

Л. П. Вовк, д-р техн. наук, Е. С. Кисель, канд. физ.-мат. наук, И. В. Даниленко

Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка

АНАЛИЗ СПЕКТРА РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ ДЕТАЛИ С УЧЕТОМ ЕЕ ТОЛЩИНЫ

Разработан конечно-элементный алгоритм решения задачи о колебаниях кусочно-неоднородной прямоугольной призмы (плоская деформация). На основе предложенного алгоритма получен и проанализирован спектр собственных частот и соответствующих им форм колебаний. Отдельно исследовалось влияние толщины призмы на спектр собственных частот, напряженно-деформированное состояние и природу волновых полей детали.

Ключевые слова: механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, плоская деформация, прямоугольная призма

Введение

Предупреждение вредных последствий резонансных явлений – это важная техническая задача. Актуальным аспектом этой задачи является определение частот собственных колебаний элементов конструкций. Знание собственных частот позволяет указать те режимы работы механизмов и машин, при которых не возникнут нежелательные резонансные явления.

Частоты периодических механических процессов, которые возникают в оборудовании, должны быть отдалены, насколько это возможно, от частот собственных колебаний соответствующих механических систем. Эта задача выполняется подбором рабочих режимов оборудования и оптимизацией его конструктивных параметров [1, 2]. Создание деталей с учетом опасных резонансных частот значительно снижает уровень динамических напряжений и тем самым повышает их выносливость, надежность и долговечность [3].

В машиностроении значительная часть механизмов и машин создается с использованием призматических деталей, в частности корпусных и сплошных деталей (составляет около 54 % от общего объема) [3]. Детали подобного рода находят широкое применение в машиностроительной промышленности, являются базовыми и предназначены для размещения в них сборочных единиц и деталей. Функционально они должны обеспечивать постоянство точности относительного положения деталей и механизмов как в статическом состоянии, так и в процессе эксплуатации машин, поэтому должны обладать достаточной жесткостью.

Определение частотных характеристик призматических деталей в ходе конструкторской подготовки производства на опытных образцах связано с высокой стоимостью материалов и сложнейшей механической обработкой. Важными этапами при проектировании являются расчет и проектирование геометрии детали, изготовление опытного образца, определение частоты собственных колебаний и сопоставление их с частотами, которые могут возбуждаться в собранном узле, элементом которого является данная деталь.

Как будет показано ниже, определение собственных частот для призматических балок не представляет принципиальных затруднений и следует ожидать, что результаты таких решений должны быть отображены в многочисленных справочных пособиях [4–6]. Однако точность большинства данных, предоставленных этими справочниками для целей исследований современного машиностроения недостаточна, прогноз влияния значений отдельных геометрических и физических параметров носит общий теоретический характер, либо вовсе не учитывается.

Поэтому представляет значительный интерес возможность расчета частот собственных колебаний призматических деталей с учетом возможного изменения геометрических и физических параметров модели. Применение численных методов и современной компьютер-

ной техники может обеспечить хорошее совпадение результатов таких расчетов с реальными значениями, получаемыми в дальнейших экспериментах.

Цель работы

Направлением исследования настоящей работы стало конечно-элементное моделирование колебательной системы в виде конечной неоднородной призмы переменной толщины, отыскание спектра собственных частот и соответствующих форм колебаний, анализ влияния геометрических параметров на спектр резонансных частот и учет возможной сингулярности напряжений в окрестности границы раздела областей. Отдельным вопросом можно считать изучение роли границы раздела областей, как концентратора напряжений для призматических деталей различной геометрической конфигурации.

Исследование включало следующие этапы:

1. Создание путем твердотельного моделирования различных моделей кусочно-неоднородных призматических деталей переменной толщины.
2. Разработка алгоритма конечноэлементного расчета спектра собственных частот в программном комплексе ANSYS и определение резонансных частот.
3. Сравнение результатов расчета для различных геометрических моделей, в частности, в зависимости от толщины призматической детали.
4. Формулировка выводов исследования.

