



Библиотека бакалавра

Т.П. ЛУМПИЕВА, Н.М. РУСАКОВА, А.Ф. ВОЛКОВ

**ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ.
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ**

Учебное пособие

Том 2

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

ОСНОВЫ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

**Донецк
ООО «Технопарк ДонГТУ «УНИТЕХ»»
2017**

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я7

Л 84

Рекомендовано Учёным советом Донецкого национального технического университета в качестве учебного пособия для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений (протокол №1 от 17.02.2017 года)

Учебное пособие отмечено Дипломом I степени на конкурсе «Лучшее издание ДонНТУ», посвящённом 95-летию университета в номинации «Лучшее учебное издание»

Рецензенты:

Александров В.Д. – доктор химических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, математики и материаловедения Донбасской национальной академии строительства и архитектуры

Петренко А.Г. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики и нанотехнологий Донецкого национального университета, академик Академии технологических наук

Лумпиева Т.П.

Л 84 **Практикум по физике. Решение задач. Том 2:** Колебания и волны. Волновая и квантовая оптика. Элементы квантовой механики. Основы физики твёрдого тела. Элементы физики атомного ядра: учебное пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. – Изд. 2-е, исп. и доп. / Т.П. Лумпиева, Н.М. Русакова, А.Ф. Волков. – Донецк: ООО «Технопарк ДонГТУ «УНИТЕХ»», 2017. – 230 с.

Данное учебное пособие является составной частью учебно-методического комплекса по физике, разработанного авторами. В пособии приведены краткие теоретические сведения по разделам курса, рассмотрена методика решения задач, представлено более 200 примеров решения задач с подробным анализом, а также даны задачи для самостоятельного решения. Разделы «Практикума» соответствуют разделам учебного пособия «Курс физики». Имеется необходимый справочный материал. Приведён словарь терминов, используемых в данной книге.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Может быть использовано преподавателями при проведении практических занятий.

Табл. 54. Ил. 95.

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я7

© Лумпиева Т.П., Русакова Н.М., Волков А.Ф. 2017

© Донецкий национальный технический университет, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
Условные обозначения	6
Введение	9
Глава 1. Колебания и волны	10
§1 Механические колебания	10
1.1 Основные теоретические сведения	10
1.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	13
1.3 Примеры решения задач	15
1.4 Задачи для самостоятельного решения	29
§2 Электромагнитные колебания	34
2.1 Основные теоретические сведения	34
2.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	36
2.3 Примеры решения задач	37
2.4 Задачи для самостоятельного решения	47
§3 Волны	50
3.1 Основные теоретические сведения	50
3.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	52
3.3 Примеры решения задач	53
3.4 Задачи для самостоятельного решения	62
Глава 2. Волновая и квантовая оптика	66
§4 Волновая оптика	66
4.1 Основные теоретические сведения	66
4.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	69
4.3 Примеры решения задач	71
4.4 Задачи для самостоятельного решения	86
§5 Квантовая оптика	89
5.1 Основные теоретические сведения	89
5.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	91
5.3 Примеры решения задач	92
5.4 Задачи для самостоятельного решения	103
Глава 3. Элементы квантовой механики	107
§6 Волновые свойства микрочастиц	107
6.1 Основные теоретические сведения	107
6.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	108
6.3 Примеры решения задач	109
6.4 Задачи для самостоятельного решения	119
§7 Физика атомов и молекул	121
7.1 Основные теоретические сведения	121
7.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	123
7.3 Примеры решения задач	124

7.4 Задачи для самостоятельного решения	132
Глава 4. Основы физики твёрдого тела	135
§8 Основы физики твёрдого тела	135
8.1 Основные теоретические сведения	135
8.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	137
8.3 Примеры решения задач	138
8.4 Задачи для самостоятельного решения	150
Глава 5. Элементы физики атомного ядра	154
§9 Строение атомных ядер. Ядерные превращения	154
9.1 Основные теоретические сведения	154
9.2 Алгоритмы решения задач и методические советы	156
9.3 Примеры решения задач	157
9.4 Задачи для самостоятельного решения	169
Глава 6. Многовариантные задачи по темам	173
§10 Многовариантные задачи по темам	173
10.1 Условия задач	173
10.2 Таблицы к задачам	178
Справочные материалы	196
1. Некоторые сведения по математике	198
2. Греческий и латинский алфавиты. Некоторые сведения о единицах физических величин	201
3. Таблицы физических величин	205
Терминологический словарь	221
Ответы к задачам для самостоятельного решения	225
Использованная литература	230

ПРЕДИСЛОВИЕ

Многолетний опыт нашей педагогической работы показывает, что самым сложным для студентов при изучении курса физики является решение задач.

На практических занятиях по решению задач, как правило, не удаётся рассмотреть все типы задач и подробно обсудить методику их решения, так как времени на эти занятия отводится очень мало. Настоящее пособие составлено с таким расчётом, чтобы им можно было пользоваться для самостоятельных занятий.

Весь материал курса разбит на разделы, которые соответствуют учебному пособию «Курс физики» для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений тех же авторов. Каждый раздел построен по единой схеме, причём прорабатывать материал раздела можно независимо от других.

Первый подраздел содержит основные теоретические сведения по рассматриваемой теме. Если этого материала Вам недостаточно, то обратитесь к своему конспекту или учебному пособию.

Во втором подразделе анализируются основные типы задач и методы их решения.

В третьем подразделе рассмотрены примеры решения задач с подробным физическим анализом. Рекомендуем следующий порядок работы с этим подразделом.

- Прочитайте условие задачи и попытайтесь самостоятельно определить, к какому типу она относится.
- Вернитесь к подразделу «Алгоритмы решения задач» и прочитайте еще раз общую формулировку методов решения задач.
- Попытайтесь решить задачу самостоятельно. Если Вам это удалось, то проверьте правильность решения, сравнив его с приведённым в тексте.
- Если решить задачу не удалось, то проработайте решение, а затем попробуйте воспроизвести его самостоятельно.

В четвёртом подразделе даны задачи для самостоятельного решения. Они разбиты по уровням сложности. Базовый уровень содержит элементарные задачи, которые могут быть решены без общих подходов. Решение задач среднего и достаточного уровня не должно вызывать затруднений, если предшествующий материал был добросовестно проработан. Если Вы не можете их решить, то вернитесь к началу раздела и проработайте соответствующую часть раздела. К задачам даны ответы. Справочные данные, необходимые для решения задач, приведены в разделе «Справочные материалы». Также в пособии имеется терминологический словарь.

Многовариантные задачи преподаватель может использовать в качестве домашних заданий, заданий для самостоятельной работы или в качестве контрольных заданий для студентов заочной формы обучения.

В пособие включены наиболее типичные и характерные задачи. Тексты задач заимствованы из существующих учебников и задачников. Установить точный первоисточник каждой задачи невозможно, поэтому в конце пособия приводится список использованной литературы.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам: доктору химических наук, заведующему кафедрой физики, математики и материаловедения Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, профессору **В.Д. Александрову** и доктору физико-математических наук, профессору кафедры теоретической физики и нанотехнологий Донецкого национального университета **А.Г. Петренко** за полезные замечания и советы, которые были учтены при подготовке рукописи к печати.

Также выражаем свою искреннюю благодарность и признательность **И.В. Лумпиеву** за оформление графического материала книги.

С замечаниями и предложениями по книге к авторам можно обратиться по электронной почте: lumpieva@mail.ru или af.volkov51@gmail.com

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- A – работа, амплитуда колебаний
 A_r – относительная атомная масса химического элемента
 a – активность радиоактивного препарата
 \vec{a} – ускорение
 \vec{a}_n – нормальное ускорение
 \vec{a}_τ – тангенциальное ускорение
 \vec{B} – магнитная индукция
 C – электрическая ёмкость (электроёмкость)
 C_V – молярная теплоёмкость при постоянном объёме
 C_p – молярная теплоёмкость при постоянном давлении
 c_V – удельная теплоёмкость при постоянном объёме
 c_p – удельная теплоёмкость при постоянном давлении
 c – скорость света в вакууме
 D – коэффициент диффузии
 \vec{D} – электростатическая индукция (электрическое смещение)
 $d_{\text{эф}}$ – эффективный диаметр молекулы
 E – освещённость
 \vec{E} – напряжённость электрического поля
 \vec{F} – сила
 G – постоянная всемирного тяготения
 g – ускорение свободного падения
 \vec{H} – напряжённость магнитного поля
 h – постоянная Планка
 I – сила постоянного тока, интенсивность
 i – индекс суммирования, число степеней свободы, сила тока
 J – момент инерции
 \vec{J} – намагниченность
 \vec{j} – плотность тока, плотность потока энергии
 K – коэффициент теплопроводности
 k – коэффициент жёсткости, постоянная Больцмана, волновое число
 L – индуктивность, уровень громкости
 \vec{L} – момент импульса
 l – орбитальное квантовое число
 M – молярная масса
 M_r – относительная молекулярная масса вещества
 \vec{M} – момент силы
 m – масса тела, магнитное квантовое число
 m_0 – масса покоя, масса одной молекулы
 N – сила нормальной реакции опоры, число молекул, механическая мощность

- N_A – число Авогадро
 n – концентрация, показатель преломления, главное квантовое число
 P – мощность электрического тока, степень поляризации
 \bar{P}_V – поляризованность
 p – давление
 \vec{p} – импульс тела, дипольный момент диполя
 \vec{p}_m – магнитный момент контура с током
 Q – количество тепла, тепло, добротность системы
 q – электрический заряд
 R – радиус окружности, универсальная газовая постоянная, электрическое сопротивление
 R_s – энергетическая светимость (излучательность)
 r – коэффициент сопротивления среды
 $r_{\lambda,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости (испускаемая способность)
 \vec{r} – радиус-вектор
 S – путь, энтропия, площадь
 T – период вращения, период колебаний, абсолютная температура
 $T_{1/2}$ – период полураспада
 t – время
 U – внутренняя энергия, напряжение
 V – объём
 $\langle v \rangle$ – среднеарифметическая скорость молекул газа
 v_B – наиболее вероятная скорость молекул газа
 $\langle v_{KB} \rangle$ – среднеквадратичная скорость молекул газа
 \vec{v} – скорость
 W – энергия, термодинамическая вероятность
 W_K – кинетическая энергия
 W_{II} – потенциальная энергия
 w – объёмная плотность энергии
 Z – порядковый номер элемента (зарядовое число)
 $\langle z \rangle$ – среднее число столкновений за единицу времени
- α – температурный коэффициент сопротивления
 $\alpha_{\lambda,T}$ – поглощательная способность (монохроматический коэффициент поглощения)
 β – коэффициент затухания
 γ – показатель адиабаты
 Δ – разность хода
 $\Delta\vec{r}$ – перемещение

Условные обозначения

ε – относительное удлинение, диэлектрическая проницаемость среды, электродвижущая сила

$\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение

$\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия молекулы

η – коэффициент полезного действия, коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость)

λ – логарифмический декремент затухания, длина волны, постоянная распада

$\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега

μ – коэффициент трения, магнитная проницаемость среды

ν – частота вращения, частота колебаний, количество вещества (число молей)

ρ – плотность вещества, удельное сопротивление материала

$\rho_{\lambda, T}$ – отражательная способность

σ – механическое напряжение, поверхностная плотность заряда, удельная электропроводность, постоянная Стефана-Больцмана

τ – линейная плотность заряда, время релаксации

Φ – поток вектора напряжённости электрического поля, магнитный поток, световой поток

Φ_3 – энергетический поток

φ – угол поворота, потенциал электростатического поля, фаза колебаний

φ_0 – начальная фаза колебаний

Ψ – полный магнитный поток (потокосцепление),

ψ – волновая функция

Ω – частота вынуждающей силы, телесный угол

$\vec{\omega}$ – угловая скорость

ω – циклическая частота

ВВЕДЕНИЕ

Крупное научное открытие даёт решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупница открытия.

Если вы решаете её своими силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы.

Д. Пойа, венгерский математик и педагог

В изучении курса физики решение задач имеет огромное значение. Физические задачи развивают навык использования физических законов для решения конкретных вопросов, имеющих практическое значение.

Умение решать задачи – это главный критерий оценки усвоения программного материала.

Научиться решать задачи по физике непросто. Можно очень хорошо знать теорию и не уметь решать простейшие задачи. Для успешного решения задач знание теории необходимо, но не достаточно. Кроме конкретных знаний нужно овладеть еще и обобщёнными знаниями, которые, как правило, приобретаются в процессе решения задач. И ещё одно очень важное умение, которое поможет Вам научиться решать задачи, причём, не только физические, – это умение аналитически мыслить, т.е. умение рассуждать.

Основу обобщённых знаний составляют фундаментальные понятия физики. К ним относятся такие понятия как физическая система, физическая величина, физический закон, состояние физической системы, взаимодействие, физическое явление, физическая модель, идеальные объекты, идеальные процессы.

Исходя из системы физических понятий, можно дать следующее определение физической задачи.

Физическая задача – это словесная модель физического явления, в котором неизвестны какие-либо связи и величины.

Решить физическую задачу – значит восстановить неизвестные связи и определить искомые физические величины. Из определения вытекает следующее: если задача отражает какое-то физическое явление, то нужно знать суть этого явления и уметь его анализировать.

Анализ явления начинают с выбора и анализа физической системы и заканчивают составлением системы уравнений, написанных в результате применения физических законов. Поэтому процесс решения задачи можно разделить на этапы: **физический** (заканчивается составлением системы уравнений), **математический** (получение решения в общем и числовом виде), **анализ** решения задачи.

Составляющей частью обобщённых знаний является знание системы методов решения задач, а также умение использовать эти методы. Классификация задач, этапы решения и обще-частные методы решения подробно рассмотрены в первом томе данного пособия.

Глава 1. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§1 Механические колебания

1.1 Основные теоретические сведения

1. Гармонические колебания – колебания, при которых изменение физических величин с течением времени происходит закону косинуса или синуса:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) *, \quad (1.1)$$

или

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.2)$$

где $x(t)$ – значение изменяющейся величины в момент времени t ;

$A = |x_{\max}|$ – амплитуда колебаний, равная модулю максимального значения x ;

ω_0 – циклическая частота;

φ_0 – начальная фаза колебаний.

2. Механические гармонические колебания возникают под действием упругой или квазиупругой силы, которая подчиняется закону:

$$F = -kx, \quad (1.3)$$

где k – коэффициент квазиупругой силы, $k = m\omega_0^2$.

3. Циклическая частота ω , частота ν и период колебаний T связаны соотношениями:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (1.4)$$

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1.5)$$

где m – масса груза, k – жёсткость пружины.

Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1.6)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний, m – масса маятника, l – расстояние от оси колебаний до центра масс маятника.

*Если в задачах не указывается конкретное уравнение колебаний, то предполагается, что колебания происходят по закону косинуса (1.1).

Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1.7)$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

4. Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.8)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.9)$$

5. Кинетическая энергия гармонических колебаний:

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.10)$$

Потенциальная энергия гармонических колебаний:

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.11)$$

Полная механическая энергия:

$$W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \quad (1.12)$$

6. При сложении двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты $x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01})$, $x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$ получается гармоническое колебание с той же частотой, но с другой амплитудой и новой начальной фазой:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}; \quad (1.13)$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (1.14)$$

Если материальная точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с одинаковыми частотами $x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$, то её траектория описывается уравнением:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (1.15)$$

7. В реальных физических системах, участвующих в колебательном движении, всегда присутствуют силы сопротивления, действие которых уменьшает энергию системы. Уменьшение энергии приводит к затуханию колебаний. При малых скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости

$$F_c = -r v, \quad (1.16)$$

где r – коэффициент сопротивления. Знак « $-$ » обусловлен тем, что сила и скорость имеют противоположные направления.

Если затухание невелико, то уравнение колебаний имеет вид:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.17)$$

где $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ – убывающая со временем амплитуда колебаний;

$\beta = r/2m$ – коэффициент затухания;

ω – циклическая частота затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (1.18)$$

ω_0 – собственная частота колебаний.

Уравнение (1.17) справедливо при условии $\beta < \omega_0$.

Логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \quad (1.19)$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – две амплитуды, измеренные через время, равное периоду.

Добротность колебательной системы Q связана с логарифмическим декрементом затухания:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (1.20)$$

8. Вынужденные механические колебания происходят под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Вынуждающая сила изменяется по закону

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad (1.21)$$

где Ω – частота вынуждающей силы, F_0 – амплитудное значение силы.

В установившемся режиме уравнение колебаний имеет вид:

$$x(t) = A \cos(\Omega t - \varphi), \quad (1.22)$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний.

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}. \quad (1.23)$$

Значение φ представляет собой величину отставания по фазе вынужденного колебания от обусловившей его вынуждающей силы:

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (1.24)$$

При циклической частоте вынуждающей силы

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (1.25)$$

наблюдается явление резонанса, т.е. резкое увеличение амплитуды вынужденных колебаний. Резонансная амплитуда:

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (1.26)$$

Статическая амплитуда (статическое смещение) вынужденных колебаний (при $\Omega = 0$):

$$A_{\text{ст}} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}. \quad (1.27)$$

1.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

К решению задач, описывающих колебательные процессы, применимы те же методы, что и для решения задач по механике, так как колебания – это частный случай механического движения. Напомним, что к ним относятся следующие методы, рассмотренные ранее: кинематический, динамический и метод законов сохранения. Колебания маятников можно считать гармоническими только в том случае, если амплитуда колебаний мала (угол отклонения маятников не превышает $3\text{--}5^\circ$; растяжение пружины в пределах пропорциональности).

Задачи о гармоническом колебательном движении можно условно разбить на два типа:

- задачи на кинематику колебательного движения;
- задачи на динамику колебательного движения.

1.2.1. Задачи первого типа требуют применения общих уравнений гармонических колебаний. Они решаются с применением уравнений (1.1), (1.8), (1.9). Уравнения (1.8), (1.9), описывающие законы изменения скорости и ускорения, получаются дифференцированием уравнения (1.1) по времени. Начальная фаза φ_0 (если она не указана в условии) находится из начальных условий.

Из системы уравнений (1.1), (1.8), (1.9) следует, что максимальному смещению при гармоническом колебании соответствует нулевая скорость и мак-

симальное ускорение, направленное противоположно смещению (в сторону равновесия). В положении равновесия ($x=0$) скорость максимальна, а ускорение равно нулю.

Циклическая частота затухающих колебаний всегда меньше собственной циклической частоты колебаний. Таким образом, наличие сил трения (сопротивления) приводит к уменьшению частоты и увеличению периода колебаний. Если сопротивление невелико ($\beta \ll \omega_0$), то этим изменением можно пренебречь и рассчитывать период колебаний по формулам (1.5), (1.6), (1.7).

Для нахождения амплитуды и начальной фазы колебания, полученного в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, используют формулы (1.13) и (1.14). Если складывается больше, чем два колебания, то более эффективным является метод векторных диаграмм*.

В задачах на определение траектории точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, следует исключать время t из уравнений складываемых колебаний. Для этого можно использовать тригонометрические соотношения.

Обратите внимание! Формулой (1.15) можно пользоваться только в том случае, если *складываемые колебания имеют одинаковые частоты*.

2. Задачи на динамику колебательного движения.

Если на тело действует несколько сил, и в результате тело совершает гармонические колебания, то сумма сил равна квазиупругой силе, которая изменяется по закону (1.3). Примером являются колебания маятников, ареометра в жидкости, вертикальные колебания бревна в воде и т.п.

Если тело совершает колебания под действием квазиупругой силы, то независимо от природы этой силы циклическая частота и период колебаний определяются формулами:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

где k – коэффициент квазиупругой силы. В частном случае, если колебания обусловлены силой упругости пружины, то k является коэффициентом жёсткости пружины.

При решении задач о маятниках, прежде всего надо выяснить тип маятника. Периоды колебаний маятников находят по формулам (1.5), (1.6), (1.7), а также с использованием формулы, которая является определением периода колебаний: $T = \frac{t}{N}$, где N – число колебаний, совершенных за время t .

Следует помнить, что формула (1.5) для расчёта периода колебаний математического маятника применима только в том случае, когда точка подвеса находится в равновесии в поле земного тяготения.

*См. Волков А.Ф., Лумпиева Т.П. Курс физики: В 2-х т. Т.2: Учебное пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных. – Донецк: ДонНТУ, 2009. – 208 с.

Обратите внимание! При расчёте периода колебаний физического маятника *момент инерции рассчитывается относительно оси колебаний*. Для его расчёта необходимо применять теорему Штейнера.

$$J = J_0 + ml^2,$$

где J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной; l – расстояние между осями.

1.3 Примеры решения задач

Пример 1.3.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения пружинного маятника с амплитудой $A=5$ см, если за время $t=1$ мин он совершает 150 колебаний и начальная фаза колебаний $\varphi_0=\pi/3$.

Решение. Гармоническое колебание описывается уравнением:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Задание «написать уравнение» означает, что надо общее уравнение написать с конкретными числовыми параметрами. Найдём циклическую частоту колебаний:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Период колебаний T – время, за которое совершается одно полное колебание

$$T = \frac{t}{N}. \quad (3)$$

Сделаем замену в (2), получим:

$$\omega = \frac{2\pi N}{t}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим $\omega = 5\pi$. При подстановке учли, что 1 мин=60 с.

Заменяя буквенные обозначения в уравнении (1) на их численные значения, можно записать уравнение колебаний:

$$x(t) = 5 \cos(5\pi t + \pi/3) \text{ (см)}. \quad (5)$$

Обратите внимание! Так как $\cos(5\pi t + \pi/3)$ – величина безразмерная, то амплитуду A не обязательно подставлять в метрах; единица измерения смещения x будет соответствовать единице измерения амплитуды A .

Пример 1.3.2. Через какое время после начала движения точка, совершающая гармонические колебания, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний $T=12$ с.

Решение. Запишем уравнение гармонических колебаний в виде

$$x = A \sin \omega t, \quad (1)$$

так как в начальный момент времени точка находилась в положении равновесия.

По условию задачи $x(t) = A/2$. Сделаем замену в уравнении (1) и решим полученное соотношение относительно времени t .

$$\begin{aligned} \frac{A}{2} &= A \sin \omega_0 t, \\ \sin \omega_0 t &= \frac{1}{2}, \\ \omega_0 t &= \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}, \\ t &= \frac{\pi}{6\omega_0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Циклическая частота колебаний $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Сделав замену в (2), получим:

$$t = \frac{T \cdot \pi}{6 \cdot 2\pi} = \frac{T}{12}. \quad (3)$$

Подставив численное значение периода T в уравнение (3), получим $t=1$ с.

Пример 1.3.3. Уравнение движения точки дано в виде $x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$ (см).

Найти моменты времени t , в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

Решение. Сначала необходимо получить уравнения, описывающие изменение скорости и ускорения с течением времени. Скорость численно равна первой производной координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = -2 \cdot \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right). \quad (1)$$

Скорость примет максимальное значение в те моменты времени, когда будет выполняться условие

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \right| = 1. \quad (2)$$

Решим уравнение (2) относительно времени t :

$$\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

где $n=0,1,2,3\dots$

Сократив уравнение (3) на π , получим:

$$\frac{t}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2n+1}{2}.$$

Отсюда следует, что

$$t = 2n + \frac{1}{3}. \quad (4)$$

$$\text{Или } t = \frac{1}{3}, 2\frac{1}{3}, 4\frac{1}{3} \dots \text{ (с).}$$

Ускорение численно равно первой производной скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right). \quad (5)$$

Ускорение примет максимальное значение в те моменты времени, когда будет выполняться условие:

$$\left|\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)\right| = 1. \quad (6)$$

Решим уравнение (6) относительно времени t :

$$\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = n\pi, \quad (7)$$

где $n=0,1,2,3\dots$

Сократив уравнение (7) на π , получим:

$$\frac{t}{2} + \frac{1}{3} = n.$$

Отсюда следует, что

$$t = 2n - \frac{2}{3}. \quad (8)$$

$$\text{Или } t = 1\frac{1}{3}, 3\frac{1}{3}, 5\frac{1}{3} \dots$$

Обратите внимание! При $n=0$ время примет отрицательное значение, что противоречит его физическому смыслу. Поэтому данный ответ отбрасываем.

Пример 1.3.4. Найти амплитуду A и начальную фазу φ_0 гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями $x_1(t) = 4 \cos \pi t$ (см) и $x_2(t) = 3 \cos(\pi t + \pi/2)$ (см). Написать уравнение результирующего колебания. Построить векторную диаграмму сложения колебаний.

Решение. Колебания происходят в одном направлении и имеют одинаковую частоту. В этом случае амплитуда результирующего колебания определяется по формуле:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (1)$$

Из заданных уравнений определяем значения амплитуд и начальных фаз: $A_1=4$ см, $A_2=3$ см, $\varphi_{01}=0$, $\varphi_{02}=\pi/2$. Частота складываемых колебаний $\omega=\pi$.

Начальную фазу результирующего колебания можно определить из условия:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (2)$$

Подставив численные значения величин в формулы (1) и (2), получим $A=5$ см, $\operatorname{tg} \varphi_0=0,75$, $\varphi_0 = \operatorname{arctg} 0,75 \approx 37^\circ = 0,20\pi$.

Результирующее колебание будет иметь ту же частоту, т.е. $\omega=\pi$. Запишем уравнение результирующего колебания:

$$x(t) = 5 \cos(\pi t + 0,20\pi) \text{ (см)}. \quad (3)$$

Построим векторную диаграмму (рис. 1.1). Для этого начертим ось Ox . Первое колебание можно представить в виде вектора \vec{A}_1 , длина которого равна 4 см. Этот вектор должен отстоять от оси Ox на угол φ_{01} . Так как $\varphi_{01}=0$, то направление вектора \vec{A}_1 будет совпадать с осью Ox . Второе колебание можно представить в виде вектора \vec{A}_2 , длина которого равна 3 см. Вектор \vec{A}_2 отстоит от оси Ox на угол $\varphi_{02}=\pi/2$. На сторонах указанных векторов достраивается параллелограмм. Результирующее колебание изображается в виде вектора \vec{A} , образующего с осью Ox угол φ_0 .

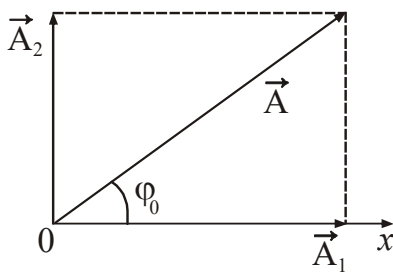


Рисунок 1.1

Обратите внимание! Амплитуду и начальную фазу результирующего колебания можно непосредственно определить из векторной диаграммы. В данном случае

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_2}{A_1}$. Использование векторной диаграммы иногда значительно упрощает решение.

Пример 1.3.5. На рисунке 1.2 приведён график биений – почти гармонических колебаний с медленно меняющейся амплитудой, которые получаются в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с мало различающимися частотами. Определить частоты и амплитуды этих колебаний.

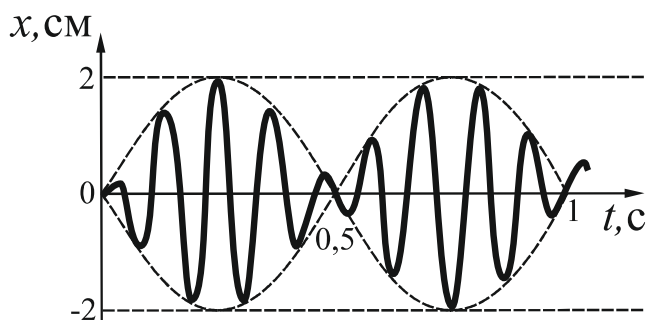


Рисунок 1.2

Решение. Частота результирующего колебания равна полусумме частот складываемых колебаний:

$$\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}. \quad (1)$$

Из графика определяем, что за время

$t=1$ с произошло $N=9$ колебаний. Значит $\nu=9$ Гц.

Частота, с которой меняется амплитуда, называется частотой биений.

$$\nu_B = |\nu_1 - \nu_2|. \quad (2)$$

Из рисунка следует, что за одну секунду совершилось 2 полных цикла изменения амплитуды. Следовательно, $\nu_B=2$ Гц.

Подставим значения $\nu=9$ Гц и $\nu_B=2$ Гц в уравнения (1) и (2) и решим полученную систему.

$$\frac{\nu_1 + \nu_2}{2} = 9.$$

$$|\nu_1 - \nu_2| = 2.$$

Отсюда, $\nu_1=10$ Гц, $\nu_2=8$ Гц.

Амплитуда биений в любой момент времени определяется уравнением

$$A(t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t.$$

При $\cos \frac{\Delta\omega}{2} t = 1$ амплитуда биений принимает максимальное значение $A(t)=2A$.

Из графика определяем, что $2A=2$ см. Отсюда $A=1$ см.

Пример 1.3.6. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, выражаемых уравнениями:

$x = \cos \pi t$ (см) и $y = 2 \cos \frac{\pi}{2} t$ (см). Найти уравнение траектории точки, определить её скорость в момент времени $t=1/3$ с и направление движения.

Решение. Для определения траектории точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, следует исключить время t из уравнений складываемых колебаний. Для этого используем следующее тригонометрическое соотношение:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}. \quad (1)$$

В нашем случае $\alpha = \pi t$, поэтому:

$$y = 2 \cos \frac{\pi}{2} t = 2 \sqrt{\frac{1 + \cos \pi t}{2}}. \quad (2)$$

Так как $\cos \pi t = x$, то сделаем замену:

$$y = 2 \sqrt{\frac{1 + x}{2}}. \quad (3)$$

Уравнение (3) можно преобразовать к виду:

$$x = \frac{y^2}{2} - 1. \quad (4)$$

Это уравнение параболы, ось которой совпадает с осью Ox .

Так как $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, то $-1 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 2$.

Для построения траектории составим таблицу:

x , см	-1	-0,75	-0,5	0	+0,5	+1
y , см	0	$\pm 0,707$	± 1	$\pm 1,41$	$\pm 1,73$	± 2

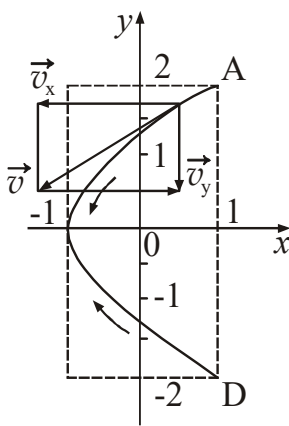


Рисунок 1.3

Траектория движения представлена на рисунке 1.3.

Скорость точки в любой момент времени направлена по касательной к траектории движения. Найдём положение точки в момент времени $t = 1/3$ с, подставив это значение в данные уравнения: $x = 0,5$ см, $y = 1,73$ см. Изобразим скорость на рис. 1.2. Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям Ox и Oy :

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Модуль скорости найдём по теореме Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (5)$$

Значения составляющих найдём, используя определение скорости:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\pi \sin \pi t, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = -2 \cdot \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} t = -\pi \sin \frac{\pi}{2} t.$$

Сделаем подстановку в уравнение (5):

$$v = \pi \sqrt{\sin^2 \pi t + \sin^2 \frac{\pi}{2} t}. \quad (6)$$

Подставив численное значение времени в формулу (6), получим $v = 3,14$ см/с.

Определим направление движения точки. В начальный момент $t=0$ координаты точки равны $x_0=1$ см, $y_0=2$ см (точка А на рис. 1.3). В следующий момент времени, например при $t_1 = 1$ с, $x_1 = -1$ см, $y_1 = 0$. Зная положения точек в начальный и последующий (близкий) момент времени, можно указать направление движения точки по траектории. На рисунке это направление движения указано стрелкой (от точки А вниз). После того, как в момент $t_2 = 2$ с колеблющаяся точка достигнет точки D, она будет двигаться в обратном направлении.

Пример 1.3.7. Однородный шарик подвешен на нити, длина которой равна радиусу R шарика. Во сколько раз период колебаний T_1 этого маятника больше периода колебаний T_2 математического маятника с таким же расстоянием от центра масс до точки подвеса?

Решение. Шарик, подвешенный на нити, является физическим маятником (рис. 1.4). Период колебаний физического маятника

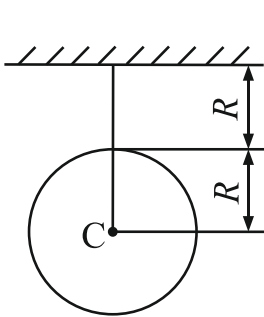


Рисунок 1.4

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний, m – масса маятника, l – расстояние от оси колебаний до центра масс маятника.

По условию задачи $l = 2R$. Момент инерции маятника относительно оси колебаний найдём по теореме Штейнера:

$$J = J_0 + ml^2, \quad (2)$$

где J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной; l – расстояние между осями.

Момент инерции шарика относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной

$$J_0 = \frac{2}{5} mR^2. \quad (3)$$

Тогда:

$$J = \frac{2}{5} mR^2 + m \cdot 4R^2 = 4,4mR^2. \quad (4)$$

Сделаем подстановку в (1), получим:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{4,4mR^2}{mg2R}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,2R}{g}}. \quad (5)$$

Период колебаний математического маятника

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}, \quad (6)$$

где l_2 – длина маятника. По условию задачи $l_2 = l = 2R$.

Тогда

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}. \quad (7)$$

Найдём отношение периодов, разделив (5) на (7). Произведя сокращения, получим:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi}{2\pi} \sqrt{\frac{2,2R}{g} \cdot \frac{g}{2R}} = 1,05.$$

Пример 1.3.8. Груз массой m , подвешенный к пружине, за 1 мин совершает 120 колебаний. Найти массу груза, если известно, что пружина под действием силы $F=9,8$ Н растягивается на $x=1,5$ см.

Решение. Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1)$$

где m – масса груза, k – коэффициент жёсткости пружины.

Выразим массу:

$$m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2. \quad (2)$$

Колебания происходят под действием упругой силы, поэтому для нахождения k используем закон Гука:

$$F = -kx. \quad (3)$$

$$k = \left| -\frac{F}{x} \right|. \quad (4)$$

Период – это время, в течение которого совершается одно колебание, поэтому

$$T = \frac{t}{N}. \quad (5)$$

где N – число колебаний.

Подставим (4) и (5) в (2):

$$m = \frac{F}{x} \cdot \left(\frac{t}{2\pi N} \right)^2. \quad (6)$$

Подставив численные значения в формулу (6), получим $m=4,1$ кг.

Пример 1.3.9. Ареометр (прибор для измерения плотности жидкостей) массой $m=0,2$ кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнёт совершать колебания с периодом $T=3,4$ с. Считая колебания незатухающими, найти плотность жидкости, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра $d=1$ см.

Решение. На ареометр, находящийся в жидкости, действуют сила тяжести со стороны Земли и выталкивающая сила (сила Архимеда) со стороны жидкости. Выполним схематический рисунок (рис. 1.5). Расставим силы. Выберем положительное направление оси. Если ареометр находится в жидкости в равновесии (рис. 1.5 а), то на основании второго закона Ньютона можно записать

$$mg - F_{A1} = 0 . \tag{1}$$

Сила Архимеда

$$F_{A1} = \rho g V , \tag{2}$$

где V – объём погруженной части ареометра, ρ – плотность жидкости.

Если ареометр сместить от положения равновесия на величину x (рис. 1.5 б), то изменится величина выталкивающей силы. Равнодействующая сил в этом случае будет равна

$$F = mg - F_{A2} = mg - \rho g(V + \Delta V), \tag{3}$$

где $\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} x$ – изменение объёма погруженной части.

Подставим это выражение в (3), раскроем скобки и с учётом (1) получим:

$$F = -\frac{\pi d^2 \rho g}{4} x = -kx, \tag{4}$$

где k – постоянная величина.

$$\frac{\pi d^2 \rho g}{4} = k . \tag{5}$$

Таким образом, на ареометр действует сила, пропорциональная смещению, взятому с обратным знаком, т.е. квазиупругая сила. Величина k будет являться коэффициентом квазиупругой силы. Циклическая частота колебаний связана с коэффициентом квазиупругой силы соотношением

$$k = m \omega_0^2 . \tag{6}$$

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, приравняем выражения (5) и (6), получим:

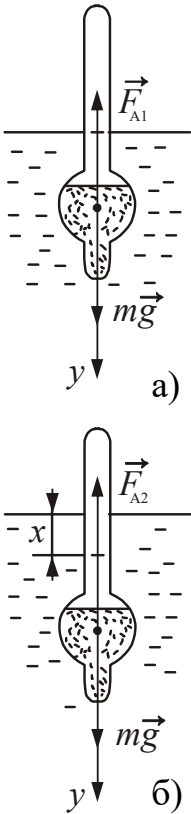


Рисунок 1.5

$$m \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\pi d^2 \rho g}{4}. \quad (7)$$

Решим полученное уравнение относительно плотности ρ :

$$\rho = \frac{16\pi m}{gT^2 d^2}. \quad (8)$$

Подставив численные значения в формулу (8), получим $\rho=886 \text{ кг/м}^3$.

Пример 1.3.10. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время $t_1=1$ мин уменьшается вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время $t_2=3$ мин?

Решение. Амплитуда затухающих колебаний изменяется по закону:

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \quad (1)$$

где β – коэффициент затухания.

Амплитуда колебаний в момент времени t_1 :

$$A_1 = A_0 e^{-\beta t_1}. \quad (2)$$

Из уравнения (2) найдём коэффициент затухания.

$$\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta t_1},$$

Прологарифмируем обе части уравнения, получим:

$$\begin{aligned} \beta t_1 &= \ln \frac{A_0}{A_1}, \\ \beta &= \frac{1}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогично можно записать уравнение для амплитуды в момент времени t_2 :

$$\begin{aligned} A_2 &= A_0 e^{-\beta t_2}, \\ \frac{A_0}{A_2} &= e^{\beta t_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим в (4) выражение (3) для коэффициента затухания. Получим:

$$\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{t_2}{t_1} \ln \frac{A_0}{A_1}} = e^{\frac{t_2}{t_1} \ln 2}. \quad (5)$$

Подставив численные значения в формулу (5), получим $\frac{A_0}{A_2} = 8$.

Пример 1.3.11. Математический маятник длиной $l=24,7$ см совершает затухающие колебания. Через какое время t энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Логарифмический декремент затухания $\lambda=0,01$.

Решение: Энергия колеблющейся системы определяется уравнением:

$$W = \frac{kA^2}{2}. \quad (1)$$

Если колебания затухающие, то амплитуда уменьшается по закону:

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1), получим:

$$W = \frac{kA_0^2 e^{-2\beta t}}{2} = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (3)$$

где $W_0 = \frac{kA_0^2}{2}$ – значение энергии в начальный момент времени.

Отношение W_0 к W в момент времени t будет равно

$$\frac{W_0}{W} = \frac{W_0}{W_0 e^{-2\beta t}} = e^{2\beta t}. \quad (4)$$

Коэффициент затухания связан с периодом и логарифмическим декрементом затухания соотношением:

$$\beta = \frac{\lambda}{T}. \quad (5)$$

Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6)$$

Подставим уравнения (5) и (6) в (4), получим:

$$\frac{W_0}{W} = e^{\frac{2\lambda t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}}.$$

Прологарифмируем обе части уравнения и найдём время.

$$\ln \frac{W_0}{W} = \frac{\lambda t}{\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

$$t = \frac{\pi \ln \frac{W_0}{W}}{\lambda} \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7)$$

Подставив численные значения в формулу (7), получим $t=112$ с.

Пример 1.3.12. Пружинный маятник совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $r = 2 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Жёсткость k пружины равна 10 Н/м, масса m груза – 100 г. Определить коэффициент затухания β и резонансную амплитуду A_p , если амплитудное значение вынуждающей силы $F_0 = 10$ мН.

Решение. Коэффициент затухания механических колебаний определяется соотношением:

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad (1)$$

где r – коэффициент сопротивления; m – масса груза.

Резонансная амплитуда определяется соотношением:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (2)$$

Собственная циклическая частота пружинного маятника:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}. \quad (3)$$

Подставим (3) в (2), получим:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\frac{k}{m} - \beta^2}}. \quad (4)$$

Подставив численные значения в формулы (1) и (4), получим

$$\beta = 0,1 \text{ с}^{-1}, \quad A_p = 5 \text{ см.}$$

Пример 1.3.13. Вагон массой $m=80$ т имеет четыре рессоры. Жёсткость k пружин каждой рессоры равна 500 кН/м. При какой скорости v вагон начнёт сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина l рельса равна 12,8 м.

Решение. Вагон начнёт сильно раскачиваться, если выполнится условие резонанса, т.е. если частота собственных колебаний вагона будет равна частоте вынуждающей силы;

$$\omega_0 = \Omega, \quad (1)$$

где ω_0 – частота собственных колебаний вагона;

Ω – частота вынуждающей силы.

Частота колебаний вагона:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}, \quad (2)$$

где k_0 – общая жёсткость четырёх рессор.

Так как рессоры соединены параллельно, то

$$k_0 = 4k. \quad (3)$$

Роль вынуждающей силы выполняют толчки на стыках рельс. Частота толчков:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{v}{l}, \quad (4)$$

где $T = \frac{l}{v}$ – время между двумя последовательными толчками.

Соотношения (2), (3) и (4) подставим в (1), получим:

$$\sqrt{\frac{4k}{m}} = 2\pi \frac{v}{l}. \quad (5)$$

Найдём скорость движения вагона v :

$$v = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (6)$$

Подставив численные значения в формулу (6), получим $v=10,2$ м/с.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Какие процессы называются колебательными? Какие колебания называются свободными?
2. Дайте определение амплитуды колебаний, частоты, циклической частоты, фазы колебаний.
3. Какие колебания называются гармоническими? Запишите уравнение гармонических колебаний.
4. Что такое гармонический осциллятор? Назовите физические модели гармонических осцилляторов.
5. Получите уравнения, описывающие изменение скорости и ускорения с течением времени для гармонических колебаний.
6. Запишите формулы для расчёта периода колебаний пружинного, физического и математического маятников.
7. Как рассчитывается кинетическая, потенциальная и полная энергия гармонических колебаний?
8. Как представить гармоническое колебание в виде вектора на плоскости?
9. Как сложить два гармонических колебания одного направления и одинаковой частоты методом векторной диаграммы?
10. Запишите формулы для расчёта амплитуды и начальной фазы колебания, которое получается в результате сложения двух колебаний, происходящих в одном направлении с одинаковой частотой.
11. В каком случае при сложении колебаний возникают биения?

12. Что называется фигурой Лиссажу? От чего зависит форма фигур Лиссажу?
13. Какие колебания называются затухающими? Дайте определения основных характеристик затухающих колебаний.
14. Перечислите основные характеристики затухающих колебаний. Запишите соотношения, связывающие их друг с другом.
15. Как частота затухающих колебаний связана с собственной частотой?
16. Запишите закон изменения амплитуды для затухающих колебаний.
17. Запишите закон изменения энергии затухающих колебаний.
18. Какие колебания называются вынужденными? Запишите закон изменения координаты для случая установившихся колебаний.
19. В чём заключается явление резонанса? Запишите формулы для расчёта резонансной амплитуды и резонансной частоты.

1.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

1.1. Математический маятник длиной 2,5 м совершает гармонические колебания с амплитудой 10 см. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна $\pi/2$. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2. Уравнение движения точки дано в виде $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Найти период колебаний, максимальную скорость и максимальное ускорение точки.

1.3. На рис. 1.3 изображён график зависимости координаты пружинного маятника от времени. Определить амплитуду, частоту и период колебаний. Записать уравнение зависимости координаты от времени с числовыми параметрами.

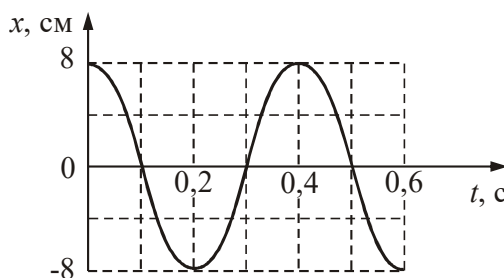


Рисунок 1.3

1.4. Найти частоту колебаний груза массой 400 г, подвешенного к пружине жёсткостью 160 Н/м.

1.5. Найти массу груза, который на пружине жёсткостью 250 Н/м делает 20 колебаний за одну минуту.

1.6. Какое значение получил студент для ускорения свободного падения при выполнении лабораторной работы, если маятник длиной $l=80$ см совершил за 3 мин 100 колебаний?

1.7. Найти отношение длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний равно 1,5.

1.8. Найти, во сколько раз изменится частота колебаний математического маятника, если его длина уменьшилась в 4 раза.

1.9. Найти период колебаний физического маятника, момент инерции которого относительно оси колебаний $J=19,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, масса $m=0,5$ кг, расстояние от оси колебаний до центра масс $l=0,5$ м.

1.10. Тело массой $m=40$ кг совершает гармонические колебания с периодом $T=3,14$ с. Определить момент инерции тела относительно оси колебаний, если расстояние от точки подвеса до центра масс равно 1 м.

1.11. К пружине подвешен груз массой $m=10$ кг. Зная, что пружина под действием силы $F=9,8$ Н растягивается на $x=1,5$ см, найти период вертикальных колебаний груза.

1.12. К пружине подвешен груз. Максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1,0 Дж. Амплитуда колебаний $A=5$ см. Найти жёсткость пружины.

1.13. Найти амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, полученного от сложения двух колебаний одинакового направления и одинаковой частоты с амплитудами $A_1=2$ см, $A_2=2$ см и начальными фазами $\varphi_{01}=\pi/2$ и $\varphi_{02}=\pi$.

1.14. Два камертона звучат одновременно. Частоты их колебаний соответственно равны 440 и 440,5 Гц. Определить период T биений.

1.15. Период затухающих колебаний равен 4 с, логарифмический декремент затухания 1,6, начальная фаза равна нулю. Написать уравнение колебаний, если начальная амплитуда равна 10 см.

1.16. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 8 минут уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания.

1.17. Маленький шарик подвешен на нити длиной 1 м к потолку вагона. При какой скорости вагона шарик будет особенно сильно колебаться под действием ударов о стыки рельс? Длина рельса 12,5 м.

Средний уровень

1.18. Материальная точка совершает колебания по закону косинуса. Амплитуда колебаний $A=20$ см, наибольшая скорость колебаний точки $v_{\max}=0,4$ м/с. Написать уравнение колебаний. Начальную фазу принять равной нулю.

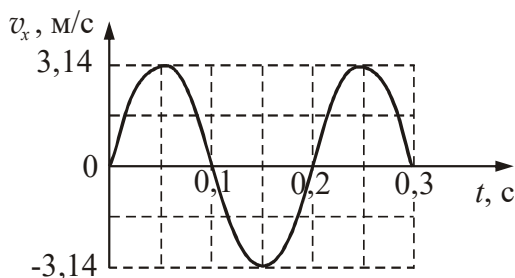


Рисунок 1.19

1.19. Используя график скорости, изображённый на рис. 1.19, записать уравнение зависимости координаты тела от времени с числовыми параметрами.

1.20. Груз, подвешенный на пружине, вызывает её удлинение на 6,4 см. Найти период малых вертикальных колебаний этого маятника.

1.21. Наибольшее отклонение математического маятника с длиной нити 0,8 м составляет 6° . Чему равна максимальная скорость его движения?

1.22. Два маятника одновременно начинают совершать колебания. За время первых 15 колебаний первого маятника, второй маятник совершил только 10 колебаний. Определить отношение длин этих маятников.

1.23. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча равен 30 см. Определить период колебаний обруча.

1.24. Диск, радиус которого равен 24 см, колеблется относительно горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить частоту колебаний диска.

1.25. Частица совершает гармоническое колебание по закону $x(t) = A \sin \omega_0 t$. Через какую долю периода скорость частицы будет равна половине её максимальной скорости?

1.26. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна $v_{\max}=10$ см/с, максимальное ускорение $a_{\max}=100$ см/с². Найти циклическую частоту ω и амплитуду колебаний.

1.27. Определить энергию, которая запасена в математическом маятнике массой 2 кг, длиной подвеса 2 м и амплитудой колебаний 0,1 м.

1.28. Уравнение колебаний материальной точки массой 10 г имеет вид $x(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

1.29. Груз массой 400 г совершает колебания на пружине жёсткостью 250 Н/м. Амплитуда колебаний 15 см. Найти полную механическую энергию колебаний и наибольшую скорость движения груза.

1.30. Математический маятник длиной 1 м отводят от положения равновесия и отпускают. Сколько раз за время 6,28 с кинетическая энергия маятника достигает максимального значения?

1.31. В результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и одинаковыми периодами получается результирующее колебание с тем же периодом и той же амплитудой. Найти разность фаз складываемых колебаний.

1.32. Пользуясь методом векторных диаграмм, найти амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, полученного при сложении колебаний, описываемых уравнениями $x_1(t) = 6 \cos(\pi t + \pi/2)$ (см) и $x_2(t) = 8 \cos \pi t$ (см). Записать уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

1.33. Два камертона дают 20 биений за 10 с. Частота колебаний одного камертона 256 Гц. Чему равна частота колебаний другого камертона?

1.34. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x(t) = \sin \pi t$ (см) и $y(t) = 4 \sin(\pi t + \pi)$ (см). Найти траекторию результирующего движения точки и начертить её с нанесением масштаба.

1.35. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x(t) = 2 \cos \pi t$ (см) и $y(t) = \sin \pi t$ (см). Найти траекторию результирующего движения точки и начертить её с нанесением масштаба.

1.36. Чему равен коэффициент затухания колебаний, если дифференциальное уравнение этих колебаний имеет вид $\frac{d^2x}{dt^2} + 0,32 \frac{dx}{dt} + \frac{\pi^2}{4} x = 0$? Записать решение этого уравнения с числовыми коэффициентами, если начальная амплитуда $A_0 = 5$ см, а начальная фаза колебаний $\varphi_0 = \pi$.

1.37. Найти логарифмический декремент затухания математического маятника, если за 1 минуту амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Длина маятника $l = 1$ м.

1.38. Начальная амплитуда колебаний маятника $A_0 = 21$ см, амплитуда после 10 полных колебаний равна $A_{10} = 1$ см. Определить коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания, если период колебаний равен 5 с. Записать уравнение колебаний.

Достаточный уровень

1.39. На рис. 1.39 изображён график зависимости скорости тела от времени. Записать уравнение зависимости ускорения тела от времени с числовыми коэффициентами.

1.40. Груз, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания с периодом 0,6 с. При другой массе период колебаний груза стал 0,8 с. Каким будет период колебаний, если масса груза будет равна сумме масс?

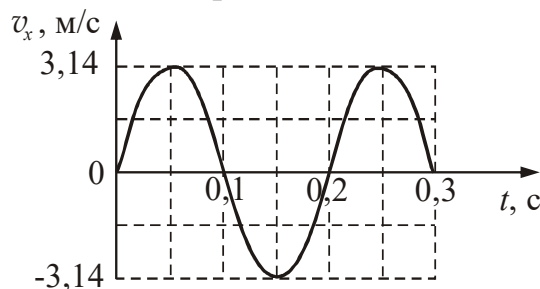


Рисунок 1.39

1.41. Подставка, прикрепленная к пружине, совершает вертикальные колебания с периодом 0,8 с. Если на подставку положить груз, то период колебаний станет равным 1 с. На сколько удлинилась пружина после прибавления груза?

1.42. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить вместо медного шарика алюминиевый такого же радиуса?

1.43. Диск колеблется в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси. Ось перпендикулярна диску и проходит через его край. Во сколько раз изменится период колебаний диска, если ось перенести к центру параллельно самой себе на расстояние, равное 1/4 радиуса, от прежнего положения.

1.44. Как изменится амплитуда колебаний математического маятника, если нить укоротить в $n=4$ раза при неизменной энергии маятника?

1.45. Человек массой 80 кг качается на качелях. Амплитуда его колебаний 1 м. За одну минуту он совершает 15 колебаний. Найти кинетическую и потенциальную энергию через 1/12 периода. Систему считать математическим маятником.

1.46. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x(t) = A \cos \omega t$, где $A=5$ см, $\omega=2$ с⁻¹. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила 5 мН, точка обладала потенциальной энергией 0,1 мДж. Найти момент времени и соответствующую ему фазу колебаний.

1.47. Набухшее бревно, сечение которого постоянно по всей длине, погружилось вертикально в воду так, что над водой находится лишь малая (по сравнению с длиной) его часть. Период колебаний бревна равен 5 с. Найти длину бревна.

1.48. Найти амплитуду A и начальную фазу φ_0 гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, описываемых уравнениями $x_1(t) = 4 \sin \pi t$ (см) и $x_2(t) = 3 \cos \pi t$ (см). Написать уравнение результирующего колебания. Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

1.49. Биения возникают при сложении двух колебаний: $x(t)_1 = \cos 4999\pi t$ (см) и $x(t)_2 = \cos 5001\pi t$ (см). Найти период биений и условный период почти гармонического колебания.

1.50. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями: $x(t) = 2 \sin \pi t$ (см), $y(t) = -\cos \pi t$ (см). Найти уравнение траектории точки и построить её с соблюдением масштаба. Указать направление движения и определить скорость и ускорение точки в момент времени $t=0,5$ с.

1.51. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями: $x(t) = \sin 0,5\pi t$ (см), $y(t) = \cos \pi t$ (см). Найти уравнение траектории точки и построить её с соблюдением масштаба.

1.52. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время $t=1$ мин уменьшилась вдвое. Во сколько раз уменьшится амплитуда за время $t_1=3$ мин?

1.53. Тело массой $m=5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t=50$ с тело потеряло 60% своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r .

1.54. Найти число N полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в $n=2$ раза. Логарифмический декремент затухания колебаний $\lambda=0,01$.

1.55. Математический маятник длиной 0,5 м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 см, при втором (в ту же сторону) – на 4 см. Найти время релаксации (время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится в e раз). e – основание натуральных логарифмов.

