Определение коэффициентов уравнения регрессии

Воспользуемся свойствами ПФЭ для определения коэффициентов уравнения регрессии методом наименьших квадратов

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_1 x_1$$

$$\Phi = \sum_{j=1}^{n} (y_j - \hat{y}_j)^2 \to \min_{b_i};$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 2\sum_{j=1}^{n} (y_j - b_0 - b_1 X_{1j} - b_2 X_{2j}) X_{1j} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j X_{1j} - b_0 \sum_{j=1}^{n} y_j X_{1j} - b_1 \sum_{j=1}^{n} y_j X^2{}_{1j} - b_2 \sum_{j=1}^{n} X_{1j} X_{2j}.$$

Воспользуемся свойствами ПФЭ:

-(симметричности) $b_0 \sum X_{1j} = 0$;

-(нормирования) $b_1 \sum X_{1j}^2 = nb_1$;

- (ортогональности) $b_2 \sum X_{1j} X_{2j} = 0$;

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j X_{1j}}{n}; b_2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j X_{2j}}{n}; b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j X_{0j}}{n}.$$

Следовательно, любые коэффициенты уравнения регрессии определяются скалярным произведением столбца y на соответствующий столбец X.

Можно показать, что аналогичным образом определяются коэффициенты, если в уравнении регрессии учитываются линейные взаимодействия (двойные, тройные):

$$b_{12} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j (X_1 X_2)_j}{n}; b_{123} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j (X_1 X_2 X_3)_j}{n}$$

Следует обратить особое внимание на то, что все линейные коэффициенты независимы, так как в формулы для их расчета входят свои одноименные переменные.

Поэтому каждый коэффициент характеризует роль соответствующей переменной в процессе или силу влияния факторов

Чем больше численная величина коэффициента, тем большее влияние оказывает этот фактор. Если коэффициент имеет знак плюс, то с увеличением значения фактора отклик увеличивается, а если минус – уменьшается.

В результате определения уравнения регрессии может получиться так,
что один (или несколько) коэффициентов не очень большие и окажутся незначимыми.

Факторы, имеющие коэффициенты, незначимо отличающиеся от нуля,
могут быть выведены из состава уравнения, так как их влияние на параметры
отклика будет отнесено к ошибке эксперимента.

Учитывая ортогональность плана, оставшиеся коэффициенты уравнения регрессии можно
не пересчитывать.

При отсутствии ортогональности плана эксперимента все коэффициенты
необходимо пересчитывать заново.

Статистический анализ результатов эксперимента

Планирование эксперимента исходит из статистического характера зависимостей, поэтому полученные уравнения подвергаются тщательному статистическому анализу с целью извлечь из результатов эксперимента максимум информации и убедиться в достоверности полученной зависимости и ее точности.

Как уже отмечалось ранее, каждый эксперимент несет в себе какую-то погрешность, для повышения надежности результатов производятся для каждой строки таблицы планирования повторения опытов m^* раз.

Построчные (выборочные) дисперсии подсчитываются по формуле

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} \left(y_{ij} - \bar{y}_j \right)^2}{m^* - 1},$$

где $\bar{y}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} y_{ji}}{m^*}$ – средний отклик по m* опытам в точке с номером j.

Дисперсия воспроизводимости отклика $S_{восп}^2$

есть среднеарифметическое дисперсий всех n различных вариантов опытов:

$$S_{восп}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} S_j^2}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m^*} \left(y_{ji} - \bar{y}_j \right)^2}{n(m^* - 1)}.$$

Прежде чем производить объединение дисперсий, следует убедиться в их однородности.

Проверка производится с помощью критерия Фишера или Кохрена.
Для оценки значимости коэффициентов прежде всего находят дисперсию коэффициентов регрессии.
Учитывая свойства 1-3 плана, при одинаковом дублировании опытов по точкам с числом повторных опытов m* получим

$$S_b^2 = \frac{S_{восп}^2}{m^* n},$$

а при отсутствии дублирования будем иметь

$$S_b^2 = \frac{S_{восп}^2}{n}.$$

Следовательно, все коэффициенты уравнения регрессии ПФЭ имеют одинаковую точность (дисперсию). В этом заключается принципиальное отличие коэффициентов уравнения регрессии, полученных по плану табл., от коэффициентов уравнений, полученных пассивным экспериментом .

Планы, по результатам которых коэффициенты уравнения регрессии определяются с одинаковой дисперсией, называются ротатабельными.

В связи с этим план, представленный в табл., является не только ортогональным, но ротатабельным.

В дальнейшем проверка значимости каждого коэффициента производится с использованием t-критерия Стьюдента.

Статистически незначимые коэффициенты исключаются из уравнения, а остальные коэффициенты при этом не пересчитываются. После этого уравнение регрессии составляется в виде уравнения связи выходного параметра у и переменных Xi, включающего только значимые коэффициенты.

