

УДК 62-83:519.711

**В.Н. ТРАНДАФИЛОВ, В.В. БОЖКО, О.И. ТОЛОЧКО** (д-р техн.наук, проф.)  
**Донецкий национальный технический университет**  
**vladbozhko@mail.ru**

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА НЕНОРМИРОВАННЫМ ГРАДИЕНТНЫМ МЕТОДОМ

*В статье представлен структурный синтез и анализ цифрового идентификатора момента инерции привода, выполняющего идентификацию ненормированным градиентным методом. Получены и проанализированы переходные процессы в системе векторного управления синхронным двигателем с постоянными магнитами при идентификации момента инерции с учетом и без учета скалярной широтно-импульсной модуляции. Даны рекомендации касательно выбора параметров цифрового идентификатора.*

**Введение.** Для качественного управления любой системой необходимо иметь максимум достоверной информации об объекте регулирования (ОР). Эта задача усложняется в случае, когда параметры объекта меняются в процессе работы. В электроприводах некоторых механизмов в больших пределах может изменяться суммарный момент инерции привода  $J_{\Sigma}$ , например, его диапазон изменения в робототехнике достигает 1:10 [1]. Для повышения робастности системы управления при изменяющемся моменте инерции необходимо применять самонастраивающийся регулятор скорости, что требует параллельного процесса идентификации  $J_{\Sigma}$  в режиме on-line.

Известно множество методов параметрической идентификации, среди которых одним из самых простых является ненормированный градиентный метод [2].

**Целью** данной работы является синтез идентификатора момента инерции ненормированным градиентным методом с использованием дискретной адаптивной модели механической части привода и анализ точности и быстродействия процесса идентификации.

Для начала изложим основные положения градиентного метода идентификации в дискретной форме.

Предположим, что линейный аналоговый ОР с одним входом и одним выходом с некоторой точностью можно описать дискретной передаточной функцией (ПФ) вида:

$$W_{OP}(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_m z^{-m} + \dots + b_1 z^{-1}}{a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-1} + 1}, \quad (1)$$

которой соответствует разностное уравнение:

$$y[k] = -a_1 y[k-1] - \dots - a_n y[k-n] + b_1 u[k-1] + \dots + b_m u[k-m], \quad (2)$$

где  $y(z), u(z)$  – z-преобразование выходного и входного сигналов соответственно;  $y[j], u[j]$  – последовательности выходного и входного сигналов соответственно в дискретные моменты времени.

Объединим коэффициенты уравнения (2) в вектор параметров:

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m], \quad (3)$$

а значения выходных и входных сигналов в дискретные моменты времени – в вектор измеренных значений:

$$\phi^T[k] = [-y[k-1], \dots, -y[k-n], u[k-1], \dots, u[k-m]]. \quad (4)$$

Тогда уравнение (2) примет вид:

$$y[k] = \phi^T[k] \theta. \quad (5)$$

Выход адаптивной модели можно рассчитать как:

$$\hat{y}[k] = \phi^T[k] \hat{\theta}[k-1], \quad (6)$$

где  $\hat{y}[k], \hat{\theta}[k-1]$  – оценки выходного сигнала и вектора неизвестных параметров в соответствующие моменты времени.

Следует отметить, что в уравнении (6) используются оценка вектора неизвестных параметров в момент времени  $(k-1)$ , т.к. при одновременном расчете  $\hat{\theta}[k]$  и  $\hat{y}[k]$  появится алгебраическая петля.

Запишем выражение для ошибки оценивания выходного сигнала:

$$\tilde{y}[k] = y[k] - \hat{y}[k] = y[k] - \phi^T[k] \hat{\theta}[k-1]. \quad (7)$$

Целью параметрической идентификации является определение таких значений вектора  $\hat{\theta}[k]$ , которые бы минимизировали некоторую функцию  $V(\hat{\theta})$ , выбранную в качестве критерия точности идентификации. Чаще всего минимизируют интегральную или среднюю квадратичную ошибку оценивания (квадратичный критерий). При использовании среднеквадратичного критерия имеем:

© Трандафилов В.Н., Божко В.В., Толочко О.И., 2011

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{y}^2[k] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (y[k] - \hat{y}[k])^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (y[k] - \phi^T[k] \hat{\theta}[k-1])^2, \quad (8)$$

где  $K$  – количество измеренных комбинаций входного сигнала и соответствующего ему выходного.

