Библиотека бакалавра

Т.П. ЛУМПИЕВА, Н.М. РУСАКОВА, А.Ф. ВОЛКОВ

ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ.
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Учебное пособие

Том 1

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Донецк
ООО «Технопарк ДонГТУ «УНИТЕХ»»
2017

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7
Л 84

Рекомендовано Учёным советом Донецкого национального технического университета в качестве учебного пособия для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений (протокол №1 от 17.02.2017 года)

Учебное пособие отмечено Дипломом I степени на конкурсе «Лучшее издание ДонНТУ», посвящённом 95-летию университета в номинация «Лучшее учебное издание»

Р е ц е н з е н т ы:

Александров В.Д. – доктор химических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, математики и материаловедения Донбасской национальной академии строительства и архитектуры

Петренко А.Г. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики и нанотехнологий Донецкого национального университета, академик Академии технологических наук

Лумпиева Т.П.

Л 84 **Практикум по физике. Решение задач. Том 1:** Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный электрический ток. Электромагнетизм: учебное пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. – Изд. 2-е, исп. и доп. / Т.П. Лумпиева, Н.М. Русакова, А.Ф. Волков. – Донецк: ООО «Технопарк ДонГТУ «УНИТЕХ»», 2017. – 257 с.

Данное учебное пособие является составной частью учебно-методического комплекса по физике, разработанного авторами. В пособии приведены краткие теоретические сведения по разделам курса, рассмотрена методика решения задач, представлено более 200 примеров решения задач с подробным анализом, а также даны задачи для самостоятельного решения. Разделы «Практикума» соответствуют разделам учебного пособия «Курс физики». Имеется необходимый справочный материал. Приведён словарь терминов, используемых в данной книге.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Может быть использовано преподавателями при проведении практических занятий.

Табл. 54. Ил. 98.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Многолетний опыт нашей педагогической работы показывает, что самым сложным для студентов при изучении курса физики является решение задач.

На практических занятиях по решению задач, как правило, не удаётся рассмотреть все типы задач и подробно обсудить методику их решения, так как времени на эти занятия отводится очень мало. Настоящее пособие составлено с таким расчётом, чтобы им можно было пользоваться для самостоятельных занятий.

Весь материал курса разбит на разделы, которые соответствуют учебному пособию «Курс физики» для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений тех же авторов. Каждый раздел построен по единой схеме, причём прорабатывать материал раздела можно независимо от других.

Первый подраздел содержит основные теоретические сведения по рассматриваемой теме. Если этого материала Вам недостаточно, то обратитесь к своему конспекту или учебному пособию.

Во втором подразделе анализируются основные типы задач и методы их решения.

В третьем подразделе рассмотрены примеры решения задач с подробным физическим анализом. Рекомендуем следующий порядок работы с этим подразделом.

– Прочитайте условие задачи и попытайтесь самостоятельно определить, к какому типу она относится.
– Вернитесь к подразделу «Алгоритмы решения задач» и прочитайте ещё раз общую формулировку методов решения задач.
– Попытайтесь решить задачу самостоятельно. Если Вам это удалось, то проверьте правильность решения, сравнив его с приведённым в тексте.
– Если решить задачу не удалось, то проработайте решение, а затем попробуйте воспроизвести его самостоятельно.

В четвёртом подразделе даны задачи для самостоятельного решения. Они разбиты по уровням сложности. Базовый уровень содержит элементарные задачи, которые могут быть решены без общих подходов. Решение задач среднего и достаточного уровня не должно вызвать затруднений, если предшествующий материал был добросовестно проработан. Если Вы не можете их решить, то вернитесь к началу раздела и проработайте соответствующую часть раздела. К задачам даны ответы. Справочные данные, необходимые для решения задач, приведены в разделе «Справочные материалы». Также в пособии имеется терминологический словарь.

Многовариантные задачи преподаватель может использовать в качестве домашних заданий, заданий для самостоятельной работы или в качестве контрольных заданий для студентов заочной формы обучения.

В пособие включены наиболее типичные и характерные задачи. Тексты задач заимствованы из существующих учебников и задачников. Установить точный первоисточник каждой задачи невозможно, поэтому в конце пособия приводится список использованной литературы.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам: доктору химических наук, заведующему кафедрой физики, математики и материаловедения Донбасской национальной академии строительства и архитектуры, профессору ***В.Д. Александрову*** и доктору физико-математических наук, профессору кафедры теоретической физики и нанотехнологий Донецкого национального университета ***А.Г. Петренко*** за полезные замечания и советы, которые были учтены при подготовке рукописи к печати.

Также выражаем свою искреннюю благодарность и признательность ***И.В. Лумпиеву*** за оформление графического материала книги.

С замечаниями и предложениями по книге к авторам можно обратиться по электронной почте: lumpieva@mail.ru или af.volkov51@gmail.com

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A – работа
A_r – относительная атомная масса химического элемента
$\vec{a}$ – ускорение
$\vec{a}_n$ – нормальное ускорение
$\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение
$\vec{B}$ – магнитная индукция
C – электрическая ёмкость (электроёмкость)
C_V.– молярная теплоёмкость при постоянном объёме
C_P – молярная теплоёмкость при постоянном давлении
c_V – удельная теплоёмкость при постоянном объёме
c_p – удельная теплоёмкость при постоянном давлении
c – скорость света в вакууме
D – коэффициент диффузии
$\vec{D}$ – электростатическая индукция (электрическое смещение)
$d_{эф}$ – эффективный диаметр молекулы
$\vec{E}$ – напряжённость электрического поля
$\vec{F}$ – сила
G – постоянная всемирного тяготения
g – ускорение свободного падения
$\vec{H}$ – напряжённость магнитного поля
I – сила постоянного тока
i – индекс суммирования, число степеней свободы, сила тока
J – момент инерции
$\vec{J}$ – намагниченность
$\vec{j}$ – плотность тока
K – коэффициент теплопроводности
k – коэффициент жёсткости, постоянная Больцмана
L – индуктивность
$\vec{L}$ – момент импульса
M – молярная масса
M_r – относительная молекулярная масса вещества
$\vec{M}$ – момент силы
m – масса тела
m_0 – масса покоя, масса одной молекулы
N – сила нормальной реакции опоры, число молекул, механическая мощность
N_A – число Авогадро
n – концентрация частиц
P – мощность электрического тока
$\vec{P}_V$ – поляризованность
p – давление
$\vec{p}$ – импульс тела, дипольный момент диполя

$\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током
Q – количество тепла, тепло
q – электрический заряд
R – радиус окружности, универсальная газовая постоянная, электрическое сопротивление
r – коэффициент сопротивления среды
$\vec{r}$ – радиус-вектор
S – путь, энтропия, площадь
T – период вращения, абсолютная температура
t – время
U – внутренняя энергия, электрическое напряжение
V – объём
$< v >$ – среднеарифметическая скорость молекул газа
$v_{\text{в}}$ – наиболее вероятная скорость молекул газа
$< v_{\text{кв}} >$ – среднеквадратичная скорость молекул газа
$\vec{v}$ – скорость
W – энергия, термодинамическая вероятность
$W_{\text{к}}$ – кинетическая энергия
$W_{\text{п}}$ – потенциальная энергия
w – объёмная плотность энергии
$< z >$ – среднее число столкновений за единицу времени

α – температурный коэффициент сопротивления
γ – показатель адиабаты
$\Delta\vec{r}$ – перемещение
ε – относительное удлинение, диэлектрическая проницаемость среды, электродвижущая сила
$\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение
$< \varepsilon >$ – средняя кинетическая энергия молекулы
η – коэффициент полезного действия, коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).
$< \lambda >$ – средняя длина свободного пробега
μ – коэффициент трения, магнитная проницаемость среды
ν – частота вращения, количество вещества (число молей)
ρ – плотность вещества, удельное сопротивление материала
σ – механическое напряжение, поверхностная плотность заряда, удельная электропроводимость
τ – линейная плотность заряда
Φ – поток вектора напряжённости электрического поля, магнитный поток
φ – угол поворота, потенциал электростатического поля
Ψ – полный магнитный поток (потокосцепление)
$\vec{\omega}$ – угловая скорость
ω – циклическая частота

ВВЕДЕНИЕ

Цель обучения – не в том,
чтобы узнать некий набор фактов и положений,
а в том, чтобы научиться самостоятельно находить
подход к решению физических задач.

Ричард Фейнман,
лауреат Нобелевской премии 1965 года.

В изучении курса физики решение задач имеет огромное значение. Физические задачи развивают навык использования физических законов для решения конкретных вопросов, имеющих практическое значение.

Умение решать задачи – это главный критерий оценки усвоения программного материала.

Научиться решать задачи по физике непросто. Можно очень хорошо знать теорию и не уметь решать простейшие задачи. Для успешного решения задач знание теории необходимо, но не достаточно. Кроме конкретных знаний нужно овладеть ещё и обобщёнными знаниями, которые, как правило, приобретаются в процессе решения задач. И ещё одно очень важное умение, которое поможет Вам научиться решать задачи, причём, не только физические, – это умение аналитически мыслить, т.е. умение рассуждать.

Основу обобщённых знаний составляют фундаментальные понятия физики. К ним относятся такие понятия как физическая система, физическая величина, физический закон, состояние физической системы, взаимодействие, физическое явление, физическая модель, идеальные объекты, идеальные процессы.

Исходя из системы физических понятий, можно дать следующее определение физической задачи.

Физическая задача – это словесная модель физического явления, в котором неизвестны какие-либо связи и величины.

Решить физическую задачу – значит восстановить неизвестные связи и определить искомые физические величины. Из определения вытекает следующее: если задача отражает какое-то физическое явление, то нужно знать суть этого явления и уметь его анализировать.

Анализ явления начинают с выбора и анализа физической системы и заканчивают составлением системы уравнений, написанных в результате применения физических законов. Поэтому процесс решения задачи можно разделить на этапы: ***физический*** (заканчивается составлением системы уравнений), ***математический*** (получение решения в общем и числовом виде), ***анализ*** решения задачи.

Составляющей частью обобщённых знаний является знание системы методов решения задач, а также умение использовать эти методы.

§1 Некоторые фундаментальные понятия физики

Физическая система – совокупность выделенных для рассмотрения физических объектов. Физическая система может состоять и из одного объекта.

Физические объекты системы обладают некоторыми физическими свойствами и могут участвовать в различных физических процессах. Свойства физических объектов и физических процессов характеризуют ***физическими величинами.***

Тела физической системы взаимосвязаны как между собой, так и с внешними объектами. Эта связь проявляется во взаимодействии. В этом пособии мы будем рассматривать только два вида взаимодействий – гравитационные и электромагнитные.

Взаимодействие изменяет положение системы или её состояние. Процесс изменения положения или состояния физической системы называется ***физическим явлением***. В природе происходит множество самых разных явлений: движение тел, движение атомов и молекул, излучение света и т.д.

Физическое явление приводит к изменению каких-то физических величин. Объективная зависимость одних физических величин от других выражается ***физическими законами***. Всякий физический закон верен только при выполнении определённых условий. Совокупность этих условий называется границами применимости закона. Если хотя бы одно из условий не выполняется, то данный закон применять нельзя.

Пример 1.1. Второй закон Ньютона в виде $\vec{F} = m\vec{a}$ справедлив, если выполняются следующие условия:

1) движение тела рассматривается по отношению к инерциальной системе отсчёта;
2) тело является материальной точкой (движется поступательно);
3) масса тела не изменяется;
4) скорость тела значительно меньше скорости света.

Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, то второй закон Ньютона в записанной выше форме применять нельзя.

Знания физического закона (его физического смысла, границ применимости) для решения задач недостаточно. Для каждого закона существует метод (алгоритм) его применения. Методы применения основных законов мы рассмотрим в следующих параграфах.

§2 Классификация задач. Идеализация физических задач

При изучении какого-либо физического явления какие-то физические величины, характеризующие это явление, могут быть известны, а какие-то нет.

Физическая задача – это словесная модель физического явления (или совокупности явлений) с некоторыми известными и неизвестными физическими величинами, характеризующими это явление. Решить задачу – значит найти неизвестные связи и неизвестные физические величины.

Возможны два способа нахождения величин: экспериментальный и теоретический. В экспериментальном методе неизвестные величины определяются путём измерений. Экспериментальные задачи рассматриваются в лабораторном практикуме, поэтому мы на них останавливаться не будем.

Теоретическая задача – это задача, которую решают, не проводя измерений. Как правило, при изучении физики как учебной дисциплины рассматриваются ***поставленные*** физические задачи, т.е. задачи об идеализированных физических явлениях. Объектом рассмотрения в них выступает не реальный объект, а его идеальный образ – физическая модель. Это объясняется тем, что реальные объекты и явления очень сложны и взаимосвязаны. Их изучение с учётом всех взаимосвязей и всех взаимодействий представляет собой непреодолимую математическую задачу.

Важнейшая черта физики как науки – разумная идеализация конкретных физических задач. Если бы физики не идеализировали задачи, то они не смогли бы решить до конца ни одной конкретной задачи.

Упрощающие условия и ограничения или формулируются в самой задаче, или присутствуют в скрытом или неявном виде.

Пример 2.1. Тело массой m=5 кг брошено под углом α=30° к горизонту с начальной скоростью v=20 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти изменение импульса тела за время полёта, а также импульс силы, действующий на тело во время полёта.

Одно упрощающее условие указано в явном виде: сопротивлением воздуха можно пренебречь. Остальные упрощающие условия подразумеваются:
1) не учитывается вращение Земли вокруг Солнца; 2) не учитывается вращение Земли вокруг своей оси; 3) тело считается материальной точкой; 4) вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ имеет одно и то же направление в любой точке траектории; 5) численное значение $\vec{g}$ считается постоянным: $g = 9{,}8\ \text{м/с}^2$.
Например, пункт 1 мало влияет на решение задачи. Если же отбросить, предположение 4, то задача сильно усложняется.

В каждой задаче вводятся свои упрощающие условия, общим является следующее: ***нужно пренебрегать несущественными, второстепенными взаимодействиями.*** Важно понимать, что в идеализированном объекте только пренебрегают какими-то свойствами тела, а на самом деле тело этими свойствами обладает. Но если в условиях конкретной задачи эти свойства проявляются слабо, то можно их не учитывать.

В физике много идеализированных объектов. К ним относятся материальная точка, абсолютно твёрдое тело, идеальный газ и др. В понятии «материальная точка» пренебрегают размерами тела по сравнению с расстоянием, рассматриваемым в задаче. В понятии «идеальный газ» пренебрегают размерами молекул и их взаимодействием на расстоянии.

Идеализируют не только физические объекты, но и физические процессы. Примерами идеальных процессов являются изохорный, изобарный, изотермический, адиабатный, равновесный и т.д.

Иногда, решая конкретную задачу, пренебрегают изменением физической величины, считая, что оно мало.

Таким образом, вследствие идеализации и упрощения, в физике вместо реального физического явления рассматривается его схематическая модель. В зависимости от свойств физической системы и условий протекания процессов выделяют две модели:

- модель классических физических явлений (классическая модель);
- модель квантовых физических явлений (квантовая модель).

Поставленные задачи можно классифицировать по тем средствам, которые применяются при решении. По этим признакам задачи делят на элементарные, стандартные, нестандартные.

Элементарной задачей называют задачу, для решения которой необходимо и достаточно применить лишь один физический закон.

Пример 2.2. С какой силой взаимодействуют два точечных заряда по 10 нКл, находящиеся на расстоянии 3 см друг от друга в вакууме?
Решение. По закону Кулона сила взаимодействия двух точечных зарядов

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon\, r^2},$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности в СИ;

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная;

ε – диэлектрическая проницаемость среды, для вакуума ε=1.
После подстановки данных получим: F=10^{-3} Н.

Для решения этой задачи достаточно привлечь конкретный закон. Причём метод применения этого закона заключается именно в его записи. Следовательно, задача элементарная. Элементарные задачи ещё называют тренировочными, подстановочными или просто упражнениями. Учитывая, что элементарные задачи могут быть решены без общих подходов, их мы рассматривать не будем.

Стандартная задача – задача, для решения которой необходимо и достаточно привлечь систему «обычных» знаний и «стандартных» методов и приёмов.

Нестандартная задача – это также поставленная задача, но применение в процессе её решения только «обычных» законов и методов не приводит к цели: система получается незамкнутой. Остается неучтённым «нечто», о котором надо как-то догадаться. Никаких общих и универсальных практических советов здесь дать нельзя.

В данном пособии мы рассмотрим методы решения стандартных задач.

§3 Этапы решения задачи

В основе каждой задачи лежит какое-то физическое явление или совокупность явлений, описываемых конкретными физическими законами. Поэтому, прежде чем приступить к решению задачи какого-то раздела курса физики, тщательно проработайте теорию по учебнику или конспекту лекций. Без твёрдого знания теории нельзя рассчитывать на успешное решение даже элементарных задач, не говоря уже о более сложных.

Решение большинства физических задач делят на следующие этапы: физический, математический, анализ решения задачи.

Физический этап начинается с ознакомления с условием задачи:

- Прочитав задачу, выпишите все известные величины – их численные значения и наименования – в колонку.
- Если заданные величины выражены в разных системах единиц, то переведите их в одну. Предпочтение отдаётся Международной системе единиц (СИ).

Ознакомившись с условием задачи, не заостряйте своё внимание на неизвестной величине и не пытайтесь её найти сразу. Следующая Ваша цель – свести задачу от физической к математической. Для этого выполните следующее:

- Чётко представьте себе, какое физическое явление лежит в основе задачи.
- Выполните, если необходимо, схематический чертёж, на котором, хотя бы условно, укажите все величины, характеризующие данное явление. Если при этом окажется, что для полного описания явления надо использовать величины, которых нет в условии задачи, то введите их сами.
- Установите, какие законы лежат в основе рассматриваемого явления, вспомните математическое выражение этих законов.
- С помощью физических законов и формул установите математическую связь между всеми введёнными в решение величинами.
- При составлении алгебраических соотношений обратите внимание на векторный характер некоторых величин, входящих в формулы. Для полного определения этих величин необходимо учитывать не только их числовые значения, но и направление.

После составления системы уравнений задача считается физически решённой.

Математический этап подразделяется на две части.

- Решение задачи в общем виде. При такой форме решения остается ясным, какие законы применялись в процессе решения, можно проверить выкладки и исключить ошибки. Прежде чем решать составленную систему уравнений, убедитесь в том, что число неизвестных равно числу уравнений, иначе система не будет иметь определённого решения. Решая систему, сначала исключите те неизвестные величины, которые не требуется находить по условию задачи. Следите за тем, чтобы при каждом алгебраическом действии число неизвестных уменьшалось.
- Получение числового ответа (расчёт). В окончательную формулу подставьте числовые данные, выраженные в единицах одной системы. Вычисления по расчётной формуле надо проводить с соблюдением правил приближённых вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать в стандартном виде, то есть как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую сте-

пень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52\cdot10^3$, а вместо 0,0000129 записать $1{,}29\cdot10^{-5}$ и т.п.

Математический этап решения задачи является менее важным, чем физический, но он не является второстепенным. Ведь с точки зрения практики задача решена правильно только в том случае, если получен её верный общий и числовой расчёт.

После получения решения в общем виде и числового расчёта проводят **анализ решения**. При анализе числового расчёта часто исследуют:

- Размерность полученной величины. Иногда это исследование делается при анализе общего решения, т.е. до проведения вычислений. Отметим, что правильность размерности – это необходимый признак правильности решения, но не достаточный.
- Соответствие числового ответа физически возможным значениям искомой величины. Например, если полученное значение скорости тела больше чем $3\cdot10^8$ м/с, то результат ошибочен.
- Соответствие решения условиям задачи, если ответ многозначен.

Анализ решения задачи является процессом творческим и не должен быть жёстким.

§4 Обще-частные методы решения задач

Система обще-частных методов может быть применена к решению задач почти из любого раздела курса общей физики. Обще-частных методов сравнительно немного. К ним относятся кинематический, динамический, законов сохранения, расчёта физических полей, дифференцирования и интегрирования. Частным случаем метода интегрирования является графический метод решения задач. Первые четыре метода в соответствии со своими названиями применяются в аналогичных разделах курса, где мы их и рассмотрим.

4.1 Метод дифференцирования и интегрирования

Метод дифференцирования* и интегрирования применяется практически в любом разделе курса физики. Как уже было сказано, нет абсолютных физических законов, каждый закон имеет границы применимости. С помощью метода дифференцирования и интегрирования физический закон можно (изменив его форму) распространить и за границы его применимости. В основе метода лежат два принципа:

- возможность представления закона в дифференциальной форме;
- принцип суперпозиции (если величины можно складывать).

---

*Дифференцирование – 1) операция нахождения дифференциала (или производной) функции (математ.); 2) расчленение, выделение составляющих элементов при рассмотрении, изучении чего-либо.

В данном случае термин «дифференцирование» не следует отождествлять с его математическим смыслом. Надо понимать его в смысле «разделение на части», т.е. как возможность представления физических законов в дифференциальной форме.

Поэтому метод дифференцирования и интегрирования состоит из двух частей. Сначала записывают закон в дифференциальной форме. Для этого в большинстве случаев тела делят на столь малые части, чтобы эти части можно было считать материальными точками, или большие интервалы времени делят на такие малые промежутки времени dt, чтобы процесс можно было приближённо считать равномерным (или стационарным) и т.д.

Затем производят суммирование (интегрирование). Самым трудным здесь является выбор переменной интегрирования и определение пределов интегрирования.

Рассмотрим примеры. Краткую запись условия в этих примерах и всех последующих мы будем опускать, так как эта часть анализа условий обычно не вызывает у студентов затруднений.

Пример 4.1.1. Две бесконечно длинные нити, заряженные с одинаковой линейной плотностью $\tau_1=\tau_2=3$ мкКл/м, находятся на расстоянии $r_1=2$ см друг от друга в вакууме. Какую работу на единицу длины надо совершить, чтобы сблизить эти нити до расстояния $r_2=1$см?

Решение. Будем считать, что вторая нить находится в электрическом поле, созданном первой нитью. Это поле действует на вторую нить с некоторой силой. В данном случае нельзя применить формулу для расчёта работы в виде $A = F\,S\cos\alpha$, так как для перемещения нити необходимо приложить силу, равную силе взаимодействия заряженных нитей, а она зависит от расстояния между ними. Поэтому сначала запишем формулу для расчёта работы в дифференциальной форме. Для этого расстояние, на которое перемещается вторая нить, разобьём на маленькие промежутки dr такие, чтобы силу можно было считать постоянной. Тогда можно записать, что элементарная (очень маленькая) работа будет равна

$$\delta A = F dr\cos\alpha\,, \tag{1}$$

$\cos\alpha = 1$, так как направление силы, действующей на вторую нить, совпадает с направлением её перемещения. Теперь перейдём к одной переменной. Для этого надо записать формулу для расчёта силы. Нити не являются точечными зарядами, поэтому нельзя пользоваться законом Кулона. В этом случае

$$F = qE\,, \tag{2}$$

где q – это величина заряда, помещённого в поле напряжённостью E. В нашей задаче q – заряд второй нити, E – напряжённость поля, создаваемого первой нитью.

$$q = \tau_2\, l\,, \tag{3}$$

$$E = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0\, r}\,, \tag{4}$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Записанные соотношения подставим в формулу (1), получим

$$\delta A = \frac{\tau_1 \tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}. \tag{5}$$

Теперь можно переходить к интегрированию. В уравнение входит только одна переменная – расстояние r, которое меняется в пределах от r_1 до r_2. Значит

$$A = \int \delta A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau_1 \tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\tau_1 \tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0} \ln r \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\tau_1 \tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \tag{6}$$

Работа, приходящаяся на единицу длины

$$A_l = \frac{A}{l} = \frac{\tau_1 \tau_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \tag{7}$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$A_l = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{1}{2} = -0{,}11 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}} \right).$$

Обратите внимание! Нити имеют одинаковый по знаку заряд, поэтому они отталкиваются. Для того, чтобы их сблизить, необходимо совершить работу против сил поля. Поэтому работа имеет знак «минус».

Пример 4.1.2. Сила тока в проводнике сопротивлением R=10 Ом за время t=50 с равномерно возрастает от I_1=5 А до I_2=10 А. Определить количество тепла Q, выделившееся за это время в проводнике.

Решение. Количество тепла, которое выделяется в проводнике при протекании постоянного электрического тока, определяется законом Джоуля – Ленца

$$Q = I^2 R t. \tag{1}$$

Но применять его в таком виде к решению этой задачи нельзя, так как ток меняется. Поэтому сначала запишем формулу для расчёта количества тепла в дифференциальной форме. Для этого интервал времени, в течение которого изменяется ток, разобьём на такие маленькие промежутки времени dt, чтобы ток можно было считать постоянным. Для малого промежутка времени dt можно применить закон Джоуля – Ленца:

$$\delta Q = I^2 R dt. \tag{2}$$

Перейдём к одной переменной. Сила тока с течением времени нарастает равномерно, поэтому её можно описать уравнением

$$I = I_1 + kt, \tag{3}$$

где I_1 – значение тока в начальный момент времени, k – коэффициент пропорциональности, характеризующий быстроту изменения силы тока.