1.56. Груз массой $m=0,1$ кг подвешен на пружине с коэффициентом жёсткости 10 Н/м. На груз действует вынуждающая сила, описываемая уравнением $F = 2 \cos 8t$ (Н). Коэффициент затухания $\beta=0,5$ с⁻¹. Записать уравнение установившихся колебаний.

1.57. Период собственных колебаний пружинного маятника равен $T_1=0,55$ с. В вязкой среде период затухающих колебаний этого же маятника стал равным $T_2=0,56$ с. Определить при какой частоте вынуждающей силы, приложенной к маятнику, амплитуда его колебаний в этой среде станет максимальной.

1.58. Через ручей переброшена длинная узкая доска. Когда пешеход стоит на ней неподвижно, она прогибается на 10 см. Когда же он идёт по ней со скоростью 3,6 км/ч, то доска начинает раскачиваться так, что он падает в воду. Какова длина шага пешехода?

§2 Электромагнитные колебания

2.1 Основные теоретические сведения

1. Колебательный контур – электрическая цепь, содержащая катушку индуктивностью L , конденсатор ёмкостью C и сопротивление R . В колебательном контуре без активного сопротивления ($R = 0$) (рис. 2.1) происходят гармонические колебания с частотой ω_0 , которая называется собственной частотой. Собственные колебания заряда на обкладках конденсатора происходят по закону:

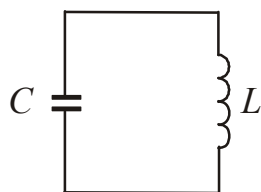


Рисунок 2.1

$$q(t) = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.1)$$

где q_{\max} – амплитудное значение заряда на конденсаторе.

2. Собственная циклическая частота колебаний в колебательном контуре:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2.2)$$

где L – индуктивность катушки;

C – электроёмкость конденсатора.

Период колебаний колебательного контура определяется по формуле Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (2.3)$$

3. Напряжение на конденсаторе отличается от заряда множителем $1/C$:

$$U(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.4)$$

Продифференцировав функцию $q(t)$ по времени, получим выражение для силы тока:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = i_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}), \quad (2.5)$$

т.е. сила тока опережает по фазе напряжение на конденсаторе на $\pi/2$.

4. Всякий реальный колебательный контур обладает активным сопротивлением (рис. 2.2), поэтому колебания в контуре будут затухать. Скорость затухания характеризуют коэффициентом затухания β .

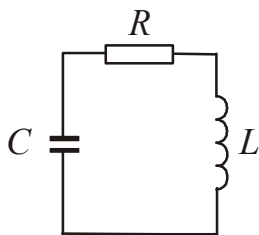


Рисунок 2.2

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (2.6)$$

Если выполняется условие $\beta < \omega_0$, т.е. $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$, то

колебания заряда на обкладках конденсатора происходят по закону:

$$q(t) = q_{\max} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2.7)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ – циклическая частота затухающих колебаний.

5. Чтобы вызвать вынужденные колебания в колебательном контуре, нужно включить последовательно с элементами контура переменную эдс (рис. 2.3):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t, \quad (2.8)$$

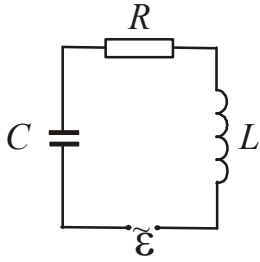


Рисунок 2.3

где ε_0 – амплитудное значение эдс, Ω – частота эдс.

При установившихся вынужденных колебаниях заряд на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону:

$$q(t) = q_{\max} \cos(\Omega t + \varphi). \quad (2.9)$$

Амплитудное значение заряда q_{\max} и сдвиг фаз φ находятся по формулам, аналогичным для механических колебаний:

$$q_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\Omega\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}. \quad (2.11)$$

6. Сила тока в колебательном контуре при установившихся вынужденных колебаниях

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \Omega \sin(\Omega t + \varphi_0) = i_{\max} \cos(\Omega t + \varphi), \quad (2.12)$$

где $i_{\max} = q_{\max} \Omega$ – амплитуда силы тока, $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$ – сдвиг фаз между током и приложенной эдс.

$$i_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (2.13)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2} \quad (2.14)$$

называется полным сопротивлением цепи переменного тока.

$X = \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)$ – реактивное сопротивление, $X_L = \Omega L$ – индуктивное сопротивление, $X_C = \frac{1}{\Omega C}$ – ёмкостное сопротивление.

7. Амплитуда силы тока при вынужденных колебаниях достигает максимального значения, если частота вынуждающей эдс совпадает с частотой собственных колебаний. Резонансная циклическая частота Ω_p , соответствующая максимуму амплитуды силы тока в контуре, не зависит от активного сопротивления R :

$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.15)$$

8. Эффективные (действующие) значения силы тока $I_{\text{эф}}$ и напряжения $U_{\text{эф}}$ связаны с амплитудными значениями силы тока и напряжения следующими соотношениями:

$$I_{\text{эф}} = \frac{i_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{эф}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}. \quad (2.16)$$

9. Энергия электромагнитных колебаний

$$W = \frac{Li_{\text{max}}^2}{2} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}. \quad (2.17)$$

где L – индуктивность катушки;
 C – электроёмкость конденсатора.

2.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

Методы решения задач на электромагнитные колебания сходны с методами решения задач на механические колебания. Основой этого сходства является одинаковая структура уравнений, описывающих оба этих вида колебаний. Уравнение (2.1) аналогично уравнению (1.3), (2.7) – уравнению (1.17), (2.9) – уравнению (1.23). При этом заряд q соответствует координате x , индуктивность L – массе m , электроёмкость C – величине, обратной коэффициенту квазиупругой силы k .

Циклическая частота затухающих колебаний всегда меньше собственной циклической частоты колебаний. Таким образом, наличие активного сопротивления приводит к уменьшению частоты и увеличению периода колебаний. Если сопротивление невелико, то этим изменением можно пренебречь и рассчитывать частоту по формуле

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Это можно делать в том случае, если выполняется неравенство $\beta \ll \omega_0$.

2.3 Примеры решения задач

Пример 2.3.1. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C=25$ нФ и катушки индуктивностью $L=1,015$ Гн. В начальный момент времени заряд конденсатора $q_{\max}=2,5$ мкКл. Написать с числовыми коэффициентами уравнения зависимости напряжения на обкладках конденсатора и силы тока в цепи от времени.

Решение. Значение активного сопротивления колебательного контура не указано, поэтому предполагаем, что оно равно нулю. Это означает, что напряжение на обкладках конденсатора и ток в цепи будут изменяться по гармоническому закону. Запишем уравнение зависимости напряжения от времени в общем виде:

$$U(t) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где U_{\max} – амплитудное значение напряжения;

ω_0 – собственная циклическая частота колебаний.

Частоту колебаний найдём по формуле:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2)$$

где L – индуктивность катушки;

C – ёмкость конденсатора.

По определению ёмкость конденсатора определяется следующим образом:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (3)$$

Из (3) выразим напряжение:

$$U = \frac{q}{C}. \quad (4)$$

Проведём промежуточные расчёты, подставив численные значения величин в формулы (2) и (4). Получим: $\omega_0=6,3 \cdot 10^3$ рад/с, $U_{\max}=100$ В.

Запишем уравнение зависимости напряжения на обкладках конденсатора от времени с числовыми коэффициентами. Начальная фаза φ_0 равна нулю, так как при $t=0$ $q = q_{\max}$, $U = U_{\max}$.

$$U(t) = 100 \cos 6,3 \cdot 10^3 t \text{ (В)}.$$

Сила тока по определению равна производной заряда по времени:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (5)$$

Из формулы (3) следует, что заряд на обкладках конденсатора определяется выражением

$$q = CU. \quad (6)$$

Тогда заряд конденсатора будет изменяться по закону:

$$q(t) = q_{\max} \cos \omega_0 t, \quad (7)$$

Получим уравнение зависимости тока от времени.

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \omega \sin \omega t = -i_{\max} \sin \omega t, \quad (8)$$

где $q_{\max} \omega = i_{\max}$ – амплитудное значение силы тока.

Рассчитаем амплитудное значение силы тока, подставив численные значения величин:

$$i_{\max} = 15,75 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 15,75 \text{ мА}.$$

Запишем уравнение зависимости силы тока от времени с числовыми коэффициентами:

$$i(t) = -15,75 \sin 6,3 \cdot 10^3 t \text{ (мА)}.$$

Пример 2.3.2. Уравнение изменения со временем силы тока в колебательном контуре имеет вид $i(t) = -0,02 \sin 400\pi t$ (А). Индуктивность контура $L=1$ Гн. Найти период колебаний и электроёмкость контура. Написать с числовыми коэффициентами уравнения зависимости энергии магнитного и электрического полей от времени.

Решение. Сравним уравнение зависимости силы тока от времени, записанное с числовыми коэффициентами, с уравнением, записанным в общем виде (это уравнение получено в предыдущей задаче):

$$i(t) = -i_{\max} \sin \omega t. \quad (1)$$

На основании сравнения определяем амплитудное значение силы тока и циклическую частоту колебаний:

$$i_{\max} = 0,02 \text{ А}, \quad \omega_0 = 400\pi \text{ рад/с}.$$

Период колебаний связан с циклической частотой соотношением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (2)$$

Для нахождения электроёмкости можно использовать выражение для циклической частоты колебаний:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3)$$

Найдём электроёмкость:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}. \quad (4)$$

Энергия магнитного поля катушки равна

$$W_M = \frac{Li^2}{2}. \quad (5)$$

Подставим в формулу (5) уравнение (1), описывающее закон изменения тока. Получим:

$$W_M = \frac{Li_{\max}^2}{2} \sin^2 \omega_0 t, \quad (6)$$

где $\frac{Li_{\max}^2}{2} = W_{M \max}$ – амплитудное значение энергии магнитного поля.

Энергия электрического поля конденсатора равна

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (7)$$

За элементарное время dt через сечение проводников контура пройдет заряд dq .

$$dq = idt = -i_{\max} \sin \omega_0 t dt. \quad (8)$$

Проинтегрируем уравнение (8), получим:

$$q = -\int_0^t i_{\max} \sin \omega_0 t dt = \frac{i_{\max}}{\omega_0} \cos \omega_0 t, \quad (9)$$

где $\frac{i_{\max}}{\omega_0} = q_{\max}$ – амплитудное значение заряда.

Подставим (9) в формулу (7), получим уравнение, описывающее изменение энергии электрического поля конденсатора:

$$W_{\text{эл}} = \frac{i_{\max}^2}{2C\omega_0^2} \cos^2 \omega_0 t, \quad (10)$$

где $\frac{i_{\max}^2}{2C\omega_0^2} = W_{\text{эл} \max}$ – амплитудное значение энергии электрического поля.

Рассчитаем значения периода и ёмкости, подставив численные значения в формулы (2) и (4). Получим:

$$T = 0,005 \text{ с} = 5 \text{ мс}, \quad C = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф} = 0,63 \text{ мкФ}.$$

Рассчитаем амплитудные значения энергий, подставив численные значения в формулы (6) и (10). Получим:

$$W_{M \max} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,2 \text{ мДж}, \quad W_{\text{эл} \max} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} = 0,2 \text{ мДж}.$$

Запишем уравнения изменения энергий, подставив значения величин в формулы (6) и (10):

$$W_{\text{м}}(t) = 0,2 \sin^2 400\pi t \text{ (мДж)}, \quad (11)$$

$$W_{\text{эл}}(t) = 0,2 \cos^2 400\pi t \text{ (мДж)}. \quad (12)$$

Обратите внимание! Амплитудные значения энергий одинаковы. Это означает, что полная энергия контура сохраняется, т.к. колебательный контур не обладает активным сопротивлением.

Пример 2.3.3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=1,6$ мГн и конденсатора электроёмкостью $C=0,04$ мкФ. Максимальное напряжение U_{max} на зажимах конденсатора равно 200 В. Определить максимальную силу тока I_{max} в контуре. Сопротивление контура пренебрежимо мало.

Решение. Данную задачу можно решить двумя способами. Первый основан на исследовании уравнения электромагнитных колебаний, второй – на законе сохранения энергии.

Способ 1. Если сопротивление колебательного контура пренебрежимо мало, то в колебательном контуре возникают гармонические колебания, при этом

$$q(t) = q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Сила тока равна производной заряда по времени. Дифференцируя уравнение (1) по времени, получим уравнение для силы тока в контуре:

$$i(t) = -\omega_0 q_{\text{max}} \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Величина $i_{\text{max}} = \omega_0 q_{\text{max}}$ является амплитудой силы тока, т.е. максимальным значением силы тока в контуре. Циклическая частота колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

Учитывая, что $q_{\text{max}} = CU_{\text{max}}$, определим искомую величину:

$$i_{\text{max}} = CU_{\text{max}} \sqrt{\frac{1}{LC}} = U_{\text{max}} \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4)$$

Способ 2. По закону сохранения энергии:

$$W_{\text{м max}} = W_{\text{эл max}}, \quad (1)$$

где $W_{\text{м max}}$ – максимальная энергия магнитного поля,

$W_{\text{эл max}}$ – максимальная энергия электрического поля.

$$W_{\text{м max}} = \frac{Li_{\text{max}}^2}{2}, \quad (2)$$

$$W_{\text{эл max}} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}. \quad (3)$$

Приравняем (2) и (3), получим:

$$\frac{Li_{\text{max}}^2}{2} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}.$$

$$i_{\text{max}} = U_{\text{max}} \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4)$$

Как видите, результат одинаков. Подставив численные значения величин в формулу (4), получим $i_{\text{max}} = 1$ А.

Пример 2.3.4. Батарея состоит из двух одинаковых конденсаторов, ёмкостью $C_0 = 8$ нФ каждый, соединённых параллельно. Её заряжают от источника постоянного тока до напряжения $U_{\text{max}} = 100$ В и подключают к катушке индуктивности $L = 10$ мГн. Определить период возникающих в контуре колебаний и силу тока в момент, когда напряжение на батарее конденсаторов $U = 60$ В.

Решение. Период колебаний колебательного контура определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (1)$$

При параллельном соединении конденсаторов общая ёмкость батареи $C = 2C_0$. Тогда:

$$T = 2\pi\sqrt{2LC_0}. \quad (2)$$

По закону сохранения энергии сумма энергий электрического и магнитного полей в произвольный момент времени равна максимальной энергии электрического поля батареи конденсаторов:

$$\frac{2C_0U^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{2C_0U_{\text{max}}^2}{2}. \quad (3)$$

Выразим из (3) мгновенное значение силы тока i :

$$i = \sqrt{\frac{2C_0(U_{\text{max}}^2 - U^2)}{L}}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулы (2) и (4), получим:

$$T = 2,5 \text{ мкс}, \quad i = 3,2 \text{ А}.$$

Пример 2.3.5. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 5,07$ мГн и конденсатора электроёмкостью $C = 0,2$ мкФ. При каком логарифмическом декременте затухания напряжение на обкладках конденсатора за 1 мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление контура?

Решение. Колебательный контур обладает активным сопротивлением, поэтому колебания будут затухающими. Амплитуда напряжения на обкладках конденсатора будет изменяться по закону:

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t}, \quad (1)$$

где U_0 – значение напряжения в начальный момент времени, β – коэффициент затухания.

Коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания связаны соотношением

$$\beta = \frac{\lambda}{T}. \quad (2)$$

Сделаем замену в уравнении (1), получим:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}}. \quad (3)$$

Проведём преобразования:

$$\frac{U_0}{U} = e^{\frac{\lambda t}{T}}. \quad (4)$$

Прологарифмируем обе части уравнения (4):

$$\ln \frac{U_0}{U} = \frac{\lambda t}{T}. \quad (5)$$

Найдём логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \frac{T}{t} \ln \frac{U_0}{U}. \quad (6)$$

Будем считать, что затухание невелико, т.е. $\beta \ll \omega_0$. В этом случае период колебаний можно рассчитать по формуле Томсона.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (7)$$

Подставим (7) в (6), получим:

$$\lambda = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{t} \ln \frac{U_0}{U}. \quad (8)$$

Коэффициент затухания электромагнитных колебаний можно рассчитать по формуле:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (9)$$

Из (9) найдём сопротивление контура, сделав замены по формулам (2) и (7):

$$R = 2L\beta = \frac{2L\lambda}{T} = \frac{2L\lambda}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

Подставив численные значения величин в формулы (8) и (10), получим:

$$\lambda = 0,22; R = 11,2 \text{ Ом.}$$

Проверим правильность сделанного предположения. Рассчитаем β и ω_0 : $\beta = 1,02 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Получили что коэффициент затухания β меньше собственной циклической частоты ω_0 в 3000 раз. Следовательно, предположение было правильным.

Пример 2.3.6. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,5 \text{ Гн}$, конденсатора ёмкостью $C = 2 \text{ пФ}$ и активного сопротивления $R = 2 \text{ Ом}$. На сколько процентов уменьшается энергия этого контура за время одного колебания?

Решение. Данную задачу можно решить двумя способами.

Способ 1. Относительная убыль энергии за время одного колебания

$$k = \frac{\Delta W}{W} \cdot 100\%, \quad (1)$$

где W – энергия контура в момент времени $t=0$, ΔW – убыль энергии за время t , равное периоду T колебаний.

Убыль энергии за период характеризуют величиной, которая называется добротностью. По определению добротность колебательной системы в случае малого затухания равна

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (2)$$

С другой стороны

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}, \quad (3)$$

где λ – логарифмический декремент затухания.

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} T, \quad (4)$$

где β – коэффициент затухания.

Приравняем выражения (2) и (3). С учётом (4) получим:

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\lambda = \frac{RT}{L}. \quad (5)$$

$$k = \frac{RT}{L} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Способ 2. Колебательный контур можно рассмотреть как цепь переменного тока. Колебательный контур теряет энергию за счёт нагревания проводников. Обозначим тепловые потери через ΔW . По закону Джоуля – Ленца

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 R t, \quad (1)$$

где $I_{\text{д}}$ – действующее значение силы тока, которое определяется соотношением:

$$I_{\text{д}} = \frac{i_{\text{max}}}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

где i_{max} – максимальное (амплитудное) значение силы тока.

С учётом уравнения (2) за время t , равное периоду колебаний T , потери энергии будут равны:

$$\Delta W = I_{\text{д}}^2 R T. \quad (3)$$

Начальная энергия W равна максимальному значению энергии магнитного поля катушки:

$$W = \frac{L i_{\text{max}}^2}{2} = \frac{L (I_{\text{д}} \sqrt{2})^2}{2} = L I_{\text{д}}^2. \quad (4)$$

Относительная убыль энергии за время одного колебания равна

$$k = \frac{\Delta W}{W} \cdot 100\% = \frac{I_{\text{д}}^2 R T}{L I_{\text{д}}^2} \cdot 100\% = \frac{R T}{L} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Как видите, результат получился одинаковый. Период колебаний находим по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (6)$$

Тогда

$$k = 2\pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot 100\%. \quad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим:

$$k = 0,0025 \text{ \%}.$$

Пример 2.3.7. В цепи, состоящей из последовательно соединённых резистора сопротивлением $R=20$ Ом, катушки индуктивностью $L=1$ мГн и конденсатора ёмкостью $C=0,1$ мкФ, действует синусоидальная эдс ε (рис. 2.4). Определить частоту эдс, при которой амплитуда силы тока примет максимальное значение (резонансную частоту). Найти также действующие значения силы тока $I_{\text{д рез}}$ и напряжений U_R , U_C , U_L на всех элементах цепи при резонансе, если при этом действующее значение эдс $\varepsilon_{\text{д}}=30$ В.

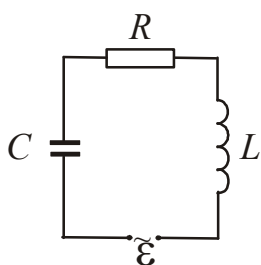


Рисунок 2.4

Решение. Данная цепь является колебательным контуром, в котором под действием переменной эдс установятся вынужденные колебания. Амплитудные значения силы тока i_{\max} и эдс ε_0 связаны соотношением:

$$i_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (1)$$

где Ω – частота переменной эдс.

Из формулы (1) следует, что ток достигнет максимального значения, если знаменатель примет минимальное значение. Это соответствует частоте, при которой выражение в скобках обратится в нуль. Резонанс наступает, если частота переменной эдс равна собственной частоте колебаний колебательного контура:

$$\Omega_{\text{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2)$$

где L – индуктивность катушки, C – ёмкость конденсатора.

Действующие значения тока и эдс связаны с амплитудными соотношениями:

$$I_{\text{д}} = \frac{i_{\max}}{\sqrt{2}}, \quad \varepsilon_{\text{д}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}$$

Видно, что формула (1) будет справедлива и для действующих значений. При резонансе действующее значение силы тока будет равно

$$I_{\text{д рез}} = \frac{\varepsilon_{\text{д}}}{\sqrt{R^2}} = \frac{\varepsilon_{\text{д}}}{R}. \quad (3)$$

Действующие значения напряжения на каждом из элементов контура найдём по закону Ома.

$$U_R = I_{\text{д рез}} R, \quad U_L = I_{\text{д рез}} \omega L, \quad U_C = I_{\text{д рез}} \frac{1}{\omega C}, \quad (4)$$

где ωL – индуктивное сопротивление, $\frac{1}{\omega C}$ – ёмкостное сопротивление.

Подставив численные значения величин в формулы (3), (4) и (5), получим:

$$I_{\text{д рез}} = 1,5 \text{ А}, \quad \Omega_{\text{рез}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ рад/с}, \quad U_R = 30 \text{ В}, \quad U_L = 150 \text{ В}, \quad U_C = 150 \text{ В}.$$

Обратите внимание! Равенство напряжений на катушке индуктивности и конденсаторе следует из равенства индуктивного и ёмкостного сопротивлений при резонансе.

• **Вопросы для подготовки к практическим занятиям**

1. Нарисуйте схему идеального колебательного контура. Запишите закон изменения заряда.
2. Как рассчитывается период колебаний идеального колебательного контура?
3. Нарисуйте схему колебательного контура, в котором происходят затухающие колебания. Запишите закон изменения заряда.
4. Как рассчитывается коэффициент затухания через параметры контура?
5. Нарисуйте схему колебательного контура, в котором происходят вынужденные колебания. Запишите закон изменения заряда для случая установившихся колебаний.
6. Запишите формулы для расчёта амплитудного значения заряда и сдвига фаз при установившихся колебаниях.
7. Запишите формулу для расчёта амплитудного значения силы тока.
8. Как рассчитывается частота вынуждающей эдс, при которой сила тока достигает максимального значения (резонансная частота)?
9. Запишите закон Ома для цепи переменного тока.
10. Запишите выражение для полного сопротивления цепи переменного тока. Какое сопротивление называют активным сопротивлением? Реактивным?

2.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

2.1. Чему равен период электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из конденсатора ёмкостью 400 мкФ и катушки индуктивностью 90 мГн ?

2.2. Чему равна частота электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из конденсатора ёмкостью 250 пФ и катушки индуктивностью 40 мкГн ?

2.3. Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при ёмкости $C=2 \text{ мкФ}$ получить частоту колебаний $\nu=1000 \text{ Гц}$?

2.4. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $i(t) = 5 \cos 200\pi t$ (А). Найти частоту и период колебаний, амплитуду колебаний силы тока, а также значение силы тока при фазе $\pi/3$ рад.

2.5. По графику, изображённому на рисунке 2.5, определить амплитудное значение силы тока, период и частоту колебаний. Записать с числовыми коэффициентами уравнение зависимости силы тока в цепи от времени.

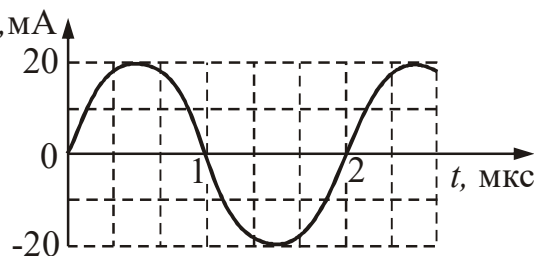


Рисунок 2.5

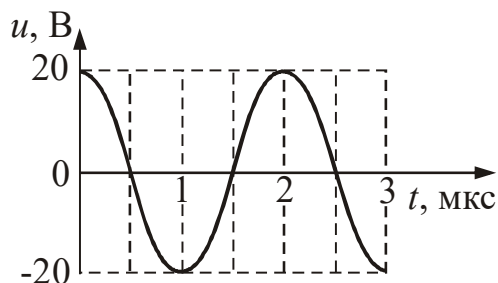


Рисунок 2.6

2.6. Изменение напряжения на конденсаторе в колебательном контуре описывается графиком, изображённым на рисунке 2.6. Определить амплитудное значение напряжения, период и частоту колебаний. Записать с числовыми коэффициентами уравнение зависимости напряжения на конденсаторе от времени.

2.7. К источнику переменной эдс последовательно подключены катушка индуктивностью 20 мГн и конденсатор ёмкостью 8 мкФ . При какой частоте эдс в данном контуре возникнет резонанс?

2.8. Амперметр, включённый в цепь переменного тока, показывает 20 А . Каково максимальное значение силы тока в цепи?

2.9. Вольтметр, включённый в цепь переменного тока, показывает 40 В . Каково максимальное значение напряжения в цепи?

Средний уровень

2.10. Ёмкость конденсатора, включённого в колебательный контур, равна 6 мкФ . Уравнение колебаний напряжения на конденсаторе имеет вид $U(t) = 50 \cos 10^3 t$ (В). Определить амплитуду колебаний силы тока.

2.11. Изменение напряжения на конденсаторе в колебательном контуре описывается графиком, изображённым на рисунке 2.11. Записать с числовыми коэффициентами уравнение зависимости заряда конденсатора от времени. Электроёмкость конденсатора 20 мкФ.

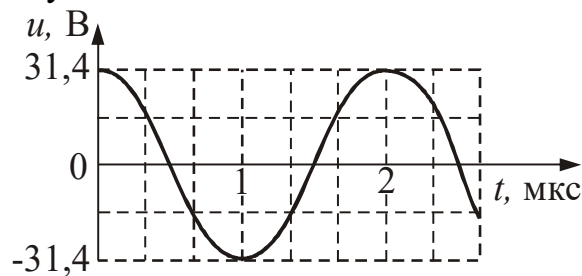


Рисунок 2.11

2.12. Колебания тока в колебательном контуре описываются уравнением: $i(t) = 0,8 \sin 12,5\pi t$ (А). Индуктивность катушки равна 0,5 Гн. Определить амплитуду колебаний напряжения на катушке.

2.13. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 3 мГн и плоского воздушного конденсатора в виде двух дисков радиусом 1,2 см, расположенных на расстоянии 0,3 мм друг от друга. Найти период колебаний контура.

2.14. Включённый в колебательный контур конденсатор заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=4$. Во сколько раз изменится собственная частота колебаний контура?

2.15. Колебательный контур состоит из двух параллельно соединённых конденсаторов электроёмкостями $C_1=1$ мкФ и $C_2=2$ мкФ и катушки индуктивностью $L=4$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту колебаний ν .

2.16. Колебательный контур состоит из двух последовательно соединённых конденсаторов электроёмкостями $C_1=1$ мкФ и $C_2=2$ мкФ и катушки индуктивностью $L=4$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту колебаний ν .

2.17. При незатухающих колебаниях в колебательном контуре ток меняется по закону $i(t) = 9 \sin 4,5 \cdot 10^4 t$ (мА). Ёмкость конденсатора $C=0,50$ мкФ. Найти индуктивность контура и напряжение на обкладках конденсатора в момент времени $t=0$.

2.18. Колебательный контур состоит из конденсатора электроёмкостью $C=5$ мкФ и катушки индуктивностью $L=0,2$ Гн. Определить максимальную силу тока в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора равна 90 В. Сопротивлением контура пренебречь.

2.19. В цепи переменного тока электродвижущая сила ϵ изменяется по закону косинуса. Для фазы $\varphi=60^\circ$ её мгновенное значение равно 120 В. Найти амплитудное и действующее значение эдс.

2.20. Конденсатор электроёмкостью $C=10$ мкФ зарядили до напряжения $U_m=400$ В и подключили к катушке. После этого в контуре возникли затухающие колебания. Какое количество тепла выделится в контуре за время, в течение которого амплитуда колебаний напряжения уменьшится в два раза?

Достаточный уровень

2.21. Максимальный заряд конденсатора колебательного контура равен 20 нКл, максимальная сила тока в контуре 1 А. Чему равна ёмкость конденса-

тора, если индуктивность катушки $0,2 \text{ мкГн}$? Чему равна энергия электрического поля конденсатора в момент, когда энергия магнитного поля катушки составляет 75% от её максимального значения? Определить напряжение на конденсаторе в этот момент. Активным сопротивлением контура пренебречь.

2.22. Заряд на пластинах конденсатора колебательного контура изменяется с течением времени в соответствии с уравнением $q(t) = 10^{-6} \cos 10^4 \pi t$ (Кл). Записать уравнение $i=i(t)$, выражающее зависимость силы тока от времени. Найти период и частоту колебаний в контуре, амплитуду колебаний заряда и амплитуду колебаний силы тока.

2.23. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 1 мкФ и катушки индуктивностью 4 Гн . Максимальный заряд конденсатора 100 мкКл . Найти амплитуды колебаний силы тока и напряжения. Написать уравнения зависимости от времени: заряда конденсатора $q=q(t)$, силы тока в контуре $i=i(t)$, напряжения на обкладках конденсатора $u=u(t)$.

2.24. Напряжение на обкладках конденсатора колебательного контура изменяется в соответствии с графиком, изображённым на рисунке 2.24. Запишите с числовыми коэффициентами уравнение зависимости силы тока в контуре от времени. Ёмкость конденсатора $0,1 \text{ мкФ}$.

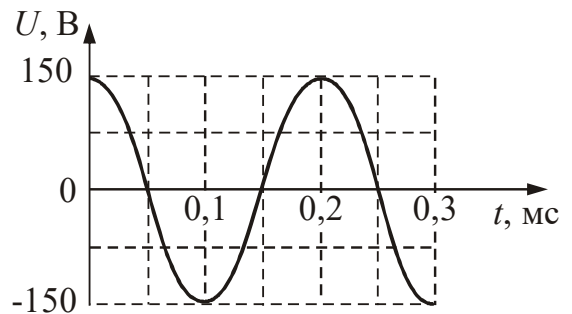


Рисунок 2.24

2.25. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C=400 \text{ пФ}$ и катушки индуктивностью $L=10 \text{ мГн}$. Найти амплитуду i_{max} колебаний силы тока, если амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе $U_{\text{max}}=500 \text{ В}$.

2.26. Катушка без сердечника длиной 50 см и площадью сечения 3 см^2 , имеет 1000 витков и соединена с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая. Расстояние между пластинами равно 5 мм . Диэлектрик – воздух. Определить период колебаний контура.

2.27. Когда в колебательном контуре был конденсатор ёмкостью C_1 , то собственные колебания происходили с частотой $\nu_1=30 \text{ кГц}$. Когда этот конденсатор заменили на конденсатор ёмкостью C_2 , то частота собственных колебаний стала равна $\nu_2=40 \text{ кГц}$. Какой будет частота колебаний в контуре, если эти два конденсатора подключить последовательно?

2.28. Сила тока в катушке колебательного контура изменяется по закону $i(t) = i_{\text{max}} \cos 2\pi \nu t$. Частота колебаний колебательного контура $\nu=1 \text{ МГц}$. В какой ближайший момент времени энергия магнитного поля катушки станет равной энергии электрического поля конденсатора?

2.29. Резонанс в колебательном контуре, содержащем конденсатор ёмкостью $C_1=1 \text{ мкФ}$, наступает при частоте $\nu_1=400 \text{ Гц}$. Когда параллельно конденсатору C_1 подключили конденсатор ёмкостью C_2 , резонансная частота стала равной $\nu_2=100 \text{ Гц}$. Найти ёмкость конденсатора C_2 .

§3 Волны

3.1 Основные теоретические сведения

Упругие волны

1. Процесс распространения колебаний в пространстве называется волной. Плоская бегущая монохроматическая волна, которая распространяется вдоль положительного направления оси Ox , описывается уравнением:

$$\xi(x,t) = A \cos(\omega t - kx) = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (3.1)$$

где $\xi(x,t)$ – смещение от положения равновесия точки среды с координатой x в момент времени t ;

v – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость);

A – амплитуда волны;

ω – циклическая частота колебаний;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, λ – длина волны.

2. Длина волны λ связана с периодом T колебаний и фазовой скоростью v :

$$\lambda = vT. \quad (3.2)$$

Скорость поперечных волн в твёрдой кристаллической среде

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (3.3)$$

где G – модуль сдвига.

ρ – плотность среды.

Скорость продольных волн в твёрдой кристаллической среде

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.4)$$

где E – модуль упругости;

ρ – плотность среды.

Скорость продольных волн в газах:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (3.5)$$

где γ – показатель адиабаты газа;

R – молярная газовая постоянная;

T – абсолютная температура;

M – молярная масса газа.

3. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x, \quad (3.6)$$

где λ – длина волны.

4. Всякая волна переносит энергию. Переносимую энергию характеризуют потоком энергии и плотностью потока энергии (вектор Умова). Среднее значение плотности потока энергии называется интенсивностью волны I :

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v, \quad (3.7)$$

где ρ – плотность среды.

5. Колебательный процесс, возникающий в результате интерференции двух встречных бегущих волн с одинаковой амплитудой и частотой, называется стоячей волной. Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются пучностями. Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются узлами. Если волна отражается от менее плотной среды, то координаты пучностей и узлов определяются следующими соотношениями.

Координаты пучностей:

$$x_{\text{пучн}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (3.8)$$

Координаты узлов:

$$x_{\text{узн}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (3.9)$$

где $n=0, 1, 2, \dots$

6. Акустический эффект Доплера.

Если источник и приёмник звука перемещаются относительно среды, в которой распространяется звук, то частота звуковых колебаний, регистрируемая приёмником звука, связана с частотой колебаний источника соотношением:

$$v = v_0 \frac{v + v_1}{v - v_2}, \quad (3.10)$$

где v_0 – частота колебаний источника;

v – скорость распространения звуковой волны относительно среды;

v_1 и v_2 – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно.

Электромагнитные волны

7. Уравнения плоской монохроматической электромагнитной волны имеют вид:

$$E = E_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (3.11)$$

$$H = H_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (3.12)$$

где E_{\max} и H_{\max} – амплитудные значения напряжённости электрического и магнитного полей соответственно.

8. Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (3.13)$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме, равная скорости

света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с;

ϵ_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная,

ϵ и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

9. Мгновенные значения напряжённости электрического E и магнитного H полей в одной и той же точке связаны соотношением:

$$E \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}. \quad (3.14)$$

10. Вектор плотности потока энергии электромагнитной волны (вектор Пойнтинга):

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (3.15)$$

Мгновенное значение вектора Пойнтинга:

$$S = E \cdot H. \quad (3.16)$$

Среднее значение вектора Пойнтинга определяет интенсивность электромагнитной волны:

$$I = \langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}. \quad (3.17)$$

3.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

3.2.1. В уравнении (3.1) плоской бегущей волны амплитуда смещения всех частиц среды постоянна при отсутствии поглощения волн средой.

Уравнение бегущей волны $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ не путайте с уравнением гармонического колебательного движения $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Уравнение колебательного движения описывает смещение от положения равновесия одной и той же точки. Уравнение бегущей волны описывает отклонение от положения равновесия различных точек по направлению распростра-

нения волны в указанный момент времени. Уравнение волны даёт картину, которую в ряде случаев можно наблюдать в природе (например, волны в шнуре), а уравнение гармонического колебания – это только математическое выражение зависимости смещения x от времени t .

3.2.2. Чётко разграничивайте два понятия: скорость колебания точек среды и скорость распространения волны.

Скорость гармонического колебания точек среды – это мгновенная скорость точки, она меняется с течением времени: $v = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -A\omega \sin(\omega t - kx)$

Скорость распространения упругих волн для данной среды является величиной постоянной. Её называют фазовой скоростью, так как она характеризует скорость распространения какой-либо фазы в пространстве.

3.3.3. Если стоячая волна образуется при отражении волны от более плотной среды, то отражённая волна меняет фазу на π . В этом случае формула (3.8) даст координату узла, а формула (3.9) – координату пучности, т.е. узлы и пучности меняются местами.

3.3.4. Формула (3.10) относится к случаю, когда источник и приёмник звуковых колебаний, движутся по одной прямой. При расчётах необходимо учитывать знак скоростей. Если приёмник приближается к источнику, то $v_1 > 0$; если приёмник удаляется от источника, то $v_1 < 0$. Соответственно, если источник движется к приёмнику, то $v_2 > 0$; если источник удаляется от приёмника, то $v_2 < 0$.

3.3.5. В данном параграфе из всей шкалы электромагнитных волн рассматриваются только радиоволны. Остальная часть шкалы рассматривается в соответствующих разделах.

Если в условии задачи не указана среда, в которой распространяется радиоволна, то подразумевается, что распространение волн происходит в вакууме, а значит скорость волны равна скорости света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

3.3 Примеры решения задач

Пример 3.3.1. Скорость звука в чугуне впервые была определена французским ученым Ж.Б. Био следующим образом. У одного конца чугунной трубы ударили в колокол, у другого конца наблюдатель слышал два звука: сначала – один, пришедший по чугуну, а спустя некоторое время – второй, пришедший по воздуху. Длина трубы была равна 930 м, промежуток времени между распространением звуков оказался равным 2,5 с. Определить по этим показаниям скорость звука в чугуне. Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с.

Решение. Будем считать, что среды однородные. Звук в однородной среде распространяется с постоянной скоростью. Обе волны прошли одинаковое расстояние, равное длине трубы. Введём обозначения: S – длина трубы, v_1 – скорость звука в чугуне, v_2 – скорость звука в воздухе, t – время распространения звука в чугуне, $(t + \Delta t)$ – время распространения звука в воздухе.

Тогда можно записать два уравнения:

$$S = v_1 t, \quad (1)$$

$$S = v_2 (t + \Delta t). \quad (2)$$

Выразим из уравнения (1) время t и подставим в (2). Получим:

$$S = v_2 \left(\frac{S}{v_1} + \Delta t \right). \quad (3)$$

Выразим из (3) скорость звука в чугуне:

$$v_1 = \frac{S}{\frac{S}{v_2} - \Delta t}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$v_1 = 3952 \text{ м/с.}$$

Обратите внимание! Скорость звука в твёрдых телах значительно больше, чем в воздухе.

Пример 3.3.2. Уравнение колебаний источника волн имеет вид $\xi(0, t) = \cos 2\pi t$ (см). Найти смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии $x=20$ м от источника колебаний, для момента времени $t=1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний равна $v_\phi=100$ м/с.

Решение. При распространении незатухающих колебаний вдоль некоторого направления возникает плоская монохроматическая волна, которая описывается уравнением

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad (1)$$

где A – амплитуда волны, ω – циклическая частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Сравнивая уравнение (1) с уравнением колебаний источника волн, определим амплитуду колебаний и циклическую частоту:

$$A=1 \text{ см, } \omega=2\pi \text{ рад/с.}$$

Период колебаний T и циклическая частота ω связаны соотношением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2)$$

поэтому длина волны

$$\lambda = v_\phi T = v_\phi \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3)$$

Тогда волновое число можно выразить следующим образом:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\omega}{v_{\phi} 2\pi} = \frac{\omega}{v_{\phi}}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), найдём волновое число

$$k=0,02\pi \text{ (1/м)}.$$

Запишем уравнение волны с числовыми коэффициентами:

$$\xi(x, t) = \cos(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см)}. \quad (5)$$

Скорость v колеблющейся точки по определению равна производной смещения по времени:

$$v = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -2\pi \sin(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см/с)}. \quad (6)$$

Ускорение a колеблющейся точки по определению равно первой производной скорости по времени

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -4\pi^2 \cos(2\pi t - 0,02\pi x) \text{ (см/с}^2\text{)}. \quad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулы (5), (6) и (7), найдём смещение $\xi(x, t)$ точки от положения равновесия, её скорость v и ускорение a :

$$\xi(x, t) = 0,31 \text{ см}, \quad v = -5,97 \text{ см/с}, \quad a = -12,2 \text{ см/с}^2.$$

Обратите внимание! Из формулы (6) следует, что скорость колеблющейся точки является величиной переменной. Скорость распространения колебаний (фазовая скорость волны) – величина постоянная.

Пример 3.3.3. Едва слышимый шёпот при частоте 1000 Гц имеет силу звука $I_0=10^{-12}$ Вт/м², а громкая речь даёт волну с силой звука $I=10^{-5}$ Вт/м². Определите для этих случаев максимальную скорость и амплитуду смещения частиц в звуковой волне, распространяющейся в воздухе при температуре $t=20^\circ\text{C}$.

Решение. Сила звука (интенсивность звуковой волны) определяется следующим образом:

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v_{\phi}, \quad (1)$$

где ρ – плотность среды, v_{ϕ} – фазовая скорость волны.

Максимальная скорость колебаний частиц среды равна (см. §1 – «Механические колебания»)

$$v_{\max} = A\omega. \quad (2)$$

Сделаем замену в уравнении (1) и найдём максимальную скорость колебаний частиц среды.

$$I = \frac{\rho v_{\max}^2}{2} v_{\phi}. \quad (3)$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2I}{\rho v_{\phi}}}. \quad (4)$$

Найдём значения плотности воздуха и скорости звука при $t=20^{\circ}\text{C}$ по справочным материалам (Таблицы физических величин, п. 3.6, 3.7): $\rho=1,293 \text{ кг/м}^3$, $v_{\phi}=334 \text{ м/с}$.

Подставив численные значения величин в формулу (4), рассчитаем максимальную скорость колебаний частиц среды для двух случаев:

$$v_{1 \max}=6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}, v_{2 \max}=2,15 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Из формулы (2) найдём амплитуду колебаний частиц среды:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{v_{\max}}{2\pi\nu}, \quad (5)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота колебаний.

Подставив численные значения величин в формулу (5), рассчитаем амплитуду колебаний частиц среды для двух случаев:

$$A_1=1,1 \cdot 10^{-11} \text{ м}=11 \text{ пм}, A_2=3,42 \cdot 10^{-8} \text{ м}=34,2 \text{ нм}.$$

Обратите внимание! Частицы воздуха при звуковых колебаниях смещаются на незначительные расстояния, сравнимые с размерами атомов. Максимальная скорость колебательного движения частиц среды может быть в тысячи и даже миллионы раз меньше скорости звуковой волны.

Пример 3.3.4. Пульсирующая сфера радиусом R создаёт сферические волны частотой ω и амплитудой A_0 . Какова интенсивность I и амплитуда волны A на расстоянии r от центра сферы? Скорость распространения волны v .

Решение. Интенсивность волны у поверхности сферы

$$I_0 = \frac{\rho \omega^2 A_0^2}{2} v, \quad (1)$$

где A_0 – амплитуда колебаний частиц среды у поверхности сферы,
 ρ – плотность среды.

Поток энергии, проходящий через сферу радиусом R , будет равен

$$\Phi = I_0 S_0, \quad (2)$$

где площадь поверхности пульсирующей сферы $S_0 = 4\pi R^2$.

Будем считать, что потери энергии в среде отсутствуют и среда однородная. В этом случае этот же поток энергии переносится и через сферическую по-

верхность другого, большего, радиуса r . Тогда можно записать следующее уравнение

$$\Phi = IS, \quad (3)$$

где I – интенсивность волны на расстоянии r . Площадь поверхности $S = 4\pi r^2$.

Приравняем (2) и (3), подставив интенсивность волны I_0 по формуле (1) и площади. Получим:

$$\frac{\rho\omega^2 A_0^2}{2} v 4\pi R^2 = 4\pi r^2 I. \quad (4)$$

Проведём сокращения и найдём интенсивность волны на расстоянии r от центра сферы

$$I = \frac{\rho\omega^2}{2} \cdot \frac{A_0^2 R^2}{r^2} v. \quad (5)$$

Сравним уравнения (1) и (5). На основании сравнения можно сделать вывод о том, что квадрат амплитуды A^2 на расстоянии r от центра сферы будет определяться следующим выражением:

$$A^2 = A_0^2 \frac{R^2}{r^2},$$

или

$$A = A_0 \frac{R}{r}. \quad (6)$$

Обратите внимание! Из формул (5) и (6) следует, что интенсивность сферической волны обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра сферы, а амплитуда колебаний частиц среды – обратно пропорциональна расстоянию.

Пример 3.3.5. Плоская звуковая волна частотой 100 Гц падает нормально на гладкую ровную стену. На каком расстоянии от стены частицы воздуха будут иметь а) максимальную; б) минимальную амплитуду? Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с. Записать уравнение стоячей волны, если амплитуда бегущей волны равна 0,01 м.

Решение. Падающая волна отражается от стены. В результате интерференции падающей и отражённой волн между источником и стеной возникает стоячая волна. Положение точек с максимальной амплитудой отвечает координатам пучностей, положение точек с минимальной амплитудой – координатам узлов. Отражение происходит от более плотной среды, поэтому отражённая волна меняет фазу на π . В этом случае в точке отражения образуется узел, а координаты следующих узлов определяться соотношением:

$$x_{\text{узел}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

где λ – длина волны, $n=0, 1, 2, \dots$

Пучности находятся между узлами. Их координаты определяются соотношением:

$$x_{\text{пучн}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (2)$$

Длина волны связана с частотой и скоростью распространения волны следующим образом:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (3)$$

Сделав замену в (1) и (2), получим:

$$x_{\text{узн}} = n \frac{v}{2\nu}, \quad x_{\text{пучн}} = (2n + 1) \frac{v}{4\nu}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулы (4), получим

$$x_{\text{узн}} = 0; 1,7; 3,4; 5,1 \dots \quad x_{\text{пучн}} = 0,85; 2,55; 4,25 \dots$$

Стоячая волна описывается уравнением:

$$\xi(x, t) = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t.$$

Волновое число:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v}.$$

Циклическая частота

$$\omega = 2\pi\nu$$

Рассчитаем значения волнового числа и циклической частоты: $k = 0,59\pi \text{ м}^{-1}$, $\omega = 200\pi \text{ рад/с}$. Запишем уравнение стоячей волны с числовыми коэффициентами:

$$\xi(x, t) = 0,02 \cos 0,59\pi x \cdot \cos 200\pi t \text{ (м)}.$$

Пример 3.3.6. Поезд ходит мимо станции со скоростью 40 м/с. Частота тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд удаляется; 2) поезд приближается.

Решение. Если источник и приёмник звука перемещаются относительно среды, в которой распространяется звук, то частота звуковых колебаний, регистрируемая приёмником звука, связана с частотой колебаний источника соотношением:

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{v + v_1}{v - v_2}, \quad (1)$$

где ν_0 – частота колебаний источника;

v – скорость распространения звуковой волны относительно среды;

v_1 и v_2 – скорости приёмника и источника относительно воздуха соответственно.

Человек, стоящий на платформе, является приёмником звуковой волны. В данном случае, он неподвижен относительно воздуха, поэтому $v_1=0$.

1) Если поезд (источник звуковой волны) удаляется, то скорость v_2 будет иметь знак «минус». В этом случае формула (1) примет следующий вид:

$$v = v_0 \cdot \frac{v}{v + v_2}. \quad (2)$$

2) Если поезд (источник звуковой волны) приближается, то скорость v_2 будет иметь знак «плюс». В этом случае формула (1) примет следующий вид:

$$v = v_0 \cdot \frac{v}{v - v_2}. \quad (3)$$

Скорость звука в воздухе определяем по справочным материалам (Таблицы физических величин, п. 3.7): $v=334$ м/с.

Подставив численные значения величин в формулы (1) и (2), получим

$$v_1 = 268 \text{ Гц}; \quad v_2 = 341 \text{ Гц}.$$

Обратите внимание! Если расстояние между источником и приёмником увеличивается, то воспринимаемая частота будет меньше частоты источника. Если расстояние между приёмником и источником уменьшается, то частота, воспринимаемая приёмником, оказывается больше частоты источника.

Пример 3.3.7. Катушка индуктивностью $L=30$ мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S=0,01$ м² и расстоянием между ними $d=0,1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость ϵ среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda=750$ м.

Решение. Длина волны, на которую настроен колебательный контур

$$\lambda = vT. \quad (1)$$

Колебательный контур излучает электромагнитные волны (радиоволны). Предполагаем, что они распространяются в вакууме, следовательно, скорость распространения волн равна скорости света.

Период колебаний колебательного контура найдём по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (2)$$

где L – индуктивность катушки,

C – электроёмкость конденсатора.

Электроёмкость плоского конденсатора находится по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (3)$$

где ε_0 – электрическая постоянная; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами; S – площадь пластин; d – расстояние между пластинами.

Сделаем подстановку в (1), получим:

$$\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S L}{d}}. \quad (4)$$

Из (4) найдём диэлектрическую проницаемость среды:

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda}{2\pi v} \right)^2 \cdot \frac{d}{\varepsilon_0 S L}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\varepsilon = 6.$$

Обратите внимание! В задачах данного типа различайте среду, в которой распространяется волна, и среду, заполняющую пространство между обкладками конденсатора.

Пример 3.3.8. Определить энергию, которую переносит за 1 мин синусоидальная электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме, через площадку $s_{\perp} = 10 \text{ см}^2$, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Амплитуда напряжённости электрического поля $E_{\max} = 1 \text{ мВ/м}$.

Решение. Энергия, переносимая электромагнитной волной за единицу времени через единичную поверхность, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, равна модулю вектора Пойнтинга. Среднее значение вектора Пойнтинга определяется следующим образом:

$$\langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}. \quad (1)$$

где E_{\max} и H_{\max} – амплитудные значения напряжённости электрического и магнитного полей соответственно.

Энергия, переносимая за время t через площадку s_{\perp} , будет равна

$$W = \langle S \rangle t s_{\perp}. \quad (2)$$

Мгновенные значения напряжённости электрического E и магнитного H полей в одной и той же точке связаны соотношением:

$$E \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}, \quad (3)$$

где ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, ε_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная.

Это соотношение справедливо и для амплитудных значений, поэтому, используя уравнение (3), можно выразить амплитудное значение напряжённости магнитного поля через амплитудное значение напряжённости электрического поля:

$$H_{\max} = E_{\max} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}}, \quad (4)$$

Сделаем замену в уравнении (2), получим:

$$W = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2} t s_{\perp} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_{\max}^2 t s_{\perp}. \quad (5)$$

Волна распространяется в вакууме, поэтому $\epsilon=1$, $\mu=1$.

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$W=8 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}=80 \text{ пДж.}$$

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Какой процесс называется волной?
2. Чем продольная волна отличается от поперечной?
3. Дайте определение длины волны. Запишите формулу, связывающую длину волны с периодом колебаний и скоростью распространения волны.
4. Какая волна называется монохроматической? Какая волна называется плоской? Запишите уравнение плоской монохроматической волны.
5. Запишите формулу для расчёта волнового числа. Поясните его физический смысл.
6. Какая скорость называется фазовой? Запишите формулы для расчёта скорости звуковых волн в твёрдой, жидкой и газообразной среде.
7. Что называется объёмной плотностью энергии? Запишите формулу для расчёта среднего значения объёмной плотности энергии.
8. Что называется плотностью потока энергии (вектором Умова)? Как плотность потока энергии связана с объёмной плотностью энергии?
9. Какие волны называются стоячими? В чём отличие стоячей волны от бегущей?
10. В чём заключается эффект Доплера? Как изменяются воспринимаемые частоты при движениях источника и приёмника?
11. Из каких теоретических предпосылок вытекает существование электромагнитных волн? Запишите уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны.
12. Перечислите основные свойства электромагнитных волн.
13. Запишите формулу для расчёта скорости распространения электромагнитных волн в однородной изотропной среде.
14. Что называется вектором Пойнтинга? Запишите формулы для расчёта мгновенного и среднего значения вектора Пойнтинга.

3.4. Задачи для самостоятельного решения

Начальный уровень

3.1. Плоская гармоническая волна с периодом $T=0,25$ с и амплитудой $A=3$ см распространяется со скоростью 240 м/с. Чему равно смещение $\xi(x,t)$ точки, которая находится на расстоянии $x=60$ м от источника, в момент времени $t=1,5$ с после начала колебаний?

3.2. Определить максимальное и минимальное значения длин волн, воспринимаемых человеческим ухом, соответствующие граничным частотам $\nu_1=20$ Гц и $\nu_2=20$ кГц. Скорость звука принять равной 340 м/с.

3.3. Определить скорость звука в воздухе при температуре 300 К.

3.4. Определить скорость распространения продольных упругих колебаний в стали.

3.5. Во время грозы человек услышал гром через 15 с после вспышки молнии. Как далеко от него произошёл разряд?

3.6. Для демонстрации опытов Герца с преломлением электромагнитных волн иногда берут большую призму, изготовленную из парафина. Определить показатель преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\epsilon=2$, а магнитная проницаемость $\mu=1$.

3.7. Электромагнитная волна возбуждается источником, период колебаний которого $4,89 \cdot 10^{-11}$ с. Определить длину этой волны в алмазе, если его показатель преломления равен 2,42.

3.8. Источник с частотой колебаний $2,5 \cdot 10^{12}$ Гц возбуждает в некоторой среде электромагнитные волны длиной 60 мкм. Определить абсолютный показатель преломления этой среды.

3.9. Каков диапазон частот радиоволн миллиметрового диапазона, если диапазон длин волн $1 \div 10$ мм?

3.10. Диапазон частот радио FM (64÷108) МГц. Какому диапазону длин волн это соответствует?

3.11. По международному соглашению длина радиоволны, на которой суда передают сигнал бедствия SOS, равна 600 м. На какой частоте передаются такие сигналы?

3.12. На какую длину волны λ рассчитан колебательный контур, если ёмкость конденсатора $C=1$ мкФ, индуктивность катушки $L=1$ мкГн?