Основные материалы исследования

Остановимся на определении спектра собственных частот и определении характера напряженно-деформированного состояния в окрестности границы раздела двух состыкованных призм с различными упругими свойствами (рисунок 1). Представляет интерес влияние толщины призмы и, как следствие, площади границы раздела сред на характер и интенсивность локальной концентрации напряжений. Расчет выполнен методом конечных элементов путем компьютерного моделирования и проведения модального анализа в конечно-элементном комплексе ANSYS Mechanical 2019 R2. В данной работе приведен расчет свободных колебаний без учета предварительных напряжений.

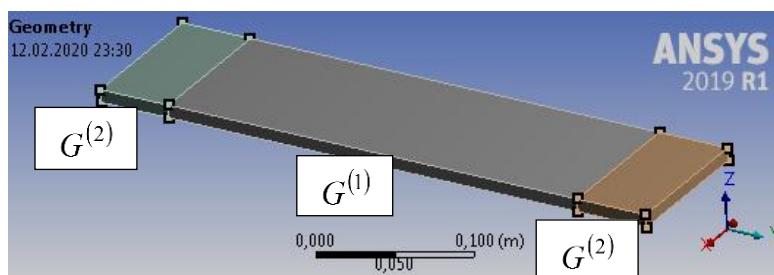


Рисунок 1 – Геометрия модели

Материалы областей $G^{(1)}$ и $G^{(2)}$ – титановый сплав (Titanium Alloy) и конструкционная сталь (Structural Steel), представлены в библиотеке материалов программного комплекса. Тестовая модель представляет собой прямоугольную пластину, линейные размеры которой по оси x – 0,2 м (1/2 длины прямоугольника), по оси y – 0,05 м (1/2 ширины прямоугольника). Ширина прикрепленной области – 0,05 м. Толщина призмы изменяется $h \in [1; 29] \cdot 10^{-3}$ м.

Для данной пластины выполнялся расчет первых 15 собственных частот и соответствующих им форм колебаний для гладкой границы раздела областей $G^{(1)}$ и $G^{(2)}$. Следует отметить, что при исследовании собственных форм мы не накладывали никаких условий закрепления на призму. Пакет ANSYS при этом нашел первые шесть собственных форм коле-

баний призмы как твердого тела с шестью степенями свободы (три линейные и три угловые). Формы упругих колебаний по этой причине начинаются с седьмой формы. Относительно шести первых («твердотельных») собственных форм, соответствующих им частот и их, найденных программой ANSYS, величин (и почему они именно такие) мы не станем давать комментариев в силу того, что эти формы не имеют физического смысла при рассмотрении вопроса об упругих колебаниях.

На рисунке 2 представлена зависимость значений собственных частот 7–15 от толщины призмы $h \in [1; 29] \cdot 10^{-3}$ м. При увеличении толщины призмы очевиден рост значений собственных частот, который связан с увеличением массы модели, причем темп роста определяется номером частоты, – для более высоких номеров частот он более выражен. Так, седьмая (первая упругая) частота на данном интервале выросла в 3,5, а пятнадцатая (девятая упругая) – в 16 раз. Для моделей, где $h \in [9; 29] \cdot 10^{-3}$ м, отмечается наличие постоянной частоты ≈ 3073 Гц, которую можно считать резонансной частотой ω_r . Ее номер тем меньше, чем больше значение h , т. е. при $h \in [9; 29] \cdot 10^{-3}$ м, номер ω_r изменяется от 15 до 10. На рисунке 2 этот уровень отмечен линией 1. Для $h \in [21; 29] \cdot 10^{-3}$ м, наблюдается еще одно значение резонансной частоты ≈ 6463 Гц на более высоких частотах (14–15). На рисунке 2 – линия 2.