Условием минимизации выражения (8) является:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} V(\hat{\theta}) = -\frac{2}{K} \sum_{k=1}^K \phi[k] (y[k] - \phi^T[k] \hat{\theta}[k-1]) = \mathbf{0}, \quad (9)$$

где  $\frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} V(\hat{\theta})$  – вектор частных производных от минимизируемой функции (8) по неизвестным параметрам, называемый ее градиентом.

Чаще всего уравнение (9) решают численными методами, наибольшее распространение среди которых получили градиентные методы [2]. При использовании простейшего из градиентных методов одна итерация выполняется по формуле:

$$\hat{\theta}[k] = \hat{\theta}[k-1] - \alpha I \frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} V(\hat{\theta}[k]), \quad (10)$$

где  $I$  – единичная матрица;  $\alpha$  – коэффициент, влияющий на скорость поиска. При использовании ненормированного градиентного метода этот коэффициент является константой.

После подстановки выражения для градиента из (9) в (10) с учетом обозначения  $\gamma = 2\alpha/K$  получаем:

$$\hat{\theta}[k] = \hat{\theta}[k-1] + \gamma \phi[k] (y[k] - \hat{y}[k]). \quad (11)$$

В общем случае в ПФ (1) часть коэффициентов могут быть известными величинами. Тогда вектор  $\hat{\theta}$  должен содержать только неизвестные коэффициенты, вектор  $\phi[k]$  – только те компоненты входных и выходных сигналов, которые в разностном уравнении (2) умножаются на неизвестные коэффициенты, а сумма произведений остальных компонент на известные коэффициенты добавится в уравнение (6) в виде известного сигнала  $\mu[k]$ :

$$\hat{y}[k] = \phi^T[k] \hat{\theta}[k-1] + \mu[k]. \quad (12)$$

Если идентифицируемая часть ОР содержит только один неизвестный параметр, то переменные  $\hat{\theta}[k]$  и  $\phi[k]$  становятся скалярными, а задача минимизации существенно упрощается, т.к. она становится одномерной.

Применим изложенную выше методику для идентификации момента инерции привода. В этом случае в качестве ОР удобно использовать механическую часть привода с непрерывной ПФ:

$$W_m(p) = \frac{\omega(p)}{M(p) - M_c(p)} = \frac{1}{J_\Sigma p}, \quad (13)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора;  $M$ ,  $M_c$  – электромагнитный момент двигателя и момент статического сопротивления соответственно.

При дискретизации передаточной функции (13) методом Тастина получаем следующее разностное уравнение, которое является исходным для построения адаптивной модели:

$$\omega[k] = \omega[k-1] + \frac{T_s}{2J_\Sigma} (M[k] + M[k-1] - M_c[k] - M_c[k-1]), \quad (14)$$

где  $T_s$  – период дискретности адаптивной модели.

Из анализа уравнения (14) вытекает, что задача идентификации момента инерции привода тесно взаимосвязана с задачей определения момента статического сопротивления, величина которого трудно поддается измерению. Поэтому, для идентификации  $J_\Sigma$  желательно иметь математическую модель, которая не содержала бы момента статического сопротивления.

Для решения этой задачи можно использовать подход, предложенный в статьях [1, 3], в соответствии с которым запишем уравнение (14) для  $(k-1)$ -го момента времени:

$$\omega[k-1] = \omega[k-2] + \frac{T_s}{2J_\Sigma} (M[k-1] + M[k-2] - M_c[k-1] - M_c[k-2]) \quad (15)$$

и вычтем из уравнения (14) уравнение (15). После некоторых преобразований получаем:

$$\omega[k] = \frac{T_s}{2J_\Sigma} \{ M[k] - M[k-2] - (M_c[k] - M_c[k-1]) - (M_c[k-1] - M_c[k-2]) \} + 2\omega[k-1] - \omega[k-2]. \quad (16)$$

Предполагая, что изменением момента статического сопротивления в течение одного периода дискретности можно пренебречь, получаем окончательное выражение для дискретной модели выбранного ОР:

$$\omega[k] = 2\omega[k-1] - \omega[k-2] + \frac{T_s}{2J_\Sigma} (M[k] + M[k-2]). \tag{17}$$

Сопоставляя разностное уравнение (17) с уравнением (12), обозначим:

$$\tilde{y}[k] = \tilde{\omega}[k], \quad \phi[k] = M[k] + M[k-2], \quad \hat{\theta}[k] = T_s / (2\tilde{J}_\Sigma[k]), \quad \mu[k] = 2\omega[k-1] - \omega[k-2]. \tag{18}$$