После вычисления коэффициентов уравнения следует прежде всего проверить его пригодность или адекватность. Для этого достаточно оценить отклонение выходной величины у, предсказанной уравнением регрессии, от результатов эксперимента у в различных точках.

Уильям Госсет

Рассеяние результатов эксперимента относительно уравнения регрессии, аппроксимирующего искомую зависимость, можно, как уже было показано ранее, охарактеризовать с помощью дисперсии адекватности, оценка которой, справедливая при одинаковом числе дублирующих опытов, находится по формуле

$$S^2_{ад} = \frac{m * \sum_{j=1}^{n} \left(\bar{y}_j - \hat{y}_j \right)^2}{n - l}.$$

Здесь n – число опытов (вариантов); l=k+1, где k – число членов в уравнении регрессии.

Проверка адекватности состоит в выяснении соотношения между дисперсией адекватности $S^2_{ад}$

и дисперсией воспроизводимости $S^2_{восп}$

и проводится с помощью F-критерия Фишера, который в данном случае рассчитывается как

$$F = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{восп}}.$$

Если вычисленное значение критерия меньше теоретического $F_{\alpha;m1;m2}$ для соответствующих степеней свободы m1=n-l, m2=n(m*-1), при заданном уровне значимости α, то описание свойств объекта уравнением регрессии признается адекватным объекту.

Адекватность модели может быть достигнута уменьшением интервала варьирования факторов, а если это не дает результата, то переходом к плану второго порядка.

Дробный факторный эксперимент

Во многих практических задачах взаимодействия второго и высших порядков отсутствуют или пренебрежимо малы.

Кроме того, на первых этапах исследования часто необходимо получить в первом приближении лишь линейную аппроксимацию изучаемого уравнения связи при минимальном числе экспериментов.

Так, для трех факторов достаточно рассмотреть уравнение вида

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

и определить только четыре коэффициента.

Поэтому использование ПФЭ для определения коэффициентов только при линейных членах неэффективно из-за реализации большого числа опытов, особенно при большом числе факторов k.

Если при решении задачи можно ограничится линейным приближением,
то в ПФЭ оказывается много "лишних" опытов.

Так, для трех факторов достаточно 4 опыта, а в ПФЭ их 8. Следовательно, есть четыре "лишних".

Результаты этих "лишних" опытов могут быть использованы двояко:

во-первых, с их помощью можно получить более точные оценки коэффициентов регрессии;

во-вторых, их можно использовать для проверки адекватности модели.

Однако при 7 факторах ПФЭ содержит 27=128 опытов, а для линейного уравнения требуется всего 8. Таким образом, остается 120 лишних и, конечно, нет необходимости их все реализовать, а достаточно лишь несколько из них использовать для проверки адекватности и уточнения оценок.

Так, для определения коэффициентов уравнения достаточно ограничится четырьмя опытами, если в ПФЭ 2^3 использовать x_1x_2 в качестве плана для x_3, тогда матрица планирования эксперимента примет вид, представленный в табл.

Дробный факторный эксперимент

Номер опыта	План				Результат
	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	y_i
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Заметим, что мы использовали не все точки с "крайними" координатами, т.е. ±1, или, говоря другими словами, не все возможные комбинации выбранных уровней.

На самом деле всех возможных комбинаций 2^3=8, мы же использовали из них только 4. Такой сокращенный план носит название дробного факторного эксперимента (ДФЭ).

Следует подчеркнуть, что формальное приравнивание произведения факторов фактору, не входящему в это произведение, является основополагающей идеей метода ДФЭ.

В данном случае используется только половина ПФЭ 2^3, поэтому план, представленный в табл.6.4, называется полурепликой от ПФЭ 2^3.

После реализации плана получают 4 уравнения с 4 неизвестными, их решение и даст оценку всех четырех коэффициентов регрессии b_i.

Например, матрица из 8 опытов для четырехфакторного планирования будет полурепликой от ПФЭ 2^4, а для пятифакторного планирования — четвертьрепликой от 2^5.

Для того чтобы дробная реплика представляла собой ортогональный план, в качестве реплики следует брать ближайший полный факторный эксперимент. При этом число опытов должно быть не менее числа искомых коэффициентов.

Если коэффициенты регрессии при парных произведениях не равны нулю, то найденные коэффициенты b_i будут смешанными оценками их теоретических коэффициентов β_i.

На практике обычно не удается априорно постулировать равенство нулю эффектов взаимодействия, однако часто имеются основания полагать, что некоторые из них малы по сравнению с линейными эффектами. Операцию смешивания оценок принято условно записывать в виде выражений

$$b_1 \to \beta_1 + \beta_{23}; b_2 \to \beta_2 + \beta_{23}; b_3 \to \beta_3 + \beta_{12},$$

где β – математическое ожидание для соответствующего коэффициента.