С учётом (3) формула (2) примет вид:

$$\delta Q = \left(I_1 + kt\right)^2 R dt. \qquad (4)$$

Рассчитаем k, используя уравнение (3):

$$k = \frac{I_2 - I_1}{t} = \frac{10-5}{50} = 0{,}1\left(\frac{\text{А}}{\text{с}}\right)$$

В уравнение (4) входит только одна переменная – время t, которое меняется в пределах от t_1=0 до t_2=50 с. Следовательно, можно переходить к интегрированию:

$$Q = \int \delta Q = \int_{t_1}^{t_2} \left(I_1 + kt\right)^2 R dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(I_1^2 + 2I_1 kt + k^2 t^2\right) R dt = \left(I_1^2 t_2 + I_1 k t_2^2 + k^2 \frac{t_2^3}{3}\right) R - \\ - \left(I_1^2 t_1 + I_1 k t_1^2 + k^2 \frac{t_1^3}{3}\right) R \qquad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$Q = \left(5^2 \cdot 50 + 5 \cdot 0{,}1 \cdot 50^2 + 0{,}1^2 \cdot \frac{50^3}{3}\right) \cdot 10 = 29{,}2 \cdot 10^3 \ (\text{Дж}).$$

Следует отметить, что метод дифференцирования и интегрирования является универсальным. Он необходим как при изучении теории, так и при решении задач. В механике с помощью этого метода вычисляют работу переменной силы, моменты инерции твёрдых тел. При изучении физических полей с его помощью рассчитывают напряжённости и потенциалы полей, созданных неточечными зарядами, макротоками и т.д. Математическая основа метода – дифференцирование и интегрирование функций.

4.2 Графический метод

Графический метод решения задач основан на геометрическом истолковании определённого интеграла. Приведём выдержку из «Справочника по высшей математике»*. «Рассмотрим интеграл

$$\int_a^b f(x) dx,$$

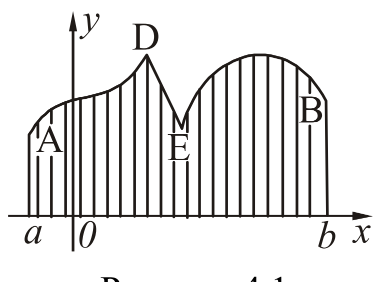


Рисунок 4.1

у которого нижний предел меньше верхнего (a<b).

Если функция $f(x)$ положительна внутри промежутка (a, b), то интеграл численно равен площади, ограниченной графиком $y = f(x)$ и ординатами a и b (рис. 4.1). Если функция $f(x)$ отрицательна внутри (a, b), то интеграл по абсолютному значению равен площади, но имеет отрицательное значение (рис. 4.2).

*Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – Москва: Наука, 1966. – 872 с.

Если $f(x)$ один или несколько раз меняет знак в промежутке (a, $в$), то интеграл равен разности двух чисел, одно из которых (уменьшаемое) выражает площадь, ограниченную положительными ординатами, а другое (вычитаемое) – площадь, ограниченную отрицательными ординатами.

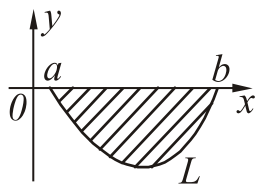


Рисунок 4.2

Для случая, изображённого на рис. 4.3:

$$\int_a^b f(x)dx = (S_1 + S_3 + S_5) - (S_2 + S_4).»$$

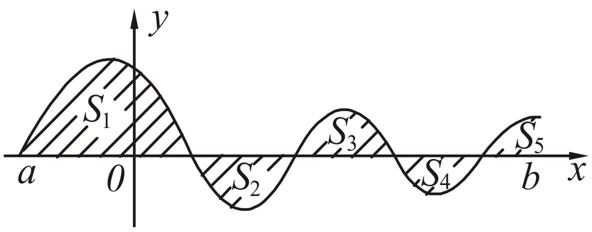


Рисунок 4.3

Наиболее часто графический метод используют для расчёта пути, перемещения и работы в механике, работы и количества тепла в термодинамике, а также для расчёта заряда, прошедшего через поперечное сечение проводника.

При решении задач необходимо учитывать следующее.

1. При прямолинейном движении в одном направлении путь и модуль перемещения совпадают и численно равны площади, ограниченной графиком зависимости скорости от времени и ординатами t_1, t_2 и осью абсцисс (заштрихованная фигура на рис.4.4).

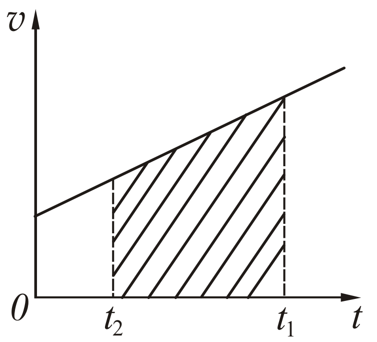


Рисунок 4.4

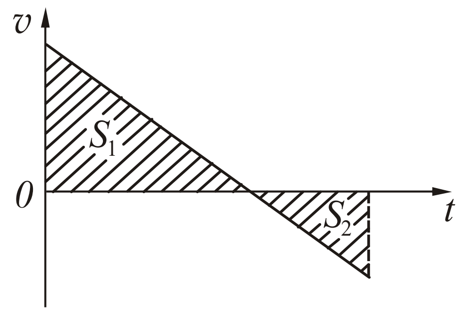


Рисунок 4.5

2. Если скорость меняет свое направление, то путь равен сумме площадей (заштрихованные треугольники на рис. 4.5), а перемещение определяется алгебраической суммой тех же площадей. Это означает, что при расчёте модуля перемещения площадь, лежащую под осью абсцисс, надо брать со знаком «минус».

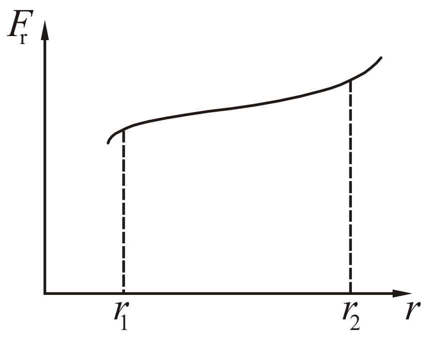


Рисунок 4.6

3. Механическая работа силы $\vec{F}$ на участке 1-2 равна площади, ограниченной графиком зависимости $F_r(r)$, ординатами r_1, r_2 и осью абсцисс. F_r – проекция силы на направление $\vec{r}$ (рис. 4.6).

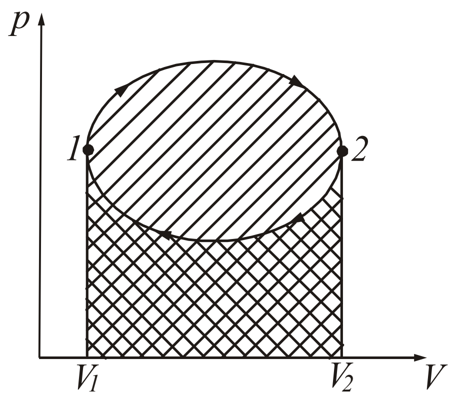


Рисунок 4.7

4. Работа в термодинамике равна площади, ограниченной графиком зависимости давления от объёма $p(V)$, ординатами V_1, V_2 и осью абсцисс (рис. 4.7). На участке 1–2 (расширение от объёма V_1 до объёма V_2) работа положительна и равна площади, отмеченной наклонённой вправо штриховкой. На участке 2–1 (сжатие от V_2 до V_1) работа отрицательна и равна площади, отмеченной наклонённой влево штриховкой. Следовательно, работа за цикл численно равна площади, охватываемой кривой.

5. Количество тепла, получаемое системой в ходе процесса, равно площади фигуры, ограниченной графиком процесса на диаграмме $T(S)$, ординатами S_1, S_2 и осью абсцисс (рис. 4.8).

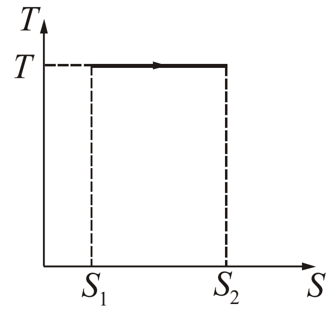


Рисунок 4.8

6. Заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, численно равен площади, ограниченной графиком зависимости силы тока от времени $i = f(t)$, ординатами времени и осью абсцисс (см. пример 11.3.1).

<u>Обратите внимание!</u>

Во всех рассмотренных случаях ***речь идёт только о числовом равенстве***! Размерности пути и площади, работы и площади, заряда и площади не совпадают.

Пример 4.2.1. Вычислить работу, совершаемую на пути S=12 м равномерно возрастающей силой, если в начале пути F_1=10 Н, а в конце пути F_2=46 Н.

Решение. Построим график зависимости силы от расстояния. Сила возрастает равномерно, поэтому график $F(S)$ представляет собой прямую линию (рис. 4.9). Работа численно равна площади, ограниченной графиком и ординатами S_1=0, S_2=12. Фигура представляет собой прямоугольную трапецию с основаниями F_1=10 Н, F_2=46 Н и высотой S=12 м. Так как все величины указаны в СИ, то работа будет измеряться в джоулях.

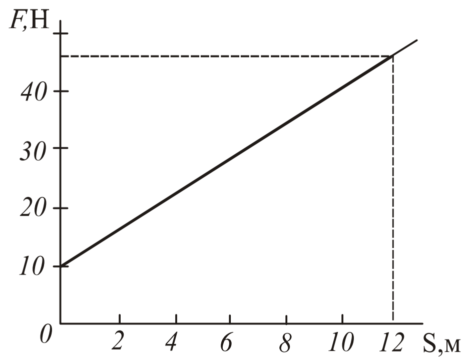


Рисунок 4.9

$$A = S_{\text{трап}} = \frac{(10+46)}{2} \cdot 12 = 336 \text{ (Дж).}$$

Пример 4.2.2. Рабочее вещество совершает цикл, в пределах которого абсолютная температура изменяется в 3 раза, а сам цикл имеет вид, показанный на рис. 4.10. T – абсолютная температура, S – энтропия. Найти кпд цикла.

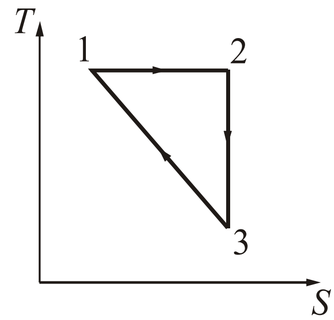


Рисунок 4.10

Решение. Кпд цикла вычисляется по формуле:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \tag{1}$$

где Q_1 – количество тепла, полученное от нагревателя;

Q_2 – количество тепла, отданное холодильнику.

Укажем на графике параметры цикла (рис. 4.11). Рабочее вещество получает от нагревателя тепло Q_1=Q_{12} на участке 1-2. Процесс 2-3 является адиабатным и происходит без теплообмена (Q_{23}=0). На участке 3-1 рабочее вещество отдаёт холодильнику тепло $Q_2 = |Q_{31}|$.

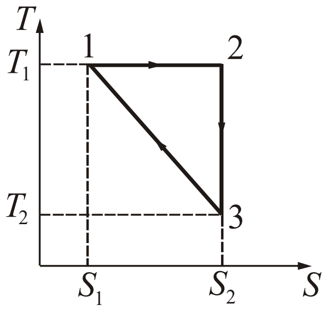


Рисунок 4.11

Количество тепла, получаемого системой в ходе процесса, численно равно площади фигуры, ограниченной графиком процесса и соответствующими ординатами. Тогда Q_1 равняется площади прямоугольника 1-2-S_2-S_1:

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1). \tag{2}$$

Разность $(Q_1 - Q_2)$ численно равна площади цикла, то есть, площади треугольника 1-2-3. Следовательно,

$$Q_1 - Q_2 = \frac{1}{2}(S_2 - S_1)(T_1 - T_2) \tag{3}$$

Подставим формулы (2) и (3) в (1). Получим:

$$\eta = \frac{(S_2 - S_1)(T_1 - T_2)}{2T_1(S_2 - S_1)} = \frac{(T_1 - T_2)}{2T_1} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right). \tag{4}$$

Так как $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3}$, то η=0,33.

Глава 1. Физические основы механики

§5 Кинематика

5.1 Основные теоретические сведения

1. Кинематика математически описывает движение, не выясняя его причин. Основная задача кинематики – определить положение тела в любой момент времени.

Положение тела в пространстве задаётся радиус-вектором $\vec{r}$, проведённым из начала координат в данную точку. Перемещение $\Delta\vec{r}$ – это вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела.

2. Быстроту изменения положения тела в пространстве характеризует скорость:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (5.1)$$

Направление вектора скорости в любой точке траектории совпадает с направлением касательной к траектории.

3. Путь, пройденный телом за конечный промежуток времени от t_1 до t_2, находится интегрированием:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt. \qquad (5.2)$$

4. Быстроту изменения скорости тела характеризует ускорение:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (5.3)$$

5. В общем случае криволинейного движения тела вектор ускорения направлен в каждой точке траектории произвольно. Принято вектор полного ускорения раскладывать на две составляющие:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \qquad (5.4)$$

$a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$ – тангенциальное ускорение;

$a_n = \dfrac{v^2}{R}$ – нормальное ускорение; R – радиус кривизны траектории.

Тангенциальное ускорение всегда направлено по линии скорости и характеризует быстроту изменения скорости по величине; нормальное ускорение всегда перпендикулярно скорости и характеризует быстроту изменения скорости по направлению.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,. \qquad (5.5)$$

Если $a_\tau = 0$, $a_n \neq 0$, то изменяется только направление скорости, величина скорости не меняется. Криволинейное движение будет равномерным.

Если $a_n = 0$, то направление движения не меняется, движение становится прямолинейным.

6. Прямолинейное движение тела с постоянным ускорением. Уравнения ускорения, скорости и перемещения будут иметь вид:

$$a = \text{const}; \quad a = |\vec{a}| = |\vec{a}_\tau| = a_x = \text{const}; \qquad a_n = 0. \qquad (5.6)$$

$$v = v_0 \pm at\,. \qquad (5.7)$$

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\,. \qquad (5.8)$$

При равноускоренном движении $a > 0$, при равнозамедленном движении $a < 0$. Если начальная скорость направлена в положительном направлении оси x, то v_0 имеет знак «плюс». Если начальная скорость направлена в отрицательном направлении оси x, то v_0 имеет знак «минус».

7. Прямолинейное равномерное движение. При этом по определению $v = \text{const}$. Путь рассчитывается по формуле:

$$S = vt\,. \qquad (5.9)$$

Если тело движется неравномерно, то величина, равная отношению пройденного пути ΔS к промежутку времени Δt, в течение которого был пройден путь, называется средней скоростью за этот промежуток времени

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}\,. \qquad (5.10)$$

8. Частным случаем прямолинейного равнопеременного движения является движение тел под действием силы тяжести. Сила тяжести сообщает всем телам, находящимся в однородном поле силы тяжести, одинаковое ускорение (ускорение свободного падения) g=9,8 м/с^2. Уравнения движения получаются путем замены $a \to g$, $S \to h$ в уравнениях (5.7), (5.8).

9. Кинематическими характеристиками вращательного движения твёрдого тела служат угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение. Угловая скорость и угловое ускорение вводят аналогично скорости и ускорению при поступательном движении.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}; \qquad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \qquad (5.11)$$

где $d\vec{\varphi}$ – вектор углового перемещения.

Если тело вращается с постоянным угловым ускорением, то по аналогии с поступательным движением имеем:

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \tag{5.12}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{5.13}$$

В случае равномерного вращения ε=0.

10. Связь между линейными и угловыми характеристиками:

$$v = R\omega. \tag{5.14}$$

$$a_\tau = R\varepsilon. \tag{5.15}$$

5.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

5.2.1. Часть физического анализа – чтение условий и выполнение краткой записи условий – во всех методических указаниях мы будем опускать, так как она обычно не вызывает у студентов затруднений.

В кинематике различают прямую и обратную задачи. Прямая задача состоит в том, чтобы по известному закону движения найти скорость и ускорение. Для этого используют соотношения (5.1) и (5.3). Обратная задача – нахождение закона движения по известному уравнению скорости или ускорения. Для этого используют соотношение (5.2).

5.2.2. Задачи по кинематике решают по следующему **алгоритму***.

1. Выполните схематический чертёж. Нарисуйте траекторию тела. Выберите начало отсчёта, свяжите с ним систему координат. Начало отсчёта удобно совмещать с положением тела в начальный момент времени. Оси надо направлять так, чтобы облегчить разложение векторов на составляющие.

2. Отметьте на чертеже все кинематические характеристики движения: перемещение, начальную и конечную скорости, ускорение.

Если характер движения на разных участках различен, то весь путь разбейте на отдельные участки и движение на каждом из них рассмотрите по отдельности.

3. Проанализируйте по условию задачи, как движется тело, и запишите уравнения скорости и перемещения для данного движения.

4. В виде вспомогательных уравнений запишите дополнительные условия задачи.

5. Сравните число неизвестных в полученной системе с числом уравнений. Если число неизвестных равно числу уравнений, то можно приступить к её решению относительно искомой величины. Если нет, то ещё раз проанализируйте условие и допишите необходимые уравнения.

5.2.3. Кроме общих правил, учтите **некоторые дополнения**.

а) Решая задачи на движение тел, брошенных вертикально вверх, обра-

*Алгоритм – способ решения вычислительных и других задач, точно предписывающий, как и в какой последовательности получить результат.

тите внимание на следующее. Уравнения скорости и перемещения для тела, брошенного вертикально, дают общую зависимость скорости v и высоты h от времени t для всего времени движения. Они справедливы (со знаком «минус») не только для замедленного подъёма вверх, но и для дальнейшего равноускоренного падения, т.к. после мгновенной остановки в верхней точке траектории движение происходит с тем же ускорением. Под h при этом понимают координату в данный момент времени – расстояние от начала отсчёта до точки.

б) Движение тел, брошенных под углом к горизонту, рассматривают как результат наложения двух прямолинейных одновременных движений по осям $0x$ и $0y$. При отсутствии сопротивления воздуха вдоль оси $0x$ тело движется равномерно, а вдоль оси $0y$ с постоянным ускорением g. Решение всех задач такого типа начинают с разложения вектора скорости по осям. Кинематические уравнения записывают отдельно для каждой оси. Учтите, что время движения вдоль оси $0x$ равно времени движения вдоль оси $0y$.

в) Решение задач о вращении твёрдого тела вокруг неподвижной оси (при условии, что угловое ускорение ε=const) основано на применении формул (5.12) и (5.13). В случае необходимости надо использовать формулы связи между линейными и угловыми характеристиками.

5.3. Примеры решения задач*

Пример 5.3.1. Пароход идёт по реке от пункта А до пункта В со скоростью v_1=10 км/ч, а обратно – со скоростью v_2=16 км/ч. Найти среднюю скорость $<v>$ парохода и скорость u течения реки.

Решение. Средняя скорость равна отношению пройденного пути ΔS к промежутку времени Δt, в течение которого был пройден путь:

$$< v >= \frac{\Delta S}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Обозначим расстояние от пункта А до пункта В через S. Тогда

$$\Delta S = 2S. \qquad (2)$$

Время движения из пункта А в пункт В будет равно

$$t_1 = \frac{S}{v_1}. \qquad (3)$$

Время движения из пункта В в пункт А будет равно

$$t_2 = \frac{S}{v_2}. \qquad (4)$$

Все время движения

$$\Delta t = t_1 + t_2 = S(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}) = \frac{S(v_2 + v_1)}{v_1 v_2}. \qquad (5)$$

*В расчётах ускорение свободного падения g принято равным 10 м/с^2.

Подставим (2) и (5) в уравнение (1), получим:

$$< v >= \frac{2Sv_1v_2}{S(v_2 + v_1)} = \frac{2v_1v_2}{(v_2 + v_1)}. \quad (6)$$

Для нахождения скорости течения реки используем закон сложения скоростей. Обозначим скорость движения парохода в стоячей воде через $v_п$. Скорость движения парохода из пункта А в пункт В

$$v_1 = v_п - u. \quad (7)$$

Скорость движения парохода из пункта В в пункт А

$$v_2 = v_п + u. \quad (8)$$

Вычтем из уравнения (8) уравнение (7), получим:

$$v_2 - v_1 = 2u. \quad (9)$$

Найдём скорость течения реки:

$$u = \frac{(v_2 - v_1)}{2}. \quad (10)$$

Подставив численные значения величин в формулы (6) и (10), получим

$$< v >= 12{,}3 \text{ км/ч}, \; u = 3 \text{ км/ч}.$$

Пример 5.3.2. Зависимость координаты x от времени t даётся уравнением $x = At - Bt^2 + Ct^3$, где A=2 м/с, B=3 м/с^2 и C=4 м/с^3. Найти: а) зависимость скорости v и ускорения a от времени; б) расстояние S, пройденное телом, скорость v и ускорение a тела через время t=2 с после начала движения.

Решение. а) Установим характер движения: тело движется прямолинейно, неравномерно. По известному закону движения необходимо найти зависимость скорости v и ускорения a тела от времени. Для этого воспользуемся определениями этих величин. Скорость по определению:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1)$$

Для прямолинейного движения $|\vec{r}| = x$, поэтому

$$v = \frac{dx}{dt}. \quad (2)$$

(Скорость равна первой производной пути по времени). Найдём производную:

$$v = \frac{d\left(At - Bt^2 + Ct^3\right)}{dt} = A - 2Bt + 3Ct^2. \quad (3)$$

Ускорение по определению равно первой производной скорости по времени

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{4}$$

При прямолинейном движении ускорение направлено вдоль одной и той же прямой, поэтому можно записать:

$$|\vec{a}| = a_\tau = \frac{dv}{dt}; \tag{5}$$

$$a = \frac{d\left(A - 2Bt + 3Ct^2\right)}{dt} = -2B + 6Ct. \tag{6}$$

Из анализа формулы (6) следует, что ускорение зависит от времени. Таким образом, можно уточнить характер движения: тело движется прямолинейно с переменным ускорением.

б) Путь, пройденный телом равен разности начальной и конечной координат:

$$S = x - x_0. \tag{7}$$

Начальная координата x_0=0, поэтому $S = x$.

Для того, чтобы найти численные значения пути, скорости и ускорения через 2 с после начала движения, подставим численные значения параметров *A*, *B*, *C* и времени *t* в соответствующие уравнения.

$$x = S = At - Bt^2 + Ct^3 = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 = 24\ (\text{м});$$

$$v = A - 2Bt + 3Ct^2 = 2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \cdot 2^2 = 38\ (\text{м/с});$$

$$a = -2B + 6Ct = -2 \cdot 3 + 6 \cdot 4 \cdot 2 = 42\ (\text{м/с}^2).$$

Получим

$$S=24\text{ м};\ v=38\text{ м/с};\ a=42\text{ м/с}^2.$$

Пример 5.3.3. Зависимость скорости тела от времени задана уравнением $v_x = 1 + 6t$. Написать уравнение зависимости координаты от времени $x = f(t)$, если в начальный момент времени (t=0) тело находится в точке с координатой x_0=2 м. Вычислить путь, пройденный телом за 10 с.

Решение. Способ 1. Установим характер движения: тело движется прямолинейно, так как меняется только одна координата *x*. Сравнивая заданную формулу зависимости скорости от времени: $v_x = 1 + 6t$ с формулой (5.6): $v = v_0 + at$, делаем вывод, что движение равноускоренное с ускорением a=6 м/с^2 и начальной скоростью v=1 м/с. Координата тела в любой момент времени равна

$$x = x_0 + S, \tag{1}$$

где x_0=2 м – начальная координата, *S* – пройденный путь.

Характер движения известен – равноускоренное прямолинейное. Поэтому для того, чтобы написать уравнение зависимости пути от времени, можно воспользоваться готовой формулой

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (2)$$

Подставим параметры, получим:

$$S = t + \frac{6}{2}t^2 = t + 3t^2. \qquad (3)$$

Способ 2. Можно применить описанный выше способ дифференцирования – интегрирования (см. §4). В этом случае $dS = v(t)dt$. Чтобы найти весь путь, подставим закон изменения скорости и проинтегрируем:

$$S = \int_0^t (1 + 6t)dt = t + 3t^2. \qquad (4)$$

Как видите, результат получился один и тот же.

Для нахождения численного значения пройденного пути подставим значение времени, получим: S=310 м.

Способ 3. Задачу можно решить графическим методом. Пройденный путь численно равен площади, ограниченной графиком скорости и ординатами t_1 и t_2. Построим график зависимости скорости от времени для интервала времени от 0 до 10 с (рис. 5.1). Полученная фигура является прямоугольной трапецией. Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту:

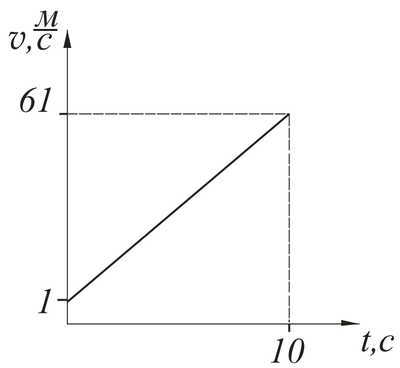


Рисунок 5.1

$$S = \frac{(1+61)}{2} \cdot 10 = 310\,(\text{м}).$$

В заключение запишем уравнение зависимости координаты от времени:

$$x = x_0 + t + 3t^2 = 2 + t + 3t^2. \qquad (5)$$

Пример 5.3.4. Сколько времени падало тело, если за последние 2 с своего движения оно прошло путь 60 м?

Решение. Выполним чертёж (рис. 5.2). Начало отсчёта совместим с начальным положением тела. Ось 0y направим вниз по направлению движения тела. Укажем на чертеже: высоту h, с которой падает тело; высоту h_1, на которой находилось тело относительно Земли за 2 с до падения; t – всё время движения, t_1 – время, в течение которого пройдено расстояние h_1. Введём упрощение – сопротивление воздуха не учитываем. Установим характер движения тела: прямолинейное равноускоренное с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$.