Средний уровень

3.13. Уравнение плоской звуковой волны имеет вид:

$\xi(x,t) = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1900t - 5,72x)$ (м). Найти амплитуду, частоту колебаний, длину волны и скорость её распространения.

3.14. Волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту колебаний.

3.15. Две точки находятся на расстоянии 50 см друг от друга на луче, вдоль которого распространяется волна со скоростью $v=50$ м/с. Период колебаний $T=0,05$ с. Найти разность фаз колебаний этих точек.

3.16. Найти разность фаз колебаний двух точек звуковой волны, отстоящих друг от друга на расстоянии 25 см, если частота колебаний $\nu=680$ Гц. Скорость звука 340 м/с.

3.17. Сравнить (найти отношение) энергии волн звуковой и ультразвуковой частоты, если амплитуды колебаний одинаковы, а частоты соответственно равны 5 кГц и 1 МГц.

3.18. Расстояние между узлами стоячей волны, создаваемой камертоном в воздухе, равно 40 см. Определить частоту колебаний камертона. Скорость звука 340 м/с.

3.19. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=500$ Гц и амплитуду $A=0,25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda=70$ см. Найти: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.

3.20. Длина звуковой волны в воздухе для самого низкого мужского голоса достигает $\lambda_1=4,3$ м, а для самого высокого женского голоса $\lambda_2=25$ см. Найти частоты этих колебаний.

3.21. Звуковая волна частотой $\nu=2000$ Гц распространяется в воздухе со скоростью $v_1=340$ м/с. Какова длина волны в воздухе? Какой станет длина волны при переходе звука из воздуха в воду? Скорость звука в воде $v_2=1480$ м/с.

3.22. От двух когерентных источников, колеблющихся в одинаковых фазах с частотой $\nu=20$ Гц, распространяются со скоростью $v=2$ м/с волны с равными амплитудами. Каков результат интерференции в точке, отстоящей от одного источника на 15 см дальше, чем от другого?

3.23. Два когерентных источника звука колеблются в одинаковых фазах. В точке, отстоящей от первого источника на 2 м, а от второго на 2,5 м, звук не слышен. Определить частоту колебаний источников.

3.24. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой $\nu_0=300$ Гц, проезжает поезд со скоростью 40 м/с. Какова кажущаяся частота ν тона для пассажира, когда 1) поезд приближается к электровозу; 2) поезд удаляется от электровоза?

3.25. Контур приёмника с конденсатором ёмкостью $C=20$ пФ настроен на волну $\lambda=5$ м. Определить индуктивность катушки L контура и частоту колебаний ν .

3.26. Какую длину волны λ электромагнитных колебаний будет принимать радиоприёмник, колебательный контур которого имеет конденсатор ёмкостью $C=750$ пФ и катушку индуктивностью $L=1,34$ мГн? Найти частоту колебаний ν контура радиоприёмника.

3.27. На какую длину волны настроен колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью $L=2$ мГн и плоского конденсатора? Пространство между пластинами конденсатора заполнено веществом с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=11$. Площадь пластин конденсатора $S=800$ см², а расстояние между ними $d=1$ см.

3.28. На рисунке 3.28 показан график колебаний силы тока в колебательном контуре с антенной. Определить длину электромагнитной волны, излучаемой антенной.

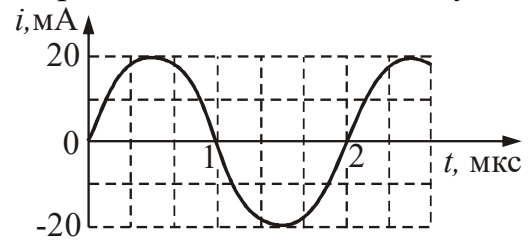


Рисунок 3.28

3.29. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=1,2$ мГн и конденсатора переменной ёмкости от $C_1=12$ пФ до $C_2=80$ пФ. Определить диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызвать резонанс в этом контуре. Активное сопротивление контура принять равным нулю.

3.30. Найти расстояние между пластинами конденсатора, если колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора площадью пластин $S=50$ см² и катушки индуктивностью $L=10^{-6}$ Гн, резонирует на волну длиной $\lambda=10$ м.

3.31. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $v_{\text{эМВ}}=2 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в этой среде, если их частота в вакууме $\nu=1$ МГц?

Достаточный уровень

3.32. В шахту упал камень. Человек услышал звук его падения через 6,0 с после начала падения. Найти глубину шахты. Температуру воздуха принять равной 0°C.

3.33. Приближающийся теплоход дал гудок, звук которого услышали на мосту через 3 с. Спустя 3 мин теплоход прошел под мостом. Температура воздуха 17°C. Найти скорость движения теплохода.

3.34. При изменении тока в катушке индуктивности на величину $\Delta I=1$ А за время $\Delta t=0,6$ с в ней возникает эдс, равная 0,2 мВ. Какую длину будет иметь радиоволна, излучаемая генератором, контур которого состоит из этой катушки и конденсатора ёмкостью $C=14,1$ нФ.

3.35. При свободных колебаниях в колебательном контуре в некоторый момент времени ток равен $I_1=0,8$ мА, а заряд на обкладках конденсатора $q_1=0,1$ нКл. В другой момент времени ток равен $I_2=0,2$ мА, а заряд $q_2=0,4$ нКл. На какую длину волны будет настроен радиоприёмник, если контур использовать в качестве приёмника?

3.36. Сколько колебаний происходит в электромагнитной волне с длиной волны 30 м в течение одного периода звуковых колебаний с частотой 200 Гц?

3.37. Радиостанция передает звуковой сигнал, частота которого 440 Гц. Определить число колебаний высокой частоты, переносящих одно колебание звуковой частоты, если передатчик работает на волне длиной 50,0 м.

3.38. Колебательный контур состоит из конденсатора, замкнутого на катушку индуктивности. Через 0,1 мкс после начала колебаний энергия магнитного поля в катушке индуктивности стала равной энергии электрического поля конденсатора. На какую длину волны резонирует контур?

3.39. Колебательный контур с конденсатором ёмкостью 1 мкФ настроен на некоторую длину волны. Когда параллельно первому конденсатору подключили второй конденсатор, резонансная длина волны увеличилась в 4 раза. Какова ёмкость второго конденсатора?

3.40. Колебательный контур состоит из катушки с переменной индуктивностью от 0,1 до 10 мкГн и конденсатора переменной ёмкости от 10 до 100 пФ. Какой диапазон частот и длин волн можно охватить настройкой этого контура?

3.41. Электромагнитная волна, частота которой 3 МГц, переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью 4. Определить изменение длины волны.

3.42. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется в зависимости от времени по закону $i(t) = 0,1 \cos(6 \cdot 10^5 \pi t)$ (А). Найти длину излучаемой волны.

3.43. Плоская монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль оси Ox в немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=6$. Амплитуда напряжённости электрического поля равна 30 В/м. Определить интенсивность волны.

3.44. Плоская монохроматическая электромагнитная волна описывается уравнениями: $E(x, t) = 45 \cos(2513t - 18,84x)$ (В/м),
 $H(x, t) = 0,12 \cos(2513t - 18,84x)$ (А/м).

Рассчитать значение вектора Пойнтинга в точке с координатой $x=1,2$ м в момент времени $t=25$ с после начала колебаний.

3.45. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости электрического поля волны равна 60 В/м. Определить амплитуду напряжённости магнитного поля волны и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

3.46. В однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=1,5$ и магнитной проницаемостью $\mu=1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости магнитного поля волны $H=0,15$ А/м. Найти амплитуду напряжённости электрического поля и фазовую скорость волны.

3.47. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, для которой среднее за период колебаний значение плотности потока энергии равно $3,3$ Вт/м². Чему равны амплитудные значения напряжённости электрического и магнитного полей волны?

Глава 2. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

§4 Волновая оптика

4.1 Основные теоретические сведения

1. Скорость света в среде:

$$v = \frac{c}{n}, \quad (4.1)$$

где c – скорость света в вакууме;

$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – абсолютный показатель преломления среды, ε – диэлектрическая проницаемость среды, μ – магнитная проницаемость среды.

2. При прохождении света через границу раздела двух сред выполняются:

1) *закон отражения*: угол падения α равен углу отражения γ ;

$$\alpha = \gamma$$

2) *закон преломления (закон Снеллиуса)*: отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.2)$$

где α – угол падения;

β – угол преломления;

n_{21} – относительный показатель преломления, т.е. показатель преломления второй среды относительно первой;

n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред.

3. Оптическая длина пути световой волны в однородной среде с показателем преломления n :

$$L = n x, \quad (4.3)$$

где x – геометрический путь световой волны.

Оптическая разность хода двух световых волн:

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 x_2 - n_1 x_1. \quad (4.4)$$

4. Условие максимального усиления света при интерференции:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (4.5)$$

Условие максимального ослабления света при интерференции:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.6)$$

где λ – длина волны.

5. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой прозрачной плёнки с показателем преломления n (показатель преломления среды, окружающей плёнку, считаем равным 1):

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda}{2}, \quad (4.7)$$

где d – толщина плёнки;

α – угол падения.

6. Радиусы тёмных колец Ньютона в отражённом свете

$$r_m = \sqrt{mR\lambda} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (4.8)$$

Радиусы светлых колец:

$$r_m = \sqrt{(2m+1)R\frac{\lambda}{2}} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (4.9)$$

где R – радиус кривизны линзы, λ – длина волны в среде между линзой и пластинкой.

7. При нормальном падении света на дифракционную решётку положение главных максимумов определяется углами φ отклонения лучей от нормали. Условие главных максимумов имеет вид:

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.10)$$

где d – период (постоянная) дифракционной решётки,

λ – длина волны,

m – порядковый номер дифракционного максимума (порядок спектра).

Разрешающая способность дифракционной решётки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (4.11)$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются отдельно; $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$; N – число штрихов решётки.

Формула Вульфа – Брэгга для дифракции рентгеновских лучей на кристалле

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.12)$$

где d – межплоскостное расстояние;

θ – угол скольжения;

λ – длина волны.

8. *Закон Брюстера*: Свет, отражённый от границы двух диэлектриков, полностью линейно поляризован при угле падения, тангенс которого равен относительному показателю преломления сред.

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (4.13)$$

где $\alpha_{\text{Б}}$ – угол падения, при котором отражённая световая волна полностью поляризована (угол Брюстера);

n_{21} – показатель преломления второй среды относительно первой.

9. *Закон Малюса*: Интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла φ между плоскостью колебаний поляризованного света и главной плоскостью анализатора.

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (4.14)$$

где I_0 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор;

I – интенсивность света, прошедшего через анализатор;

В реальных условиях необходимо учитывать, что электромагнитные волны отражаются и поглощаются, т.е. для реальных условий закон Малюса будет выглядеть следующим образом:

$$I = I_0(1 - k) \cos^2 \varphi, \quad (4.15)$$

где k – коэффициент, который показывает, какая часть энергии отражается и поглощается.

10. Степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (4.16)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

11. Угол φ поворота плоскости поляризации оптически активными жидкостями:

$$\varphi = [a]lc, \quad (4.17)$$

где l – толщина слоя жидкости;

c – концентрация раствора;

$[a]$ – удельная постоянная вращения, зависящая от природы вещества.

Угол поворота плоскости поляризации кристаллическими веществами:

$$\varphi = al, \quad (4.18)$$

где l – путь, пройденный лучом в кристалле;

a – постоянная вращения, зависящая от длины волны и природы вещества.

4.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

Для описания явлений интерференции и дифракции удобно пользоваться понятием луча, изображая на оптических схемах ход лучей. Под лучом понимается осевая линия узкого светового пучка, распространяющегося от источника в данную точку пространства. В этом случае можно говорить о разности хода двух лучей.

4.2.1. Основная задача при изучении явления интерференции заключается в расчёте интерференционной картины. При расчёте интерференционной картины чаще всего необходимо определить положение максимума (или минимума) с номером m .

В данном параграфе мы рассмотрим задачи на интерференцию света в тонких плоскопараллельных плёнках, а также задачи на кольца Ньютона. Метод решения большинства задач в этом случае сводится к двум этапам:

- нахождение оптической разности хода.
- применение условия усиления (ослабления) света при интерференции.

4.2.1.1. Определяя разность хода двух лучей, отражённых от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной плёнки, обратите внимание на то, что формула (4.7) выведена для случая, когда плёнка окружена средой, с **показателем преломления, равным 1**. При этом луч 2 (рис. 4.1) отражается от оптически более плотной среды, поэтому в точке С фаза колебаний светового

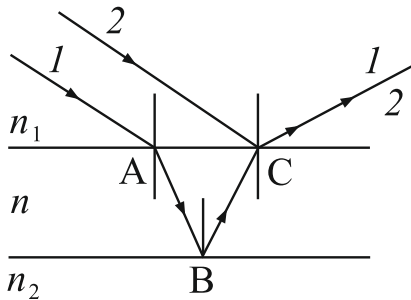


Рисунок 4.1

вектора \vec{E} изменяется на π . Луч 1 отражается от оптически менее плотной среды, поэтому в точке В изменения фазы не происходит. В итоге между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная $\pm\pi$. Это изменение разности фаз соответствует изменению разности хода лучей на $\Delta=\pm\lambda/2$. В формуле (4.7) член $\lambda/2$, выражающий «потерю» полуволны, можно записывать с любым знаком.

Если показатель преломления второй среды будет больше показателя преломления плёнки, то в точке В луч 1 тоже изменит фазу на π и теряет полуволну. В итоге оптическая разность хода не изменится, в формуле (4.7) член $\lambda/2$, выражающий «потерю» полуволны, отбрасываем.

Если плёнка окружена **одинаковыми средами, показатель преломления которых отличен от 1**, то используют следующее соотношение для оптической разности хода:

$$\Delta = 2dn \cos\beta - \lambda_0/2, \quad (4.19)$$

где β – угол преломления, n – абсолютный показатель преломления вещества пластинки, λ_0 – длина световой волны в вакууме.

Если тонкая плёнка окружена *разными* средами, с показателями преломления отличными от 1, то необходимо установить соотношение между показателями преломления этих сред. Возможны следующие случаи:

1) показатели преломления сред меньше показателя преломления плёнки ($n_1 < n$, $n_2 < n$). В этом случае полуволну теряет луч 2.

2) показатели преломления сред больше показателя преломления плёнки ($n_1 > n$, $n_2 > n$). В этом случае полуволну теряет луч 1.

3) показатель преломления среды над плёнкой меньше показателя преломления плёнки ($n_1 < n$). Показатель преломления плёнки меньше показателя преломления среды под плёнкой ($n < n_2$). Полуволну теряют оба луча. Разность фаз при этом не изменится.

4) показатель преломления среды над плёнкой больше показателя преломления плёнки ($n_1 > n$). Показатель преломления плёнки больше показателя преломления среды под плёнкой ($n > n_2$). Потери полуволны нет ни у одного луча.

В первом и втором случаях формула (4.19) остается в силе. В третьем и четвертом случаях $\lambda_0/2$ в формуле (4.19) нужно отбросить.

4.2.1.2. Кольца Ньютона наблюдаются в том случае, когда выпуклая поверхность линзы малой кривизны соприкасается с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки. Остающаяся между ними прослойка играет роль тонкой плёнки. Если прослойка воздушная, то под λ понимается длина волны в воздухе (вакууме). Если прослойка заполнена другой средой, то λ – длина волны в среде между линзой и пластинкой. Формулы (4.8) и (4.9) получены в предположении, что свет падает нормально.

4.2.2. Основная задача при изучении явления дифракции заключается в расчёте дифракционной картины. В широком смысле под расчётом дифракционной картины понимают нахождение распределения интенсивности света I . В данном курсе мы будем рассматривать более узкую задачу, которая заключается в нахождении положения максимумов дифракционного спектра, получаемого с помощью дифракционной решётки. В этом случае применяют формулу (4.10).

4.2.3. Задачи, в которых рассматривается поляризация света при отражении от границы двух диэлектриков, решаются при помощи закона Брюстера. Обратите внимание! В формуле (4.13) n_{21} – относительный показатель преломления двух диэлектриков, на границе которых происходит отражение света.

Используя закон Малюса в виде формул (4.14) или (4.15), учтите следующее. Главной плоскостью поляризатора называют плоскость, в которой происходят колебания световых векторов в плоскополяризованном луче, вышедшем из прибора. Анализатор представляет тот же прибор, что и поляризатор, но служит для анализа поляризованного света. Его также характеризуют главной плоскостью. Поэтому угол φ в формулах (4.14) и (4.15) одновременно является углом между главными плоскостями поляризатора и анализатора и углом между плоскостями, в которых колеблются световые векторы двух плоскополяризованных лучей: падающего на анализатор и выходящего из него.

4.3 Примеры решения задач

Пример 4.3.1. Интерференцию световых волн впервые наблюдал в 1802 году английский ученый Томас Юнг. Он пропустил свет через небольшое отверстие в непрозрачной преграде, затем прошедшим через это отверстие светом освещались щели во второй непрозрачной преграде (рис. 4.2). Найдите положение первых трёх светлых полос на экране (не считая центральной полосы), на котором наблюдалась интерференционная картина, если расстояние d между щелями равно 1 мм, расстояние L от щелей до экрана равно 3 м. Щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=550$ нм.

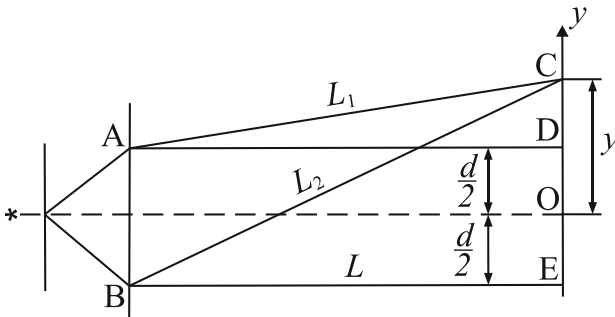


Рисунок 4.2

щели во второй непрозрачной преграде (рис. 4.2). Найдите положение первых трёх светлых полос на экране (не считая центральной полосы), на котором наблюдалась интерференционная картина, если расстояние d между щелями равно 1 мм, расстояние L от щелей до экрана равно 3 м. Щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=550$ нм.

Решение. Пусть в точке С наблюдается максимум с произвольным номером m . Координата этой точки – y . Луч, выходящий из щели А, проходит до точки С путь L_1 ; луч, выходящий из щели В, проходит до точки С путь L_2 . Из $\triangle ADC$ и $\triangle BEC$ выразим пути L_1 и L_2 , используя теорему Пифагора:

$$L_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 - yd + \frac{d^2}{4}, \quad (1)$$

$$L_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + y^2 + yd + \frac{d^2}{4}. \quad (2)$$

Вычтем из уравнения (2) уравнение (1), получим:

$$(L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = yd - (-yd) = 2yd. \quad (3)$$

В формуле (3) произведена замена: $L_2^2 - L_1^2 = (L_2 - L_1)(L_2 + L_1)$.

Разность $(L_2 - L_1)$ представляет собой геометрическую разность хода ΔL . Расстояние от щелей до экрана значительно больше расстояния d между щелями, поэтому можно считать, что $(L_2 + L_1) \approx 2L$. С учётом этого можно уравнение (3) записать в следующем виде:

$$\Delta L \cdot 2L = 2yd. \quad (4)$$

Из уравнения (4) найдём ΔL :

$$\Delta L = \frac{yd}{L}. \quad (5)$$

В точке С наблюдается максимум, поэтому разность хода должна равняться чётному числу полуволн:

$$\Delta L = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (6)$$

где $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимума.

Приравняем (5) и (6) и получим формулу для расчёта координат максимумов:

$$y = \frac{m\lambda L}{d}. \quad (7)$$

Первым трём светлым полосам соответствуют $m=1, 2, 3$, так как значение $m=0$ соответствует центральному максимуму.

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$y_1=1,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad y_2=3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad y_3=4,95 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Пример 4.3.2. На мыльную плёнку падает белый свет под углом $i=30^\circ$ к поверхности плёнки. При какой наименьшей толщине d плёнки отражённые лучи будут окрашены в жёлтый цвет ($\lambda=600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды $n=1,33$.

Решение. Будем считать, что мыльная плёнка находится в воздухе. Из световой

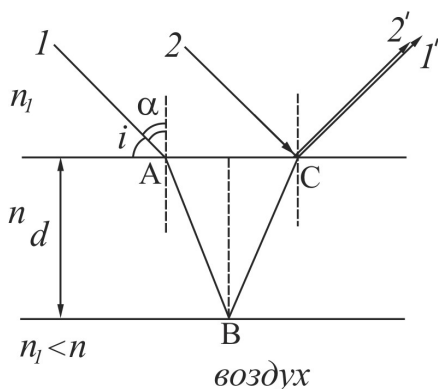


Рисунок 4.3

волны выделим узкие лучи 1 и 2 (рис. 4.3). В точке В луч 1 отражается от оптически менее плотной среды, поэтому его фаза колебаний не изменится. В точке С луч 2 отражается от оптически более плотной среды, следовательно, фаза колебаний изменится на π . В итоге между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная π . Это изменение разности фаз соответствует изменению разности хода лучей Δ на $\lambda/2$. Таким образом, разность хода лучей 1 и 2 будет определяться формулой:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где α – угол падения; n – показатель преломления плёнки.

Из рисунка следует, что $\alpha = 90^\circ - i = 60^\circ$.

Плёнка окрашена в жёлтый цвет, значит, для жёлтых лучей выполняется условие максимума интерференции. Условие максимального усиления света при интерференции в тонких плёнках состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна чётному числу полуволн:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимума.

Приравняем правые части формул (1) и (2) и выразим d :

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2}.$$

$$d = \frac{m\lambda + \frac{\lambda}{2}}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3)$$

Минимальной толщине плёнки соответствует $m=0$. В результате получим:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$d_{\min} = 149 \text{ нм.}$$

Пример 4.3.3. На стеклянную линзу объектива, покрытую очень тонкой плёнкой, падает нормально параллельный пучок монохроматического света длиной волны $\lambda=0,6$ мкм. Показатель преломления n вещества плёнки равен 1,4. Определить минимальную толщину d плёнки, при которой отражённый свет максимально ослаблен вследствие интерференции.

Решение. Тонкая плёнка окружена разными средами (рис. 4.4). Луч I дважды отражается от оптически более плотной среды, поэтому его фаза колебаний дважды изменится на π . Следовательно, дополнительной разности хода не возникает.

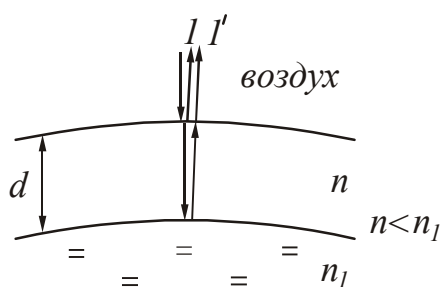


Рисунок 4.4

Условие максимального ослабления света при интерференции в тонких плёнках состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечётному числу полуволн:

$$\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Оптическая разность хода интерферирующих лучей будет определяться формулой:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 2dn, \quad (2)$$

где n – показатель преломления плёнки. Свет падает нормально, поэтому угол падения $\alpha=0^\circ$, $\sin 0^\circ=0$.

Приравняем правые части формул (1) и (2) и выразим толщину плёнки d :

$$2dn = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

$$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n}, \quad (3)$$

где $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок интерференционного минимума.

Минимальной толщине плёнки соответствует $m=0$. В результате получим:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$d_{\min} = 0,11 \text{ мкм.}$$

Пример 4.3.4. На плоскопараллельную плёнку с показателем преломления $n=1,3$ падает нормально параллельный пучок белого света. При какой наименьшей толщине плёнки она будет наиболее прозрачна для света с длиной волны $\lambda=0,5$ мкм (голубой свет)?

Решение. Будем считать, что плёнка находится в воздухе. Из световой волны выделим узкие лучи 1 и 2 (рис. 4.5). При попадании на плёнку свет частично проходит, частично отражается от поверхности плёнки. В данном случае наблюдение ведётся в проходящем свете. Луч 1 дважды (в точках В и С) отражается от оптически менее плотной среды. Поэтому его фаза колебаний не изменится. Второй луч проходит через плёнку без отражения. Следовательно, оптическая разность хода лучей 1 и 2 будет определяться формулой:

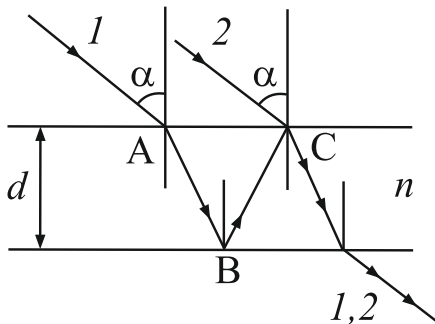


Рисунок 4.5

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (1)$$

где n – показатель преломления плёнки. Свет падает нормально, поэтому угол падения $\alpha=0^\circ$, $\sin 0^\circ=0$. С учётом этого формула (1) примет вид:

$$\Delta = 2dn. \quad (2)$$

Плёнка наиболее прозрачна для света с заданной длиной волны, если для интерферирующих волн выполняется условие максимума. Оптическая разность хода Δ при этом равна чётному числу полуволн:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

где $m=0, 1, 2, \dots$ – порядок максимума.

Приравняем правые части формул (2) и (3) и найдём толщину плёнки:

$$d = \frac{m\lambda}{2n}. \quad (4)$$

Минимальной толщине плёнки соответствует $m=1$. В результате получим:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2n}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$d_{\min} = 0,19 \text{ мкм.}$$

Пример 4.3.5. Плосковыпуклая стеклянная линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Нормально к её поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить толщину d_m слоя воздуха там, где в отражённом свете видно первое светлое кольцо Ньютона.

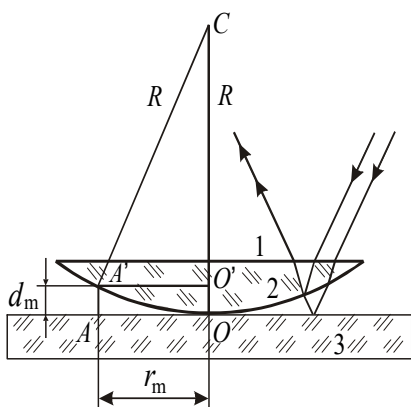


Рисунок 4.6

Решение. Роль тонкой плёнки в данной задаче играет воздушная прослойка, находящаяся между линзой и пластинкой. Эта плёнка окружена одинаковыми средами. Если на линзу падает пучок монохроматического света, то световые волны, отражённые от верхней и нижней поверхностей воздушной прослойки, будут интерферировать между собой.

В точке A' отражение происходит от оптически менее плотной среды, поэтому фаза колебаний не изменяется. В точке A отражение происходит от оптически более плотной среды, следовательно, фаза колебаний изменится на π . Это приводит к изменению оптической разности хода на $\lambda/2$. Воздушный зазор можно рассматривать как плёнку с изменяющейся толщиной. Оптическая разность хода при нормальном падении ($\alpha = 0^\circ$, $\sin 0^\circ = 0$) будет определяться формулой:

$$\Delta = 2d_m + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

где d_m – толщина воздушной прослойки в том месте, где наблюдается кольцо под номером m .

В формуле (1) учтено, что показатель преломления воздуха в прослойке равен 1.

Наблюдаем светлое кольцо, значит должно выполняться условие максимального усиления света:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $m=1$ по условию.

Приравняем правые части формул (1) и (2) и найдём толщину слоя воздуха:

$$2d_m + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}.$$

$$d_m = \frac{\lambda}{4}. \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$d_m = 0,15 \text{ мкм.}$$

Пример 4.3.6. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной $l = 1 \text{ см}$ наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол α клина.

Решение. Клин представляет собой тонкую плёнку переменной толщины. По обе стороны этой плёнки находится одинаковая среда. В данном случае интерферируют лучи 1 и 2, отражённые от верхней, и нижней грани (рис. 4.7). При малых углах клина отражённые лучи будут практически параллельны.

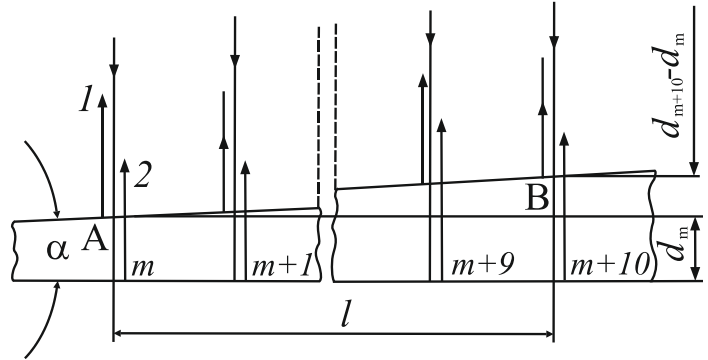


Рисунок 4.7

Для определённости предположим, что l – расстояние между тёмными полосами. Произвольной тёмной полосе с номером m соответствует толщина клина d_m , а тёмной полосе с номером $(m+10)$ соответствует толщина клина d_{m+10} (точки А и В на рис. 4.7). Тогда искомый угол найдётся по формуле

$$\alpha = \frac{d_{m+10} - d_m}{l}. \quad (1)$$

Мы учли, что для малых углов $\text{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ (угол α выражается в радианах).

Луч 1 в точках А и В отражается от оптически более плотной среды, следовательно, фаза колебаний изменится на π . В итоге между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная π . Это изменение разности фаз соответствует изменению разности хода лучей на $\lambda/2$.

При нормальном падении света для точки А оптическая разность хода лучей 1 и 2 будет равна

$$\Delta_m = 2d_m n - \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Соответственно, для точки В:

$$\Delta_{m+10} = 2d_{m+10} n - \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3) n – показатель преломления плёнки (стекла).

Если наблюдаются тёмные полосы (выполняется условие минимума), то оптическая разность хода равна нечётному числу полуволн.

$$\Delta_m = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (4)$$

$$\Delta_{m+10} = (2(m + 10) + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (5)$$

Приравняем правые части формул (2) и (4), (3) и (5). Найдём d_m , и d_{m+10} .

$$2d_m \cdot n - \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (6)$$

$$2d_{m+10} \cdot n - \frac{\lambda}{2} = (2(m + 10) + 1) \frac{\lambda}{2} . \quad (7)$$

$$d_m = \frac{\lambda(m + 1)}{2n} . \quad (8)$$

$$d_{m+10} = \frac{\lambda(m + 11)}{2n} . \quad (9)$$

Подставим полученные выражения (8) и (9) в формулу (1), получим:

$$\alpha = \frac{\lambda(m + 11 - m - 1)}{2nl} = \frac{5\lambda}{nl} . \quad (10)$$

Показатель преломления стекла равен 1,5. Подставив численные значения величин в формулу (10), получим

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Обратите внимание! Если предположить, что l – расстояние между светлыми полосами, то получится тот же результат. Попробуйте провести выкладки самостоятельно.

Пример 4.3.7. В интерферометре Жамена две одинаковые трубки длиной $l=15$ см были заполнены воздухом. Показатель преломления n_1 воздуха равен 1,000292. Если в одной из трубок воздух заменить ацетиленом, то интерференционная картина смещается на $m=80$ полос. Определить показатель преломления n_2 ацетилена, если в интерферометре использовался источник монохроматического света с длиной волны $\lambda=0,590$ мкм.

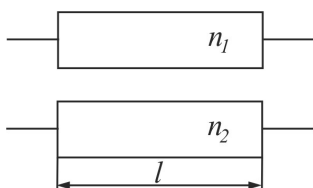


Рисунок 4.8

Решение. Изменение показателя преломления среды во второй трубке интерферометра Жамена изменяет оптический путь луча, который идёт через неё.

Оптическая разность хода лучей, прошедших через трубки (рис. 4.8), равна разности оптических путей:

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 l - n_1 l = l(n_2 - n_1), \quad (1)$$

где L_1 – оптический путь луча, прошедшего через первую трубку, L_2 – оптический путь луча, прошедшего через вторую трубку.

Изменение разности хода приводит к смещению интерференционной картины. Если картина смещается на m полос, то это означает, что на месте центральной полосы ($m=0$) будет находиться полоса с номером $m=80$.

Следовательно, оптическая разность хода равна:

$$\Delta = m\lambda. \quad (2)$$

Приравняем правые части формул (1) и (2) и найдём n_2 :

$$l(n_2 - n_1) = m\lambda.$$

$$n_2 = n_1 + \frac{m\lambda}{l}. \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$n_2 = 1,000607.$$

Пример 4.3.8. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda=0,5$ мкм. Помещённая вблизи решётки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удалённый от линзы на $L=1$ м (рис. 4.9). Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см. Определить: 1) постоянную d дифракционной решётки; 2) число n штрихов, приходящееся на 1 см; 3) число N максимумов, которое при этом даёт дифракционная

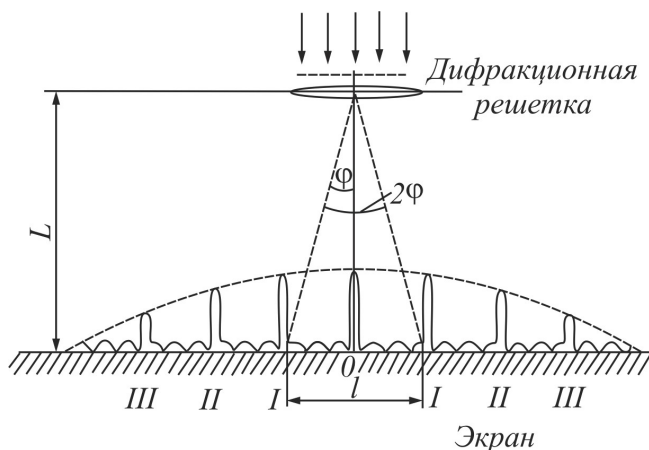


Рисунок 4.9

решётка; 4) максимальный угол φ_{\max} отклонения лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму.

Решение. 1). Постоянная дифракционной решётки d , длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующих m -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (1)$$

где m – порядок максимума.

В данном случае $m=1$, $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $\frac{l}{2} \ll L$). Из рисунка

4.9 следует, что $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l/2}{L}$. С учётом этого соотношение (1) примет вид

$$d \frac{l}{2L} = \lambda. \quad (2)$$

Найдём постоянную решётки:

$$d = \frac{2L\lambda}{l}. \quad (3)$$

2). Число штрихов, приходящихся на 1 см, найдём из формулы

$$n = \frac{1}{d}. \quad (4)$$

При расчёте постоянную решётки d надо подставить в сантиметрах.

3). Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решёткой, вычислим сначала максимальное значение порядка дифракционного максимума m_{\max} , исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решёткой не может превышать 90° , тогда $\sin \varphi \leq 1$.

Из формулы (1) следует, что

$$m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (5)$$

Подставив в (5) численные значения величин, получим

$$m_{\max} \leq 9,9.$$

Число m обязательно должно быть целым. Следовательно, $m_{\max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решётки. Влево и право от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному m_{\max} , т.е. всего $2m_{\max}$. Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$N = 2m_{\max} + 1. \quad (6)$$

4). Максимальный угол отклонения лучей соответствует последнему дифракционному максимуму. Используя соотношение (1), выразим синус этого угла:

$$\sin \varphi_{\max} = m_{\max} \frac{\lambda}{d}. \quad (7)$$

Найдём максимальный угол отклонения

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{m_{\max} \lambda}{d}. \quad (8)$$

Подставив численные значения величин в формулы (3), (4), (6), (8), получим

$$d=4,95 \text{ мкм}; n=2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}; N=19; \varphi_{\max}=65,4^\circ.$$

Пример 4.3.9. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погружённой в жидкость (рис. 4.10). Отражённый от пластины пучок света составляет угол $\varphi=97^\circ$ с падающим пучком. Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отражённый свет полностью поляризован.

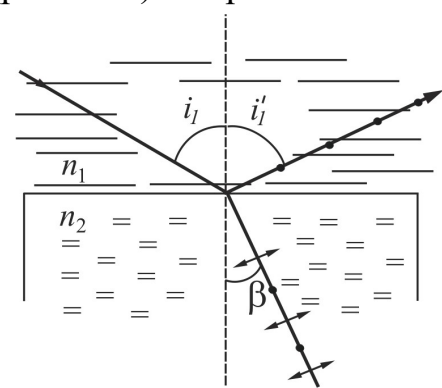


Рисунок 4.10

Решение. Согласно закону Брюстера, свет, отражённый от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} i_{\text{Б}} = n_{21}, \quad (1)$$

где n_{21} – относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\operatorname{tg} i_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2)$$

Согласно условию задачи, отражённый луч повернут относительно падающего луча на угол φ . Так как угол падения равен углу отражения, то угол падения $i_{\text{Б}} = \frac{\varphi}{2}$. Следовательно,

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3)$$

Выразим из формулы (3) показатель преломления жидкости:

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$n_1 = 1,33.$$

Пример 4.3.10. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе раздела жидкости с воздухом равен $\alpha_0=45^\circ$. Определить угол $\alpha_{\text{Б}}$ полной поляризации для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

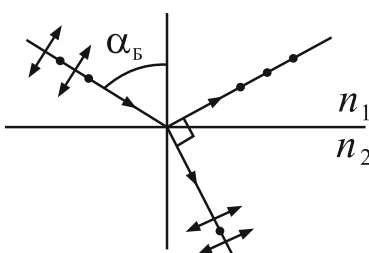


Рисунок 4.11

Решение. Пусть показатель преломления воздуха равен n_1 , а показатель преломления жидкости – n_2 . Согласно закону Брюстера, свет, отражённый от границы раздела двух диэлектриков (рис. 4.11), полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения удовлетворяет

условию

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Полное внутреннее отражение наблюдается в случае, если луч идёт из оптически более плотной среды в оптически менее плотную. Это означает, что он должен идти из жидкости в воздух (рис.4.12). Если угол падения равен предельному углу полного внутреннего отражения, то угол преломления β равен 90° . Запишем закон Снеллиуса

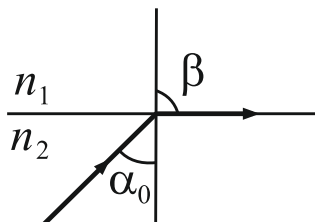


Рисунок 4.12

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (2)$$

$\sin 90^\circ = 1$. Тогда из формулы (2) можно выразить отношение показателей преломления следующим образом:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (3)$$

Сравнив формулы (1) и (3), получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (4)$$

$$\alpha_{\text{Б}} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sin \alpha_0}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

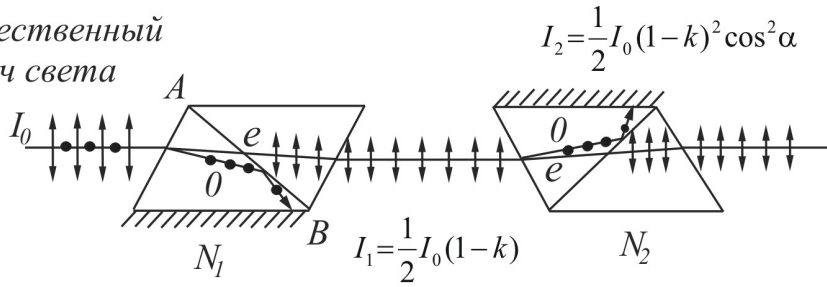
$$\alpha_{\text{Б}} = 54,7^\circ.$$

Пример 4.3.11. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их главными плоскостями равен 60° . При прохождении света через каждый из николей потери на отражение и поглощение составляют 5%. Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь (N_1); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя?

Решение. 1). Пучок естественного света (рис. 4.13), падая на грань николя N_1 , расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный o и необыкновенный e . Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа. Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок (o) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачернённую поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок

(e) проходит через николю. При этом интенсивность света уменьшается вследствие

Естественный
луч света



поглощения в веществе николя. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николю N_1 ,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k), \quad (1)$$

Рисунок 4.13

где $k=0,05$ – коэффициент, учитывающий потери на отражение и поглощение света в николе; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на николю N_1 .

Для того чтобы найти во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через николю N_1 , разделим интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{0,5 I_0 (1 - k)} = \frac{2}{1 - k}. \quad (2)$$

2). Пучок плоскополяризованного света интенсивности I_1 падает на николю N_2 и также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается в николе, а интенсивность необыкновенного пучка света, вышедшего из николя, определяется законом Малюса (без учёта поглощения в этом николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (3)$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и главной плоскостью николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha. \quad (4)$$

Для того, чтобы найти во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя, разделим интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

Заменив $\frac{I_0}{I_1}$ его выражением по формуле (2), получим

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}. \quad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулы (2) и (6), получим

$$\frac{I_0}{I_1} = 2,10; \quad \frac{I_0}{I_2} = 8,86.$$

Пример 4.3.12. Степень поляризации P частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?

Решение. Степень поляризации частично поляризованного света, определяется выражением:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче, который прошёл через анализатор.

По условию $P=0,5$. Сделаем замену в (1) и выполним преобразования:

$$0,5I_{\max} + 0,5I_{\min} = I_{\max} - I_{\min}$$

$$1,5I_{\min} = 0,5I_{\max}$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \quad (2)$$

Пример 4.3.13. Пластинку кварца толщиной 2 мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между параллельными николями. В результате этого плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1=53^\circ$. Определить, при какой толщине пластинки данный монохроматический свет не пройдёт через анализатор.

Решение. Первый николь является поляризатором, второй – анализатором. Если николи расположены параллельно, то плоскость поляризации поляризованного света, вышедшего из поляризатора, совпадет с плоскостью пропускания анализатора. В этом случае анализатор пропускает свет полностью. Кварцевая пластинка, расположенная между николями, является оптически активным веществом. Она повернёт плоскость поляризации поляризованного света, который вышел из поляризатора, на некоторый угол. Угол поворота плоскости поляризации определяется соотношением:

$$\varphi_1 = al_1 \quad (1)$$

где l – путь, пройденный лучом в кристалле;

a – постоянная вращения, зависящая от длины волны и от природы вещества.

Для того чтобы данный свет не прошел через анализатор, угол между плоскостью поляризации света и плоскостью пропускания анализатора должен составлять 90° . Это означает, что пластинка толщиной l_2 должна повернуть плоскость поляризации на 90° , т.е. $\varphi_2=90^\circ$.

$$\varphi_2 = al_2 \quad (2)$$

Разделим почленно (1) на (2), получим:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{l_1}{l_2}. \quad (3)$$

Найдём толщину второй пластинки:

$$l_2 = l_1 \frac{\varphi_2}{\varphi_1}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$l_2 = 3,4 \text{ мм.}$$

• **Вопросы для подготовки к практическим занятиям**

1. В чём заключается явление интерференции? Какие волны называются когерентными? Какими способами можно получить когерентные волны?
2. Запишите условия усиления и ослабления света при интерференции волн от двух когерентных точечных источников.
3. Что называется оптическим путём? Как рассчитывается оптическая разность хода двух волн?
4. Запишите формулу для расчёта оптической разности хода световых волн, возникающую при отражении монохроматического света от тонкой плёнки.
5. Запишите формулы для расчёта радиусов тёмных и светлых колец Ньютона в отражённом свете.
6. В чём заключается явление дифракции? Запишите условие главных максимумов для дифракции на дифракционной решётке.
7. Запишите формулу для расчёта разрешающей способности дифракционной решётки.
8. Какой вид имеет дифракционная картина, если решётка освещается белым светом? В каком порядке располагаются цвета в дифракционном спектре?
9. Запишите формулу Вульфа – Брэгга для дифракции рентгеновских лучей на кристалле.
10. В чём заключается явление поляризации? Каким волнам, поперечным или продольным, свойственно это явление? Чем отличается поляризованный свет от естественного?
11. Сформулируйте и запишите закон Малюса.
12. Запишите формулу для расчёта степени поляризации. Какие значения принимает степень поляризации у неполяризованного, поляризованного и частично поляризованного света?
13. Сформулируйте и запишите закон Брюстера.
14. Какие вещества называются оптически активными? Запишите формулы для расчёта угла поворота плоскости поляризации жидкими и кристаллическими веществами.

4.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

4.1. Найти скорость света в алмазе, если в вакууме она равна $c=3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2. Какие частоты колебаний соответствуют крайним красным ($\lambda=760$ нм) и крайним фиолетовым ($\lambda=380$ нм) лучам видимой части спектра?

4.3. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu=5 \cdot 10^{14}$ Гц уложится на пути длиной $l=1,2$ мм в вакууме?

4.4. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $h=1$ мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку нормально?

4.5. В некоторую точку пространства приходят две когерентные волны с разностью хода $\Delta=1,2$ мкм. Какой может быть длина волны видимой части спектра, чтобы в данной точке наблюдался интерференционный максимум?

4.6. В некоторую точку пространства приходят две когерентные волны с разностью хода $\Delta=1,2$ мкм. Какой может быть длина волны оптического диапазона спектра, чтобы в данной точке наблюдался интерференционный минимум?

4.7. Экран освещён двумя точечными источниками когерентного света с длиной волны $\lambda=600$ нм. В некоторой точке экрана наблюдается интерференционный минимум. При какой минимальной разности хода Δ двух световых волн это возможно?

4.8. На дифракционную решётку с постоянной, равной $d=2,3 \cdot 10^{-6}$ м, нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=600$ нм. Рассчитать максимальный порядок главных максимумов, которые будут наблюдаться в дифракционной картине.

4.9. Чему равна постоянная дифракционной решётки, если для того, чтобы наблюдать красную линию ($\lambda=700$ нм) в спектре второго порядка, её надо рассматривать под углом $\varphi=30^\circ$ от нормали к решётке?

4.10. Световой луч падает на границу раздела вода – стекло. При каком угле падения отражённый луч будет полностью поляризован?

4.11. Угол поворота плоскости поляризации жёлтого света натрия при прохождении через трубку с раствором сахара равен 40° . Длина трубки $l=15$ см. Постоянная вращения сахара равна $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг. Определить концентрацию раствора (рад – радиан).

Средний уровень

4.12. Оптическая длина пути L световой волны, прошедшей через двухслойную пластинку толщиной $d=3,0$ мм равна $4,8$ мм. Толщина первого слоя, показатель преломления которого равен $n_1=1,5$, составляет $d_1=2,0$ мм. Рассчитать показатель преломления n_2 второго слоя пластинки.

4.13. В состав газового интерферометра входят две параллельные трубки одинаковой длины. В одной из них находится эталонный газ, в другую помещается исследуемый газ. На сколько отличается показатель преломления исследу-

емого газа от эталонного ($\Delta n = n - n_0$), если при помещении его во вторую трубку интерференционная картина сместилась на 5 интерференционных полос? Длина трубок $l = 10$ см, длина световой волны $\lambda = 500$ нм.

4.14. На плёнку с показателем преломления $n = 1,5$, находящуюся в воздухе, падает белый свет под углом $i = 30^\circ$ к поверхности плёнки. Какова должна быть минимальная толщина этой плёнки, чтобы в отражённом свете она была окрашена в зелёный ($\lambda = 560$ нм) цвет?

4.15. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим светом, длина волны которого $0,62$ мкм. Найти радиус кривизны линзы, если диаметр третьего светлого кольца в отражённом свете равен $7,8$ мм.

4.16. Дифракционная решётка содержит 500 штрихов на 1 мм. Найти наибольший порядок спектра для жёлтой линии натрия ($\lambda = 589$ нм), Сколько максимумов для этой длины волны позволяет наблюдать данная решётка?

4.17. Дифракционная решётка освещена нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от дифракционной решётки. Расстояние между центральным и первым максимумами на экране равно $l = 1$ см. Чему равна постоянная дифракционной решётки?

4.18. Какое число штрихов приходится на единицу длины дифракционной решётки, если зелёная линия ртути ($\lambda = 546,1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^\circ 8'$?

4.19. Дифракционная решётка освещена нормально падающим монохроматическим светом. Спектр третьего порядка наблюдается под углом $\varphi_1 = 30^\circ$. Под каким углом φ_2 наблюдается спектр четвёртого порядка?

4.20. На плоскопараллельную диэлектрическую пластинку, погружённую в воду, падает солнечный луч под углом $i = 30^\circ$ к пластине. Чему равен показатель преломления этой пластины, если отражённый луч при этих условиях полностью поляризован? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

4.21. Под каким углом i к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отражённые от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

4.22. Каким должен быть угол φ между главными плоскостями двух поляризационных приборов, чтобы интенсивность естественного света, прошедшего через них уменьшилась в $k = 8$ раз? Потерями на поглощение и отражение света пренебречь.

4.23. Анализатор в $k = 3$ раза уменьшает интенсивность света, проходящего к нему от поляризатора. Определить угол φ между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

4.24. При вращении анализатора интенсивность проходящего через него света меняется от I_{\max} до $I_{\min} = 0,35I_{\max}$. Какова степень поляризации света, падающего на анализатор?

4.25. Найти скорость распространения света в стекле, если при отражении от него отражённый луч будет полностью поляризован при угле падения $\alpha = 56^\circ$.

Достаточный уровень

4.26. Какой минимальной толщины должна быть плёнка, нанесённая на линзу, чтобы в отражённом свете погасить зелёный ($\lambda=560$ нм) свет? Лучи падают на линзу нормально. Показатель преломления плёнки $n_{пл}=1,4$. Показатель преломления линзы $n_{л} > n_{пл}$.

4.27. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления этой жидкости, если диаметр второго светлого кольца в отражённом свете равен 4,8 мм. Свет с длиной волны 510 нм падает нормально. Радиус кривизны линзы 10 м.

4.28. Дифракционная решётка, у которой на 1 мм приходится 100 штрихов, освещена нормально падающим монохроматическим светом. Расстояние до экрана равно $L=2$ м. Какова длина волны этого света, если расстояние на экране между нулевым максимумом и максимумом второго порядка равно $l=23,6$ см?

4.29. Дифракционная решётка содержит 100 штрихов на 1 мм. Расстояние от решётки до экрана равно $L=5$ м. Решётку освещают белым светом (длины волн от 380 нм до 760 нм). Какова ширина спектра первого порядка?

4.30. Какова должна быть постоянная дифракционной решётки, чтобы в первом порядке были разрешены линии спектра калия $\lambda_1=404,4$ нм и $\lambda_2=404,7$ нм? Ширина решётки $a=3$ см.

4.31. На грань кристалла каменной соли падает узкий пучок рентгеновских лучей с длиной волны 95 пм. Чему должен быть равен угол скольжения лучей, чтобы наблюдался дифракционный максимум третьего порядка? Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно 285 пм.

4.32. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол $\varphi=30^\circ$, если в каждом из николей теряется 10% интенсивности падающего на него света?

4.33. Для некоторого прозрачного вещества, находящегося в воздухе, угол Брюстера оказался равным предельному углу полного внутреннего отражения. Определить показатель преломления вещества.

4.34. В частично-поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света в 2 раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации света.

4.35. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1=280$ кг/м³, содержащийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол $\varphi_1=32^\circ$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2=24^\circ$.

§5 Квантовая оптика

5.1 Основные теоретические сведения

1. Основные характеристики теплового излучения.

Энергетический поток

$$\Phi_{\text{э}} = \frac{dW}{dt}. \quad (5.1)$$

Для средних величин

$$\Phi_{\text{э}} = \frac{W}{t}. \quad (5.2)$$

Энергетическая светимость (излучательность)

$$R_{\text{э}} = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (5.3)$$

Для средних величин

$$R_{\text{э}} = \frac{W}{St}. \quad (5.4)$$

Спектральная плотность энергетической светимости (испускаемая способность)

$$r_{\lambda, T} = \frac{dR_{\text{э}}}{d\lambda}. \quad (5.6)$$

Энергетическая светимость (излучательность) и спектральная плотность энергетической светимости (испускаемая способность) связаны соотношением

$$R_{\text{э}} = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda. \quad (5.7)$$

Поглощательная способность (коэффициент монохроматического поглощения)

$$\alpha_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}. \quad (5.8)$$

2. *Закон Кирхгофа*: Отношение испускаемой способности к поглощательной способности не зависит от природы тел, а является для всех тел одной и той же универсальной функцией длины волны и температуры.

$$\left(\frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}} \right)_3 = \dots = f(\lambda, T), \quad (5.9)$$

где индексы 1, 2, 3 ... относятся к разным телам.

3. *Закон Стефана – Больцмана*: Энергетическая светимость абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры.

$$R_3 = \sigma T^4, \quad (5.10)$$

где R_3 – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно чёрного тела;
 σ – постоянная Стефана–Больцмана;
 T – термодинамическая температура.

4. *Закон смещения Вина*: Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости в спектре излучения абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (5.11)$$

где λ_{\max} – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости в спектре излучения;
 b – постоянная Вина.

5. *Второй закон Вина*: Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости (испускающей способности) абсолютно чёрного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры.

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5, \quad (5.12)$$

где c – постоянная величина. В СИ $c=1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³·К⁵).
 Энергия фотона (кванта электромагнитного излучения):

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (5.13)$$

где h – постоянная Планка; ν – частота излучения; λ – длина волны.

6. *Формула Эйнштейна для фотоэффекта*:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (5.14)$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла;
 $A_{\text{ВЫХ}}$ – работа выхода электрона;
 $\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}, \quad (5.15)$$

где ν_0 – минимальная частота, при которой возникает фотоэффект;
 λ_0 – максимальная длина волны, при которой ещё возможен фотоэффект;
 h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

7. Изменение длины волны при комптоновском рассеянии фотона на кристалле

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta), \quad (5.16)$$

где θ – угол рассеяния, т.е. угол между направлением падающего и рассеянного пучков; m_0 – масса покоя частицы, на которой происходило рассеяние.

Величина $\frac{h}{m_0c} = \lambda_C$ называется комптоновской длиной волны. Для электрона $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

5.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

5.2.1. В отношении физических величин, характеризующих тепловое излучение, в физической литературе нет единой терминологии. Поэтому для характеристик теплового излучения в скобках приведено второе название физической величины.

