УДК 004.81

ФРАКТАЛЬНЕ СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОСТОРОВО-ЧУТЛИВОГО ХЕШУВАННЯ

І.В. Хіміченко
Міжнародний науково-навчального Центр інформаційних технологій і систем НАН та МОН України

У даній статті представлений новий підхід до підвищення часової ефективності фрактального алгоритму. Метод заснований на комбінації ідей D. Saupe [1] про зведення задачі фрактального кодування до задачі пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному просторі, і новітнього методу наближеного вирішення задачі пошуку найближчого сусіднього елемента за допомогою просторово-чутливого хешування [2].

Введення. Етап пошуку доменно-рангових відповідностей є найбільш трудомісткою операцією при фрактальному кодуванні зображень. При класичному підході для всіх можливих комбінацій доменних і рангових областей потрібно вирішити задачу пошуку оптимальних коефіцієнтів методом найменших квадратів і вибрати кращий варіант. І, хоча такий метод дає найкращий розв'язок, його часова ефективність є неприйнятною із практичної точки зору. Однак, задачу фрактального кодування зображень можна звести до задачі пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному просторі. У свою чергу, наближений розв'язок задачі пошуку найближчого сусіднього може бути ефективно знайдений з використанням просторово-чутливого хешування. У статті розглянутий підхід до побудови алгоритмів, що реалізують фрактальне стиснення шляхом комбінації цих двох ідей.

Зведення задачі фрактального стиснення зображень до задачі пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному просторі. Викладемо коротко ідею D. Saupe [1], що дозволяє відійти від повного перебору всіх комбінацій доменних і рангових областей та, шляхом відносно ефективної предобробки, звести задачу до пошуку найближчого сусіднього елемента в багатомірному метричному просторі.

Припустимо, що зображення розділене на рангові області, що не перекриваються, розміром $N \times N$, і доменні області вдвічі більшого розміру. Будемо розглядати кожен ранговий блок як вектор R у лінійному векторному просторі R^n, де $n = N \times N$. Перетворення квадратного зображення зі стороною квадрата довжиною N у вектор довжиною $n = N^2$ можна виконувати, наприклад, порядковим скануванням блоку. Робота з векторами замість 2-х мірних масивів значно спрощує запис, без втрати спільності розгляду.

В процесі кодування зображення для кожного рангового блоку необхідно виконати пошук по всіх блоках кодової книги. Вектор, що представляє доменний блок, будемо записувати як D. Також будемо розглядати невелику множину $p < n$ незалежних від зображення блоків. Представимо їхніми векторами $B_1, B_2, ..., B_p \in R^n$, які вибираються таким чином, щоб складати ортонормований базис p-розмірного підпростору R^n. Їх також називають фіксованими базисними блоками. Тоді задача кодування рангового блоку може бути виражена як задача знаходження коефіцієнтів найменших квадратів [1]:

$$E(R,D) = \min_{a,b_k \in R} \left\| R - (a \cdot D + \sum_{k=1}^{p} b_k B_k) \right\| = \min_{x \in R^{p+1}} \| R - Ax \| \quad (1)$$

де A — це $n \times (p+1)$ матриця, колонки якої є вектора $D, B_1, B_2, ..., B_p$, а $x = (a, b_1, b_2, ..., b_p) \in R^{p+1}$ — вектор коефіцієнтів.

Дана задача повинна бути вирішена для всіх доменних блоків D і блок, що дає найменше значення помилки $E(D,R)$, вибирається за умови, що значення a для даного блоку забезпечує збіжність процесу декодування (тобто $|a| < 1$).

Нехай P — ортогональний оператор, що проектує R^n в підпростір $\Im$ з базисом $B_1, B_2, ..., B_p$. Ранговий блок R має унікальне розкладання $R = OR + PR$, де оператор $O = I - P$ проектує свій операнд на ортодоповнення $\Im^{\perp}$. Для $Z = (z_1, ... z_n) \in R^n \setminus \Im$, визначимо оператор

$$\phi(Z) = \frac{OZ}{\|OZ\|}.$$

Для даних позначень базовий результат, отриманий Saupe в [1] виглядає наступним чином:

$$E(D,R) = \langle R, \phi(R) \rangle \sqrt{1 - \langle \phi(D), \phi(R) \rangle^2}.$$

Таким чином, задача про мінімізацію помилки $E(D,R)$ серед доменних блоків D може розглядатися з погляду кутового критерію: мінімум $E(D,R)$ досягається тоді, коли скалярний добуток векторів максимальний, тому що:

$$\langle \phi(D), \phi(R) \rangle^2 = \cos^2 \angle(\phi(D), \phi(R)).$$

А це означає необхідність мінімізації кута $\angle(\phi(D), \phi(R))$, або, еквівалентно, $\angle(OD, OR)$. Таким чином, задача фрактального кодування зображення зводиться до задачі пошуку найближчого сусіднього до даного рангового доменного вектора в лінійному просторі $R^n \setminus \Im$.

Застосування просторово-чутливого хешування для вирішення задачі фрактального стиснення зображень. У роботі P. Indyk та R. Motwani [3] представлена методика вирішення задачі $(R,c)-NN$ наближеного пошуку найближчого сусіднього елемента, заснована на просторово-чутливому хешуванні (LSH— locality sensitive hashing). Автори LSH пропонують використати просторове хешування організації пошуку в додатках баз даних, розпізнаванні образів, пошуку в архівах документів. У даній статті пропонується застосувати просторово-чутливе хешування для організації пошуку найближчого сусіднього елемента при фрактальному кодуванні зображень.