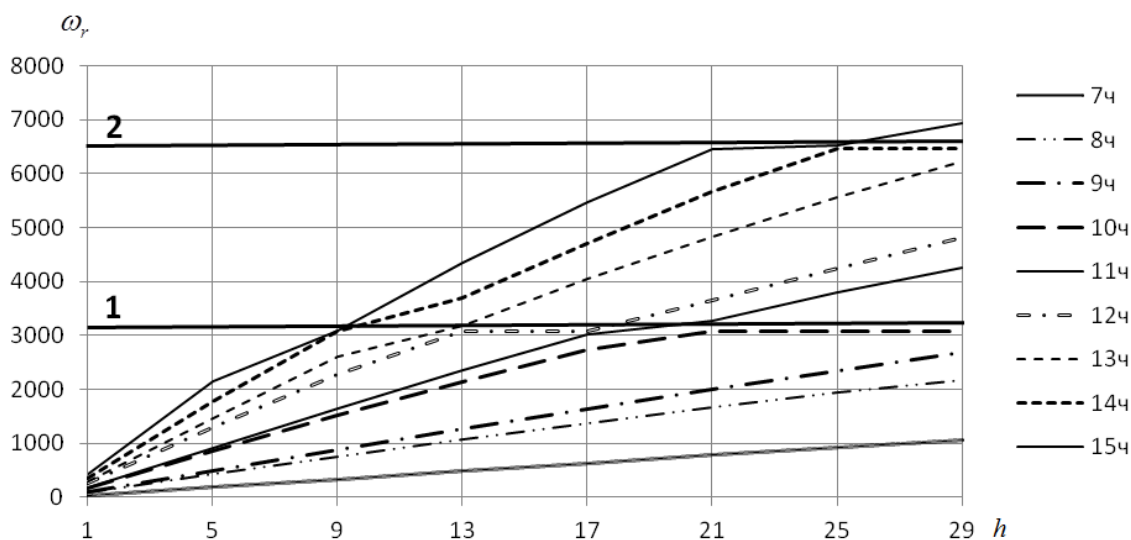


Рисунок 2 – Зависимость значений собственных частот 7–15 от толщины призмы

Как известно, именно резонанс разрушает конструкции, а наихудшая разновидность резонанса возникает тогда, когда на изделие снова и снова оказывается переменное возбуждающее воздействие. Наиболее эффективным способом предотвращения подобного эффекта является создание такой конструкции, собственная частота колебаний которой выше или ниже, чем ее рабочая частота; решение этой задачи лежит в основе проведения анализа собственных частот колебаний [7].

Поэтому актуально изучение распределения нормальных линейаризованных напряжений σ_x на найденных частотах по одному из ребер, соответствующих длине рассматриваемой призмы. Был проведен анализ влияния толщины призмы на ее напряженно-деформированное состояние, в частности на локальную концентрацию напряжений вблизи плоскости раздела.

Результаты исследования для неоднородной призмы с гладкой внутренней границей раздела сред представлены на рисунках 3–6, где изображены кривые линейаризованных нормальных напряжений σ_x вдоль одного из ребер призмы для соответствующих номеров частот. В данном случае под линейаризацией понимается метод постобработки, при котором в

моделируемом теле выделяется тонкий срез, и поле напряжений в нем представляется как сумма постоянного касательного напряжения и линейно меняющегося напряжения изгиба.

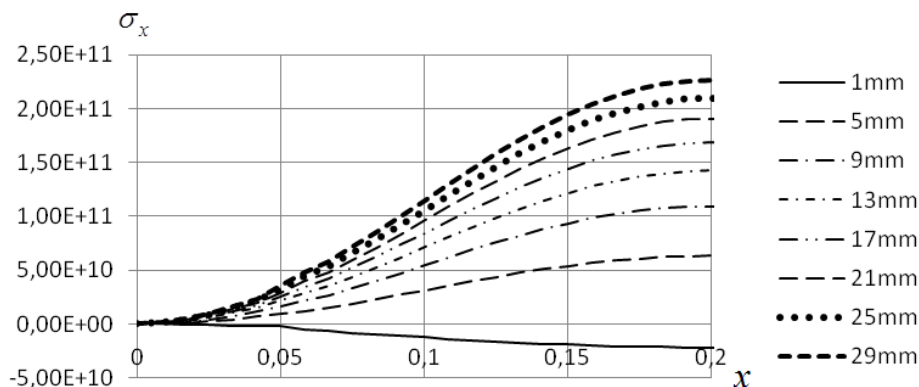


Рисунок 3 – Зависимость нормальных напряжений σ_x , (ω_7) от толщины призмы

Кривые симметричны по пути линеаризации, поэтому в рассмотрение вводится $1/2$ длины ребра. Практически на всех рисунках в окрестности точки, находящейся на границе раздела, наблюдается некоторое нарушение гладкости кривых, например рисунок 5 для частоты ω_{10} .