Формулы (5.10) и (5.11) применимы только к абсолютно чёрному телу. Если тело серое, то закон Стефана – Больцмана можно использовать в виде

$$R_s = \alpha \sigma T^4,$$

где α – коэффициент монохроматического поглощения (поглощательная способность). Строго говоря, этот коэффициент зависит от температуры. При решении задач будем считать, что он задан или определяется для указанной температуры.

Рассчитывая максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости (формула (5.12)), обратите внимание на то, что постоянная c указана для интервала длин волн $\Delta\lambda = 1$ м. Если в задаче указан другой интервал, то постоянную надо пересчитывать на этот интервал (см. пример 5.3.2).

5.2.2. Формула Эйнштейна в виде (5.14) применима только к электрону, который можно считать классической частицей, т.е. скорость электрона должна быть значительно меньше скорости света ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Такие скорости достигаются в том случае, если фотоэффект вызван ультрафиолетовым излучением или излучением, которое относится к видимой части спектра.

Если известно значение кинетической энергии электрона, то для расчёта скорости надо предварительно сравнить кинетическую энергию с энергией покоя электрона. Энергия покоя электрона $W_0 = m_0c^2 = 0,511$ МэВ.

Если кинетическая энергия значительно меньше энергии покоя, то электрон является классической частицей. В этом случае

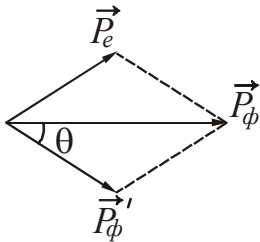
$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Если кинетическая энергия сравнима с энергией покоя, то электрон является релятивистской частицей. В этом случае

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right),$$

где m_0 – масса покоя электрона.

5.2.3. При комптоновском рассеянии фотонов (эффект Комптона) выполняются законы сохранения энергии и импульса (см. рис.5.1).



$$m_0 c^2 + h\nu = m c^2 + h\nu'$$

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}'_e.$$

Рис. 5.1

где \vec{p}_ϕ и \vec{p}'_ϕ – импульсы фотона соответственно до и после рассеяния, $h\nu$ и $h\nu'$ – энергия фотона соответственно до и после рассеяния, $m_0 c^2$ – энергия покоя электрона, $m c^2$ – энергия электрона после рассеяния.

5.3 Примеры решения задач

Пример 5.3.1. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт. Определить температуру печи, если площадь отверстия 6 см^2 . На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости этой печи? Считать, что окошко плавильной печи излучает как абсолютно чёрное тело.

Решение. По закону Стефана-Больцмана энергетическая светимость (излучательность) абсолютно чёрного тела прямо пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры:

$$R_\varepsilon = \sigma T^4, \tag{1}$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Энергетическая светимость по определению равна:

$$R_\varepsilon = \frac{\Phi_\varepsilon}{S}. \tag{2}$$

где Φ_ε – энергетический поток, S – площадь излучающей поверхности.

Приравняем (1) и (2) и найдём температуру:

$$\sigma T^4 = \frac{\Phi_\varepsilon}{S}, \tag{3}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_\varepsilon}{\sigma S}}. \tag{4}$$

Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (5)$$

где b – постоянная Вина.

Подставив численные значения величин в формулы (4) и (5), получим

$$T=1000 \text{ К}; \lambda_m=2,9 \text{ мкм.}$$

Пример 5.3.2. Длина волны, на которую приходится максимум в спектре излучения абсолютно чёрного тела, равна 0,58 мкм. Определить максимальную спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн $\Delta\lambda=1$ нм, вблизи λ_m .

Решение. Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры.

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5, \quad (1)$$

где c – постоянная величина. В СИ $c=1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

Указанное значение постоянной соответствует интервалу длин волн $\Delta\lambda=1$ м. По условию задачи $\Delta\lambda=1$ нм, поэтому пересчитаем значение постоянной на заданный интервал:

$$\begin{aligned} c &= 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \text{К}^5) = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5) = \\ &= 1,3 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^5). \end{aligned}$$

Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, определяется законом смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (2)$$

где b – постоянная Вина.

Найдём температуру из (2) и подставим в (1). Получим:

$$\begin{aligned} T &= \frac{b}{\lambda_m}, \\ (r_{\lambda,T})_{\max} &= c \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^5. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = 40,6 \cdot 10^3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм}).$$

Пример 5.3.3. Электрическая печь потребляет мощность $P=1$ кВт. Температура её внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром $d=5$ см равна 700°C . Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

Решение. Потребляемая печью электрическая энергия излучается наружу отверстием и стенками. Следовательно,

$$P = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (1)$$

где Φ_1 и Φ_2 – потоки излучения (что то же самое, что мощность излучения), испускаемые отверстием и стенками соответственно.

С учётом формулы (1) часть мощности, рассеиваемой стенками, можно выразить следующим образом:

$$\eta = \frac{P - \Phi_1}{P} = 1 - \frac{\Phi_1}{P}. \quad (2)$$

Поток излучения связан с энергетической светимостью соотношением:

$$\Phi_1 = R_3 S. \quad (3)$$

где S – площадь излучающей поверхности, т.е. отверстия в печи

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (4)$$

Отверстие небольшое, поэтому будем рассматривать излучение из него как излучение абсолютно чёрного тела. По закону Стефана – Больцмана

$$R_3 = \sigma T^4, \quad (5)$$

Подставим записанные соотношения в формулу (2), получим:

$$\eta = 1 - \frac{\sigma T^4}{P} \cdot \frac{\pi d^2}{4}. \quad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$\eta=0,9.$$

Пример 5.3.4. С поверхности сажи площадью $S=2$ см² при температуре $T=400$ К за время $t=5$ мин излучается энергия $W=83$ Дж. Определить коэффициент монохроматического поглощения сажи.

Решение. Энергия, излучаемая за единицу времени с единицы поверхности тела, называется энергетической светимостью.

$$R_3 = \frac{W}{St}. \quad (1)$$

Поверхность сажи близка к абсолютно чёрному телу, поэтому, по закону Стефана – Больцмана

$$R_3 = \alpha \sigma T^4, \quad (2)$$

где α – коэффициент монохроматического поглощения (поглощательная способность).

Приравняем правые части формул (1) и (2) и найдём коэффициент монохроматического поглощения.

$$\frac{W}{St} = \alpha \sigma T^4. \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{W}{St\sigma T^4}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\alpha = 0,95.$$

Пример 5.3.5. Медный шарик диаметром $d=1,2$ см поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0=300$ К. Считая, что шарик излучает как абсолютно чёрное тело, найти, через сколько времени его температура уменьшится в $\eta=2,0$ раза.

Решение. Температура тела с течением времени изменяется, поэтому применим к решению задачи метод дифференцирования-интегрирования. Время остывания шарика разобьём на малые интервалы времени dt . За это время температура тела изменится на малую величину dT . При остывании шарик уменьшает свою внутреннюю энергию. Изменение внутренней энергии dU будет равно:

$$dU = cm dT, \quad (1)$$

где c – удельная теплоёмкость меди, m – масса шарика.

Сосуд откачан, следовательно, теплопроводностью среды пренебрегаем. За время dt шарик излучит энергию

$$dW = R_3 S dt, \quad (2)$$

где R_3 – энергетическая светимость шарика, S – площадь поверхности.

По закону Стефана-Больцмана энергетическая светимость пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры T :

$$R_3 = \sigma T^4, \quad (3)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Площадь поверхности шарика равна

$$S = \pi d^2, \quad (4)$$

а его объём

$$V = \frac{\pi d^3}{6}, \quad (5)$$

где d – диаметр шарика.

Найдём массу шарика:

$$m = \rho V = \frac{\rho \pi d^3}{6}, \quad (6)$$

где ρ – плотность меди.

Подставим выражение (6) для массы в формулу (1), а выражение для площади поверхности (4) и энергетической светимости (3) – в формулу (2). Получим:

$$dU = cm dT = \frac{c \rho \pi d^3}{6} dT, \quad (7)$$

$$dW = R_s S dt = \sigma T^4 \pi d^2 dt. \quad (8)$$

Тепловое излучение происходит за счёт изменения внутренней энергии, поэтому

$$dW = dU. \quad (9)$$

Приравняем выражения (7) и (8), разделим обе части уравнения на T^4 и проинтегрируем их. Время изменяется от 0 до t , температура от T_0 до $T_0/2$.

$$\int_0^t \sigma \pi d^2 dt = \int_{T_0}^{T_0/2} \frac{c \rho \pi d^3}{6} \frac{dT}{T^4}. \quad (10)$$

$$\sigma \pi d^2 t = \frac{c \rho \pi d^3}{6} \left(-\frac{1}{3T^3} \right) \Big|_{T_0}^{T_0/2}. \quad (11)$$

Произведём сокращения и подставим пределы интегрирования. Выразим время:

$$t = \frac{7c\rho d}{18\sigma T_0^3}. \quad (12)$$

Значения плотности и удельной теплоёмкости меди определяем по справочным данным: Таблицы физических величин, п. 3.3, 3.4. Подставив численные значения величин в формулу (12), получим

$$t = 1,05 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 2,9 \text{ часа.}$$

Пример 5.3.6. Считая, что Солнце излучает как абсолютно чёрное тело, вычислить, насколько уменьшается его масса за год вследствие излучения. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К. Излучение Солнца считать постоянным.

Решение. Изменение массы тела на величину Δm сопровождается изменением его энергии на величину

$$W = \Delta mc^2, \quad (1)$$

где c – скорость света.

За единицу времени с единицы площади поверхности Солнца излучается энергия, равная

$$R_{\odot} = \frac{W}{St}. \quad (2)$$

где S – площадь излучающей поверхности, т.е. площадь поверхности Солнца.

Площадь поверхности

$$S = 4\pi r^2, \quad (3)$$

где r – радиус Солнца.

По закону Стефана – Больцмана:

$$R_{\odot} = \sigma T^4, \quad (4)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Выразим из формулы (2) энергию и сделаем замену в соответствии с выражениями (3) и (4). Получим:

$$W = 4\pi\sigma r^2 T^4 t. \quad (5)$$

Приравняем (1) и (5) и найдём изменение массы Солнца:

$$\Delta mc^2 = 4\pi\sigma r^2 T^4 t. \quad (6)$$

$$\Delta m = \frac{4\pi\sigma r^2 T^4 t}{c^2}. \quad (7)$$

Радиус Солнца определяем по справочным данным: Таблицы физических величин, п. 3.2. Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$\Delta m = 1,4 \cdot 10^{17} \text{ кг.}$$

Пример 5.3.7. Определить энергию ε , массу m , импульс p фотона, которому соответствует длина волны $\lambda=380$ нм (фиолетовая граница видимого спектра).

Решение. Энергия фотона

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света.

Энергия связана с массой формулой Эйнштейна:

$$\varepsilon = mc^2. \quad (2)$$

Выразим отсюда массу:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2}. \quad (3)$$

Импульс фотона

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулы (1), (3) и (4), получим $\varepsilon=5,23 \cdot 10^{-19}$ Дж=3,27 эВ, $m=5,8 \cdot 10^{-36}$ кг, $p=1,74 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с.

Пример 5.3.8. Определить, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона, длина волны которого $\lambda=0,5$ мкм.

Решение. Энергия фотона определяется формулой:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света.

Вид формулы для расчёта кинетической энергии электрона зависит от того, классической или релятивистской частицей он является. Поэтому проведём предварительный расчёт энергии фотона, подставив численные значения в формулу (1). Получим $\varepsilon=3,978 \cdot 10^{-19}$ Дж=2,49 эВ. Энергия покоя электрона $W_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МэВ.

Из сравнения следует, что кинетическая энергия электрона будет намного меньше его энергии покоя. Если кинетическая энергия значительно меньше энергии покоя, то электрон является классической частицей. В этом случае

$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

где m – масса электрона. $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Приравняем правую часть формулы (2) к энергии фотона и найдём скорость электрона.

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

$$v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим $v=9,35 \cdot 10^5$ м/с.

Пример 5.3.9. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda=300$ нм?

Решение. Энергия фотона определяется формулой:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света.

Проведём расчёт энергии фотона, подставив численные значения в формулу (1). Получим $\varepsilon = 6,63 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,14 эВ.

По справочным данным определяем работу выхода электрона из серебра (Таблицы физических величин, п. 3.21): $A_{\text{вых}} = 4,3$ эВ. Энергия фотона меньше работы выхода, следовательно, фотоэффект наблюдаться не будет.

Пример 5.3.10. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением частотой $2 \cdot 10^{15}$ Гц; 2) γ -излучением частотой $1,2 \cdot 10^{20}$ Гц.

Решение. 1). По справочным данным (Таблицы физических величин, п. 3.21) определяем работу выхода электрона из серебра: $A_{\text{вых}} = 4,3$ эВ = $6,88 \cdot 10^{-19}$ Дж. Энергия фотона определяется формулой:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка.

Проведём расчёт энергии фотона, подставив численные значения в формулу (1). Получим $\varepsilon = 13,26 \cdot 10^{-19}$ Дж = 8,29 эВ. Энергия фотона значительно меньше энергии покоя электрона ($W_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в уравнении Эйнштейна может быть выражена по классической формуле.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_0 v_{\text{max}}^2}{2}, \quad (2)$$

Найдём максимальную скорость фотоэлектронов, заменив произведение $h\nu$ на ε :

$$v = \sqrt{\frac{2(\varepsilon - A)}{m_0}}. \quad (3)$$

Индекс «0» у массы означает, что при расчёте скорости в формулу (3) надо подставлять массу покоя электрона: $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Подставив численные значения величин в формулу (2), получим

$$v_{\text{max}} = 1,18 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

2). Проведём расчёт энергии фотона γ -излучения, подставив численные значения в формулу (1). Получим $\varepsilon = 7,96 \cdot 10^{-14}$ Дж = 0,5 МэВ. Работа выхода электрона из серебра ($A_{\text{вых}} = 6,88 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,3 эВ) пренебрежимо мала по сравнению с

энергией фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона.

В данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, поэтому электрон является релятивистской частицей. Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется выражением:

$$W_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right), \quad (4)$$

где $m_0 c^2 = W_0 = 0,511$ МэВ – энергия покоя электрона.

Заменим в формуле (4) W_k на ε и выразим максимальную скорость фотоэлектронов (преобразования выполните самостоятельно):

$$v = c \frac{\sqrt{(2W_0 + \varepsilon)\varepsilon}}{W_0 + \varepsilon}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$v_{\max} = 2,59 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Обратите внимание! Под действием γ -излучения электроны приобретают скорость, сравнимую со скоростью света.

Пример 5.3.11. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $\lambda_0 = 275$ нм. Найти: 1) работу выхода $A_{\text{вых}}$ электрона из этого металла; 2) максимальную скорость v_{\max} электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны $\lambda = 180$ нм; 3) величину задерживающего напряжения U_z , которое надо приложить, чтобы прекратить фототок.

Решение. Фотоэффект в данной задаче вызван ультрафиолетовым излучением. Энергия фотона, соответствующего этому диапазону длин волн, значительно меньше энергии покоя электрона. Следовательно, электрон можно считать классической частицей.

Работа выхода электрона из металла

$$A_{\text{вых}} = \frac{hc}{\lambda_0}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ_0 – длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта.

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта, выразив энергию фотона $h\nu$ через длину волны:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (2)$$

Выразим скорость из уравнения (2):

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}} \right)}. \quad (3)$$

По теореме об изменении кинетической энергии работа электрического поля по задержанию электронов равна максимальной кинетической энергии электрона:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = qU_3. \quad (4)$$

где q – заряд электрона.

Из (4) найдём величину задерживающего напряжения U_3 :

$$U_3 = \frac{mv_{\max}^2}{2q}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулы (1), (3), (5), получим $A_{\text{ВЫХ}}=7,23 \cdot 10^{-19}$ Дж=4,52 эВ; $v_{\max}=9,2 \cdot 10^5$ м/с; $U_3=2,41$ В.

Пример 5.3.12. В результате эффекта Комптона рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda=2$ пм при соударении с электроном были рассеяны на угол $\theta=90^\circ$. Найти 1) изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии; 2) кинетическую энергию электрона отдачи.

Решение. Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta), \quad (1)$$

где θ – угол рассеяния, т.е. угол между направлением падающего и рассеянного пучков;

m_0 – масса покоя частицы, на которой происходило рассеяние (в данной задаче – масса электрона); h – постоянная Планка; c – скорость света.

Величина $\frac{h}{m_0c} = \lambda_C$ называется комптоновской длиной волны. Для электрона

$$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

При взаимодействии фотона с электроном выполняется закон сохранения энергии

$$m_0c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu', \quad (2)$$

где $h\nu$ и $h\nu'$ – энергия фотона соответственно до и после столкновения, m_0c^2 – энергия покоя электрона, mc^2 – энергия электрона после столкновения (его называют электроном отдачи).

Кинетическая энергия электрона равна разности его полной энергии и энергии покоя:

$$W_k = mc^2 - m_0c^2. \quad (3)$$

Из уравнения (2) следует, что кинетическая энергия электрона также будет равна разности энергий фотонов до и после столкновения:

$$W_k = h\nu - h\nu'. \quad (4)$$

Выразим частоты через длины волн:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

Сделаем замену в уравнении (4), получим:

$$W_k = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right). \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулы (1) и (5), получим $\Delta\lambda = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м, $W_k = 5,46 \cdot 10^{-14}$ Дж = $3,41 \cdot 10^5$ эВ = 0,34 МэВ.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Какое излучение называется тепловым? Какова основная особенность теплового излучения по сравнению с другими видами излучения?
2. Назовите основные характеристики теплового излучения.
3. Какое тело называется абсолютно чёрным?
4. Сформулируйте закон Кирхгофа. Запишите соответствующую формулу.
5. Сформулируйте закон Стефана – Больцмана. Запишите соответствующую формулу.
6. Сформулируйте закон смещения Вина. Запишите соответствующую формулу.
7. Сформулируйте второй закон Вина. Запишите соответствующую формулу.
8. В чём суть гипотезы Планка?
9. Что такое фотон? Назовите основные свойства фотона. Запишите формулы для расчёта энергии и импульса фотона.
10. В чём заключается явление внешнего фотоэффекта? Запишите уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
11. Сформулируйте законы внешнего фотоэффекта. Как они объясняются на основе квантовых представлений о природе света?
12. В чём сущность эффекта Комптона? Какие законы выполняются при эффекте Комптона?
13. От чего зависит изменение длины волны в эффекте Комптона? Запишите соответствующую формулу.

5.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

5.1. Энергетическая светимость абсолютно чёрного тела равна 10 кВт/м^2 . Определить его температуру.

5.2. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела при температуре 0°C ?

5.3. Определить температуру абсолютно чёрного тела, при которой максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на красную границу видимого света ($\lambda=760 \text{ нм}$).

5.4. Определить работу выхода электрона из натрия, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0=500 \text{ нм}$.

5.5. Найти энергию и массу фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda=1,6 \text{ пм}$.

5.6. Определить длину волны, массу и импульс фотона с энергией $\varepsilon=1 \text{ МэВ}$.

5.7. К каким диапазонам следует отнести излучение, энергия фотонов которых равна соответственно $\varepsilon_1=2,0 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$; $\varepsilon_2=4,0 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$; $\varepsilon_3=3,0 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}$?

5.8. Определить угол рассеяния θ фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda$ при рассеянии равно $3,62 \text{ пм}$.

Средний уровень

5.9. Температура абсолютно чёрного тела равна 723°C . Вычислить энергию, излучаемую этим телом с площади $S=2 \text{ м}^2$ в течение $t=45 \text{ с}$.

5.10. Излучатель с площадью поверхности $0,5 \text{ мм}^2$ имеет температуру, равную 1063°C . Определить мощность излучателя, считая, что он излучает как абсолютно чёрное тело.

5.11. Вследствие изменения температуры абсолютно чёрного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с $\lambda_1=2,4 \text{ мкм}$ на $\lambda_2=0,8 \text{ мкм}$. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость (излучательность) тела?

5.12. Длины волн λ_1 , λ_2 , соответствующие максимумам спектральной плотности энергетической светимости в спектрах двух абсолютно чёрных тел, различаются на $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1=0,50 \text{ мкм}$. Определить температуру T_2 второго тела, если температура первого тела $T_1=2500 \text{ К}$.

5.13. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно чёрного тела, если максимум спектральной плотности энергетической светимости переместится с красной границы видимого спектра (780 нм) на фиолетовую (380 нм)?

5.14. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру абсолютно чёрного тела, чтобы его энергетическая светимость (излучательность) возросла в два раза?

5.15. Можно условно считать, что Земля излучает как серое тело, находящееся при температуре 7°C . Определить коэффициент монохроматического поглощения Земли при этой температуре, если энергетическая светимость (излучательность) её поверхности равна $R_s=325 \text{ кДж}/(\text{м}^2\cdot\text{ч})$.

5.16. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) абсолютно чёрного тела $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$ равна $4,16\cdot 10^{11} \text{ Вт}/\text{м}^3$. На какую длину волны λ_{max} она приходится?

5.17. Работа выхода электрона с поверхности катода $2,48 \text{ эВ}$. При какой длине волны λ падающего излучения максимальная скорость фотоэлектронов равна $1,0\cdot 10^6 \text{ м}/\text{с}$?

5.18. Катод вакуумного фотоэлемента освещается светом с длиной волны $0,38 \text{ мкм}$. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $1,4 \text{ В}$. Найти работу выхода электронов из катода.

5.19. Цинковый электрод освещается монохроматическим светом. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $0,6 \text{ В}$. Вычислить длину волны света, применявшегося при облучении.

5.20. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вылетающих из вольфрамового электрода, освещаемого ультрафиолетовым светом с длиной волны $0,20 \text{ мкм}$.

5.21. Рентгеновское излучение длиной волны $\lambda=55,8 \text{ пм}$ рассеивается плиткой графита (эффект Комптона). Определить длину волны λ' света, рассеянного под углом 60° к направлению падающего пучка света.

Достаточный уровень

5.22. Мощность излучения абсолютно чёрного тела $N=10 \text{ кВт}$. Найти площадь излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности энергетической светимости этого тела приходится на длину волны $\lambda_m=700 \text{ нм}$.

5.23. Считая, что Солнце излучает как чёрное тело, вычислить, за какое время его масса уменьшится вдвое. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К . Излучение Солнца считать постоянным.

5.24. Считая, что Солнце излучает как чёрное тело, определить мощность солнечного излучения, приходящуюся на единицу площади, вблизи поверхности Земли. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К . Излучение Солнца считать постоянным.

5.25. Элемент электрического нагревателя полезной мощностью $1,0 \text{ кВт}$ имеет форму цилиндра длиной 25 см и диаметром $1,5 \text{ см}$. Определить темпера-

туру элемента, если он излучает как абсолютно чёрное тело. Считать, что всё выделяющееся тепло теряется в виде излучения.

5.26. Найти постоянную Планка, если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $\nu_1=2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1=6,6$ В, а вырываемые светом с частотой $\nu_2=4,6 \cdot 10^{15}$ Гц – разностью потенциалов $U_2=16,5$ В. Чему равна работа выхода электронов из данного материала?

5.27. Определить красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны $\lambda=400$ нм максимальная скорость фотоэлектронов равна 650 км/с.

5.28. Найти частоту света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U=3,0$ В. Фотоэффект начинается при частоте света $\nu_0=6,0 \cdot 10^{14}$ Гц. Чему равна работа выхода электрона из металла?

5.29. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта для некоторого металла равна $\lambda_0=275$ нм. Найти максимальную скорость электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны $\lambda=180$ нм.

5.30. Поверхность металла поочерёдно освещают светом с длиной волны $\lambda_1=400$ нм и $\lambda_2=800$ нм. Во втором случае максимальная скорость фотоэлектронов в 1,5 раза меньше, чем в первом. Какова работа выхода электронов из этого металла?

5.31. Найти длину волны электромагнитного излучения, которым надо облучить металл с работой выхода $A=4,5$ эВ, чтобы фотоэлектроны, вырываемые с поверхности этого металла, могли без отклонения проходить область однородных взаимно перпендикулярных электрического поля напряжённостью $E=10$ кВ/м и магнитного поля индукцией $B=0,01$ Тл. Расчёт провести для фотоэлектронов с максимальной скоростью.

5.32. Медный шарик радиусом 3 мм освещают светом с длиной волны 200 нм. Сколько электронов может потерять этот шарик вследствие фотоэффекта?

5.33. Катод фотоэлемента освещают светом с частотой 10^{15} Гц. Электроны, вылетающие из катода, попадают в однородное магнитное поле индукцией 0,8 мТл. Скорость электронов перпендикулярна направлению поля. Определить максимальный радиус окружности, по которой будут двигаться электроны. Работа выхода электронов из катода равна 2,2 эВ.

5.34. Фотон с энергией $\varepsilon=2,23$ МэВ рассеивается плиткой графита. Определить длину волны λ света, рассеянного под углом $\theta=45^\circ$ к направлению падающего пучка света.

5.35. Гамма-фотон с энергией 1,02 МэВ в результате комптоновского рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол 90° . Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

5.36. Гамма-фотон с длиной волны 2,43 пм испытал комптоновское рассеяние на свободном электроне и отклонился от первоначального направления на угол 180° . Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. До столкновения электрон покоился.

5.37. На поверхность твёрдого тела нормально падает излучение лазера с длиной волны 550 нм. Какой импульс передает поверхности каждый падающий фотон? Рассмотреть два случая: а) поверхность чёрная; б) поверхность зеркальная.

5.38. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона, длина волны которого равна $\lambda=0,5$ мкм.

5.39. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U=9,8$ В.

5.40. Тренированный глаз, длительно находящийся в темноте, воспринимает свет с длиной волны $\lambda=500$ нм при мощности $P_1=2,1 \cdot 10^{-17}$ Вт. Верхний предел мощности, воспринимаемый глазом, равен $P_2=2,0 \cdot 10^{-5}$ Вт. Сколько фотонов попадает в каждом случае на сетчатку глаза за 1 с?

5.41. Лазер, работающий в импульсном режиме, потребляет мощность $P=1$ кВт. Длительность одного импульса $t=5$ мкс, а число импульсов в 1 с равно 200. Найти излучаемую энергию и мощность одного импульса, если на излучение идёт 0,1% потребляемой мощности.

5.42. Гелий-неоновый газовый лазер, работающий в непрерывном режиме, даёт излучение монохроматического света с длиной волны $\lambda=630$ нм, развивая мощность $P=40$ мВт. Сколько фотонов излучает лазер за 1 с?

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§6 Волновые свойства микрочастиц

6.1 Основные теоретические сведения

1. Движение электрона или какой-либо другой микрочастицы связано с волновым процессом, длина волны которого равна

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1)$$

где h – постоянная Планка, p – импульс частицы.

2. Вероятность dw того, что частица находится в элементе объёма dV , пропорциональна квадрату модуля волновой функции $|\psi|^2$:

$$dw = |\psi|^2 dV. \quad (6.2)$$

3. Соотношения неопределённостей Гейзенберга, являющиеся математическим выражением одновременного наличия у микрочастиц волновых и корпускулярных свойств:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (6.3)$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (6.4)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (6.5)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (6.6)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка, Δx , Δy , Δz – неопределённости определения координаты, Δp_x , Δp_y , Δp_z – неопределённости определения проекции импульса на соответствующую ось.

4. Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 \quad (6.7)$$

где Δ – оператор Лапласа. В декартовых координатах $\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$;

m – масса частицы; \hbar – постоянная Планка; E – полная энергия частицы; U – потенциальная энергия частицы.

5. Собственные значения энергии (энергетический спектр) частицы, находящейся на n -м энергетическом уровне в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (6.8)$$

где $n=1, 2, 3, \dots, l$ – ширина ямы.

6. Собственные волновые функции частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (6.9)$$

где l – ширина ямы, x – координата частицы.

6.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

6.2.1. При рассмотрении волновых свойств микрочастиц необходимо различать случаи классических и релятивистских частиц. Еще раз повторим, как это делается (см. также §5). Для того, чтобы микрочастицу можно было считать классической, её скорость должна быть значительно меньше скорости света ($c=3 \cdot 10^8$ м/с). Если известно значение кинетической энергии частицы, то надо предварительно сравнить кинетическую энергию с энергией покоя частицы. Если кинетическая энергия значительно меньше энергии покоя, то микрочастица является классической частицей. В этом случае кинетическая энергия W_k связана с импульсом $p = mv$ соотношением:

$$W_k = \frac{p^2}{m} \quad \text{или} \quad p = \sqrt{2mW_k}.$$

Если кинетическая энергия сравнима с энергией покоя, то микрочастица является релятивистской частицей. В этом случае её кинетическая энергия W_k и импульс p связаны соотношением:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}.$$

где E_0 – энергия покоя микрочастицы.

При решении задач на движение электрона **в атоме** его можно считать классической частицей, так как кинетическая энергия электрона имеет величину порядка нескольких электрон-вольт.

6.2.2. Задачи на использование соотношений неопределённостей Гейзенберга можно условно разделить два типа:

– определение наименьшего значения *одной из двух* неопределённостей при заданном значении другой. В этом случае в формулах (6.3) – (6.6) пишут знак равенства.

– приближенный расчёт наименьшего *значения самих величин*: линейных размеров области, в которой находится частица, импульса частицы (или связанной с импульсом кинетической энергии) и т.д. При этом поступают следующим образом:

- 1) неопределённость в определении координаты принимают равной самой координате $\Delta x \approx x$. Если неизвестно направление импульса, то неопределённость в определении проекции импульса на ось принимают равной импульсу $\Delta p_x \approx p$.
- 2) искомая величина не может быть меньше наименьшей неопределённости в её измерении. Поэтому в качестве минимального значения искомой величины приближенно берут минимальную неопределённость этой величины: $x_{\min} = (\Delta x)_{\min}$, $p_{\min} = (\Delta p)_{\min}$.

6.2.3. Состояние микрочастицы в квантовой механике описывается волновой функцией $\psi(x, y, z, t)$. Мы рассматриваем только те случаи, когда пси-функция не зависит от времени, т.е. она зависит только от координат: $\psi = \psi(x, y, z)$. Такие состояния называются стационарными.

Если известен вид волновой функции, то можно, используя формулу (6.2), рассчитать вероятность пребывания микрочастицы в данной области пространства. Решение таких задач связано с математическими трудностями, поэтому рассмотрим одномерные задачи, в которых пси-функция зависит только от одной координаты. Например, задачи о частице в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Формула (6.2) приобретёт вид:

$$dw = |\psi(x)|^2 dx.$$

Вероятность найти частицу в интервале от x_1 до x_2 :

$$w = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Волновая функция в этом случае описывается уравнением (6.9).

6.3 Примеры решения задач

Пример 6.3.1. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошёл ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля для двух случаев: 1) $U=51$ В; 2) $U=510$ кВ.

Решение. Длина волны де Бройля определяется соотношением

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1}$$

где h – постоянная Планка; p – импульс частицы.

Импульс можно определить, если известна кинетическая энергия W_k частицы. Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U , равна работе сил электростатического поля*

$$W_k = eU, \quad (2)$$

где e – заряд электрона.

Рассчитаем кинетическую энергию. В первом случае $W_{k1} = 51 \text{ эВ} = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}$. Во втором случае $W_{k2} = 510 \text{ кэВ} = 0,51 \text{ МэВ}$.

Сравним значения кинетической энергии с энергией покоя электрона $E_0 = m_0 c^2$. Энергию покоя можно рассчитать или взять готовое значение из справочной таблицы. У электрона $E_0 = 0,51 \text{ МэВ}$.

В первом случае кинетическая энергия намного меньше энергии покоя. Это означает, что в первом случае электрон можно считать классической частицей. Во втором – кинетическая энергия равна энергии покоя, следовательно, во втором случае частица является релятивистской.

Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая и для релятивистского случая.

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2m_0 W_k} \quad (3)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}. \quad (4)$$

Подставим формулы (3) и (4) в (1), получим:

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0 W_k}}, \quad (5)$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}} \quad (6)$$

Для расчёта численных значений длин волн энергию необходимо выразить в джоулях. Подставив численные значения величин в формулы (5) и (6), получим

$$\lambda_1 = 172 \text{ пм}; \quad \lambda_2 = 1,4 \text{ пм}$$

*Обратите внимание! Формула (2) справедлива только в том случае, если начальная энергия электрона была равна нулю. Если электрон имел кинетическую энергию до того, как попал в электрическое поле, то работа сил электростатического поля равна изменению кинетической энергии.

Пример 6.3.2. Чему должна быть равна кинетическая энергия электрона, чтобы его длина волны де Бройля совпала с комптоновской длиной волны?

Решение. Длина волны де Бройля определяется соотношением:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка; p – импульс электрона.

Кинетическая энергия W_k и импульс p электрона в релятивистском случае связаны соотношением:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}. \quad (2)$$

где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя электрона. У электрона $E_0=0,51$ МэВ.

Комптоновская длина волны:

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = \frac{hc}{m_0c^2} = \frac{hc}{E_0}. \quad (3)$$

Числитель и знаменатель уравнения (3) умножили на скорость света, чтобы выразить комптоновскую длину волны через энергию покоя.

Приравняем выражения для волны де Бройля (1) и комптоновской длины волны (3), подставив выражение (2) для импульса. Получим:

$$\frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + W_k)W_k}} = \frac{hc}{E_0}. \quad (4)$$

Проведём сокращения и выполним преобразования. Получим:

$$W_k^2 + 2E_0W_k - E_0^2 = 0. \quad (5)$$

Решим уравнение:

$$W_{k1-2} = \frac{-2E_0 \pm \sqrt{4E_0^2 + 4E_0^2}}{2} = -E_0 \pm E_0\sqrt{2}.$$

Отрицательный корень отбрасываем, так как кинетическая энергия является величиной положительной. Получим:

$$W_k = E_0(\sqrt{2} - 1). \quad (6)$$

Подставив численное значение энергии покоя в формулу (6), получим:

$$W_k = 0,21 \text{ МэВ.}$$

Пример 6.3.3. На сколько по отношению к комнатной должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны λ его молекул, уменьшилась на 20%? Считать, что скорость молекул равна наиболее вероятной скорости. Комнатную температуру принять равной 300 К.

Решение. Длина волны де Бройля определяется соотношением:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка; p – импульс молекулы.

Импульс молекулы

$$p = mv. \quad (2)$$

Наиболее вероятная скорость молекул определяется соотношением:

$$v = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (3)$$

где T – термодинамическая температура, M – молярная масса газа, R – молярная газовая постоянная.

Сделаем подстановку в формулу (1). Получим:

$$\lambda = \frac{h}{m} \sqrt{\frac{M}{2RT}}. \quad (4)$$

Относительное изменение длины волны де Бройля

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}. \quad (5)$$

Подставим в уравнение (5) соотношение (4). После сокращения получим:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 0,2. \quad (6)$$

Выразим из (6) температуру T_2 :

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = 1 - 0,2 = 0,8.$$

$$T_2 = \frac{T_1}{0,64}.$$

Найдём изменение температуры:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_1 \left(\frac{1}{0,64} - 1 \right) = 0,56 T_1. \quad (7)$$

Подставив в формулу (7) численное значение комнатной температуры, получим $\Delta T = 168$ К.

Пример 6.3.4. Используя соотношение неопределённостей, оценить наименьшую ошибку Δv_{\min} в определении скорости электрона, если координаты центра масс этой частицы установлены с неопределённостью 1 мкм.

Решение. Запишем соотношение неопределённостей для координаты и проекции импульса на ось x :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

где $\hbar = h/2\pi$, h – постоянная Планка, Δx – неопределённость в определении координаты.

Физически разумная неопределённость импульса Δp_x не должна превышать значения проекции импульса p_x , т.е. должно выполняться условие:

$$\Delta p_x \leq p_x.$$

Проекция импульса электрона на ось x :

$$p_x = m v_x, \quad (2)$$

где m – масса электрона, v_x – проекция скорости на ось x .

Тогда

$$\Delta p_x = m \Delta v_x. \quad (3)$$

Заменим Δp_x в уравнении (1), получим:

$$\Delta x \cdot m \Delta v_x \geq \hbar/2. \quad (4)$$

Мы оцениваем минимальное значение скорости, поэтому перейдём от неравенства к равенству:

$$\Delta v_{\min} = \frac{\hbar}{2m \Delta x}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим:

$$\Delta v_{\min} = 0,6 \cdot 10^2 \text{ м/с.}$$

Пример 6.3.5. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбуждённом атоме водорода равна 13,6 эВ. Оценить наименьшую неопределённость, с которой можно вычислить координату электрона в атоме.

Решение. Запишем соотношение неопределённостей для координаты и импульса:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

Из (1) найдём неопределённость в определении координаты:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x}. \quad (2)$$

Кинетическая энергия электрона намного меньше его энергии покоя ($E_0=0,51$ МэВ), поэтому его можно рассматривать как классическую частицу. В этом случае кинетическая энергия W_k связана с импульсом p соотношением:

$$p = \sqrt{2mW_k}. \quad (3)$$

Проекция импульса p_x на направление оси x лежит в интервале от $-p$ до $+p$. Это означает, что Δp_x и p одного порядка. Тогда неопределённость проекции импульса на ось x равна

$$\Delta p_x \sim p,$$

Заменим Δp_x в формуле (2) на p с учётом формулы (3). Получим:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\sqrt{2mW_k}}. \quad (4)$$

Определяем минимальное значение неопределённости координаты, поэтому перейдём от неравенства к равенству:

$$\Delta x_{\min} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2mW_k}}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим:

$$\Delta x_{\min} = 2,6 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Пример 6.3.6. Моноэнергетический пучок электронов высвечивает в центре экрана электронно-лучевой трубки осциллографа пятно радиусом $r \approx 10^{-3}$ см. Длину электронно-лучевой трубки l принять равной 10 см, ускоряющее электрон напряжение равно $U=10^4$ В. Оценить, может ли при данных условиях движение электрона в трубке рассматриваться как движение по траектории?

Решение. Чем меньше неопределённость координаты частицы, тем с большей точностью применимо понятие траектории. Поэтому, оценим величину неопределённости координаты электрона с помощью соотношения неопределённостей:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h – постоянная Планка, Δx – неопределённость определения координаты, Δp_x – неопределённость определения проекции импульса на ось x .

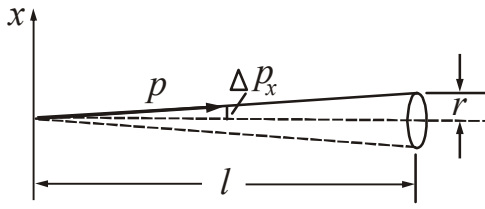


Рисунок 6.1

Неопределённость импульса Δp_x не должна превышать значения проекции импульса p_x на ось $0x$, т.е. должно выполняться условие:

$$\Delta p_x \sim p_x = p \sin \alpha = p \frac{r}{l}, \quad (2)$$

где r – радиус пятна, l – длина трубки. Радиус пятна значительно меньше длины трубки (рис. 6.1), поэтому в формуле (2) $\sin \alpha$ заменили на $\text{tg} \alpha$.

Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U , равна работе сил электростатического поля (начальную кинетическую энергию считаем равной нулю):

$$W_k = eU, \quad (3)$$

где e – заряд электрона.

Рассчитаем его кинетическую энергию: $W_k = 10^4 \text{ эВ} = 0,01 \text{ МэВ}$.

Кинетическая энергия намного меньше энергии покоя ($E_0 = 0,51 \text{ МэВ}$). Это означает, что электрон можно считать классической частицей. В этом случае

$$p = \sqrt{2m_0 W_k}, \quad (4)$$

где m_0 – масса покоя электрона.

Найдём неопределённость определения координаты из уравнения (1), подставив соотношения (2) и (4). Получим:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} = \frac{\hbar l}{2pr} = \frac{\hbar l}{2r\sqrt{2m_0 W_k}}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим:

$$\Delta x \approx 10^{-8} \text{ м.}$$

Полученный результат указывает на то, что движение электрона в электронно-лучевой трубке практически неотличимо от движения по траектории.

Пример 6.3.7. Используя соотношение неопределённостей $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося: 1) в основном состоянии; 2) в возбуждённом состоянии. Время жизни в возбуждённом состоянии равно 10^{-8} с .

Решение. Физически разумная неопределённость времени не должна превышать времени жизни атома, а неопределённость энергии не должна превышать

ширины энергетического уровня. Это означает, что должны выполняться следующие соотношения:

$$\Delta t \leq \tau,$$

$$\Delta E \leq \Delta W,$$

где τ – время жизни атома, ΔW – ширина энергетического уровня. Сделав замену в соотношении неопределённостей, получим:

$$\Delta W \cdot \tau \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

$$\Delta W \geq \frac{\hbar}{2\tau}, \quad (2)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h – постоянная Планка.

1) В основном состоянии атом может находиться сколь угодно долго, поэтому время его жизни можно принять равным бесконечности: $\tau = \infty$. Из формулы (2) следует, что в этом случае $\Delta W = 0$, т.е. энергия атома в основном состоянии точно определена.

2) Если атом пребывает в некотором энергетическом состоянии в течение промежутка времени τ , а затем переходит в другое, то существует неопределённость в определении энергии. Время жизни в возбужденном состоянии $\tau = 10^{-8}$ с. Подставив численные значения величин в формулу (2), получим:

$$\Delta W = 5,3 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} = 0,03 \text{ мкэВ}.$$

Пример 6.3.8. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l . Найти вероятность того, что электрон, находящийся на втором энергетическом уровне, будет обнаружен в последней трети ямы.

Решение. Вероятность обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 определяется соотношением:

$$w = \int_{x_1}^{x_2} |\psi_n(x)|^2 dx, \quad (1)$$

где $\psi_n(x)$ – собственная волновая функция, отвечающая данному состоянию.

Собственная волновая функция частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (2)$$

где l – ширина ямы, x – координата частицы.

Для $n=2$ формула (1) запишется в виде (постоянные величины вынесены за знак интеграла):

$$w = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx. \quad (3)$$

В формуле (3) сделаем замену:

$$\sin^2 \frac{2\pi}{l} x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{l} x \right). \quad (4)$$

По условию задачи пределы интегрирования равны: $x_1 = \frac{2l}{3}$, $x_2 = l$.

Подставим пределы интегрирования и разобьём интеграл на два. Получим:

$$\begin{aligned} w &= \frac{2}{l} \int_{2l/3}^l \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \cdot \frac{1}{2} \left(\int_{2l/3}^l dx - \int_{2l/3}^l \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right) = \\ &= \frac{1}{l} \left(x \Big|_{2l/3}^l - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{2l/3}^l \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin 4\pi - \sin \frac{8\pi}{3} \right) = \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} (0 - 0,87) = 0,4. \end{aligned}$$

Пример 6.3.9. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной 0,5 нм. Вычислить минимальную разность энергий соседних уровней. Ответ выразить в электрон-вольтах.

Решение. Собственные значения энергии частицы, находящейся на n -м энергетическом уровне в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме.

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (1)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, l – ширина ямы, m – масса частицы (электрона).

Разность энергий двух соседних уровней с произвольными номерами n и $(n+1)$ будет равна:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} ((n+1)^2 - n^2) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1). \quad (2)$$

Минимальной разности энергий соответствует $n=1$. Тогда:

$$\Delta E_{\min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot 3. \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим:

$$\Delta E_{\min} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,5 \text{ эВ}.$$

• **Вопросы для подготовки к практическим занятиям**

1. В чём сущность гипотезы де Бройля? Запишите формулу для расчёта длины волны де Бройля.
2. Опишите опыты, подтверждающие гипотезу де Бройля.
3. Запишите соотношения неопределённостей Гейзенберга для координат и импульсов. В чём их физический смысл?
4. В чём состоит статистическая интерпретация волновой функции, предложенная Борном?
5. Каким стандартным условиям должна удовлетворять волновая функция?
6. Запишите и поясните условие нормировки волновой функции.
7. Запишите уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.
8. Запишите уравнение Шрёдингера:
 - для свободной частицы;
 - для частицы в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме;
 - для электрона, находящегося в водородоподобном ионе.

6.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

6.1. Определить длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства электрона, если его скорость 1 Мм/с.

6.2. При какой скорости электрона его дебройлевская длина волны равна 500 нм?

6.3. При движении вдоль оси Ox скорость оказывается определённой с точностью $\Delta v_x = 1$ см/с. Рассчитать минимальную неопределённость координаты Δx : а) для электрона; б) для броуновской частицы массой 10^{-13} г; в) для дробишки массой 0,1 г.

6.4. Исходя из того, что радиус атома имеет величину порядка 0,1 нм, оценить скорость движения электрона в атоме водорода.

6.5. Оценить неопределённость Δx в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $v = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неопределённость Δv в определении скорости составляет 10% от её величины.

Средний уровень

6.6. Определить длину волны де Бройля для протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ.

6.7. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна $\lambda = 0,1$ нм?

6.8. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его длина волны де Бройля была равна комptonовской длине волны? Электрон считать релятивистской частицей.

6.9. Определить длину волны де Бройля для молекулы водорода, движущейся при комнатной температуре (20°C) со средней квадратичной скоростью.

6.10. Оценить из соотношения неопределённостей линейные размеры атома, полагая величину энергии, связанной с неопределённостью импульса электрона в нём, равной 10 эВ.

6.11. Среднее время жизни атома в возбуждённом состоянии равно 12 нс. Вычислить минимальную неопределённость длины волны $\lambda = 0,12$ мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

6.12. Альфа-частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Чему равна ширина ямы, если минимальная энергия частицы равна 6 МэВ?

Достаточный уровень

6.13. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, кинетическая энергия которого равна: 1) 10 кэВ, 2) 1 МэВ.

6.14. Чему равна длина волны де Бройля λ для частицы, кинетическая энергия которой равна её энергии покоя? Масса покоя m_0 частицы равна $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

6.15. Электрон, который движется со скоростью $v = 6 \cdot 10^6$ м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряжённостью $E = 5$ В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком электрическом поле, чтобы его длина волны де Бройля стала равной $\lambda = 10^{-10}$ м?

6.16. Определить энергию, которую необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от $\lambda_1 = 0,2$ нм до $\lambda_2 = 0,1$ нм.

6.17. Сравнить длины волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов U .

6.18. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Чему равна при этом минимальная неопределённость координаты протона?

6.19. Оценить с помощью соотношения неопределённостей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0,05$ нм.

6.20. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $0,1$ нм. Вычислить длину волны излучения, происходящего при переходе электрона со второго на первый энергетический уровень.

6.21. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l в основном состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в области от 0 до $l/3$.

6.22. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Найти ширину ямы, если разность энергий между первым и вторым энергетическими уровнями составляет $\Delta E = 0,2$ эВ.

§7 Физика атомов и молекул

7.1 Основные теоретические сведения

1. Собственные значения энергии электрона (энергетический спектр) в водородоподобном ионе:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2 \quad \text{или} \quad E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2, \quad (7.1)$$

где $E_1=13,6$ эВ – энергия электрона в основном состоянии;

n – главное квантовое число ($n=1, 2, 3\dots$), соответствующее номеру энергетического уровня;

R – постоянная Ридберга;

Z – зарядовое число (порядковый номер элемента в таблице Менделеева).

2. При переходе электрона с одного уровня на другой атом излучает или поглощает квант энергии:

$$\varepsilon = E_{n_i} - E_{n_k} \quad \text{или} \quad \varepsilon = E_1 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) Z^2, \quad (7.2)$$

где n_i – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон; n_k – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон.

3. Сериальная формула для длин волн линий спектра водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right). \quad (7.3)$$

4. Орбитальный момент импульса электрона в атоме и его проекция на заданное направление определяются формулами:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.4)$$

$$L_z = m \hbar, \quad (7.5)$$

где $l=0,1,2,\dots,(n-1)$ – орбитальное квантовое число; $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$ – магнитное квантовое число, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка.

5. Орбитальный магнитный момент электрона в атоме и его проекция на заданное направление определяются формулами:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.6)$$

$$p_{m_z} = m \mu_B. \quad (7.7)$$

где μ_B – магнетон Бора. Для электрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

6. Спин (т.е. собственный момент импульса или спиновый момент) \vec{L}_s определяется формулой:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (7.8)$$

где s – спиновое квантовое число, которое для электрона может принимать только одно значение, равное $1/2$.

Проекция спина на заданное направление:

$$L_{s_z} = m_s \hbar, \quad (7.9)$$

где для электрона $m_s = \pm s = \pm 1/2$ (магнитное спиновое число).

7. Для собственного магнитного момента электрона \vec{p}_{m_s} выполняется соотношение:

$$p_{m_s} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}. \quad (7.10)$$

Знак « \rightarrow » указывает на то, что механический \vec{L}_s и магнитный \vec{p}_{m_s} моменты электрона направлены в противоположные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может принимать следующие значения:

$$p_{m_{s_z}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B. \quad (7.11)$$

Минус получается, если $m_s = +1/2$, плюс – если $m_s = -1/2$.

8. Существует два вида рентгеновского излучения: тормозное и характеристическое.

Тормозное излучение возникает при торможении электронов в веществе антикатада и имеет сплошной спектр. Коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра не зависит от материала антикатада* и определяется формулой:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{|e|U}, \quad (7.12)$$

где e – заряд электрона; U – разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке; h – постоянная Планка.

Характеристическое излучение возникает при возбуждении внутренних электронных оболочек атомов антикатада. Частоты линий характеристического рентгеновского спектра определяются по закону Мозли:

$$\nu = cR(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (7.13)$$

*Электрод в рентгеновской трубке, расположенный против катода; заканчивается обычно металлической пластинкой, на которую попадают идущие с катода электроны, вызывающие излучение из неё рентгеновских лучей.

где c – скорость света; R – постоянная Ридберга, Z – порядковый номер элемента, из которого сделан антикатод; σ – постоянная экранирования; n_i – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон; n_k – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон.

7.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

7.2.1. Энергетический спектр атома состоит из набора дискретных значений энергии E_n . Состояние с $n=1$ называется основным, состояния с $n>1$ называются возбуждёнными. Чтобы перевести атом в возбуждённое состояние ему необходимо сообщить энергию. Эту энергию он может получить за счёт поглощения фотона. Фотон при поглощении его атомом исчезает, передавая атому всю свою энергию. Атом не может поглотить часть фотона, так как фотон является неделимым. Поглощаются только те фотоны, энергия которых соответствует разности энергий двух уровней.

7.2.2. Состояния электрона, обладающего различными значениями орбитального квантового числа, в атомной физике принято обозначать и называть следующим образом:

если $l=0$, то состояние электрона называется s -состоянием; если $l=1$, то состояние электрона называется p -состоянием. Состояния с $l=2, 3$, и т.д. называются соответственно d -, f - и т.д. состояниями, т.е. уже в порядке следования букв латинского алфавита. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением квантового числа l . Например, электрон с $n=2$ и $l=0$ обозначается символом $2s$.

7.2.3. Вектор орбитального момента импульса \vec{L} и магнитного момента \vec{p}_m можно изображать в виде направленных отрезков. Такая схема называется **векторной моделью атома**.

Пример: Электрон находится в p -состоянии, при этом $l=1, m = 0, \pm 1$.

Проекция орбитального момента импульса может иметь следующие значения: $L_z = +\hbar, L_z = 0, L_z = -\hbar$. Векторная модель будет иметь вид, представленный на рис. 7.1.

Векторную модель нельзя понимать буквально. Её следует рассматривать как совокупность правил, позволяющих получить результаты, справедливость которых подтверждается строгими квантово-механическими расчётами.

7.2.4. Из формул (7.9) и (7.11) следует, что проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения $+\hbar/2$ и $-\hbar/2$, а собственного магнитного момента – значения $+\mu_B$ и $-\mu_B$. В ряд формул входят не сами моменты, а их проекции. Поэтому принято говорить, что собственный механический момент (спин) равен $1/2$ (в единицах \hbar), а собственный магнитный момент равен магнетону Бора μ_B .

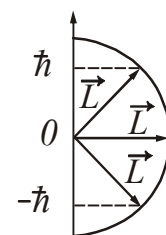


Рисунок 7.1

7.2.5. Совокупность электронов в атоме с одинаковым значением главного квантового числа n называется электронным слоем (электронной оболочкой). Различают следующие электронные слои:

K -слой, главное квантовое число $n=1$;

L -слой, главное квантовое число $n=2$;

M -слой, главное квантовое число $n=3$;

N -слой, главное квантовое число $n=4$ и т.д.

Внутри слоя электроны распределяются по подуровням (подоболочкам), каждая из которых соответствует определённому значению орбитального квантового числа l .

7.2.6. Согласно принципу Паули в одном и том же атоме не может быть двух электронов, обладающих одинаковым набором четырёх квантовых чисел: n, l, m, m_s .

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, описываемых набором трех квантовых чисел n, l, m и отличающихся только ориентацией спинов электронов

$$N(n, l, m) = 2,$$

так как магнитное спиновое квантовое число может принимать только два значения $+1/2$ и $-1/2$.

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами n и l :

$$N(n, l) = 2(2l+1).$$

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа n :

$$N(n) = 2n^2.$$

7.2.7. Смысл постоянной экранирования σ в законе Мозли заключается в следующем: электроны, совершающие переходы при испускании рентгеновских лучей, находятся под воздействием ядра, действие которого ослаблено действием окружающих его электронов. Экранирующее действие этих электронов приводит к тому, что нужно вычитать из Z некоторую величину. Для линий K -серии постоянная экранирования $\sigma=1$, для линий L -серии $\sigma=7,5$.

7.3 Примеры решения задач

Пример 7.3.1. Определить первый потенциал возбуждения U_1 атома водорода.

Решение. Первый потенциал возбуждения U_1 – это наименьшая разность потенциалов, которую должен пройти бомбардирующий электрон, чтобы при столкновении с данным невозбуждённым атомом перевести его в первое возбуждённое состояние. Это соответствует переходу электрона в атоме из основного состояния на второй энергетический уровень. Бомбардирующий электрон приобретает энергию, равную работе электрического поля:

$$A = eU_1, \quad (1)$$

где e – заряд электрона.

