённо-деформированном состоянии моделируемого объекта.

Допустим, что в результате проведения горизонтальной выработки в массиве горных пород произойдёт нарушение силового равновесия. Вокруг выработки возникает поле напряжений (рисунок 11.3, а), характер которого в случае однородных изотропных пород будет оставаться постоянным для любого поперечного сечения по длине выработки. Следовательно, задача может быть представлена как плоская для сечения, перпендикулярного оси выработки, которая имеет аналитическое решение.

Для изучения напряжённого состояния пород вокруг выработки изготавливают модель из оптически активного материала с соблюдением условий геометрического и силового подобия. Через модель пропускают луч поляризованного света, и на экране получают поле напряжений (рис. 11.3, б) в виде линий судят о качественной характеристике поля напряжений, о направлении векторов напряжений, о концентрации напряжений и о точках или районах, наиболее опасных с точки зрения устойчивости или прочности обнажения.

Методы фотомеханики позволяют применить и объёмные модели. Так, например, при изучении оптическим методом прочности бурового инструмента и разрушаемости пород широко применяют объёмные модели, на основании которых становится возможным составить тензор напряжений в контактных зонах, подойти к решению вопроса о роли ядра уплотнения в процессе воздействия бурового инструмента и о влиянии предварительных выколов и свободных поверхностей в процессе разрушения породы.



$a$  – образец;  $b$  – модель;  
 1 – рамка модели; 2 – оптически активный материал; 3 – модель  
 выработки; 4 – стекло.

Рисунок 11.3 – Схема к моделированию оптическим методом задачи напряжённого состояния пород вокруг выработки.

Кроме того, оптический метод позволяет оценить влияние параметров удара на разрушаемость горной породы и затупления лезвия бурового инструмента на эффективность бурения, а также помогает решить вопрос об участии волн напряжений в процессе разрушения горных пород при ударном бурении.

Методы объёмной фотомеханики также применяют и для исследования статической работы подземных сооружений. В круг таких задач входит исследование напряжённого состояния горного массива вокруг вертикальных и горизонтальных выработок, пройденных в слоистых породах с наклонным залеганием пластов и различными физико-механическими свойствами, исследование распределения напряжений в сопряжениях различных выработок, определение напряжений в крепях и массиве при переменном сечении выработок небольшой протяжённости и т.д.

Наибольшее практическое значение имеют следующие типовые задачи механики горных пород:

**I тип.** Определение условий сохранения и потери устойчивости элементов массивов и сооружений при различных исходных состояниях и комплексах воздействий на них, в том числе при ведении горных работ. Элементами исследуемых объектов, устойчивость которых должна быть обеспечена, являются: поверхности подземных выработок (кровли, почвы, бока), целики, потолочные камеры и кровли лав, борта карьеров, земная поверхность. Учитывают стадийность процессов деформирования и разрушения элементов, предельные их состояния, а также видоизменения сочетаний условий.

**II тип.** Установление закономерностей взаимодействия элементов массивов между собой и с элементами сооружений, в том числе с крепями горных выработок, в зависимости от естественно-геологических условий и видов взаимодействий. Взаимодействием считается взаимозависимое изменение в пространстве и времени граничных поверхностей контакта. Вид закономерности механического взаимодействия крепи и пород, определяющий условия их совместной работы, реализуется в различных режимах, включая заданную нагрузку, заданную деформацию, взаимовлияющую деформацию, комбинированный режим.

**III тип.** Изучение влияния горных выработок и комплексов горных работ на окружающие породные массивы различных структур и свойств, находящиеся в различных состояниях и подвергающиеся различным воздействиям.

Основными вопросами изучения являются: установление зон опорного давления, разгрузки, сдвижений и разрушений массивов, определение очертаний и размеров защищённых зон, выяснение распространения волн напряжений, вызванных взрывами, на различные подземные и наземные объекты.

Таким образом, оптический метод исследования напряжений позволяет решать весьма сложные задачи, которые недоступны математическому анализу. Теоретические основы оптического метода исследования упругих полей напряжений и смещений базируется на использовании закона Гука о прямой пропорциональности между напряжением и деформацией и на явлении оптической анизотропии изотропных тел, подвергнутых действию внешних сил, или при наличии внутренних напряжений. С помощью оптического метода обнаруживают не сами величины нормальных напряжений, а разность между ними, т.е. максимальные касательные напряжения  $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \quad (11.20)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  – главные нормальные напряжения.