Тогда уравнение (11) применительно к рассматриваемому объекту с учетом (12) и (18) примет вид:

$$\hat{\theta}[k] = \hat{\theta}[k-1] + \gamma (M[k] - M[k-2]) \left\{ \omega[k] - \left( (M[k] - M[k-2]) \hat{\theta}[k-1] + 2\omega[k-1] - \omega[k-2] \right) \right\}. \tag{19}$$

Искомый параметр  $\tilde{J}_\Sigma[k]$  формируется на выходе адаптивной модели по уравнению:

$$\tilde{J}_\Sigma[k] = T_s / (2\hat{\theta}[k]) \tag{20}$$

Структурная схема ненормированного градиентного алгоритма идентификации момента инерции, составленная по уравнениям (19), (20) изображена на рис. 1. Идентифицированный сигнал (20) фильтруется аperiодическим звеном с постоянной времени  $T_f$  (блок «J\_filter»).

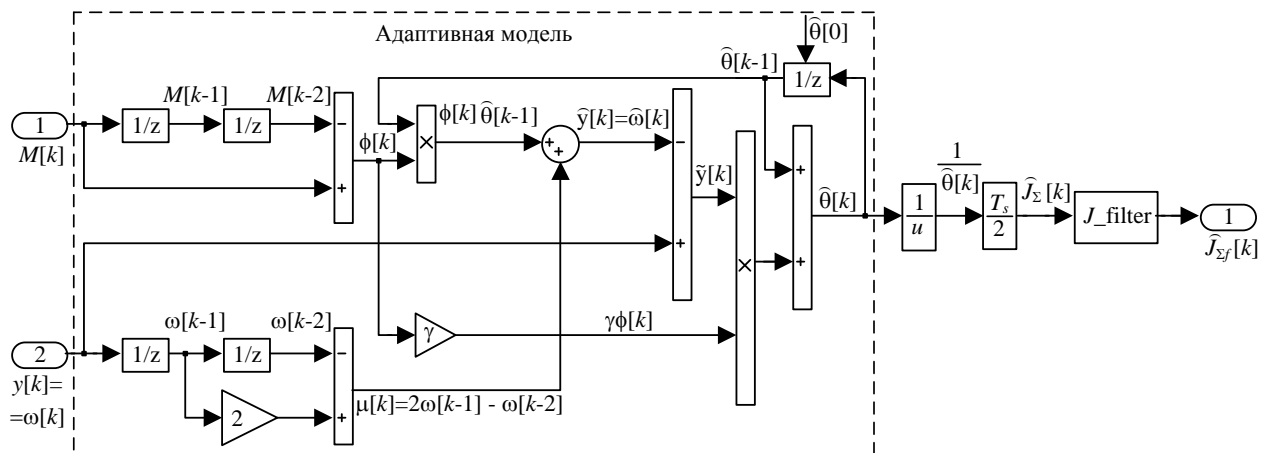


Рисунок 1 – Структурная схема ненормированного градиентного алгоритма идентификации момента инерции

Проанализируем предложенный алгоритм идентификации на примере дискретной системы векторного полеориентированного управления синхронным двигателем с постоянными магнитами (СДПМ) методом математического моделирования в среде Simulink пакета Matlab.

Параметры СДПМ типа BSH 2051M [5]: номинальная угловая скорость –  $\omega_n = 157,08$  рад/с; номинальный момент –  $M_n = 28,2$  Нм; число пар полюсов –  $Z_p = 5$ ; момент инерции двигателя –  $J = 71,4$  кг·м<sup>2</sup>; активное сопротивление и индуктивности статорной обмотки –  $R = 1,1$  Ом,  $L_d = L_q = 21,3$  Гн; коэффициент момента –  $k_M = 3,1$  Нм/А. Параметры системы управления: период дискретности регулятора тока –  $T_{st} = 20$  мкс; регулятора скорости –  $T_{sc} = 140$  мкс. Параметры идентификатора:  $\hat{\theta}[0] = T_s / (2J_\Sigma[0])$ ,  $T_f = 0,5$  мкс,  $T_s = 20$  мкс.