Энергия электрона в атоме при столкновении увеличивается на величину

$$\varepsilon = E_k - E_i. \quad (2)$$

С учётом того, что собственные значения энергии электрона в водородоподобном ионе определяются соотношением $E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2$, получим

$$\varepsilon = RchZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (3)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света, R – постоянная Ридберга; Z – порядковый номер элемента (у водорода $Z=1$); n_i – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон; n_k – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон.

В основном состоянии $n_i=1$. По условию задачи $n_k=2$. Приравняем (1) и 3), получим:

$$eU_1 = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (4)$$

Выразим из (4) потенциал возбуждения:

$$U_1 = \frac{hcRZ^2}{e} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим $U_1=10,2$ В.

Обратите внимание! Главное квантовое число соответствует номеру энергетического уровня.

Пример 7.3.2. Найти потенциал ионизации двукратно ионизованного атома лития.

Решение. Потенциал ионизации – это наименьшая разность потенциалов, которую должен пройти в ускоряющем электрическом поле электрон для того, чтобы ионизовать данный невозбуждённый атом. Работа, необходимая для ионизации атома (удалению электрона из атома), равна работе сил электрического поля, ускорившего бомбардирующий электрон:

$$A_i = eU_i, \quad (1)$$

где e – заряд электрона.

При ионизации электрон переходит из основного состояния на бесконечно удалённую орбиту. При этом поглощается квант энергии:

$$\varepsilon = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) \quad (2)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света, R – постоянная Ридберга, Z – зарядовое число (порядковый номер элемента в таблице Менделеева, у лития $Z=3$). При поглощении n_k – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон; n_i – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон.

Приравняем (1) и (2):

$$A_i = \varepsilon \quad \text{или} \quad eU_i = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right). \quad (3)$$

Найдём потенциал ионизации с учётом того, что $n_i = 1$, $n_k = \infty$:

$$U_i = \frac{hcRZ^2}{e}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим $U_i = 122$ В.

Пример 7.3.3. Определить наибольшую λ_{\max} и наименьшую λ_{\min} длины волн серии Пашена в спектре водорода.

Решение. Длина волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одного уровня на другой, определяется сериальной формулой Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (1)$$

где R – постоянная Ридберга; n_i – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон; n_k – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон.

Серия Пашена – это группа линий, которые образуются при переходе электронов на третий уровень с более высоких. Таким образом, $n_i=3$, $n_k=4,5,6,\dots$

Максимальной длине волны соответствует переход с ближайшего уровня, т.е. $n_k=4$. Минимальной длине волны соответствует переход с самого верхнего уровня, т.е. $n_k \rightarrow \infty$.

Из (1) выразим длину волны

$$\lambda = \frac{1}{R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)}. \quad (2)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\lambda_{\max} = 1,89 \text{ мкм}; \quad \lambda_{\min} = 0,83 \text{ мкм}$$

Обратите внимание! Полученные значения длин волн лежат в инфракрасной области, что соответствует действительности.

Пример 7.3.4. Вычислить полную энергию E , орбитальный момент импульса L и магнитный момент p_m электрона, находящегося в $2p$ -состоянии в атоме водорода.

Решение. Собственные значения энергии E_n электрона в атоме водорода

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2, \text{ (эВ)} \quad (1)$$

где n – главное квантовое число, соответствующее номеру энергетического уровня. Z – зарядовое число (порядковый номер элемента). У водорода $Z=1$.

Орбитальный момент импульса электрона определяется следующим соотношением:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (2)$$

где \hbar – постоянная Планка; l – орбитальное квантовое число.

Магнитный момент электрона

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (3)$$

где μ_B – магнетон Бора. Для электрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

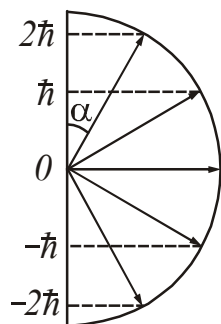
Если электрон находится в $2p$ -состоянии, то это значит, что $n=2$, а $l=1$. Подставив численные значения величин в формулы (1), (2), (3), получим

$$E = -3,4 \text{ эВ}; \quad L = 1,5 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; \quad p_m = 1,31 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 7.3.5. Используя векторную модель атома, определить наименьший угол α , который может образовать вектор \vec{L} орбитального момента импульса электрона в атоме с направлением внешнего магнитного поля. Электрон в атоме находится в d -состоянии.

Решение. Если электрон находится в d -состоянии, то орбитальное квантовое число $l=2$, а магнитное квантовое число может иметь следующие значения $m = 0, \pm 1, \pm 2$.

Орбитальный момент импульса электрона определяется формулой:



$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

где \hbar – постоянная Планка.

Проекция орбитального момента импульса на направление внешнего магнитного поля равна:

$$L_z = m \hbar. \quad (2)$$

Рисунок 7.2

Построим векторную модель атома (рис. 7.2). Проекция орбитального момента импульса на направление внешнего маг-

нитного поля может иметь пять значений: $0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$. Угол α будет наименьшим, если $L_z = 2\hbar$. Из чертежа следует, что

$$\cos \alpha = \frac{L_z}{L} = \frac{m \hbar}{\hbar \sqrt{l(l+1)}} = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816 \\ \alpha &= \arccos 0,816 = 35^\circ. \end{aligned}$$

Пример 7.3.6. Определить возможные значения магнитного момента p_m , обусловленного орбитальным движением электрона в возбуждённом атоме водорода, если энергия ε возбуждения равна 12,09 эВ.

Решение. Магнитный момент, обусловленный орбитальным движением электрона, определяется соотношением:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

где μ_B – магнетон Бора. Для электрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м²; $l=0,1,2,\dots,(n-1)$ – орбитальное квантовое число.

Найдём главное квантовое число, соответствующее возбуждённому состоянию. При переходе электрона с основного уровня на возбуждённый, атом поглощает квант энергии:

$$\varepsilon = E_n - E_1, \quad (2)$$

где E_n – энергия, соответствующая возбуждённому состоянию с главным квантовым числом n ; E_1 – энергия, соответствующая основному состоянию.

Собственные значения энергии E_n электрона в атоме водорода

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \cdot Z^2. \quad (3)$$

У водорода $Z=1$.

В основном состоянии $E_1 = -13,6$ эВ.

Подставим в (2) численные значения величин, выраженные в электрон-вольтах, получим:

$$12,09 = -\frac{13,6}{n^2} + 13,6.$$

Отсюда следует, что $n=3$. Следовательно, орбитальное квантовое число может принимать следующие значения: $l=0, 1, 2$.

Рассчитаем возможные значения магнитного момента p_m , подставив численные значения орбитального квантового числа в формулу (1):

при $l=0$ $p_m = 0$;

при $l=1$ $p_m = \mu_B \sqrt{2} = 1,31 \cdot 10^{-23} \text{ А}\cdot\text{м}^2$;

при $l=2$ $p_m = \mu_B \sqrt{6} = 2,27 \cdot 10^{-23} \text{ А}\cdot\text{м}^2$.

Пример 7.3.7. Найти число электронов в атоме, у которого в основном состоянии заполнены K - и L -слои, $3s$ -оболочка и наполовину $3p$ -оболочка. Какой это атом?

Решение. Число электронов, которое может быть на заполненном слое, определяется соотношением:

$$N(n) = 2n^2.$$

K -слою соответствует главное квантовое число $n=1$; L -слою – главное квантовое число $n=2$.

Число электронов, находящихся в состоянии с орбитальным квантовым числом l определяется следующим соотношением:

$$N(l) = 2(2l+1).$$

s -состоянию соответствует $l=0$, p -состоянию соответствует $l=1$.

Таким образом, на заполненном K -слое находится 2 электрона, на заполненном L -слое – 8 электронов.

На заполненной $3s$ -оболочке находится 2 электрона, на заполненной наполовину $3p$ -оболочке – 3 электрона.

Общее количество электронов в атоме:

$$N = 2 + 8 + 2 + 3 = 15.$$

Количество электронов в нейтральном атоме соответствует его порядковому номеру в таблице Д.И. Менделеева. Определяем, что элемент с порядковым номером $Z=15$ – фосфор.

Пример 7.3.8. Рентгеновское излучение испускается мишенью при её бомбардировке электронами, прошедшими ускоряющую разность потенциалов $U=100$ кВ. Определить минимальную длину λ_{\min} этого излучения.

Решение. Рентгеновское излучение возникает за счёт энергии, которую теряет электрон при торможении в веществе мишени. Энергия излучённого фотона

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света; λ – длина волны, соответствующая энергии излучённого фотона.

Электрон, бомбардирующий мишень, ускоряется электрическим полем из состояния покоя. Его кинетическая энергия в этом случае будет равна работе сил этого поля:

$$W_k = eU, \quad (2)$$

где e – заряд электрона; U – ускоряющая разность потенциалов.

Энергия фотона не может превысить энергию электрона, следовательно, должно выполняться соотношение:

$$\frac{hc}{\lambda} \leq eU. \quad (3)$$

Найдём из (3) длину волны:

$$\lambda \geq \frac{hc}{eU}. \quad (4)$$

Минимальному значению длины волны соответствует знак равенства:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\lambda_{\min} = 12,4 \text{ пм.}$$

Пример 7.3.9. Определить длину волны линии K_{α} характеристического рентгеновского спектра, если антиматод рентгеновской трубки изготовлен из вольфрама. Будет ли возникать эта линия в спектре, если напряжение на рентгеновской трубке равно 10 кВ?

Решение. Частоту излучения характеристического рентгеновского спектра, испускаемого элементом с порядковым номером Z , можно определить из закона Мозли:

$$\nu = cR(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (1)$$

где n_i – главное квантовое число энергетического уровня, на который переходит электрон; n_k – главное квантовое число энергетического уровня, с которого переходит электрон; c – скорость света; R – постоянная Ридберга, σ – постоянная экранирования.

Длина волны связана с частотой соотношением

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2), получим:

$$\lambda = \frac{1}{R(Z - \sigma) \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)}. \quad (3)$$

Для линии K_{α} постоянная экранирования $\sigma=1$, $n_i = 1$, $n_k = 2$. Порядковый номер вольфрама в таблице Менделеева $Z = 94$.

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$\lambda = 1,31 \text{ нм.}$$

Определим, будет ли возникать эта линия в спектре при напряжении на рентгеновской трубке, равном 10 кВ. Для этого сравним энергию ε кванта, соответствующего данной длине волны, с кинетической энергией W электронов, бомбардирующих антикатод.

Энергия кванта $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = 1,52 \cdot 10^{-16}$ Дж. Кинетическая энергия электронов, уско-

ренных электрическим полем из состояния покоя, $W = eU = 16 \cdot 10^{-16}$ Дж.

$W > \varepsilon$, поэтому при указанном напряжении линия с длиной волны $\lambda = 1,31$ нм может возникнуть на фоне сплошного спектра.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Запишите уравнение Шрёдингера для стационарных состояний водородоподобных ионов.
2. Какими квантовыми числами определяется состояния электрона в атоме? Укажите возможные значения квантовых чисел. С какими динамическими характеристиками связаны эти числа?
3. Запишите выражение для собственных значений энергии. Изобразите графически энергетический спектр атома водорода.
4. Что представляет собой оптический спектр атома водорода? На схеме энергетических уровней изобразите переходы, соответствующие различным спектральным сериям. Запишите формулу, по которой рассчитываются соответствующие длины волн.
5. Сформулируйте принцип Паули.
6. Поясните последовательность заполнения электронных оболочек многоэлектронных атомов.
7. Назовите виды рентгеновского излучения. Поясните происхождение тормозного рентгеновского излучения. Опишите его особенности.
8. Как определить коротковолновую границу сплошного рентгеновского спектра?
9. Поясните происхождение характеристического рентгеновского излучения. Опишите его особенности.
10. Запишите закон Мозли.

7.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

7.1. При переходе электрона в атоме водорода с четвёртого энергетического уровня на второй излучается фотон (зелёная линия водородного спектра). Определить длину волны этой линии спектра.

7.2. Определите наибольшую длину волны видимой части спектра атома водорода (серии Бальмера).

7.3. Определите наименьшую длину волны видимой части спектра атома водорода (серии Бальмера).

7.4. Вычислить орбитальный момент импульса L электрона, находящегося в атоме: 1) в s -состоянии; 2) в p -состоянии.

7.5. Вычислить спиновый момент импульса электрона и проекцию этого момента на направление внешнего магнитного поля.

7.6. Вычислить спиновый магнитный момент электрона и проекцию этого момента на направление внешнего магнитного поля.

7.7. Какое наибольшее число электронов может находиться в атоме, если для этих электронов совпадают n , l , m ?

Средний уровень

7.8. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область (от 380 до 760 нм)? Вычислить значения длин волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

7.9. Во сколько раз изменяется энергия атома водорода при переходе электрона с первого энергетического уровня на третий?

7.10. Вычислить энергию фотона, соответствующего первой линии в ультрафиолетовой серии водорода (серии Лаймана).

7.11. Во сколько раз длина волны излучения атома водорода при переходе электрона с третьего энергетического уровня на второй больше длины волны излучения, обусловленного переходом электрона со второго энергетического уровня на первый?

7.12. Потенциал ионизации атома водорода $\phi_i=13,6$ В. Вычислить значение постоянной Ридберга R .

7.13. Электрон в атоме водорода находится в состоянии $3s$. Определить длины волн спектральных линий, которые могут наблюдаться в спектре излучения.

7.14. Вычислить полную энергию E , орбитальный момент импульса L и магнитный момент p_m электрона, находящегося в $2p$ состоянии в атоме водорода.

7.15. Указать число возможных значений магнитного квантового числа m электрона, находящегося в f -оболочке. Какие это значения? Какое максимальное число s -, p -, d -электронов может находиться в электронных K -, L -, M - слоях атома?

7.16. Во внешней электронной оболочке невозбуждённого атома находится 2 электрона с орбитальным моментом импульса $L=0$. Главное квантовое число $n=3$. Какой это атом?

7.17. Рентгеновская трубка работает под напряжением 40 кВ. Найти коротковолновую границу рентгеновского спектра.

7.18. Определить длину волны линии K_α характеристического рентгеновского спектра, если антикатод рентгеновской трубки изготовлен из алюминия.

7.19. Из какого вещества изготовлен антикатод рентгеновской трубки, если длина волны линии K_α характеристического рентгеновского спектра равна 76 пм?

Достаточный уровень

7.20. Найти потенциал ионизации однократно ионизованного гелия.

7.21. Найти первый потенциал возбуждения двукратно ионизованного лития.

7.22. Фотон с энергией 15 эВ выбивает электрон из покоящегося атома водорода, находящегося в основном состоянии. С какой скоростью движется электрон вдали от ядра?

7.23. Электрон в невозбуждённом атоме водорода получил энергию 12,1 эВ. На какой энергетический уровень он перешёл? Сколько линий спектра может возникнуть при его переходе на более низкие энергетические уровни? Вычислить соответствующие длины волн.

7.24. В покоящемся атоме водорода электрон перешёл с пятого энергетического уровня в основное состояние. Какую скорость приобрёл атом за счёт испускания фотона?

7.25. Используя векторную модель атома, вычислить наименьший угол α , который может образовать вектор L орбитального момента импульса электрона в атоме с направлением внешнего магнитного поля. Электрон в атоме находится в d -состоянии.

7.26. Чему равна наибольшая проекция p_{mz} орбитального магнитного момента валентного электрона в невозбуждённом атоме фосфора ($Z=15$).

7.27. Определить возможные значения проекции момента импульса L_z , а также проекции орбитального магнитного момента p_{mz} электрона в атоме на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в f -состоянии. Начертить схему векторной модели атома.

7.28. Определить возможные значения орбитального момента импульса L , обусловленного движением электрона в возбуждённом атоме водорода, если энергия возбуждения равна 12,09 эВ.

7.29. Указать число электронов в атоме, у которого заполнены K -, L -слои и $3s$ -оболочка. Указать набор квантовых чисел (n, l, m, m_s), соответствующих $3s$ -оболочке.

7.30. Сколько элементов содержится в ряду между теми, у которых длины волн K_α -линий характеристического рентгеновского спектра равны 250 и 179 пм?

7.31. Найти напряжение на рентгеновской трубке с никелевым антикатодом, если разность длин волн K_α -линии и коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра равна 84 пм.

7.32. При каком наименьшем напряжении на рентгеновской трубке с ванадиевым антикатодом проявятся линии серии K_α ?

Глава 4. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА

§8 Основы физики твёрдого тела

8.1 Основные теоретические сведения

а) *Металлы*

1. Способность вещества проводить электрический ток характеризуется удельной проводимостью σ или удельным сопротивлением ρ . Удельное сопротивление связано с удельной проводимостью соотношением:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (8.1)$$

2. Плотность тока j , средняя скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n в металлах связаны соотношением

$$j = en \langle v \rangle, \quad (8.2)$$

где e – заряд электрона.

3. *Закон Ома в дифференциальной форме.* Плотность тока пропорциональна напряжённости поля в данной точке проводника.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (8.3)$$

4. Для большинства металлов при температурах, близких к комнатной, удельное сопротивление линейно меняется с температурой:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (8.4)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C , α – температурный коэффициент сопротивления металла.

б) *Полупроводники*

1. Удельная проводимость σ примесных полупроводников зависит от концентрации носителей тока и их подвижности:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (8.5)$$

где n и p – концентрации электронов и дырок соответственно;

μ_n – подвижность электронов проводимости,

μ_p – подвижность дырок.

Для собственных полупроводников концентрация электронов равна концентрации дырок ($n = p$), поэтому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p), \quad (8.6)$$

2. Зависимость удельной проводимости собственных полупроводников от температуры:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.7)$$

где ΔE – ширина запрещённой зоны;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана;

σ_0 – величина, определяемая свойствами конкретного материала, слабо изменяющаяся с температурой.

3. Зависимость сопротивления собственных полупроводников от температуры:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (8.8)$$

где R_0 – величина, определяемая свойствами конкретного материала, слабо изменяющаяся с температурой.

4. Температурный коэффициент сопротивления показывает, на какую долю изменяется сопротивление при изменении температуры на 1 К.

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (8.9)$$

Температурный коэффициент сопротивления собственных полупроводников

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (8.10)$$

5. Зависимость удельной проводимости примесных полупроводников от температуры:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} + \sigma_{\text{прим}} e^{-\frac{\Delta \epsilon_{\text{прим}}}{2kT}}, \quad (8.11)$$

где $\Delta \epsilon_{\text{прим}}$ – энергия активации примеси;

$\sigma_{\text{прим}}$ – константа, определяемая типом примеси.

6. Сила тока в p - n -переходе:

$$I = I_0 (e^{\frac{qU}{kT}} - 1), \quad (8.12)$$

где I_0 – предельное значение силы обратного тока; U – внешнее напряжение, приложенное к p - n -переходу, q – заряд электрона.

7. *Эффект Холла*. Если пластинку, вдоль которой течёт постоянный электрический ток I , поместить в магнитное поле, перпендикулярное току, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

$$U_H = R_H \frac{IB}{b}, \quad (8.13)$$

где R_H – постоянная Холла, b – толщина пластинки (размер пластинки в направлении вектора магнитной индукции), B – индукция магнитного поля.

Постоянная Холла:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \quad (8.14)$$

где q – заряд носителей;

n – концентрация носителей тока.

Формула (8.14) для расчёта постоянной Холла применима только к металлам и примесным полупроводникам (в последнем случае n – концентрация основных носителей тока).

8.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

В данном параграфе рассматриваются только электрические свойства проводников и полупроводников.

8.2.1. Частично электрические свойства металлических проводников были рассмотрены в т. 1, §12.

1. Следует различать скорость $\langle u \rangle$ хаотического теплового движения электронов и скорость $\langle v \rangle$ направленного (упорядоченного) движения электронов под действием электрического поля. Первую называют диффузионной, вторую – дрейфовой. Скорость теплового движения электронов при комнатных температурах ($T \approx 300$ К) составляет величину порядка 10^5 м/с, скорость направленного движения под действием электрического поля – порядка 10^{-3} м/с. Поэтому при вычислениях модуль $|\vec{u} + \vec{v}|$ результирующей скорости можно заменять модулем скорости теплового движения $\langle u \rangle$.

2. При решении задач на температурную зависимость сопротивления **металлов** (формула (8.4)) учтите следующее: температурный коэффициент сопротивления в справочных материалах может указываться как в 1/град, так и в 1/К. В обоих случаях температуру в формулу (8.4) надо подставлять в градусах Цельсия. Это основано на том, что температурный коэффициент сопротивления показывает, на какую долю изменяется сопротивление проводника при изменении температуры на 1°C . $\Delta t = \Delta T = 1^\circ\text{C} = 1\text{ К}$.

8.2.2. Задачи, в которых рассматриваются электрические свойства полупроводников, можно условно разделить на следующие типы:

1. Расчёт характеристик полупроводников: удельной проводимости, ширины запрещённой зоны, подвижности носителей заряда.

При расчёте удельной проводимости примесных полупроводников необходимо по указанному элементу примеси определить её тип: донорная или акцепторная. Например: в качестве примеси в германии использован индий (In). По таблице Менделеева определяем, что индий является элементом третьей

группы. На внешнем электронном уровне у индия 3 электрона. Это на 1 меньше, чем у германия, следовательно, индий является акцепторной примесью. Концентрация p дырок будет равна концентрации атомов индия, так как каждый атом акцепторной примеси даёт одну дырку.

2. Расчёт силы тока, текущего через p - n -переход, сопротивления p - n -перехода при прямом и обратном включении. Задачи такого типа решаются с применением формулы (8.11). При расчёте обратного тока учтите, что обратное напряжение надо подставлять со знаком «минус».

3. Задачи на эффект Холла. Формула для расчёта постоянной Холла в виде (8.14) применима только к металлам и примесным полупроводникам.

8.3 Примеры решения задач

Пример 8.3.1. Удельная проводимость σ меди при некоторой температуре равна 10^7 См/м*. Вычислить среднюю длину $\langle \lambda \rangle$ свободного пробега электронов в меди, если концентрация n свободных электронов равна 10^{29} м⁻³. Среднюю скорость $\langle u \rangle$ хаотического движения электронов принять равной 1 Мм/с.

Решение. Согласно классической теории электропроводности металлов электроны проводимости ведут себя подобно молекулам идеального газа. В промежутках между столкновениями с ионами кристаллической решетки они движутся свободно, пробегая некоторый путь, называемый длиной свободного пробега. При включении поля на хаотическое тепловое движение, которое происходит со скоростью $\langle u \rangle$, накладывается упорядоченное (направленное) движение электронов. Обозначим скорость направленного движения через $\langle v \rangle$.

Плотность тока связана со средней скоростью направленного движения следующим соотношением:

$$j = en \langle v \rangle, \quad (1)$$

где n – концентрация электронов проводимости, e – заряд электрона.

Предположим, что электрическое поле, ускоряющее электроны, однородно. Со стороны этого поля на электрон действует сила

$$F = eE, \quad (2)$$

где E – напряжённость поля.

По второму закону Ньютона

$$F = ma. \quad (3)$$

Подставим (2) в (3) и найдём ускорение, которое получит электрон:

$$a = \frac{eE}{m}. \quad (4)$$

*См/м=Сименс/метр. Сименс – единица измерения проводимости (электропроводности). Проводимость – величина, обратная электрическому сопротивлению.

К концу пробега скорость направленного движения электронов в среднем достигнет значения

$$v_{\max} = at = \frac{eE}{m}t, \quad (5)$$

где t – среднее время между двумя последовательными столкновениями электрона с ионами решетки.

В классической теории электропроводности не учитывается распределение электронов по скоростям, т.е. считается, что все электроны имеют примерно одинаковую скорость хаотического движения. Тогда время между двумя последовательными столкновениями будет равно

$$t = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}. \quad (6)$$

Скорость направленного движения изменяется за время пробега линейно, поэтому её среднее значение за пробег равно половине максимального:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2}v_{\max} = \frac{e \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E. \quad (7)$$

Подставим выражение (7) в уравнение (1). Получим:

$$j = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle} E. \quad (8)$$

Сравним полученное выражение с законом Ома в дифференциальной форме

$$j = \sigma E.$$

Из сравнения делаем вывод, что удельная проводимость будет равна

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle}. \quad (9)$$

Из формулы (9) найдём среднюю длину свободного пробега электронов.

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2m \langle u \rangle \sigma}{e^2 n}. \quad (10)$$

Подставив численные значения величин в формулу (10), получим

$$\langle \lambda \rangle = 7,1 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 7,1 \text{ нм}.$$

Обратите внимание! Расстояние между атомами меди $d \sim 0,25$ нм. Сравнивая его с длиной свободного пробега электронов, можно сделать вывод, что электрон в среднем пробегает между двумя последовательными столкновениями с ионами кристаллической решетки $\sim 15 \div 25$ межатомных расстояний.

Пример 8.3.2. Собственный полупроводник (германий) имеет при некоторой температуре удельное сопротивление $0,48 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Определить концентрацию носителей тока, если подвижности электронов и дырок соответственно равны $0,36 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и $0,16 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Если по образцу проходит ток, то какая часть η этого тока обусловлена электронами?

Решение. Удельная проводимость σ полупроводников зависит от концентрации носителей тока и их подвижности:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (1)$$

где n и p – концентрации электронов и дырок соответственно;

μ_n – подвижность электронов проводимости,

μ_p – подвижность дырок.

У собственных полупроводников концентрация электронов проводимости равна концентрации дырок ($n = p$), поэтому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p). \quad (2)$$

Учитывая, что удельная проводимость σ связана с удельным сопротивлением ρ соотношением

$$\sigma = \frac{1}{\rho}, \quad (3)$$

получим формулу для расчёта концентрации носителей:

$$n = \frac{1}{e\rho(\mu_n + \mu_p)}. \quad (4)$$

Найдём, какая часть η тока обусловлена электронами.

$$\eta = \frac{\sigma_n}{\sigma} = \frac{en\mu_n}{en(\mu_n + \mu_p)} = \frac{\mu_n}{\mu_n + \mu_p}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$n = 2,5 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}.$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\eta = 0,69.$$

Пример 8.3.3. Собственный полупроводник (кремний) находится в электрическом поле напряжённостью $E = 10^3 \text{ В/м}$. В каком направлении по отношению к полю будут двигаться свободные электроны и дырки? В каком направлении пойдёт электронный и дырочный ток? Рассчитать плотность тока, если подвижности электронов и дырок соответственно равны $0,13 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и $0,05 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Концентрация носителей заряда $1,45 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

Решение. Напомним, что направление вектора напряжённости электрического поля совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Поэтому свободные электроны в электрическом поле будут перемещаться против поля, а дырки – по полю. Движение носителей заряда под действием электрического поля называется дрейфом носителей, а соответствующий ток – дрейфовым.

Несмотря на то, что электроны и дырки движутся в противоположных направлениях, полный ток проводимости (дрейфовый ток) будет равен сумме электронного и дырочного токов проводимости. Он направлен по направлению напряжённости электрического поля.

$$i = i_n + i_p.$$

Плотность тока пропорциональна напряжённости поля в данной точке проводника.

$$j = \sigma E. \quad (1)$$

Удельная проводимость полупроводника определяется соотношением

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (2)$$

где e – заряд электрона;

n и p – концентрации электронов и дырок соответственно;

μ_n – подвижность электронов проводимости,

μ_p – подвижность дырок.

В собственных полупроводниках концентрация электронов равна концентрации дырок ($n = p$), поэтому

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p). \quad (3)$$

Подставив (3) в (1), получим:

$$j = en(\mu_n + \mu_p)E. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$j = 0,42 \text{ А/м}^2 = 0,42 \text{ мкА/мм}^2.$$

Обратите внимание! Подвижность электронов μ_n больше подвижности дырок μ_p ($\mu_n > \mu_p$), поэтому электронная составляющая дрейфового тока больше дырочной составляющей.

Пример 8.3.4. При измерении сопротивления собственного полупроводника было установлено, что при температуре $t_1=27^\circ\text{C}$ его сопротивление равно $R_1=11940 \text{ Ом}$, при температуре $t_2=77^\circ\text{C}$ сопротивление равно $R_2=2000 \text{ Ом}$. Определить ширину запрещённой зоны данного полупроводника.

Решение. Сопротивление полупроводников уменьшается с повышением температуры по закону

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (1)$$

где R_0 – некоторая константа для данного полупроводника;
 ΔE – ширина запрещённой зоны; k – постоянная Больцмана.
 Составим систему уравнений:

$$R_1 = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT_1}}, \quad (2)$$

$$R_2 = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT_2}}. \quad (3)$$

Разделим уравнения (1) и (2) почленно и прологарифмируем обе части полученного уравнения. Получим:

$$\ln \frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (4)$$

Из уравнения (4) найдём ширину запрещённой зоны:

$$\Delta E = \frac{2k \ln \frac{R_1}{R_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\Delta E = 1,05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,66 \text{ эВ}$$

Пример 8.3.5. После внесения примеси мышьяка в кристалл германия концентрация электронов проводимости стала $n_e = 4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. Сколько в среднем атомов германия приходится на один атом мышьяка? Считать, что каждый атом примеси дал электрон проводимости, а вклад собственной проводимости пренебрежимо мал.

Решение. Концентрация атомов мышьяка n_m равна концентрации электронов проводимости n_e , так как каждый атом примеси даёт один электрон проводимости.

$$n_m = n_e = 4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}.$$

Собственную проводимость не учитываем.

Чтобы найти, сколько атомов германия приходится на один атом мышьяка, надо найти отношение

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_{\text{м}}} = \frac{n_{\text{герм}}}{n_e}. \quad (1)$$

Число частиц в данной массе вещества:

$$N = \frac{m}{M} N_A. \quad (2)$$

Найдём концентрацию (число частиц в единице объёма вещества) германия $n_{\text{герм}}$:

$$n_{\text{герм}} = \frac{N}{V} = \frac{m N_A}{V M_{\text{герм}}} = \frac{\rho N_A}{M_{\text{герм}}}, \quad (3)$$

где m – масса германия, V – объём германия; N_A – число Авогадро, $M_{\text{герм}}$ – молярная масса германия, ρ – плотность германия. Подставим (3) в (1), получим:

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_{\text{м}}} = \frac{\rho N_A}{n_e M_{\text{герм}}}. \quad (4)$$

Значение плотности германия определяем по справочным данным: Таблицы физических величин, п. 3.20. Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\frac{n_{\text{герм}}}{n_{\text{м}}} = 1,1 \cdot 10^8.$$

Пример 8.3.6. Определить удельную проводимость кремния в следующих случаях: 1) в качестве примеси используется бор с концентрацией $1 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$; 2) в качестве примеси используется сурьма с концентрацией $3 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Подвижности электронов и дырок для кремния соответственно равны $0,13 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Решение. Удельная проводимость σ примесных полупроводников зависит от концентрации носителей тока и их подвижности:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (1)$$

где n и p – концентрации электронов и дырок соответственно;

μ_n – подвижность электронов проводимости,

μ_p – подвижность дырок.

Определим тип примесей. По таблице Менделеева определяем, что бор является элементом третьей группы. На внешнем электронном уровне у бора 3 электрона. Это на 1 меньше, чем у германия, следовательно, бор является акцепторной примесью, а проводимость дырочной. Концентрация p дырок равна

концентрации атомов бора, так как каждый атом акцепторной примеси даёт одну дырку.

Сурьма является элементом пятой группы. На внешнем электронном уровне у сурьмы 5 электронов. Это на 1 больше, чем у германия, следовательно, сурьма является донорной примесью, а проводимость электронной. Концентрация n электронов равна концентрации атомов сурьмы, так как каждый атом донорной примеси даёт один электрон проводимости.

Тогда можно записать:

$$\sigma_1 = e p \mu_p. \quad (2)$$

$$\sigma_2 = e n \mu_n. \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулы (2) и (3), получим

$$\sigma_1 = 80 \text{ См/м}, \quad \sigma_2 = 62,4 \text{ См/м}.$$

Пример 8.3.7. На рис. 8.1 показан график зависимости логарифма удельной проводимости от величины, обратной абсолютной температуре $\ln \sigma = f(1/T)$

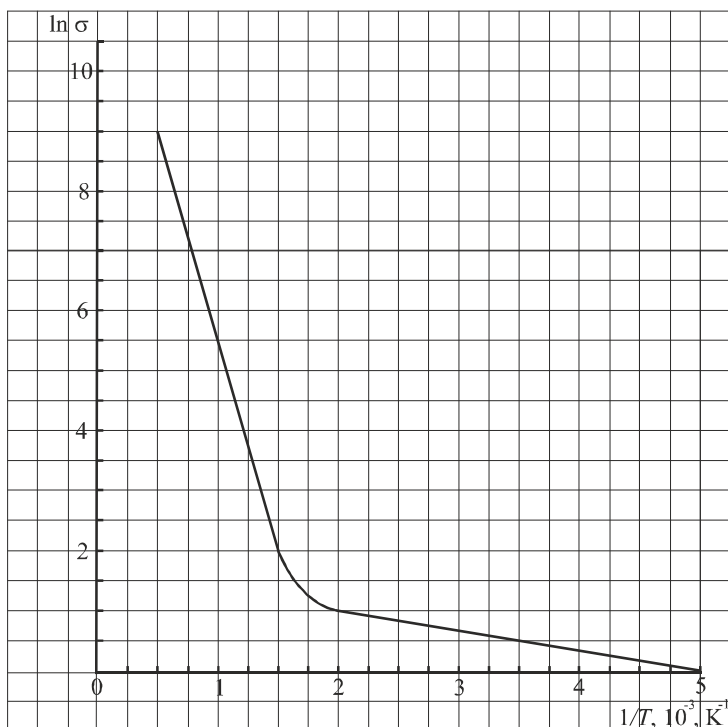


Рисунок 8.1

для некоторого полупроводника n -типа. Найти с помощью этого графика ширину запрещённой зоны полупроводника и энергию активации донорных уровней.

Решение. При низких температурах в примесных полупроводниках преобладает примесная проводимость, при высоких – собственная проводимость. Из графика следует, что для данного полупроводника переход от примесной проводимости к собственной происходит при условии: $1/T \approx 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-3}$. Поэтому разделим график на две области. Область 1 (правая часть графика) соответствует примесной проводимости, область 2

(левая часть графика) – собственной.

Запишем уравнение, которое описывает зависимость удельной проводимости от температуры в области 1 для двух различных температур:

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{прим}} \cdot e^{-\frac{\Delta \varepsilon_{\text{прим}}}{2kT_1}}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\text{прим}} \cdot e^{-\frac{\Delta\varepsilon_{\text{прим}}}{2kT_2}}. \quad (2)$$

где $\Delta\varepsilon_{\text{прим}}$ – энергия активации примеси; $\sigma_{\text{прим}}$ – константа, определяемая типом примеси, k – постоянная Больцмана.

Разделим уравнения почленно и прологарифмируем. Получим:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = e^{\frac{\Delta\varepsilon_{\text{прим}}}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}. \quad (3)$$

$$\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2 = \frac{\Delta\varepsilon_{\text{прим}}}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (4)$$

Найдём энергию активации примеси:

$$\Delta\varepsilon_{\text{прим}} = 2k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \quad (5)$$

Зависимость удельной проводимости от температуры в области 2 имеет аналогичный вид:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (6)$$

где σ_0 – некоторая константа для данного полупроводника; ΔE – ширина запрещённой зоны; k – постоянная Больцмана.

Проведя аналогичные преобразования, получим формулу для расчёта ширины запрещённой зоны:

$$\Delta E = 2k \frac{\ln \sigma_1 - \ln \sigma_2}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \quad (7)$$

Для проведения расчётов в каждой области выберем из графика произвольные значения $1/T$ и найдём соответствующие им значения $\ln \sigma$.

Для области 1:

Выберем на графике $1/T_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Этому значению соответствует $\ln \sigma_1 = 1,0$. Выберем $1/T_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, соответствующее значение $\ln \sigma_2 = 0,3$.

Для области 2: Выберем $1/T_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, ему соответствует $\ln \sigma_1 = 9,0$. Выберем $1/T_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\ln \sigma_2 = 5,2$.

Подставив численные значения величин в формулы (6) и (7), получим

$$\Delta\varepsilon_{\text{прим}} = 9,7 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 0,06 \text{ эВ},$$

$$\Delta E = 2,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,31 \text{ эВ}.$$

Обратите внимание! Энергия активации примеси значительно меньше ширины запрещённой зоны: $\Delta\varepsilon_{\text{прим}} \ll \Delta E$.

Пример 8.3.8. Сопротивление R_1 p - n -перехода, находящегося под прямым напряжением 0,1 В, равно 10 Ом. Определить сопротивление R_2 перехода при обратном напряжении. Температуру принять равной 300 К.

Решение. Сила тока в p - n -переходе

$$I = I_0 \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right), \quad (1)$$

где I_0 – предельное значение силы обратного тока; U – внешнее напряжение, приложенное к p - n -переходу.

Силу тока, текущего через p - n -переход, находящийся под прямым напряжением, найдём, используя закон Ома:

$$I_{\text{пр}} = \frac{U}{R_1}. \quad (2)$$

Сила тока, текущего через p - n -переход, находящийся под обратным напряжением

$$I_{\text{обр}} = \frac{U}{R_2}. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1), получим:

$$\frac{U}{R_1} = \frac{U}{R_2} \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right). \quad (4)$$

Выразим из (4) сопротивление R_2 перехода, который находится под обратным напряжением:

$$R_2 = R_1 \left(e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right). \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$R_2 = 467 \text{ Ом.}$$

Пример 8.3.9. Красная граница фотопроводимости чистого беспримесного германия соответствует $\lambda_0=1,7$ мкм. Вычислить температурный коэффициент сопротивления этого полупроводника при $T=300$ К.

Решение. Температурный коэффициент сопротивления показывает, на какую долю изменяется сопротивление при изменении температуры на 1 К.

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (1)$$

Зависимость сопротивления собственных полупроводников от температуры описывается уравнением:

$$R = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}}, \quad (2)$$

где R_0 – величина, определяемая свойствами конкретного материала, слабо изменяющаяся с температурой.

Продифференцируем уравнение (2):

$$\frac{dR}{dT} = R_0 e^{\frac{\Delta E}{2kT}} \left(\frac{\Delta E}{2k} \right) \cdot \left(-\frac{1}{T^2} \right). \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1), получим:

$$\alpha_T = -\frac{\Delta E}{2kT^2}. \quad (4)$$

Красная граница фотопроводимости полупроводника (т.е. максимальная длина волны, при которой ещё возможен внутренний фотоэффект) определяется условием: энергия фотона равна ширине запрещённой зоны

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \Delta E, \quad (5)$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света.

Подставим (5) в (4), получим:

$$\alpha_T = -\frac{hc}{2kT^2\lambda_0}. \quad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$\alpha_T = -0,047 \text{ 1/К.}$$

Пример 8.3.10. Полупроводник в виде тонкой пластинки шириной $a=1$ см и длиной $l=10$ см помещён в однородное магнитное поле индукцией $B=0,2$ Тл

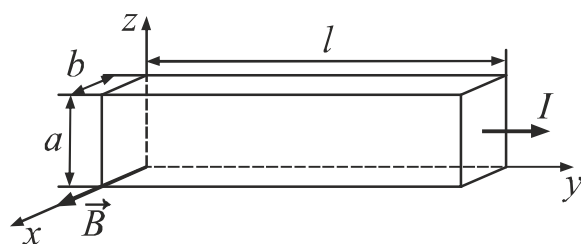


Рисунок 8.2

(рис. 8.2). Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластинки. К концам пластинки (по направлению y) приложено постоянное напряжение $U=300$ В. Определить холловскую разность потенциалов на гранях пластинки, если постоянная Холла $R_H=0,1$ м³/Кл, удельное сопротивление материала пластинки $\rho=0,5$ Ом·м.

Решение. Если пластинку, вдоль которой течёт постоянный электрический ток I , поместить в магнитное поле, перпендикулярное току, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \frac{IB}{b}, \quad (1)$$

где R_{H} – постоянная Холла, b – толщина пластинки (размер пластинки в направлении вектора магнитной индукции), B – индукция магнитного поля.

По закону Ома сила тока, текущего через пластинку

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2)$$

где R – сопротивление пластинки.

Сопротивление пластинки

$$R = \rho \frac{l}{ab}, \quad (3)$$

где l – длина пластинки (длина проводника), $ab = S$ – площадь поперечного сечения пластинки.

Подставим соотношения (2) и (3) в уравнение (1), проведём сокращения, получим:

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \frac{UBab}{\rho lb} = R_{\text{H}} \frac{UBa}{\rho l}. \quad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$U_{\text{H}} = 1,2 \text{ В.}$$

• **Вопросы для подготовки к практическим занятиям**

1. Дайте определение собственных полупроводников. Приведите примеры.
2. Изобразите схематично зонную структуру собственного полупроводника. Как заполнены его энергетические зоны при температуре, близкой к абсолютному нулю и при температуре, отличной от нуля?
3. Назовите способы активации электронов.
4. Какова природа носителей тока в собственных полупроводниках? Поясните, что называется «дыркой».
5. Как зависит проводимость собственных полупроводников от температуры? Приведите соответствующую формулу и график.
6. Сравните зависимость проводимости собственных полупроводников от температуры с соответствующей зависимостью для металлов. Приведите соответствующую формулу и график для металлов.
7. Назовите типы примесной проводимости. Как возникает примесная проводимость? Приведите примеры.
8. Изобразите схематично зонную структуру примесного полупроводника *p*-типа и *n*-типа.
9. Как зависит проводимость примесных полупроводников от температуры? Приведите соответствующую формулу и график.
10. Какое явление называется внутренним фотоэффектом? При каком условии возникает внутренний фотоэффект? Чем внутренний фотоэффект отличается от внешнего?
11. Что такое *p-n*-переход? Какими свойствами он обладает?
12. Приведите вольт-амперную характеристику полупроводникового диода. Запишите формулу, по которой рассчитывается сила тока, текущего через *p-n*-переход.

8.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

8.1. Найти скорость упорядоченного движения электронов в проводнике площадью поперечного сечения 5 мм^2 при силе тока 10 А , если концентрация электронов проводимости $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

8.2. В первом случае в кремний добавили индий, во втором – фосфор. Каким типом проводимости будет обладать полупроводник в каждом случае?

8.3. Какие вещества из перечисленных по ширине запрещённой зоны ΔE следует отнести к полупроводникам: алмаз С ($\Delta E=5,2 \text{ эВ}$); арсенид галлия GaAs ($\Delta E=1,43 \text{ эВ}$); кремний Si ($\Delta E=1,08 \text{ эВ}$); нитрид бора ($\Delta E=4,6 \text{ эВ}$); германий Ge ($\Delta E=0,66 \text{ эВ}$)?

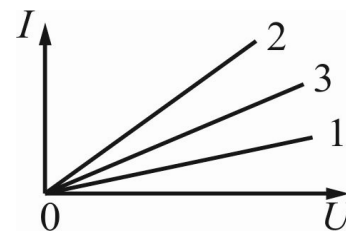


Рисунок 8.4

8.4. На рис. 8.4 изображены участки вольтамперных характеристик одинаковых полупроводниковых терморезисторов. Сравнить их температуры.

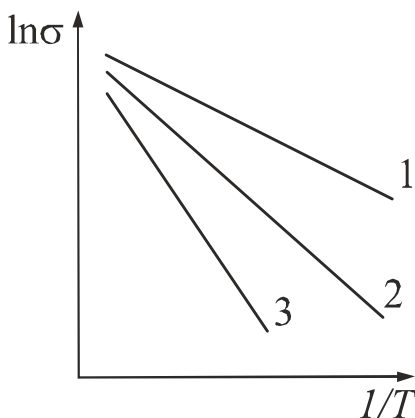


Рисунок 8.5

8.5. Установить соответствие между графиками, изображёнными на рис. 8.5, и указанными полупроводниковыми материалами: InAs ($\Delta E=0,36 \text{ эВ}$), GaTe ($\Delta E=1,78 \text{ эВ}$), InP ($\Delta E=1,26 \text{ эВ}$).

8.6. Определить среднюю дрейфовую скорость электронов и дырок в германии при комнатной температуре, если к образцу приложено внешнее электрическое поле напряжённостью $E=10 \text{ кВ/м}$.

8.7. Определить среднюю дрейфовую скорость электронов и дырок в кремнии при комнатной температуре, если к образцу приложено внешнее электрическое поле напряжённостью $E=10 \text{ кВ/м}$.

8.8. Дрейфовый ток плотностью 100 А/мм^2 течёт через кристалл кремния p -типа с удельным сопротивлением $0,05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Найти среднюю дрейфовую скорость электронов и дырок.

8.9. Определить красную границу внутреннего фотоэффекта для кристаллов кремния (Si), германия (Ge), арсенида галлия (GaAs). К какому виду излучения относятся эти длины волн? Можно ли использовать эти кристаллы в качестве фотоприёмника видимой части спектра?

Средний уровень

8.10. Найти скорость упорядоченного движения электронов в стальном проводнике, концентрация электронов проводимости в котором 10^{28} м^{-3} , при напряжённости электрического поля $E=96 \text{ мВ/м}$.

8.11. Найти скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике площадью поперечного сечения 25 мм^2 при силе тока 50 А , считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости.

8.12. Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре равна $3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Какую часть η составляет число электронов проводимости от общего числа атомов?

8.13. Определить массу бора, которую нужно ввести в кристалл кремния массой 4 г , чтобы получить полупроводник соответствующей проводимости. На один атом бора должно приходиться $4 \cdot 10^4$ атомов кремния.

8.14. Для получения полупроводника p -типа в кремний массой $m=1 \text{ кг}$ ввели бор. Число подвижных носителей заряда по отношению к общему числу атомов кремния составило $10^{-7} \%$. Определить массу введённого бора. Считать, что каждый атом примеси даёт один носитель заряда.

8.15. Во сколько раз изменится при повышении температуры от 27°C до 37°C удельная электропроводность: а) металла, температурный коэффициент сопротивления которого $\alpha=4,6 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$; б) собственного полупроводника, ширина запрещённой зоны которого $\Delta E=0,3 \text{ эВ}$? Каков характер изменения в обоих случаях?

8.16. Удельное сопротивление чистого германия при некоторой температуре $\rho=0,43 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Подвижности электронов и дырок в германии равны соответственно $0,39$ и $0,19 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Определить концентрацию носителей тока. Если через образец проходит ток, то какая часть η тока обусловлена электронами?

8.17. Удельная проводимость образца чистого кремния при некоторой температуре равна $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ См/м}$. Подвижности электронов и дырок в кремнии равны соответственно $0,14$ и $0,05 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Какова концентрация носителей тока? Если через образец проходит ток, то какая часть η тока обусловлена дырками?

8.18. Определить удельную проводимость германия, который содержит индий в концентрации $2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

8.19. Определить удельную проводимость германия, который содержит сурьму в концентрации $5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$.

Достаточный уровень

8.20. Удельная электропроводность металла связана со средней длиной свободного пробега и средней скоростью хаотического движения электронов соотношением (см. пример 8.1): $\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle u \rangle}$. Вычислить среднее время сво-

бодного пробега, длину свободного пробега и подвижность электронов меди, если концентрация электронов $n=8,3 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, удельное сопротивление меди $\rho=1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Среднюю скорость $\langle u \rangle$ хаотического движения электронов принять равной 10^6 м/с .

8.21. Определить и сравнить дрейфовую скорость $\langle v \rangle$ электрона, движущегося в электрическом поле напряжённостью 10 кВ/м в чистом германии, с его скоростью при движении на расстоянии 10 мм в таком же поле в вакууме.

8.22. Сопротивление R_1 полупроводникового кристалла PbS при температуре $t_1=20^\circ\text{C}$ равно 10^4 Ом. Определить его сопротивление R_2 при температуре $t_2=80^\circ\text{C}$. Ширина запрещённой зоны кристалла PbS $\Delta E=0.4$ эВ.

8.23. Найти минимальную энергию, необходимую для образования пары электрон – дырка в кристалле GaAs, если его удельная проводимость изменилась в 5,71 раза при изменении температуры от $t_1=20^\circ\text{C}$ до $t_2=3^\circ\text{C}$.

8.24. При измерении сопротивления собственного полупроводника было установлено, что при температуре $t_1=27^\circ\text{C}$ его сопротивление равно $R_1=11940$ Ом, а при температуре $t_2=77^\circ\text{C}$ сопротивление равно $R_2=2000$ Ом. Определить ширину запрещённой зоны ΔE данного полупроводника.

8.25. Германиевый кристалл, ширина запрещённой зоны ΔE которого равна 0,72 эВ, нагревают от температуры $t_1=10^\circ\text{C}$ до температуры $t_2=27^\circ\text{C}$. Во сколько раз изменилась при этом удельная проводимость?

8.26. Диод имеет обратный ток насыщения $I_0=10$ мкА, напряжение, приложенное к диоду, равно 0,3 В. Найти отношение прямого тока к обратному при $T=300$ К. Определить ток при прямом напряжении $U_{\text{пр}}=+0,25$ В.

8.27. Прямое напряжение, приложенное к p - n переходу, равно 0,2 В. Как и во сколько раз изменится сила тока через переход, если изменить температуру от 27°C до 0°C ?

8.28. Медная пластинка имеет длину $l=60,0$ мм, ширину $a=20,0$ мм и толщину $b=1,0$ мм (рис. 8.28). Между точками 1 и 2 приложена разность потенциалов $U_{12}=0,52$ мВ, при этом вдоль пластинки течёт ток силой $I=10$ А. Разность потенциалов между точками 3 и 4 равна нулю. Если, не выключая тока, создать перпендикулярное к пластинке однородное магнитное поле индукцией $B=0,1$ Тл, то между точками 3 и 4 возникает разность потенциалов $U_{34}=55$ мкВ. Определить концентрацию свободных электронов в меди и их подвижность.

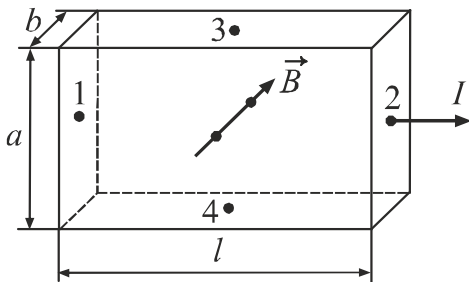


Рисунок 8.28

8.29. При наблюдении эффекта Холла пластинку из полупроводника p -типа шириной $a=10$ мм и длиной $l=50$ мм поместили в магнитное поле индукцией $B=0,5$ Тл. К концам пластинки приложили разность потенциалов $U=10$ В. При этом холловская разность потенциалов $U_H=50$ мВ, а удельное сопротивление $\rho=2,5$ Ом·см. Найти концентрацию дырок и их подвижность.

8.30. Удельная проводимость германия с примесями равна 112 См/м. Определить подвижность дырок и их концентрацию, если постоянная Холла равна $3,66 \cdot 10^{-4}$ м³/Кл. Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью.

8.31. Удельная проводимость чистого германия при 27°C равна $2,13 (\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$, подвижности электронов и дырок равны соответственно $0,38 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ и $0,18 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Определить концентрацию носителей тока.

8.32. На рис. 8.32 показан график зависимости логарифма удельной проводимости от величины, обратной абсолютной температуре $\ln \sigma = f(1/T)$ для кремния. Найти с помощью этого графика ширину запрещённой зоны кремния.

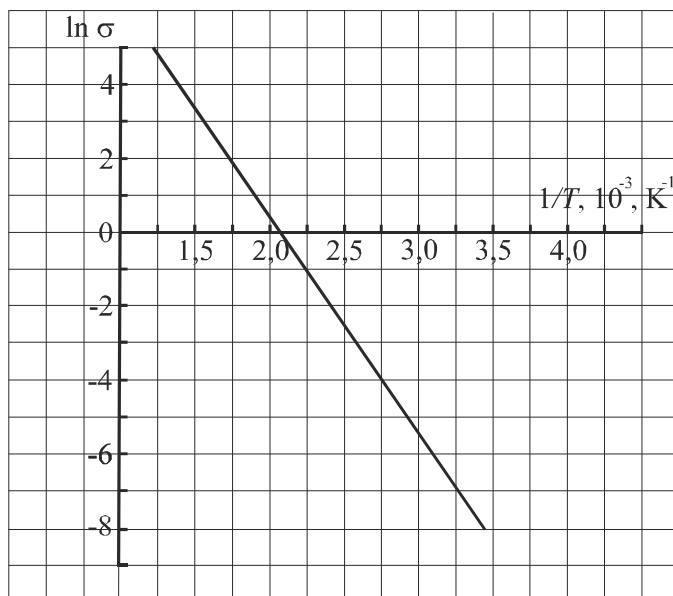


Рисунок 8.32

8.33. На рис. 8.33 показан график зависимости логарифма удельной проводимости от величины, обратной абсолютной температуре $\ln \sigma = f(1/T)$ для германия. Найти с помощью этого графика ширину запрещённой зоны германия.

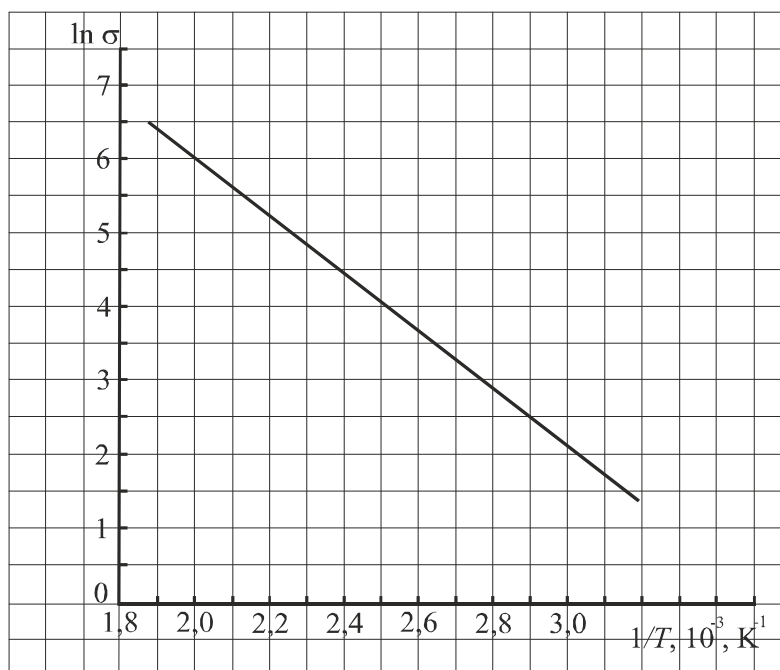


Рисунок 8.33

Глава 5. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

§9 Структура атомных ядер. Ядерные превращения

9.1 Основные теоретические сведения

1. Ядра обозначаются тем же символом, что и нейтральный атом:

$${}^A_Z X \quad \text{или} \quad {}_Z X^A,$$

где X – символ химического элемента, Z – зарядовое число, порядковый номер химического элемента в периодической системе элементов Менделеева, A – массовое число ядра.