Поэтому с помощью оптического метода определяется существенная характеристика для суждения о прочности конструкции по теории Кулона.

Детально центробежный и оптико-поляризационный методы рассматриваются в дисциплине «Управление состоянием массива горных пород».

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. Перечислите этапы решения задач в механике горных пород.
2. В чем суть математического моделирования?
3. В чем суть геометрического подобия?
4. В чем суть кинематического подобия?
5. В чем суть динамического подобия?
6. В чем суть моделирования эквивалентными материалами?

7. Как подбирается эквивалентный материал?
8. На основе каких связующих изготавливается эквивалентный материал?
9. Какие задачи решаются моделированием эквивалентными материалами?
10. Какие граничные условия должны выполняться при моделировании эквивалентными материалами?
11. Какие достоинства и недостатки метода моделирования эквивалентными материалами?
12. Какими силами заменяются гравитационные силы при центробежном моделировании?
13. С помощью каких датчиков ведётся наблюдение за деформациями в модели, испытываемой в центрифуге?
14. При решении каких задач применяется центробежное моделирование?
15. Какие достоинства и недостатки метода центробежного моделирования?
16. На каком свойстве материала основан оптический метод моделирования?
17. За счёт чего в нагруженной модели из оптически активного материала происходит разложение луча на два?
18. Какие задачи горного дела можно решать оптическим методом моделирования?
19. Какие достоинства и недостатки оптического метода моделирования?

## **Тема 12. Приближённые методы решения задач в механике горных пород.**

### **Конечноразностные методы. Метод конечных элементов. Энергетические методы с использованием вариационного исчисления. Методы Ритца и Бубнова-Галеркина.**

#### **Общие сведения**

Массивы горных пород (горная выработка, кровля, целик, ствол и т.д.) являются трёхмерными системами, состоящие из слоёв анизотропных пород, которые могут иметь переменные толщину, внешнюю нагрузку и различные граничные условия.

Оценим возможность применения некоторых известных методов к исследованию их напряжённо-деформируемого состояния как многослойных толстых пластин (плит) с учётом поперечного сдвига (влиянием поперечных сил).

Тот факт, что на одних краях массива горных пород (плиты) заданы перемещения, а на других усилия, делает задачу смешанной. Задачи об изгибе плиты со смешанными условиями опирания сложнее обычных, поэтому, в обширной литературе о пластинах (оболочках) имеется сравнительно мало работ, посвящённых изгибу даже обычных однослойных пластин (оболочек) со смешанными краевыми условиями.

В общем случае, когда жёсткость – функция координат и отсутствует свободное опирание на противоположных краях, сложность дифференциальных разрешающих уравнений и граничных условий, вынуждает применять приближенные методы.

Одним из широко используемых численных методов решения краевых задач является метод сеток, несмотря на простоту и возможность применения его к пластинам (оболочкам) с произвольной толщиной при любых условиях крепления и нагрузке, фактически в таких задачах используется редко, так как дифференциальное уравнение равновесия имеет переменные коэффициенты и шаг сетки должен быть меньше, чем при постоянных толщине и нагрузке, а тем более при учёте анизотропности спаев и поперечного сдвига, то значительно увеличивается количество подлежащих составлению и решению алгебраических уравнений. Матрица системы получается плохо обусловленной, большой по объёму, имеет мало отличных от нуля элементов, составление программы усложняется формулами, вытекающими из краевых условий.

По методу прямых конечностными разностями заменяют частные производные только по одному направлению. При этом получают систему дифференциальных уравнений в обыкновенных производных, общее решение которых можно найти для некоторых частных случаев переменных толщин, нагрузки, слоистости и анизотропии горных пород. Получить точное решение системы дифференциальных уравнений методом прямых можно только при изменении толщины и нагрузки по простым законам с учётом только

изотропии слоёв. В общем случае это сделать не удаётся, поэтому для отыскания решения необходимо использовать один из численных методов интегрирования. Кроме того, недостатком метода прямых является необходимость составления и решения алгебраических уравнений для удовлетворения краевым условиям на противоположных краях пластины (оболочки) при любых способах их закрепления.