Эти генерирующие коэффициенты не могут быть раздельно оценены по плану, включающему всего четыре опыта, так как в этом случае неразличимы столбцы для линейных членов и парных произведений.

Если, например, в дополнение к столбцам, приведенным в табл. , вычислить еще столбцы для произведения x_1x_3, то увидим, что элементы этого столбца в точности равны элементам столбца x_2. Таким образом, сокращение числа опытов приводит к получению смешанных оценок для коэффициентов.

Для того чтобы определить, какие коэффициенты смешаны, удобно пользоваться следующим приемом: подставив x_3 на место x_1x_2, получим соотношение $x_3=x_1x_2$, называемое генерирующим соотношением.

Умножив обе части генерирующего соотношения на x_3, получим

$$X_3^2 = X_1 X_2 X_3 = 1, \Rightarrow X_1 X_2 X_3 = 1.$$

Это произведение носит название определяющего контраста.

Умножив поочередно определяющий контраст на x_1, x_2, x_3, находим

$$X_1 = X_1^2 X_2 X_3 = X_2 X_3; X_2 = X_1 X_3; X_3 = X_1 X_2 .$$

Полученным соотношениям соответствует система смешанных оценок, т.е. β_1 смешана с β_{23}, β_2 – с β_{13}, а β_3 – с β_{12}.

Таким образом, при использовании ДФЭ необходимо иметь четкое представление о так называемой разрешающей способности дробных реплик, т.е. определить заранее, какие коэффициенты являются несмешанными оценками
для соответствующих коэффициентов.

Тогда в зависимости от постановки задачи подбирается дробная реплика, с помощью которой можно извлечь максимальную информацию из эксперимента.

Например, в задаче с четырьмя факторами (k=4) в качестве генерирующего соотношения можно взять $x_4=x_1x_2x_3$ или любой из эффектов двойного
взаимодействия, например $x_4=x_1x_2$

Таблица планирования такого эксперимента представлена в табл.

Планирование ДФЭ

Номер опыта	План				Генерирующие соотношения	
	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4=x_1x_2x_3$	$x_4=x_1x_2$
1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1	+1	-1
3	+1	-1	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	-1	-1	+1	+1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1

В первом случае определяющий контраст $X_4^2 = X_1X_2X_3X_4 = 1$. Получим оценку совместных оценок:

$$X_1 = X_2X_3X_4; b_1 \to \beta_1 + \beta_{234};$$

$$X_2 = X_1X_3X_4; b_2 \to \beta_2 + \beta_{134};$$

$$X_3 = X_1X_2X_4; b_3 \to \beta_3 + \beta_{123};$$

$$X_4 = X_1X_2X_3; b_4 \to \beta_4 + \beta_{123};$$

$$X_1X_4 = X_2X_3; b_{14} \to \beta_{14} + \beta_{23};$$

$$X_1X_2 = X_3X_4; b_{12} \to \beta_{12} + \beta_{34};$$

$$X_1X_3 = X_2X_4; b_{13} \to \beta_{13} + \beta_{24}.$$

В реальных задачах тройные взаимодействия бывают равными нулю значительно чаще, чем двойные.

Значит, если по физическому смыслу задачи нас более всего интересуют оценки для линейный эффектов, следует использовать генерирующее соотношение

$X_4 = X_1X_2X_3$.

Во втором случае определяющий контраст выражается соотношением $X_4^2=X_1X_2X_4=1$; $X_1X_2X_4=1$.

При этом получим следующую систему оценок:

$$X_1 = X_2X_4; b_1 \rightarrow \beta_1+\beta_{24};$$

$$X_2 = X_1X_4; b_2 \rightarrow \beta_2+\beta_{14};$$

$$X_3 = X_1X_2X_3X_4; b_3 \rightarrow \beta_3+\beta_{1234};$$

$$X_4 = X_1X_2; b_4 \rightarrow \beta_4+\beta_{12};$$

$$X_1X_3 = X_2X_3X_4; b_{13} \rightarrow \beta_{13}+\beta_{134};$$

$$X_2X_3 = X_1X_3X_4; b_{23} \rightarrow \beta_{23}+\beta_{134};$$

$$X_3X_4 = X_1X_2X_3; b_{34} \rightarrow \beta_{34}+\beta_{123}.$$

Следовательно, дробную реплику с генерирующим соотношением $X_4=X_1X_2$ имеет смысл использовать, если нас более всего интересуют коэффициенты β_{12}, β_{23}, β_{34}.

Дробную реплику, в которой P линейных эффектов приравнены к эффектам взаимодействия, обозначают 2^{k-P}.

Таким образом, планы первого порядка, оптимальные двухуровневые планы ПФЭ 2^k и ДФЭ 2^{k-P} имеют следующие преимущества:

1 – планы ортогональны, поэтому все вычисления просты;

2 – все коэффициенты определяются независимо один от другого;

3 – каждый коэффициент определяется по результатам всех n опытов;

4 – все коэффициенты регрессии определяются с одинаковой дисперсией, т.е. эти планы обладают и свойством ротатабельности.