Для всех представленных частот с увеличением толщины призмы закономерно отмечается уменьшение влияния границы раздела на регулярность напряжений σ_x . Этот факт является следствием общего увеличения массы детали, при которой локальные динамические эффекты становятся менее выраженными и в конечном итоге при больших массах пропадают. Особенно явно это прослеживается на рисунке 4 для частоты ω_9 . Также общим является затухание краевых эффектов в крайних точках пути линеаризации, соответствующих вершинам призмы.

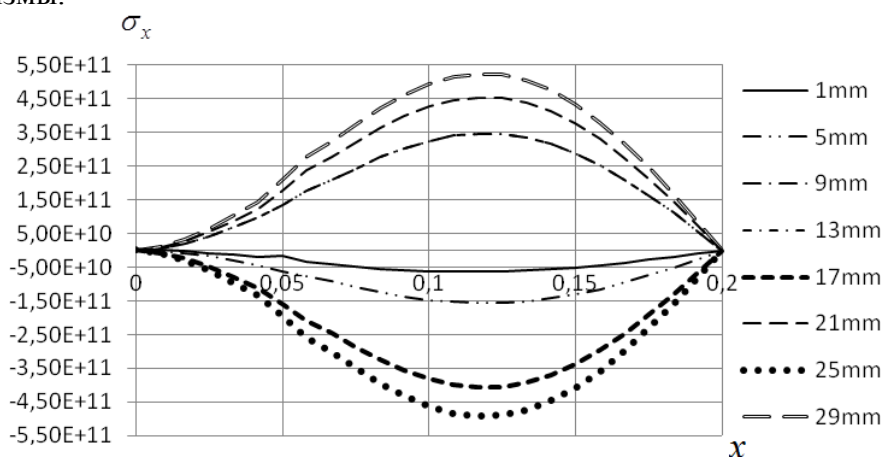


Рисунок 4 – Зависимость нормальных напряжений σ_x , (ω_9) от толщины призмы

На 7-й частоте (рисунок 3) отмечается качественно сходная картина изменения напряжений σ_x от различной толщины для всех моделей. Аналогичная картина наблюдается для 9-й частоты (рисунок 4). Поскольку данная частота не деформирует «плато» в спектре частот на рисунке 1, сингулярность в кривых изменения напряжений не наблюдается.

На последующих частотах явно выраженный граничный эффект отмечается для всех моделей с толщиной $h < 6\%$ большего измерения призмы, причем значения нормальных напряжений σ_x с ростом толщины призмы несколько возрастают.

На 10-й частоте (рисунок 5) прослеживается заметная локализация кривых нормальных напряжений σ_x , соответствующих моделям $h \in [1; 17] \cdot 10^{-3}$ м, в окрестности точки границы раздела и на уровне значений ей соответствующих. Этого следовало ожидать, учитывая данные рисунка 2, где ω_{10} при $h > 21 \cdot 10^{-3}$ м становится частотой краевого резонанса [7], что обуславливает наличие краевых эффектов в нерегулярных зонах детали, в частности на границе раздела областей $G^{(1)}$ и $G^{(2)}$ (рисунок 1).