По методу коллокаций прогибы пластины (оболочки, представляются в виде конечного ряда заданных функций, умноженных на параметры. Для вычисления параметров строится система алгебраических уравнений из условий, что уравнения и граничные условия удовлетворяются в ряде точек пластины (оболочки). Метод коллокаций даёт хорошие результаты, если заданные функции удовлетворяют уравнению равновесия и граничным условиям. В общем случае такие функции подобрать трудно. Приведённая краткая характеристика конечноразностных методов показывает, что применение их для расчёта массивов горных пород, в принципе возможно, но для решения плоских задач.

Более распространёнными в настоящее время получили **метод конечных элементов (МКЭ)** и **метод граничных элементов (МГЭ)**. Другое название последнего – метод граничных интегралов (МГИ). Интенсивное их развитие и применение в практике инженерных расчётов стало возможным с развитием и доступностью вычислительной техники. В последние два десятилетия благодаря применению этих методов существенно расширился класс задач, решаемых в механике горных пород.

### Метод конечных элементов

Метод конечных элементов заимствован из строительной механики. Его суть заключается в следующем.

Из бесконечного массива выделяется некоторая интересующая нас область, например, в окрестности подлежащей изучению выработки (рисунок 12.1, а).

Действие отброшенной части массива заменяем усилиями, приложенными на границе области:

$$\sigma_y = -\gamma H; \quad \sigma_x = -\lambda \gamma H.$$

Вся исследуемая область делится на подобласти, достаточно малые, чтобы считать внутри их среду однородной и изотропной (рисунок 12.1, б). Поэтому свойства среды в каждой из подобластей описываются постоянными (для данной подобласти) характеристиками:  $E$ ,  $\mu$ ,  $\gamma$ . Эти подобласти называются **конечными элементами**. Они взаимодействуют друг с другом в **узлах** через **узловые силы** –  $\bar{F}$  и **узловые перемещения**  $\delta$ . В таком виде исследуемая область подобна некоторой стержневой системе. Сообщая одному узлу усилие или перемещение, получим отклик во всей системе, в каждом из её узлов.

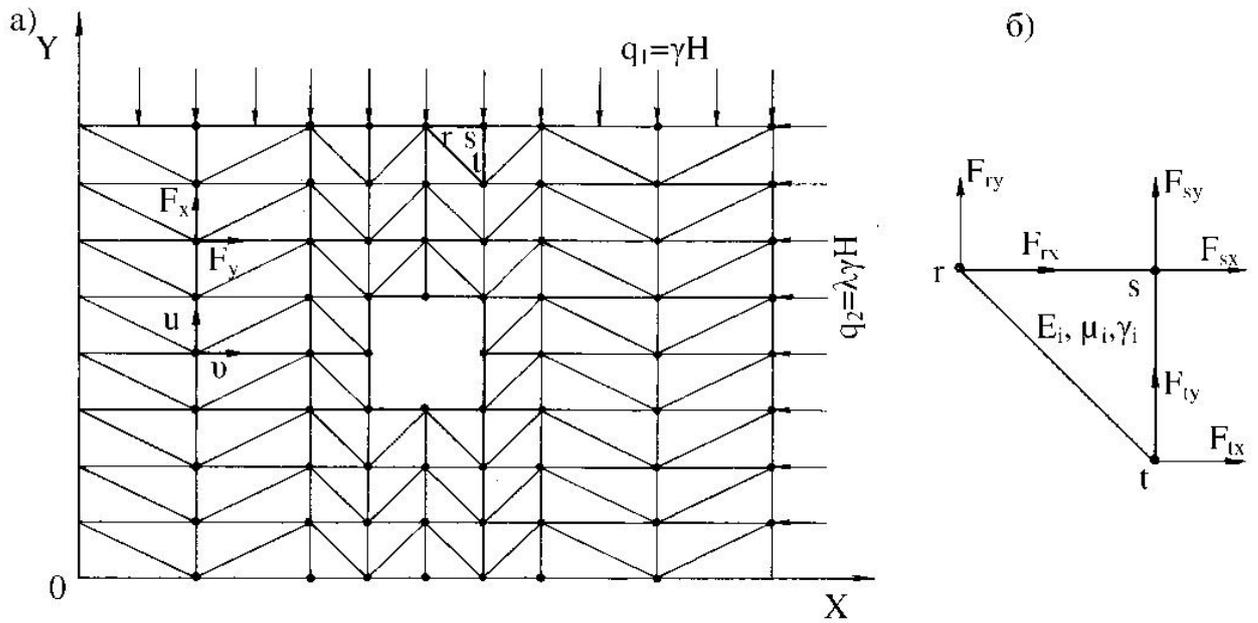


Рисунок 12.1 – Конечноэлементная аппроксимация исследуемой области (а) и её произвольный  $i$ -ый элемент (б).