Тело падает без начальной скорости, поэтому лучше записать уравнения движения для участков 0С и 0А. Для участка 0С:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

Для участка 0А:

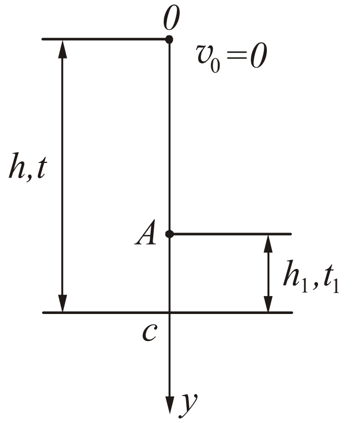


Рисунок 5.2

$$h - h_1 = \frac{g(t - t_1)^2}{2}. \qquad (2)$$

Получили систему из 2-х уравнений с двумя неизвестными. Решим её относительно t.

$$\frac{gt^2}{2} - h_1 = \frac{g}{2}\left(t^2 - 2t_1 t + t_1^2\right); \qquad (3)$$

$$\frac{gt^2}{2} - h_1 = \frac{gt^2}{2} - gt_1 t + \frac{gt_1^2}{2}; \qquad (4)$$

$$t = \frac{h_1 + gt_1^2/2}{gt_1} = \frac{h_1}{gt_1} + \frac{t_1}{2}. \qquad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$t = 4 \text{ с}.$$

Пример 5.3.5. Камень брошен горизонтально со скоростью v_x=10 м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время t=3 с после начала движения.

Решение. Камень, брошенный горизонтально, будет двигаться по ветви параболы. Нарисуем траекторию движения (рис. 5.3). Введём координатные оси 0x и 0y, совместив начало отсчёта с начальным положением камня. Пусть через время t камень окажется в точке М. Укажем направление скорости в данной точке: скорость в любой момент времени направлена по касательной к траектории. Движение по параболе можно разложить на составляющие:

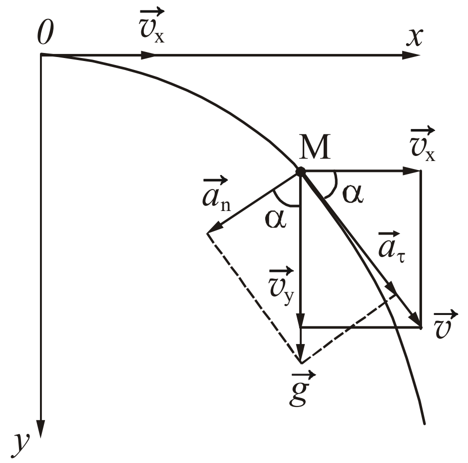


Рисунок 5.3

– равномерное движение вдоль оси 0x со скоростью v_x (сопротивление воздуха не учитываем);

– равноускоренное движение вдоль оси 0y с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, так как на тело действует только сила тяжести.

Поэтому скорость $\vec{v}$ разложим на составляющие:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \qquad (1)$$

Вектор полного ускорения также можно разложить на составляющие:

$$\vec{g} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено вдоль скорости, нормальное ускорение $\vec{a}_n$ – перпендикулярно скорости по радиусу кривизны траектории.

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{2}$$

Откуда

$$R = \frac{v^2}{a_n}. \tag{3}$$

Из чертежа следует, что $a_n = g\cos\alpha$. Из треугольника скоростей:

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}. \tag{4}$$

Запишем закон изменения скорости вдоль оси $0y$:

$$v_y = gt, \tag{5}$$

так как $v_{0y} = 0$.

Подставив записанные соотношения в формулу для расчёта радиуса, получим

$$R = \frac{\sqrt{\left(v_x^2 + (gt)^2\right)^3}}{gv_x}. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

R=316 м.

Пример 5.3.6. Мяч брошен со скоростью v_0=10 м/с под углом α=30° к горизонту. На какую высоту h поднимется мяч? На каком расстоянии S от места бросания он упадёт на землю? Какое время t он будет в движении?

Решение. Выполним схематический чертёж (рис. 5.4). Нарисуем траекторию тела. Начало отсчёта совместим с положением тела в начальный момент времени, свяжем с ним систему координат.

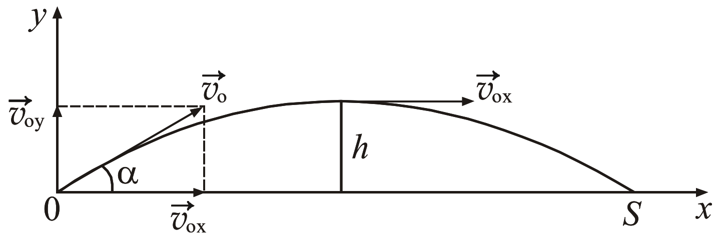


Рисунок 5.4

Движение тел, брошенных под углом к горизонту, рассматривают как результат наложения двух одновременных прямолинейных движений по осям $0x$ и $0y$. При отсутствии сопротивления воздуха вдоль оси $0x$ тело движется равномерно, а вдоль оси $0y$ с постоянным ускорением g.

Разложим вектор начальной скорости по осям. Кинематические уравнения движения запишем отдельно для каждой оси.

$$0x: \quad v_x = v_{0_x} = v_0 \cos\alpha \tag{1}$$

$$x = v_0 t = v_0 t \cos\alpha . \tag{2}$$

$$0y: \quad v_y = v_{0_y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt \tag{3}$$

$$y = v_{0_y} t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} . \tag{4}$$

В верхней точке траектории скорость v_y равна нулю. Приравняем выражение (3) для v_y к нулю и найдём время подъёма $t_п$.

$$v_0 \sin\alpha - g t_{ï} = 0 ,$$

$$t_{ï} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} . \tag{5}$$

Время падения равно времени подъёма. Следовательно, время, в течение которого двигался мяч, можно найти следующим образом:

$$t = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} . \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим $t = 1$ с.
В момент падения координата x равна расстоянию, которое пролетел мяч. Подставив найденное значение времени в уравнение (2), рассчитаем S: $S = 8{,}7$ м.
Для нахождения высоты подъёма рассчитаем время подъёма $t_п$: $t_п = 0{,}5$ с.
Подставим это значение в уравнение (4), получим: $h = 1{,}25$ м.

Пример 5.3.7. Точка движется по окружности радиусом 10 см с постоянным тангенциальным ускорением. Найти тангенциальное ускорение точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки равна 80 см/с.

Решение. Установим характер движения точки – ускоренное вращательное, начальная скорость равна нулю. Запишем формулы зависимости угловой скорости и угла поворота от времени.

$$\omega = \varepsilon t , \tag{1}$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} . \tag{2}$$

Дополним систему уравнениями, связывающими линейные и угловые характеристики.

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R} , \tag{3}$$

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (4)$$

Угол поворота связан с числом оборотов соотношением:

$$\varphi = 2\pi N, \quad (5)$$

так как один оборот соответствует углу поворота 2π (радиан).
Подставим формулы (3), (4), (5) в уравнения (1) и (2). Получим систему:

$$\frac{v}{R} = \frac{a_\tau}{R} t, \quad (6)$$

$$2\pi N = \frac{a_\tau t^2}{2R}. \quad (7)$$

Из уравнения (6) выразим время и подставим его в (7). Получим;

$$2\pi N = \frac{a_\tau}{2R} \cdot \frac{v^2}{a_\tau^2}. \quad (8)$$

Получим формулу для расчёта тангенциального ускорения:

$$a_\tau = \frac{v^2}{4\pi RN}. \quad (9)$$

Подставив численные значения величин в формулу (9), получим

$$a_\tau = 0{,}10 \text{ м/с}^2.$$

Пример 5.3.8. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени даётся уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B=1 рад/с, C=1 рад/с^2, и D=1 рад/с^3 (рис. 5.5). Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения для точек, лежащих на ободе колеса, нормальное ускорение равно a_n=3,46·10^2 м/с^2.

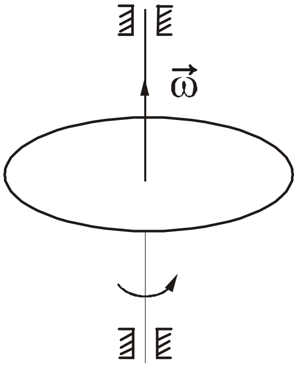


Рисунок 5.5

Решение. Установим характер движения колеса – ускоренное вращательное. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности, определяется формулой:

$$a_n = \omega^2 R, \quad (1)$$

где R – радиус окружности, ω – угловая скорость.

По определению

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2)$$

т.е. угловая скорость равна первой производной угла поворота по времени. Найдём производную:

$$\omega = \frac{d\left(A + Bt + Ct^2 + Dt^3\right)}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2. \qquad (3)$$

Подставим полученные соотношения в формулу для расчёта нормального ускорения и выразим радиус R:

$$R = \frac{a_n}{\left(B + 2Ct + 3Dt^2\right)^2}. \qquad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$R = 1{,}20 \text{ м}.$$

Пример 5.3.9. В верхних слоях атмосферы рождается μ-мезон, движущийся со скоростью $v = 0{,}99c$ (c – скорость света). До распада он успевает пролететь S=5,0 км. Каково время жизни μ-мезона, наблюдаемое нами, и чему оно равняется в системе координат, связанной с самим μ-мезоном? Чему равна толщина h слоя атмосферы, пройденного μ-мезоном, если его измерить в системе координат, связанной с мезоном?

Решение. В системе координат, связанной с земным наблюдателем, время жизни мезона равно

$$\Delta\tau = \frac{S}{v}, \qquad (1)$$

Время жизни мезона в системе координат, связанной с ним (собственное время),

$$\Delta\tau_0 = \Delta\tau\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad (2)$$

где c – скорость света в вакууме.

Толщина слоя атмосферы, пройденного мезоном, если его измерить в системе координат, связанной с ним, будет равна:

$$h = \Delta\tau_0 v. \qquad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулы (1), (2), (3) получим

$$\Delta\tau = 1{,}68 \cdot 10^{-5} \text{ с}, \ \Delta\tau_0 = 2{,}37 \cdot 10^{-6} \text{ с}, \ h = 7{,}04 \cdot 10^3 \text{ м}.$$

Обратите внимание! Собственное время жизни мезона меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно мезона.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Что изучает кинематика?
2. Какие физические модели материальных тел используют в механике?
3. Дайте определение следующих понятий: тело отсчёта, система отсчёта, траектория.
4. Какими способами можно задать положение тела в пространстве?
5. Перечислите основные характеристики движения, используемые в кинематике.
6. Что такое путь, радиус-вектор и перемещение? Как можно представить путь графически?
7. Что называется средней скоростью движения, мгновенной скоростью? Как направлен вектор мгновенной скорости?
8. Дайте определение мгновенного ускорения.
9. Что характеризуют нормальное и тангенциальное ускорения? Как направлены векторы этих ускорений?
10. Дайте определение углового перемещения, угловой скорости, углового ускорения. Как направлен вектор угловой скорости, углового ускорения?
11. Дайте определение периода вращения, частоты вращения. Как связана угловая скорость с периодом и частотой вращения?
12. Какова связь между линейными и угловыми кинематическими характеристиками?

5.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

5.1. Автомобиль проехал 5 км по прямой дороге с запада на восток, после чего повернул на 90° и проехал ещё 3 км на север. Найти пройденный автомобилем путь и модуль перемещения.

5.2. Два автомобиля движутся навстречу друг другу со скоростями 90 км/час и 60 км/час относительно земли. Определить модуль скорости первого автомобиля относительно второго.

5.3. Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 72 км/ч и 54 км/ч. Пассажир, находящийся в первом поезде, замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение 6 с. Чему равна длина второго поезда?

5.4. Материальная точка двигалась в течение t_1=15 с со скоростью v_1=5 м/с, t_2=10 с со скоростью v_2=8 м/с и t_3=5 с со скоростью v_3=20 м/с. Какова средняя скорость точки?

5.5. Тело, двигаясь равноускорено без начальной скорости, в течение 6 с увеличивает свою скорость от 1 м/с до 4 м/с. С каким ускорением движется тело? Какую скорость будет иметь тело через 10 с после начала движения?

5.6. Поезд через 10 с после начала движения приобретает скорость 0,6 м/с. Через сколько времени от начала движения скорость поезда станет равной 3 м/с?

5.7. Вагонетка в течение 1 мин катится под уклон с ускорением 0,15 м/с^2. Какой путь она пройдёт за это время? Какова её скорость в конце пути?

5.8. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A=2 м, B=1 м/с, C= – 0,5 м/с^3. Найти координату, скорость и ускорение точки в момент времени, равный 2 с.

5.9. Уравнение движения материальной точки имеет вид $x = -0{,}2t^2$. Найти координату точки через 5 с после начала движения и путь, пройденный ею за это время. Каков характер движения?

5.10. Мяч бросают с вышки, находящейся на высоте 20 м от поверхности земли. Начальная скорость мяча равна 4,5 м/с и направлена горизонтально. Какова дальность полёта мяча?

5.11. Определить линейную скорость v и центростремительное ускорение точки, лежащей на экваторе земной поверхности.

5.12. Конькобежец движется со скоростью 12 м/с по окружности радиусом 50 м. Чему равно нормальное ускорение конькобежца?

5.13. Найти частоту вращения барабана лебедки диаметром 16 см при подъеме груза со скоростью 0,4 м/с.

5.14. Шлифовальный камень радиусом 20 см совершает два оборота за 1,2 с. Где расположены точки, имеющие наибольшую линейную скорость, и чему она равна?

5.15. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости ω=20 рад/с через N=10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

5.16. Колесо велосипеда имеет радиус 40 см. С какой скоростью едет велосипедист, если колесо велосипеда делает 90 об/мин?

Средний уровень

5.17. Автомобиль проехал 3 км по прямой дороге с юга на север. Затем дорога перешла в кольцевую радиусом 2 км, по которой автомобиль ехал до момента времени, когда он снова стал ехать на юг. Найти отношение пройденного пути к модулю перемещения.

5.18. Товарный поезд длиной 630 м и экспресс длиной 120 м идут по двум параллельным путям в одном направлении со скоростями v_1=48,6 км/ч и v_2=102,6 км/ч соответственно. В течение какого времени экспресс будет обгонять товарный поезд?

5.19. Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью v_1=80 км/ч, а вторую половину – со скоростью v_2=40 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля?

5.20. При аварийном торможении автомобиль, движущийся со скоростью 72 км/ч, остановился через 5 с. Найти тормозной путь.

5.21. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A=4 м, B= –0,05 м/с^2. Определить момент времени, в который скорость точки станет равной нулю. Найти координату и ускорение точки в этот момент времени.

5.22. Уравнение скорости движения точки имеет вид $v = 8 - 2t$ (м/с). Чему равны начальная скорость v_0 и ускорение a точки? Определить путь, пройденный телом за первые шесть секунд движения.

5.23. Движение точки по прямой задано уравнением $x = At + Bt^2$, где A=2 м, B= – 0,5 м/с^2. Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени от t_1=1 с до t_2=3 с.

5.24. Поезд движется равнозамедленно со средней скоростью 10 м/с. Какова начальная скорость его движения, если конечная скорость равна 5 м/с?

5.25. Поезд, движущийся со скоростью 54 км/ч, стал двигаться равнозамедленно с ускорением – 0,4 м/с^2. Через какое время его скорость уменьшится в 3 раза, и какой путь он пройдёт за это время?

5.26. На рис. 5.26 представлен график зависимости скорости автомобиля от времени. Определить среднюю скорость за 40 с движения. Каков характер движения на каждом участке?

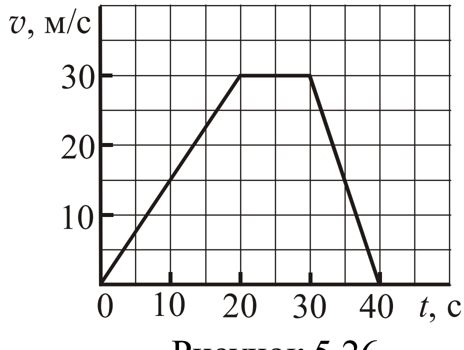


Рисунок 5.26

5.27. Тело, двигаясь равномерно, за первые 5 с проходит 25 м, после чего начинает двигаться равноускоренно и в течение следующих 5 с проходит 150 м. С каким ускорением начало двигаться тело? Построить график зависимости скорости тела от времени для интервала $0 \le t \le 10$ с.

5.28. Мальчик бросил горизонтально мяч из окна, находящегося на высоте 20 м. Сколько времени летел мяч до земли, и с какой скоростью он был брошен, если упал на расстоянии 6 м от основания дома?

5.29. Клеть лифта в течение первых трёх секунд поднимается равноускорено и достигает скорости 3 м/с. С этой скоростью она продолжает подниматься в течение 6 с, а последние 3 с движется равнозамедленно с первоначальным ускорением. Построить график зависимости скорости движения лифта от времени и определить высоту подъёма.

5.30. Линейная скорость точек обода вращающегося диска υ_1=3 м/с, а точек, находящихся на 10 см ближе к оси вращения, υ_2=2 м/с. Найти частоту вращения диска.

5.31. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A=10 рад, B=20 рад/с, C= – 2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от оси вращения, для момента времени t=4 с.

5.32. Маховик делал 4 оборота в секунду. При торможении он начал вращаться равнозамедленно и остановился через 3 с. Сколько оборотов сделал маховик до остановки?

5.33. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 об. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

Достаточный уровень

5.34. Товарный поезд идёт со скоростью υ_1=36 км/ч. Спустя 30 мин через ту же станцию в том же направлении прошёл экспресс со скоростью υ_2=72 км/ч. Через какое время после выхода товарного поезда и на каком расстоянии от станции экспресс нагонит товарный поезд? Задачу решить аналитически и графически.

5.35. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ (м) и $x_2 = 2 + 2t + 0{,}5t^2$ (м). В какой момент времени скорости точек одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент времени?

5.36. Два велосипедиста движутся вдоль оси 0x согласно уравнениям: $x_1 = 5t$ (м), $x_2 = 150 - 10t$ (м). Построить график зависимости координаты каждого велосипедиста от времени. Используя графики, найти время и место встречи. Результат проверить расчётным методом.

5.37. Автомобиль при равноускоренном движении в течении 10 с увеличил свою скорость от 36 км/ч до 54 км/ч. Потом 0,3 минуты автомобиль двигался равномерно. Построить график зависимости скорости автомобиля от времени. Используя график, определить пройденный путь и среднюю скорость движения.

5.38. Тело в течение 6 с прошло 270 см, причём первые 3 с оно двигалось равноускоренно, а последние 3 с равномерно со скоростью, которою оно приобрело к концу третьей секунды. Определить путь, пройденный телом за первую секунду и скорость равномерного движения.

5.39. Поезд прошёл путь 17 км между двумя станциями со средней скоростью 60 км/ч. При этом на разгон с начала движения и торможение перед остановкой было затрачено 4 мин, а остальное время поезд двигался с постоянной скоростью. Чему равна эта скорость?

5.40. Камень брошен с высоты 28 м вертикально вверх с начальной скоростью v_0=8 м/с. Найти скорость камня в момент падения на землю.

5.41. Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 с. 1) Какова была начальная скорость тела? 2) На какую высоту поднялось тело? Сопротивление воздуха не учитывать.

5.42. Тело падает вертикально с высоты 19,6 м с нулевой начальной скоростью. За какое время тело пройдёт: 1) первый метр; 2) последний метр своего пути? Сопротивление воздуха не учитывать.

5.43. Тело сброшено со стола горизонтально. При падении на пол его скорость v=7,8 м/с. Высота стола 1,5 м. Найти начальную скорость тела.

5.44. Камень брошен горизонтально со скоростью v_x=15 м/с. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения камня через 1 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

5.45. Камень брошен с вышки со скоростью 29,4 м/с в горизонтальном направлении. Найти радиус кривизны траектории камня в точке, где он будет через 4 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

5.46. Тело брошено с земли под углом α=40° к горизонту с начальной скоростью v_0=15 м/с. 1) Какое время тело будет находиться в полете? 2) Какое расстояние по горизонтали от места бросания пролетит тело?

5.47. Тело брошено под углом α к горизонту. Найти величину этого угла, если горизонтальная дальность полёта тела в три раза больше максимальной высоты траектории.

5.48. Тело брошено со скоростью v_0 под углом к горизонту. Продолжительность полета 2,2 с. Найти наибольшую высоту подъёма этого тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

5.49. Маховик, вращающийся с постоянной частотой 10 об/с, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова сделалось равномерным, но уже с частотой 6 об/с. Определить угловое ускорение маховика и продолжительность торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал 50 оборотов.

5.50. Точка движется по окружности радиусом 20 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ=5 см/с^2. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: 1) равно тангенциальному; 2) вдвое больше тангенциального?

5.51. Точка движется по окружности радиусом 10 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения скорость точки стала 79,2 см/с.

5.52. Диск радиусом R=20 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A=3 рад, B= – 1 рад/с, C= – 0,1 рад/с^3. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек, находящихся на ободе диска для момента времени t=7 с.

5.53. Найти угловое ускорение ε колеса, если известно, что через время t=2 с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол α=60° с вектором её линейной скорости.

§6 Динамика

6.1 Основные теоретические сведения

1. Динамика изучает движение тел с учётом причин, вызывающих это движение. Динамика делится на две части: динамику материальной точки и поступательно движущегося тела, и динамику твёрдого тела.

2. В процессе взаимодействия тел друг с другом изменяется их механическое движение. Мера взаимодействия тел, в результате которого тела деформируются или приобретают ускорение, называется силой. Обозначается: $\vec{F}$. Вид формулы для расчёта силы зависит от вида взаимодействия. Силы принято выражать законами действия сил.

Сила гравитационного взаимодействия (закон всемирного тяготения):

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \tag{6.1}$$

где G – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих материальных точек, r – расстояние между ними.

Если тело находится вблизи поверхности Земли, то сила гравитационного взаимодействия тела с Землёй равна силе тяжести:

$$F = mg, \tag{6.1a}$$

где g – ускорение свободного падения.

Сила упругости (закон Гука):

$$F_x = -kx, \tag{6.2}$$

где F_x – проекция силы упругости на ось x;
k – жёсткость пружины;
x – абсолютное удлинение пружины.

Сила трения (закон сухого трения):

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \tag{6.3}$$

где μ – коэффициент трения скольжения,
N – сила нормальной реакции опоры.

3. Основой динамики служат три закона Ньютона, сформулированные для материальной точки и тел, которые движутся поступательно в инерциальных системах отсчёта.

Первый закон Ньютона: Существуют такие системы отсчёта, относительно которых всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на это тело не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано. Такие системы отсчёта называются инерциальными.

Второй закон Ньютона: Скорость изменения импульса тела равна равнодействующей всех сил, действующих на тело:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}\,. \tag{6.4}$$

Частные случаи:

а) если $m = \text{const}$, то $\vec{F} = m\vec{a}\,.$ (6.5)

б) если $\vec{F} = \text{const}$, то $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}\,.$ (6.6)

Третий закон Ньютона: Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{6.7}$$

4. *Основное уравнение динамики вращательного движения* (уравнение моментов): Скорость изменения момента импульса тела равна суммарному моменту внешних сил, действующих на тело.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \tag{6.8}$$

При вращении твёрдого тела относительно неподвижной оси, если момент инерции $J = \text{const}$,

$$M = J\varepsilon\,, \tag{6.9}$$

где M – сумма моментов внешних сил относительно оси вращения, J – момент инерции относительно оси вращения; ε – угловое ускорение.

5. Момент импульса твёрдого тела:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}\,, \tag{6.10}$$

где ω – угловая скорость.

6. Момент силы относительно оси:

$$M_z = Fd\,, \tag{6.11}$$

где d – плечо силы относительно оси.

7. Момент инерции некоторых однородных тел относительно оси, проходящей через центр масс:

Диск (ось перпендикулярна плоскости диска) – $J = \frac{1}{2}mR^2.$ (6.12)

Шар – $J = \frac{2}{5}mR^2.$ (6.13)

Стержень (ось перпендикулярна стержню) – $J = \frac{1}{12}ml^2.$ (6.14)

Обруч (ось перпендикулярна плоскости обруча) – $J = mR^2.$ (6.15)

Если ось не проходит через центр масс, то для нахождения момента инерции применяют теорему Штейнера:

$$J = J_{\text{c}} + md^2\,. \tag{6.16}$$

где J_c – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной;

d – расстояние между осями.

6.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

6.2.1. Суть динамического метода решения задач по физике составляет применение трёх законов Ньютона (чаще второго). Основным понятием динамики является сила, поэтому очень важно научиться находить силы, действующие на тело. Типичная ошибка, которую допускают студенты, заключается в том, что одна и та же сила, но под разными названиями, учитывается дважды. ***Нельзя*** пользоваться терминами, которые характеризуют силу по её действию или по геометрическому признаку: движущая, скатывающая, центробежная, центростремительная и т.д. Силы надо характеризовать по источнику, вызвавшему их появление. Это означает, что ***за каждой силой надо видеть тело, воздействием которого вызвана эта сила.***

При анализе условий сначала следует выяснить, с какими другими телами взаимодействует данное тело. Затем надо определить, каков вид взаимодействия, так как формула для расчёта силы зависит от вида взаимодействия. Важно понимать, что на данное тело в результате взаимодействия его с каким-либо другим телом могут действовать несколько различных сил. Если окажется, что некоторые силы малы по сравнению с остальными, то ими в условиях данной задачи можно пренебречь.

Задачи на движение материальной точки, требующие применения законов Ньютона, решают по следующему **алгоритму**:

1. Сделайте схематический чертёж, укажите на нём все кинематические характеристики движения, о которых говорится в задаче. Если возможно, обязательно проставьте вектор ускорения.

