

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ВИДОВ МНОГОГРАННИКОВ.

Скорикова А.О., Сизонов Т.С. (кафедра НГиИГ, ДонНТУ, г. Донецк)

**Аннотация.** Даны понятия призма и пирамида. Рассматриваются примеры их построения.

**Ключевые слова:** многогранник, призма, пирамида, развертка, клин.

В некоторых пособиях для средней школы приводится следующее определение призмы: «Призмой называется многогранник, у которого две грани — равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные грани — параллелограммы».[1] Под это определение подходит, например, многогранник, изображенный на рисунке 1. Примером выпуклого многогранника, удовлетворяющего тому же

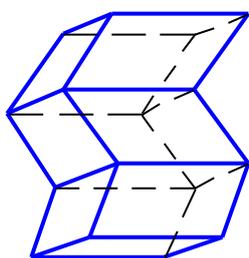


Рис. 1- Многогранник

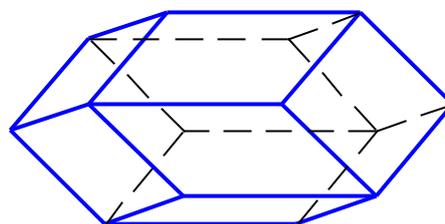


Рис. 2 - Ромбический додекаэдр

определению, может служить так называемый *ромбический додекаэдр* (или *ромбододекаэдр*)—многогранник, составленный из двенадцати равных ромбов, изображенный на рисунке 2.[2] Чтобы построить грань такого многогранника, достаточно: 1) построить правильный треугольник  $AB'C$  (рис. 3); 2) провести в нем высоту  $B'H$ ; 3) построить равнобедренный треугольник  $ABC$ , у которого боковая сторона  $AB$  равна  $B'H$ ; 4) дополнить треугольник  $ABC$  до ромба  $ABCD$ . На рисунке 4 изображена развертка такого многогранника.

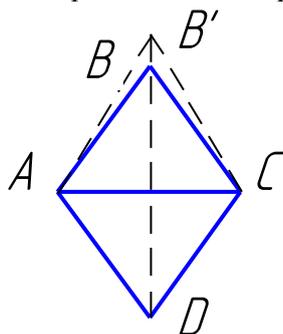


Рис. 3 - Правильный треугольник

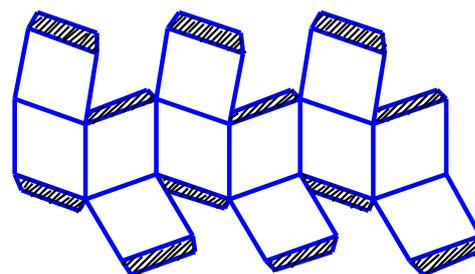


Рис. 4 - Развертка многогранника

«Растягивая» ромбический додекаэдр (заменяя в нем шесть ромбов шестью равными параллелограммами), мы получим опять многогранник, подходящий под упомянутое определение призмы (рис. 2). Упомянутое определение призмы нельзя считать качественным: из него не вытекают, например, известные формулы объема или боковой поверхности призмы или то обстоятельство, что число граней призмы на две больше числа сторон основания.

Корректное определение можно дать, например, в следующей форме: призмой называется многогранник, у которого две грани равные многоугольники с параллельными соответствующими сторонами, а остальные грани - параллелограммы, каждый из которых имеет с каждой из ранее названных граней по общей стороне.

Равные грани с параллельными соответствующими сторонами, о которых говорится в определении призмы, называются *основаниями призмы*, а остальные, ее грани называются *боковыми*. Существуют и другие варианты правильных определений понятия «призма».

Вспомним определение пирамиды, известное из школьного курса геометрии: «Пирамидой называется многогранник, одна из граней которого — произвольный многоугольник, а остальные грани—треугольники, имеющие общую вершину». Треугольные грани пирамиды, имеющие общую вершину, называются *боковыми* ее гранями. Кроме них пирамида имеет еще одну грань, называемую основанием пирамиды.