Однако основная идея метода заключается в том, что перемещения внутренних точек каждого элемента (вектор  $\vec{\delta}$  с компонентами (проекциями)  $\{\delta\} = \{U, V\}$ ) связываются с перемещениями узлов (вектором  $\vec{\delta}_e$  с компонентами  $\{\delta\}_e = \{\delta_r, \delta_s, \delta_t\} = \{U_r, V_r, U_s, V_s, U_t, V_t\}$ ). Эта связь выражается некоторой функцией, которая называется **функцией формы**.

$$\{\delta\}_e = \Phi \{\delta\}_e. \quad (12.1)$$

Её надо подобрать так, чтобы удовлетворить граничным условиям на контуре элемента и соблюсти условие неразрывности деформаций.

Наиболее просто получить эту функцию для конечного элемента треугольной формы. Именно поэтому чаще всего исследуемую область разбивают на конечные элементы треугольной формы.

Компоненты вектора перемещений произвольной внутренней точки (рисунок 12.2) связывают с компонентами вектора перемещений узлов (подробный вывод опускаем):

$$\begin{aligned} u_e &= \frac{1}{2S} \left[ (a_r + b_r x + c_r y) u_r + (a_s + b_s x + c_s y) u_s + (a_t + b_t x + c_t y) u_t \right], \\ v_e &= \frac{1}{2S} \left[ (a_r + b_r x + c_r y) v_r + (a_s + b_s x + c_s y) v_s + (a_t + b_t x + c_t y) v_t \right], \end{aligned} \quad (12.2)$$

где

$$\begin{aligned} a_r &= X_s Y_t - X_t Y_s, & b_r &= Y_s - Y_t, & c_r &= X_t - X_s. \\ a_s &= X_t Y_r - X_r Y_t, & b_s &= Y_t - Y_r, & c_s &= X_r - X_t. \\ a_t &= X_r Y_s - X_s Y_r, & b_t &= Y_r - Y_s, & c_t &= X_s - X_r. \end{aligned}$$

Здесь –  $X_s, Y_s, X_t, Y_t, X_r, Y_r$  координаты узлов элементов,  $S$  – площадь треугольного элемента, определяемая следующей матрицей:

$$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & X_r & Y_r \\ 1 & X_s & Y_s \\ 1 & X_t & Y_t \end{bmatrix}.$$

Поскольку мы имеем дело с векторными величинами, все соотношения и далее удобно записать в матричной форме. С вектором перемещений связывают вектор деформаций:

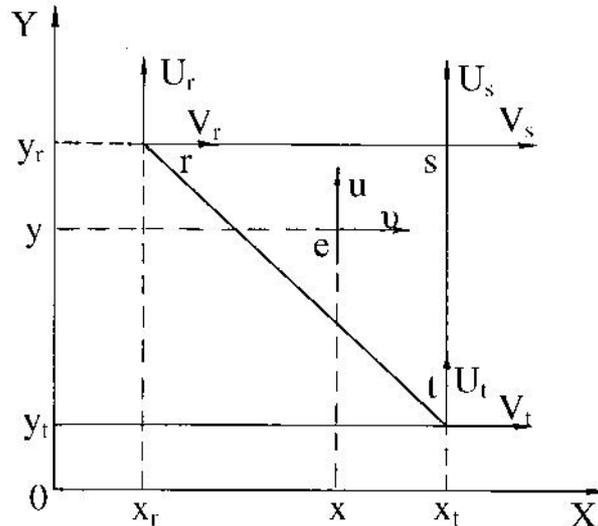


Рисунок 12.2 – К определению вектора перемещений произвольной внутренней.

$$\{\varepsilon\} = B\{\delta\}_e, \quad (12.3)$$

где  $B$  – координатная матрица. Она определяется следующим образом:

$$B = \frac{2}{2S} \begin{bmatrix} b_r & 0 & b_s & 0 & b_t & 0 \\ 0 & c_r & 0 & c_s & 0 & c_t \\ c_r & b_r & c_s & b_s & c_t & b_t \end{bmatrix}. \quad (12.4)$$

Далее, используя матрицу упругости

$$D = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix}, \quad (12.5)$$

переходят к напряжениям:

$$\{\sigma\} = D\{\varepsilon\} = DB^T\{\delta\}_e. \quad (12.6)$$

где  $B^T$  – транспонированная матрица  $B$ . Последнее равенство – не что иное, как закон Гука в матричном виде.