2. Расставьте силы, приложенные к материальной точке. Если в задаче говорится о поступательном движении поезда, машины, самолёта и т.д., то такое движение можно рассматривать как движение материальной точки. Расставляя силы, руководствуйтесь определением силы и третьим законом Ньютона. Помните, что ***силы могут действовать на данное тело только со стороны других тел***: сила тяжести $m\vec{g}$ – со стороны Земли, сила натяжения $\vec{F}_{\text{н}}$– со стороны нити, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$– со стороны поверхности и т.д.

3. Силы притяжения, действующие между отдельными телами, настолько малы по сравнению с силой земного притяжения, что во всех задачах, если нет специальных оговорок, ими пренебрегают.

4. Составьте основное уравнение динамики в виде

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = m\vec{a} .$$

5. Как правило, силы не складывают. Удобнее поступить иначе: движение описать двумя скалярными уравнениями. Для этого нужно найти проекции на

оси $0x$ и $0y$ сил, приложенных к рассматриваемому телу. Положительное направление одной из осей удобно выбрать так, чтобы оно совпадало с направлением ускорения. Вторую ось направляют перпендикулярно.

6. Если все силы действуют по одной прямой или по двум взаимно перпендикулярным направлениям, то можно сразу записывать уравнения в проекциях.

7. При наличии силы трения записанную систему уравнений дополните уравнением для силы трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N .$$

8. Записав основное уравнение динамики в проекциях на оси, проведите сокращения, если это возможно. Затем ещё раз прочитайте задачу, определите число неизвестных в системе. Если число неизвестных окажется больше, чем число уравнений, то дополните систему необходимыми кинематическими и динамическими соотношениями.

9. Прежде чем приступить к числовым расчётам, проверьте правильность решения методом проверки единиц измерения. В задачах на динамику ответ, как правило, получается в виде сложной формулы, в которой очень часто делают ошибки. Поэтому желательно такую проверку делать всегда.

6.2.2. Курс динамики включает в себя задачи о поступательном движении связанных тел. Их сводят к динамике отдельной материальной точки. Для этого надо расставить силы, действующие на каждую материальную точку системы и для каждой материальной точки записать второй закон Ньютона в проекциях на оси. Далее задача решается по алгоритму, описанному выше.

Решая задачи на движение грузов, связанных нитью, перекинутой через один или несколько блоков, учтите следующее. Предполагается, что нить, связывающая грузы, невесома, нерастяжима, а трение на оси блока отсутствует.

Пренебрегая массой нити по сравнению с массой грузов, можно считать движение грузов равноускоренным.

Если масса блока пренебрежимо мала по сравнению с массой грузов, то можно считать равными силы натяжения нити в любом её сечении.

6.2.3. В задачах на динамику вращательного движения обычно рассматривают вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. В этом случае все векторы, характеризующие вращательное движение тела $\vec{\omega}, \vec{\varepsilon}, \vec{M}, \vec{L}$ направлены вдоль оси вращения. Ось вращения выбирают за ось проекций. Уравнения вращательного движения (6.8), (6.9) и (6.10) при этом записываются в скалярном виде. Знаки величин $\omega, \varepsilon, M, L$ выбирают следующим образом:

1) некоторое направление вращения (по часовой стрелке или против неё) выбирают за положительное;

2) величины $\omega, \varepsilon, M, L$ берут со знаком плюс, если их направление соответствует выбранному положительному направлению, в противном случае – со знаком минус. Знак величины ε всегда совпадает со знаком величины M;

3) при ускоренном вращении тела знаки всех четырёх величин совпадают; при замедленном движении две пары величин ω, L и ε, M – имеют противоположные знаки.

Метод применения основного уравнения динамики вращательного движения такой же, как метод применения второго закона Ньютона для поступательного движения тела. Но здесь добавляется еще два дополнительных действия: нахождение момента инерции твёрдого тела и момента внешних сил относительно соответствующей оси.

6.3 Примеры решения задач

Пример 6.3.1. К нити подвешен груз массой m=1 кг. Найти силу натяжения нити, если нить с грузом: а) поднимать с ускорением a=5 м/с^2; б) опускать с ускорением a=5 м/с^2.

Решение. а) Физическая система состоит из тела (груза) массой m, которое примем за материальную точку. Анализируя условие задачи, определяем, что груз будет взаимодействовать с Землёй и нитью. Следовательно, на него действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ со стороны Земли и сила натяжения $\vec{F}_{\text{н}}$ со стороны нити. Выполним схематический чертёж, укажем на нем силы и направление ускорения $\vec{a}$ (рис. 6.1 а). Ось 0y направим по направлению ускорения. Силы действуют по одной прямой, поэтому вторая ось не нужна.

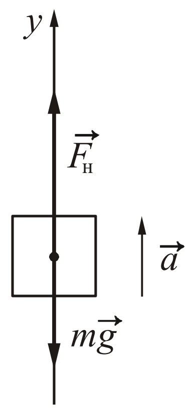


Рисунок 6.1 а

Запишем второй закон Ньютона в векторном виде (см. формулу (6.3)). Обратите внимание на то, что $\vec{F}$ – это результирующая всех сил, действующих на тело. В нашем случае $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}}$. Поэтому второй закон Ньютона применительно к этой задаче записывается следующим образом

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}} = m\vec{a}. \tag{1}$$

Будем считать, что ускорение тела направлено вверх. Запишем уравнение (1) в проекции на ось 0y:

$$F_{\text{н}} - mg = ma. \tag{2}$$

Найдём силу натяжения:

$$F_{\text{н}} = m(g + a). \tag{3}$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$F_{\text{н}}=15 \text{ Н}.$$

б) Если ускорение направлено вниз, то векторная форма записи второго закона Ньютона не изменится. Переходя к проекциям, получим

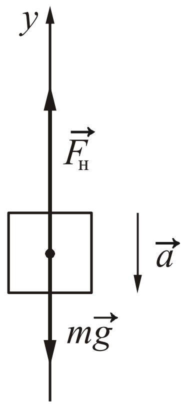


Рисунок 6.1 б

$$F_н - mg = -ma\,. \qquad (4)$$

Отсюда сила натяжения будет равна

$$F_н = m(g - a). \qquad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим $F_н$=5 Н.

Пример 6.3.2. На наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м находится груз массой 50 кг. Какую силу, направленную вдоль плоскости, надо приложить к грузу, чтобы: а) втащить его равномерно вверх; б) втащить его вверх с ускорением 1 м/с^2; в) удержать груз на плоскости. Коэффициент трения груза о плоскость равен 0,2.

Решение. а) Физическая система состоит из тела (груза) массой m, которое примем за материальную точку. Анализируя условие задачи, определяем, что груз взаимодействует с Землёй, наклонной плоскостью и некоторым телом, которое действует с силой $\vec{F}$. Для решения задачи совершенно не играет роли, что это за тело. Им, например, может быть канат, привязанный к грузу. Следовательно, на груз будут действовать следующие силы: сила тяжести $m\vec{g}$ – со стороны Земли; сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ – со стороны плоскости; сила $\vec{F}$ – со стороны некоторого тела.

Выполним схематический чертёж (рис. 6.2 а), расставим силы. Обратите внимание на то, что сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения тела и наклонной плоскости.

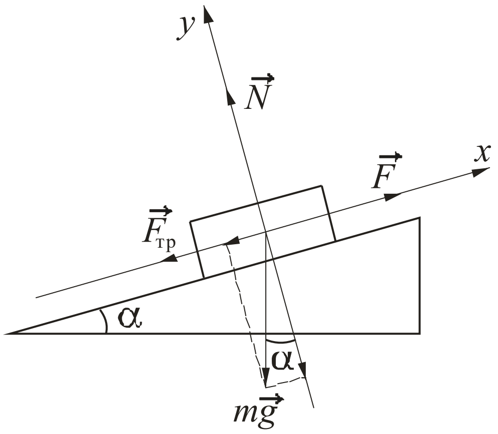


Рисунок 6.2 а

Выберем положительные направления осей 0x и 0y. Ось 0x, как правило, направляют вдоль наклонной плоскости в сторону движения тела, ось 0y – перпендикулярно ей. Запишем второй закон Ньютона в векторном виде:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}\,. \qquad (1)$$

Тело движется равномерно вверх по наклонной плоскости. Это означает, что его ускорение $\vec{a} = 0$. Сила тяжести $m\vec{g}$ образует с осями некоторые углы, поэтому разложим её на составляющие. Для этого опустим с конца вектора $m\vec{g}$ перпендикуляры на соответствующие оси.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси 0x и 0y. Учтём, что проекции составляющих силы тяжести на оси равны соответственно $(m\vec{g})_x = -mg\sin\alpha$ и $(m\vec{g})_y = -mg\cos\alpha$. Тогда получим:

$$0x: \qquad F - mg\sin\alpha - F_{тр} = 0 \qquad (2)$$

$$0y: \qquad N - mg\cos\alpha = 0. \tag{3}$$

Дополним полученную систему уравнением для силы трения

$$F_{тр} = \mu N. \tag{4}$$

Проанализируем систему уравнений. Угол наклонной плоскости неизвестен, но даны её размеры. Определим $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$. Для упрощения выкладок проведем предварительные расчёты: $\sin\alpha = 0{,}6$ и $\cos\alpha = 0{,}8$.
Из уравнения (3):

$$N = mg\cos\alpha. \tag{5}$$

Подставим (5) в уравнение (4), получим:

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha. \tag{6}$$

Сделаем замену в уравнении (2) и найдём F:

$$F = mg\sin\alpha + F_{тр} = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \tag{7}$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим F=380 Н.

б) Тело движется вверх с ускорением $\vec{a}$.

На тело будут действовать те же силы, поэтому рисунок будет тем же. Укажем на нём направление ускорения (рис. 6.2 б).

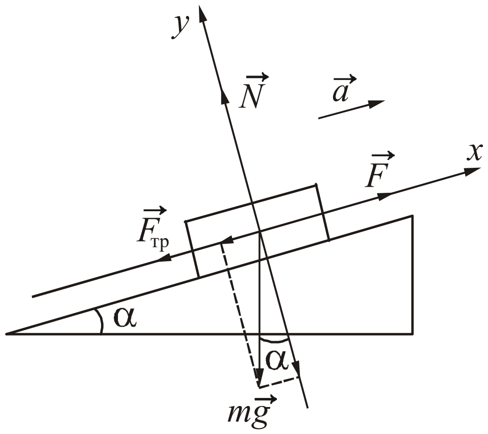


Рисунок 6.2 б

Векторная форма записи второго закона Ньютона не изменится:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}.$$

Запишем уравнение в проекциях на оси.

$$0x: \quad F - mg\sin\alpha - F_{тр} = ma \tag{8}$$

$$0y: \quad N - mg\cos\alpha = 0 \tag{9}$$

$$F_{тр} = \mu N. \tag{10}$$

Решим систему относительно F:

$$F = mg\sin\alpha + F_{тр} + ma = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + ma = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha + a/g) \tag{11}$$

Подставив численные значения величин в формулу (11), получим F=430 Н.

в) Тело удерживают на наклонной плоскости. На тело будут действовать те же силы (рис. 6.2 в). Учтём, что сила трения покоя препятствует сползанию тела вниз и направлена вверх вдоль наклонной плоскости. Векторная форма записи второго закона Ньютона не изменится.

Перейдем к проекциям. Как и в случае равномерного движения $\vec{a} = 0$.

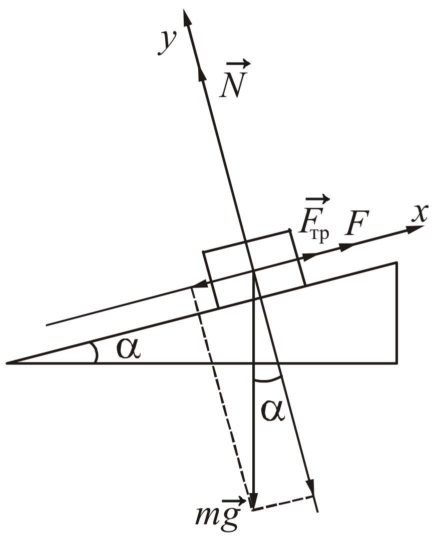


Рисунок 6.2 в

$$0x: \quad F - mg\sin\alpha + F_{тр} = 0 \qquad (12)$$

$$0y: \quad N - mg\cos\alpha = 0 \qquad (13)$$

Максимальная сила трения покоя равна

$$F_{тр} = \mu N. \qquad (14)$$

Решим систему относительно F:

$$F = mg\sin\alpha - F_{тр} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha). \qquad (15)$$

Подставив численные значения величин в формулу (15), получим F=220 Н.

Пример 6.3.3. Грузик массой 20 г, прикреплённый к концу невесомого стержня, имеющего длину l=40 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости вокруг другого конца с частотой n=10 об/с. Найти силы натяжения T_1 и T_2 стержня в моменты прохождения грузиком верхней и нижней точек траектории.

Решение. Физическая система состоит из грузика и стержня. Грузик взаимодействует с Землёй и стержнем. Следовательно, на него действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения стержня $\vec{T}$. Под действием этих сил грузик вращается равномерно, следовательно, равнодействующая этих сил сообщает ему центростремительное ускорение $\vec{a}_n$.

Расставим силы, действующие на грузик в верхней и нижней точке траектории, укажем направление ускорения $\vec{a}_n$ (рис. 6.3). Выберем положительное направление оси 0y. Запишем для грузика второй закон Ньютона в векторном виде.

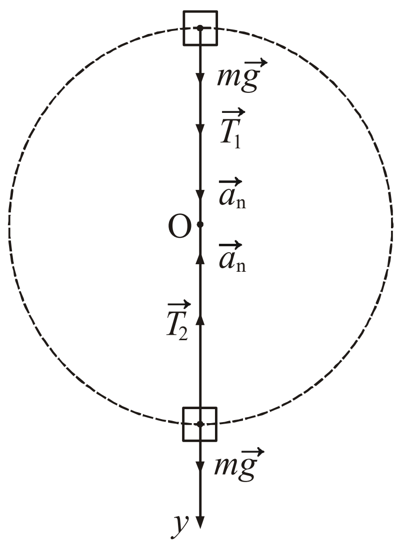


Рисунок 6.3

В верхней точке траектории

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_n. \qquad (1)$$

В нижней точке траектории

$$m\vec{g} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_n, \qquad (2)$$

где a_n– нормальное ускорение грузика.

Запишем эти уравнения в проекции на ось 0y:

$$mg + T_1 = ma_n, \qquad (3)$$

$$mg - T_2 = -ma_n. \qquad (4)$$

Нормальное ускорение связано с угловой скоростью вращения соотношением:

$$a_n = \omega^2 l. \qquad (5)$$

Длина стержня равна радиусу вращения. Угловую скорость можно выразить через частоту вращения:

$$\omega = 2\pi n\,. \tag{6}$$

Сделаем замену в уравнениях (3) и (4) и выразим из них силы натяжения стержня в верхней и нижней точках траектории:

$$T_1 = m(4\pi^2 n^2 l - g)\,, \tag{7}$$

$$T_2 = m(4\pi^2 n^2 l + g)\,. \tag{8}$$

Подставив численные значения величин в формулы (7) и (8), получим

$$T_1 = 31{,}35 \text{ Н}, \;\; T_2 = 31{,}75 \text{ Н}.$$

Пример 6.3.4. Через реку шириной d=100 м переброшен выпуклый мост в форме дуги окружности. Верхняя точка моста поднимается над берегом на высоту h=10 м. Мост может выдержать максимальную силу давления F=44,1 кН. При какой скорости грузовик массой 5 т может переехать через мост?

Решение. Грузовик взаимодействует с Землёй и мостом. Со стороны Земли на него действует сила тяжести $m\vec{g}$, со стороны моста – сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$. Выполним чертёж, расставим силы (рис. 6.4). Полное ускорение тела, движущегося по дуге окружности с постоянной скоростью, равно нормальному ускорению. Оно направлено по радиусу к центру окружности. Ось 0y направим по ускорению. Запишем для грузовика второй закон Ньютона в векторном виде:

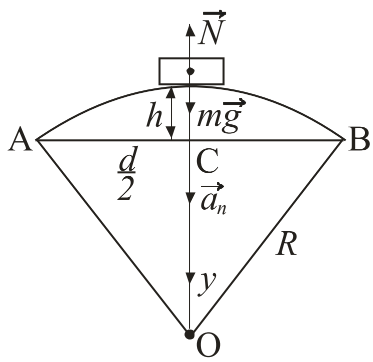


Рисунок 6.4

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_n\,, \tag{1}$$

где a_n– нормальное ускорение грузовика.
В проекции на ось 0y уравнение примет вид:

$$mg - N = ma_n\,. \tag{2}$$

По третьему закону Ньютона сила давления на мост равна по модулю силе нормальной реакции опоры.

$$F = N\,. \tag{3}$$

Выразим нормальное ускорение через линейную скорость и радиус кривизны моста:

$$a_n = \frac{v^2}{R}\,. \tag{4}$$

Сделаем замену в уравнении (2), получим:

$$mg - F = m\frac{v^2}{R}. \tag{5}$$

Из уравнения (5) следует, что максимальной силе давления на мост соответствует минимальная скорость движения грузовика. Следовательно, грузовик должен двигаться со скоростью

$$v \geq \sqrt{\frac{R(mg - F)}{m}}. \tag{6}$$

Радиус кривизны моста найдём по теореме Пифагора из ΔBCO (рис. 6.4):

$$R^2 = \frac{d^2}{4} + (R - h)^2. \tag{7}$$

Отсюда получим (выполните самостоятельно):

$$R = \frac{(4h^2 + d^2)}{8h}. \tag{8}$$

Проведём промежуточный расчёт, подставив численные значения величин в формулу (8). Получим $R = 130$ м.

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$v \geq 12{,}4 \text{ м/с}=44{,}6 \text{ км/ч}.$$

Пример 6.3.5. На нити, перекинутой через неподвижный невесомый блок, подвешены грузы массами 0,30 кг и 0,34 кг. За 2 с после начала движения каждый груз прошел путь 1,2 м. Найти ускорение свободного падения, исходя из данных опыта.

Решение. Физическая система состоит из двух тел, связанных между собой. Эти тела можно считать материальными точками. Оба груза взаимодействуют с Землёй и нитью. Следовательно, на каждый груз действуют сила тяжести и сила натяжения нити. Введём упрощение: нити будем считать невесомыми и нерастяжимыми. Сила натяжения будет одинаковой для каждого груза, так как блок невесомый.

Расставим силы, действующие на каждый груз, укажем направление ускорения $\vec{a}$ (рис. 6.5). Для каждого груза выберем своё положительное направление оси $0y$. Запишем для каждого груза второй закон Ньютона в векторном виде.

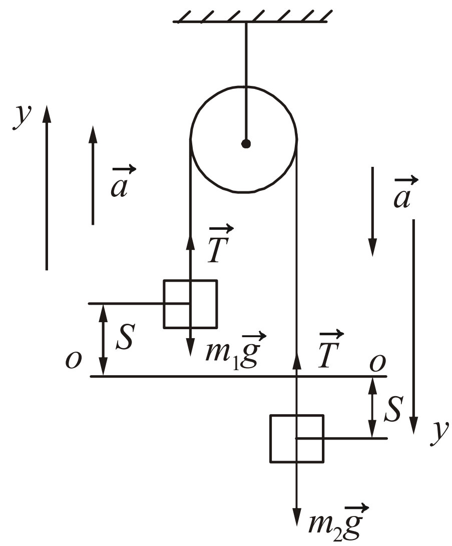


Рисунок 6.5

Для первого груза: $$\vec{T} + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}. \tag{1}$$

Для второго груза: $$\vec{T} + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}. \tag{2}$$

Запишем уравнения в проекциях на ось $0y$:

$$T - m_1 g = m_1 a\,. \tag{4}$$

$$m_2 g - T = m_2 a\,. \tag{5}$$

По условию задачи не надо искать силу натяжения T, поэтому исключим её из системы, сложив уравнения. Получим

$$m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a\,. \tag{6}$$

Из этого уравнения найдём ускорение свободного падения

$$g = a\frac{(m_2 + m_1)}{m_2 - m_1}\,. \tag{7}$$

Получили уравнение с двумя неизвестными (a и g). Значение ускорения a можно найти, используя кинематические соотношения. Движение грузов прямолинейное, равноускоренное без начальной скорости. Запишем зависимость пути от времени:

$$S = \frac{at^2}{2}\,. \tag{8}$$

Из уравнения (8) выразим ускорение:

$$a = \frac{2S}{t^2}\,. \tag{9}$$

Подставив найденное значение a, получим

$$g = \frac{2S}{t^2}\cdot\frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1}\,. \tag{10}$$

Подставив численные значения величин в формулу (10), получим

$$g = 9{,}60\ \text{м/с}^2.$$

Обратите внимание! Блок считается невесомым, поэтому для него не надо писать уравнение движения.

Пример 6.3.6. Радиус диска R=10 см, масса m=800 г. Определить момент инерции диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов, перпендикулярно плоскости диска.

Решение. Ось не проходит через центр масс, поэтому для определения момента инерции применим теорему Штейнера.

$$J = J_c + md^2\,, \tag{1}$$

где J_c – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной; d – расстояние между осями.

Момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

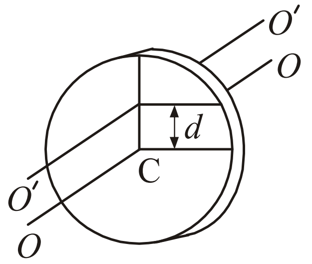


Рисунок 6.6

$$J_c = \frac{1}{2} mR^2 . \tag{2}$$

Расстояние между осями равно половине радиуса (рис. 6.6)

$$d = \frac{R}{2} . \tag{3}$$

Подставим формулы (2) и (3) в уравнение (1), получим:

$$J = \frac{mR^2}{2} + \frac{mR^2}{4} = \frac{3mR^2}{4} . \tag{4}$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$J = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг·м}^2.$$

Пример 6.3.7. На барабан массой m_0=9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m=2 кг. Найти ускорение a, с которым опускается груз. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

Решение. Физическая система состоит из барабана, шнура и груза. Груз взаимодействует с Землёй и шнуром. Следовательно, на груз действуют: сила тяжести $m\vec{g}$ – со стороны Земли; сила натяжения $\vec{T}$ – со стороны шнура. В результате взаимодействия он движется прямолинейно равноускоренно с ускорением $\vec{a}$.

Барабан взаимодействует с Землёй, опорой и шнуром. Следовательно, на барабан действуют: сила тяжести $m_0\vec{g}$ – со стороны Земли; сила натяжения $\vec{T}$ – со стороны шнура, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ – со стороны опоры. В результате этих взаимодействий он вращается вокруг неподвижной оси. Введём упрощения: будем считать шнур невесомым и нерастяжимым.

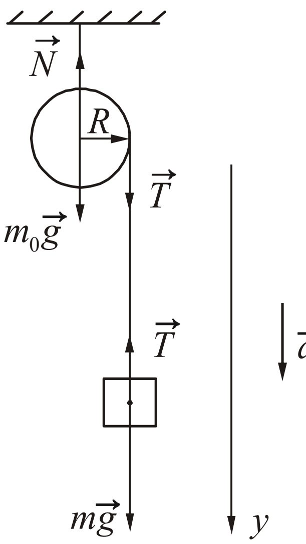


Рисунок 6.7

Выполним чертёж. Расставим силы, укажем направление ускорения $\vec{a}$, выберем положительное направление оси 0y (рис 6.7).

Для груза запишем второй закон Ньютона в векторном виде:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} . \tag{1}$$

Запишем уравнение в проекции на ось 0y:

$$mg - T = ma . \tag{2}$$

Для барабана запишем основной закон динамики вращательного движения:

$$M = J\varepsilon\,. \tag{3}$$

Момент внешних сил M будет создаваться только силой натяжения $\vec{T}$. Моменты силы тяжести и силы нормальной реакции опоры равны нулю, так как линии действия этих сил проходят через ось вращения (в этом случае плечо силы равно нулю).

$$M = T\,R\,, \tag{4}$$

так как плечо силы натяжения равно радиусу барабана.

Барабан по условию считается однородным диском, поэтому момент инерции можно рассчитать по формуле

$$J = \frac{m_0 R^2}{2}\,. \tag{5}$$

Шнур не скользит по барабану, поэтому тангенциальное ускорение точек, лежащих на ободе барабана, равно линейному ускорению груза: $a = a_\tau$. Тангенциальное ускорение связано с угловым ускорением соотношением $a_\tau = \varepsilon R$, откуда

$$\varepsilon = \frac{a}{R}\,. \tag{6}$$

Подставим соотношения (4), (5), (6) в основное уравнение динамики вращательного движения (3), получим:

$$T\,R = \frac{m_0 R^2}{2} \cdot \frac{a}{R}\,. \tag{7}$$

Произведя сокращения, получим:

$$T = \frac{m_0 a}{2}\,. \tag{8}$$

Подставим выражение для силы натяжения (8) в (2):

$$mg - \frac{m_0 a}{2} = ma\,. \tag{9}$$

Отсюда найдём ускорение

$$a = \frac{mg}{\dfrac{m_0}{2} + m}\,. \tag{10}$$

Подставив численные значения величин в формулу (10), получим

$$a = 3{,}1 \text{ м/с}^2.$$

Пример 6.3.8. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром D=75 см и массой m=40 кг приложена сила F=1 кН. Определить угловое ускорение и частоту вращения маховика через время t=10 с после начала действия силы, если радиус шкива равен r=12 см. Трением пренебречь.

Решение. Физическая система состоит из одного тела – маховика, который вращается относительно неподвижной оси. Момент инерции маховика в процессе вращения не изменяется, поэтому применим для решения задачи основной закон динамики вращательного движения:

$$M = J\varepsilon, \tag{1}$$

где M – суммарный момент внешних сил, действующих на маховик.