Результаты моделирования представлены на рис. 2-4. На них продемонстрирован процесс идентификации момента инерции при работе привода по трапецидальной тахограмме с набросом нагрузки на участке разгона и сбросом нагрузки на участке торможения. Во всех случаях начальное значение момента инерции в идентификаторе составляет  $J_\Sigma[0] = J/2$ . Графики рис. 2-4 получены при  $\gamma = 0,05$  (кроме рис. 4).

На рис. 2а рассмотрен случай, когда автономный инвертор, питающий СДПМ, представлен пропорциональным звеном, т.е. без учета широтно-импульсной модуляции (ШИМ).

Анализируя полученные переходные процессы, отметим особенность рассмотренного метода параметрической идентификации. Она заключается в том, что выходной сигнал адаптивной модели ( $\tilde{J}_\Sigma[k]$ ) остается неизменным при постоянном входном сигнале ( $M[k]$ ). Поэтому, если входной сигнал на некоторых интервалах времени остается неизменным, то к нему необходимо добавить т.н. тестовый сигнал (ТС), который можно подать на вход регулятора скорости дополнительно к основному заданию. ТС чаще всего является гармоническим (синусоида, пила или меандр [4]) с малой амплитудой и высокой частотой. На рис. 2б представлен случай с введенным синусоидальным тестовым сигналом частотой 4 кГц и амплитудой 1 % от основного задания скорости, т.к. 1-процентное отклонение скорости является допустимым для большинства механизмов. Применительно к рассматриваемой системе управления отметим, что при выборе периода

тестирующего сигнала ( $T_{TC}$ ) его величину следует согласовывать с периодом дискретности регулятора скорости  $T_{SC}$ . Так, например, при выполнении условия  $T_{SC}/T_{TC} = 1/2, 1, 2$  для ТС синусоидальной формы в моменты времени, кратные  $T_{SC}$ , тестирующий сигнал равен нулю, что делает его бесполезным.

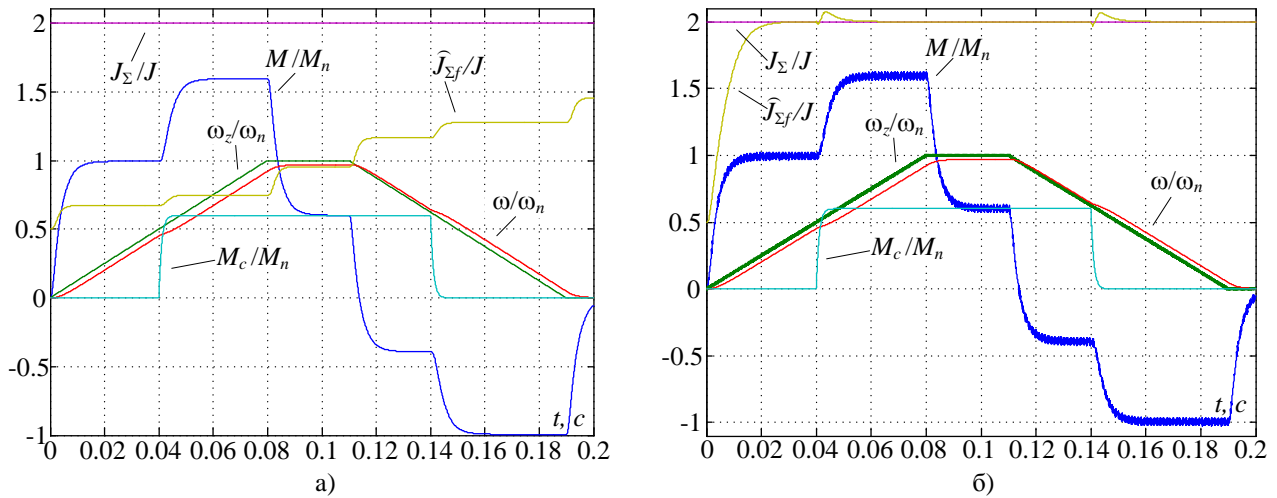


Рисунок 2 – Переходные процессы, полученные без учета ШИМ: (а) – сигнал момента не зашумлен; (б) – на сигнал момента наложен тестовый сигнал

Практика показывает, что большинство современных преобразователей частоты используют ШИМ, которая является одним из источников зашумленности сигнала электромагнитного момента. Это свойство оказывается положительным для процесса идентификации, позволяя отказаться от введения дополнительного тестового сигнала, что подтверждается графиками рис. 3-5. Из рис. 3а видно, что при наличии ШИМ с частотой коммутации 4 кГц процесс идентификации протекает даже несколько быстрее, чем при использовании рассмотренного выше тестового сигнала. Рис. 3б демонстрирует, что идентификация ненормированным градиентным методом дает адекватный результат не только при постоянном моменте инерции, но и при изменении его в процессе работы.

