**Использование математических методов в практике оценки и планирования результатов финансово-хозяйственной деятельности угледобывающего предприятия**

Какунина А.А., Боровская Н.В.

*Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, ДНР*

**Аннотация:** в статье рассмотрен механизм использования математических методов в практике оценки и планирования результатов финансово-хозяйственной деятельности угледобывающего предприятия на примере шахты А.А. Скочинского. На основе данных (результативный показатель-реализация угля в денежном выражении и факторного показателя-выработка продукции) за период 2003-2015 гг. было найдено уравнение регрессии, определена теснота связи, выполнена оценка уравнения регрессии, рассчитаны коэффициенты эластичности и ошибка апроксимации.

**Ключевые слова:** регрессия, корреляция, МНК, угледобывающее предприятие, параметры, выработка, реализация угля, модель.

В практике анализа и планирования результатов финансово-хозяйственной деятельности промышленного предприятия широко применяются математические методы, в частности – корреляционно-регрессионный анализ.

Применение корреляционно-регрессионного анализа в данной работе будет рассмотрено на примере угледобывающего предприятия Донбасса (шахты А.А. Скочинского).

Проведем корреляционно-регрессионного анализ взаимосвязи выработки продукции ППП (х) и реализация угля в денежном выражении (у). Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу (табл. 1).

Для наших данных система уравнений имеет вид:

12a + 1377677 b = 3156865

1377677 a + 201277685821 b = 469822674545

Получаем эмпирические коэффициенты регрессии:

b = 2.4911, a = -22920.032

Таблица 1 - Исходные данные и результаты вычислений

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Анализируемый период | x | y | x2 | y2 | x • y |
| 2003 | 25631 | 49440 | 656948161 | 2444313600 | 1267196640 |
| 2004 | 56271 | 92112 | 3166425441 | 8484620544 | 5183234352 |
| 2005 | 67788 | 155932 | 4595212944 | 24314788624 | 10570318416 |
| 2006 | 73596 | 151972 | 5416371216 | 23095488784 | 11184531312 |
| 2007 | 73352 | 161531 | 5380515904 | 26092263961 | 11848621912 |
| 2008 | 176097 | 396312 | 31010153409 | 1,57063E+11 | 69789354264 |
| 2009 | 83572 | 184490 | 6984279184 | 34036560100 | 15418198280 |
| 2010 | 178143 | 403887 | 31734928449 | 1,63125E+11 | 71949641841 |
| 2011 | 194312 | 450847 | 37757153344 | 2,03263E+11 | 87604982264 |
| 2012 | 209482 | 524252 | 43882708324 | 2,7484E+11 | 1,09821E+11 |
| 2013 | 151567 | 371860 | 22972555489 | 1,3828E+11 | 56361704620 |
| 2014 | 87866 | 214230 | 7720433956 | 45894492900 | 18823533180 |
| 2015 | 111431 | 237254 | 12416756330 | 56289223262 | 26437276132 |
| **итого** | 1489108 | 3394119 | 2,13694E+11 | 1,15722E+12 | 4,9626E+11 |

Уравнение регрессии (эмпирическое уравнение регрессии):

y = 2.4911\*x -22920,032

Эмпирические коэффициенты регрессии *a* и *b* являются лишь оценками теоретических коэффициентов βi, а само уравнение отражает лишь общую тенденцию в поведении рассматриваемых переменных.

Выборочные средние.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bx%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20%20\frac%7b1377677%7d%7b12%7d%20=%20114806.42

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7by%7d%20=%20\frac%7b\sum%7by_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20%20\frac%7b3156865%7d%7b12%7d%20=%20263072.08

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bxy%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bx_%7bi%7dy_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20=%20%20\frac%7b469822674545%7d%7b12%7d%20=%2039151889545.42

Выборочные дисперсии:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d(x)%20=%20\frac%7b\sum%7bx%5e%7b2%7d_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20-%20\overline%7bx%7d%5e%7b2%7d%20=%20%20\frac%7b201277685821%7d%7b12%7d%20-%20114806.42%5e%7b2%7d%20=%203592627177.24

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S%5e%7b2%7d(y)%20=%20\frac%7b\sum%7by%5e%7b2%7d_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d%20-%20\overline%7by%7d%5e%7b2%7d%20=%20%20\frac%7b1100933475139%7d%7b12%7d%20-%20263072.08%5e%7b2%7d%20=%2022537535232.24

Среднеквадратическое отклонение:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S(x)%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d(x)%7d%20=%20%20\sqrt%7b3592627177.24%7d%20=%2059938.528

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=S(y)%20=%20\sqrt%7bS%5e%7b2%7d(y)%7d%20=%20%20\sqrt%7b22537535232.24%7d%20=%20150125.065

Коэффициент корреляции b можно находить по формуле, не решая систему непосредственно:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\frac%7b\overline%7bx\cdot%20y%7d-\overline%7bx%7d\cdot%20\overline%7by%7d%7d%7bS%5e%7b2%7d(x)%7d%20=%20\frac%7b39151889545.42-114806.42\cdot%20263072.08%7d%7b3592627177.24%7d%20=%202.4911

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%20=%20\overline%7by%7d%20-%20b%20\overline%7bx%7d%20=%20263072.08%20-%202.4911\cdot%20114806.42%20=%20-22920.032

Рассчитываем показатель тесноты связи. Таким показателем является выборочный линейный коэффициент корреляции.