Проанализируем, какие силы действуют на маховик. Это сила тяжести $m\vec{g}$ со стороны Земли, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ (маховик должен быть насажен на какую-то неподвижную опору или ось, иначе он будет двигаться ещё и поступательно) – со стороны опоры; приложенная сила $\vec{F}$ (рис. 6.8). Источником силы $\vec{F}$ может быть, например, ремень, надетый на шкив.

Плечо сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ равно нулю, так как линия действия этих сил проходит через ось вращения. Следовательно, эти силы не создают вращательного момента. По условию задачи трением можно пренебречь, в этом случае

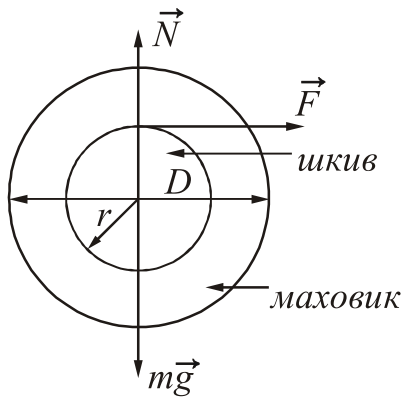


Рисунок 6.8

$$M = Fr, \tag{2}$$

т.к. плечо силы равно радиусу шкива.

Рассчитаем момент инерции маховика. По условию задачи маховик имеет форму диска, следовательно

$$J = \frac{mR^2}{2}, \tag{3}$$

где $R = \dfrac{D}{2}$.

Подставив соотношения(2) и (3) в основной закон динамики вращательного движения (1), получим

$$Fr = \frac{mR^2}{2}\varepsilon.$$

Или

$$Fr = \frac{mD^2}{8}\varepsilon, \tag{4}$$

откуда найдём угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{8Fr}{mD^2}. \tag{5}$$

Запишем закон изменения угловой скорости. Движение равноускоренное, поэтому

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t . \qquad (6)$$

В начальный момент времени угловая скорость была равна нулю: ω_0=0.

Угловая скорость связана с частотой вращения соотношением $\omega = 2\pi n$. Поэтому $2\pi n = \varepsilon t$. Отсюда получаем

$$n = \frac{\varepsilon t}{2\pi} . \qquad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулы (5) и (7), получим

$$\varepsilon = 42{,}7 \text{ рад/с}^2, \quad n = 68 \text{ об/с}.$$

Пример 6.3.9. Нить с привязанными к её концам грузами массами m_1=50 г и m_2=60 г перекинута через колесо диаметром D=4 см. Определить момент инерции колеса, если под действием силы тяжести грузов оно получило угловое ускорение ε=1,5 рад/с^2. Трением на оси и проскальзыванием нити по колесу пренебречь.

Решение. Физическая система состоит из трёх тел: колеса и двух грузов. Проведём анализ условия задачи. Грузы движутся поступательно, колесо – вращается. Грузы можно считать материальными точками, которые взаимодействуют с Землёй и нитью. На первый груз действуют: сила тяжести $m_1\vec{g}$ со стороны Земли и сила натяжения T_1 – со стороны нити. На второй груз: сила тяжести $m_2\vec{g}$ со стороны Земли и сила натяжения T_2 – со стороны нити.

Колесо взаимодействует с опорой, Землёй и нитью. На него действуют сила тяжести $m_0\vec{g}$ – со стороны Земли, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ – со стороны опоры, силы натяжения T_1 и T_2 – со стороны нити.

Выполним схематический чертёж, расставим силы, действующие на тела системы (рис. 6.9). Укажем направления ускорения $\vec{a}$ грузов и для каждого из них выберем своё положительное направление оси 0y.

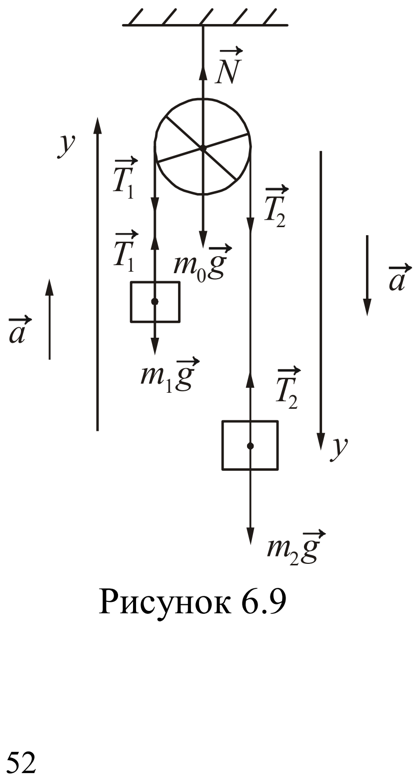


Рисунок 6.9

Для каждого груза запишем второй закон Ньютона в векторном виде.

Первый груз: $$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a} . \qquad (1)$$

Второй груз: $$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a} . \qquad (2)$$

Запишем эти уравнения в проекциях на оси:

$$T_1 - m_1 g = m_1 a . \qquad (3)$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a . \qquad (4)$$

Для колеса запишем основной закон динамики вращательного движения:

$$M = J\varepsilon . \qquad (5)$$

Сила тяжести колеса $m_0\vec{g}$ и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ вращающего момента не создают, так как линия действия этих сил проходит через ось вращения. Суммарный момент внешних сил будет равен сумме моментов сил натяжения T_1 и T_2 (трением на оси пренебрегаем). Так как масса второго тела больше, чем масса первого, то колесо будет вращаться по часовой стрелке. Примем это направление за положительное. Тогда

$$M = T_2R - T_1R = R\left(T_2 - T_1\right), \tag{6}$$

где R – радиус колеса.

Получили систему из трех уравнений:

$$T_1 - m_1g = m_1a \tag{7}$$

$$m_2g - T_2 = m_2a \tag{8}$$

$$R\left(T_2 - T_1\right) = J\varepsilon\,. \tag{9}$$

В системе четыре неизвестных: T_1, T_2, a, ε. Составим дополнительное уравнение, используя кинематические соотношения. Проскальзыванием нити пренебрегаем, следовательно, можно считать, что тангенциальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно линейному ускорению грузов: $a = a_\tau$. Тангенциальное ускорение связано с угловым ускорением соотношением:

$$a_\tau = \varepsilon R\,. \tag{10}$$

Теперь можно решить систему относительно J.

$$T_1 = m_1\left(g + a\right)$$

$$T_2 = m_2\left(g - a\right)$$

$$R\left(m_2\left(g - a\right) - m_1\left(g + a\right)\right) = J\varepsilon\,.$$

$$J = \frac{R\left(m_2g - m_2a - m_1a - m_1g\right)}{\varepsilon} = \frac{R\left(g\left(m_2 - m_1\right) - a\left(m_2 + m_1\right)\right)}{\varepsilon}. \tag{11}$$

Учитывая, что радиус колеса $R = D/2$ и $a = a_\tau = \varepsilon R$ окончательно получим:

$$J = \frac{D\left(g\left(m_2 - m_1\right) - \varepsilon\left(D/2\right)\left(m_2 + m_1\right)\right)}{2\varepsilon}. \tag{12}$$

Подставив численные значения величин в формулу (12), получим

$$J = 1{,}3\cdot10^{-3}\ \text{кг·м}^2.$$

Пример 6.3.10. С какой скоростью v движется частица, если её релятивистская масса в три раза больше массы покоя?

Решение. Релятивистская масса движущейся частицы определяется соотношением:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

где m_0 – масса покоя частицы, c – скорость света в вакууме.

Проведём преобразования:

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{m}.$$

Найдём скорость:

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0}{m}\right)^2}. \qquad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (12), получим

$$v = 0{,}94c = 2{,}83 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

- **Вопросы для подготовки к практическим занятиям**

1. Что изучает динамика?
2. Перечислите основные динамические характеристики поступательного движения. Дайте их определения.
3. Запишите законы сил, которые рассматриваются в механике. К каким видам фундаментальных взаимодействий они относятся?
4. Сформулируйте первый закон Ньютона. Какие системы отсчёта называются инерциальными?
5. Сформулируйте второй закон Ньютона.
6. Сформулируйте третий закон Ньютона. Каковы границы применимости законов Ньютона?
7. Какие тела называются абсолютно твёрдыми?
8. Перечислите основные динамические характеристики вращательного движения.
9. Чему равен момент инерции системы материальных точек относительно оси?
10. Запишите формулы для расчёта момента инерции следующих тел относительно оси, проходящей через центр масс: сплошного диска, обруча, шара, стержня.
11. Сформулируйте и запишите теорему Штейнера.
12. Чему равен момент силы относительно оси?
13. Чему равен момент импульса твёрдого тела относительно оси вращения?
14. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси.

6.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

6.1. Чему равна масса свинцового шарика, диаметр которого равен 2,8 мм?

6.2. На гладком столе лежит брусок массой 4 кг. К бруску привязан шнур, ко второму концу которого приложена сила 1,0 Н, направленная параллельно поверхности стола. Найти ускорение бруска.

6.3. Сила F=60 Н сообщает телу ускорение 0,8 м/с^2. Какая сила сообщит этому же телу ускорение 2 м/с^2?

6.4. Масса легкового автомобиля равна 2 т, а грузового 8 т. Во сколько раз отличаются ускорения автомобилей, если сила тяги грузового автомобиля в 2 раза больше, чем легкового?

6.5. Поезд массой 500 т, двигаясь равнозамедленно, в течение 1 мин уменьшает свою скорость от 40 км/час до 28 км/час. Найти силу торможения.

6.6. Автомобиль массой 1000 кг, трогаясь с места, достигает скорости 30 м/с через 20 с. Найти силу тяги, если коэффициент сопротивления равен 0,05.

6.7. На горизонтальной плоскости находится брусок массой 10 кг. Коэффициент трения скольжения между бруском и плоскостью μ=0,1. Определить ускорение, с которым будет двигаться брусок, если к нему приложить силу F=15 Н, направленную параллельно плоскости. Сдвинется ли брусок, если к нему приложить горизонтальную силу F_0=5 Н?

6.8. Тело массой 50 кг, соскользнув с наклонной плоскости, проехало по горизонтальной дороге до остановки путь 20 м за 10 с. Найти силу трения и коэффициент трения.

6.9. Груз какой массы нужно подвесить к пружине для упругого удлинения её на 3 см, если коэффициент жёсткости пружины равен 900 Н/м?

6.10. На сколько удлинится леска жёсткостью 0,5 кН/м при равномерном поднятии вверх груза массой 200 г?

6.11. Для сжатия пружины на x_0=2 мм необходимо приложить силу F=20 Н. Рассчитать силу для растяжения этой пружины до x_1=3 см от недеформированного состояния.

6.12. Найти силу гравитационного взаимодействия Земли и Солнца.

6.13. Космическая ракета при старте с поверхности Земли движется вверх с ускорением 20 м/с^2. Найти вес лётчика в кабине, если его масса 80 кг.

Средний уровень

6.14. Льдина равномерной толщины плавает, выступая над уровнем воды на высоту 2 см. Найти массу льдины, если площадь её основания 200 см^2.

6.15. Вес тела произвольной формы в воде в три раза меньше, чем в воздухе. Определить плотность тела.

6.16. Лифт разгоняется из состояния покоя до скорости 6 м/с за 15 с. С какой силой давит человек массой 70 кг на пол лифта в это время?

6.17. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает силу натяжения T=4,4 кН. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз массой m=400 кг, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?

6.18. Масса лифта с пассажирами m=800 кг. Определить численное значение и направление ускорения, с которым движется лифт, если известно, что сила натяжения троса, поддерживающего лифт равна: а) T=12 кН; б) T=6кН?

6.19. Мальчик массой 50 кг качается на качелях с длиной подвеса 4 м. С какой силой он давит на сидение при прохождении положения равновесия со скоростью 6 м/с?

6.20. Груз массой m=50 кг равномерно перемещают по горизонтальной плоскости. Верёвка, за которую тянут груз, составляет угол α=60° с горизонтом. Коэффициент трения скольжения по поверхности μ=0,3. Определить силу натяжения верёвки.

6.21. Груз массой m=50 кг перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы F=150 Н направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения μ=0,1. Определить ускорение груза.

6.22. На рис. 6.22 представлен график зависимости скорости трамвая от времени. Каков характер движения на каждом участке? Каково соотношение между силой тяги и силой сопротивления, которые действуют на трамвай, в следующие интервалы времени: 1) от 0 до 10 с; 2) от 10 до 30 с; 3) 30 до 40 с?

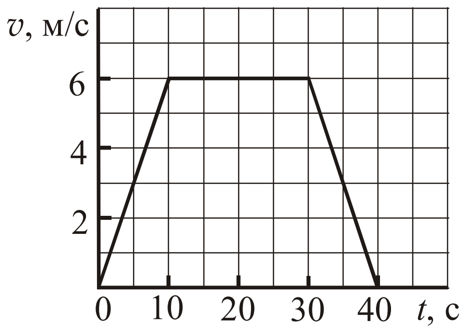


Рисунок 6.22

6.23. Велосипедист движется со скоростью v_0=8,0 м/с. Какой путь он пройдёт после того, как перестанет вращать педали? Коэффициент трения μ=0,05.

6.24. С наклонной плоскости длиной 32 м и углом наклона 30° скользит тело. Какова скорость тела у основания плоскости, если коэффициент трения μ=0,1?

6.25. С наклонной плоскости длиной 40 м и углом наклона 20° скользит тело. Определить коэффициент трения μ, если у основания плоскости тело приобрело скорость v=10 м/с.

6.26. Найти удлинение буксирного троса с жёсткостью 100 кН/м при буксировке автомобиля массой 2 т с ускорением 0,5 м/с^2. Трением пренебречь.

6.27. Тело массой m=0,5 кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного пути от времени даётся уравнением $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ (м), где C=5 м/с^2 и D=1 м/с^3. Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.

6.28. На какой высоте от поверхности Земли ускорение свободного падения равно 8 м/с^2?

6.29. Диск массой m=12 г и диаметром d=4,2 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения имеет вид $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A=3 рад, B=4 рад/с, C=1 рад/с^3. Найти момент сил, действующих на диск, в момент времени t=2 с.

6.30. Маховик, момент инерции которого J=63,6 кг·м^2, вращается с постоянной угловой скоростью ω=31,4 рад/с. Найти тормозящий момент M, под действием которого маховик, вращаясь равнозамедленно, останавливается через t=20 с.

6.31. На барабан массой m=9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m_1=2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром.

Достаточный уровень

6.32. Наклонная плоскость, образующая угол α=25° с плоскостью горизонта, имеет длину L=1,2 м. Тело, двигаясь равноускорено, соскользнуло с этой плоскости за время t = 2 с. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

6.33. Деревянный брусок массой 200 г равномерно переместили по наклонной плоскости вверх с помощью динамометра. Сила тяги, измеренная динамометром, равна 1 Н. Длина наклонной плоскости 1 м, высота 20 см. Найти коэффициент трения.

6.34. Груз массой m=15 кг втаскивают за верёвку с постоянной скоростью вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α=20° с горизонтом. Верёвка составляет угол β=45° с наклонной плоскостью. Коэффициент трения бруска о плоскость равен μ=0,3. Найти силу F натяжения верёвки.

6.35. Груз, подвешенный на нити длиной l=60 см, двигаясь с постоянной по величине скоростью, описывает в горизонтальной плоскости окружность. С какой скоростью движется груз, если во время его движения нить образует с вертикалью постоянный угол α=30°?

6.36. Небольшое тело массой m=0,02 кг вращается на нити в вертикальной плоскости. Определить разность сил натяжения нити в нижней и верхней точках траектории, если: 1) скорость вращения постоянна; 2) изменение скорости вращения вызывается силой тяжести.

6.37. Самолет делает «мёртвую петлю» радиусом R=800 м и движется по ней со скоростью v=720 км/час. С какой силой тело пилота массой m=70 кг будет давить на сидение самолёта в верхней и нижней точках петли?

6.38. Плоский магнит массой m=50 г прилип к вертикально расположенной стальной плите. Для равномерного скольжения магнита вниз прикладывают силу F=1,5 Н. С какой силой магнит прижимается к плите? Какую силу надо приложить, чтобы равномерно перемещать магнит по плите вертикально вверх, если коэффициент трения равен μ=0,2?

6.39. К проволоке диаметром 2,5 мм и длиной 1,5 м подвесили груз массой 3,3 кг. При этом проволока удлинилась на 0,14 мм. Определить модуль упругости материала проволоки. Чему равно механическое напряжение в проволоке и её относительное удлинение?

6.40. К стальному стержню, модуль упругости которого равен E=2,16·10^{11} Н/м^2, длина l=3 м и диаметр d=2 см, подвешен груз массой m=2,5 10^3 кг. Определить напряжение σ в стержне, относительное ε и абсолютное Δl удлинение.

6.41. Два шара одинакового радиуса R=5 см закреплены на концах невесомого стержня. Расстояние между центрами шаров r=0,5 м. Масса каждого шара m=1 кг. Найти момент инерции системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно к нему. Какую ошибку мы допускаем, принимая шары за материальные точки?

6.42. К ободу однородного диска радиусом 0,2 м приложена касательная сила 98,1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{\text{тр}}$=4,9 Н·м. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением 100 рад/с^2.

6.43. Маховик радиусом 0,2 м и массой 10 кг соединён с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения, F=14,7 Н. Какую частоту вращения будет иметь маховик через 10 с после начала вращения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

6.44. Через блок, массой которого можно пренебречь, перекинута нить, на которой висят две гири с массами m_1=6 кг и m_2=2 кг. Найти ускорение, с которым будут двигаться гири, и силу натяжения нити.

6.45. На барабан радиусом R=0,15 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m=2 кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с высоты h=1 м за t=1,1 с.

6.46. Маятник Обербека состоит из крестовины, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси. Крестовина имеет шкив, радиусом r=3 см, на который наматывается нить. На спицах крестовины на расстоянии R=25 см от оси прикреплены четыре одинаковых груза, массой m_1=100 г каждый. Определить момент инерции J_0 крестовины, если груз массой m=300 г, привязанный к нити, опускается с высоты h=1,5 м за время t=10,0 с. Грузы считать материальными точками.

§7 Работа, мощность, энергия. Законы сохранения

7.1 Основные теоретические сведения

1. Импульс тела – векторная физическая величина, численно равная произведению массы тела на его скорость

$$\vec{p} = m\vec{v}\,. \tag{7.1}$$

2. *Закон сохранения импульса*: Импульс замкнутой системы материальных точек остается величиной постоянной

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \text{const}\,, \tag{7.2}$$

или

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = \text{const}\,. \tag{7.2a}$$

3. Работа переменной силы F на пути S

$$A = \int_0^S \vec{F}d\vec{S} = \int_0^S F\cos\alpha\, dS\,. \tag{7.3}$$

Работа, совершаемая постоянной силой F на пути S при прямолинейном движении

$$A = FS\cos\alpha\,, \tag{7.4}$$

где α – угол между направлением силы и перемещения.
Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt}\,, \tag{7.5}$$

Средняя мощность

$$< N > = \frac{A}{t}\,. \tag{7.6}$$

Работа при вращательном движении:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi\,. \tag{7.7}$$

Если M=const, то

$$A = M\varphi\,,$$

где φ – угол поворота, выраженный в радианах.
Развиваемая мощность равна

$$N = M\omega\,. \tag{7.8}$$

4. Механическая энергия делится на два вида: потенциальную $W_п$ и кинетическую $W_к$.
Потенциальная энергия

– упруго деформированной пружины $W_{\text{п}} = \dfrac{kx^2}{2}$; (7.9)

– тела, поднятого на высоту h вблизи поверхности Земли $W_{\text{п}} = mgh$. (7.10)

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно

$$W_{\text{к}}^{\text{пост}} = \frac{mv^2}{2}. \tag{7.11}$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси

$$W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2}. \tag{7.12}$$

Кинетическая энергия тела, совершающего плоское движение

$$W_{\text{к}} = W_{\text{к}}^{\text{пост}} + W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{7.13}$$

где v – скорость поступательного движения центра масс;

ω – угловая скорость вращения относительно оси, проходящей через центр масс.

5. *Теорема об изменении кинетической энергии:* Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.

$$A = \Delta W_{\text{к}}$$

Для поступательного движения

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{7.14}$$

Для вращательного движения

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}. \tag{7.15}$$

6. *Закон сохранения механической энергии*: Полная механическая энергия замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы, остается величиной постоянной:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}. \tag{7.16}$$

7. Изменение полной энергии системы равно работе, совершаемой неконсервативными силами, приложенными к системе

$$W_2 - W_1 = A_{\text{неконс}}^{\text{внеш}} + A_{\text{неконс}}^{\text{внутр}}. \tag{7.17}$$

10. *Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси*: Момент импульса замкнутой системы тел остается постоянным:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \ldots + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}, \tag{7.18}$$

11. Основные соотношения гидромеханики.

Давление, производимое столбом жидкости высотой h:

$$p = \rho g h, \tag{7.19}$$

где ρ – плотность жидкости.

Закон Паскаля. Неподвижная жидкость передаёт внешнее давление одинаково по всем направлениям.

Закон сообщающихся сосудов. В сообщающихся сосудах уровни однородной жидкости одинаковы. Если жидкости разнородные, то высоты столбов жидкости обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\ . \tag{7.20}$$

Уравнение неразрывности: Для несжимаемой жидкости при стационарном течении произведение площади поперечного сечения трубки на скорость течения жидкости в любом сечении данной трубки имеет одинаковое значение.

$$Sv = \text{const} \tag{7.21}$$

Уравнение Бернулли. Для идеальной несжимаемой жидкости в общем случае:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2, \tag{7.22}$$

где ρ – плотность жидкости, v – модуль скорости течения жидкости в сечении трубки, находящемся на высоте h от условно выбранного уровня, p – давление, вызванное силами упругости, в том же сечении трубки.

Уравнение Бернулли для случая, когда оба сечения находятся на одной и той же высоте (h_1=h_2=const), т.е. жидкость течёт горизонтально:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2\,. \tag{7.23}$$

Давление p в этих уравнениях называется статическим давлением,

величина $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамическим давлением,

сумма ($\frac{\rho v^2}{2} + p$) – полным давлением.

Скорость течения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$v = \sqrt{2gh}, \tag{7.24}$$

где h – глубина, на которой находится отверстие.

7.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

Кроме кинематического и динамического методов решения задач в физике применяют еще один, более универсальный, метод законов сохранения. Универсальность этого метода в том, что кинематический и динамический методы используют только для классических физических систем, а метод законов сохранения используют и в классических, и в квантовых системах.

В основе метода лежат законы сохранения. Для классических систем их четыре: закон сохранения импульса, закон сохранения энергии (частный случай – закон сохранения механической энергии), закон сохранения момента импульса и закон сохранения электрического заряда. Общим для всех этих законов является утверждение о сохранении какой-то физической величины при определённых условиях.

В большинстве случаев законы сохранения применяют, если происходит процесс взаимодействия тел. В этом процессе надо различать три этапа: состояние тел до взаимодействия, сам процесс взаимодействия, состояние тел после взаимодействия. Процесс взаимодействия для законов сохранения несущественен. Для них важно одно: значение соответствующей физической величины не должно меняться.

7.2.1. Закон сохранения импульса связывает конечные и начальные значения импульсов тел замкнутой системы и позволяет исключить из рассмотрения силы взаимодействия между телами. Его применяют при решении задач, в которых силы взаимодействия являются величинами переменными, а также, если характер изменения сил неизвестен или сложен (удар, взрыв и т.д.).

Уравнение, выражающее закон сохранения импульса, является векторным. Это означает, что сохраняется не только численное значение, но и направление суммарного импульса системы тел. Соответственно, проекция импульса системы тел на любое направление остается неизменной.

Векторному уравнению соответствуют скалярные уравнения для проекций векторов на оси координат. Закон сохранения импульса справедлив для замкнутых систем. Однако его можно применить для систем, на которые действуют внешние силы, если векторная сумма сил равна нулю. В том случае, когда равна нулю сумма проекций внешних сил на какое-либо направление, сохраняется проекция импульса системы на это же направление.

Задачи, в которых применяют закон сохранения импульса, включают в себя задачи о разрыве одного тела на части, соединении нескольких тел в одно, задачи на столкновения. Решая их, придерживайтесь следующего **алгоритма**.

1. Установите, выполняются ли условия сохранения импульса или какой-либо из его проекций.

2. Если время действия сил очень кратковременно и внешние силы значительно меньше внутренних (взрыв и т.п.), то можно применять закон сохранения импульса, даже в тех случаях, когда на систему действуют внешние силы, такие как сила тяжести или силы сопротивления.

3. Сделайте чертёж, укажите для каждого тела векторы импульса в начале и в конце процесса.

4. Если все векторы направлены вдоль одной прямой, то укажите положительное направление оси $0x$. Затем найдите проекции импульсов на эту ось.

Если векторы не направлены вдоль одной прямой, то выберите прямоугольную систему координат, найдите проекции каждого вектора на оси $0x$ и $0y$. Оси выберите так, чтобы была равна нулю сумма проекций внешних сил на какую-либо ось.

5. Запишите уравнение закона сохранения импульса в проекциях на оси. Обычно слева от знака равенства пишут импульс системы до взаимодействия, справа – после взаимодействия.

6. При записи закона сохранения импульса надо внимательно следить за знаками. Если направление вектора $\vec{p}$ или его составляющей совпадает с направлением оси, то проекции берут со знаком «плюс», если нет, то со знаком «минус». Для тел, направления импульса которых в условии задачи не заданы, знаки могут быть расставлены произвольно. Если в результате решения задачи окажется, что проекция импульса (скорость) положительна, то направление движения тела выбрано правильно, если отрицательно – то направление движения противоположно выбранному.