Поставленная задача будет решена, если будут известны перемещения узлов под действием приложенной нагрузки. А они, конечно, связаны с усилиями в узлах, т.е. с вектором  $\{F\}_e$ . Эта связь вытекает из условия: работа

узловых сил по перемещению узлов должна быть равна работе внутренних сил, т.е. напряжений. Для треугольного элемента это условие даёт уравнение:

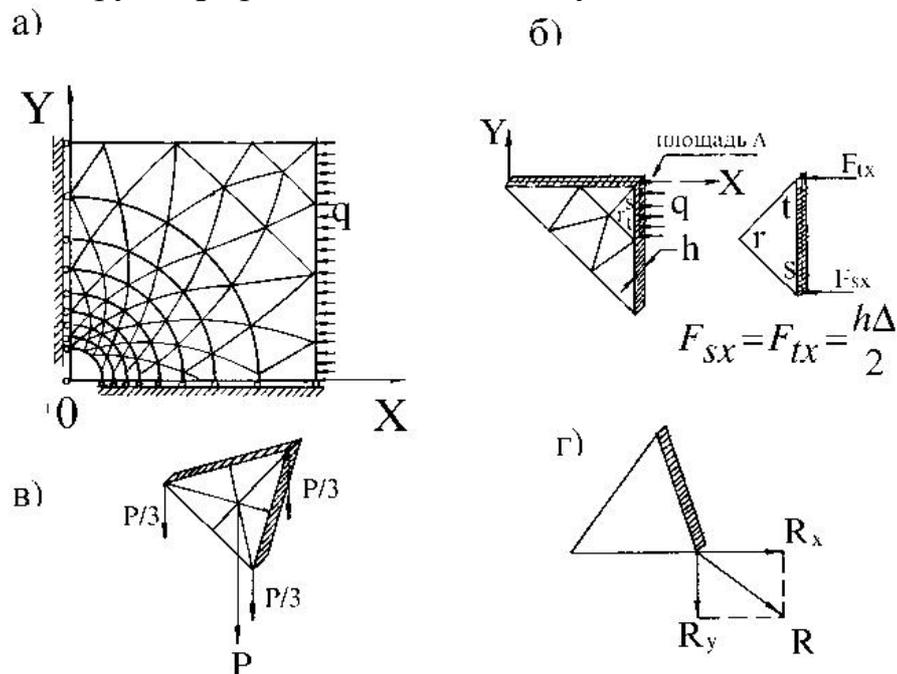
$$\{F\}_e = [k]_e \{\delta\}_e. \quad (12.7)$$

Здесь  $[k]_e$  – так называемая матрица жёсткости элемента, образованная следующим образом:

$$[k]_e = \frac{h}{2S} B^T D B, \quad (12.8)$$

На этом подготовительная работа заканчивается.

Самым главным этапом создания конечно-элементной модели является построение для всей системы обобщённой матрицы жёсткости, в которую входят жёсткости каждого элемента. При этом все внешние нагрузки приведены к узловым силам. Например, на рисунке 12.3 показано, как массовая сила  $P$ , действующая в центре тяжести элемента, а также распределённая нагрузка  $q$  приводятся к системе узловых сил.



а) – распределённая нагрузка, действующая на исследуемую область; б) – замена распределённой нагрузки  $q$  узловыми силами  $F_{tx}$  и  $F_{sx}$ ; в) – разложение силы тяжести  $P$  на систему узловых сил; г) – разложение узловой силы  $R$  на составляющие  $R_x$  и  $R_y$

Рисунок 12.3 – Примеры приведения нагрузок к статистически эквивалентной системе узловых сил.