Разработка математической модели гидравлического режима методической печи

В качестве примера рассмотрим разработку математической модели гидравлического режима четырехзонной печи с использованием теории планирования эксперимента.

При планировании опытов используем методику проведения дробного факторного эксперимента (ДФЭ) первого порядка с двухуровневым варьированием факторов.

Перед разработкой плана эксперимента на основе априорной информации были выявлены факторы, влияющие на величину давления в зоне печи.

К числу таких факторов относятся расходы топлива на каждую зону нагрева и угол поворота дымового клапана. Расходы воздуха на каждую зону в качестве факторов не фигурировали, поскольку схема управления горением топлива автоматически меняет расход воздуха при изменении расхода газа.

Обозначим факторы:

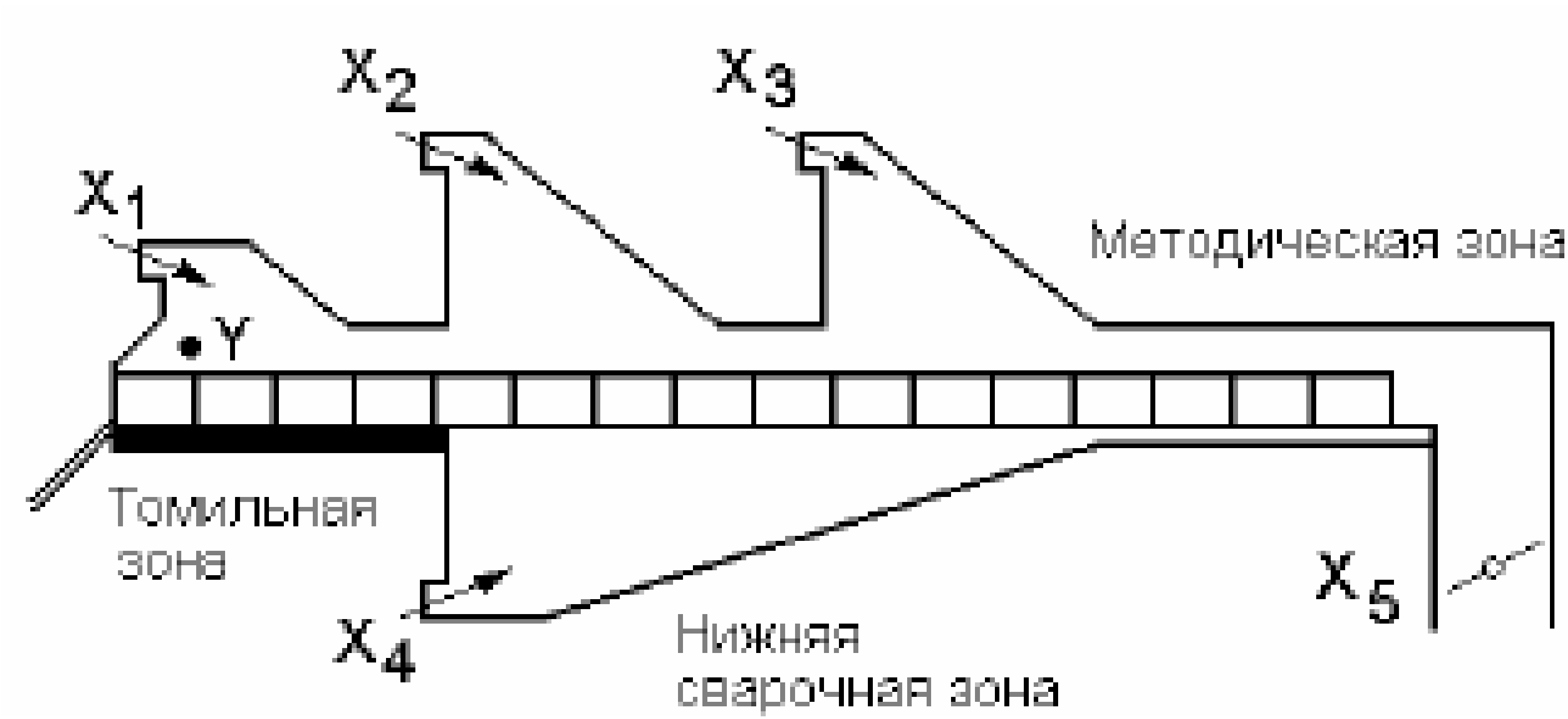
X_1 — расход газа в зоне 1, м^3/ч;

X_2 — расход газа во второй сварочной зоне, м^3/ч;

X_3 — расход газа в первой сварочной зоне, м^3/ч;

X_4 — расход газа в нижней сварочной зоне, м^3/ч;

X_5 — положение дымового клапана, % хода исполнительного механизма (рис)



Положение факторов (X_1, ..., X_5) и отклика (Y) при проведении исследования на печи

Реализация ПФЭ в этом случае при варьировании всех факторов на двух уровнях потребовала бы постановки $2^5=32$ опытов.