7. Проведите анализ записанных уравнений. Если неизвестных больше, чем уравнений, то запишите формулы кинематики или закона сохранения механической энергии и решите систему относительно искомой величины.

Обратите внимание! ***Скорости тел надо брать относительно одной и той же системы отсчёта***, как правило, относительно Земли.

7.2.2. Уравнения закона сохранения (7.16) и превращения энергии (7.17) являются наиболее общими законами динамики. Обычно закон сохранения энергии применяют при решении задач, в которых:

а) рассматриваются два положения или состояния тела в процессе неравномерно переменного движения;

б) дается два механических состояния или положения тела при равнопеременном движении.

Обратите внимание! Механическая энергия замкнутой системы сохраняется только в том случае, если в ней ***действуют консервативные силы (сила тяжести, сила упругости и т.д.).*** Если в системе будут действовать ***неконсервативные силы (силы сопротивления или трения)***, то механическая энергия не сохраняется. При наличии неконсервативных сил используйте формулу (7.17).

Механическая энергия не сохраняется при неупругом соударении. Для нахождения скоростей после удара используют закон сохранения импульса.

Алгоритм решения задач с использованием закона сохранения механической энергии состоит в следующем:

1. Установите, является ли система замкнутой, консервативные или неконсервативные силы действуют между телами системы.

2. Выполните чертёж. Отметьте кинематические характеристики v и h , определяющие механическую энергию тела (системы) в начальном и конечном положениях.

3. Выберите нулевой уровень потенциальной энергии. Его можно выбирать произвольно, но удобно выбирать по самому нижнему положению, которое занимает тело, или отсчитывать от уровня, на который опускается тело, переходя из начального положения в конечное.
4. Составьте выражение для полной механической энергии тела (системы) в начальном и конечном положениях. Подставьте эти выражения в закон сохранения энергии и найдите из него ту величину, которая считается неизвестной. Если неизвестных больше одного, то добавьте формулы кинематики, закон сохранения импульса, уравнение динамики материальной точки.
5. Если система незамкнута или в ней действуют неконсервативные силы, то запишите уравнение превращения энергии в виде (7.17).

7.2.3. При решении задач на динамику твёрдого тела наряду с законами сохранения импульса и механической энергии применяют закон сохранения момента импульса. Чаще используют закон сохранения момента импульса в форме, которая вытекает из уравнения движения тела относительно неподвижной оси (см. формулу 7.18). Методика применения закона сохранения момента импульса та же, что и закона сохранения импульса (см. п. 7.2.1).

7.2.4. Правила решения задач по гидромеханике практически такие же, как правила решения задач по динамике и статике. Разница состоит в том, что условия равновесия и второго закона Ньютона записываются не через силы, а через давления. При применении второго закона Ньютона необходимо массу выразить через плотность и объём, а объём – как произведение высоты h на площадь поперечного сечения S. Тогда уравнение второго закона Ньютона можно для давлений записать так:

$$\sum p_i = \rho h a,$$

где ρ – плотность жидкости, a – ускорение. В левой части стоит сумма давлений, производимых на движущийся слой жидкости.

Задачи, связанные с нахождением давления и сил давления в какой-либо точке внутри покоящейся жидкости, решают с применением закона Паскаля. Для этого необходимо выполнить чертёж и отметить все равновесные уровни жидкости. Если даны сосуды с разнородной жидкостью, то надо указать уровни каждой из них и границы раздела. Затем проводят поверхность нулевого уровня – поверхность, от которой будут отсчитываться высоты жидкостей. Эта поверхность должна проходить через однородную жидкость по самой нижней границе раздела сред. Указав высоты всех столбов и расстояния, на которые смещаются уровни жидкости, записывают условие равновесия.

Если жидкость переливалась из одной части сосуда в другую, то необходимо использовать условие несжимаемости жидкости: при уменьшении объёма в какой-либо части сосуда на величину ΔV, в другой части сосуда объём возрастет на ту же величину.

7.3 Примеры решения задач

Пример 7.3.1. Мяч массой 100 г, летевший со скоростью 20 м/с, ударился о горизонтальную плоскость. Угол падения равен 60°. Найти изменение импульса, если удар абсолютно упругий.

Решение. Выполним чертёж, укажем направление импульса $\vec{p}_1$ до удара и направление импульса $\vec{p}_2$ после удара (рис. 7.1). Выберем положительное направление осей 0*x* и 0*y*. Изменение импульса равно

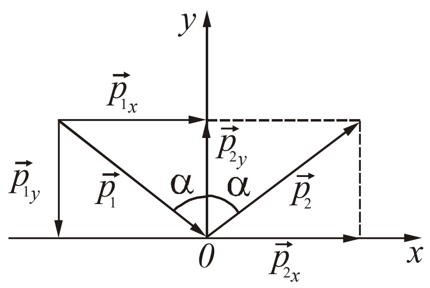


Рисунок 7.1

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1. \qquad (1)$$

При упругом ударе выполняются законы сохранения механической энергии и импульса. Из закона сохранения энергии следует, что численное значение скорости остается без изменения. Изменяется только направление скорости.

По определению импульс $\vec{p} = m\vec{v}$, следовательно

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = |m\vec{v}| = mv. \qquad (2)$$

В направлении оси 0*x* силы не действуют, поэтому проекция импульса на эту ось, равная $p\sin\alpha$, сохраняется. Значит, угол падения будет равен углу отражения. Изменение импульса в направлении оси 0*x*

$$\Delta p_x = p_2\sin\alpha - p_1\sin\alpha = 0. \qquad (3)$$

Найдём проекции $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ на ось 0*y*:

$$p_{1y} = -p_1\cos\alpha \qquad\qquad p_{2y} = p_2\cos\alpha \qquad (4)$$

Изменение импульса в направлении оси 0*y* с учетом формул (4)

$$\Delta p_y = p_2\cos\alpha - (-p_1\cos\alpha) = 2mv\cos\alpha. \qquad (5)$$

Следовательно,

$$\Delta p = \Delta p_y = 2mv\cos\alpha. \qquad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$\Delta p = 2\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

Пример 7.3.2. Снаряд массой m=10 кг, летящий со скоростью v=200 м/с, находится в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на два осколка. Меньший осколок массой m_1=3 кг получил скорость u_1=400 м/с в прежнем направлении. Найти скорость u_2 второго, большего осколка после взрыва.

Решение. Физическая система состоит из снаряда и его осколков. Она не является замкнутой, так как на снаряд и осколки действует сила тяжести со стороны Земли. Характер сил, возникающих при взрыве, неизвестен, поэтому решить данную задачу динамическим методом невозможно.

Время действия сил очень кратковременно, а внешние силы значительно меньше внутренних, поэтому можно применить закон сохранения импульса. Выполним чертёж, укажем направление движения снаряда и образовавшихся осколков. Направление движения второго осколка неизвестно, поэтому предположим, что он будет двигаться в ту же сторону. Укажем положительное направление оси $0x$ (рис. 7.2).

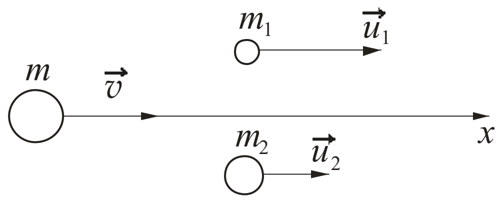


Рисунок 7.2

Импульс системы до взрыва

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}. \tag{1}$$

Импульс системы после взрыва

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2. \tag{2}$$

По закону сохранения импульса

$$m\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \tag{3}$$

Запишем уравнение (3) в проекции на ось $0x$.

$$mv = m_1u_1 + m_2u_2. \tag{4}$$

Найдём скорость второго осколка

$$u_2 = \frac{mv - m_1u_1}{m_2} = \frac{mv - m_1u_1}{m - m_1}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$u_2 = 114 \text{ м/с.}$$

Обратите внимание! Значение скорости имеет знак «плюс». Это означает, что второй осколок после взрыва будет двигаться в положительном направлении оси $0x$.

Пример 7.3.3. С какой скоростью v двигался вагон массой m=20 т, если при ударе о стенку каждый из двух буферов сжался на x=10 см? Жёсткость пружины каждого буфера k =1 МН/м.

Решение. Физическая система состоит из вагона и буферов. Она является замкнутой. Внутри системы действуют консервативные силы – сила тяжести и сила упругости, поэтому можно применить закон сохранения механической энергии. Будем считать, что вагон движется по горизонтальному пути. В этом случае его потенциальная энергия относительно Земли не меняется.

В начальном положении вагон обладал кинетической энергией

$$W_к = \frac{mv^2}{2}. \tag{1}$$

Буферы были в недеформированном состоянии, поэтому потенциальная энергия упругой деформации $W_п$=0.

Рассмотрим конечное состояние. Вагон при ударе остановился, т.е. его кинетическая энергия стала равной нулю. Пружины буферов сжались, т.е. каждая из них приобрела потенциальную энергию упругой деформации

$$W_{п_1} = \frac{kx^2}{2}. \qquad (2)$$

Вагон имеет два буфера, следовательно, полная энергия упругой деформации

$$W_п = 2W_{п_1} = 2 \cdot \frac{kx^2}{2} = kx^2. \qquad (3)$$

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv^2}{2} = kx^2. \qquad (4)$$

Из (4) найдём скорость движения вагона

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}x. \qquad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$v = 1 \text{ м/с}.$$

Пример 7.3.4. Найти работу, которую надо совершить, чтобы на пути S=10 м увеличить скорость движения тела массой m=1 кг от v_1=2 м/с до v_2=6 м/с. На всём пути действует постоянная сила трения $F_{тр}$=2 Н.

Решение. Физическая система состоит из тела, которое движется. Механическая энергия системы не сохраняется, так как действуют внешняя приложенная сила и сила трения, которые являются неконсервативными. Изменение кинетической энергии системы будет равно работе всех сил, приложенных к телу. Будем считать, что тело движется прямолинейно по горизонтальной поверхности, поэтому работа силы тяжести равна нулю.

Кинетическая энергия тела в начальном положении:

$$W_{1к} = \frac{mv_1^2}{2},$$

в конечном положении:

$$W_{2к} = \frac{mv_2^2}{2}.$$

Изменение энергии

$$\Delta W = W_{2к} - W_{1к} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Внешняя сила F, приложенная к телу, совершает работу A. На всем пути действует сила трения $F_{тр}$, которая совершает работу $A_{тр}$. Работа сил трения

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} S \cos\alpha . \qquad (2)$$

где α – угол между направлением силы и перемещения. Сила трения направлена в сторону, противоположную движению, т.е. α=180°, cos180°= –1. Поэтому

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} S . \qquad (3)$$

Суммарная работа, совершаемая всеми силами

$$A_{\text{всех сил}} = A + A_{\text{тр}} . \qquad (4)$$

На основании теоремы об изменении кинетической энергии можно записать:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A + A_{\text{тр}} .$$

Вынесем общий множитель за скобку и сделаем замену по формуле (3). Получим

$$\frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = A - F_{\text{тр}} S . \qquad (5)$$

Из формулы (5) найдём работу

$$A = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + F_{\text{тр}} S . \qquad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$A = 36 \text{ Дж.}$$

Пример 7.3.5. Скамья Жуковского представляет собой вращающуюся круглую горизонтальную платформу, которая закреплена на станине с опорным шаровым подшипником. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной l=2,4 м и массой m=8 кг, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с частотой n_1=1 с$^{-1}$. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернёт стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи равен 6 кг·м^2.

Решение. Физическая система состоит из человека, стержня и скамьи Жуковского. Система вращается относительно неподвижной оси вращения (рис. 7.3). Применим к ней основное уравнение динамики вращательного движения

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \qquad (1)$$

На систему действуют внешние силы – сила тяжести и сила реакции опоры, но эти силы не создают вращающего момента, т.к. линия действия этих сил совпадает с осью вращения (плечо силы в этом случае равно нулю). Если суммарный момент внешних сил равен нулю, то выполняется закон сохранения момента импульса, т.е.

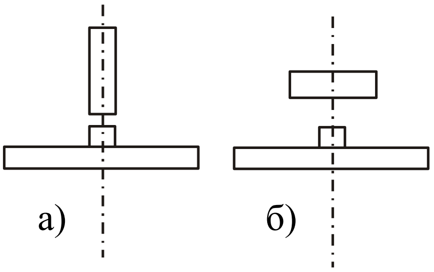


Рисунок 7.3

$$L_1 = L_2, \tag{2}$$

где L_1 – момент импульса системы относительно оси вращения при вертикальном положении стержня (рис. 7.3 а), L_2 – момент импульса системы при горизонтальном положении стержня (рис. 7.3 б).

Момент импульса системы:

$$L = J\omega, \tag{3}$$

где J – момент инерции системы, ω – угловая скорость вращения.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в систему. При вертикальном расположении стержня его момент инерции равен нулю. Тогда момент инерции системы в первом положении будет равен суммарному моменту инерции человека и скамьи:

$$J_1 = J. \tag{4}$$

При горизонтальном расположении стержня:

$$J_2 = J + J_{\text{ст}}, \tag{5}$$

где $J_{\text{ст}}$ – момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно стержню.

$$J_{\text{ст}} = \frac{1}{12} ml^2. \tag{6}$$

Угловая скорость связана с частотой вращения соотношением:

$$\omega = 2\pi n. \tag{7}$$

Записанные соотношения подставим в уравнение (2), получим:

$$2\pi n_1 J = 2\pi n_2 \left(J + \frac{1}{12} ml^2 \right). \tag{8}$$

Произведём сокращения и найдём частоту вращения n_2:

$$n_2 = \frac{J n_1}{\left(J + \frac{1}{12} ml^2 \right)}. \tag{9}$$

Подставив численные значения величин в формулу (9), получим

$$n_2 = 0{,}61\ \text{с}^{-1}.$$

Пример 7.3.6. Диск массой m=2кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью v=4 м/с. Найти кинетическую энергию $W_к$ диска.

Решение. Диск совершает плоское движение, которое может быть представлено как наложение двух движений – поступательного и вращательного. Кинетическая энергия тела в этом случае складывается из энергии поступательного движения со скоростью, равной скорости центра масс, и энергии вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс тела.

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_C\omega^2}{2}, \tag{1}$$

где v – скорость центра масс, т.е. скорость поступательного движения;
J_C – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;
ω – угловая скорость вращения относительно центра масс.

Так как диск участвует в двух движениях, то скорость любой его точки

$$\vec{v}_i = \vec{v} + \vec{u}_i, \tag{2}$$

где $\vec{u}_i$ – линейная скорость, обусловленная вращением вокруг центра масс. Модуль $u_i = \omega r_i$, где r_i – расстояние от этой точки до центра масс C.

При отсутствии скольжения скорость $\vec{v}_N$ точки N, соприкасающейся с плоскостью, равна нулю $\vec{v}_N = \vec{u}_N + \vec{v} = 0$ (рис. 7.4), следовательно,

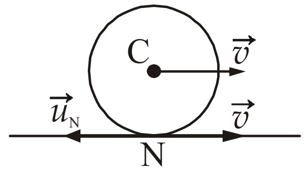


Рисунок 7.4

$$v = \omega R, \tag{3}$$

где $r_i = R$ – радиус диска.

Для диска
$$J_C = \frac{1}{2}mR^2. \tag{4}$$

Подставим в (1) $\omega = \dfrac{v}{R}$ и выражение для момента инерции. Получим:

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3mv^2}{4}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$W_к = 24 \text{ Дж}$$

Пример 7.3.7. Найти линейную скорость v движения центра масс шара, скатившегося без проскальзывания с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости h=0,5 м, начальная скорость шара v_0=0.

Решение. Отсутствие проскальзывания означает, что скорость шара в точке касания с наклонной плоскостью равна нулю. Приложенная к этой точке сила трения скольжения не производит работы и не влияет на величину механической энергии скатывающегося тела. Роль силы трения сводится к тому, чтобы привести тело во вращение и обеспечить чистое качение. Таким образом, для решения задачи можно применить закон сохранения механической энергии.

В начальный момент времени шар находится на высоте h относительно горизонтальной поверхности наклонной плоскости (рис. 7.5). Будем считать, что на горизонтальной поверхности потенциальная энергия шара равна нулю. Тогда в первом положении потенциальная энергия шара равна

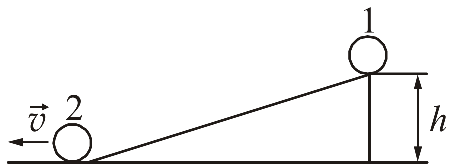


Рисунок 7.5

$$W_1 = mgh\,. \tag{1}$$

При движении шара вниз по наклонной плоскости его потенциальная энергия уменьшается и переходит в кинетическую энергию. На горизонтальной поверхности потенциальная энергия станет равной нулю и полностью перейдёт в кинетическую.

Шар участвует в плоском движении – все его точки движутся в параллельных плоскостях. Плоское движение можно разбить на поступательное движение со скоростью центра масс и вращение вокруг оси, проходящей через центр масс. Кинетическая энергия в этом случае представляется в виде суммы двух независимых слагаемых, одно из которых определяется только величинами, характеризующими поступательное движение, а другое – только величинами, характеризующими вращательное движение. Поэтому для второго положения шара можем записать:

$$W_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{2}$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения,

v – скорость центра масс;

$\frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения вокруг оси, проходящей через центр масс, ω – угловая скорость вращения.

По закону сохранения механической энергии $W_1 = W_2$, поэтому:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{3}$$

Момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс

$$J = \frac{2}{5} mR^2, \tag{4}$$

где m – масса шара, R – радиус шара.

Угловая скорость вращения ω связана с линейной скоростью v центра масс соотношением (см. пример 7.3.6):

$$\omega = \frac{v}{R}. \qquad (5)$$

Подставим формулы (4) и (5) в уравнение (3), проведём сокращения и получим:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{mR^2 v^2}{2R^2} = 0{,}7\,mv^2. \qquad (6)$$

Из уравнения (6) найдём скорость:

$$v = \sqrt{\frac{gh}{0{,}7}}. \qquad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

v=2,67 м/с.

Пример 7.3.8. Однородный тонкий стержень длиной l=80 см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Стержень отклонили от положения равновесия на угол $\alpha=\pi/2$ и отпустили. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость v нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.

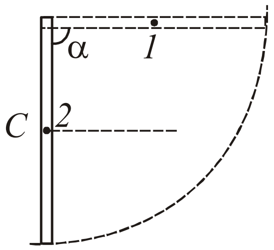


Рисунок 7.6

Решение. Трение на оси стержня отсутствует, следовательно, можно применить закон сохранения энергии. Поднятый стержень обладает потенциальной энергией. За нулевой уровень отсчёта высоты примем линию, проходящую через центр масс стержня в нижнем положении (точка 2 на рис. 7.6). Потенциальная энергия поднятого стержня в точке 1 будет равна

$$W_1 = mg\frac{l}{2}. \qquad (1)$$

В нижнем положении стержень обладает кинетической энергией вращательного движения

$$W_2 = \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (2)$$

где ω – угловая скорость стержня; J – момент инерции стержня относительно оси вращения.

Момент инерции найдём по теореме Штейнера:

$$J = J_c + md^2, \qquad (3)$$

где J_c – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной; d – расстояние между осями.

$$J_c = \frac{1}{12}ml^2. \tag{4}$$

Расстояние между осями

$$d = \frac{l}{2}. \tag{5}$$

Сделаем замену в (3), получим:

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2. \tag{6}$$

Приравняем выражения для энергий, заменив момент инерции по формуле (6). Получим:

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{3}ml^2\frac{\omega^2}{2}. \tag{7}$$

Произведём сокращения и выразим угловую скорость.

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}. \tag{8}$$

Линейная скорость связана с угловой соотношением:

$$v = \omega R = \omega l = \sqrt{3gl}, \tag{9}$$

так как радиус вращения R нижнего конца стержня равен его длине.
Подставив численные значения величин в формулы (8) и (9), получим

$$\omega = 6{,}1 \text{ рад/с}, \; v = 4{,}9 \text{ м/с}.$$

Пример 7.3.9. Маховик, масса которого 500 кг равномерно распределена по ободу диаметром 1 м, вращается с частотой 60 об/мин. Какую работу необходимо выполнить, чтобы увеличить частоту вращения до 120 об/мин?

Решение. Вращающийся маховик обладает кинетической энергией вращательного движения. Для нахождения работы по изменению частоты вращения можно воспользоваться теоремой об изменении кинетической энергии.

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}, \tag{1}$$

где J – момент инерции маховика относительно оси вращения, ω – угловая скорость движения.

Масса маховика равномерно распределена по ободу, поэтому его можно считать обручем (тонкостенным цилиндром). Момент инерции обруча относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости обруча, определяется формулой:

$$J = mR^2, \tag{2}$$

где R – радиус маховика.

$$R = \frac{d}{2}. \tag{3}$$

Угловая скорость связана с частотой вращения n соотношением:

$$\omega = 2\pi n. \tag{4}$$

Подставим записанные соотношения в уравнение (1), получим:

$$A = \frac{md^2}{4}\frac{(4\pi^2 n_2^2 - 4\pi^2 n_1^2)}{2} = \frac{\pi^2 md^2 (n_2^2 - n_1^2)}{2}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$A = 7{,}4\,\text{кДж}.$$

Пример 7.3.10. Для определения мощности мотора на его шкив диаметром d=20 см накинули ленту. К одному концу ленты прикрепили динамометр, к другому подвесили груз массой m=1 кг. Найти мощность мотора, если мотор равномерно вращается с частотой n=24 с$^{-1}$, а показание динамометра F=24 Н.

Решение. Мощность, развиваемая при равномерном вращении тела, определяется формулой:

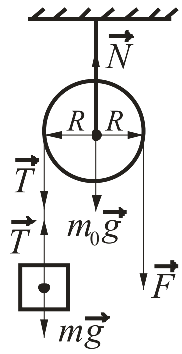


Рисунок 7.7

$$N = M\omega, \tag{1}$$

где M – вращающий момент, ω – угловая скорость вращения.

Выполним рисунок и укажем силы, действующие на шкив (рис. 7.7): сила тяжести $m_0\vec{g}$ – со стороны Земли, сила натяжения $\vec{T}$ – со стороны ленты, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ – со стороны опоры, $\vec{F}$ – сила, с которой действует динамометр.

Моменты силы тяжести и силы нормальной реакции опоры равны нулю, так как линии действия этих сил проходят через ось вращения (в этом случае плечо силы равно нулю). Вращающий момент будет создаваться силами $\vec{T}$ и $\vec{F}$.

Сила $\vec{F}$ стремится повернуть шкив маховика по часовой стрелке, а сила натяжения $\vec{T}$ – против часовой. Результирующий момент сил будет равен

$$M = FR - TR = R(F - T), \tag{2}$$

где R – радиус шкива, который является плечом обеих сил. $R = \frac{d}{2}$.

На груз действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения ленты $\vec{T}$. Груз не движется, поэтому сумма сил должна быть равна нулю:

$$mg - T = 0. \tag{3}$$

Из (3) найдём силу натяжения

$$T = mg, \tag{4}$$

и полученное выражение подставим в (2). Вращающий момент будет равен:

$$M = R(F - mg) = \frac{d(F - mg)}{2}. \qquad (5)$$

Угловая скорость связана с частотой вращения n соотношением:

$$\omega = 2\pi n. \qquad (6)$$

Подставим соотношения (5) и (6) в формулу (1), получим:

$$N = \frac{2\pi nd}{2}(F - mg) = \pi nd(F - mg). \qquad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$N = 211\,\text{Вт}.$$

Пример 7.3.11. В дне сосуда проделано отверстие сечением S_1. В сосуд налита вода до высоты h, и уровень её поддерживается постоянным (рис.7.8). Определить площадь S_2 поперечного сечения струи, вытекающей из сосуда на расстоянии $3h$ от его дна. Считать, что струя не разбрызгивается. Силами трения в жидкости пренебречь.

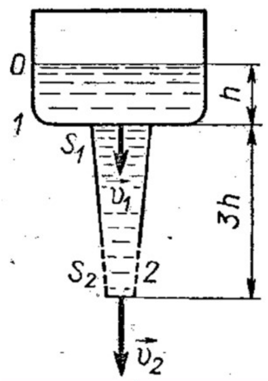


Рисунок 7.8

Решение. Будем считать жидкость практически несжимаемой. Так как силами трения в жидкости можно пренебречь, то жидкость невязкая. Такую несжимаемую и невязкую жидкость называют идеальной. Для идеальной жидкости выполняется уравнение Бернулли и уравнение неразрывности струи. Площади поперечного сечения S_1 и S_2 и скорости воды v_1 и v_2 в этих сечения будут связаны соотношением:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \qquad (1)$$

Это объясняется тем, что вода не скапливается в отдельных частях сосуда и не образует в ней пустот, поэтому при стационарном течении объёмы воды, протекающие в единицу времени через произвольные сечения S_1 и S_2 должны быть одинаковыми.

Для нахождения скоростей используем уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2, \qquad (2)$$

Атмосферное давление в пределах сосуда не меняется, поэтому $p_1 = p_2$. По условию задачи уровень жидкости в сосуде остаётся постоянным. Это означает, что на уровне 0 скорость жидкости $v_0 = 0$.