Для линейных задач справедлив принцип суперпозиции. Из множества векторов  $\{F\}_e$  и  $\{\delta\}_e$  формируется обобщённый вектор сил  $\{F\}$  и вектор перемещений узлов  $\{U\}$ , которые связаны между собой равенством:

$$\{F\} = K \{U\}. \quad (12.9)$$

Здесь  $K$  – обобщённая матрица жёсткости системы, элементами которой являются матрицы жёсткости каждого конечного элемента:

$$K = \begin{bmatrix} \sum_{c=1}^m k_{1,1}^{(e)} & \sum_{c=1}^m k_{1,2}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{1,j}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{1,2n}^{(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{c=1}^m k_{i,1}^{(e)} & \sum_{c=1}^m k_{i,2}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{i,j}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{i,2n}^{(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{c=1}^m k_{2n,1}^{(e)} & \sum_{c=1}^m k_{2n,2}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{2n,j}^{(e)} & \dots & \sum_{c=1}^m k_{2n,2n}^{(e)} \end{bmatrix}.$$

Это равенство, записанное в матричной форме, представляет собой систему линейных уравнений.

$$U_1 K_{11} + V_1 K_{12} + U_2 K_{13} + V_2 K_{14} + \dots + U_{2n} K_{1,2n-1} + V_{2n} K_{1,2n} = F_{x1}$$

$$U_1 K_{21} + V_1 K_{22} + U_2 K_{23} + V_2 K_{24} + \dots + U_{2n} K_{2,2n-1} + V_{2n} K_{2,2n} = F_{y1}$$

.....

.....

$$U_1 K_{2n-1,1} + V_1 K_{2n-1,2} + U_2 K_{2n-1,3} + V_2 K_{2n-1,4} + \dots + U_{2n} K_{2n-1,2n-1} + V_{2n} K_{2n-1,2n} = F_{xn}$$

$$U_1 K_{2n,1} + V_1 K_{2n,2} + U_2 K_{2n,3} + V_2 K_{2n,4} + \dots + U_{2n} K_{2n,2n-1} + V_{2n} K_{2n,2n} = F_{yn}.$$

(12.10)

Неизвестными здесь являются перемещения узлов конечноэлементной сетки  $\{U\}$ . Обобщённый вектор сил  $\{F\}$  – это столбец свободных членов в системе уравнений. Коэффициенты при неизвестных - элементы матрицы жёсткости, которые включают в себя координаты узлов и упругие константы. Если область разбита на  $m$  элементов, которые соединяются между собой в  $n$  узлах, то мы получим систему  $2n$  уравнений относительно  $2n$  неизвестных перемещений.

Полученную систему можно решить одним из известных методов (Гаусса, Зейделя и др.).

Определив в результате решения для каждого узла компоненты вектора перемещений, через координатную матрицу  $B$  переходим к деформациям в центре тяжести конечного элемента  $\{\epsilon\}$  (12.3), а от деформаций через матрицу упругости  $D$  к напряжениям  $\{\delta\}$  (12.6). Таким образом, поставленная задача решена. В центре каждого элемента получены значения полного тензора напряжений, деформаций, перемещений.

## Вариационные методы решения задач

В настоящее время для расчёта пластин и оболочек широко применяют вариационные методы теории упругости.

Известно, что основные проблемы механики наряду с дифференциальными уравнениями управляются так называемыми минимальными принципами. Так, например, положение равновесия механической системы есть положение, отвечающее минимуму её потенциальной энергии. Ввиду этого проблема решения граничной задачи для дифференциального уравнения данной механической системы оказывается, в общем, эквивалентной проблеме нахождения функции, дающей минимум интеграла, которым выражается потенциальная энергия системы.

Для решения задач об изгибе пластин (оболочек) можно использовать вариационный принцип Рейсснера, при котором одновременно отыскивается прогиб и все моменты, представляющие также как и прогиб, в виде конечных сумм произведений неопределённых параметров на заданные координатные функции, которые выбирают так, чтобы они были равны нулю на свободных краях пластины (оболочки). Расчётные формулы и машинный алгоритм принципа Рейсснера очень сложный.