Будем предполагать, что эффекты взаимодействия факторов в исследуемом объекте маловероятны и пренебрежимо малы. Воспользуемся 1/4 репликой ПФЭ, т.е. ДФЭ типа 2^{5-2}, где формально 2 фактора заменены соответствующими произведениями остальных факторов ($x_4=x_1 x_2$, $x_5=x_1 x_2 x_3$). Это позволит сократить число опытов до $2^3=8$. Уровни варьирования факторов представлены в табл.

Уровни факторов	Факторы				
	X1	X2	X3	X4	X5
Основной (нулевой	5250	3900	2650	1100	74
нижний	4000	3100	1750	700	50
верхний	6500	4700	3500	1500	98
Интервал варьирования	1250	800	900	400	24

В табл. приведены матрица планирования ДФЭ 2^{5-2} и результаты эксперимента — значения выходной переменной (давления в печи).

Факторы (кодированные значения)						отклик				Построчная дисперсия	
X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y1	Y2	среднее	модель		
1	1	1	1	1	1	-2,5	-2,6	-2,55			
1	-1	1	1	-1	-1	2,2	2,3	2,25			
1	1	-1	1	-1	-1	5,1	4,7	4,9			
1	-1	-1	1	1	1	-1,1	0,5	-0,3			
1	1	1	-1	1	-1	2,1	2,3	2,2			
1	-1	1	-1	-1	1	0	-2,4	-1,2			
1	1	-1	-1	-1	1	0	0,8	0,4			
1	-1	-1	-1	1	-1	4,2	5,1	4,65			

1. Расчет построчных средних:

$$\bar{y}_j = \frac{y_{j1} + y_{j2} + \ldots y_{jm^*}}{m^*}$$

де m* — число повторных опытов (m*=2).

2. Определение построчных (выборочных) дисперсий:

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{m^* - 1}$$

3. Определение однородности дисперсий по критерию Кохрена:

$$G_{эксп} = \frac{S_{j\max}^2}{S_{\Sigma}^2}$$

Далее по табл. П.9 находим Gα;m;n. Для α=0,05, m=m*-1=2-1 и n=8 значение G0,05;1;8=0,6798. Поскольку Gэксп< Gтеор, то дисперсии однородны.

. Определение коэффициентов в уравнении регрессии:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_0}{n}$$

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{0j}}{n} = \frac{-2{,}55 + 2{,}25 + 4{,}9 - 0{,}3 + 2{,}2 - 2{,}2 + 0{,}4 + 4{,}65}{8} = 1{,}169;$$

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{1j}}{n} = \frac{-2{,}55 - 2{,}25 + 4{,}9 + 0{,}3 + 2{,}2 + 2{,}2 + 0{,}4 - 4{,}65}{8} = 0{,}069;$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{2j}}{n} = \frac{-2{,}55 + 2{,}25 - 4{,}9 + 0{,}3 + 2{,}2 - 2{,}2 - 0{,}4 - 4{,}65}{8} = -1{,}244;$$

$$b_3 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{3j}}{n} = \frac{-2{,}55 + 2{,}25 + 4{,}9 - 0{,}3 - 2{,}2 + 2{,}2 - 0{,}4 - 4{,}65}{8} = -0{,}094;$$

$$b_4 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{4j}}{n} = \frac{-2{,}55 - 2{,}25 - 4{,}9 - 0{,}3 + 2{,}2 + 2{,}2 - 0{,}4 + 4{,}65}{8} = -0{,}169;$$

$$b_5 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j \cdot x_{5j}}{n} = \frac{-2{,}55 - 2{,}25 - 4{,}9 - 0{,}3 - 2{,}2 - 2{,}2 + 0{,}4 - 4{,}65}{8} = -2{,}331.$$

Факторы (кодированные знвчения)						отклик					Построчная дисперсия	
								среднее	модель			
X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y1	Y2					
1	1	1	1	1	1	-2,5	-2,6	-2,55			0,005	0,005
1	-1	1	1	-1	-1	2,2	2,3	2,25			0,005	0,005
1	1	-1	1	-1	-1	5,1	4,7	4,9			0,08	0,08
1	-1	-1	1	1	1	-1,1	0,5	-0,3			1,28	1,28
1	1	1	-1	1	-1	2,1	2,3	2,2			0,02	0,02
1	-1	1	-1	-1	1	-2	-2,4	-2,2			0,08	2,88
1	1	-1	-1	-1	1	0	0,8	0,4			0,32	0,32
1	-1	-1	-1	1	-1	4,2	5,1	4,65			0,405	0,405