Примем уровень 1 за уровень отсчёта и запишем уравнение Бернулли для воды в состояниях 0 и 1:

$$\rho g h = \frac{\rho v_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Примем за уровень отсчёта уровень 2 и запишем уравнение Бернулли для воды в состояниях 0 и 2:

$$4\rho g h = \frac{\rho v_2^2}{2}. \qquad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) найдём скорости:

$$v_1 = \sqrt{2gh}, \qquad (5)$$

$$v_2 = \sqrt{8gh}. \qquad (6)$$

Формулы (5) и (6) подставим в (1) и найдём площадь S_2 поперечного сечения струи

$$S_2 = 0{,}5 S_1.$$

Пример 7.3.12. Вода подаётся в фонтан из большого цилиндрического бака и бьёт из отверстия 2 со скоростью v_2=12 м/с (рис. 7.9). Диаметр бака равен D=2 м, диаметр отверстия фонтана d=2 см. Найти: 1) скорость v_1 понижения воды в баке; 2) давление p_1, под которым вода подаётся в фонтан; 3) высоту h_1 уровня воды в баке и высоту h_2 струи, выходящей из фонтана.

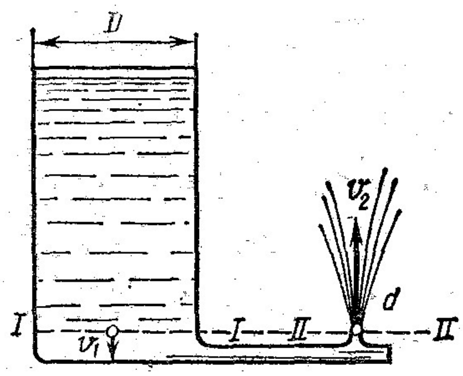


Рисунок 7.9

Решение. 1). Проведём сечение I в баке на уровне сечения II фонтана. Так как площадь сечения бака S_1 намного больше площади S_2 отверстия фонтана, то высоту h_1 уровня воды в баке для малого промежутка времени можно считать постоянной, а поток установившимся. В этом случае можно записать уравнение неразрывности струи:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \qquad (1)$$

Отсюда следует:

$$v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1}. \qquad (2)$$

Подставим в (2) площади сечений: $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$, $S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$, получим

$$v_1 = v_2 \left(\frac{d}{D}\right)^2. \qquad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$v_1 = 0{,}0012 \text{ м/с}.$$

Обратите внимание! Скорость понижения воды в баке намного меньше скорости струи.

2). Давление p_1, под которым вода подаётся в фонтан, найдём, используя уравнение Бернулли. Так как сечения находятся на одной высоте, то это уравнение будет иметь следующий вид:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 . \qquad (4)$$

Под p_2 понимается давление, избыточное над атмосферным. Оно равно нулю. Тогда из уравнения (4) следует:

$$p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2} . \qquad (5)$$

В предыдущем пункте было получено, что $v_1 \ll v_2$. Это позволяет пренебречь вторым слагаемым в уравнении (5). Тогда

$$p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} . \qquad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$p_1 = 72 \text{ кПа}.$$

3). Давление, производимое столбом воды высотой h_1, равно

$$p_1 = \rho g h_1 . \qquad (7)$$

Отсюда найдём высоту воды в баке:

$$h_1 = \frac{p_1}{\rho g} . \qquad (8)$$

Высоту h_2 струи воды, выходящей из фонтана, найдём, используя закон сохранения механической энергии:

$$mgh_2 = \frac{m v_2^2}{2} .$$

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} . \qquad (9)$$

Подставив численные значения в формулы (8) и (9), получим:

$$h_1 = 7{,}35 \text{ м}, \qquad h_2 = 7{,}35 \text{ м}.$$

Обратите внимание! Высота, на которую поднимается струя воды, равна высоте уровня воды в баке (по закону сообщающихся сосудов). Это справедливо только в том случае, если пренебречь сопротивлением воздуха.

Пример 7.3.13. Определить релятивистский импульс p и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью v=0,9 c (c – скорость света в вакууме).

Решение. Релятивистский импульс электрона определяется соотношением:

$$p = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{1}$$

где m_0 – масса покоя электрона, c – скорость света в вакууме.

Кинетическая энергия частицы в релятивистской механике равна разности полной энергии $E = mc^2$ и энергии покоя $E_0 = m_0 c^2$:

$$W_{\text{к}} = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2. \tag{2}$$

Окончательно получим

$$W_{\text{к}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \tag{3}$$

Подставив численные значения величин в формулу (1), (3) получим

$$p = 5{,}6 \cdot 10^{-22} \text{ кг·м/с}; \quad W_{\text{к}} = 1{,}06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Во внесистемных единицах энергия покоя электрона $m_0 c^2 = 0{,}51$ МэВ. Подставив это значение в формулу (3), получим $W_{\text{к}} = 0{,}66$ МэВ.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Дайте определение понятий: механическая система, замкнутая система тел.
2. Запишите формулу для расчёта импульса тела. Чему равен импульс системы тел?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса системы тел. В каких случаях может сохраняться проекция импульса незамкнутой системы тел?
4. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
5. Дайте определение элементарной механической работы. Как рассчитывается работа постоянной силы? Как можно представить работу графически? Как рассчитывается работа при вращательном движении?
6. Дайте определение мощности. Как рассчитать мощность при поступательном и вращательном движении?
7. Дайте определение энергии. Какие виды механической энергии Вы знаете?
8. Дайте определение кинетической энергии. Назовите основные свойства кинетической энергии.
9. Запишите формулы для расчёта кинетической энергии тела, которое: а) движется поступательно; б) вращается вокруг неподвижной оси; в) совершает плоское движение.
10. Сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии.
11. Дайте определение потенциальной энергии. Назовите основные свойства потенциальной энергии.
12. Какие силы называются консервативными, а какие неконсервативными? К каким силам можно применять понятие потенциальной энергии?
13. Запишите формулы для расчёта потенциальной энергии упруго деформированной пружины; тела, поднятого на высоту h вблизи поверхности Земли.
14. Сформулируйте закон сохранения механической энергии системы. Может ли закон выполняться для незамкнутых систем?
15. Как связано изменение полной механической энергии с работой неконсервативных сил, действующих на систему?
16. Какие законы сохранения выполняются при упругом и неупругом ударе тел?
17. Сформулируйте закон Паскаля.
18. Сформулируйте закон сообщающихся сосудов.
19. Запишите уравнение неразрывности струи. Поясните смысл обозначений.
20. Запишите уравнение Бернулли. Поясните смысл обозначений. Для какой жидкости выполняется закон Бернулли?

7.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

7.1. Зависимость скорости тела от времени задана уравнением $v = 4 - 3t$ (м/с). Масса тела равна 5 кг. Чему будет равен импульс тела через 4 с после начала движения.

7.2. Тело массой 2 кг двигалось в определённом направлении со скоростью 12 м/с. Под действием силы 6 Н тело приобрело скорость 6 м/с в противоположном направлении. Определить время, в течение которого действовала сила.

7.3. Два тела, массы которых 2 кг и 6 кг, движутся навстречу друг другу со скоростями 2 м/с и 3 м/с соответственно. Определить модуль и направление скорости каждого из этих тел после столкновения, если удар неупругий.

7.4. Человек массой m_1=60 кг, бегущий со скоростью v_1=8 км/ч, догоняет тележку массой m_2=80 кг, движущуюся со скоростью v_2=2,9 км/ч, и вскакивает на неё. С какой скоростью u будет двигаться тележка? С какой скоростью u будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу?

7.5. Пластилиновый шарик массой m, движущийся со скоростью v, налетает на покоящийся пластилиновый шарик массой $2m$. После удара шарики, слипшись, движутся вместе. Какова скорость их движения?

7.6. Сани с охотником покоятся на очень гладком льду. Охотник стреляет из ружья в горизонтальном направлении. Масса заряда 0,03 кг. Скорость саней после выстрела 0,15 м/с. Общая масса охотника, ружья и саней равна 120 кг. Определить скорость заряда при его вылете из ружья.

7.7. Сжатая пружина пружинного пистолета обладает потенциальной энергией 20 Дж. Какую максимальную скорость она может сообщить шарику массой 100 г?

7.8. Для сжатия пружины на x_0=2 см необходимо приложить силу F=200 Н. Рассчитать работу по удлинению этой пружины от x_1=3 см до x_2=5 см.

7.9. Лифт массой m=600 кг поднимают вверх с постоянным ускорением a=1,4 м/с^2. Какая работа совершается двигателем при подъёме лифта на 10 м?

7.10. При вертикальном подъёме груза массой m=2 кг на высоту h=1 м постоянной силой, приложенной к грузу, была совершена работа A=23 Дж. С каким ускорением поднимали груз?

7.11. Тело массой m=1 кг движется прямолинейно из состояния покоя под действием постоянной силы. Какую работу должна совершить эта сила, чтобы скорость тела стала равной v=10 м/с?

7.12. В каком случае двигатель автомобиля должен совершить бóльшую работу: для разгона с места до скорости 36 км/ч или на увеличение скорости от 36 км/ч до 72 км/ч? Во сколько раз?

7.13. Якорь мотора вращается с частотой ν=1500 мин$^{-1}$. Определить вращающий момент, если мотор развивает мощность N=500 Вт.

Средний уровень

7.14. Движение тела описывается уравнением $x = 5 - 8t + 4t^2$. Считая массу равной m=2 кг, найти импульс тела через 2 с и через 4 с после начала отсчёта времени, а также силу F, вызвавшую это изменение импульса.

7.15. Тело массой m_1=2 кг движется со скоростью v_1=3 м/с и нагоняет тело массой m_2=8 кг, движущееся со скоростью v_2=1 м/с. Считая удар центральным, найти скорости u_1 и u_2 тел после удара, если удар: а) неупругий; б) упругий.

7.16. Тело массой m=150 г движется со скоростью 6 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество тепла, выделившееся при ударе.

7.17. Молекула массой m=4,65·10^{-26} кг, летящая по нормали к стенке сосуда со скоростью v=600 м/с, ударяется о стенку и упруго отскакивает от неё без потери скорости. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой за время удара.

7.18. Из орудия, укреплённого на железнодорожной платформе, произвели выстрел в направлении железнодорожного пути. Масса снаряда m=40 кг, начальная скорость v=500 м/с. Масса платформы с орудием M=20 тонн. На какое расстояние откатится платформа, если коэффициент трения μ=0,02?

7.19. Автомобиль, имеющий массу m=1 т, начинает тормозить на расстоянии S=25 м от препятствия на дороге. Сила трения в тормозных колодках автомобиля F=3,84 кН. При какой предельной скорости v движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием? Трением колес о дорогу пренебречь.

7.20. Тело брошено вертикально вниз с высоты h=10 м с начальной скоростью v_0=5 м/с. Определить скорость тела в момент удара о Землю и время падения. Сопротивление воздуха не учитывать.

7.21. Вычислить работу, совершаемую на пути S=12 м равномерно возрастающей силой, если в начале пути F_1=10 Н, а в конце пути F_2=46 Н.

7.22. На рис. 7.22 представлен график зависимости силы от пройденного пути. Определить работу этой силы на пути 40 м. Чему равно среднее значение мощности, если время движения равно 1 мин 20 с?

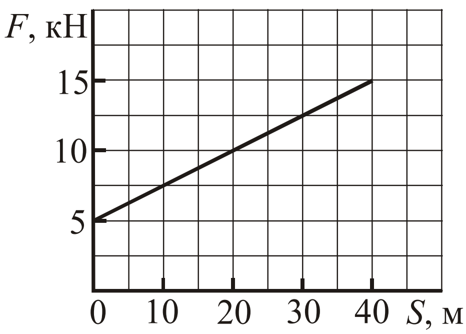


Рисунок 7.22

7.23. Найти работу, которую надо совершить, чтобы на пути S=12 м увеличить скорость движения тела от 4 м/с до 8 м/с. На всём пути действует постоянная сила сопротивления, равная 0,2 Н. Масса тела равна m=1 кг.

7.24. Для растяжения пружины на 4 мм необходимо совершить работу 0,02 Дж. Какую силу надо приложить, чтобы растянуть эту пружину на 3 см от недеформированного состояния?

7.25. Тело массой m=50 г бросили с высоты h=20 м над поверхностью Земли со скоростью v_1=18 м/с. Тело упало на поверхность Земли со скоростью

v_2=24 м/с. Определить, какая работа совершена по преодолению силы сопротивления воздуха.

7.26. Самолет массой m=2 т движется в горизонтальном направлении со скоростью v_1=50 м/с. Находясь на высоте 420 м, он переходит на снижение при выключенном двигателе и достигает дорожки аэродрома со скоростью v_2=30 м/с. Определить работу сил сопротивления воздуха во время планирующего полёта.

7.27. Трактор имеет тяговую мощность (мощность на крюке) P=72 кВт. С какой скоростью может тянуть этот трактор прицеп массой m=5 т на подъём 0,2 при коэффициенте трения μ=0,4? (*Уклон (подъём) измеряется отношением высоты h наклонной плоскости к её длине l и равен синусу угла* α *наклона плоскости к горизонту*: $h/l = \sin\alpha$).

7.28. Обруч массой m=2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью v=4 м/с. Найти кинетическую энергию обруча.

7.29. Шарик, скорость которого v_0=1,0 м/с, закатывается без проскальзывания на наклонную плоскость. На какую высоту поднимется шарик?

7.30. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой ν=5,0 с$^{-1}$ равна 60 Дж. Найти момент импульса этого вала.

7.31. Какую мощность развивает двигатель, если он изменяет частоту вращения диска массой m=20 г и радиусом R=5 см от ν_1=1200 об/мин до ν_2=7200 об/мин за 20 с?

7.32. В водопроводной трубе образовалось отверстие сечением S=4 мм^2, из которого вертикально вверх бьёт струя воды, поднимаясь на высоту h=80 см. Какой объём воды утечёт за сутки?

7.33. Вода течёт в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость воды v_1 в широкой части трубы равна 20 см/с. Определить скорость v_2 в узкой части трубы, диаметр d_2 которой в 1,5 раза меньше диаметра d_1 широкой части.

Достаточный уровень

7.34. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жёстком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня l=1 м. Найти скорость v пули, если известно, что стержень отклонился от удара пули на угол α=10°.

7.35. Деревянный стержень массой M=2 кг и длиной l=1 м может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. В свободный конец стержня попадает пуля, летящая перпендикулярно к оси и к стержню и застревает в нем. Масса пули m=10 г. При какой наименьшей скорости v пули стержень может достичь горизонтального положения?

7.36. Стальной шарик массой m=50 г падает с высоты h_1=2,0 м на стальную плиту и после удара отскакивает на высоту h_2=1,9 м. Длительность удара $\Delta\tau$=0,001 с. Определить среднее значение силы удара. Удар считать упругим.

7.37. Стальной шарик массой m=3 г свободно падает с высоты h_1=1,5 м на горизонтальную каменную плиту и подскакивает после удара на высоту h_2=1 м. Определить изменение импульса шарика при ударе и количество тепла, выделившееся при ударе.

7.38. Тело массой m, движущееся со скоростью v, налетает на неподвижное тело и после упругого соударения отскакивает от него под углом 90° к первоначальному направлению движения со скоростью u. Найти массу второго тела.

7.39. Стоящий на коньках мальчик массой M=60 кг бросает в горизонтальном направлении камень массой m=2 кг со скоростью v=6 м/с. На какое расстояние откатится мальчик, если коэффициент трения стали по льду равен μ=0,02?

7.40. Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью v=2 м/с, прошёл до полной остановки расстояние S=20,4 м. Найти коэффициент трения камня о лед, считая его постоянным.

7.41. С горки высотой h=2 м и основанием b=5 м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя горизонтальный путь S=35 м от основания горки. Найти коэффициент трения, считая его одинаковым на всём пути.

7.42. Из шахты глубиной h=200 м поднимают груз массой m=500 кг на канате, каждый метр которого имеет массу μ=1,5 кг/м. Какая работа совершается при равномерном поднятии груза? Найти коэффициент полезного действия установки.

7.43. Пуля массой m=10 г подлетает к закреплённой доске толщиной h=4 см со скоростью v_1=600 м/с и, пробив доску, вылетает из неё со скоростью v_2=400 м/с. Найти среднюю силу сопротивления доски.

7.44. Шкив начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon=4{,}5\cdot10^3$ с$^{-2}$ и через t_1=2 с приобретает момент импульса L=250 кг·м^2/с. Найти кинетическую энергию шкива через t_2=3 с после начала вращения.

7.45. Со шкива диаметром d=0,48 м через ремень передается мощность 9 кВт. Шкив вращается с частотой ν=240 мин$^{-1}$. Сила натяжения T_1 ведущей ветви ремня в 2 раза больше силы натяжения T_2 ведомой ветви. Найти силы натяжения обеих ветвей ремня.

7.46. Вентилятор вращается с частотой ν=900 мин$^{-1}$. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N=75 оборотов. Работа сил торможения равна 44,4 Дж. Найти: 1) момент инерции вентилятора; 2) угловое ускорение; 3) момент силы торможения.

7.47. Карандаш, поставленный вертикально, падает на стол. Длина карандаша l=15 см. Какую угловую ω и линейную v скорость будет иметь в момент падения верхний конец карандаша?

7.48. Какую работу необходимо выполнить, чтобы телеграфный столб массой m=200 кг, к вершине которого прикреплена крестовина массой m_1=30 кг, перевести из горизонтального положения в вертикальное? Длина столба L=10 м.

7.49. Платформа в виде диска радиусом R=1,0 м вращается по инерции с частотой ν_1=0,1 с$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса которого m=80 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдёт в её центр? Момент инерции платформы J=120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

7.50. Человек стоит в центре платформы и вращается вместе с ней по инерции. Частота вращения ν_1=0,5 с$^{-1}$. Момент инерции тела человека относительно оси вращения равен J_1=1,6 кг·м^2. В вытянутых в стороны руках человек держит по гире массой m=2 кг каждая. Расстояние между гирями l_1=1,6 м. Определить частоту вращения платформы с человеком, когда он опустит руки и расстояние между гирями станет равным l_2=0,4 м. Момент инерции платформы считать равным J_2=3,5 кг·м^2.

7.51. В ядерной технике часто бывает нужно уменьшать скорость нейтронов, выделяющихся при ядерных реакциях. Это осуществляется, например, при упругом ударе нейтрона о ядро замедлителя. Во сколько раз уменьшится энергия нейтрона: а) при упругом лобовом ударе о ядро замедлителя; б) если после удара о ядро нейтрон движется перпендикулярно первоначальному направлению? Принять, что замедлителем является графит (ядро углерода C^{12}), масса ядра углерода в 12 раз больше массы нейтрона.

7.52. Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр d_1=20 см. В нём движется со скорость v_1=1 м/с поршень, выталкивая воду через отверстие диаметром d_2=2 см. С какой скоростью v_2 будет вытекать вода из отверстия? Каково будет избыточное давление p воды в цилиндре?

7.53. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течёт со скоростью v_1=2 м/с. Определить скорость v_2 нефти в узкой части трубы, если разность Δp давлений в широкой и узкой её частях равна 6,65 кПа.

7.54. Из брандспойта бьёт струя воды под углом α=30° к горизонту и падает от него на расстоянии x=5 м. Сколько воды подаёт брандспойт за t=10 с, если площадь его отверстия равно S=2 см^2? Сопротивление воздуха не учитывать.

Глава 2. Молекулярная физика и термодинамика

§8 Молекулярная физика

8.1 Основные теоретические сведения

1. Объект (тело), состоящий из большого количества частиц, называют макросистемой. Основными параметрами, характеризующими состояние макросистемы, являются температура T, давление p, объём V.

2. Простейшей макросистемой является идеальный газ. Его состояние описывается уравнением Менделеева – Клапейрона (уравнением состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \tag{8.1}$$

где m – масса газа, M – молярная масса газа, R – молярная газовая постоянная, ν – количество вещества, T – термодинамическая температура.

Количество вещества

$$\nu = \frac{N}{N_\text{A}}, \tag{8.2}$$

где N – число частиц (атомов, молекул, ионов); N_A – постоянная Авогадро. Или

$$\nu = \frac{m}{M}, \tag{8.3}$$

где m – масса газа; M – молярная масса вещества.

3. Связь между давлением газа, концентрацией молекул и температурой:

$$p=nkT, \tag{8.4}$$

где k – постоянная Больцмана.

4. Процесс перехода идеального газа из одного состояния в другое при условии, что химический состав газа и его масса не изменяются, описывается объединённым газовым законом

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \tag{8.5}$$

5. Если какой-то параметр газа не изменяется, то уравнение (8.5) переходит в уравнения, описывающие следующие процессы:

а) изотермический процесс (закон Бойля – Мариотта, T=const, m=const):

$$pV=\text{const}; \tag{8.6}$$

б) изобарный процесс (закон Гей-Люссака, p=const, m=const):

$$\frac{V}{T} = \text{const}\,; \qquad (8.7)$$

в) изохорный процесс (закон Шарля, V=const, m=const):

$$\frac{p}{T} = \text{const}\,. \qquad (8.8)$$

6. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{1}{3} m_0 n < v_{\text{кв}}^2 >, \qquad (8.9)$$

где m_0 – масса одной молекулы, $n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул, $< v_{\text{кв}} >$– средняя квадратичная скорость.

7. *Закон Дальтона*: Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i\ . \qquad (8.10)$$

8. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$< \varepsilon > = \frac{3}{2} kT\,. \qquad (8.11)$$

9. Полная средняя кинетическая энергия молекулы

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} kT\,, \qquad (8.12)$$

где i – число степеней свободы молекулы.

10. Скорости молекул:

$$< v_{\text{кв}} > = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \ \text{– средняя квадратичная;} \qquad (8.13)$$

$$< v > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \ \text{– средняя арифметическая;} \qquad (8.14)$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \ \text{– наиболее вероятная,} \qquad (8.15)$$

где m_0 – масса одной молекулы.

11. Состояние реального газа можно описать уравнением Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} \right)\left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT\,, \qquad (8.16)$$

где p – давление, оказываемое на газ извне (равное давлению газа на стенки сосуда); a и b – поправки Ван-дер-Ваальса.

Связь критических параметров – объёма, давления и температуры газа – с поправками a и b Ван-дер-Ваальса:

$$T_{кр} = \frac{8}{27}\frac{a}{bR}\ , \tag{8.17}$$

$$p_{кр} = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2}\ , \tag{8.18}$$

$$V_{кр} = 3b. \tag{8.19}$$

12. Закон изменения давления p идеального газа с высотой h в однородном поле тяготения описывается барометрической формулой Лапласа

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}\ , \tag{8.20}$$

p_0 – атмосферное давление на высоте h=0, M – молярная масса газа.

13. Распределение Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}\ , \tag{8.21}$$

где n_0 – концентрация молекул при h=0; n – концентрация молекул на высоте h.

14. Средняя длина свободного пробега молекул

$$<\lambda> = \frac{<v>}{<z>} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \tag{8.22}$$

где $<v>$ – средняя арифметическая скорость, $<z>$ – число столкновений за единицу времени, d – эффективный диаметр молекулы.

15. Коэффициент теплопроводности газов:

$$K = \frac{1}{3} <\lambda><v> \rho\, c_V, \tag{8.23}$$

где $<\lambda>$ – средняя длина свободного пробега молекул, $<v>$ – средняя арифметическая скорость, ρ – плотность газа, c_V – удельная теплоёмкость при постоянном объёме.

16. Коэффициент диффузии:

$$D = \frac{1}{3} <\lambda><v>, \tag{8.24}$$

17. Коэффициент внутреннего трения:

$$\eta = \frac{1}{3} <\lambda><v> \rho. \tag{8.25}$$

8.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

8.2.1. Если физической системой является идеальный газ, то его состояние описывается уравнением состояния (8.1). Уравнение состояния можно применять к газам, взятым при условиях, не слишком отличающихся от нормальных (T=273 К, p=10^5 Па), а также к разреженным газам. Сильно сжатые газы, находящиеся при очень больших давлениях (свыше 10^7 Па) или при слишком низких температурах не подчиняются уравнению Менделеева – Клапейрона.

Задачи на расчёт параметров состояния идеальных газов можно разделить на две группы:

– задачи, в которых рассматривается два или несколько состояний газа, но масса газа при этом не изменяется. Для решения таких задач можно применять объединённый газовый закон или уравнения изопроцессов.

– задачи, в которых масса газа изменяется. В этом случае используют уравнение Менделеева – Клапейрона (8.1).

При решении задач на расчёт параметров рекомендуется придерживаться следующего **алгоритма**:

1. Выясните, какой газ участвует в том или ином процессе.
2. Сделайте, если это возможно, схематический чертёж и, отметив каждое состояние газа, укажите параметры p, V, T, характеризующие это состояние.
3. Проверьте, изменяется ли масса газа при изменении параметров. Если масса и химический состав не изменяются, то определите, какой из параметров состояния не меняется, и какому газовому закону подчиняются переменные параметры. Запишите соответствующее уравнение процесса. Особое внимание надо обратить на определение давления. Чтобы его найти часто приходится использовать закон Паскаля.
4. Если по условию задачи даны состояния с изменяющейся массой, то для каждого состояния запишите уравнение Менделеева – Клапейрона. Если дана смесь газов, то уравнение запишите для каждого компонента. Результирующее давление смеси определяется законом Дальтона (8.10).
5. Если в задаче рассматриваются газы, отделённые друг от друга перегородками или поршнями, то уравнения записывают для каждого газа в отдельности.
6. Запишите формулы для вспомогательных величин и решите полученную систему уравнений.

8.2.2. Если физической системой является реальный газ, то его состояние описывается уравнением Ван-дер-Ваальса (8.16). Обычно в условиях задачи оговаривают те случаи, когда газ надо рассматривать как реальный. Если же в условии задачи не указано, каким следует считать газ – идеальным или реальным, – то нужно рассчитать его молярный объём $V_{м}$, т.е. объём занимаемый одним молем газа. Это значение сравнивается с молярным объёмом, занимаемым любым газом при нормальных условиях: $V_{м\ норм}$=22,4·10^{-3} м^3. Если $V_{м} \geq V_{м\ норм}$, то газ можно считать идеальным, так как его плотность не превышает плотности газа при нормальных условиях. Если $V_{м} \leq V_{м\ норм}$, то газ нужно считать реальным, так как его плотность превышает плотность газа при нормальных условиях.