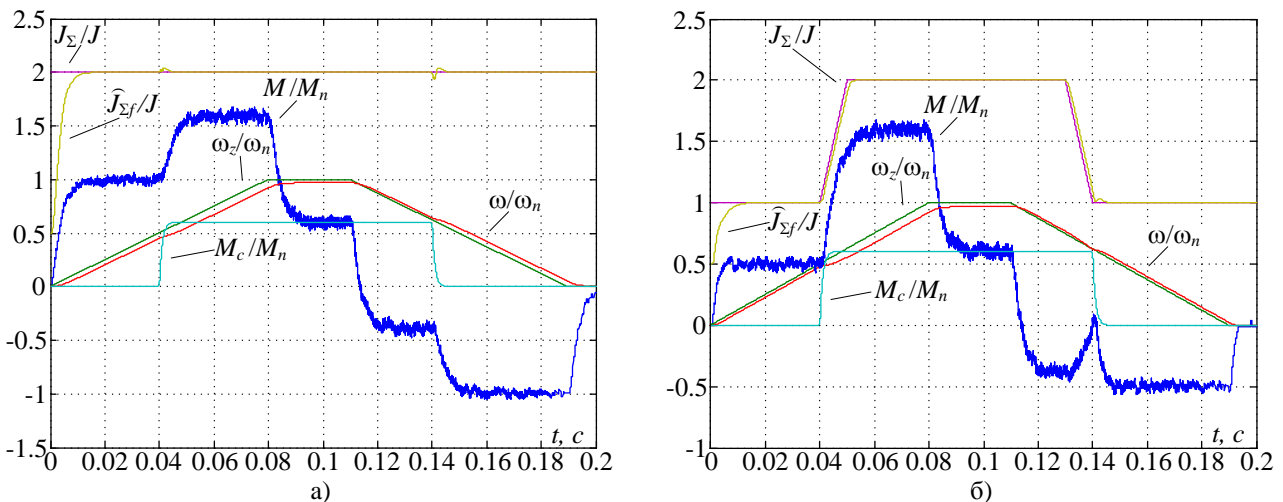


Рисунок 3 – Переходные процессы, полученные с учетом ШИМ в случае, когда реальный момент инерции не изменяется (а) и когда изменяется вместе с нагрузкой (б) при  $T_s = T_{ST}$

Рис. 4 иллюстрирует влияние величины коэффициента  $\gamma$  на быстродействие процесса идентификации. Так большее значение  $\gamma$  соответствует более быстрой идентификации момента инерции привода.

Исследования показали, что точность идентификации очень сильно зависит от величины периода дискретности  $T_s$  и с его увеличением снижается. Удовлетворительное качество идентификации обеспечивается при  $T_s = T_{ST}$ .