		-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	4,995	2,88	0,576577
b0	1,16875	2,25	-2,25	2,25	2,25	-2,25	-2,25			0,6798
b1	0,06875	4,9	4,9	-4,9	4,9	-4,9	-4,9			дисперсии однородны
b2	-1,24375	-0,3	0,3	0,3	-0,3	-0,3	-0,3			
b3	-0,09375	2,2	2,2	2,2	-2,2	2,2	-2,2			
b4	-0,16875	-2,2	2,2	-2,2	2,2	2,2	-2,2			
b5	-2,33125	0,4	0,4	-0,4	-0,4	-0,4	0,4		9,352	
		4,65	-4,65	-4,65	-4,65	4,65	-4,65			
		9,35	0,55	-9,95	-0,75	-1,35	-18,65			

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{m^* - 1}$$

$$G_{эксп} = \frac{S^2_{j\max}}{S^2_{\Sigma}}$$

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{y}_j \cdot x_{0j}}{n}$$

5. Проверка значимости коэффициентов регрессии. Предварительно определим дисперсию воспроизводимости (дисперсию отклика):

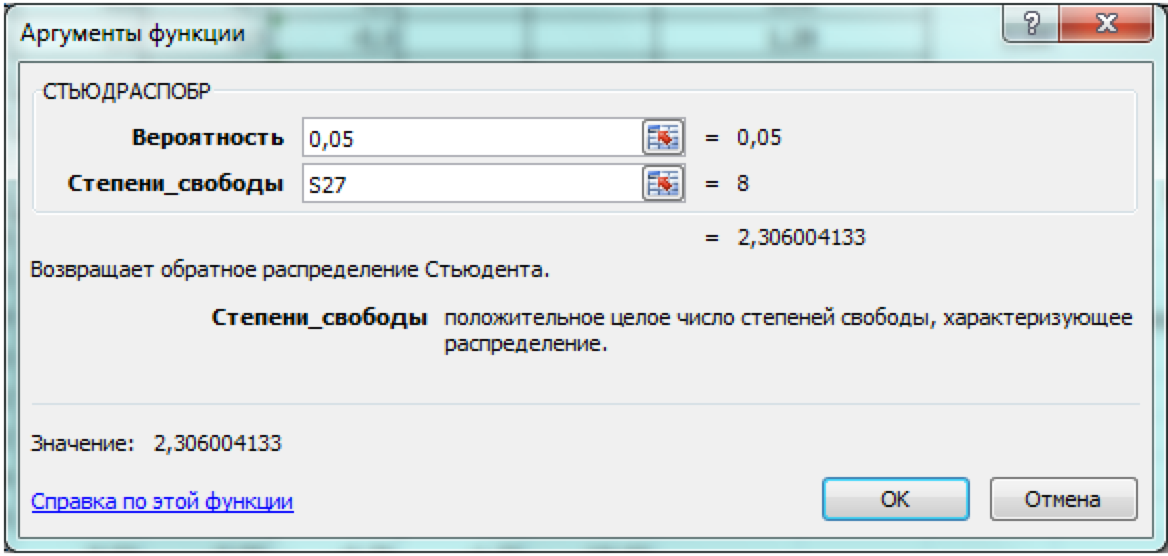
$$S^2_{восп} = \frac{S^2_{\Sigma}}{n}$$

Дисперсия коэффициентов уравнения регрессии

$$S^2_b = \frac{S^2_{восп}}{n \cdot m^*}$$

Находим значение доверительного интервала для коэффициентов регрессии:

$$\Delta b_j = t_{\alpha;m} \cdot S_b.$$ здесь m=n(m*-1) $t_{0,05;8}$=2,31



откуда Δbj=2,31·0,131=0,303

Из сопоставления доверительного интервала Δbj с абсолютными значениями коэффициентов модели следует, что b1=0,069<0,303; b3=0,094<0,303 и b4=0,169<0,303. Эти коэффициенты оказались незначимы, а остальные значимы. Таким образом, окончательное уравнение регрессии запишется в виде

y =1,169-1,244X2-2,331X5.