Расчёт пластин (оболочек) по методу Бутнова-Галеркина значительно усложняется, так как необходимо удовлетворять координатными функциями все граничные условия, в том числе и условия на свободных краях. Последнее обстоятельство препятствует использованию на практике метода Треффца и метода наименьших квадратов. Однако если эти условия выполняются, то эти методы весьма эффективны в применении. Можно утверждать, что ввиду сложности задач о напряжённо-деформируемом состоянии массивов горных пород, любой метод исследования, обеспечивающий необходимую точность, потребует весьма громоздких вычислений. Поэтому, естественно, следует применять такой метод, который просто реализуется на ПЭВМ и позволяет получить решение, не прибегая к дополнительным (по сравнению с обычной теорией пластин и оболочек) приближенным допущениям.

Для решения краевых задач горной геомеханики является эффективным применение метода Ритца – одного из основных прямых методов вариационного исчисления.

Метод (процесс) Ритца является одним из методов построения минимизирующей последовательности. Для упрощения выкладок ограничимся случаем вещественного гильбертова пространства  $H$ ; результаты переносятся на комплексное пространство без изменений.

Пусть  $A$  – положительно определённый оператор в пространстве  $H$ . Задача о построении обобщённого решения уравнения

$$Au = f. \quad (12.11)$$

равносильна задаче о построении элемента энергетического пространства, который реализует минимум функционала

$$F(u) = [u, u]_A - 2(u, f) \quad (12.12)$$





решение принадлежит к некоторому классу, более узкому, чем  $D_A$ , то достаточно, чтобы координатная система была полна в этом классе. Например, если известно, что искомая функция чётная относительно какого-либо из независимых переменных, то можно брать в качестве координатных только чётные функции той же переменной, и достаточно, чтобы выбранная система координатных функций была полной относительно чётных функций из  $H_A$ .

Метод Ритца имеет простую схему расчёта и позволяет исследовать массивы горных пород с любым сочетанием слоёв при любой нагрузке и условиях закрепления, различной анизотропией пород. Для решения многих важных для практики задач достаточно, в отличие от метода Бубнова–Галеркина, чтобы координатные функции удовлетворяли только геометрическим граничным условиям, записываемых относительно функции прогиба и её производной (угла поворота).

Приведём решения некоторых задач о напряжённо-деформированном состоянии массивов горных пород, используя вариационный метод исчисления.

Таким образом, существует довольно обширная группа численных методов, позволяющая достаточно точно установить напряжённо-деформированное состояние породного массива в окрестности выработок при любом, в том числе и произвольном, их расположении в пространстве.

#### *Контрольные вопросы и задания.*

1. В чем заключается суть метода конечных элементов?
2. В чем суть метода Ритца?

## Перечень ссылок

1. Физика горных пород [Электронный ресурс]: [учебник для вузов] / Соболев Валерий Викторович, Стариков Александр Петрович; В. В. Соболев, А. П. Стариков; ГВУЗ "Нац. горн. ун-т". - 12 Мб. - Донецк: Донбасс, 2012. - 1 файл. - Систем. требования: Просмотрщик djvu-файлов.  
URL: <http://ed.donntu.org/books/20/cd9685.djvu>
2. Шашенко А. Н. Геомеханика: Учебник для студентов высших учебных заведений. / А.Н. Шашенко, В. П. Пустовойтенко, Е. А. Сдвижкова // К.: Национальный горный университет, 2015, - 563с.
3. Конспект лекций по курсу «Механика горных пород» (для студентов направлений подготовки 21.05.04 «Горное дело») [Электронный ресурс] / Сост. Марийчук И. Ф., Купенко И. В., Нефёдов В. Е.– Донецк: ДОННТУ, 2015. – 294 с. URL: <http://ea.donntu.org/handle/123456789/34797>
4. Моделирование физических процессов в горном производстве [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов, обучающихся по специальности 21.05.04 "Горное дело" / С. В. Борщевский [и др.]; С. В. Борщевский, С. А. Калякин, К. Н. Лабинский и др.; ГОУ ВПО "ДонНТУ". - 8 Мб. - Донецк: ГОУ ВПО "ДонНТУ", 2016. - 1 файл. - Систем. требования: Acrobat Reader. URL: <http://ed.donntu.org/books/cd4536.pdf>
5. Напряжённо-деформированное состояние массива горных пород подземных объектов угольных шахт: монография [Электронный ресурс] / С. В. Борщевский [и др.]: под общ. ред. С. В. Борщевского, И. Ф. Марийчука. – Донецк: ДОННТУ, 2017. - 275с.  
URL: <http://ed.donntu.org/books/17/cd7721.pdf>