Розглянемо коротко основну ідею просторово-чутливого хешування. Для домена S, що є множиною точок з мірою відстані D, сімейство LSH функцій визначено як:

Визначення [3]: Множина функцій $H=\{h:S\to U\}$ називається (r_1,r_2,p_1,p_2)-чутливою для D, якщо для кожного $v,q\in S$ виконується:

якщо $v\in B(q,r_1)$, то $\Pr_H[h(q)=h(v)]\geq p_1$

якщо $v\notin B(q,r_2)$, то $\Pr_H[h(q)=h(v)]\leq p_2$

де $B(x,r)$ — гіперсфера радіусом r із центром у точці x.

Для того, щоб просторово-чутлива функція хешування була корисною з погляду її застосування до фрактального стиснення зображень, вона повинна задовольняти нерівностям $p_1>p_2$ та $r_1<r_2$.

Покажемо, як просторово-чутливі функції можуть бути використані для вирішення $(R,c)-NN$ задачі при фрактальному кодуванні: виберемо $r_1=R$ та $r_2=cR$. Для даного сімейства H хеш-функцій з параметрами (r_1,r_2,p_1,p_2) як у визначенні вище, збільшимо розрив між «високою» імовірністю p_1 й «низькою» імовірністю p_2 шляхом з'єднання декількох функцій. Зокрема, для параметра k, визначеного нижче, визначимо сімейство функцій $\psi=\{g:S\to U^k\}$ так, що $g(v)=(h_1(v),...,h_k(v))$, де $h_1\in H$. Для цілого числа L виберемо L функцій $g_1,...,g_L$ з ψ, незалежно й рівномірно, випадковим чином. Під час кроку попередніх обчислень, збережемо кожний $v\in P$ (набір доменних областей) у множині $g_j(v)$, для $j=1,...,L$. Так як загальне число таких множин може бути великим, залишимо тільки непусті множини шляхом повернення до класичного хешування. Для того, щоб обробити рангову область q, зробимо пошук серед всіх множин $g_1(q),...,g_L(q)$. Оскільки можливо (хоча й малоймовірно) що загальна кількість доменів, збережених у цих множинах, є великою, то пошук домену переривається після знаходження $3L$ елементів (включаючи

3

дублікати). Нехай $v_1,...,v_t$ — знайдені елементи. Для кожного домену v_j, якщо $v_j \in B(q,r_2)$, повертаємо відповідь ТАК (тобто даний домен є потенційним кандидатом побудови перетворення в рангову область q), інакше повертаємо НІ.

Алгоритм фрактального кодування за допомогою просторово-чутливого хешування (FracLSH) складається із двох частин: на етапі попередніх обчислень для всіх векторів, що представляють доменні блоки, обчислюється їх ортонормована проекція $p_j = \phi(D_j)$ на ортодоповнення $\Im^{\perp}$. І, далі, для отриманих точок $p_j \in R^n \setminus \Im$ обчислюються й зберігаються значення хеш-функцій $g_i(p_j)$.

На етапі пошуку доменно-рангових відповідностей для даної рангової області обчислюється ортонормована проекція $q_j = \phi(R_j)$ ортодоповнення $\Im^{\perp}$. Обчислюється значення хеш-функцій і виконується лінійний пошук у таблицях хеш-функцій доменних блоків, обчислених раніше.

Завдяки властивостям просторово-чутливих хеш-функцій при збігу хеш-значень для рангового й доменного векторів існує дуже висока ймовірність того, що дані вектори знаходяться близько один до одного в заданому метричному просторі. Для K знайдених доменних блоків-кандидатів виконується обчислення помилки $E(D,R)$ по формулі (1) і вибирається найбільш відповідний блок. Таким чином, ми уникаємо необхідності вирішувати задачу методом найменших квадратів для кожної пари доменно-рангового блоку, а відбираємо декілька кандидатів, які з великою ймовірністю дадуть близький до оптимального розв'язок. Цим і досягається істотне підвищення часової ефективності алгоритму.

Реалізація й результати. Реалізація описаного вище методу показала свою ефективність на великому наборі тестових даних. У порівнянні з повним перебором досягнуте збільшення часу роботи алгоритму в кілька сотень разів. У цей час алгоритм проходить стадію випробувань і порівнянь із іншими сучасними алгоритмами стиснення зображень.

Висновок. У даній роботі представлений ефективний алгоритм фрактального стиснення, що дозволяє значно збільшити часову ефективність кодування зображень. Експерименти показують, що запропонована схема має більш високі характеристики в порівнянні із традиційними схемами фрактального стиснення, і може успішно конкурувати із кращими сучасними алгоритмами в даній області.

Очевидно, даний метод може застосовуватися в комбінації із квадро-деревом й іншими схемами розбивки зображення, що відкриває шляхи подальшого збільшення продуктивності і якості відновленого зображення.

Література

1. Saupe. D. Accelerating fractal image compression by multi-dimensional nearest neighbor search / Proceedings DCC'95 Data Compression Conference. - IEEE Soc. Press, March 1995.
2. Datar M., Immorlica N., Indyk P., Mirrokni V. S. Locality-Sensitive Hashing Scheme Based on p -Stable Distributions / Symposium on Computational Geometry. - 2004.
3. Indyk P., Motwani R. Approximate nearest neighbor: towards removing the curse of dimensionality / Proceedings of the Symposium on Theory of Computing. - 1998.
4. Хіміченко І.В. Підхід до фрактального стиснення зображень з використанням просторово-чутливого хешування як метода підвищення часової ефективності при фрактальному стисненні / САИТ, XI международная научно-техническая конференция УНК ИПСА НТУУ «КПИ», 2009
5. Хіміченко І.В. Роль пошуку найближчого сусіднього елементу при фрактальному стисненні зображень / ИАИ, IX международная научная конференция, НТУУ «КПИ», 2009

Отримано 26.05.2009 р.