Лекция14 [Режим совместимости] - Microsoft Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Факторы (кодированные знвчения)						отклик					Построчная дисперсия								
2									среднее	модель										
3	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y1	Y2												
4	1	1	1	1	1	1	-2,5	-2,6	-2,55			0,005		0,005						
5	1	-1	1	1	-1	-1	2,2	2,3	2,25			0,005		0,005						
6	1	1	-1	1	-1	-1	5,1	4,7	4,9			0,08		0,08						
7	1	-1	-1	1	1	1	-1,1	0,5	-0,3			1,28		1,28						
8	1	1	1	-1	1	-1	2,1	2,3	2,2			0,02		0,02						
9	1	-1	1	-1	-1	1	-2	-2,4	-2,2			0,08		0,08						
10	1	1	-1	-1	-1	1	0	0,8	0,4			0,32		0,32						
11	1	-1	-1	-1	1	-1	4,2	5,1	4,65			0,405		0,405						
12						-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	2,195	1,28	0,583144						
13	b0	1,16875	1,16875			2,25	-2,25	2,25	2,25	-2,25	-2,25			0,6798						
14	b1	0,06875	0			4,9	4,9	-4,9	4,9	-4,9	-4,9			дисперсии однородны						
15	b2	-1,24375	-1,24375			-0,3	0,3	0,3	-0,3	-0,3	-0,3									
16	b3	-0,09375	0			2,2	2,2	2,2	-2,2	2,2	-2,2									
17	b4	-0,16875	0			-2,2	2,2	-2,2	2,2	2,2	-2,2								0,274375	
18	b5	-2,33125	-2,33125			0,4	0,4	-0,4	-0,4	-0,4	0,4									
19						4,65	-4,65	-4,65	-4,65	4,65	-4,65									
20						9,35	0,55	-9,95	-0,75	-1,35	-18,65									
22																				Sb
23																			0,017148	0,130952
26																n	8			
27																m*	2	m	8	
28																		$t_{0,05;8}$	2,306004	
29																		Δbj	0,301976	

$$b_0=\frac{\sum_{j=1}^{n}\bar{y}_j\cdot x_{0j}}{n}$$

$$S_j^2=\frac{\sum_{i=1}^{m^*}(y_{ji}-\bar{y}_j)^2}{m^*-1}$$

$$G_{эксп}=\frac{S^2_{j\max}}{S^2_{\Sigma}}$$

$$S^2_{восп}=\frac{S^2_{\Sigma}}{n}$$

$$S_b^2=\frac{S^2_{восп}}{n\cdot m^*}$$

Лист1 Лист2 Лист3 П 9

Готово 100%

6. Проверка адекватности полученной модели. Предварительно определим дисперсию адекватности:

$$S^2_{АД.} = \frac{m^* \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2}{n-l}.$$

В нашем случае m*=2; n=8; l=3

С учетом ранее найденной выборочной дисперсии S_Σ^2=2,195 определяем дисперсию воспроизводимости:

$$S^2_{восп} = \frac{S^2_\Sigma}{n}$$

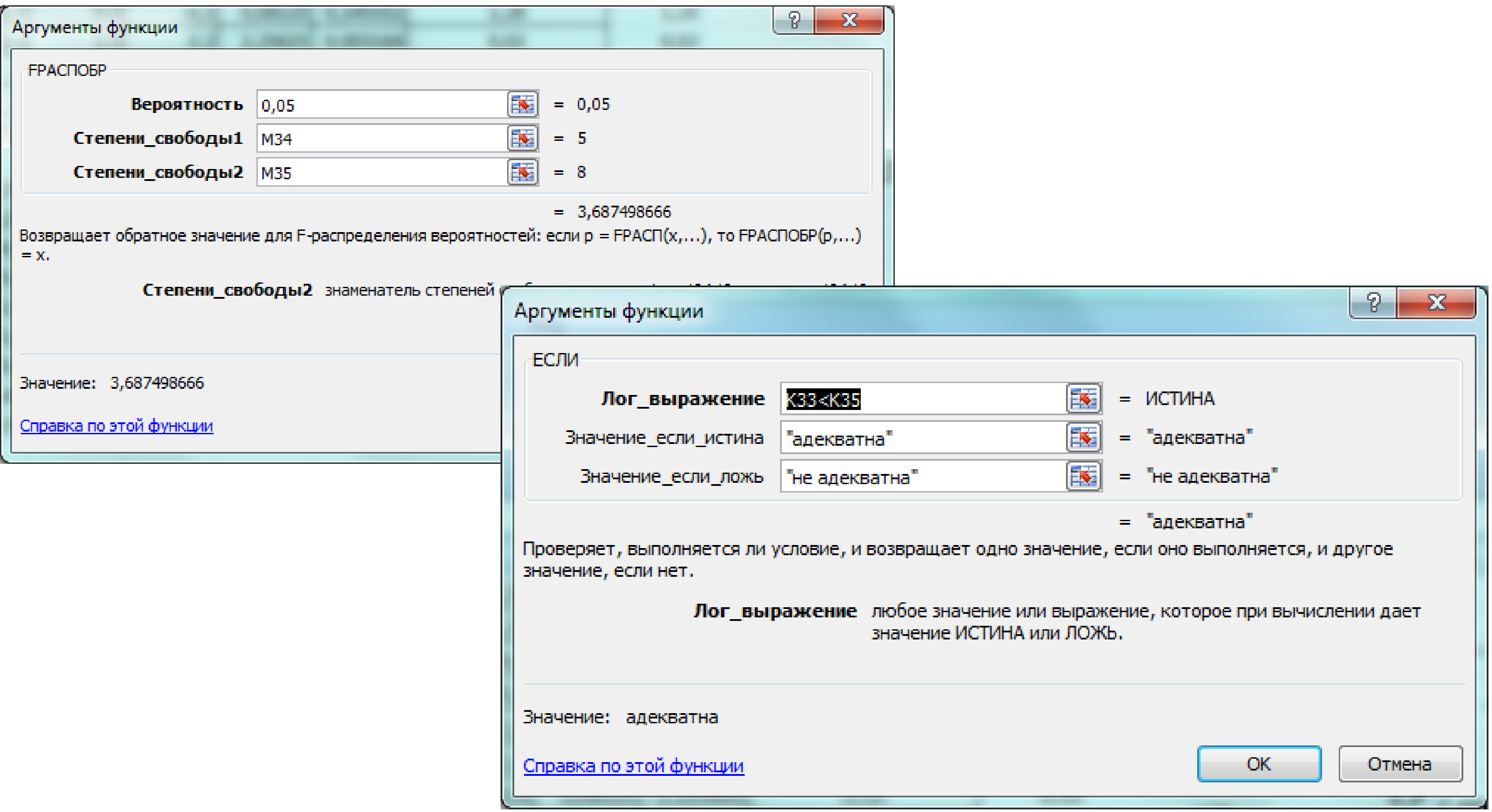
Экспериментальное значение критерия Фишера следующее:

$$F_{эксп} = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{эксп}}$$

Теоретическое значение критерия Фишера $F_{\alpha;m1;m2}$ при α=0,05 можно с помощью встроенной функции электронных таблиц Microsoft Excel FРАСПОБР.

Для $m1=(n-l)=(8-3)=5$ и
$m2=n(m^*-1)=8(2-1)=8$

значение $F_{0,05;5;8}$=3,69 (FРАСПОБР(0,05;5;8)=3,69). Поскольку Fэксп< Fтеор, то полученная модель адекватна.



Лекция14 [Режим совместимости] - Microsoft Excel

Главная | Вставка | Разметка страницы | Формулы | Данные | Рецензирование | Вид

R34

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
4	1	1	1	1	1	1	-2,5	-2,6	-2,55	-2,40625	0,020664	0,005		0,005
5	1	-1	1	1	-1	-1	2,2	2,3	2,25	2,25625	3,91E-05	0,005		0,005
6	1	1	-1	1	-1	-1	5,1	4,7	4,9	4,74375	0,024414	0,08		0,08
7	1	-1	-1	1	1	1	-1,1	0,5	-0,3	0,08125	0,145352	1,28		1,28
8	1	1	1	-1	1	-1	2,1	2,3	2,2	2,25625	0,003164	0,02		0,02
9	1	-1	1	-1	-1	1	-2	-2,4	-2,2	-2,40625	0,042539	0,08		0,08
10	1	1	-1	-1	-1	1	0	0,8	0,4	0,08125	0,101602	0,32		0,32
11	1	-1	-1	-1	1	-1	4,2	5,1	4,65	4,74375	0,008789	0,405		0,405
12											0,346563			
13						-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	-2,55	2,195	1,28	0,583144
14	b0	1,16875	1,16875			2,25	-2,25	2,25	2,25	-2,25	-2,25			0,6798
15	b1	0,06875	0			4,9	4,9	-4,9	4,9	-4,9	-4,9			дисперсии однородны
16	b2	-1,24375	-1,24375			-0,3	0,3	0,3	-0,3	-0,3	-0,3			
17	b3	-0,09375	0			2,2	2,2	2,2	-2,2	2,2	-2,2			
18	b4	-0,16875	0			-2,2	2,2	-2,2	2,2	2,2	-2,2			
19	b5	-2,33125	-2,33125			0,4	0,4	-0,4	-0,4	-0,4	0,4			
20						4,65	-4,65	-4,65	-4,65	4,65	-4,65			
21						9,35	0,55	-9,95	-0,75	-1,35	-18,65			

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \bar{y}_j \cdot x_{0j}}{n}$$

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m^*} (y_{ji} - \bar{y}_j)^2}{m^* - 1}$$

$$G_{эксп} = \frac{S^2_{j\max}}{S^2_{\Sigma}}$$

$$S^2_{восп} = \frac{S^2_{\Sigma}}{n}$$ 0,274375

Sb

$$S_b^2 = \frac{S^2_{восп}}{n \cdot m^*}$$ 0,017148 0,130952

$$S^2_{АД.} = \frac{m^* \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2}{n - l}.$$ 0,138625

$$S^2_{восп} = \frac{S^2_{\Sigma}}{n}$$ 0,274375

$$F_{эксп} = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{эксп}}$$ 0,505239

n	8		
m*	2	m	8
l	3	$t_{0,05;8}$	2,306004
		Δbj	0,301976

m1=(n-l) 5

$F_{\alpha;m1;m2}$ 3,687499 m2=n(m*-1 8

адекватна

Лист1 | Лист2 | Лист3 | Лист4 | П 9

Готово 100%