ОТРАЖЕНИЕ ОТ ТОЧКИ

Папина И.В., Скорикова А.О. *(кафедра НГиИГ, ДонНТУ, г. Донецк)*

Аннотация. *Рассматриваются условия симметричности фигур.*

Ключевые слова: *симметрия, отражение, ограниченная фигура, центр симметрии*

Точка *M'* называется симметричной точке *M* относительно точки *O* (или отражением точки *M* от точки О), если есть середина отрезка *MM'*.

Преобразование, при котором каждой точке *M* некоторой фигуры Ф сопоставляется точка *M',* симметричная точке М относительно некоторой данной точки О, называется отражением фигуры Ф от точки *O.[1]*

Если какая-либо фигура при отражении в некоторой точке преобразуется в себя, то эта точка называется ц е н т р о м симметрии данной фигуры.[2] Например, центр симметрии куба есть точка пересечения его диагоналей. Центр симметрии правильного шестиугольника — точка пересечения его осей симметрии.

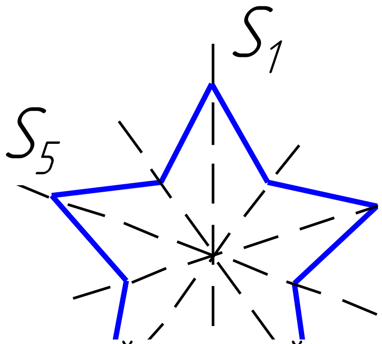
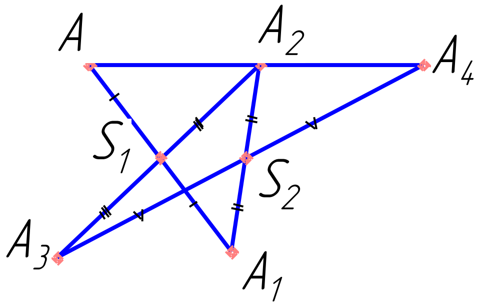


Рис. 1- Правильный звездчатый пятиугольник

Не надо думать, что в пересечении осей симметрии всегда образуется центр симметрии. Это видно на примере правильного звездчатого пятиугольника (рис. 1). Он обладает пятью осями симметрии, но центра симметрии не имеет.

Ограниченная фигура (т. е. такая, которая целиком располагается внутри некоторого достаточно большого шара) не может иметь более одного центра симметрии. Действительно, пусть (рис. 2) S_1 и S_2 —два центра симметрии какой-либо фигуры, A— ее



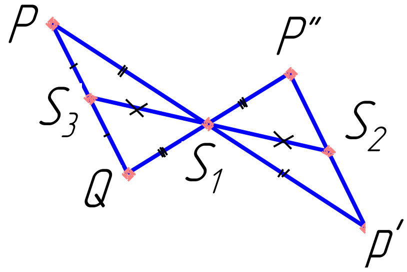


Рис. 2 - Ограниченная фигура

Рис. 3 - Неограниченная фигура

произвольная точка. Тогда данной фигуре принадлежат: точка A_1 симметричная с точкой А относительно S_1, и точка A_2, симметричная точке A_1 относительно S_2, и точка A_3, симметричная точке A_2 относительно S_1, и т. д. до бесконечности. Но, как легко заметить, $AA_2=A_2A_4=$... откуда ясно, что фигура, содержащая точки A, A_2, A_4, .. неограниченная.

Таким образом, фигура, имеющая более одного центра симметрии, заведомо не ограничена. Обратное, однако, неверно. Неограниченная фигура может иметь единственный центр симметрии или вовсе его не иметь. Так, например, гипербола имеет единственный центр симметрии, а парабола вовсе не имеет центра симметрии.

Нетрудно убедиться далее, что при наличии двух центров симметрии фигура должна иметь уже бесконечно много центров симметрии. Действительно, пусть S_1 и S_2 —два центра симметрии некоторой фигуры (рис. 3). Докажем,- что точка S_3, симметричная точке S_2 относительно точки S_1, также есть центр симметрии фигуры Ф. Для этого надо доказать, что если точка P принадлежит фигуре Ф, то и точка, симметричная ей относительно S_3, также принадлежит Ф. Точка P', симметричная P относительно S_1 принадлежит Ф. Точка P'', симметричная P' относительно S_2, также принадлежит фигуре Ф. Наконец, точка Q, симметричная P'' относительно S_1, принадлежит Ф. Но при повороте отрезка $P'P''$ около точки $1 на 180° точки P, P'' и S_2 совместятся соответственно точками P, Q и S_3, откуда и следует, что S_3 — середина отрезка PQ, так что точки P и Q симметричны относительно S_3; S_3 действительно есть центр симметрии фигуры Ф.

Фигуры, имеющие бесконечно много центров симметрии, действительно, существуют. Таковы, например, прямая, плоскость, круглая цилиндрическая поверхность (образуемая вращением прямой около параллельной ей прямой) и др.

Если фигура имеет ось симметрии s и единственный центр симметрии S, то этот центр симметрии непременно принадлежит оси. Действительно, нетрудно заметить, что в противном случае данная фигура имела бы, по крайней мере, еще один центр симметрии — точку S', симметричную S относительно прямой s.

Список литературы: ***1.*** Люстерник Л.А. Выпуклые фигуры и многогранники. – М.; ГИТТЛ, 1956. 2. Смирнова И.М. В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, 136с.