2. Заряд ядра равен Ze , где e – величина заряда протона. Порядковый номер Z совпадает с числом протонов в ядре.

Массовое число A – целое число, ближайшее к атомной массе, выраженной в а.е.м. Оно определяет число нуклонов, т.е. общее число протонов и нейтронов в ядре: $A = Z + N$. Тогда число нейтронов

$$N = (A - Z). \quad (9.1)$$

3. Масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов. Разность между ними называется дефектом массы.

$$\Delta m = Z m_{{}_1\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a. \quad (9.2)$$

где $m_{{}_1\text{H}}$ – масса изотопа водорода, m_a – масса атома, m_n – масса нейтрона.

4. Чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны без сообщения им кинетической энергии, необходимо затратить энергию $E_{\text{св}}$, которая называется энергией связи.

$$E_{\text{св}} = (Z m_{{}_1\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a) \cdot c^2, \quad (9.3)$$

где c – скорость света.

Если массы выразить в а.е.м., то энергия связи вычисляется по формуле:

$$E_{\text{св}} = 931,5 \Delta m \quad (\text{МэВ}), \quad (9.4)$$

5. Удельная энергия связи $\varepsilon_{\text{уд}}$ – энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$\varepsilon_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}. \quad (9.5)$$

6. Ядерные реакции символически записываются в следующем виде:

$$X + \alpha \rightarrow Y + \beta \quad \text{или} \quad X(\alpha, \beta)Y, \quad (9.6)$$

где X и Y – исходное и конечное ядра;

α и β – бомбардирующая и испускаемая в ядерной реакции частица.

7. Энергетический выход ядерной реакции Q (тепловой эффект реакции):

$$Q = (\sum m_i - \sum m_k) \cdot c^2, \quad (9.7)$$

где $\sum m_i$ – сумма масс покоя частиц, участвующих в реакции;

$\sum m_k$ – сумма масс покоя частиц – продуктов реакции.

Если массы выразить в а.е.м., то

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k) \quad (\text{МэВ}). \quad (9.8)$$

8. Самопроизвольный распад ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (9.9)$$

где N_0 – число ядер данного изотопа в момент времени $t=0$;

N – число нераспавшихся ядер этого же изотопа в момент времени t ;

λ – постоянная распада.

9. Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада связаны следующим соотношением:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (9.10)$$

10. Активность a препарата (радиоактивного источника):

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \quad (9.11)$$

Активность препарата равна произведению постоянной распада λ на число N нераспавшихся атомов, содержащихся в этом препарате:

$$a = \lambda N. \quad (9.12)$$

Активность радиоактивного изотопа изменяется с течением времени по закону:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (9.13)$$

где a_0 – активность в момент времени $t = 0$.

Удельная активность $a_{\text{уд}}$ (активность единицы массы вещества):

$$a_{\text{уд}} = \frac{a}{m}. \quad (9.14)$$

11. При прохождении γ -лучей через вещество происходит их ослабление. Интенсивность γ -излучения изменяется по закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (9.15)$$

где I_0 – интенсивность γ -излучения, падающего на поверхность вещества;

μ – линейный коэффициент ослабления γ -лучей в веществе, зависящий от природы вещества и спектрального состава потока γ -излучения;
 x – толщина поглощающего слоя.

9.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

9.2.1. Указанная в таблице Д.И. Менделеева атомная масса химического элемента – это средневзвешенное от всех изотопов элемента, встречающихся в природе в естественных условиях. Поэтому при расчёте дефекта массы, энергии связи, удельной энергии связи массы изотопов надо брать из соответствующей таблицы справочных данных (Таблицы физических величин, п. 3.24).

9.2.2. При сокращённой записи реакции перед скобками пишут химический символ исходного ядра. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором – частицы, вылетающей из ядра. За скобками – химический символ ядра – продукта реакции. Символы, применяемые для обозначения частиц: p – протон, n – нейтрон, d – дейтрон (ядро изотопа водорода ${}^2_1\text{H}$), α – альфа-частица (${}^4_2\text{He}$), γ – гамма-фотон.

Задачи на ядерные реакции решаются с применением законов сохранения.

1. Для нахождения неизвестной частицы или изотопа, которые участвуют в реакции, а также для проверки правильности записи реакции, используют закон сохранения электрического заряда и закон сохранения суммарного числа нуклонов.

2. Для нахождения кинетических энергий частиц – продуктов реакции, а также направлений их движения используют законы сохранения импульса и энергии. В законе сохранения энергии под полной энергией подразумевают полную релятивистскую энергию, которая равна сумме энергии покоя и кинетической энергии: $mc^2 = m_0c^2 + W_k$. Согласно закону сохранения полной релятивистской энергии:

$$\sum m_{0i}c^2 + \sum W_{ki} = \sum m_{0k}c^2 + \sum W_{kk},$$

где $\sum m_{0i}c^2$ – сумма энергий покоя частиц до реакции, $\sum W_{ki}$ – сумма их кинетических энергий. Величины справа относятся к частицам после реакции.

3. При расчёте энергии ядерной реакции (теплового эффекта реакции) массы покоя ядер заменяют массами атомов. Разность сумм масс частиц, вступающих в реакцию и образующихся после реакции, при этом не меняется, так как каждая сумма возрастает на одну и ту же величину, равную $m_e \cdot \sum Z$. Здесь m_e – масса электрона, $\sum Z$ – суммарное зарядовое число всех частиц.

9.2.3. Чтобы найти число атомов, содержащихся в данной массе m радиоактивного изотопа, используют соотношение:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

где ν – количество вещества, N_A – постоянная Авогадро, M – молярная масса изотопа. Молярная масса изотопа выражается числом, близким к его массовому числу A : $M = A \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.2.4. При решении задач с использованием закона радиоактивного распада учтите следующее.

1. Если промежуток времени Δt , в течение которого происходит распад, намного меньше периода полураспада $T_{1/2}$ ($\Delta t \ll T_{1/2}$), то можно считать, что число нераспавшихся ядер практически остается постоянным и равным их начальному числу N_0 . Для нахождения числа ΔN распавшихся ядер закон радиоактивного распада можно использовать в дифференциальной форме:

$$\Delta N = \lambda N_0 \Delta t .$$

2. Если промежуток времени Δt , в течение которого происходит распад, и период полураспада $T_{1/2}$ являются величинами одного порядка, то закон радиоактивного распада используют в виде (9.9).

9.2.5. Зависимость линейного коэффициента ослабления γ -лучей в веществе от энергии квантов и природы вещества даётся в виде графика, который приводится в справочных материалах (Таблицы физических величин, п. 3.23).

Слоем половинного ослабления называется слой, толщина $x_{1/2}$ которого такова, что интенсивность проходящего через него γ -излучения уменьшается в 2 раза.

9.3 Примеры решения задач

Пример 9.3.1. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер двух изотопов магния: а) ${}_{12}^{24}\text{Mg}$; б) ${}_{12}^{25}\text{Mg}$.

Решение. Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом:



где X – символ химического элемента;

Z – порядковый номер химического элемента в периодической системе элементов Менделеева. Порядковый номер Z совпадает с числом протонов в ядре.

A – массовое число (число нуклонов в ядре).

Число нейтронов в ядре

$$N = (A - Z).$$

С учётом сказанного найдём:

а) ядро ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ содержит 12 протонов и 12 нейтронов;

б) ядро ${}_{12}^{25}\text{Mg}$ содержит 12 протонов и 13 нейтронов.

Пример 9.3.2. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра атома кислорода ${}^{16}_8\text{O}$.

Решение. Дефект массы ядра

$$\Delta m = Z m_{\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a \quad (1)$$

где m_{H} – масса изотопа водорода, m_a – масса атома, m_n – масса нейтрона.

Энергия связи любого изотопа равна

$$E_{\text{св}} = 931,5 \Delta m, \quad (2)$$

Удельная энергия связи $\varepsilon_{\text{уд}}$ (энергия связи, приходящаяся на один нуклон) равна

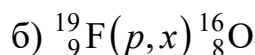
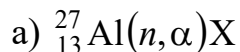
$$\varepsilon_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}. \quad (3)$$

Для кислорода ${}^{16}_8\text{O}$: $A=16$, $Z=8$. Массы изотопов определяем по справочным данным (Таблицы физических величин, п. 3.24): $m_{{}^{16}_8\text{O}} = 15,9994$ а.е.м., $m_{\text{H}} = 1,007825$ а.е.м., $m_n = 1,00867$ а.е.м.

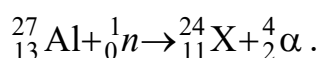
Подставив численные значения величин в формулы (1), (2), (3), получим

$$\Delta m = 0,13 \text{ а.е.м}; \quad E_{\text{св}} = 121,1 \text{ МэВ}; \quad \varepsilon_{\text{уд}} = 7,57 \text{ МэВ/нуклон.}$$

Пример 9.3.3. Написать недостающие обозначения в реакциях:

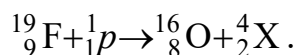


Решение. а) В любой ядерной реакции выполняются закон сохранения электрического заряда и закон сохранения суммарного числа нуклонов. Запишем уравнение реакции и рассчитаем зарядовые и массовые числа ядра X:



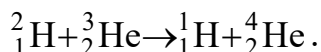
Зная порядковый номер Z ($Z=11$), по таблице Менделеева найдём, что искомым элемент X – Na (натрий). Следовательно: ${}^{27}_{13}\text{Al}(n, \alpha){}^{24}_{11}\text{Na}$.

б) Запишем уравнение реакции и рассчитаем зарядовые и массовые числа:



По таблице Менделеева определяем: X – ${}^4_2\text{He}$. Ядро атома гелия – это альфа-частица. Следовательно: ${}^{19}_9\text{F}(p, \alpha){}^{16}_8\text{O}$.

Пример 9.3.4. Найти энергию Q выделяющуюся при реакции:



Решение. Энергетический выход ядерной реакции Q (тепловой эффект реакции) равен разности энергий исходной и конечной пар ядер в реакции:

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k) \quad (1)$$

где $\sum m_i$ – сумма масс покоя частиц до реакции;

$\sum m_k$ – сумма масс покоя частиц после реакции.

Массы изотопов определяем по справочным данным (Таблицы физических величин, п. 3.24):

$$\sum m_i = m_{2\text{H}} + m_{3\text{He}} = 2,014102 + 3,016030 = 5,030132 \text{ а.е.м.};$$

$$\sum m_k = m_{1\text{H}} + m_{4\text{He}} = 1,007825 + 4,002604 = 5,010429 \text{ а.е.м.}$$

Поскольку $\sum m_i > \sum m_k$, то реакция идет с выделением тепла. Подставив численные значения величин в формулу (1), получим:

$$Q = 18,35 \text{ МэВ.}$$

Обратите внимание! Реакции, идущие с выделением тепла, называются экзотермическими, с поглощением тепла – эндотермическими.

Пример 9.3.5. Сколько атомов полония распадается из $N_0 = 10^6$ атомов за время: 1) $\Delta t = 1$ сутки; 2) $\Delta t = 120$ суток? Какую ошибку мы допускаем во втором случае при нахождении числа распавшихся атомов с использованием закона радиоактивного распада в дифференциальной форме?

Решение. По справочным данным (Таблицы физических величин, п. 3.24) определяем период полураспада полония: $T_{1/2} = 138,4$ суток.

1) Так как промежуток времени Δt , в течение которого происходит распад, намного меньше периода полураспада $T_{1/2}$ ($\Delta t \ll T_{1/2}$), то можно считать, что число нераспавшихся ядер практически остается постоянным и равным их начальному числу N_0 . Для нахождения числа ΔN распавшихся ядер закон радиоактивного распада в этом случае можно использовать в дифференциальной форме:

$$\Delta N = \lambda N_0 \Delta t. \quad (1)$$

где λ – постоянная распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада связаны следующим соотношением:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (2)$$

Сделаем замену в (1), получим

$$\Delta N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \Delta t. \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$\Delta N = 5 \cdot 10^3.$$

2) В данном случае промежуток времени Δt , в течение которого происходит распад, сравним с периодом полураспада. Это значит, что закон радиоактивного распада надо использовать в виде:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (4)$$

Число распавшихся атомов

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}), \quad (5)$$

где λ – постоянная распада.

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада связаны следующим соотношением:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (6)$$

Сделаем замену в (2), получим

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}). \quad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$\Delta N = 4,5 \cdot 10^5.$$

Рассчитаем число распавшихся атомов, применив закон радиоактивного распада в дифференциальной форме (формула (3)):

$$\Delta N_1 = 6,0 \cdot 10^5.$$

Рассчитаем ошибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta N_1 - \Delta N}{\Delta N_1} \cdot 100\%.$$

$$\varepsilon = \frac{(6,0 - 4,5) \cdot 10^5}{6,0 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 25\%.$$

Таким образом, если промежуток времени Δt , в течение которого происходит распад, сравним с периодом полураспада, то применять закон радиоактивного распада в дифференциальной форме нельзя.

Пример 9.3.6. В урановой руде отношение числа ядер ^{238}U к числу ядер ^{206}Pb составляет $\eta=2,8$. Оценить возраст руды, считая, что весь свинец ^{206}Pb является конечным продуктом распада уранового ряда.

Решение. Самопроизвольный распад ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

где N_0 – число ядер данного изотопа в момент времени $t=0$;

N – число нераспавшихся ядер этого же изотопа в момент времени t ;

λ – постоянная распада.

Разделим обе части уравнения (1) на N_0 и прологарифмируем:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t. \quad (3)$$

Выразим из (3) время:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{N}{N_0}. \quad (4)$$

Период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада связаны следующим соотношением:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (5)$$

Выразим из (5) постоянную распада и подставим её в (4). Получим:

$$t = -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N}{N_0}. \quad (6)$$

Начальное количество ядер равно $N_0 = N + N_{\text{Pb}}$, где N_{Pb} – количество ядер образовавшегося свинца. По условию $N_{\text{Pb}} = \frac{N}{2,8}$. Тогда, заменив N_{Pb} , получим:

$$N_0 = N + \frac{N}{2,8} = 1,357N. \quad (7)$$

Значение периода полураспада ^{238}U определяем по справочным данным (Таблицы физических величин, п. 3.24).

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$t = 2 \cdot 10^9 \text{ лет.}$$

Пример 9.3.7. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего ^{24}Na с активностью $a = 2,0 \cdot 10^3$ Бк. Активность 1 см³ крови через

$t=5,0$ ч оказалась $a' = 0,267$ Бк/см³. Период полураспада данного радиоизотопа $T=15$ ч. Найти объём крови человека.

Решение. Активность радиоактивного изотопа изменяется с течением времени по закону:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где a_0 – активность в момент времени $t = 0$, λ – постоянная распада.

Зная активность 1 см³ крови в момент времени t , можно найти активность объёма V :

$$a = a' V. \quad (2)$$

Постоянная распада и период полураспада $T_{1/2}$ связаны следующим соотношением:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в уравнение (1) и выразим объём.

$$a' V = a e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}, \quad (4)$$

$$V = \frac{a}{a'} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}. \quad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$V = 5,95 \cdot 10^3 \text{ см}^3 \approx 6 \text{ л}.$$

Пример 9.3.8. На рис. 9.1 дан график зависимости логарифма активности радиоактивного препарата от времени. Определить период полураспада, постоянную распада и среднее время жизни радиоактивного изотопа. Какому изотопу может соответствовать этот график?

Решение. Активность радиоактивного изотопа изменяется с течением времени по закону:

$$a = a_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где a_0 – активность в момент времени $t = 0$,

λ – постоянная распада.

Запишем уравнение (1) для двух различных моментов времени:

$$a_1 = a_0 e^{-\lambda t_1}, \quad (2)$$

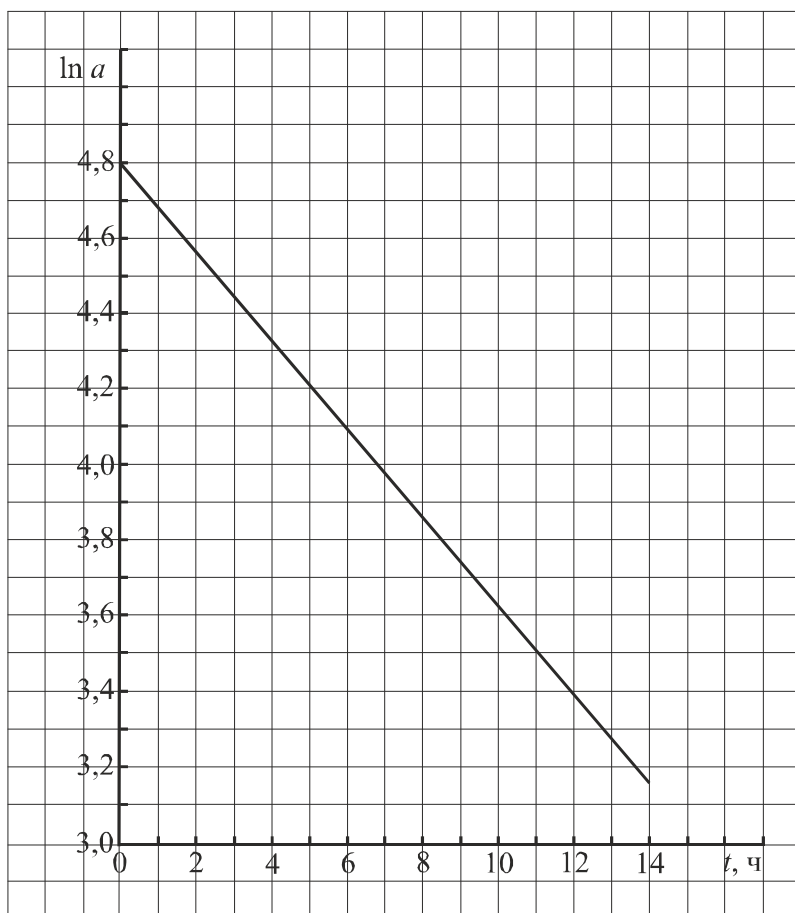


Рисунок 9.1

$$a_2 = a_0 e^{-\lambda t_2}. \quad (3)$$

Разделим уравнения почленно и прологарифмируем. Получим:

$$\frac{a_1}{a_2} = e^{\lambda(t_2 - t_1)}. \quad (4)$$

$$\ln a_1 - \ln a_2 = \lambda(t_2 - t_1). \quad (5)$$

Постоянная распада и период полураспада $T_{1/2}$ связаны следующим соотношением:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}. \quad (6)$$

Подставим (6) в уравнение (5) и выразим период полураспада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2(t_2 - t_1)}{\ln a_1 - \ln a_2}. \quad (7)$$

Для проведения расчётов выберем из графика произвольные значения времени t_1 и t_2 и найдём соответствующие им значения $\ln a$.

Выберем на графике $t_1 = 2$ ч. Этому значению соответствует $\ln a_1 = 4,56$.

Выберем $t_2 = 10$ ч, соответствующее значение $\ln a_2 = 3,62$.

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$T_{1/2} \approx 6 \text{ ч.}$$

Рассчитаем постоянную распада по формуле (6): $\lambda = 0,12 \text{ ч}^{-1}$.

Среднее время жизни радиоактивного изотопа

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (8)$$

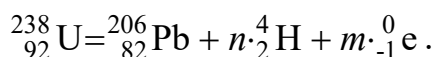
Подставив численное значение постоянной распада в формулу (8), получим

$$\tau = 8,33 \text{ ч.}$$

Чтобы определить какому изотопу может соответствовать график, воспользуемся справочными данными (Таблицы физических величин, п. 3.24). По периоду полураспада определяем, что это может быть актиний ${}_{89}^{228}\text{Ac}$.

Пример 9.3.9. Вследствие радиоактивного распада изотоп урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ превращается в изотоп свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Сколько при этом происходит α и β -распадов?

Решение. При α -распаде испускается α -частица, которая представляет собой ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$. При β -распаде испускается электрон ${}^0_{-1}\text{e}$. Обозначим количество α -распадов через n , а количество β -распадов через m . Запишем уравнение реакции:



При β -распаде массовое число не изменяется, поэтому сначала найдём количество α -распадов, используя закон сохранения суммы массовых чисел:

$$238 = 206 + n \cdot 4$$

Отсюда находим $n = 8$.

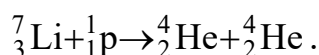
Количество β -распадов найдём, используя закон сохранения суммы зарядовых чисел:

$$92 = 82 + 8 \cdot 2 - m \cdot 1.$$

Отсюда находим $m = 6$.

Пример 9.3.10. Протоны, ускоренные разностью потенциалов 6,8 МВ, бомбардируют неподвижную литиевую мишень. При столкновении протона с ядром изотопа ${}^7\text{Li}$ образуются две α -частицы, разлетающиеся симметрично по отношению к направлению пучка протонов. Определить кинетическую энергию и угол разлета α -частиц.

Решение. Запишем уравнение ядерной реакции:



Запишем закон сохранения энергии для данной реакции:

$$m_{0\text{Li}} c^2 + m_{0\text{p}} c^2 + W_{\text{Li}} + W_{\text{p}} = 2m_{0\text{He}} c^2 + 2W_{\text{He}} \quad (1)$$

где W_{Li} и W_{p} – кинетические энергии соответственно ядра-мишени (лития) и бомбардирующей частицы (протона); W_{He} – кинетическая энергия вылетающей α -частицы. Ядро лития до реакции покоилось, следовательно, его кинетическая энергия W_{Li} была равна нулю.

Выразим из уравнения (1) кинетическую энергию α -частицы с учётом того, что $W_{\text{Li}}=0$:

$$W_{\text{He}} = \frac{1}{2} \left[(m_{0\text{Li}} + m_{0\text{p}} - 2m_{0\text{He}}) c^2 + W_{\text{p}} \right]. \quad (2)$$

Величина $(m_{0_{\text{Li}}} + m_{0_p} - 2m_{0_{\text{He}}})c^2$ представляет собой энергетический выход реакции Q . Сделав замену в (2), получим:

$$W_{\text{He}} = \frac{1}{2}(Q + W_p). \quad (3)$$

Проведём предварительные расчёты. Энергетический выход реакции рассчитаем в МэВ. Для этого используем соотношение:

$$Q = 931,5 (\sum m_i - \sum m_k), \quad (4)$$

где $\sum m_i = m_{\text{Li}} + m_{\text{p}} = 7,016005 + 1,007276 = 8,023281$ а.е.м.

$\sum m_k = 2 \cdot m_{\text{He}} = 2 \cdot 4,002604 = 8,005208$ а.е.м.

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$Q = 16,83 \text{ МэВ.}$$

Бомбардирующий протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , приобретает кинетическую энергию W_p , равную работе электрического поля:

$$W_p = eU, \quad (5)$$

где e – заряд протона.

$$W_p = 6,8 \text{ МэВ.}$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$W_{\text{He}} = 11,82 \text{ МэВ.}$$

По закону сохранения импульса:

$$\vec{p} = \vec{p}_{\text{He}} + \vec{p}_{\text{He}}, \quad (6)$$

где \vec{p} – импульс протона, \vec{p}_{He} – импульс α -частицы.

Из рис. 9.2 следует, что

$$p = 2 p_{\text{He}} \cdot \cos \frac{\theta}{2}. \quad (7)$$

Сравним полученное значение кинетической энергии α -частицы с её энергией покоя ($E_0 = 3,75$ ГэВ): $W_{\text{He}} \ll E_0$. Это означает, что образовавшиеся α -частицы являются нерелятивистскими. Импульс нерелятивистской частицы связан с её кинетической энергией соотношением:

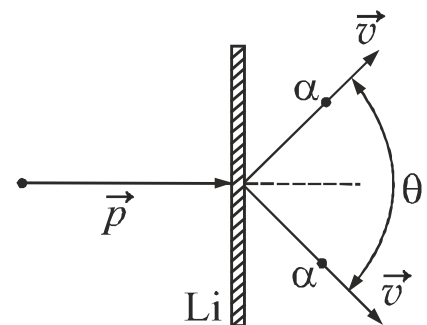


Рисунок 9.2

$$p = \sqrt{2mW_k}. \quad (8)$$

Выразим из (7) косинус искомого угла, заменив импульсы протона и α -частицы в соответствии с уравнением (8). Получим:

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{p}{2p_{\text{He}}} = \sqrt{\frac{m_p \cdot W_p}{m_{\text{He}} \cdot W_{\text{He}}}}. \quad (9)$$

Подставив численные значения величин в формулу (9), получим

$$\cos \frac{\theta}{2} = 0,38, \quad \theta = 2 \arccos 0,38 = 135,3^\circ.$$

Пример 9.3.11. На какую глубину нужно погрузить в воду источник узкого пучка γ -излучения с энергией γ -квантов равной 1,6 МэВ, чтобы интенсивность пучка, выходящего из воды, была уменьшена в 1000 раз?

Решение. При прохождении γ -излучения через вещество происходит его ослабление. Интенсивность излучения изменяется по закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность γ -излучения, падающего на поверхность вещества;

μ – линейный коэффициент ослабления γ -лучей в веществе, зависящий от природы вещества и спектрального состава потока γ -излучения;

x – толщина поглощающего слоя.

Решим уравнение (1) относительно x :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}, \quad (2)$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x. \quad (3)$$

$$x = -\frac{1}{\mu} \cdot \ln \frac{I}{I_0}. \quad (4)$$

Определим по графику, приведённому в справочных данных (Таблицы физических величин, п. 3.23), значение μ – линейного коэффициента ослабления γ -лучей с энергией 1,6 МэВ в воде:

$$\mu = 0,06 \text{ см}^{-1}.$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$x = 115 \text{ см}.$$

Пример 9.3.12. На рис. 9.3 показана зависимость линейного коэффициента ослабления гамма-лучей от длины волны для свинца. Какова максимальная толщина слоя половинного ослабления гамма-лучей в свинце?

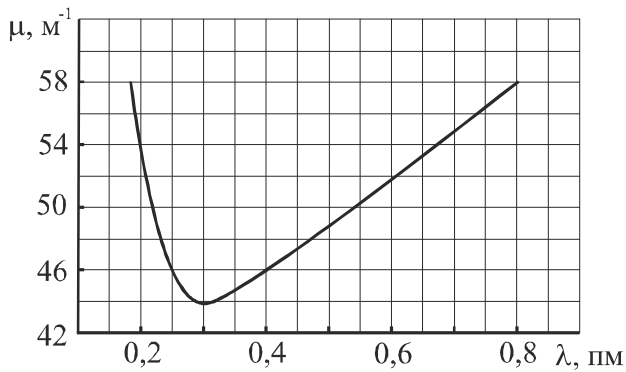


Рисунок 9.3

толщина слоя половинного ослабления гамма-лучей в свинце?

Решение. При прохождении γ -лучей через вещество происходит их ослабление. Интенсивность γ -излучения изменяется по закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность γ -излучения, падающего на поверхность вещества;

μ – линейный коэффициент ослабления γ -лучей в веществе, зависящий от природы вещества и спектрального состава потока γ -излучения;

x – толщина поглощающего слоя.

Слоем половинного ослабления называется слой, толщина $x_{1/2}$ которого такова, что интенсивность проходящего через него γ -излучения уменьшается в 2 раза. Это означает, что $I = I_0/2$. Сделаем замену в (1), проведём сокращения и прологарифмируем полученное соотношение. Получим:

$$\ln 2 = \mu x_{1/2}, \quad (2)$$

где $x_{1/2}$ – толщина слоя половинного ослабления.

Определим толщину этого слоя:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}, \quad (3)$$

Для того, чтобы толщина слоя была максимальной, линейный коэффициент ослабления должен принять минимальное значение. По графику определяем, что минимальное значение $\mu_{\min} = 44 \text{ м}^{-1}$.

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$x_{1/2} = 1,58 \text{ см.}$$

Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Какие частицы входят в состав ядра? Назовите основные характеристики ядра.
2. Перечислите основные свойства ядерных сил.
3. Что называется дефектом массы? Запишите формулу для расчёта дефекта массы.
4. Что называется энергией связи ядра, удельной энергией связи? Запишите формулы, по которым они рассчитываются.
5. Что называется ядерной реакцией? Какие законы выполняются при ядерных реакциях?
6. Как рассчитывается энергетический выход ядерной реакции? Какие реакции называются экзотермическими, а какие – эндотермическими?
7. В чём заключается явление радиоактивности? Перечислите виды радиоактивного распада. В чём состоит сущность этих процессов?
8. Запишите закон радиоактивного распада. Каковы границы применимости закона радиоактивного распада?
9. Что такое период полураспада? Как он связан с постоянной распада?
10. Что называется активностью радиоактивного вещества, удельной активностью? Запишите закон изменения активности.
11. Перечислите основные свойства гамма-излучения. Назовите области применения гамма-излучения.

9.4. Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

9.1. Определить состав ядер фтора (${}^{18}_9\text{F}$), алюминия (${}^{27}_{13}\text{Al}$), цинка (${}^{64}_{30}\text{Zn}$), бария (${}^{138}_{56}\text{Ba}$).

9.2. Каков состав ядер изотопов свинца ${}^{207}_{82}\text{Pb}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, ${}^{210}_{82}\text{Pb}$?

9.3. Ядро ${}^{59}_{26}\text{Fe}$ испустило нейтрон. Определить число нуклонов в новом ядре.

9.4. Как изменяется массовое число элемента при испускании ядром
а) протона; б) нейтрона; в) γ -кванта?

9.5. Как изменяется зарядовое число элемента при испускании ядром
а) протона; б) нейтрона; в) γ -кванта?

9.6. Как изменяется электрический заряд ядра при α -распаде?

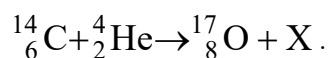
9.7. Найти дефект массы ядра азота (${}^{14}_7\text{N}$).

9.8. Вычислить энергию связи ядра дейтерия (в МэВ).

9.9. Найти энергию связи ядра алюминия (${}^{27}_{13}\text{Al}$).

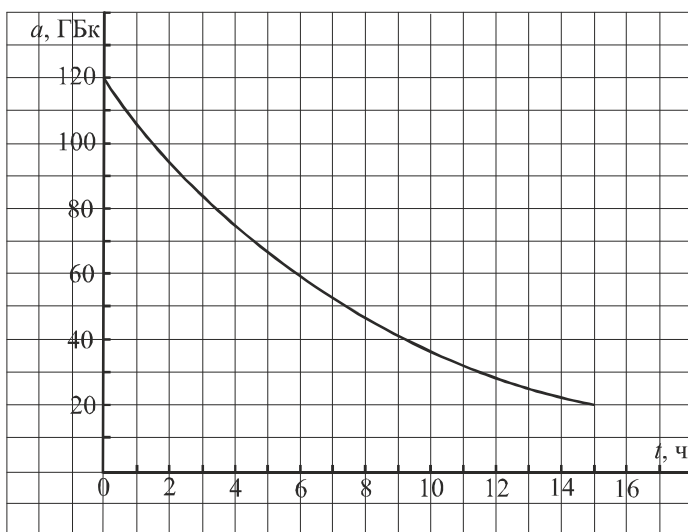
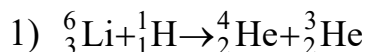
9.10. Найти удельную энергию связи ядра кислорода ${}^{16}_8\text{O}$.

9.11. Определить порядковый номер Z и массовое число A частицы, обозначенной буквой X в символической записи ядерной реакции:



Как называется эта частица?

9.12. Определить, поглощается или выделяется энергия при следующих ядерных реакциях:



9.13. Суммарная масса покоя продуктов ядерной реакции на 0,02 а.е.м. меньше, чем суммарная масса покоя ядер и частиц, вступивших в реакцию. Каков энергетический выход данной ядерной реакции? Каков характер реакции?

9.14. На рис. 9.14 приведён график зависимости активности радиоактивного препарата от времени. Определить период полураспада, постоянную распада и среднее время жизни радиоактив-

Рисунок 9.14

ного изотопа. Какому изотопу это может соответствовать?

9.15. Какая доля радиоактивных ядер распадается через интервал времени, равный двум периодам полураспада?

9.16. Какая доля первоначального количества радиоактивного изотопа распадется за время его жизни?

9.17. Чему равна энергия гамма-квантов, если при прохождении через слой чугуна толщиной 3 см интенсивность излучения ослабляется в три раза? Воспользоваться графиком 3.23 в справочных материалах.

Средний уровень

9.18. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$.

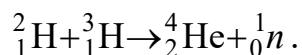
9.19. Найти удельную энергию связи ядер ${}_{1}^3\text{H}$ и ${}_{2}^3\text{He}$. В каком из ядер нуклоны связаны сильнее?

9.20. При бомбардировке ядер изотопа бора ${}_{5}^{10}\text{B}$ нейтронами из образовавшегося ядра выбрасывается α -частица. Записать уравнение реакции.

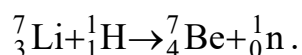
9.21. При облучении алюминиевой мишени протонами образуются α -частицы. Записать уравнение происходящей ядерной реакции.

9.22. Вследствие радиоактивного распада ${}_{90}^{232}\text{Th}$ превращается в ${}_{83}^{212}\text{Bi}$. Сколько альфа- и бета-распадов он при этом испытывает?

9.23. Рассчитать энергетический выход термоядерной реакции и указать характер реакции:



9.24. Рассчитать энергетический выход ядерной реакции указать характер реакции:



9.25. Какая энергия выделяется при α -распаде ядра радия-226?

9.26. При аннигиляции электрона и позитрона образовались два одинаковых γ -кванта. Определить их длину волны. Кинетической энергией частиц до реакции пренебречь.

9.27. В 1986 году в результате аварии на Чернобыльской АЭС произошёл выброс в окружающую среду радиоактивных веществ, в том числе изотопов цезия-137. Период полураспада цезия-137 составляет 30 лет. Сколько процентов атомов этого изотопа распадётся за 90 лет?

9.28. В 2011 году цунами разрушило атомную станцию «Фукусима-1» в Японии. В результате произошел выброс радионуклидов йода-131. Период полураспада йода-131 составляет 8 суток. Сколько процентов начального количества атомов йода-131 сохранится через 40 суток?

9.29. Каков период полураспада радиоактивного изотопа, если за сутки в среднем распадается 3500 атомов из 4000?

9.30. Определить период полураспада радиоактивного изотопа, если его активность уменьшилась в 8 раз за 15 суток.

9.31. Период полураспада радона равен 3,8 суток. За какое время активность препарата радона уменьшится в 1,45 раза?

9.32. Ядро лития (${}^7_3\text{Li}$), захватывая протон, распадается на две α -частицы. Определить сумму кинетических энергий этих частиц. Кинетической энергией протона пренебречь.

9.33. При делении одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ на два осколка выделяется около 220 МэВ энергии. Какая энергия освобождается при «сжигании» в ядерном реакторе 1 г этого изотопа? Какое количество каменного угля нужно сжечь для получения такой же энергии? Удельную теплоту сгорания каменного угля принять равной 30 МДж/кг.

9.34. Источник узкого пучка γ -излучения с энергией гамма-квантов, равной 1,6 МэВ, погружён в воду на глубину 1,15 м. Во сколько раз изменилась интенсивность выходящего из воды пучка? Воспользоваться графиком 3.23 в справочных материалах.

Достаточный уровень

9.35. Протоны, налетающие на неподвижную литиевую мишень, возбуждают реакцию ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$. При какой кинетической энергии протона возникший нейтрон может оказаться покоящимся?

9.36. Альфа-частица с кинетической энергией 5,3 МэВ возбуждает реакцию ${}^9_4\text{Be}(\alpha, n){}^{12}_6\text{C}$, энергий выход которой 5,7 МэВ. Найти кинетическую энергию нейтрона, вылетевшего под прямым углом к направлению движения α -частицы. Кинетической энергией ядра бериллия пренебречь.

9.37. Протон с кинетической энергией 1 МэВ налетает на покоящееся ядро ${}^7_3\text{Li}$. В результате реакции вылетают две α -частицы с одинаковыми энергиями. Найти угол между направлениями движения α -частиц.

9.38. Период полураспада радиоактивного изотопа равен 30 минут. Через какое время в образце массой 16 г останется 0,5 г данного изотопа?

9.39. При биологических и медицинских исследованиях используют радиоактивный изотоп фосфора ${}^{32}_{15}\text{P}$, период полураспада которого равен 14 суток. За какое время количество этого изотопа в организме уменьшится в 1000 раз?

9.40. Два образца в начальный момент содержали одинаковое количество радиоактивных атомов. Период полураспада атомов первого образца равен 10 мин, а второго образца – 30 мин. Найти отношение количеств радиоактивных атомов в образцах через 1 час.

9.41. Определить возраст изделия из дерева, если известно, что активность образца из этого изделия по изотопу углерода ${}^{14}\text{C}$ составляет одну треть активности свежей древесины.

9.42. Период полураспада калия-42 равен 12,5 часов. При распаде каждого ядра выделяется энергия 5 МэВ. Найти энергию, которая выделяется за сутки в образце, содержащем первоначально 1 мг калия-42?

9.43. При делении одного ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$ выделяется около 220 МэВ энергии. Какое количество воды можно нагреть от 20°C до 100°C за счёт энергии, выделяющейся при делении 50 г урана-235? Потери энергии не учитывать. Удельная теплоёмкость воды $c=4200$ Дж/(кг·К).

9.44. Интенсивность узкого пучка гамма-излучения после прохождения через слой свинца толщиной $x=4$ см уменьшилась в $k=8$ раз. Определить возможные энергии гамма-кванта и толщину слоя половинного ослабления. Воспользоваться графиком 3.23 в справочных материалах.

9.45. Экран состоит из двух пластин: свинцовой толщиной 2 см и бетонной толщиной 5 см. Во сколько раз изменится интенсивность гамма-излучения с энергией квантов 2 МэВ после прохождения этого экрана? Воспользоваться графиком 3.23 в справочных материалах.

9.46. Внутри камеры Вильсона, находящейся в однородном магнитном поле, помещена полоска фольги. Заряженная частица движется перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько раз изменился радиус трека частицы после прохождения фольги, если при этом она потеряла 75 % энергии?

Глава 6. Многовариантные задачи по темам

§10 Многовариантные задачи

10.1 Условия задач

Механические и электромагнитные колебания и волны

Задача 23. Пружинный маятник совершает гармонические колебания по закону $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Используя данные таблицы 23, выполните следующее:

1. Найдите недостающие в таблице величины.
2. Запишите уравнение колебаний $x(t)$ с числовыми коэффициентами и постройте график зависимости $x(t)$ в пределах $0 \leq t \leq T$ с шагом $\Delta t = T/12$.

Обозначения, принятые в таблице:

x_0 – значение координаты в начальный момент времени; φ_0 – начальная фаза; k – коэффициент жёсткости пружины; v_0 и a_0 – значения скорости и ускорения в начальный момент времени; v_{\max} и a_{\max} – максимальные значения скорости и ускорения.

Задача 24. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью L и конденсатора ёмкостью C . Напряжение на конденсаторе изменяется по закону $u_c(t) = U_{\max} \cos \omega_0 t$. Используя данные таблицы 24, выполните следующее:

1. Нарисуйте схему колебательного контура.
2. Найдите недостающие в таблице величины.
3. Запишите уравнение изменения $u_c(t)$ с числовыми коэффициентами.
4. Получите уравнения изменения с течением времени заряда $q(t)$ на обкладках конденсатора, силы тока $i(t)$ в контуре, энергии магнитного $W_m(t)$ и электрического $W_{эл}(t)$ полей и запишите их с числовыми коэффициентами.

Задача 25. Точка участвует в двух колебаниях одного направления и одинаковой частоты ν . Амплитуды колебаний равны A_1 и A_2 . φ_{01} и φ_{02} – начальные фазы этих колебаний. A – амплитуда результирующего колебания, φ_0 – его начальная фаза. Используя данные таблицы 25, выполните следующее:

1. Найдите недостающие величины.
2. Постройте векторную диаграмму сложения колебаний с соблюдением масштаба.
3. Запишите уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

Задача 26. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями:

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 \cos \omega t, \\ y(t) &= A_2 \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

Используя данные таблицы 26, выполните следующее:

1. Найдите уравнение траектории точки.
2. Постройте траекторию с соблюдением масштаба.
3. Определите направление движения.

Задача 27. Маятник совершает затухающие колебания. Используя данные таблицы 27, выполните следующее:

1. Найдите недостающие в таблице величины.
2. Запишите уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.
3. Постройте график зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени $A = f(t)$ в пределах $0 \leq t \leq 2\tau$ с шагом $\Delta t \approx \frac{\tau}{5}$.

Обозначения, принятые в таблице: A_0 – начальная амплитуда; β – коэффициент затухания; T_0 – период собственных колебаний; λ – логарифмический декремент затухания, τ – время релаксации, N_e – число колебаний, за которое амплитуда уменьшается в $e=2,718\dots$ раз, Q – добротность колебательной системы.

Задача 28. Пружинный маятник совершает вынужденные колебания под действием внешней периодически изменяющейся силы $F = F_0 \cos \Omega t$. Используя данные таблицы 28, выполните следующее:

1. Найдите значения резонансной частоты $\Omega_{\text{рез}}$, резонансной амплитуды $A_{\text{рез}}$, и статического смещения $A_{\text{ст.}}$.
2. Запишите уравнение установившихся вынужденных колебаний системы с числовыми коэффициентами при $\Omega = \Omega_{\text{рез}}$.
3. Нарисуйте схематический график зависимости амплитуды от частоты вынуждающей силы, указав рассчитанные параметры.

Обозначения, принятые в таблице: m – масса груза; ω_0 – собственная частота колебаний; β – коэффициент затухания; F_0 – амплитудное значение вынуждающей силы.

Задача 29. Звуковая волна интенсивностью I и частотой ν распространяется в некоторой газообразной среде, плотность которой ρ . Используя данные таблицы 29, выполните следующее.

1. Найдите недостающие в таблице величины.
2. Запишите уравнение плоской бегущей волны $\xi(x, t)$ с числовыми коэффициентами.
3. Рассчитайте смещение $\xi(x_1, t_1)$ частиц среды в точке, находящейся на расстоянии x_1 от источника, в момент времени t_1 .
4. Рассчитайте амплитуду скорости $(\partial \xi / \partial t)_{\text{max}}$ колебаний.
5. Рассчитайте уровень громкости звука, приняв интенсивность порога слышимости равной $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м².

Обозначения, принятые в таблице: λ – длина волны, k – волновое число, T – период колебаний частиц среды, v – скорость волны.

Задача 30. Колебательный контур состоит из катушки и плоского конденсатора. Катушка (без магнитного сердечника) длиной l и площадью попе-

речного сечения S_1 содержит N витков. Конденсатор состоит из двух пластин площадью S_2 каждая. Расстояние между пластинами d заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε . Используя данные, приведённые в таблице 30, найдите недостающие величины.

Обозначения, принятые в таблице: T – период колебаний, ν – частота колебаний, λ – длина волны, на которую резонирует контур.

Задача 31. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной изотропной немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью ε . Напряжённость электрического поля волны изменяется по закону $E = E_{\max} \cos(\omega t - kx)$. Используя данные таблицы 31, выполните следующее.

1. Найдите недостающие в таблице величины.
2. Запишите уравнения изменения напряжённости $E(x,t)$ электрического поля и напряжённости $H(x,t)$ магнитного поля с числовыми коэффициентами.
3. Схематично изобразите график волны с указанием амплитудных значений напряжённостей E_{\max} и H_{\max} .
4. Найдите интенсивность волны, рассчитайте значение вектора Пойнтинга в точке с координатой $x_1 = \lambda/8$ в момент времени t_1 . Укажите направление вектора.

***Волновая и квантовая оптика. Квантовая механика.
Физика твёрдого тела. Ядерная физика***

Задача 32. Пучок параллельных монохроматических лучей с длиной волны λ падает на находящуюся в воздухе тонкую плёнку с показателем преломления n . α – угол падения лучей, d – наименьшая толщина плёнки, при которой отражённые лучи максимально усилены (ослаблены) интерференцией. Используя данные таблицы 32, найдите недостающие величины. Начертите ход лучей в тонкой плёнке, укажите интерферирующие лучи.

Задача 33. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны λ . Помещённая вблизи решётки линза проецирует дифракционную картину на экран, удалённый от линзы на расстояние L . Расстояние между двумя максимумами интенсивности первого порядка на экране равно l . Постоянная решётки – d . Число штрихов решётки на единицу длины – n . Максимальный порядок спектра – m_{\max} . Число максимумов, которое при этом даёт решётка – N . Максимальный угол отклонения лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму – φ_{\max} . Используя данные таблицы 33, найдите недостающие величины.

Задача 34. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания равен φ . I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор; I_1 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор; I_2 – интенсивность света, вышедшего из анализатора. Коэффициент

поглощения света в каждом никеле k . P – степень поляризации. Используя данные таблицы 34, найдите недостающие величины.

Задача 35. Электрическая муфельная печь потребляет мощность P . Температура её внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии площадью S равна t . λ_{\max} – длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения.

Считая, что отверстие печи излучает как абсолютно чёрное тело, определите, какая часть η мощности рассеивается стенками, а также другие недостающие в таблице 35 величины.

Задача 36. На поверхность некоторого материала падает свет частотой ν . ϵ – энергия фотона, падающего на поверхность; λ_0 – красная граница фотоэффекта для этого вещества; $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона, v_{\max} – максимальная скорость фотоэлектронов; U_3 – задерживающее напряжение.

Используя данные таблицы 36, найдите недостающие величины. Используя справочные таблицы, определите название материала.

Задача 37. При измерении сопротивления собственного полупроводника было установлено, что при температуре t_1 его сопротивление равно R_1 , а при температуре t_2 равно R_2 . ΔE – ширина запрещённой зоны. Используя данные таблицы 37, выполните следующее.

1. Найдите недостающие величины.
2. Найдите значения температурного коэффициента сопротивления полупроводника при температурах t_1 и t_2 .
3. Постройте график зависимости сопротивления полупроводника от температуры в интервале от t_1 до t_2 с шагом Δt .
4. Используя справочные таблицы, определите название полупроводника.

Задача 38. В таблице 38 приведена сокращённая форма записи ядерной реакции. Дайте полную запись реакции и найдите энергетический выход в МэВ. Укажите характер реакции – экзотермическая или эндотермическая.

Принятые обозначения:

$\alpha = {}^4_2\text{He}$ – альфа-частица, $p = {}^1_1\text{p}$ – протон, $n = {}^1_0\text{n}$ – нейтрон, d – дейтрон (ядро изотопа водорода ${}^2_1\text{H}$), γ – гамма-квант, X – искомый элемент.

Задача 39. Пучок моноэнергетического γ -излучения с энергией ϵ проходит через поглощающее вещество. Используя данные таблицы 39, выполните следующее.

1. Найдите длину волны λ , соответствующую этому излучению.
2. Определите линейный коэффициент ослабления μ , соответствующий данному излучению. График зависимости линейного коэффициента ослабления μ от энергии фотонов ϵ дан в справочных материалах.
3. Рассчитайте, какой толщины x должна быть пластинка из этого вещества, чтобы интенсивность γ -излучения уменьшилась в k раз.

Задача 40. Масса радиоактивного препарата изотопа ${}_Z\text{X}^A$ равна m . Используя данные таблицы 40, выполните следующее.

1. Найдите значение начальной активности препарата и его удельную активность.
2. Рассчитайте промежуток времени, в течение которого активность препарата уменьшится в k раз.

Задача 41. Рассчитайте дефект массы ядра Δm , энергию связи $\Delta E_{\text{св}}$ и удельную энергию связи нуклонов в ядре $\varepsilon_{\text{уд}}$. Используя график зависимости удельной энергии связи от массового числа, данный в справочных материалах, определите значение удельной энергии связи для Вашего элемента. Сравните найденное значение с рассчитанным.

Номер элемента соответствует Вашему номеру по журналу + 15.