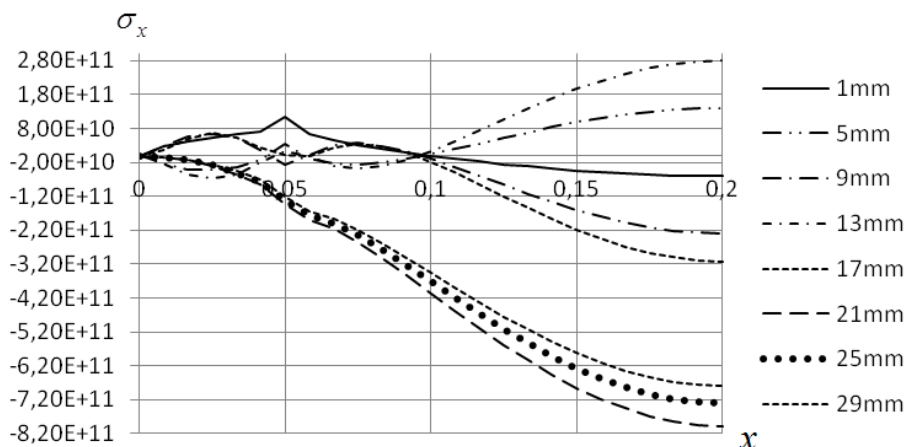


Рисунок 5 – Зависимость нормальных напряжений σ_x , (ω_{10}) от толщины призмы

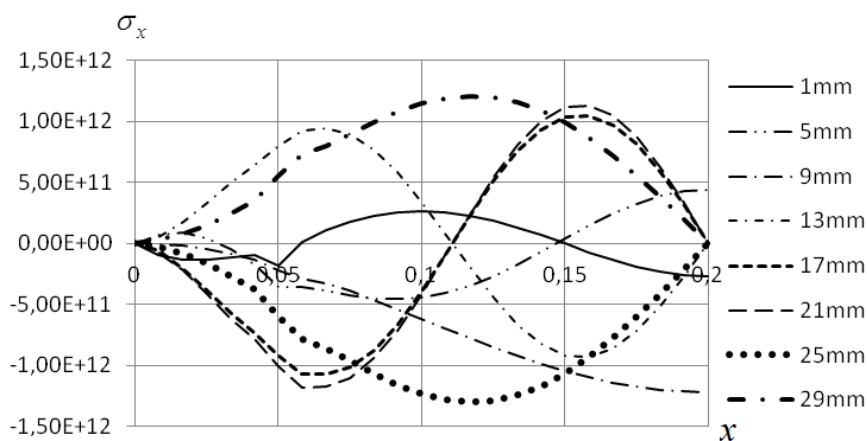


Рисунок 6 – Зависимость нормальных напряжений σ_x , (ω_{14}) от толщины призмы

Из сравнения данных рисунков 5 и 6 следует, что с ростом номера резонансной частоты интенсивность динамической концентрации напряжений на границах областей $G^{(1)}$ и $G^{(2)}$ существенно уменьшается, хотя и 10-я и 14-я частоты имеют участки «плато» [8] на спектре $\omega(h)$.

Выводы

По данному исследованию справедливы следующие выводы:

1. Увеличение толщины призмы закономерно вызывает рост значений собственных частот, что связано с увеличением массы детали, скорость роста значений выше для более высоких частот.

2. На большей части представленного диапазона изменения толщины детали h отмечается наличие плато на спектре резонансных частот, что обуславливает появление локальных динамических эффектов при деформировании детали. На последней трети диапазона изменений толщины таких участков плато два.

3. Анализ влияния толщины детали на ее напряженно-деформированное состояние показал, что для всех рассмотренных частот с увеличением толщины закономерно отмечается уменьшение влияния неоднородности на регулярность напряжений σ_x .

4. Интенсивность динамической концентрации напряжений на границе раздела сред с разными физическими свойствами существенно уменьшается с ростом номера резонансной частоты.

Проведенный модальный анализ кусочно-неоднородной прямоугольной призматической детали является первым этапом динамического анализа, т. к. выяснение форм и частот собственных колебаний считается первой задачей такого рода исследования, и может быть основой для нестационарного динамического анализа конструкций на гармоническую нагрузку или спектр воздействий различного типа.