Линейный коэффициент корреляции принимает значения от –1 до +1.

Связи между признаками могут быть слабыми и сильными (тесными). Их критерии оцениваются по шкале Чеддока [1]. В нашем примере связь между признаком Y фактором X весьма высокая и прямая.

Кроме того, коэффициент линейной парной корреляции может быть определен через коэффициент регрессии b:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=r_%7bx,y%7d%20=%20b\frac%7bS(x)%7d%7bS(y)%7d%20=%202.49\frac%7b59938.528%7d%7b150125.065%7d%20=%200.995

Линейное уравнение регрессии имеет вид y = 2.49\*x -22920.03

Коэффициентам уравнения линейной регрессии можно придать экономический смысл.

Коэффициент регрессии b = 2.49 показывает среднее изменение результативного показателя (в единицах измерения у) с повышением или понижением величины фактора х на единицу его измерения. В данном примере с увеличением на 1 единицу y повышается в среднем на 2.49.

Коэффициент a = -22920.03 формально показывает прогнозируемый уровень у, но только в том случае, если х=0 находится близко с выборочными значениями.

Подставив в уравнение регрессии соответствующие значения х, можно определить выровненные (предсказанные) значения результативного показателя y(x) для каждого наблюдения.

Средний коэффициент эластичности E показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат *у* от своей средней величины при изменении фактора *x* на 1% от своего среднего значения.

Коэффициент эластичности находится по формуле:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=E%20=%20\frac%7b%20\partial%20y%7d%7b%20\partial%20x%7d%20\frac%7bx%7d%7by%7d%20=%20b\frac%7b\overline%7bx%7d%7d%7b\overline%7by%7d%7d

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=E%20=%202.49\frac%7b114806.42%7d%7b263072.08%7d%20=%201.09

В нашем примере коэффициент эластичности больше 1. Следовательно, при изменении Х на 1%, Y изменится более чем на 1%. Другими словами - Х существенно влияет на Y.

Оценим качество уравнения регрессии с помощью ошибки абсолютной аппроксимации. Средняя ошибка аппроксимации - среднее отклонение расчетных значений от фактических:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bA%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b|y_%7bi%7d%20-%20y_%7bx%7d|%20:%20y_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d100%25

Ошибка аппроксимации в пределах 5%-10% свидетельствует о хорошем подборе уравнения регрессии к исходным данным.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bA%7d%20=%20\frac%7b0.873%7d%7b12%7d%20100%25%20=%207.28%25

В среднем, расчетные значения отклоняются от фактических на 7.28%. Поскольку ошибка больше 7%, то данное уравнение возможно использовать в качестве регрессии.

Квадрат (множественного) коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации, который показывает долю вариации результативного признака, объясненную вариацией факторного признака.

Чаще всего, давая интерпретацию коэффициента детерминации, его выражают в процентах.

R2= 0.9952 = 0.9892, т.е. в 98.92 % случаев изменения х приводят к изменению y. Другими словами - точность подбора уравнения регрессии - высокая. Остальные 1.08 % изменения Y объясняются факторами, не учтенными в модели (а также ошибками спецификации).

Оценка статистической значимости парной линейной регрессии производится по следующему алгоритму:

1. Выдвигается нулевая гипотеза о том, что уравнение в целом статистически незначимо: H0: R2=0 на уровне значимости α.

2. Далее определяют фактическое значение F-критерия:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F%20=%20\frac%7bR%5e%7b2%7d%7d%7b1%20-%20R%5e%7b2%7d%7d\frac%7bn%20-%20m%20-1%7d%7bm%7d

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F%20=%20\frac%7b0.9892%7d%7b1%20-%200.9892%7d\frac%7b12-1-1%7d%7b1%7d%20=%20915.42

или по формуле:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F%20=%20\frac%7b\sum%7b(y_%7bx%7d%20-%20\overline%7by%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7b\sum%7b(y_%7bi%7d%20-%20y_%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20\frac%7b267527970918.75%7d%7b2922451868.17%7d%20=%20915.423

где

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\sum%7b(y_%7bx%7d%20-%20\overline%7by%7d)%5e%7b2%7d%7d%20=%20270450422786.92%20-%202922451868.17%20=%20267527970918.75

где m=1 для парной регрессии.

3. Табличное значение определяется по таблицам распределения Фишера для заданного уровня значимости, принимая во внимание, что число степеней свободы для общей суммы квадратов (большей дисперсии) равно 1 и число степеней свободы остаточной суммы квадратов (меньшей дисперсии) при линейной регрессии равно n-2. Fтабл - это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α. Уровень значимости α - вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно α принимается равной 0,05 или 0,01.

4. Если фактическое значение F-критерия меньше табличного, то говорят, что нет основания отклонять нулевую гипотезу.

В противном случае, нулевая гипотеза отклоняется и с вероятностью (1-α) принимается альтернативная гипотеза о статистической значимости уравнения в целом.

Табличное значение критерия со степенями свободы k1=1 и k2=10, Fтабл = 4.96.

Поскольку фактическое значение F > Fтабл, то коэффициент детерминации статистически значим (найденная оценка уравнения регрессии статистически надежна).

Таким образом, построенную регрессионную модель можно использовать для планирования (прогноза) величины объема реализованной продукции на основе управления выработкой продукции.

**Список литературы:**

1. Ванин Ю.П. Практикум по эконометрике: Учебное пособие. Новороссийск, НФ МГЭИ, 2011. — 119 с.