10.2. Таблицы к многовариантным задачам

Таблица 23

№ п/п	m , г	k , Н/м	T , с	φ_0 , град	x_0 , см	A , см	v_0 , см/с	v_{\max} , см/с	a_0 , м/с ²	a_{\max} , м/с ²	ω_0 , рад/с
1		1,23	0,80	10		2,0					
2	15		0,62		1,38	1,6					
3	25	0,65		30	1,30						
4		0,31	1,12		2,07			12,34			
5	12		1,69	40				7,06			
6	18	3,08			1,54					4,11	
7		1,75	0,75	60						1,47	
8	22		1,05	45			-7,6				
9	28	2,13		75					-0,39		
10		0,50	1,23	80		2,6					
11	24		1,08		1,9	2,2					
12	20	1,04		45					-0,70		
13		1,01	0,74	90			-14,4				
14	18		1,05	30	1,56						
15	30	0,56			1,48			9,10			
16		2,77	0,62		1,35					2,77	
17	22		0,83	75	0,78						
18	14	0,29		20				11,38			
19		0,38	1,25		2,22	2,9					
20	21		0,75	30		2,5					
21	19	0,42		15	2,22						
22		0,82	0,79	45				15,11			
23	20		1,12	90						0,66	
24	28	1,57		30					-1,36		
25		0,59	1,32	60		2,4					
26	22		1,55		2,76			11,35			
27	21	0,44			1,76					0,48	
28		1,03	0,76	75				20,67			
29	18		0,93		2,90	3,0					

Таблица 24

№ п/п	ν , МГц	T , нс	C , пФ	L , мГн	q_{\max} , пКл	I_{\max} , мкА	U_{\max} , мВ	$W_{\max}^{\text{эл}}$, фДж	$W_{\max}^{\text{маг}}$, фДж	ω_0 , рад/с
1			1,5	2,00			30			
2		10,83		0,04			25			
3	92,7		47				20			
4			33	0,09			35			
5	96,0			0,12			40			
6		10,10	15				25			
7			10	0,26			10			
8		10,0		0,37			18			
9	100,5		4,7				34			
10			3,3	0,75			26			
11	101,6			1,12			45			
12		9,79	1,5				30			
13			1,0	2,41			25			
14		9,66		0,03			15			
15	104,1		47				50			
16			33	0,07			45			
17	105,1			0,10			40			
18		9,50	15				35			
19			10	0,23			48			
20		9,45		0,33			20			
21	106,0		4,7				50			
22			3,3	0,68			45			
23	106,8			1,01			32			
24		9,33	1,5				25			
25			1,0	2,19			46			
26		10,10		0,05			15			
27	100,5		33				20			
28			22	0,11			35			
29	106,4			0,15			45			
30		9,33	10				30			

Таблица 25

№ п/п	A_1 , см	φ_{01} , град	A_2 , см	φ_{02} , град	A , см	φ_0 , град	v , Гц
1	5	20		75	10,68		100
2	2	0	3	60			50
3	3		4	0	5		50
4		90	4	45		60	150
5	4		2	0	5		100
6	5	60		15		30	150
7	6	30		90		45	50
8	3	45	4	90			100
9	4	270		45		30	100
10	2		4	30	5,4		100
11	4	60		15	6		50
12	6	90		22,5		45	50
13	8	45		60	14		200
14	4	30	3	90			200
15	3		5	0	4		100
16	6	45		30	10		50
17		60	5	15		30	150
18	8,5		3	120	8,25		150
19	3	60	2	30			50
20	2	135		45	10		100
21	3	60		22,5		45	50
22	5	45		60	16		100
23	5	0	3	45			150
24	3	45	4		6		200
25	5		2	0	4		100
26		90	6	30		45	50
27	1	0	2	60			200
28		120	3	270		45	50
29	7	30	5	45			100
30		45	3	0		22,5	50

Таблица 26

№ п/п	A_1 , см	A_2 , см	ν , Гц	φ , град
1	5	5	100	-90
2	5	6	50	0
3	8	3	50	+90
4	3	7	150	+180
5	8	9	100	-90
6	6	4	150	+270
7	4	7,5	50	-180
8	9	4	100	-90
9	5	9	100	0
10	10	4	100	+180
11	12	3	50	0
12	10	8	50	+270
13	7	5	200	+90
14	8	9	200	-180
15	3	8	100	+90
16	5	10	50	-270
17	9	5	150	+180
18	4	4	150	0
19	11	6	50	-90
20	6	9	100	-180
21	8	3	50	0
22	9	7	100	+90
23	4,5	2	150	+270
24	7	5	200	-180
25	3	9	100	-270
26	2	5	50	-90
27	7,5	2	200	+180
28	9	5	50	0
29	4	8	100	+90
30	4,5	6	50	-90

№ п/п	β , c^{-1}	A_0 , см	T_0 , с	λ	τ , с	N_e	Q	Φ_0 , град
1	0,012	15		0,03				75
2	2	6,5	0,3					45
3		12,0	2,0	0,01				15
4		13,0			50	100		20
5		7,0	1,0				300	35
6		8,0	0,15		40			50
7		10,0	3,0	0,005				40
8	0,008	20		0,04				30
9	3	7,5	0,15					37
10		15,0			60	120		60
11		11,0	2,0				800	75
12		10,0			30	145		82
13		8,5	1,0	0,02				55
14	3	7,5		0,38				25
15		9,5			30	80		65
16		13,0	2,0				1000	18
17		11,0			20	126		30
18	4	11,5		0,63				46
19		12,5	0,5	0,01				32
20		7,0			40	20		17
21		6,5	1,0				1200	44
22		14,0			10	125		38
23	2	9,0		0,40				22
24		8,0	0,2	0,001				13
25		15,0			50	200		61
26		13,0			20	285		73
27		12,5	1,6				1600	84
28	0,2	8,5					50	33
29		13,0	0,3	0,009				47
30		6,5			100	100		52

Таблица 28

№ п/п	m , г	ω_0 , рад/с	β , с^{-1}	F_0 , Н	$\Omega_{\text{рез}}$, рад/с	$A_{\text{ст}}$, см	$A_{\text{рез}}$, см
1	10	9,425	0,90	0,018			
2	5	20,00	2,00	0,010			
3	35	3,14	0,05	0,015			
4	30	12,00	0,20	0,012			
5	15	6,00	0,10	0,025			
6	26	4,00	0,30	0,030			
7	12	2,00	0,10	0,010			
8	28	4,00	0,08	0,016			
9	20	13,00	0,30	0,018			
10	27	3,00	0,20	0,025			
11	8	30,00	3,00	0,024			
12	20	7,854	0,30	0,015			
13	14	6,30	0,27	0,008			
14	15	5,00	0,12	0,014			
15	24	17,00	0,50	0,017			
16	13	3,14	0,40	0,012			
17	28	2,50	0,20	0,020			
18	32	15,00	1,10	0,036			
19	50	12,56	0,30	0,038			
20	30	3,14	0,10	0,027			
21	40	6,28	0,20	0,032			
22	18	8,00	0,50	0,026			
23	60	3,00	0,25	0,046			
24	33	31,40	2,00	0,048			
25	44	6,28	0,70	0,050			
26	20	9,00	0,70	0,040			
27	65	4,00	0,30	0,068			
28	70	2,00	0,10	0,012			
29	100	2,10	0,15	0,016			
30	45	6,28	0,50	0,030			

Таблица 29

№ п/п	газ	ρ , кг/м ³	v , Гц	v , м/с	I , мкВт/м ²	A , мкм	λ , см	k , м ⁻¹	T , мс	x_1 , м	t_1 , с
1	воздух	1,29		331	1000				0,50	10	0,20
2	метан	0,72	3000	430		0,121				30	0,40
3	гелий	0,18	4000		440	0,089				28	0,10
4	кислород	1,43				0,224	12,6		0,40	35	0,45
5	воздух	1,29	4200	331	570					5	0,70
6	углек. газ	1,98	3850		1500		6,8			54	1,20
7	водород	0,089	3000	1300	90					28	0,25
8	метан	0,72	2550	430	670					63	1,50
9	воздух	1,29	3550		300	0,053				47	0,40
10	водород	0,089	2400	1300		0,019				12	0,30
11	азот	1,25	3200		95		10,4			35	1,30
12	кислород	1,43			550			79,8	0,25	22	1,10
13	гелий	0,18	1800			0,158	53,6			60	0,08
14	углек. газ	1,98	2250	260		0,092				42	0,35
15	азот	1,25	3840		380			72,2		10	0,20
16	воздух	1,29	2700			0,011	12,3			48	1,50
17	метан	0,72	1550		390	0,163				75	0,90
18	водород	0,089	4230		600		30,7			33	0,03
19	гелий	0,18	1900		290	0,153				54	0,40
20	кислород	1,43	2880	315		0,010				62	0,07
21	углек. газ	1,98	3730		7,3			90,1		48	0,80
22	воздух	1,29	3000			0,011	11,0			55	0,17
23	метан	0,72	4000	430	27					18	0,20
24	кислород	1,43			84		15,8		0,50	25	0,70
25	азот	1,25	1200		48	0,064				37	0,80
26	гелий	0,18	3710	965		0,044				12	1,20
27	воздух	1,29	2470		650			46,9		95	1,00
28	водород	0,089	4200			0,148	31,0			8	0,72
29	углек. газ	1,98	3000	260	350					12	1,30
30	метан	0,72	2570		290			37,6		36	1,40

Таблица 30

№ п/п	S_2 , см ²	d , мм	ε	C , пФ	N	l , см	S_1 , см ²	L , мкГн	T , мкс	ν , МГц	λ , м
1	50		2,0	44	1000		3,0	0,75			
2		1,5	7,0	165		40	2,0		1,52		
3	25	0,1		1106	600	12		1,88			
4		3,0	3,0		900		4,0	2,55			400
5		7,0	4,5	57		20	7,0			0,29	
6		0,7	5,0	190		24	9,0			0,84	
7	36		3,2	340	650	18		2,36			
8	44	1,0	4,1		700	30	3,0				
9	45	2,5			800		10,0	5,02		0,36	
10		5,0	3,3	22	850	18					315
11	70	0,8				28	4,6	2,97	5,68		
12	68		5,0		1100		7,8	4,94		0,12	
13	65	1,2	7,0		400	32	8,4				
14		1,4	6,0	205	360	30			1,55		
15	50		3,0		320	12		0,58			458
16	22	0,8		49		24	4,7				391
17	37	1,1	4,5		1200	20	2,8				
18		0,8	4,1	208	1500		3,5		7,36		
19	28	0,9	7,0		1800		2,6		6,37		
20	82		1,0		2000	27		0,19		1,30	
21		1,0	2,0	136		36	9,6			0,18	
22	64		9,0		1600	38		7,19			3394
23	42	0,9			840		4,5	2,85	5,76		
24	33	4,0	5,0		700	22	3,7				
25		2,0	4,0	32	750	26					333
26	60		2,0	21	860		9,9		1,51		
27	66	4,6	3,2		950	36	8,7				
28	72	4,8			900	44		1,39		0,37	
29		0,77	4,1	200		15	3,5			0,14	
30	40		7,0	165	750	40		0,35			

Таблица 31

№ п/п	ν , МГц	T , мкс	ω , 10^6 рад/с	λ , м	v , 10^6 м/с	k , 1/м	ε	E_{\max} , В/м	H_{\max} , А/м	t_1 , мкс
1	1,2				195				0,6	0,85
2				100			1,44	40		0,70
3					40	$\pi/10$			0,5	0,75
4			$2,5\pi$	240				50		1,0
5	1,0				70				0,3	2,0
6		0,5					2,25	20		0,75
7	1,25					$\pi/20$			0,4	1,4
8		2,0			200			30		3,0
9						$\pi/50$	5,76		0,2	1,0
10	2,0			60				10		0,5
11			π				9,0		0,3	3,5
12		4,0		560				20		5,0
13			2π		80				0,4	1,5
14						$\pi/15$	16,0	10		0,5
15				60	240				0,1	0,25
16		1,25				$\pi/140$			0,25	1,25
17	0,5						4,0	40		3,0
18			5π	40					0,2	0,5
19	1,0				180			50		1,5
20		0,8				$\pi/30$			0,4	1,0
21				30			25,0	20		0,5
22					90	$\pi/36$			0,3	1,4
23		8,0		320				10		10,0
24	2,5			120					0,1	0,6
25	5,0					$\pi/8$		30		0,35
26			2π				36,0		0,5	1,0
27				260	130			20		3,0
28		2,0				$\pi/34$			0,3	3,5
29		0,8					6,25	40		1,0
30		0,4			60				0,4	0,7

Таблица 32

№ п/п	λ , нм	d , нм	α , град	n	Усиление (ослабление)
1	550	217	20		Ослабление
2		125	30	1,3	Усиление
3	500	104	30		Усиление
4	450	94		1,3	Усиление
5	700		30	1,3	Усиление
6		152	30	1,3	Усиление
7	500	94	45		Усиление
8		104	45	1,5	Усиление
9	650		45	1,5	Усиление
10	680	129		1,5	Усиление
11	720	272	45		Ослабление
12	740		60	1,28	Ослабление
13		255	60	1,28	Ослабление
14	500	248		1,33	Ослабление
15	400	74		1,47	Усиление
16	580	287	60		Ослабление
17	650	253		1,33	Ослабление
18	700		0	1,33	Ослабление
19		163	30	1,38	Ослабление
20	470		45	1,38	Ослабление
21	500	204	60		Ослабление
22	485	92		1,33	Усиление
23		88	0	1,33	Усиление
24	450	100		1,33	Усиление
25	500		45	1,55	Усиление
26	560	109	60		Усиление
27	600		50	1,55	Ослабление
28	680	225	20		Ослабление
29		254	45	1,55	Ослабление
30	720	167		1,55	Ослабление

№ п/п	λ , нм	L , м	l , см	d , мкм	n , 10^5 1/м	m_{\max}	N	Φ_{\max} , град
1	434,1		16		1			
2	500,0	1,0	20,1					
3	449,4	2,0		5				
4	598,9		15		1			
5		1,0	20	5				
6		1,5	28		2			
7	700,2	1,0	30					
8	697,6	1,5	25					
9		2,0	25	10				
10		1,0	30		2			
11		1,0	25		2,5			
12	449,2		40	4				
13	649,7	1,0	30					
14	500,0	2,0		5				
15	602,4		25		2			
16		0,8	20	5				
17	581,0	1,0			2			
18	656,3		20		2,5			
19	648,4	1,38	30					
20	700,6		30	5				
21	577,1	1,0	20					
22	598,8	1,6	20					
23	677,8	2,5	40					
24		2,5	35		1			
25		2,5	40	10				
26	496,1	1,0	25					
27	649,9	2,0	50					
28	480,2	1,5		2				
29		0,8	30	3				
30		2,0	40	7				

Таблица 34

№ п/п	φ , град	k	I_0 , Вт/см ²	I_1 , Вт/см ²	I_2 , Вт/см ²	P
1	75	0,09		22,75		
2	60	0,05	15			
3		0,07	12		3,5	
4	40	0,15			8,3	
5		0,08	28		4,9	
6	45	0,09	16			
7	30	0,10		8,1		
8		0,11	20		1,4	
9	25	0,06		11,3		
10	20	0,07			3,8	
11	55	0,12	11			
12	20	0,14		9,0		
13		0,22	34		8,5	
14	30	0,21		13,8		
15		0,22	25		7,1	
16	35	0,17			8,3	
17	40	0,19		11,3		
18	45	0,18	39			
19		0,05	18		3,4	
20	55	0,06			2,9	
21	60	0,07		16,3		
22	36	0,08	24			
23	48	0,09		11,4		
24		0,10	26		4,0	
25	64	0,11			2,4	
26	60	0,12	26			
27	56	0,13			3,2	
28		0,14	34		7,8	
29	44	0,15			7,1	
30	47	0,20	40			

№ п/п	P , Вт	t , °C	S , см ²	λ_{\max} , нм	η
1	1150		36	2100	
2	1000	927	25		
3	1500	1000	25		
4	1100		20	2000	
5	1150	900	30		
6	1200	927	25		
7	1000		20	1900	
8	950	1027	20		
9	2150		32	2300	
10	1300		25	1900	
11	1100	1127	30		
12	1000		22	2000	
13	1120	1140	20		
14	1150		28	1900	
15	1250		32	2000	
16	1200	1227	32		
17	1250		30	2200	
18	1080	925	35		
19	1000	1000	35		
20	1060		30	2400	
21	1110	1100	20		
22	2120		25	1500	
23	1100	1000	24		
24	1200	1100	20		
25	1150		26	2100	
26	1300		24	1900	
27	1000		20	2100	
28	1100	1057	30		
29	1150	1300	25		
30	1200	1200	30		

Таблица 36

№ п/п	λ_0 , нм	A , эВ	ν , 10^{15} с^{-1}	ε , эВ	v_{max} , км/с	U_3 , В
1		1,56		3,03		
2	641,1				826	
3		1,37	0,80			
4	942,0					2,45
5		3,30		4,0		
6	460,1				699	
7		2,35		5,0		
8	560,1					1,34
9		1,81			704	
10	792,0		1,0			
11		1,90		4,2		
12	807,2				870	
13		2,10				3,80
14	758,0		0,69			
15	710,1				949	
16		4,80	1,50			
17	1130,2				998	
18		1,71				1,59
19	570,2			4,0		
20		1,82			757	
21		2,20			775	
22	540,1					1,86
23		1,45			899	
24		2,58			731	
25	377,2				596	
26		1,72			613	
27		3,64	1,40			
28	857,1				886	
29		1,47			909	
30	1130,0					2,77

Таблица 37

№ п/п	R_1 , Ом	t_1 , °C	t_2 , °C	ΔE , эВ	R_2 , Ом	Δt , °C
1	15000	22	92		2000	7
2		7	72	0,66	188	7
3	5387	17	77		121	6
4	856	25	45		221	2
5	7119	25	55	0,66		3
6	893		65	0,66	157	5
7	5038	46	80		1587	3
8	1500	27	87		600	6
9	1807	20	53	1,428		3
10	3525	34		1,428	92	5
11	4277	15	70		345	5
12	4752	23		0,78	712	4
13	907		84	0,78	57	6
14	1546	31	70		285	4
15		18	44	0,356	567	3
16	2518	25		0,356	1015	5
17	3922	30	67	0,356		4
18	2635	10	63		834	5
19	1341		53	1,79	85	3
20		13	45	1,79	213	3
21	7640	15		1,79	154	3
22	1004	14	73		540	6
23		13	67	0,18	4240	5
24	1195	8	54	0,18		5
25	2275	0		0,32	937	4
26	5657		57	0,32	3428	3
27	6025	25	65		2884	4
28		27	70	1,26	188	3
29	2231	16		1,26	373	4
30	7060	14	42	1,26		4

№ п/п	Реакция
1	${}^6\text{Li}(n, x) {}^6\text{He}$
2	${}^{14}\text{N}(\alpha, p) X$
3	${}^9\text{Be}(\alpha, n) X$
4	${}^7\text{Li}(p, \alpha) X$
5	${}^6\text{Li}(p, \alpha) X$
6	${}^{10}\text{B}(n, \alpha) X$
7	${}^6\text{Li}(n, \alpha) X$
8	${}^2\text{H}(p, \gamma) X$
9	${}^3\text{H}(p, \gamma) X$
10	${}^2\text{H}(d, n)X$
11	${}^2\text{H}(d, \gamma) X$
12	${}^2\text{H}(x, p) \alpha$
13	${}^3\text{H}(d, n) X$
14	${}^{16}\text{O}(n, x) {}^{16}\text{N}$
15	${}^3\text{H}(x, 2n) \alpha$
16	${}^2\text{H}(d, p) X$
17	${}^3\text{He}(x, 2p) \alpha$
18	${}^6\text{Li}(d, p) X$
19	${}^7\text{Li}(d, 2\alpha) X$
20	${}^6\text{Li}(d, \alpha) X$
21	${}^9\text{Be}(p, \alpha) X$
22	${}^9\text{Be}(x, 2\alpha) d$
23	${}^7\text{Li}(\alpha, n) X$
24	${}^{11}\text{B}(p, 2\alpha) X$
25	${}^{15}\text{N}(p, \alpha) X$
26	${}^{55}\text{Mn}(x, n) {}^{55}\text{Fe}$
27	${}^{14}\text{N}(n, x) {}^{14}\text{C}$
28	${}^{19}\text{F}(p, x) {}^{16}\text{O}$
29	${}^{27}\text{Al}(\alpha, p) X$
30	$X(p, \alpha) {}^{23}\text{Na}$

№ п/п	Материал пластинки	ϵ , МэВ	k
1	Вода	1,6	15
2	Свинец	2,0	10
3	Чугун	5,4	14
4	Свинец	2,6	8
5	Бетон	2,8	12
6	Свинец	3,0	20
7	Бетон	3,2	15
8	Свинец	3,6	11
9	Чугун	3,8	3
10	Свинец	4,0	5
11	Бетон	4,2	15
12	Чугун	5,0	25
13	Бетон	5,2	4
14	Свинец	6,8	12
15	Бетон	5,6	18
16	Свинец	1,8	21
17	Чугун	2,8	30
18	Бетон	1,7	7
19	Чугун	1,2	10
20	Свинец	6,0	21
21	Чугун	4,6	14
22	Бетон	4,2	16
23	Чугун	3,0	8
24	Бетон	3,4	2
25	Свинец	2,8	15
26	Бетон	3,2	18
27	Свинец	4,4	25
28	Чугун	3,2	14
29	Свинец	5,0	12
30	Чугун	5,8	10

Таблица 40

№ п/п	Изотоп	Символ	m , г	k	a , Бк	t , с
1	Олово	${}_{50}\text{Sn}^{123}$	1,55	30		
2	Актиний	${}_{89}\text{Ac}^{228}$	0,01	5		
3	Йод	${}_{53}\text{I}^{131}$	0,10	15		
4	Иридий	${}_{77}\text{Ir}^{192}$	0,12	30		
5	Кобальт	${}_{27}\text{Co}^{60}$	1,50	40		
6	Магний	${}_{12}\text{Mg}^{27}$	0,70	50		
7	Радий	${}_{88}\text{Ra}^{220}$	0,05	25		
8	Радий	${}_{88}\text{Ra}^{227}$	0,08	4		
9	Радон	${}_{86}\text{Rn}^{222}$	0,12	8		
10	Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{90}$	0,04	10		
11	Торий	${}_{90}\text{Th}^{229}$	1,20	100		
12	Фосфор	${}_{15}\text{P}^{32}$	1,40	2		
13	Натрий	${}_{11}\text{Na}^{22}$	2,00	6		
14	Уран	${}_{92}\text{U}^{239}$	0,40	45		
15	Плутоний	${}_{94}\text{Pu}^{238}$	0,15	80		
16	Цирконий	${}_{40}\text{Zr}^{95}$	0,80	50		
17	Актиний	${}_{89}\text{Ac}^{228}$	0,14	65		
18	Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{90}$	0,18	50		
19	Кобальт	${}_{27}\text{Co}^{58}$	1,40	55		
20	Углерод	${}_{6}\text{C}^{14}$	3,00	7		
21	Литий	${}_{3}\text{Li}^8$	1,60	9		
22	Торий	${}_{90}\text{Th}^{230}$	0,08	15		
23	Цезий	${}_{55}\text{Cs}^{134}$	0,06	18		
24	Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{135}$	0,22	16		
25	Тритий	${}_{1}\text{H}^3$	0,03	20		
26	Бериллий	${}_{4}\text{Be}^7$	0,25	50		
27	Азот	${}_{7}\text{N}^{16}$	0,80	2		
28	Сера	${}_{16}\text{S}^{35}$	2,60	100		
29	Калий	${}_{19}\text{K}^{42}$	2,80	75		
30	Железо	${}_{26}\text{Fe}^{55}$	2,50	90		

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Решение многих физических и технических задач невозможно без использования справочных данных, поэтому умение работать со справочником является обязательным умением для специалиста любого направления подготовки. Прежде чем воспользоваться справочными данными, прочитайте пояснения к таблицам.

Пояснения к таблицам

Как выбирать приставки?

Перечисленные в таблице множители и приставки используются для образования кратных и дольных единиц от единиц Международной системы (СИ) и от внесистемных единиц, допущенных к применению.

Приставки гекто..., дека..., деци... и санти... допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.).

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах от 0,1 до 1000. Например, для выражения числа $7,5 \cdot 10^{-5}$ м следует выбрать приставку микро..., а не мили... или нано... С приставкой микро получим $7,5 \cdot 10^{-5} = 75 \cdot 10^{-6} = 75$ мкм, т.е. число, находящееся в пределах от 0,1 до 1000.

С приставкой милли получим $7,5 \cdot 10^{-5} = 0,075$ мм, т.е., число меньше 0,1. С приставкой нано – $7,5 \cdot 10^{-5} = 75000$ нм, т.е. число, большее 1000.

Наименования и обозначения десятичных кратных и дольных единиц образуются присоединением приставок к наименованиям исходных единиц. Присоединение двух (и более) приставок подряд не допускается. Например, вместо единицы «микромикрофард» следует применять единицу «пикофард».

Обозначение приставки пишется слитно с обозначением единицы, к которой она присоединяется.

При сложном наименовании производной единицы СИ приставку присоединяют к наименованию первой единицы, входящей в произведение или числитель дроби. Например, кПа·с, но не Па·кс.

В виде исключения из этого правила в случаях, когда это нашло широкое применение, допускается присоединение приставки к наименованию единицы, входящей в знаменатель дроби. Например: кВ/см, А/мм².

Кроме десятичных кратных и дольных единиц допущены к использованию кратные и дольные единицы времени, плоского угла и относительных величин, не являющихся десятичными. Например, единицы времени (минута, час, сутки); единицы плоского угла (градус, минута, секунда).

О единицах измерения параметров

Единицы измерения параметров указаны в заголовках столбцов. Многие из них указаны с приставками. При расчёте не забудьте вместо приставки записать соответствующий множитель (см. табл. 2.3.).

О множителях в заголовках столбцов

В заголовке некоторых столбцов таблиц стоит множитель вида 10^n , где n – целое положительное или отрицательное число. Наличие такого множителя указывает, на то, что помещенные в столбце числа следует умножить на этот множитель. Например, в таблице «Температурные коэффициенты электрического сопротивления проводников» в заголовке стоит множитель 10^{-3} . Следовательно, температурный коэффициент электрического сопротивления, например, алюминия равен $4,6 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$.

При каких условиях определялись параметры?

Параметры многих веществ зависят от температуры или давления. Как правило, в заголовке таблиц указываются значения температуры (или давления), при которых определялись значения параметров. Если в заголовке таблицы они не указаны, то это означает, что параметры определялись при лабораторных условиях, т.е. при нормальном атмосферном давлении и комнатной температуре ($p_0=10^5$ Па, $T=300$ К).

Немного истории

Первые приставки были введены в 1773–1795 годах при узаконении во Франции метрической системы мер. Было принято для кратных единиц наименования приставок брать из греческого языка, для дольных – из латинского. В те годы были приняты следующие приставки: кило... (от греч. *chilioi* – тысяча), гекто... (от греч. *hekaton* – сто), дека... (от греч. *deka* – десять), деци... (от лат. *decem* – десять), санти... (от лат. *centum* – сто), милли... (от лат. *mille* – тысяча).

В последующие годы число кратных и дольных единиц увеличилось. Наименования приставок заимствовались иногда и из других языков.

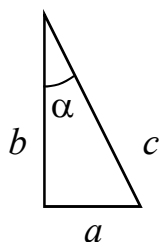
Появились следующие приставки: мега... (от греч. *megas* – большой), гига... (от греч. *gigas, gigantos* – великан), тера... (от греч. *teras, teratos* – огромный, чудовище), микро... (от греч. *mikros* – малый, маленький), нано... (от греч. *nanos* – карлик), пико... (от итал. *piccolo* – небольшой, мелкий), фемто... (от датск. *femten* – пятнадцать), атто... (от датск. *atten* – восемнадцать). Последние приставки – пета... и экса... – были приняты в 1975 году: пета (от греч. *pete* – пять, что соответствует пяти разрядам по 10^3), экса... (от греч. *hex* – шесть, что соответствует шести разрядам по 10^3).

1. Некоторые сведения по математике

1.1. Свойства степеней

$a^0 = 1$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

1.2. Формулы тригонометрии



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = +\sin \alpha$$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$\cos(\alpha - \pi) = -\cos \alpha$$

1.3. Значения тригонометрических функций для некоторых углов

Радиианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞

1.4. Свойства логарифмов

Если $\log_a x = b$, то $x = a^b$.

Если $a = e = 2,71828\dots$ – основание натуральных логарифмов

$\log_e x = \ln x = b$, то $x = e^b$.

$$\ln 1 = 0; \quad \ln(ab) = \ln a + \ln b; \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b.$$

1.5. Многочлены

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

1.6. Решение алгебраических уравнений

Уравнение	$ax + b = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$
Решение	$x = -\frac{b}{a}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

1.7. Площади некоторых фигур

Прямо- угольный треугольник	Трапеция	Круг	Сферическая поверхность	Боковая поверхность цилиндра
$S = \frac{1}{2}ab$	$S = \frac{a+b}{2}h$	$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$S_{\text{бок}} = 2\pi Rh$

где a, b – катеты треугольника, основания трапеции; R – радиус; d – диаметр; h – высота трапеции, высота цилиндра.

1.8. Объёмы некоторых фигур

Куб	Параллелепипед	Цилиндр	Шар, сфера
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \pi R^2 L = \frac{\pi d^2 h}{4}$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi d^3}{6}$

где a, b, c – стороны параллелепипеда (куба); R – радиус; d – диаметр; h – высота цилиндра.

1.9. Длина окружности

$$L = 2\pi R = \pi d,$$

где R – радиус окружности, d – диаметр окружности

1.10. Формулы для приближённых вычислений

Если $a \ll 1$, то в первом приближении можно принять:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a; \quad e^a = 1 + a; \quad \sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a;$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a; \quad \ln(1 + a) = a; \quad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a.$$

Если угол α мал ($\alpha < 5^\circ$ или $\alpha < 0,1$ рад) и выражен в радианах, то в первом приближении можно принять:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha; \quad \cos \alpha = 1.$$

1.11. Некоторые формулы дифференциального исчисления

$$\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}; \quad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2};$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}; \quad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x; \quad \frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x};$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x; \quad \frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x; \quad \frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

1.12. Некоторые формулы интегрального исчисления

Неопределённый интеграл	Определённый интеграл
$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} \cdot x^{m+1} + \operatorname{const}$	$\int_a^b x^m dx = \frac{1}{m+1} (b^{m+1} - a^{m+1})$
$\int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{x} + \operatorname{const}$	$\int_a^b \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln b - \ln a = \ln \frac{b}{a}$
$\int \sin x dx = -\cos x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \sin x dx = -(\cos a - \cos b) = \cos b - \cos a$
$\int \cos x dx = \sin x + \operatorname{const}$	$\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$
$\int e^x dx = e^x + \operatorname{const}$	$\int_a^b e^x dx = e^b - e^a$

2. Греческий и латинский алфавиты. Некоторые сведения о единицах физических величин

Для обозначения физических величин в физике используют греческие и латинские буквы, поэтому знание греческого и латинского алфавита облегчит понимание физического текста.

2.1. Алфавит греческий

Греческая буква	Название по-английски	Название по-русски
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	эпсилон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	эта
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	каппа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	кси
Ο ο	omicron	омикрон
Π π	pi	пи
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сигма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	ипсилон
Φ φ φ	phi	фи
Χ χ	chi	хи
Ψ ψ	psi	пси
Ω ω	omega	омега

2.2. Алфавит латинский

Современный латинский алфавит, являющийся основой письменности германских, романских и многих других языков, состоит из 26 букв. Буквы в разных языках называются по-разному. В таблице приведены «русские математические» названия.

Латинская буква	Название буквы	Латинская буква	Название буквы
	Курсив		Курсив
A, a	<i>A, a</i>	а	эн
B, b	<i>B, b</i>	бэ	о
C, c	<i>C, c</i>	це	пэ
D, d	<i>D, d</i>	дэ	ку, кю
E, e	<i>E, e</i>	е	эр
F, f	<i>F, f</i>	эф	эс
G, g	<i>G, g</i>	же, гэ	тэ
H, h	<i>H, h</i>	аш, ха	у
I, i	<i>I, i</i>	и	вэ
J, j	<i>J, j</i>	йот, жи	дубль-вэ
K, k	<i>K, k</i>	ка	икс
L, l	<i>L, l</i>	эль	игрек
M, m	<i>M, m</i>	эм	зет, зета

2.3. Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка			Пример		
	наименование	Обознач. русское	Обознач. междунар.			
10^{12}	тера	Т	T	тераджоуль	ТДж	TJ
10^9	гига	Г	G	гиганьютон	ГН	GN
10^6	мега	М	M	мегаом	МОм	MΩ
10^3	кило	к	k	километр	км	km
10^2	гекто	г	h	гектоватт	гВт	hW
10^1	дека	да	da	декалитр	дал	dal
10^{-1}	деци	д	d	дециметр	дм	dm
10^{-2}	санتي	с	c	сантиметр	см	cm
10^{-3}	милли	м	m	милливольт	мV	mV
10^{-6}	микро	мк	μ	микроампер	мкА	μA
10^{-9}	нано	н	n	наносекунда	нс	ns
10^{-12}	пико	п	p	пикофарад	пФ	pF
10^{-15}	фемто	ф	f	фемтометр	фм	fm

2.4. Некоторые сведения о единицах физических величин

2.4.1. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица		
	наименование	обозначение (русское)	обозначение (международное)
Длина	метр	м	m
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Плоский угол	радиан	рад	rad
Телесный угол	стерадиан	ср	sr
Сила, вес	ньютон	Н	N
Работа, энергия	джоуль	Дж	J
Мощность	ватт	Вт	W
Давление	паскаль	Па	Pa
Напряжение (механическое)	паскаль	Па	Pa
Модуль упругости	паскаль	Па	Pa
Частота колебаний	герц	Гц	Hz
Термодинамическая температура	кельвин	К	K
Тепло (количество тепла)	джоуль	Дж	J
Количество вещества	моль	моль	mol
Электрический заряд	кулон	Кл	C
Сила тока	ампер	А	A
Потенциал электрического поля	вольт	В	V
Напряжение (электрическое)	вольт	В	V
Электрическая ёмкость	фарад	Ф	F
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω
Электрическая проводимость	сименс	См	S
Магнитная индукция	тесла	Тл	T
Магнитный поток	вебер	Вб	Wb
Индуктивность	генри	Гн	H
Сила света	кандела	кд	cd
Световой поток	люмен	лм	lm
Освещённость	люкс	лк	lx
Поток излучения	ватт	Вт	W
Доза излучения (поглощённая доза)	грей	Гр	Gy
Активность препарата	беккерель	Бк	Bq

2.4.2. Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ (в соответствии со стандартом 1052-78 «Метрология. Единицы физических величин»)

Величина	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	1000 кг
	грамм	г	0,001 кг
Объём, вместимость	литр	л	1 л=0,001 м ³
Относительная величина	единица (число 1)	–	1
	процент	%	10 ⁻²
Логарифмическая величина	бел	Б	–
	децибел	дБ	–
Температура	градус Цельсия	°С	1°С = 1К

2.4.3. Соотношения между внесистемными единицами и единицами СИ

Длина	1 ангстрем = 10 ⁻¹⁰ м
Время	1 сутки = 86400 с
	1 год = 365,25 суток = 3,16·10 ⁷ с
Плоский угол	1° = π/180 рад = 1,75·10 ⁻² рад
	1' = (π/108)·10 ⁻² рад = 2,91·10 ⁻⁴ рад
	1'' = (π/648)·10 ⁻³ рад = 4,85·10 ⁻⁶ рад
	1 рад = 57,29577951° = 57°17'44''8
Объём, вместимость	1 л = 1 дм ³ = 10 ⁻³ м ³
Масса	1 т = 10 ³ кг
	1 г = 10 ⁻³ кг
	1 а.е.м. = 1,66·10 ⁻²⁷ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Работа, энергия	1 эВ = 1,6·10 ⁻¹⁹ Дж
	1 кВт·ч = 3,6·10 ⁶ Дж
Мощность	1 л.с. = 736 Вт
Давление	1 кгс/см ² = 1 ат (техн) = 9,81·10 ⁴ Па
	1 бар = 10 ⁵ Па
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Тепло (количество тепла)	1 кал = 4,19 Дж
Магнитная индукция	1 Гс (гаусс) = 10 ⁻⁴ Тл
Напряжённость магнитного поля	1 Э (эрстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м

3. Таблицы физических величин

3.1. Основные физические постоянные

Величина	Обозначение	Значения
Гравитационная постоянная	G, γ	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Число Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная масса воздуха	M	$29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $0,00055 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00867 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00728 \text{ а.е.м.}$
Элементарный заряд	e, q_e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Удельный заряд электрона	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга	R	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны для электрона	λ_c	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-1}$
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Электрон-вольт	1 эВ	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	13,6 эВ
Энергетический эквивалент 1 а.е.м.		931,5 МэВ

3.2. *Астрономические величины*

Радиус Солнца	$6,94 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние от Земли до Солнца	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Среднее расстояние от Земли до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Время полного оборота Земли вокруг своей оси	23 час 56 мин 4,09 сек
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 час 43 мин

3.3. *Плотность и модуль упругости твёрдых тел*

Материал		Плотность ρ , 10^3 кг/м ³	Модуль упругости (модуль Юнга) E , ГПа
Алюминий	Al	2,70	69 – 72
Вольфрам	W	19,3	350 – 400
Германий	Ge	5,32	82
Железо	Fe	7,86	195 – 205
Золото	Au	19,3	78 – 83
Индий	In	7,31	10,5
Кремний	Si	2,33	110 – 160
Медь	Cu	8,96	110 – 130
Молибден	Mo	10,2	300 – 330
Никель	Ni	8,9	200 – 220
Олово	Sn	7,3	41 – 55
Палладий	Pd	12,0	115 – 125
Платина	Pt	21,4	150 – 175
Селен	Se	4,79	55
Серебро	Ag	10,5	72 – 72,5
Свинец	Pb	11,4	14 – 18
Титан	Ti	4,51	110
Цинк	Zn	7,14	100 – 130
Дюралюминий		2,79	70 – 72,5
Сталь (катаная)		7,85–8,0	200 – 210
Медные сплавы (латуни)		8,4–8,7	102 – 115

3.4. Тепловые свойства твёрдых тел

Вещество	$t_{пл}$, °С	c , кДж/(кг·К)	λ , 10^5 Дж/кг	η , Вт/(м·К)	α , 10^{-5} К ⁻¹
Алюминий	660	0,86	4,0	237	2,3 – 2,4
Дюралюминий	600	0,60		130	1,8 – 2,6
Сталь	1440	0,45	2,7	50	1,0 – 1,8
Золото	1063		0,64	317	7,8 – 8,3
Медь	1083	0,38	2,1	400	1,6 – 1,7
Медные сплавы (латуни)	900	0,35		110	1,8 – 2,0
Свинец	327	0,13	0,23	35	2,8 – 2,9
Олово	232	0,23	0,605	70	2,0 – 2,2
Лед	0	2,1	3,4	2,2	5,27
Стекло (оконное)	600	0,67	1,4	0,92	0,6 – 1,0

$t_{пл}$ – температура плавления; c – удельная теплоёмкость;
 λ – удельная теплота плавления; η – коэффициент теплопроводности;
 α – температурный коэффициент линейного расширения (средние значения).

3.5. Свойства жидкостей при 20°С

Вещество	Плотность ρ , кг/м ³	Вязкость η , мПа·с	Поверхностное натяжение α , мН/м	Температура кипения t , °С
Вода	1000	1,00	72,8	100
Глицерин	1260	1480	59,4	290
Масло касторовое	955	986	32,8	
Керосин	840	1,5	24,0	150 – 250
Ртуть	13595	1,55	475,0	356,6

3.6. Свойства газов при 20°С

Вещество	Плотность ρ , кг/м ³	Диаметр молекулы d , нм	Вязкость η , мкПа·с	Показатель адиабаты $\gamma=c_p/c_v$
Азот N ₂	1,250	0,371	16,6	1,401
Водород H ₂	0,089	0,28	8,4	1,407
Воздух	1,293	0,357	17,1	1,400
Гелий He	0,178	0,1987	18,6	1,63
Кислород O ₂	1,429	0,35	19,2	1,400
Метан CH ₄	0,717			
Углекислый газ CO ₂	1,977	0,45	13,8	1,33

3.7. Скорость звука при 20°C

Газы		Жидкости		Твёрдые тела	
Вещество	v , м/с	Вещество	v , м/с	Вещество	v , м/с
Азот	334	Анилин	1656	Алюминий	5080
Водород	1300	Бензол	1321	Железо	5170
Воздух	334	Вода	1482	Сталь	5100
Гелий	965	Глицерин	1895	Чугун	3850
Кислород	315	Дихлорэтан	1034	Латунь	3490
Метан	430	Керосин	1295	Гранит	3950
Углекислый газ CO_2	260			Лёд (-4°C)	3280

3.8. Состав сухого атмосферного воздуха

Газ	Хим. формула	Объёмные %	Весовые %
Азот	N_2	78,09	75,50
Кислород	O_2	20,95	23,10
Аргон	Ar	0,932	1,286
Углекислый газ	CO_2	0,030	0,046
Неон	Ne	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
Гелий	He	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$7,2 \cdot 10^{-5}$

Примечания:

1. Состав воздуха постоянен до высоты 60 км.
2. Молярная масса воздуха $M=0,029$ кг/моль.
3. Содержание водяных паров в воздухе колеблется от 0,1 до 2,8 объёмных %.

3.9. Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура	Критическое давление	Поправка Ван-дер-Ваальса	
	$T_{\text{кр}}$, К	$p_{\text{кр}}$, МПа	a , Н·м ⁴ /моль ²	b , 10 ⁻⁵ м ³ /моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водород	33	1,30	0,025	2,66
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Гелий	5,2	0,23	0,003	2,36
Кислород	1,55	5,08	0,136	3,17
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62
Эфир	467	3,59	1,746	13,33

3.10. Элементы периодической системы

Z – порядковый номер; A – относительная атомная масса химического элемента (округленные значения)

Z	Элемент	Символ	A	Z	Элемент	Символ	A
1	Водород	H	1	47	Серебро	Ag	108
2	Гелий	He	4	48	Кадмий	Cd	112
3	Литий	Li	7	49	Индий	In	115
4	Бериллий	Be	9	50	Олово	Sn	119
5	Бор	B	11	51	Сурьма	Sb	122
6	Углерод	C	12	52	Теллур	Te	128
7	Азот	N	14	53	Йод	I	127
8	Кислород	O	16	54	Ксенон	Xe	131
9	Фтор	F	19	55	Цезий	Cs	133
10	Неон	Ne	20	56	Барий	Ba	137
11	Натрий	Na	23	57	Лантан	La	139
12	Магний	Mg	24	58	Церий	Ce	140
13	Алюминий	Al	27	59	Празеодим	Pr	141
14	Кремний	Si	28	60	Неодим	Nd	144
15	Фосфор	P	31	61	Прометий	Pm	145
16	Сера	S	32	62	Самарий	Sm	150
17	Хлор	Cl	35	63	Европий	Eu	152
18	Аргон	Ar	40	64	Гадолиний	Gd	157
19	Калий	K	39	65	Тербий	Tb	159
20	Кальций	Ca	40	66	Диспрозий	Dy	163
21	Скандий	Sc	45	67	Гольмий	Ho	165
22	Титан	Ti	47	68	Эрбий	Er	167
23	Ванадий	V	51	69	Тулий	Tu	169
24	Хром	Cr	52	70	Иттербий	Yb	173
25	Марганец	Mn	55	71	Лютеций	Lu	175
26	Железо	Fe	56	72	Гафний	Hf	178
27	Кобальт	Co	59	73	Тантал	Ta	181
28	Никель	Ni	59	74	Вольфрам	W	184
29	Медь	Cu	64	75	Рений	Re	186
30	Цинк	Zn	65	76	Осмий	Os	190
31	Галлий	Ga	70	77	Иридий	Ir	192
32	Германий	Ge	73	78	Платина	Pt	195
33	Мышьяк	As	75	79	Золото	Au	197
34	Селен	Se	79	80	Ртуть	Hg	201
35	Бром	Br	80	81	Таллий	Tl	204
36	Криптон	Kr	84	82	Свинец	Pb	207
37	Рубидий	Rb	86	83	Висмут	Bi	209
38	Стронций	Sr	88	84	Полоний	Po	210
39	Иттрий	Y	89	85	Астат	At	210
40	Цирконий	Zr	91	86	Радон	Rn	222
41	Ниобий	Nb	93	87	Франций	Fr	223
42	Молибден	Mo	96	88	Радий	Ra	226
43	Технеций	Tc	99	89	Актиний	Ac	227
44	Рутений	Ru	101	90	Торий	Th	232
45	Родий	Rh	103	91	Протактиний	Pa	231
46	Палладий	Pd	106	92	Уран	U	238

3.11. Электрические свойства веществ

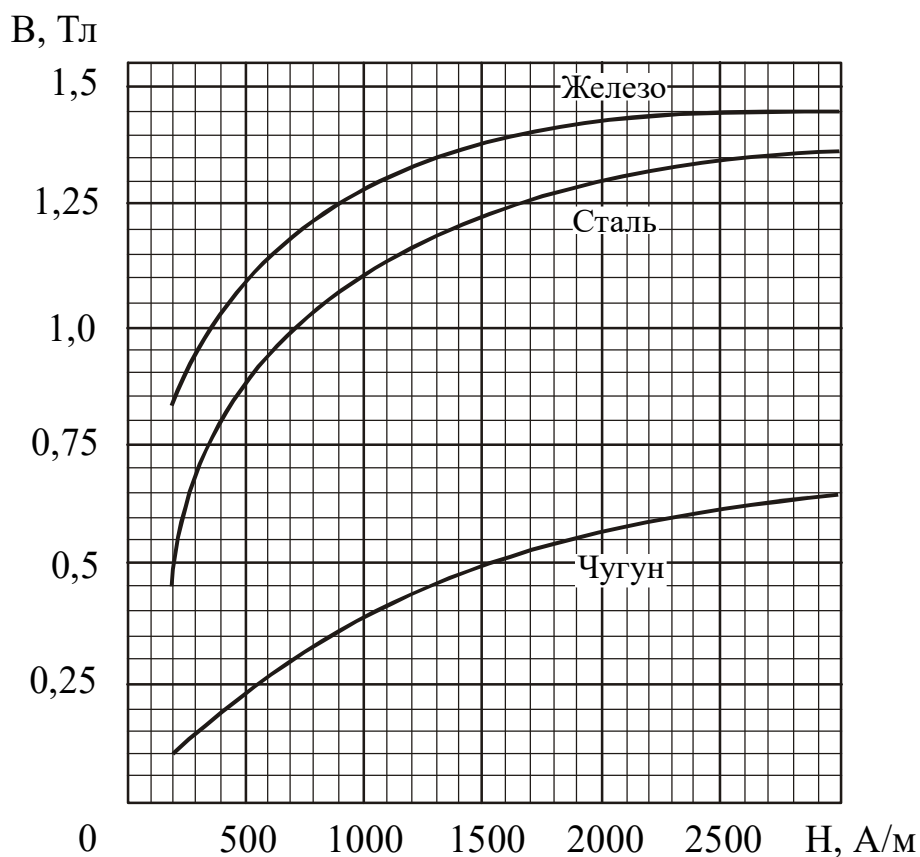
Вещество	Диэлектрическая проницаемость, ϵ	Пробивная напряжённость E , 10^6 В/м
Воздух	1,0	3,1
Масло трансформаторное	2,2	12 – 20
Масло конденсаторное	4,0	20 – 25
Слюда	7,0	100 – 250
Стекло электроизоляционное	5,0	40 – 44
Текстолит	8,0	27 – 30
Парафинированная бумага	2,1	40 – 60
Полиэтилен	2,2	25 – 60
Керосин	2,1	–
Фарфор	5,0	30 – 32
Эбонит	3,0	20 – 35

3.12. Удельное электрическое сопротивление ρ_0 и температурный коэффициент сопротивления α некоторых проводников при 0°C

Проводник		ρ_0 , 10^{-8} Ом·м	α , 10^{-3} град $^{-1}$
Алюминий	Al	2,5	4,60
Ванадий	V	18,2	3,90
Вольфрам	W	4,89	5,10
Железо	Fe	8,6	6,51
Золото	Au	2,06	4,02
Кобальт	Co	5,57	6,04
Магний	Mg	4,31	4,12
Медь	Cu	1,55	4,33
Молибден	Mo	5,05	4,73
Неодим	Nd	71,0	2,00
Никель	Ni	6,14	6,92
Олово	Sn	11,15	4,65
Палладий	Pd	9,77	3,77
Платина	Pt	9,81	3,96
Ртуть	Hg	94,07	0,99
Свинец	Pb	19,2	4,28
Серебро	Ag	1,49	4,30
Титан	Ti	42,0	5,46
Хром	Cr	14,1	3,01
Цинк	Zn	5,65	4,17

Проводник	ρ_0 , 10^{-8} Ом·м	α , 10^{-3} град $^{-1}$
Сталь	12,0	6,10
Константан	50,0	0,05
Манганин	43,0	0,01
Нейзильбер	30,0	0,25
Никелин	40,0	0,11
Нихром	110,0	0,12
Фехраль	130,0	0,15
Латунь	7,1	1,70
Платиносеребряный	27,0	0,24

3.13. Связь между магнитной индукцией B поля в ферромагнетике и напряжённостью H намагничивающего поля



3.14. Показатели преломления (средние значения)

Газы		Жидкости		Твёрдые тела	
Вещество	n	Вещество	n	Вещество	n
Азот	1,000297	Вода	1,33	Алмаз	2,42
Воздух	1,000292	Глицерин	1,47	Кварц плав	1,46
Метан	1,000441	Масло кедровое	1,52	Стекло	1,50
Хлор	1,000768	Масло коричное	1,60	NaCl	1,53

3.15. Интервалы длин волн и частот и соответствующие им цвета видимой части спектра*

Цвет спектра	Длина волны λ , нм	Частота ν , 10^{14} Гц
Красный	760 – 620	3,95 – 4,83
Оранжевый	620 – 590	4,83 – 5,08
Жёлтый	590 – 560	5,08 – 5,36
Зелёный	560 – 500	5,36 – 6,00
Голубой	500 – 480	6,00 – 6,25
Синий	480 – 450	6,25 – 6,66
Фиолетовый	450 – 380	6,66 – 7,89

*Область видимой части спектра заключена в границах волн приблизительно от 380 до 760 нм. Границы цветов спектра также определяются лишь условно.

3.16. Шкала электромагнитных волн

Название диапазона волн	Примерный диапазон длин волн		Диапазон частот
	м	Другие единицы	Гц
Низкочастотные электрические колебания	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div 100$ км	$0 \div 3 \cdot 10^3$
Радиоволны	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км \div 1 мм	$3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^{11}$
Инфракрасное излучение	$2 \cdot 10^{-3} \div 7,6 \cdot 10^{-7}$	2 мм \div 760 нм	$1,5 \cdot 10^{11} \div 4,0 \cdot 10^{14}$
Видимое излучение	$7,6 \cdot 10^{-7} \div 3,8 \cdot 10^{-7}$	760 \div 380 нм	$4,0 \cdot 10^{14} \div 8,0 \cdot 10^{14}$
Ультрафиолетовое излучение	$3,8 \cdot 10^{-7} \div 3 \cdot 10^{-9}$	380 \div 3 нм	$8,0 \cdot 10^{14} \div 10^{17}$
Рентгеновское излучение	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм \div 1 пм	$3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}$
Гамма-излучение	10^{-11} и менее	10 пм и менее	$3 \cdot 10^{19}$ и выше

Обратите внимание! Различные виды электромагнитного излучения отличаются лишь длиной волны (или, что то же самое, частотой). В зависимости от длины волны (частоты) меняются свойства волн, их действия, способы получения и названия отдельных участков.

3.17. Длины волн ярких линий в спектре ртутной лампы ПРК-4

Окраска линии	Длина волны λ , нм	Относительная яркость (визуальная оценка)
Фиолетовая	404,66	2
Фиолетовая	407,78	1
Синяя	433,9	1
Синяя	434,8	1
Синяя	435,83	8
Голубая	491,60	1
Зелёная	546,07	10
Жёлтая	576,96	8
Жёлтая	579,07	10

3.18. Длины волн некоторых ярких линий в спектре неона¹⁾

Окраска линии	Длина волны λ , нм	Относительная яркость (визуальная оценка)
Жёлтая	576,44	3
Жёлтая	585,25	10
Жёлтая	588,19	4
Оранжевая	594,48	3
Оранжевая	597,55	2
Красно-оранжевая	603,00	2
Красно-оранжевая	607,43	4
Красно-оранжевая	609,62	3
Красно-оранжевая	614,31	6
Ярко-красная	616,36	5
Ярко-красная	621,73	3
Ярко-красная	626,65	8
Ярко-красная	630,48	2
Ярко-красная	633,44	5
Ярко-красная	638,30	10
Ярко-красная	640,22	10
Красная	650,65	5
Красная	653,29	5
Красная	659,89	5
Красная	667,83	3
Красная	671,70	1

¹⁾ В таблице подробно даны линии красно-оранжевой области спектра, обычно используемые для градуировки спектральных приборов. В области длин волн, меньших 580 нм, градуировку удобнее проводить по спектру ртути.