Список литературы

1. Безмозгий, И. М. Моделирование в задачах вибропрочности конструкций ракетно-космической техники / И. М. Безмозгий, А. Н. Софинский, А. Г. Чернягин // Космическая техника и технологии. – 2014. – № 3(6). – С. 71–80.
2. Sinclair, G. B. Stress Singularities in Classical Elasticity–I: Removal, Interpretation and Analysis / G. B. Sinclair // Applied Mechanics Reviews. – 2004. – Vol. 57, Issue 4. – P. 251–297.
3. Мещерякова, В. Б. Металлорежущие станки с ЧПУ / В. Б. Мещерякова, В. С. Стародубов – Москва : ИНФРА-М, 2015. – 336 с. – ISBN 978-5-16-005081-2.
4. Ткач, В. В. Применение модального анализа в междисциплинарном исследовании ЖРД / В. В. Ткач. – Текст : электронный // Труды МАИ : электронный журнал. – 2010. – № 38. – С. 1–10. – URL: <https://readera.ru/14326243>.
5. Хейлен, В. Модальный анализ: теория и испытания / В. Хейлен, С. Ламменс, П. Сас. – Москва : Новатест, 2010. – 319 с.
6. Вильде, М. В. Краевые и интерфейсные резонансные явления в упругих телах / М. В. Вильде, Ю. Д. Каплунов, Л. Ю. Коссович. – Москва : Физматлит, 2010. – 280 с. – ISBN 978-5-9221-1280-2.
7. Вовк, Л. П. Особенности локальной концентрации волнового поля на границе раздела упругих сред / Л. П. Вовк. – Донецк : Норд-Пресс, 2004. – 267 с. – ISBN 966-8085-57-4.
8. Мелешко, В. В. Метод суперпозиции в задачах о тепловых напряжениях в прямоугольных пластинах / В. В. Мелешко // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 9. – С. 101–117.

Л. П. Вовк, Е. С. Кисель, И. В. Даниленко
Автомобильно-дорожный институт

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Горловка
Анализ спектра резонансных частот неоднородной упругой призматической детали
с учетом ее толщины

Значительный интерес представляет расчет частот собственных колебаний призматических деталей с учетом возможного изменения геометрических и физических параметров модели. Применение численных методов и современной компьютерной техники может обеспечить хорошее совпадение результатов таких расчетов с реальными значениями, получаемыми в дальнейших экспериментах.

Проведено компьютерное моделирование кусочно-неоднородной прямоугольной призмы (плоская деформация) и численные эксперименты по изучению спектра собственных частот образцов различной геометрической конфигурации.

Получены зависимости механических характеристик от толщины призмы, изучена природа волновых полей детали. Методом конечных элементов получены линеаризованные напряжения по одному из измерений призмы напряжений. Предложены практические рекомендации относительно геометрических параметров модели. Изложены направления дальнейших исследований.

МЕХАНИКА РАЗРУШЕНИЯ, КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ, ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ, ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

L. P. Vovk, E. S. Kisel, I. V. Danilenko
Automobile and Road Institute of Donetsk National Technical University, Gorlovka
Spectrum Analysis of Resonant Frequencies of a Heterogeneous Elastic Prismatic Part
Taking into Account its Thickness

The calculation of natural frequencies of prismatic parts taking into account possible changes in the geometric and physical parameters of the model is of considerable interest. The use of numerical methods and modern computer technology can ensure a good results coincidence of such calculations and real values, obtained in further experiments.

Computer simulation of a piecewise heterogeneous rectangular prism (planar deformation) and numerical experiments to study the spectrum of natural frequencies of samples of various geometric configurations are carried out.

The dependences of mechanical characteristics on the prism thickness are obtained, the nature of the part wave field is studied. Using the finite element method, linearized stresses on one of the stress prism measurements are obtained. Practical recommendations regarding the geometric parameters of the model are proposed. The directions of further research are stated.

FRACTURE MECHANICS, STRESS INTENSITY COEFFICIENT, PLANAR DEFORMATION, RECTANGULAR PRISM

Сведения об авторах:

Л. П. Вовк

SPIN-код: 9860-6682
 Телефон: +38 (071) 301-98-55
 Эл. почта: lv777@list.ru

Е. С. Кисель

SPIN-код: 7676-8943
 Телефон: +38 (071) 443-74-77
 Эл. почта: e.s.kisel@gmail.com

И. В. Даниленко

Телефон: +38 (071) 348-15-57
 Эл. почта: danilenkirina@yandex.ru

Статья поступила 19.02.2020

© Л. П. Вовк, Е. С. Кисель, И. В. Даниленко, 2020

Рецензент: Е. П. Мельникова, д-р техн. наук, проф., АДИ ГОУВПО «ДОННТУ»