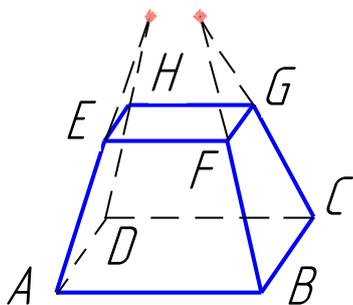


Рис. 5 - «Обелиск»

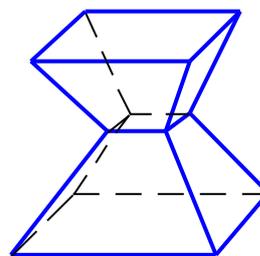


Рис. 6 - К определению усеченной пирамиды

Но следует иметь в виду, что учащиеся нередко допускают ошибки при определении пирамиды. Приведем несколько примеров.

1) Определение использует ранее не определенное понятие «основание» тела пирамиды: «Пирамидой называют тело, основанием которого служит...».

2) В определении пирамиды требуется, чтобы основание было выпуклым многоугольником (лишнее ограничение).

3) В определении пирамиды опускается требование, чтобы боковые грани имели общую вершину.

Понятие *усеченной пирамиды* обычно вводится с помощью понятия пирамиды, а именно: усеченной пирамидой называется часть пирамиды, которая заключена между плоскостью основания этой пирамиды и плоскостью, пересекающей пирамиду и параллельной плоскости ее основания.

Наряду с таким определением можно дать определение усеченной пирамиды через понятие «многогранник». Такого рода определение также вполне законно. Однако оно часто дается с ошибкой. Приведем для примера два таких ошибочных определения (т. е. не равносильных приведенному выше).

1) «Усеченной пирамидой называется многогранник, у которого две грани—одноименные многоугольники с параллельными соответствующими сторонами, а остальные грани — трапеции».

Это определение слишком широко, оно не равносильно принятому определению усеченной пирамиды, которое рассматривалось выше.

Контрпримером может служить многогранник, носящий название «обелиск» и изображенный на рисунке 5 ( $ABCD$  и  $EFGH$ —прямоугольники, продолженные боковые ребра  $AE, BF, CG, DH$  не имеют общей точки).

2) «Усеченной пирамидой называется многогранник, боковые грани которого—трапеции, а верхние и нижние основания—подобные многоугольники с параллельными соответствующими сторонами»

В таком определении содержится логическая ошибка (понятие усеченной пирамиды определяется через не определенное ранее понятие «верхнее (нижнее) основание многогранника»). Более существенно то, что определение содержит и другую ошибку: под него подходит, например, многогранник, изображенный на рисунке 6.

Правильное определение усеченной пирамиды возможно получить по аналогии с определением призмы: *усеченной пирамидой* называется многогранник, у которого две грани являются подобными многоугольниками с параллельными сходственными сторонами», а остальные грани являются трапециями, каждая из которых имеет с каждой из ранее названных граней по общей стороне.

Призмы, пирамиды, усеченные пирамиды относятся к классу призматоидов.

*Призматойдом* называется многогранник, у которого две грани—произвольные многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, а каждая из остальных граней—треугольник или четырехугольник, все вершины которого принадлежат ранее названным параллельным граням ( Мы иногда называем *параллельными* такие грани, которые лежат в параллельных плоскостях ) (рис.7).

Параллельные грани, о которых говорится в определении призматойда, называются его *основаниями*, а остальные его грани - *боковыми*. *Высотой* призматойда называется всякий перпендикуляр, опущенный из точки одного основания на плоскость другого основания (отрезок  $AB$  на рис. 7).

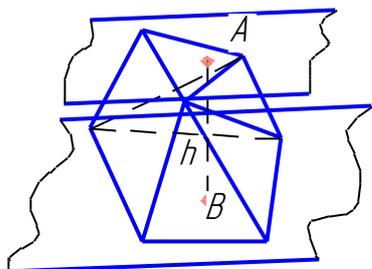


Рис. 7 Призматойд

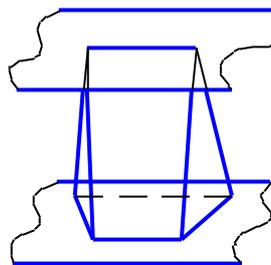


Рис. 8 Клин

Если одно из оснований призматойда вырождается в точку, то мы получим, очевидно, пирамиду. Если одно из оснований призматойда — четырехугольник, а другое вырождается в отрезок, то образуется многогранник, называемый клином (рис. 8).

**Список литературы:** 1. Люстерник Л.А. Выпуклые фигуры и многогранники. – М.; ГИТТЛ, 1956, 188с. 2. Смирнова И.М. В мире многогранников. – М.: Просвещение, 1995, 136с.