3.19. Спектральные линии атома водорода видимой части спектра (серия Бальмера)

Переход $n_i \rightarrow n_k$	Обозначение	Длина волны λ , м	Частота ν , 10^{14} Гц	Цвет
3→2	H $_{\alpha}$	656,280	4,571	Красная
4→2	H $_{\beta}$	486,132	6,171	Зелёно-голубая
5→2	H $_{\gamma}$	434,046	6,911	Сине-фиолетовая
6→2	H $_{\delta}$	410,173	7,313	Фиолетовая
7→2	H $_{\epsilon}$	397,007	7,557	Ультрафиолетовая

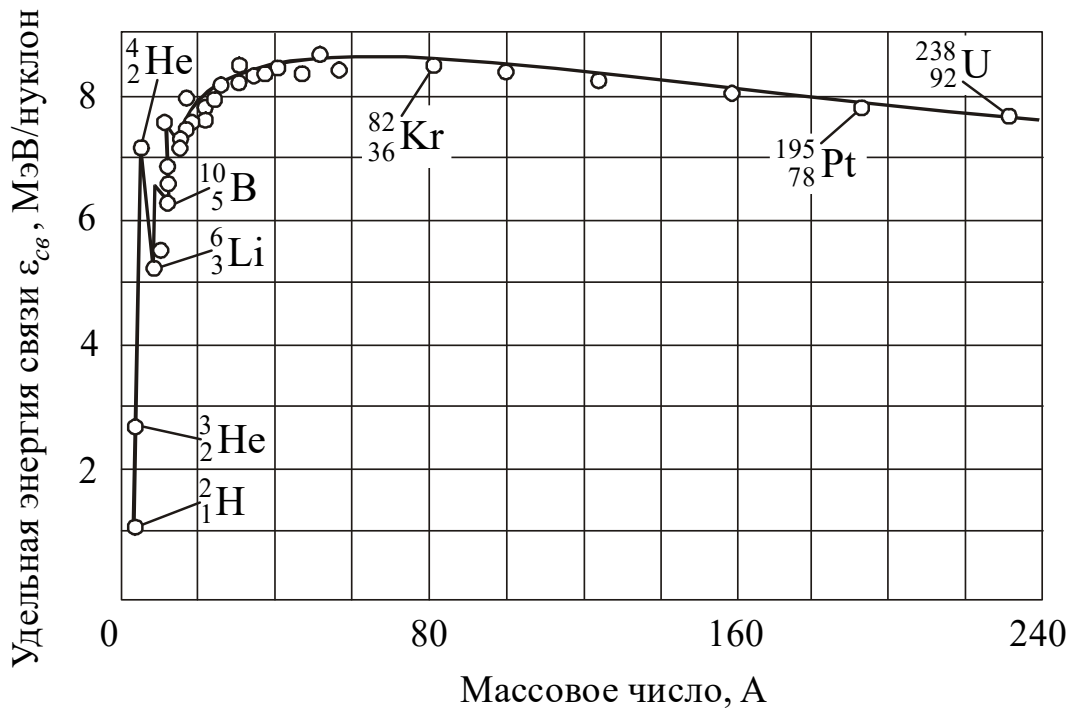
3.20. Основные физические свойства некоторых полупроводниковых материалов

Вещество	Ширина запрещённой зоны ΔE , эВ	Подвижность электронов μ_n , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	Подвижность дырок μ_p , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	Плотность ρ , 10^3 кг/м^3
Si	1,11	1600	500	2,33
Ge	0,66	3900	1900	5,32
AlAs	2,20	1200	–	3,60
AlP	2,45	50	150	2,85
AlSb	1,63	200	420	4,15
Mg ₂ Ge	0,57	500	100	3,09
GaAs	1,43	8500	420	5,37
GaSb	0,78	4000	650	5,61
GaTe	1,78	4000	650	5,61
InAs	0,36	33 000	460	5,68
InSb	0,18	78000	750	5,78
InP	1,26	4600	150	4,79
InS	1,92	50	–	5,18
PbSe	0,28	0,50	1000	8,15
PbTe	0,32	1730	840	8,16
SnTe	0,18	–	400	6,45
Cd ₃ P ₂	0,55	3000	–	5,60
ZnTe	2,34	340	110	5,68
Al _x Ga _{1-x} As	1,41–2,20			
In _x Ga _{1-x} As	1,38–1,97			

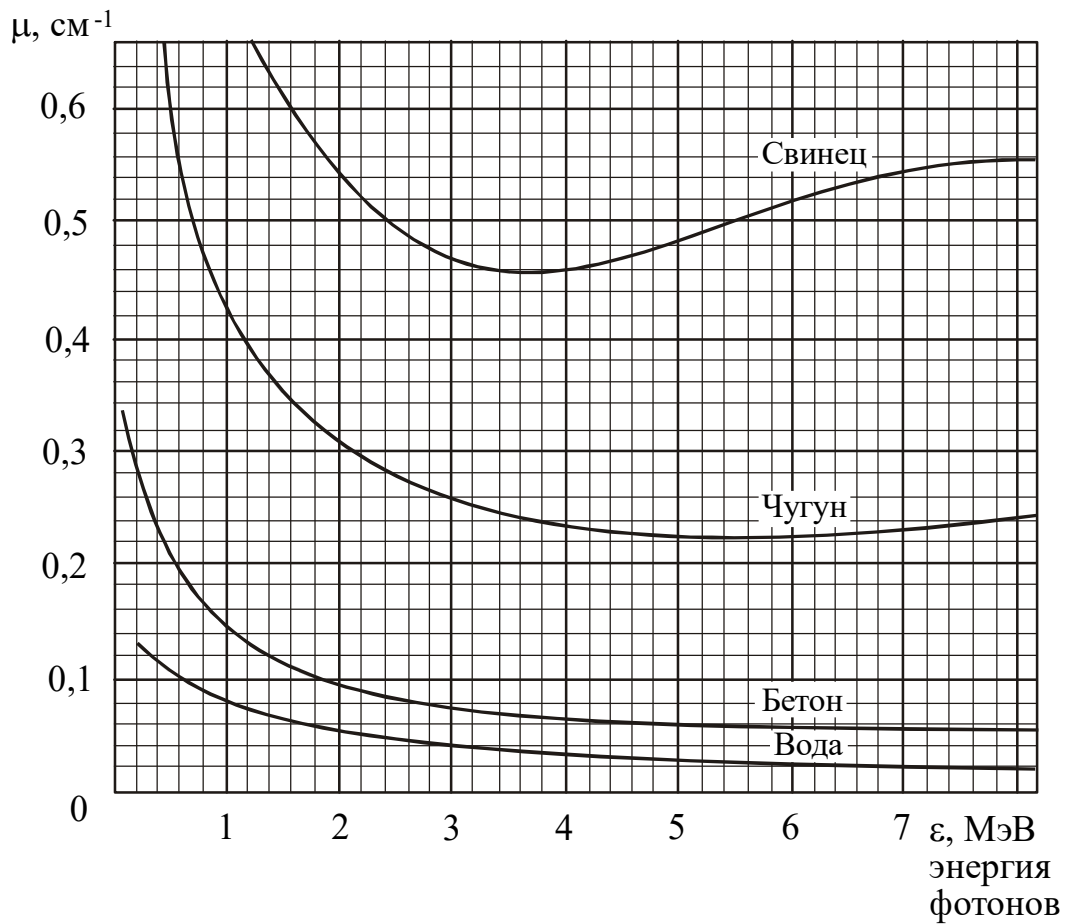
3.21. Работа выхода для химически чистых элементов и элементов, покрытых слоем адсорбата

Элемент	Символ	A , эВ	Адсорбент – адсорбат	A , эВ
Алюминий	Al	4,25	C – Cs	1,37
Вольфрам	W	4,54	Ti – Cs	1,32
Германий	Ge	4,76	Cr – Cs	1,71
Индий	In	3,80	Fe – Cs	1,82
Иттрий	Y	3,30	Cu – Cs	1,64
Калий	K	2,22	Mo – Cs	1,54
Кобальт	Co	4,41	Ge – Ba	2,20
Кремний	Si	4,80	Mo – Th	2,58
Магний	Mg	3,64	Ag – Ba	1,56
Марганец	Mn	3,83	Ta – Cs	1,10
Медь	Cu	4,40	W – Li	2,18
Натрий	Na	2,35	W – La	2,20
Никель	Ni	4,50	Pt – Na	2,10
Палладий	Pd	4,80	Pt – Rb	1,57
Празеодим	Pr	2,70	Pt – Ba	1,90
Самарий	Sm	2,70	W – O – Na	1,72
Селен	Se	4,72	Сталь 1X18H9T – Cs	1,41
Серебро	Ag	4,30	Ta ₂ C – Cs	1,40
Стронций	Sr	2,35	TaSi ₂ – Cs	1,47
Хром	Cr	4,58	Mo ₂ C – Cs	1,45
Цезий	Cs	1,81	WSi ₂ – Cs	1,47
Цинк	Zn	4,24	Pd – Cs	1,51

3.22. Зависимость удельной энергии связи от массового числа



3.23. Зависимость линейного коэффициента ослабления от энергии падающих фотонов для некоторых материалов



3.24. Основные свойства некоторых изотопов

Таблица 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Нейтрон	${}_0n^1$	1,008665	–	$\beta -$	14,5 мин
Протон	${}_1p^1$	1,007276	–		стабилен
Водород	${}_1H^1$	1,007825	99,985		стабилен
Дейтерий	${}_1H^2$	2,014102	0,015		стабилен
Тритий	${}_1H^3$	3,016049	–	$\beta -$	12,33 года
Гелий	${}_2He^3$	3,016030	0,000138		стабилен
Гелий	${}_2He^4$	4,002604	99,99986		стабилен
Гелий	${}_2He^6$	6,018891	–	$\beta -$	0,808 с
Литий	${}_3Li^6$	6,015126	7,52		стабилен
Литий	${}_3Li^7$	7,016005	92,48		стабилен
Литий	${}_3Li^8$	8,022487	–	$\beta -$	0,842 с
Бериллий	${}_4Be^7$	7,016930	–	э.з.	53 дня
Бериллий	${}_4Be^9$	9,012186	100		стабилен
Бор	${}_5B^{10}$	10,012939	19,9		стабилен
Бор	${}_5B^{11}$	11,009305	80,1		стабилен
Углерод	${}_6C^{12}$	12,00000	98,89		стабилен
Углерод	${}_6C^{13}$	13,003354	1,11		стабилен
Углерод	${}_6C^{14}$	14,003242	–	$\beta -$	5730 лет
Азот	${}_7N^{13}$	13,005739	–	$\beta +$	9,96 мин
Азот	${}_7N^{14}$	14,003074	99,63		стабилен
Азот	${}_7N^{15}$	15,000108	0,37		стабилен
Азот	${}_7N^{16}$	16,005739	–	$\beta -$	7,13 с
Кислород	${}_8O^{16}$	15,994915	99,762		стабилен
Кислород	${}_8O^{17}$	16,999133	0,038		стабилен
Кислород	${}_8O^{18}$	17,999160	0,200		стабилен
Фтор	${}_9F^{19}$	18,998405	100		стабилен
Неон	${}_{10}Ne^{20}$	19,992440	90,51		стабилен
Неон	${}_{10}Ne^{22}$	21,991384	9,22		стабилен
Натрий	${}_{11}Na^{22}$	21,994435	–	$\beta +$	2,6 года
Натрий	${}_{11}Na^{23}$	22,989773	100		стабилен
Магний	${}_{12}Mg^{23}$	22,994135	–	$\beta +$	11,3 сек
Магний	${}_{12}Mg^{24}$	23,985044	78,99		стабилен
Магний	${}_{12}Mg^{26}$	25,982591	11,01		стабилен
Магний	${}_{12}Mg^{27}$	26,984345	–	$\beta -$	9,46 мин
Алюминий	${}_{13}Al^{27}$	26,981535	100		стабилен
Кремний	${}_{14}Si^{28}$	27,976927	92,23		стабилен
Кремний	${}_{14}Si^{30}$	29,973761	3,10		стабилен

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Фосфор	$_{15}\text{P}^{31}$	30,973763	100		стабилен
Фосфор	$_{15}\text{P}^{32}$	31,973908	–	β –	14,36 сут
Сера	$_{16}\text{S}^{32}$	31,972074	95,02		стабилен
Сера	$_{16}\text{S}^{35}$	34,969034	–	β –	87,24 сут
Хлор	$_{17}\text{Cl}^{35}$	34,968854	75,77		стабилен
Хлор	$_{17}\text{Cl}^{37}$	36,965896	24,23		стабилен
Аргон	$_{18}\text{Ar}^{36}$	35,967548	0,34		стабилен
Аргон	$_{18}\text{Ar}^{40}$	39,962384	99,60		стабилен
Калий	$_{19}\text{K}^{39}$	38,963714	93,26		стабилен
Калий	$_{19}\text{K}^{40}$	39,963999	0,0117	β –	$1,28 \cdot 10^6$ лет
Калий	$_{19}\text{K}^{42}$	41,962417	–	β –	12,5 час
Кальций	$_{20}\text{Ca}^{40}$	39,962589	96,94		стабилен
Кальций	$_{20}\text{Ca}^{45}$	44,956189	–	β –	163,8 сут
Скандий	$_{21}\text{Sc}^{45}$	44,955919	100		стабилен
Титан	$_{22}\text{Ti}^{48}$	47,947948	73,8		стабилен
Ванадий	$_{23}\text{V}^{51}$	50,943978	99,75		стабилен
Хром	$_{24}\text{Cr}^{51}$	50,944786	–	э.з.	27,7 сут
Хром	$_{24}\text{Cr}^{52}$	51,940506	83,79		стабилен
Марганец	$_{25}\text{Mn}^{55}$	54,938054	100		стабилен
Железо	$_{26}\text{Fe}^{55}$	54,940438	–	э.з.	2,7 года
Железо	$_{26}\text{Fe}^{56}$	55,934935	91,72		стабилен
Железо	$_{26}\text{Fe}^{57}$	56,935391	2,2		стабилен
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{58}$	57,935754	–	э.з.	70,78 суток
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{59}$	58,933189	100		стабилен
Кобальт	$_{27}\text{Co}^{60}$	59,933816	–	β –	5,27 года
Никель	$_{28}\text{Ni}^{58}$	57,935343	68,27		стабилен
Никель	$_{28}\text{Ni}^{63}$	62,929665	–	β +	100,1 года
Медь	$_{29}\text{Cu}^{63}$	62,929594	69,17		стабилен
Медь	$_{29}\text{Cu}^{65}$	64,927786	30,83		стабилен
Цинк	$_{30}\text{Zn}^{64}$	63,929141	48,6		стабилен
Галлий	$_{31}\text{Ga}^{69}$	68,925576	60,1		стабилен
Галлий	$_{31}\text{Ga}^{71}$	70,924695	39,9		стабилен
Германий	$_{32}\text{Ge}^{70}$	69,924245	20,5		стабилен
Германий	$_{32}\text{Ge}^{72}$	71,922075	27,4		стабилен
Мышьяк	$_{33}\text{As}^{75}$	74,921590	100		стабилен
Селен	$_{34}\text{Se}^{78}$	77,917298	23,6		стабилен
Селен	$_{34}\text{Se}^{80}$	79,916515	49,7		стабилен
Бром	$_{35}\text{Br}^{79}$	78,918330	50,69		стабилен

Продолжение таблицы 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Криптон	${}_{36}\text{Kr}^{84}$	83,911446	57,0		стабилен
Криптон	${}_{36}\text{Kr}^{85}$	84,912531	–	β –	10,72 года
Рубидий	${}_{37}\text{Rb}^{85}$	84,911788	72,16		стабилен
Рубидий	${}_{37}\text{Rb}^{86}$	85,909183	–	β –	18,66 сут
Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{88}$	87,905622	82,58		стабилен
Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{90}$	88,907734	–	β –	28,6 лет
Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{94}$	93,915234	–	β –	78 с
Иттрий	${}_{39}\text{Y}^{88}$	87,909503	–	э.з.	106,6 сут
Иттрий	${}_{39}\text{Y}^{89}$	88,905849	100		стабилен
Цирконий	${}_{40}\text{Zr}^{90}$	89,904701	51,45		стабилен
Цирконий	${}_{40}\text{Zr}^{95}$	94,908028	–	β –	64,0 сут
Ниобий	${}_{41}\text{Nb}^{93}$	92,906372	100		стабилен
Молибден	${}_{42}\text{Mo}^{92}$	91,906802	14,84		стабилен
Технеций	${}_{43}\text{Tc}^{98}$	97,907203	–	β –	$4,2 \cdot 10^6$ лет
Рутений	${}_{44}\text{Ru}^{102}$	101,904338	31,6		стабилен
Родий	${}_{45}\text{Rh}^{101}$	100,906162	–	э.з.	3,3 года
Родий	${}_{45}\text{Rh}^{103}$	102,905502	100		стабилен
Палладий	${}_{46}\text{Pd}^{108}$	107,903891	26,46		стабилен
Серебро	${}_{47}\text{Ag}^{107}$	106,905088	51,84		стабилен
Серебро	${}_{47}\text{Ag}^{108}$	107,905956	–	β –	2,37 мин
Кадмий	${}_{48}\text{Cd}^{113}$	112,904901	12,22		стабилен
Кадмий	${}_{48}\text{Cd}^{114}$	113,903354	28,73		стабилен
Индий	${}_{49}\text{In}^{115}$	114,904070	95,72		стабилен
Олово	${}_{50}\text{Sn}^{118}$	117,901790	24,22		стабилен
Олово	${}_{50}\text{Sn}^{123}$	122,905715	–	β –	129,2 сут
Сурьма	${}_{51}\text{Sb}^{121}$	120,903750	57,25		стабилен
Сурьма	${}_{51}\text{Sb}^{123}$	122,904216	42,75		стабилен
Теллур	${}_{52}\text{Te}^{130}$	129,906700	33,8		стабилен
Йод	${}_{53}\text{I}^{127}$	126,904471	100		стабилен
Йод	${}_{53}\text{I}^{131}$	130,906112	–	β –	8,04 сут
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{132}$	131,904142	26,9		стабилен
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{135}$	134,907040	–	β –	9,13 час
Ксенон	${}_{54}\text{Xe}^{140}$	139,921439	–	β –	13,60 с
Цезий	${}_{55}\text{Cs}^{133}$	132,905427	100		стабилен
Цезий	${}_{55}\text{Cs}^{134}$	133,906694	–	β –	2,06 года
Барий	${}_{56}\text{Ba}^{138}$	137,905226	71,7		стабилен
Лантан	${}_{57}\text{La}^{139}$	138,906348	99,91		стабилен
Церий	${}_{58}\text{Ce}^{140}$	139,905436	88,48		стабилен

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Празеодим	${}_{59}\text{Pr}^{141}$	140,907651	100		стабилен
Неодим	${}_{60}\text{Nd}^{146}$	145,913121	17,2		стабилен
Иридий	${}_{77}\text{Ir}^{192}$	191,962990	–	β –	73,8 суток
Золото	${}_{79}\text{Au}^{197}$	196,966557	100		стабилен
Ртуть	${}_{80}\text{Hg}^{194}$	196,966557	–	э.з.	260 лет
Ртуть	${}_{80}\text{Hg}^{200}$	199,968316	23,13		стабилен
Таллий	${}_{81}\text{Tl}^{204}$	203,973884	–	β –	3,78 года
Таллий	${}_{81}\text{Tl}^{210}$	209,990069	–	β –	1,30 мин
Свинец	${}_{82}\text{Pb}^{207}$	206,975932	22,1		стабилен
Свинец	${}_{82}\text{Pb}^{208}$	207,976641	52,4		стабилен
Свинец	${}_{82}\text{Pb}^{210}$	209,984178	–	β –	22,3 года
Висмут	${}_{83}\text{Bi}^{209}$	208,980423	100		стабилен
Висмут	${}_{83}\text{Bi}^{210}$	209,984114	–	β –	5,0 сут
Висмут	${}_{83}\text{Bi}^{211}$	210,987263	–	α	2,14 мин
Полоний	${}_{84}\text{Po}^{210}$	209,982871	–	α	138,4 сут
Астат	${}_{85}\text{At}^{210}$	209,987490	–	э.з.	8,1 час
Радон	${}_{86}\text{Rn}^{222}$	222,017533	–	α	3,8 сут
Радий	${}_{88}\text{Ra}^{220}$	220,010972	–	α	0,025 с
Радий	${}_{88}\text{Ra}^{225}$	225,023604	–	β –	0,842 с
Радий	${}_{88}\text{Ra}^{226}$	226,025361	–	α	1620 лет
Радий	${}_{88}\text{Ra}^{227}$	227,029220	–	β –	42,2 мин
Актиний	${}_{89}\text{Ac}^{225}$	225,023216	–	э.з.	10,0 сут
Актиний	${}_{89}\text{Ac}^{228}$	228,031169	–	β –	6,13 час
Торий	${}_{90}\text{Th}^{229}$	229,031629	–	α	7340 лет
Торий	${}_{90}\text{Th}^{230}$	230,03080	–	α	$7,54 \cdot 10^4$ лет
Торий	${}_{90}\text{Th}^{231}$	231,036301	–	β –	25,52 час
Торий	${}_{90}\text{Th}^{232}$	232,038211	100	α	$1,4 \cdot 10^{10}$ лет
Протактиний	${}_{91}\text{Pa}^{233}$	233,040246	–	β –	27,0 сут
Уран	${}_{92}\text{U}^{233}$	233,039632	–	α	$1,59 \cdot 10^5$ лет
Уран	${}_{92}\text{U}^{234}$	234,040950	0,006	α	$2,45 \cdot 10^5$ лет
Уран	${}_{92}\text{U}^{235}$	235,043931	0,72	α	$7,04 \cdot 10^8$ лет
Уран	${}_{92}\text{U}^{238}$	238,050762	99,27	α	$4,46 \cdot 10^9$ лет
Уран	${}_{92}\text{U}^{239}$	239,054321	–	β –	23,5 мин
Нептуний	${}_{93}\text{Np}^{237}$	237,048172	–	α	$2,14 \cdot 10^6$ лет
Нептуний	${}_{93}\text{Np}^{239}$	239,052935	–	β –	2,36 сут
Плутоний	${}_{94}\text{Pu}^{238}$	238,049522	–	α	87,74 года
Плутоний	${}_{94}\text{Pu}^{240}$	240,053812	–	α	$6,54 \cdot 10^3$ лет

ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ

Абсолютно чёрное тело – тело, которое полностью поглощает всё падающее на него излучение независимо от его спектрального состава и направления падающего излучения, ничего не отражая и не пропуская.

Активность препарата (активность радиоактивного источника) (a) – число распадов, происходящих за единицу времени:

Амплитуда колебаний (A) – максимальное значение колеблющейся величины.

Биения – негармонические колебания, полученные при сложении колебаний одного направления с различными, но близкими частотами.

Вектор Пойнтинга (\vec{S}) – векторная физическая величина, численно равная энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Волна – процесс распространения колебаний в пространстве.

Волновое поле – область пространства, в которой существует волновой процесс.

Волновое число – модуль волнового вектора, численно равно количеству длин волн, которое укладывается на расстоянии 2π м.

Время релаксации (τ) – время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз (e – основание натуральных логарифмов).

Диаграмма векторная – представление гармонического колебания в виде вектора, длина которого равна амплитуде колебания. Направление вектора образует с координатной осью угол, равный фазе колебания.

Дифракционная решётка – спектральный оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных щелей.

Дифракция – способность световой волны огибать препятствия, размеры которых соизмеримы с длиной волны, и попадать в область геометрической тени.

Длина волны (λ) – 1) расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе; 2) расстояние, которое проходит волна за время, равное периоду колебаний.

Добротность колебательной системы (Q) – безразмерная физическая величина, характеризующая относительную убыль энергии системы, равная произведению 2π на отношение энергии $W(t)$ колебаний системы в произвольный момент времени t к убыли этой энергии за один период T :

Интенсивность волны (I) – скалярная величина, равная модулю среднего значения вектора Умова (средней энергии, переносимой за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны).

Интерференция света – явление наложения когерентных световых волн, в результате которого происходит перераспределение энергии светового поля, т.е. образуются светлые участки (максимумы) и тёмные участки (минимумы) интерференционной картины.

Колебание – процесс в той или иной мере повторяющийся во времени.

Колебания гармонические – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону косинуса или синуса.

Контур колебательный – электрическая цепь, содержащая катушку индуктивностью L , конденсатор ёмкостью C и сопротивление R .

Коэффициент затухания (β) – скалярная физическая величина, характеризующая скорость затухания.

Красная граница фотоэффекта – минимальная частота света ν_0 (максимальная длина волны λ_0), при которой ещё возможен фотоэффект. При $\nu < \nu_0$ (или при $\lambda > \lambda_0$) фотоэффект не происходит.

Логарифмический декремент затухания (λ) – безразмерная величина, количественная характеристика быстроты затухания колебаний, численно равная натуральному логарифму отношения двух следующих друг за другом амплитуд $A(t)$ и $A(t + T)$.

Люмен (лм) – световой поток, излучаемый изотропным источником с силой света в 1 кд в пределах телесного угла в 1 стерадиан.

Люкс (лк) – освещённость, создаваемая световым потоком 1 лм, равномерно распределённым на площади 1 м².

Маятник математический – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

Маятник физический – твёрдое тело, способное совершать колебания под действием силы тяжести относительно неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс.

Объёмная плотность энергии (w) – скалярная физическая величина, численно равная энергии, заключённой в единице объёма.

Оптический путь – скалярная величина, численно равная произведению показателя преломления среды на геометрический путь, пройденный волной в оптически однородной среде.

Освещённость (E) – физическая величина, равная отношению светового потока к площади освещаемой поверхности:

Осциллятор – система, совершающая колебания.

Отражательная способность ($\rho_{\lambda, T}$) – безразмерная физическая величина, показывающая, какая доля энергии электромагнитных волн, падающих на тело, отражается им.

Период колебаний (T) – время, за которое происходит одно полное колебание.

Период полураспада ($T_{1/2}$) – время, в течение которого распадается половина первоначального количества ядер данного радиоактивного вещества.

Плотность потока энергии (\vec{j}) – векторная физическая величина, численно равная энергии, переносимой за единицу времени через площадку единичной площади, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Поглощательная способность (монохроматический коэффициент поглощения) ($\alpha_{\lambda, T}$) – безразмерная физическая величина, показывающая какая доля энергии электромагнитных волн, падающих на тело, поглощается им.

Поляризация света – упорядочение в ориентации векторов напряжённости электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу. В плоско поляризованной (линейно поляризованной) волне колебание вектора \vec{E} происходит строго в одной плоскости.

Поток световой (Φ) – физическая величина, равная мощности видимой части излучения, которое распространяется внутри данного телесного угла, и оцениваемая по действию этого излучения на нормальный глаз.

Поток энергии (Φ) – скалярная физическая величина, численно равная энергии, переносимой волной через некоторую поверхность за единицу времени.

Поток энергетический (Φ_0) – скалярная физическая величина, равная энергии электромагнитного излучения всех участков спектра, излучаемой за единицу времени.

Приведённая длина физического маятника – длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Пучности – точки, в которых амплитуда колебаний стоячей волны максимальна.

Работа выхода – минимальная энергия, которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы удалить его из твёрдого или жидкого вещества в вакуум.

Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний.

Серое тело – тело, поглощательная способность которого меньше единицы и не зависит от длины волны (частоты) излучения и от абсолютной температуры.

Сила света (I) точечного источника в данном направлении – физическая величина, равная световому потоку, приходящемуся на единицу телесного угла.

Спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) ($r_{\lambda, T}$) – скалярная физическая величина, равная энергии, излучаемой с единицы поверхности за единицу времени в единичном интервале длин волн, выбранном вблизи заданной длины волны.

Степень поляризации – величина, показывающая соотношение поляризованного и естественного света в частично поляризованном свете.

Стоячие волны – колебательный процесс, возникающий в результате наложения (интерференции) двух встречных бегущих волн с одинаковой амплитудой и частотой.

Тепловое излучение – электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счёт его внутренней энергии.

Угловая или циклическая частота (ω) – число колебаний за 2π секунд.

Узлы – точки, в которых амплитуда колебаний стоячей волны равна нулю.

Уровень громкости (L) – логарифм отношения интенсивности I данного звука к интенсивности I_0 , на пороге слышимости ($I_0 \approx 10^{-12}$ Вт/м² при стандартной частоте 1000 Гц):

Фазовая скорость волны – скорость перемещения фазовой плоскости.

Фигуры Лиссажу – траектории точки, одновременно совершающей гармонические колебания с кратными частотами в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Фотон – квант электромагнитного излучения (чаще оптического диапазона).

Фотоэффект внешний – явление испускания электронов поверхностью вещества под действием электромагнитного излучения.

Фотоэффект внутренний – явление увеличения электропроводности полупроводников и диэлектриков под действием электромагнитного излучения.

Фронт волны – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t .

Частота колебаний (ν) – число колебаний за единицу времени.

Энергетическая светимость (излучательность) (R_s) – скалярная физическая величина, равная энергии, излучаемой с единицы площади поверхности за единицу времени во всем диапазоне длин волн.

Энергия связи удельная ($\epsilon_{уд}$) – энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

Энергия связи ядра ($E_{св}$) – минимальная энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны.

Эффект Доплера – изменение частоты волн, регистрируемых приёмником, которое происходит при движении источника и приёмника волн друг относительно друга.

Ответы к задачам для самостоятельного решения

§1 Механические колебания

- 1.1. $x(t) = 0,1 \cos(2t + \pi/2)$ (м). 1.2. $v=3,14$ см/с; $a=4,9$ см/с². 1.3. $A=8$ см; $v=2,5$ Гц; $T=0,4$ с; $x(t) = 8 \cos 5\pi t$ (см). 1.4. $v=3,18$ Гц. 1.5. $m=57$ кг. 1.6. $g=9,74$ м/с². 1.7. $l_1/l_2 = 2,25$. 1.8. $v_1/v_2 = 2$. 1.9. $T=17,8$ с. 1.10. $J=100$ кг·м². 1.11. $T=0,78$ с. 1.12. $k=800$ Н/м. 1.13. $A=2,83$ см; $\varphi=3\pi/4$. 1.14. $T=2$ с. 1.15. $x(t) = 10e^{-0,4t} \cos 0,5\pi t$ (см). 1.16. $\beta=2,3 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹. 1.17. $v=6,3$ м/с. 1.18. $x = 0,2 \cos 2t$ (м). 1.19. $x = -0,1 \cos 10\pi t$ (м). 1.20. $T=0,5$ с. 1.21. $v_{\max}=0,29$ м/с. 1.22. $l_2/l_1 = 2,25$. 1.23. $T=1,55$ с. 1.24. $v=0,83$ Гц. 1.25. $t = T/6$. 1.26. $\omega=10$ рад/с; $A=1$ см. 1.27. $W=50$ мДж. 1.28. $F_{\max}=0,2$ мН; $W=4,9$ мкДж. 1.29. $v_{\max}=3,75$ м/с; $W=2,8$ Дж. 1.30. $N=6$. 1.31. $\Delta\varphi=120^\circ$. 1.32. $x(t) = 10 \cos(\pi t + 0,2\pi)$ (см). 1.33. $v=258$ Гц или $v=256$ Гц. 1.34. $y=-4x$. 1.35. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. 1.36. $\beta=0,16$ (с⁻¹), $x(t) = 5e^{-0,16t} \cos(0,5\pi t + \pi)$ (см). 1.37. $\lambda=0,02$. 1.38. $\lambda=0,3$; $\beta=0,06$ (с⁻¹); $x(t) = 21e^{-0,06t} \cos 0,4\pi t$ (см). 1.39. $a = 98,6 \cos 10\pi t$ м/с². 1.40. $T_3 = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1$ с. 1.41. $\Delta x = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2) = 9$ см. 1.42. $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = 1,8$. 1.43. $\frac{T_1}{T_2} = 1,03$. 1.44. $\frac{A_2}{A_1} = 2$. 1.45. $W_k = 2m \left(\frac{\pi N A}{t} \right)^2 \sin^2 \frac{2\pi}{T} t = 24,65$ Дж; $W_{\pi} = 2m \left(\frac{\pi N A}{t} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{T} t = 73,95$ Дж. 1.46. $t = \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \frac{2W_{\pi}}{FA} = 0,32$ (с); $\varphi = \arccos \frac{2W_{\pi}}{FA} = 0,64$ рад = 37° . 1.47. $l = g \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 6,21$ м. 1.48. $A=5$ см, $\varphi_0 \approx 37^\circ \approx 0,2\pi$, $x = 5 \sin(\pi t + 0,2\pi)$ (см). 1.49. $T_{\text{бнчн}} = 1$ с; $T=0,4$ мс. 1.50. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, $v = \pi \sqrt{4 \cos^2 \pi t + \sin^2 \pi t} = 3,14$ см/с, $a = \pi^2 \sqrt{4 \sin^2 \pi t + \cos^2 \pi t} = 19,72$ см/с². 1.51. $y = 1 - 2x^2$. 1.52. $\frac{A_0}{A_2} = e^{\frac{t_1 \ln A_0}{A_1}} = 8$. 1.53. $r = -\frac{m}{t} \cdot \ln \frac{W}{W_0} = 9,2 \cdot 10^{-5}$ кг/с. 1.54. $N = \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{W_0}{W} = 34$. 1.55. $\tau = \frac{2\pi}{\ln \frac{A_1}{A_2}} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 6,27$ с. 1.56. $x(t) = 0,54 \cos(8t - 0,07\pi)$ (м). 1.57. $\Omega_p = 2\pi \sqrt{\frac{2}{T_2^2} - \frac{1}{T_1^2}} = 11$ рад/с.

$$1.58. l = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 0,628 \text{ м.}$$

§2 Электромагнитные колебания

- 2.1. $T=37,7 \text{ с.}$ 2.2. $\nu=1,6 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$ 2.3. $L=12,7 \text{ мГн.}$ 2.4. $\nu=100 \text{ Гц; } T=0,01 \text{ с;}$
 $i_{\max}=5 \text{ А; } i=2,5 \text{ А.}$ 2.5. $i_{\max}=20 \text{ мА; } T=2 \text{ мкс; } \nu=0,5 \text{ МГц; } i = 20\sin 10^6 \pi t \text{ (мА).}$
 2.6. $U_{\max}=20 \text{ В; } T=2 \text{ мкс; } \nu=0,5 \text{ МГц; } U = 20\cos 10^6 \pi t \text{ (В).}$ 2.7. $\nu_p=400 \text{ Гц.}$ 2.8.
 $i_{\max}=28,3 \text{ А.}$ 2.9. $U_{\max}=56,6 \text{ В.}$ 2.10. $i_{\max}=0,3 \text{ А.}$ 2.11. $q = 62,8 \cos 10^6 \pi t \text{ (мкКл).}$
 2.12. $U_{\max}=15,4 \text{ В.}$ 2.13. $T=0,13 \text{ мкс.}$ 2.14. $\nu_1/\nu_2=2 \text{ (уменьшится в 2 раза).}$
 2.15. $\nu=46 \text{ Гц.}$ 2.16. $\nu=3,08 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$ 2.17. $L=1,0 \text{ Гн; } U=0,4 \text{ В.}$ 2.18. $i_{\max}=0,45 \text{ А.}$
 2.19. $\varepsilon_{\max}=138,6 \text{ В; } \varepsilon_d=98 \text{ В.}$ 2.20. $Q=0,6 \text{ Дж.}$ 2.21. $C=2 \text{ нФ; } W=25 \text{ нДж; } U=5 \text{ В.}$
 2.22. $i(t) = -0,314\sin 10^4 \pi t \text{ (А); } T=0,2 \text{ мс; } \nu=5 \text{ кГц; } q_{\max}=10^{-6} \text{ Кл; } i_{\max}=0,314 \text{ А.}$
 2.23. $q(t) = 10^{-4} \cos 0,5 \cdot 10^3 t \text{ (Кл); } i(t) = -0,05\sin 0,5 \cdot 10^3 t \text{ (А);}$
 $U(t) = 100\cos 0,5 \cdot 10^3 t \text{ (В); } i_{\max}=0,05 \text{ А; } U_{\max}=100 \text{ В.}$ 2.24. $i(t) = -0,47\sin 10^4 \pi t$
 (А). 2.25. $i_{\max}=0,1 \text{ А.}$ 2.26. $T=0,2 \text{ с.}$ 2.27. $\nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2} = 50 \text{ Гц.}$ 2.28. $t=0,125 \text{ мкс.}$
 2.29. $C_2 = C_1 \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} \right)^2 = 16 \text{ мкФ.}$

§3 Волны

- 3.1. $\xi(x,t) = 3 \text{ см.}$ 3.2. $\lambda_{\max}=17 \text{ м; } \lambda_{\min}=17 \text{ мм.}$ 3.3. $v=347 \text{ м/с.}$ 3.4. $v=5,1 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$
 3.5. $S=5 \text{ км.}$ 3.6. $n=1,41.$ 3.7. $\lambda=6 \text{ мм.}$ 3.8. $n=2.$ 3.9. $\nu_1=3 \cdot 10^{11} \text{ Гц; } \nu_2=3 \cdot 10^{10} \text{ Гц.}$
 3.10. $\lambda_1=4,69 \text{ м; } \lambda_2=2,78 \text{ м.}$ 3.11. $\nu=2 \text{ МГц.}$ 3.12. $\lambda=1884 \text{ м.}$ 3.13. $A=6 \text{ мкм;}$
 $\nu=303 \text{ Гц; } \lambda=1,1 \text{ м; } v=333 \text{ м/с.}$ 3.14. $\nu=50 \text{ Гц.}$ 3.15. $\Delta\varphi=0,4\pi.$ 3.16. $\Delta\varphi=\pi.$ 3.17.
 $W_2/W_1 = 4 \cdot 10^4;$ энергия ультразвуковой волны больше. 3.18. $\nu=425 \text{ Гц.}$ 3.19.
 $v=350 \text{ м/с; } \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{\max} = 0,785 \text{ м/с.}$ 3.20. $\nu_1=77,7 \text{ Гц; } \nu_2=1336 \text{ Гц.}$ 3.21. $\lambda_1=0,17 \text{ м;}$
 $\lambda_2=0,74 \text{ м.}$ 3.22. Наблюдается минимум интерференции. 3.23. $\nu=334 \text{ Гц.}$ 3.24.
 $\nu_1=336 \text{ Гц; } \nu_2=264 \text{ Гц.}$ 3.25. $L=3,52 \cdot 10^{-7} \text{ Гн; } \nu=6 \cdot 10^7 \text{ Гц.}$ 3.26. $\nu=0,16 \text{ МГц;}$
 $\lambda=1889 \text{ м.}$ 3.27. $\lambda=2350 \text{ м.}$ 3.28. $\lambda=600 \text{ м.}$ 3.29. $\lambda_1=226 \text{ м; } \lambda_2=584 \text{ м.}$ 3.30.
 $d=1,57 \text{ мм.}$ 3.31. $\lambda=200 \text{ м.}$ 3.32. $h=156 \text{ м.}$ 3.33. $v = \frac{t_1}{t_2} \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 5,7 \text{ м/с.}$ 3.34.
 $\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{\varepsilon \Delta t C}{\Delta I}} = 2450 \text{ м.}$ 3.35. $\lambda = 2\pi v \sqrt{\frac{q_2^2 - q_1^2}{I_1^2 - I_2^2}} = 942 \text{ м.}$ 3.36. $N=5 \cdot 10^4.$ 3.37.
 $N=1,36 \cdot 10^4.$ 3.38. $\lambda=120 \text{ м.}$ 3.39. $C_2 = C_1 \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} - 1 \right) = 15 \text{ мкФ.}$ 3.40. $\nu_1=1,6 \cdot 10^8 \text{ Гц;}$

$v_2=5 \cdot 10^6$ Гц; $\lambda_1=1,875$ м; $\lambda_2=60$ м. **3.41.** $\Delta\lambda = \frac{c}{v} \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} - 1 \right) = 50$ м. **3.42.** $\lambda=1000$ м.

3.43. $I = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot \frac{E_{\max}^2}{2} = 2,93$ Вт/м². **3.44.** $S=0,76$ Вт/м². **3.45.** $H_{\max}=0,16$ А/м;

$\langle S \rangle = 4,8$ Вт/м². **3.46.** $E_{\max}=46,1$ В/м; $v=2,45 \cdot 10^8$ м/с. **3.47.** $E_{\max}=50$ В/м; $H_{\max}=0,13$ А/м.

§4 Волновая оптика

4.1. $v=1,24 \cdot 10^8$ м/с. **4.2.** $\nu_1=3,95 \cdot 10^{14}$ Гц; $\nu_2=7,89 \cdot 10^{14}$ Гц. **4.3.** $N=2000$.
4.4. $\Delta L=0,5$ мм. **4.5.** $\lambda_1=0,6$ мкм; $\lambda_2=0,4$ мкм. **4.6.** $\lambda=0,48$ мкм. **4.7.** $\Delta=300$ нм. **4.8.**
 $m_{\max}=3$. **4.9.** $d=2,8$ мкм. **4.10.** $\alpha_B=48,4^\circ$. **4.11.** $C=397,6^\circ$ кг/м³. **4.12.** $n=1,8$.
4.13. $\Delta n=2,5 \cdot 10^{-5}$. **4.14.** $d_{\min}=114$ нм. **4.15.** $R=7$ м. **4.16.** $m_{\max}=3$, $N=7$. **4.17.**
 $d=50$ мкм. **4.18.** $n=3,5 \cdot 10^{-7}$ м⁻¹. **4.19.** $\varphi_2=41,8^\circ$. **4.20.** $n_2=2,3$. **4.21.** $i=36,9^\circ$. **4.22.**
 $\varphi=60^\circ$. **4.23.** $\varphi=54,7^\circ$. **4.24.** $P=0,48$. **4.25.** $v=2,02 \cdot 10^8$ м/с. **4.26.** $d_{\min}=100$ нм. **4.27.**
 $n=2,2$. **4.28.** $\lambda=590$ нм. **4.29.** $\Delta x=19$ см. **4.30.** $d=22,3$ мкм. **4.31.** $\Theta=30^\circ$. **4.32.**
 $I_0/I=3,3$. **4.33.** $n=1,27$. **4.34.** $P=0,6$. **4.35.** $C_2=210$ кг/м³.

§5 Квантовая оптика

5.1. $T=648$ К. **5.2.** $\lambda_{\max}=10,6$ мкм. **5.3.** $T=3,82 \cdot 10^3$ К. **5.4.** $A_{\text{ВЫХ}}=3,98 \cdot 10^{-19}$ Дж
 $=2,49$ эВ. **5.5.** $\epsilon=1,24 \cdot 10^{-13}$ Дж; $m=1,38 \cdot 10^{-30}$ кг. **5.6.** $\lambda=1,24$ пм; $m=1,78 \cdot 10^{-30}$ кг;
 $p=5,33 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. **5.7.** $\nu_1=3 \cdot 10^{16}$ Гц – ультрафиолетовое излучение; $\nu_2=6 \cdot 10^{14}$ Гц
– видимое излучение; $\nu_3=4,5 \cdot 10^{10}$ Гц – радиоволны. **5.8.** $\Theta=19^\circ$. **5.9.** $W=5,1$ МДж.
5.10. $P=90$ мВт. **5.11.** $R_2/R_1=81$. **5.12.** $T_2=1747$ К. **5.13.** $\Phi_2/\Phi_1=17,75$. **5.14.** В 1,2
раза. **5.15.** $\alpha=0,26$. **5.16.** $\lambda_{\max}=1,45$ мкм. **5.17.** $\lambda=233$ нм. **5.18.** $A_{\text{ВЫХ}}=3,0 \cdot 10^{-19}$ Дж
 $=1,9$ эВ. **5.19.** $\lambda=257$ нм. **5.20.** $v_{\max}=0,77 \cdot 10^6$ м/с. **5.21.** $\lambda'=57$ пм. **5.22.** $S=6,0$ см².
5.23. $t=7,3 \cdot 10^{12}$ лет. **5.24.** $P/S=1,38 \cdot 10^3$ Вт/м². **5.25.** $T=1106$ К. **5.26.**
 $h=6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $A_{\text{ВЫХ}}=3,96 \cdot 10^{-19}$ Дж=2,48 эВ. **5.27.** $\lambda_0=6,52 \cdot 10^{-7}$ м. **5.28.**
 $\nu=1,3 \cdot 10^{15}$ Гц; $A_{\text{ВЫХ}}=3,98 \cdot 10^{-19}$ Дж=2,5 эВ. **5.29.** $v_{\max}=0,92 \cdot 10^6$ м/с.
5.30. $A_{\text{ВЫХ}}=0,5 \cdot 10^{-19}$ Дж=0,3 эВ. **5.31.** $\lambda=1,7 \cdot 10^{-7}$ м.

5.32. $N = \frac{4\pi\epsilon_0 R}{e^2} \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}} \right) = 3,7 \cdot 10^6$. **5.33.** $R_{\max} = \frac{\sqrt{2m(h\nu - A_{\text{ВЫХ}})}}{eB} = 5,9$ мм.

5.34. $\lambda=1,27$ пм. **5.35.** $W_K=0,68$ МэВ; $p_e=5,7 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. **5.36.** $W_K=0,34$ МэВ;
 $p_e=3 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с. **5.37.** а) $p=1,2 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с; б) $p=2,4 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с. **5.38.**
 $v=1,46$ км/с. **5.39.** $\lambda=0,39$ нм. **5.40.** $n_1=53$ с⁻¹; $n_2=5 \cdot 10^{13}$ с⁻¹. **5.41.** $p=5 \cdot 10^{-3}$ Вт;
 $\epsilon=2,5 \cdot 10^{-8}$ Дж. **5.42.** $n=1,27 \cdot 10^{17}$ с⁻¹.

§6 Элементы квантовой механики

6.1. $\lambda=7,3 \cdot 10^{-10}$ м. **6.2.** $v=1,46 \cdot 10^3$ м/с. **6.3.** а) $\Delta x=5,8$ мм; б) $\Delta x=5,3 \cdot 10^{-17}$ м;
в) $\Delta x=5,3 \cdot 10^{-29}$ м. **6.4.** $v \approx 5,8 \cdot 10^5$ м/с. **6.5.** $\Delta x=0,4$ нм. **6.6.** $\lambda=3,9 \cdot 10^{-11}$ м=39 пм.

6.7. $U=151$ В. **6.8.** $v=2,17 \cdot 10^8$ м/с. **6.9.** $\lambda=104$ пм. **6.10.** $r \approx 31$ пм. **6.11.** $\Delta\lambda_{\min} \approx 3,2 \cdot 10^{-16}$ м = 0,32 фм. **6.12.** $l=3 \cdot 10^{-15}$ м = 3 фм. **6.13.** 1) $\lambda=12$ пм; 2) $\lambda=0,87$ пм. **6.14.** $\lambda=0,76 \cdot 10^{-15}$ м = 0,76 фм. **6.15.** $d = \frac{1}{eE} \left(\frac{h^2}{2m\lambda^2} - \frac{mv^2}{2} \right) = 9,7 \cdot 10^{-2}$ м. **6.16.** $W=113$ эВ. **6.17.** $\lambda_{\text{пр}}/\lambda_e=43$. **6.18.** $\Delta x_{\min}=1,8 \cdot 10^{-16}$ м. **6.19.** $W=4$ эВ. **6.20.** $\lambda=0,28$ пм. **6.21.** $w=0,2=20\%$. **6.22.** $l=2,4 \cdot 10^{-9}$ м = 2,4 нм.

§7 Физика атомов и молекул

7.1. $\lambda=486$ нм. **7.2.** $\lambda=656$ нм. **7.3.** $\lambda=410$ нм. **7.4.** 1) $L=0$; 2) $L=1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.5.** $L_s=0,91 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с, $L_{s_z}=\pm 0,53 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.6.** $p_{m_s}=-1,61 \cdot 10^{-23}$ А·м², $p_{m_{s_z}}=\mp 0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.7.** 2. **7.8.** $\lambda_1=656$ нм, $\lambda_2=486$ нм, $\lambda_3=434$ нм, $\lambda_4=410$ нм. **7.9.** В 9 раз. **7.10.** $\varepsilon=10,2$ эВ. **7.11.** В 5,4 раза. **7.12.** $R=1,09 \cdot 10^7$ м⁻¹. **7.13.** $\lambda_1=103$ нм, $\lambda_2=122$ нм, $\lambda_3=656$ нм. **7.14.** $E=-3,4$ эВ, $L=1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с, $p_m=-1,31 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.15.** 7 значений: $m=0; \pm 1; \pm 2; \pm 3$. К-слой: 2 s -электрона; L-слой: 2 s -электрона; 6 p -электронов; М-слой: 2 s -электрона; 6 p -электронов; 10 d -электронов. **7.16.** Магний – Mg ($Z=12$). **7.17.** $\lambda_0=31$ пм. **7.18.** $\lambda=0,84$ нм. **7.19.** Ниобий – Nb ($Z=41$). **7.20.** $\varphi_i=54,4$ В. **7.21.** $\varphi_1=91,8$ В. **7.22.** $v=0,70 \cdot 10^6$ м/с. **7.23.** $n=3$, $\lambda_1=102,5$ нм, $\lambda_2=656$ нм, $\lambda_3=121,5$ нм. **7.24.** $v=4,18$ м/с. **7.25.** $\alpha_{\min}=35,5^\circ$. **7.26.** $p_{m_{z\max}}=\mu_B=0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м². **7.27.** $L_z=0; \pm \hbar; \pm 2\hbar; \pm 3\hbar$. $p_{m_z}=0; \mp \mu_B; \mp 2\mu_B; \mp 3\mu_B$. **7.28.** $L=0; 1,49 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с; $2,58 \cdot 10^{-34}$ кг·м²/с. **7.29.** 12 электронов; (3; 0; 0; $\pm 1/2$). **7.30.** 3 элемента: $Z=23; Z=24; Z=25$. **7.31.** $U=15$ кВ. **7.32.** $U_{\min} = \frac{3(Z-1)^2 hcR}{4e} = 4,9$ кВ.

§8 Основы физики твёрдого тела

8.1. $v=0,25$ мм/с. **8.2.** 1) дырочная; 2) электронная. **8.3.** GaAs, Si, Ge. **8.4.** $T_1 < T_3 < T_2$. **8.5.** InAs – 1, GaTe – 3, InP – 2. **8.6.** $v_n=3900$ м/с; $v_p=1900$ м/с. **8.7.** $v_n=1600$ м/с; $v_p=500$ м/с. **8.8.** $v_n=0,8$ м/с; $v_p=0,25$ м/с. **8.9.** $\lambda_{0\text{Si}}=1,1$ мкм; $\lambda_{0\text{Ge}}=1,9$ мкм; $\lambda_{0\text{GaAs}}=0,87$ мкм (инфракрасное излучение). **8.10.** $v = \frac{E}{\hbar p} = 0,5$ мм/с. **8.11.** $v=0,15$ мм/с. **8.12.** $\eta = \frac{nM}{\rho N_A} = 6,7 \cdot 10^{-10}$. **8.13.** $m_B=39$ мкг. **8.14.** $m_B=0,39$ мкг. **8.15.** а) $\sigma_1/\sigma_2=1,04$ (уменьшится незначительно); б) $\sigma_2/\sigma_1=1,2$ (увеличится). **8.16.** $n=2,5 \cdot 10^{19}$ м⁻³; $\eta=I_n/I=0,67$. **8.17.** $n=2,5 \cdot 10^{16}$ м⁻³; $\eta=I_p/I=0,26$. **8.18.** $\sigma=608$ См/м. **8.19.** $\sigma=3,12 \cdot 10^3$ См/м. **8.20.** $\langle \lambda \rangle = 54$ нм; $t=5,4 \cdot 10^{-14}$ с; $\mu=4,7 \cdot 10^{-7}$ м²/(В·с). **8.21.** $\langle v \rangle = \mu_n E = 3,9 \cdot 10^4$ м/с; $u = \sqrt{\frac{2EqS}{m}} = 5,93 \cdot 10^6$ м/с. **8.22.** $R=2,6$ кОм. **8.23.** $E_{\min}=\Delta E=1,43$ эВ. **8.24.** $\Delta E=0,65$ эВ. **8.25.** $\sigma_2/\sigma_1=2,3$. **8.26.** $\alpha=1,1 \cdot 10^5$; $I_{\text{пр}}=0,58$ мА. **8.27.** $I_2/I_1=2,15$. **8.28.**

$$n = 1,1 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}; \quad \mu = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}). \quad \mathbf{8.29.} \quad p = \frac{aBU}{el\rho U_H} = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3};$$

$$\mu_p = \frac{1}{\rho en} = 0,05 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}). \quad \mathbf{8.30.} \quad n = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}; \quad \mu_p = 0,041 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}). \quad \mathbf{8.31.}$$

$$n = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}. \quad \mathbf{8.32.} \quad \Delta E = 1 \text{ эВ}. \quad \mathbf{8.33.} \quad \Delta E = 0,69 \text{ эВ}.$$

§9 Строение атомных ядер. Ядерные превращения

- 9.1.** ${}^{18}_9\text{F}$ – 9 протонов, 9 нейтронов; ${}^{27}_{13}\text{Al}$ – 13 протонов, 14 нейтронов; ${}^{64}_{30}\text{Zn}$ – 30 протонов, 34 нейтрона; ${}^{138}_{56}\text{Ba}$ – 56 протонов, 82 нейтрона. **9.2.** ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 125 нейтронов; ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 126 нейтронов; ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ – 82 протона, 128 нейтронов. **9.3.** 58 нуклонов. **9.4.** а) уменьшается на 1; б) уменьшается на 1; в) не изменяется. **9.5.** а) уменьшается на 1; б) не изменяется; в) не изменяется. **9.6.** Уменьшается на 2. **9.7.** $\Delta m = 0,11$ а.е.м. **9.8.** $\Delta E_{\text{св}} = 2,22$ МэВ. **9.9.** $\Delta E_{\text{св}} = 225$ МэВ. **9.10.** $\varepsilon_{\text{уд}} = 7,98$ МэВ/нуклон. **9.11.** $Z=0$; $A=1$; нейтрон. **9.12.** 1) $\Delta m = 0,004$ а.е.м, энергия выделяется; 2) $\Delta m = -0,003$ а.е.м, энергия поглощается. **9.13.** $Q = 18,63$ МэВ, реакция экзотермическая. **9.14.** $T_{1/2} = 6$ час; $\lambda = 0,116$ (час $^{-1}$); $\tau = 8,66$ час. Возможный изотоп – актиний ${}^{228}_{89}\text{Ac}$. **9.15.** $\Delta N/N_0 = 0,75$. **9.16.** $\Delta N/N_0 = 0,63$. **9.17.** $\varepsilon \approx 1,3$ МэВ. **9.18.** $\Delta m = 1,93$ а.е.м, $\Delta E_{\text{св}} = 1802$ МэВ, $\varepsilon_{\text{уд}} = 7,57$ МэВ/нуклон. **9.19.** $\varepsilon_{\text{уд}1} = 2,83$ МэВ/нуклон, $\varepsilon_{\text{уд}2} = 2,57$ МэВ/нуклон. В ядре водорода нуклоны связаны сильнее. **9.20.** ${}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^7_3\text{Li}$. **9.21.** ${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{24}_{12}\text{Mg}$. **9.22.** 5 α -распадов; 3 β -распада. **9.23.** $Q = 17,59$ МэВ, реакция экзотермическая. **9.24.** $Q = -1,65$ МэВ, реакция эндотермическая. **9.25.** $Q = 4,86$ МэВ. **9.26.** $\lambda = 2,43$ пм. **9.27.** $\Delta N/N_0 = 87,5\%$. **9.28.** $N/N_0 = 3,13\%$. **9.29.** $T_{1/2} = 8$ час. **9.30.** $T_{1/2} = 5$ сут. **9.31.** $t \approx 2$ сут. **9.32.** $\sum W_k = 17,3$ МэВ. **9.33.** $Q = 90$ ГДж, $m_2 = 3$ т. **9.34.** $I/I_0 = 1000$. **9.35.** $W_{\text{кп}} = 1,6$ МэВ. **9.36.** $W_{\text{кн}} = \frac{Q + W_{\text{к}\alpha}(1 - m_{\alpha}/m_{\text{C}})}{1 + m_n/m_{\text{C}}} = 8,5$ МэВ. **9.37.** $\theta = 170^\circ$. **9.38.** $t = 2,5$ час. **9.39.** $t = 140$ сут. **9.40.** $N_2/N_1 = 16$. **9.41.** $t = 9 \cdot 10^3$ лет. **9.42.** $W = 5,3 \cdot 10^{25}$ эВ = 8,4 МДж. **9.43.** $m_{\text{в}} = 1,34 \cdot 10^7$ кг. **9.44.** $\varepsilon = 2,2$ МэВ или $\varepsilon = 6$ МэВ; $x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = 1,33$ см. **9.45.** $I_0/I_2 = 4,85$. **9.46.** $R_1/R_2 = 2$.

*В расчетах ускорение свободного падения g принято равным 10 м/с^2 .

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Антипов, Б.А. Материалы электронной техники. Задачи и вопросы: учеб. пособие для вузов по специальностям электронной техники / Б.А. Антипов, В.С. Сорокин, В.А. Терехов; – под ред. В.А. Терехова. – Санкт-Петербург: Лань, 2001. – 208 с.
2. Беликов, Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: учеб. пособие для студентов вузов / Б.С. Беликов. – Москва: Высшая школа, 1986. – 256 с.
3. Волков А.Ф. Курс физики. В 2-х т. Т.1. Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм: учеб. пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / А.Ф. Волков, Т.П. Лумпиева. – Донецк: ДонНТУ, 2009. – 232 с.
4. Волков, А.Ф. Курс физики. В 2-х т. Т.2. Колебания и волны. Волновая и квантовая оптика. Элементы квантовой механики. Основы физики твёрдого тела. Элементы физики атомного ядра: учеб. пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / А.Ф. Волков, Т.П. Лумпиева. – Донецк: ДонНТУ, 2009. – 222 с.
5. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – Москва: Наука, 1985. – 384 с.
6. Головатенко-Абрамова, М.П. Задачи по электронике / М.П. Головатенко-Абрамова, А.М. Лапидес. – Москва: Энергоатомиздат, 1992. – 112 с.
7. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: учеб. пособие / И.Е. Иродов. – Москва: Наука, 1988. – 416 с.
8. Пинский, А.А. Задачи по физике: учеб. пособие / А.А. Пинский. – Москва: Наука, 1977. – 288 с.
9. Рымкевич, А.П. Сборник задач по физике / А.П. Рымкевич. – 16-е изд. – Москва: Просвещение, 1996. – 222 с.
10. Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие / И.В. Савельев. – Москва: Наука, 1982. – 272 с.
11. Таблицы физических величин. Справочник – под ред. акад. И.С. Кикоина. – Москва: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
12. Терехов, В.А. Задачник по электронным приборам: учеб. пособие для вузов / В.А. Терехов – Москва: Энергоатомиздат, 1983. – 280 с.
13. Физика: методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А.А. Воробьев, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – Москва: Высшая школа, 1987. – 206 с.
14. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики: учеб. пособие для втузов / Е.В. Фирганг. – Москва: Высшая школа, 1978. – 351 с.
15. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – Москва: Высшая школа, 1981. – 496 с.

Учебное издание

Лумпиева Таисия Петровна
Русакова Надежда Михайловна
Волков Александр Фёдорович

Практикум по физике. Решение задач

Часть 2