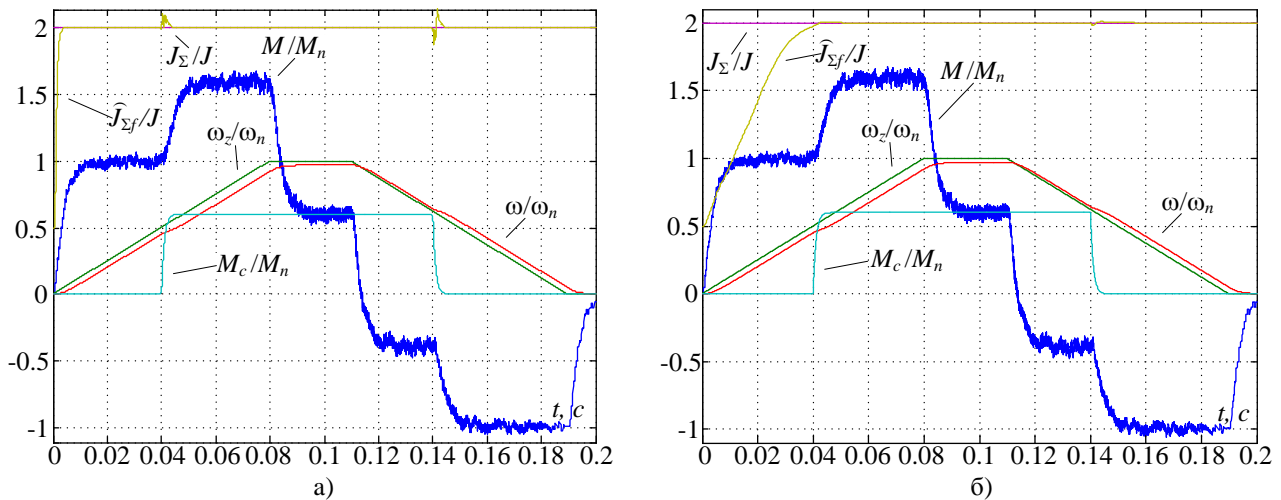


Рисунок 4 – Переходные процессы, полученные с учетом ШИМ при  $\gamma = 0,25$  (а) и при  $\gamma = 0,01$  (б) при  $T_s = T_{ст}$

#### Выводы:

- при постоянной величине электромагнитного момента идентифицируемый сигнал также остается неизменным, т.е. процесс идентификации приостанавливается;
- в случаях, когда существуют интервалы времени с постоянным моментом  $M$ , следует вводить т.н. тестовый сигнал (синусоида, пила или меандр) высокой частоты и малой амплитуды, период которого следует согласовывать с периодом дискретности регулятора скорости;
- ШИМ оказывает положительное влияние на процесс идентификации, позволяя отказаться от введения дополнительно тестового сигнала;
- коэффициент  $\gamma$  влияет на скорость идентификации и на чувствительность идентификатора к изменению момента  $M_c$ ;
- для достижения удовлетворительного качества идентификации величина периода дискретности идентификатора  $T_s$  должна быть равной или меньше в целое число раз периода дискретности регулятор тока  $T_{ст}$ .

В дальнейшем предполагается проанализировать работу синтезированного идентификатора в замкнутой системе, опробовать применение ненормированного градиентного метода для идентификации электрической части привода, провести анализ различных модификаций градиентного метода (нормированного [2], улучшенного [6]) и анализ других методов параметрической идентификации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Andreescu G. D. Torque-speed adaptive observer and inertia identification without current transducers for control of electric drives / Andreescu G. D., Rabinovici R. // International conference on electrical machines, Espoo, FINLANDE (28/08/2000). 2000. – pp. 1428-1432.
2. L. Ljung System Identification – Theory For the User, 2nd ed / L. Ljung. – N.J.: PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999. – 609 p.
3. Inertia identification and auto-tuning of induction motor using MRAS / Yujie Guo, Lipei Huang, Yang Qiu, Masaharu Muramatsu // Power Electronics and Motion Control Conference. Proceedings. IPEMC 2000. The Third International (15-18/08/2000) vol. 2. 2000. – pp. 1006-1011.
4. Виноградов А.Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А.Б. Виноградов // ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2008. – 298 с.
5. Lexium 05 motion control: version: 1.0 [каталог]. – 2009. – 153 p.
6. I.D. Landau Digital control systems: design, identification and implementation. - (Communications and control engineering) / I.D. Landau, G. Zito. – London: Springer, 2006. – 484 p.

Надійшла до редколегії 22.09.2010

Рецензент: С.Б.Ковальов

В.М. ТРАНДАФІЛОВ, В.В. БОЖКО, О.І. ТОЛОЧКО  
Донецький національний технічний університет

V. TRANDAFILOV, V. BOZHKO, O. TOLOCHKO  
Donetsk National Technical University

**Ідентифікація моменту інерції електропривода ненормованим градієнтним методом.** У статті представлено структурний синтез та аналіз цифрового ідентифікатора моменту інерції привода, що виконує ідентифікацію ненормованим градієнтним методом. Отримані та проаналізовані перехідні процеси в системі векторного керування синхронним двигуном з постійними магнітами при ідентифікації моменту інерції з урахуванням та без урахування скалярної широтно-імпульсної модуляції. Дано рекомендації щодо вибору параметрів цифрового ідентифікатора.

**Identification of Inertia Moment of Electric Drive Using Unnormalized Gradient Method.** The structural synthesis of digital identifier of drive inertia by the unnormalized gradient method is presented in the article. Transients of vector control system of permanent magnets synchronous motor with identification of inertia with and without the account of pulse-width modulation are obtained and analyzed. Recommendations on the choice of parameters of identifier are given.