КАРКАСНЫЕ (ОДНОМЕРНЫЕ) МНОГОГРАННИКИ

Скорикова А.О., Яковлева Е.А. *(кафедра НГиИГ, ДонНТУ, г. Донецк)*

Аннотация. *В статье дается понятие каркасных многогранников и приведены их основные данные.*
Ключевые слова: *одномерные многогранники, звездчатая призма, грани.*

Кроме известных понятий о многограннике как о поверхности (совокупность простых двумерных многоугольников, удовлетворяющих некоторым дополнительным требованиям), или как о теле (внутренняя область двумерного простого многогранника). Существует еще третий подход к понятию многогранника, а именно: под многогранником понимают некоторую совокупность одномерных многоугольников, т. е. фигуру, составленную из прямолинейных отрезков. Вот определение этого понятия. *Каркасным* или *одномерным многогранником* называется совокупность одномерных плоских многоугольников, расположенных в пространстве так, что:

1) каждая сторона любого многоугольника служит стороной еще только одного многоугольника; 2) для любых двух вершин многоугольников этой совокупности существует ломаная, составленная из сторон многоугольников и имеющая эти вершины своими концами.

Сами эти одномерные многоугольники называются *гранями* каркасного многогранника.

Понятно, что множество всех контуров граней всякого простого двумерного многогранника образует каркасный многогранник. Мы назовем его *простым каркасным многогранником.*

Но существуют еще и другие каркасные многогранники. У этих последних может оказаться, что внутренние области одномерных многоугольников имеют общие точки или что стороны этих многоугольников имеют общие внутренние точки и т. п.

Каркасный многогранник, не являющийся простым, называется *звездчатым*.

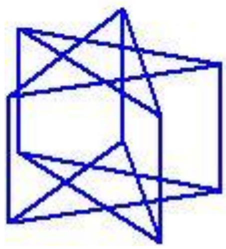

Рис. 1.

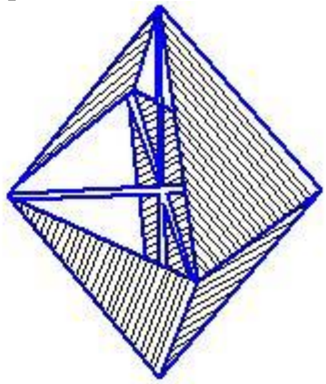

Рис. 2.

Простейший пример звездчатого многогранника - это звездчатая призма (рис. 1), определение которой можно очевидным образом получить из определения призмы. Другой пример получим, если рассмотрим совокупность трех диагональных сечений правильного октаэдра вместе с четырьмя его гранями, не имеющими попарно общих ребер. Это семигранник (гептаэдр), изображенный на рисунке 2.

Многоугольник, входящий в состав звездчатого многогранника, может оказаться простым — тогда можно говорить о его внутренней области и соответствующем ему двумерном многоугольнике.

Совокупность всех двумерных многоугольников, соответствующих всем одномерным граням звездчатого каркасного многогранника, иногда называют двумерным звездчатым многогранником. Может оказаться, что такой многогранник разбивает пространство не на две, а на большее число областей или вовсе не разбивает пространство (таков, например, двумерный гептаэдр).

Данное выше для простых многогранников определение правильного многогранника можно, не изменив в нем ни единого слова, перенести и на случай звездчатых многогранников.

Еще Кеплер нашел и описал в своей книге «Гармония мира» два типа звездчатых правильных многогранников. Один из них — *малый звездчатый додекаэдр*— изображен на рисунке 3. Французский математик Л. Пуансо (1777—1859) обнаружил в 1810 г. еще два типа таких многогранников. А через два года, в 1812 г., его соотечественник, знаменитый математик Огюстен

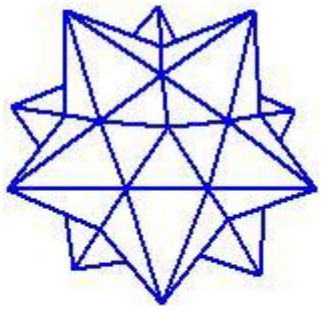

Рис. 3.

Коши (1789—1857) доказал, что (с точностью до подобия) других правильных звездчатых многогранников, кроме указанных четырех, не существует. Основные данные об этих четырех типах многогранников приведены в таблице.

Тип	Название	Форма грани	Число граней	Форма многогранных углов	Число вершин	Число ребер
I	Малый звездчатый додекаэдр	Правильный звездчатый пятиугольник	12	Выпуклый правильный пятигранный угол	12	30
II	Большой звездчатый додекаэдр	Правильный звездчатый пятиугольник	12	Трехгранный угол	20	30
III	Большой додекаэдр	Правильный выпуклый пятиугольник	12	Правильный звездчатый пятигранный угол	12	30
IV	Звездчатый икосаэдр	Правильный треугольник	20	Правильный звездчатый пятигранный угол	12	30

Список литературы: **1.** Александров А.Д. Выпуклые многогранники. – М.-Л.; ОГИЗ, 1950, 429с. **2.** Смирнова И.М. В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, 136с.