Если по условиям задачи нельзя рассчитать молярный объём $V_м$, то критерием оценки может служить давление газа. При давлении не превышающем нормальное атмосферное (p_0=1,01·10^5 Па) газ будет достаточно разреженным и его можно считать идеальным. Но при этом должно выполняться ещё одно условие: температура газа не должна быть намного ниже нормальной t_0=0°С.

Если давление газа будет значительно больше нормального атмосферного, то газ нужно считать реальным, так как его плотность будет высокой по сравнению с плотностью при нормальных условиях. Температура газа при этом не должна быть высокой по сравнения с t_0.

8.2.3. В статистической физике принимается, что определяемые экспериментально физические величины (макропараметры) могут быть найдены как средние значения, вычисленные по множеству допустимых микросостояний (микропараметров). Поэтому основным типом задач, решаемых в данном курсе статистическим методом, является нахождение средних значений различных физических величин.

Средней квадратичной скоростью пользуются в тех случаях, когда надо рассчитать какую-либо физическую величину, пропорциональную квадрату скорости, например, кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, давление газа.

Средняя арифметическая скорость позволяет определить средние значения величин, в формулу которых скорость входит в первой степени, например, среднее число столкновений молекулы в единицу времени, среднее время свободного пробега, средний импульс молекул.

Наиболее вероятной скоростью пользуются в задачах, связанных с применением закона распределения молекул по скоростям.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории и связанные с ним уравнения применяют только для идеальных газов.

Распределение Больцмана, характеризующее распределение концентрации n молекул или плотности ρ, а также барометрическую формулу Лапласа можно применять только к газам, находящимся в состоянии термодинамического равновесия, т.е. при T=const.

8.2.4. Физические условия, определяемые температурой 0°С (273 К) и давлением в одну физическую атмосферу (1,013·10^5 Па) считаются нормальными условиями.

8.2.5. Давление измеряют манометрами, барометрами, вакуумметрами, а также различными датчиками давления. Барометрами измеряют атмосферное давление.

Манометры используют для измерения давления выше атмосферного. Их обычно градуируют так, что они измеряют не полное давление газа в баллоне, а избыточное над атмосферным. Поэтому давление в баллоне, если оно измерено манометром, равно сумме атмосферного и того, что показывает манометр:

$$p = p_0 + p_м ,$$

где p_0 –атмосферное давление, $p_м$ – показание манометра.

Вакуумметры используют для измерения давлений ниже атмосферного. Их градуируют так, что они показывают разность между атмосферным давлением и давлением внутри баллона. Поэтому давление в баллоне, если оно измерено вакуумметром, равно разности атмосферного и того, что показывает вакуумметр:

$$p = p_0 - p_в ,$$

где p_0 – атмосферное давление, $p_в$ – показание вакуумметра.

8.3. Примеры решения задач

Пример 8.3.1. В баллоне находится газ при температуре 15°С. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 40% его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на 8°С?

Решение. Физической системой является газ, природа которого неизвестна. Пусть его молярная масса равна M. Газ выходит из баллона, значит, масса изменяется. Сделаем схематический рисунок, укажем для каждого состояния параметры (рис. 8.1). Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для каждого состояния газа:

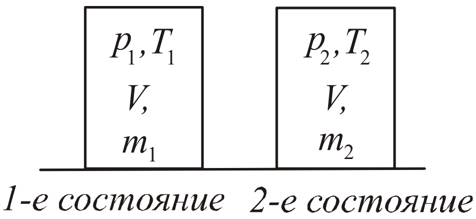


Рисунок 8.1

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} R T_1 \tag{1}$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2 \tag{2}$$

Запишем в виде формул дополнительные условия задачи:

$$\Delta m = m_1 - m_2 ; \qquad \Delta m = 0{,}4 m_1$$

где Δm – масса вышедшего газа.

Тогда:

$$m_2 = 0{,}6 m_1 . \tag{3}$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T . \tag{4}$$

где ΔT=8 К.

Уравнения (3) и (4) подставим в (1) и (2) и разделим их одно на другое:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1}{0{,}6 m_1} \cdot \frac{T_1}{(T_1 - \Delta T)} .$$

Произведём сокращение, получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{0{,}6(T_1 - \Delta T)}. \qquad (5)$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\frac{p_1}{p_2} = 1{,}71.$$

Пример 8.3.2. Пузырёк воздуха всплывает со дна водоёма. На глубине 6 м он имел объём 10 мм^3. Найти объём пузырька у поверхности воды, если температура воздуха в пузырьке не изменилась.

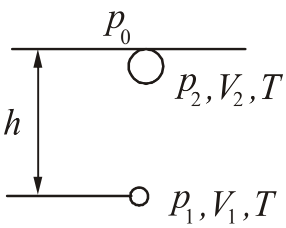


Рисунок 8.2

Решение. Физической системой является воздух, заключённый внутри пузырька. Считаем его идеальным газом. Состояние системы меняется. Выполним чертёж, укажем параметры каждого состояния (рис. 8.2).

Температура не изменяется, поэтому процесс является изотермическим. Масса воздуха в пузырьке не менялась, следовательно, можно применить закон Бойля – Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \qquad (1)$$

Внешнее давление на глубине h складывается из атмосферного давления и давления столба жидкости высотой h:

$$p_{\text{вн}_1} = p_0 + \rho g h,$$

где p_0 – атмосферное давление, ρ – плотность воды.

Это внешнее давление уравновешивается давлением воздуха на стенки пузырька, поэтому

$$p_1 = p_{\text{вн}_1} = p_0 + \rho g h. \qquad (2)$$

Внешнее давление у поверхности воды равно атмосферному, поэтому по аналогии запишем:

$$p_2 = p_{\text{вн}_2} = p_0. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в уравнение (1) и решим его относительно объёма V_2:

$$V_2 = \frac{(p_0 + \rho g h) V_1}{p_0}. \qquad (4)$$

Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$V_2 = 16 \text{ мм}^3.$$

Пример 8.3.3. В колбе объёмом V=240 см^3 находится газ при температуре 290 К и давлении p=50 кПа. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

Решение. Физической системой является газ неизвестной природы, который будем считать идеальным. Состояние газа не изменяется. Запишем для него уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$pV = \nu RT\,. \tag{1}$$

Найдем количество вещества ν:

$$\nu = \frac{pV}{RT}\,. \tag{2}$$

R – молярная газовая постоянная.

Число молекул, содержащихся в количестве вещества ν, определим из соотношения:

$$N = \nu N_A\,, \tag{3}$$

где N_A – число Авогадро.
Подставив численные значения величин в формулы (2) и (3), получим

$$\nu = 0{,}005 \text{ моль}, \qquad N = 3\cdot 10^{21}\,.$$

Пример 8.3.4. В сосуде находится 16 г кислорода и 12 г гелия при температуре 100°С и давлении 10^6 Па. Найти объём сосуда и плотность смеси.

Решение. Физической системой является смесь газов, которые будем считать идеальными. Воспользуемся законом Дальтона:

$$p = p_1 + p_2\,, \tag{1}$$

где p_1 и p_2 – парциальные давления кислорода и гелия.
Выразим парциальные давления из уравнения Менделеева – Клапейрона:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_2}\cdot\frac{RT}{V}\,, \tag{2}$$

$$p_2 = \frac{m_2}{M_2}\cdot\frac{RT}{V}\,. \tag{3}$$

Подставим (2) и (3) в формулу (1). Получим:

$$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right). \tag{4}$$

Выразим объём:

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right). \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$V = 1{,}08 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3.$$

Плотность равна отношению массы к объёму:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{6}$$

Учитывая, что $m = m_1 + m_2$, а объём V найден, получим

$$\rho = 2{,}59\,\text{кг/м}^3.$$

Пример 8.3.5. Колба объёмом V=4 л содержит некоторый газ массой m=0,6 г под давлением p=200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

Решение. Физической системой является газ, который будем считать идеальным. Средняя квадратичная скорость молекул

$$< v_{\text{кв}} > = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \tag{1}$$

где T – термодинамическая температура, M – молярная масса, R – молярная газовая постоянная.

Состояние газа не изменяется. Запишем для него уравнение Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT. \tag{2}$$

Из уравнения (2) найдём отношение $\frac{RT}{M}$:

$$\frac{RT}{M} = \frac{pV}{m}. \tag{3}$$

Выражение (3) подставим в (1), получим:

$$< v_{\text{кв}} > = \sqrt{\frac{3pV}{m}}. \tag{4}$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$< v_{\text{кв}} > = 2 \cdot 10^3\,\text{м/с}.$$

Пример 8.3.6. Средняя длина свободного пробега $< \lambda >$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость молекул и число $<z>$ соударений, которое испытывает молекула за 1 с.

Решение. Физической системой является газ, находящийся при нормальных условиях. Будем считать его идеальным. Природа газа известна – CO_2. Определяем его молярную массу:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль)}.$$

Относительная молярная масса находится с использованием таблицы Менделеева: $M_r = 12 + 2 \cdot 16 = 44$. Тогда $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Средняя арифметическая скорость определяется по формуле:

$$< v > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \qquad (1)$$

Среднее число $<z>$ соударений молекулы за 1 с равно отношению средней арифметической скорости $< v >$ к средней длине свободного пробега $< \lambda >$:

$$< z > = \frac{< v >}{< \lambda >}. \qquad (2)$$

Подставив числовые значения величин в формулы (1) и (2), получим

$$< v > = 362 \text{ м/с}, \quad < z > = 9{,}1 \cdot 10^9 \text{ 1/с}.$$

<u>Обратите внимание!</u> Нормальным условиям соответствует температура T=273 К и давление в одну физическую атмосферу $p_0 \approx 10^5$ Па.

Пример 8.3.7. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу m=10^{-18} г. Во сколько раз уменьшается их концентрация при увеличении высоты с h_1=10 м до h_2=20 м? Температура воздуха T=300 К.

Решение. Физическая система состоит из пылинок, взвешенных в воздухе. При равновесном распределении пылинок их концентрация зависит только от координаты z направленной вертикально. В этом случае распределение пылинок описывается формулой Больцмана:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}, \qquad (1)$$

где n_0 – концентрация пылинок на высоте h=0,

k – постоянная Больцмана.

Запишем уравнение (1) для высоты h_1 и h_2:

$$n_1 = n_0 e^{-\frac{mgh_1}{kT}}, \qquad (2)$$

$$n_2 = n_0 e^{-\frac{mgh_2}{kT}}. \qquad (3)$$

Разделим уравнение (2) на уравнение (3), получим:

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{\frac{mg}{kT}(h_2 - h_1)}. \qquad (4)$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{24} = 3{,}1 \cdot 10^{10}.$$

Пример 8.3.8. Определить давление 320 г кислорода, находящегося при температуре 27°С в сосуде, объём которого равен: 1) 1 м^3; 2) 0,5 л.

Решение. Прежде всего, выясним, каким следует считать газ – идеальным или реальным. Для этого рассчитаем молярный объём газа:

$$V_{\text{м}} = \frac{\mathrm{V}}{\nu}, \qquad (1)$$

где ν – число молей.

$$\nu = \frac{m}{M}, \qquad (2)$$

где m – масса газа, M – молярная масса.
Тогда

$$V_{\text{м}} = \frac{VM}{m}. \qquad (3)$$

Молярная масса кислорода M=0,032 кг/моль. Подставив численные значения в формулу (3), получим:

$$V_{\text{м }1} = 0{,}1 \text{ м}^3, \quad V_{\text{м }2} = 5{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

1) $V_{\text{м}1}$ больше молярного объёма газа при нормальных условиях ($V_{\text{м норм}}$=22,4·10^{-3} м^3). Это означает, что кислород разрежен и его можно считать идеальным газом. Запишем уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \qquad (4)$$

где R – молярная газовая постоянная.
Из (4) найдём давление:

$$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V}. \qquad (5)$$

Подставив численные значения в формулу (5), получим: p=2,5·10^4 Па.

2) $V_{\text{м }2}$ намного меньше молярного объёма газа при нормальных условиях ($V_{\text{м норм}}$=22,4·10^{-3} м^3). Это означает, что плотность кислорода намного больше плотности газа при нормальных условиях, поэтому его надо считать реальным газом. Запишем уравнение Ван-дер-Ваальса и выразим из него давление.

$$\left(p+\frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{m}{M}b\right)=\frac{m}{M}RT\,, \qquad (6)$$

$$p=\frac{mRT}{M\left(V-\frac{m}{M}b\right)}-\frac{m^2}{M^2}\cdot\frac{a}{V^2}\,. \qquad (7)$$

Поправки Ван-дер-Ваальса для кислорода возьмём из таблицы 3.9 «Справочных материалов»: a=0,136 Н·м^4/моль^2, b=3,17·10^{-5}м^3/моль.

Подставив численные значения в формулу (7), получим: p=1,4·10^8 Па.

Обратите внимание! Если бы мы во втором случае приняли кислород за идеальный газ, то, проведя расчёты по формуле (5), получили бы следующий результат: p=0,5·10^8 Па. Это значение почти в 3 раза отличается от значения, рассчитанного по формуле (7).

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Что называется макросистемой?
2. Какие методы применяют для описания процессов, происходящих в макросистемах?
3. Назовите основные характеристики атомов и молекул.
4. Назовите основные параметры состояния макросистем.
5. Какой газ называется идеальным? При каких условиях газ можно считать идеальным?
6. Запишите уравнение состояния идеального газа.
7. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов.
8. Запишите уравнение, связывающее термодинамическую температуру и среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул.
9. Запишите формулы для расчёта наиболее вероятной, средней арифметической и средней квадратичной скорости молекул газа.
10. Запишите барометрическую формулу Лапласа.
11. Запишите формулу, описывающую распределение Больцмана.
12. Какой процесс называется изотермическим, изохорным, изобарным? Запишите законы, которым подчиняются эти изопроцессы.
13. Какой процесс называется адиабатным? Запишите уравнение Пуассона для адиабатного процесса.

8.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

8.1. В колбе объёмом V=0,3 м^3 находится газ при температуре t=20°С и давлении p=9,97·10^4 Па. Определить, сколько молей и сколько молекул газа содержится в колбе.

8.2. В сосуде объёмом 4 л находится 1 г водорода. Найти концентрацию молекул в сосуде.

8.3. Какое количество вещества содержится в газе, если при давлении 200 кПа и температуре 240 К его объём равен 40 л?

8.4. Определить концентрацию молекул идеального газа при температуре t=27°С и давлении p=1,5·10^5 Па.

8.5. Какой объём занимает кислород массой 2 г при давлении 100 кПа и температуре 20°С?

8.6. Каким должен быть наименьший объём баллона, вмещающего 6,4 кг кислорода, если его стенки при 20°С выдерживают давление 15,7 МПа?

8.7. Каково давление сжатого воздуха, находящегося в баллоне объёмом 20 л при 12°С, если масса этого воздуха 2 кг?

8.8. Газ сжимают при постоянной температуре. При этом его объём уменьшился от 8 дм^3 до 5 дм^3, а давление повысилось на 60 кПа. Найти первоначальное давление.

8.9. При увеличении термодинамической температуры в 1,4 раза объём газа увеличился на 40 см^3. Найти первоначальный объём, если процесс происходил при постоянном давлении.

8.10. При температуре 27°С давление газа в закрытом сосуде было 75 кПа. Каким будет давление при температуре −13°С?

8.11. В баллоне содержится газ при температуре 100°С. До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

8.12. Некоторый газ при температуре 10°С и давлении 200 кПа имеет плотность 0,34 кг/м^3. Найти молярную массу газа.

8.13. Определить среднюю арифметическую $\langle v \rangle$ и наиболее вероятную $v_в$ скорости молекул водорода при температуре t=127°С.

8.14. Найти среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$ молекул азота при температуре t=27°С.

Средний уровень

8.15. Найти плотность водорода при температуре t=15°С и давлении p=9,5 МПа.

8.16. Сколько молекул воздуха выходит из комнаты объёмом 120 м^3 при повышении температуры от 15°С до 25°С? Атмосферное давление 10^5 Па.

8.17. Определить начальную и конечную температуры идеального газа, если при изобарном охлаждении на 290 К его объём уменьшился вдвое.

8.18. Сосуд, содержащий газ под давлением $1{,}4\cdot10^5$ Па, соединили с пустым сосудом объёмом 6 л. После этого в обоих сосудах установилось давление 10^5 Па. Найти объём первого сосуда, если температура всё время оставалась постоянной.

8.19. Идеальный газ, совершает цикл, изображённый на рис. 8.19. Из каких процессов состоит цикл? Постройте этот цикл в координатах (p,V).

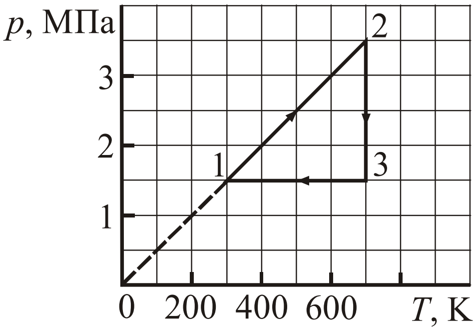


Рисунок 8.19

8.20. В баллоне объёмом 5 л содержится кислород массой 20 г. Определить концентрацию молекул в баллоне.

8.21. Газ при температуре 36°C и давлении 0,7 МПа имеет плотность 12 кг/м^3. Определить молярную массу газа.

8.22. Колба объёмом 4 дм^3 содержит некоторый газ массой 0,6 г под давлением 200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

8.23. Найти среднюю длину свободного пробега молекул водорода при давлении p=0,1 Па и температуре T=100 К.

8.24. В сосуде находится углекислый газ, плотность которого 1,7 кг/м^3. Средняя длина свободного пробега молекул 52 нм. Найти эффективный диаметр молекул углекислого газа.

8.25. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул азота при температуре 27°C и давлении 50 кПа.

8.26. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега молекул равна 16 нм.

8.27. Найти коэффициент теплопроводности воздуха при давлении 100 кПа и температуре 10°C. Эффективный диаметр молекул воздуха считать равным 0,36 нм.

8.28. Найти коэффициент вязкости кислорода при нормальных условиях.

Достаточный уровень

8.29. Найти молярную массу M смеси кислорода массой m_1=25 г и азота массой m_2=75 г.

8.30. Какой объём занимает смесь, состоящая из 0,28 кг азота и 0,04 кг гелия при температуре t=–13°C и давлении $p=9{,}8\cdot10^4$ Па?

8.31. В баллоне находится газ при температуре t_1=40°C и давлении $p_1=1{,}6\cdot10^7$ Па. Определить давление p_2 в баллоне после того, как 30% массы газа было использовано, а температура стала t_2=7°C.

8.32. Предельно допустимая концентрация молекул паров ртути в воздухе равна $3\cdot10^{16}$ м$^{-3}$. Найти, при какой массе вещества в одном кубическом метре воздуха появляется опасность отравления.

8.33. Каково давление газа, если его плотность 1,35 кг/м^3, а средняя квадратичная скорость молекул 500 м/с?

8.34. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях равна $<v_{кв}>$=450 м/с. Сколько молекул содержится в массе m=1 г этого газа?

8.35. Воздух нагрели на ΔT=3 К, при этом его объём увеличился на 1% от первоначального. Какова была начальная температура, если в процессе нагревания давление не изменялось?

8.36. Манометр на автомобильной камере при температуре t_1=–13°С показывает давление p=0,160 МПа (избыточное над атмосферным). Каким стало давление, если в результате длительного движения автомобиля воздух в камере нагрелся до 37°С?

8.37. Манометр на баллоне с газом в помещении с температурой t_1=17°С показывает давление p=0,24 МПа (избыточное над атмосферным). На улице показание манометра уменьшилось на Δp=0,04 МПа. Найти температуру воздуха на улице, если атмосферное давление p_0=0,1 МПа.

8.38. На какой высоте давление воздуха уменьшается в 5 раз? Температуру воздуха t считать постоянной и равной 17°С.

8.39. На какой высоте плотность воздуха составляет 25% от его плотности на уровне моря? Температуру воздуха t считать постоянной и равной 0°С.

8.40. Считая воздух идеальным газом, рассчитать на какой высоте над поверхностью Земли концентрация молекул кислорода в e раз меньше, чем у поверхности Земли. Температуру считать постоянной и равной t=15°С. e – основание натуральных логарифмов.

8.41. Найти плотность воздуха на высоте 4 км от поверхности Земли. Температуру воздуха t считать постоянной и равной 0°С. Давление воздуха у поверхности Земли p_0=100 кПа.

8.42. Найти среднее число столкновений, испытываемых в течение t=1 с молекулой кислорода при нормальных условиях.

8.43. Площадь поперечного сечения медного стержня S=10 см^2, длина стержня l=50 см. Разность температур на концах стержня ΔT=15 К. Какое количество тепла проходит в единицу времени через сечение стержня? Потерями тепла через боковую поверхность пренебречь.

8.44. Какое количество тепла теряет за 1 мин комната размером 4х5 м^2 и высотой 3 м через четыре кирпичные стены? Температура в комнате t_1=15°С, температура наружного воздуха t_2=–20°С. Толщина стен 50 см. Теплопроводность кирпича 0,84 Вт/(м·К). Потерями тепла через пол и потолок пренебречь.

8.45. Два одинаковых стальных моста должны быть построены один на севере, другой на юге. Каковы должны быть при 0°С зазоры, компенсирующие удлинение моста при изменении температуры, если на юге возможны колебания от –10 до +50°С, а на севере от –50 до +20°С? При 0°С длина моста l_0=100 м. Коэффициент линейного расширения стали $1\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

8.46. Какую температуру имеет кислород массой m=3,5 г, если он занимает объём V=90 см^3 при давлении в p=28 атм? Газ рассматривать как: 1) идеальный; 2) реальный.

8.47. В сосуде объёмом V=0,3 л находится углекислый газ, содержащий количество вещества ν=1 моль при температуре T=300 К. Определить давление газа, считая его: 1) идеальным; 2) реальным.

8.48. Вычислить поправки a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса для азота, если известны его критические параметры: температура $T_{кр}$=126 К, давление $p_{кр}$=3,39 МПа.

§9 Термодинамика

9.1 Основные теоретические сведения

Характеристиками процессов теплопередачи и совершения работы являются количество тепла Q и работа A. Теплопередача происходит в результате взаимодействия атомов или молекул, т.е. на микроуровне. Работа совершается в результате взаимодействия макротел, т.е. на макроуровне.

1. *Первое начало термодинамики*: Количество тепла, сообщённое системе, идёт на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.

$$Q = \Delta U + A. \tag{9.1}$$

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A. \tag{9.2}$$

2. Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_{\text{v}}T, \tag{9.3}$$

где i – число степеней свободы молекулы, C_{v} – молярная теплоёмкость при постоянном объёме.
Для одноатомной молекулы с жёсткой связью i=3, для двухатомной i=5. Если число атомов в молекуле три и больше трёх, то число степеней свободы i=6.

3. Работа расширения газа в общем случае:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \tag{9.4}$$

При изобарном процессе: $$A = p(V_2 - V_1), \tag{9.5}$$

при изотермическом процессе: $$A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}, \tag{9.6}$$

при адиабатном процессе: $$A = -\Delta U = -\frac{m}{M}C_{\text{V}}\Delta T, \tag{9.7}$$

или

$$A = \frac{m}{M}\cdot\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right], \tag{9.8}$$

где $\gamma = \frac{C_P}{C_{\text{V}}}$ – показатель адиабаты.

4. Молярные теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме (C_V) и постоянном давлении (C_P)

$$C_V = \frac{i}{2}R, \tag{9.9}$$

$$C_P = \frac{i+2}{2}R. \tag{9.10}$$

Связь между удельной c и молярной C теплоёмкостями

$$c = \frac{C}{M}. \tag{9.11}$$

Уравнение Майера:

$$C_P - C_V = R. \tag{9.12}$$

5. Уравнение Пуассона, связывающее параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^{\gamma} = \text{const}.$$

Для двух состояний:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}. \tag{9.13}$$

Уравнение (9.13) можно записать следующим образом:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

6. Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \tag{9.14}$$

при этом

$$Q_1 - Q_2 = A, \tag{9.15}$$

где Q_1 – количество тепла, полученное от нагревателя;
Q_2 – количество тепла, переданное холодильнику;
A – работа, совершаемая тепловой машиной за один цикл.

Кпд цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{9.16}$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

7. *Второе начало термодинамики*: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не уменьшается – она возрастает при необратимых процессах и остается постоянной в случае обратимых процессов, т.е.

$$\Delta S \geq 0 . \qquad (9.17)$$

Изменение энтропии системы в любом обратимом процессе, переводящем его из равновесное состояния 1 в равновесное состояние 2:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{обр}}}{T} . \qquad (9.18)$$

9.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

9.2.1. Прежде всего, надо выяснить характер процесса, протекающего в газе, если он не указан в условии задачи. Для изобарного процесса выполняется условие $p = \text{const}$, для изохорного – $V = \text{const}$, для изотермического $-T = \text{const}$, для адиабатного – $Q = 0$.

Для осуществления изотермического процесса необходимо медленное протекание процесса. Близкими к адиабатному процессу являются быстро протекающие процессы, так как количество тепла, которым обменивается тело с внешней средой, будет тем меньше, чем быстрее протекает процесс.

9.2.2. Основная задача термодинамики равновесных процессов заключается в нахождении всех макросостояний физической системы. Если начальное и конечное состояния системы известны, то можно найти изменение её внутренней энергии. Для идеального газа в этом случае используют формулу (9.3).

Если известен процесс, то можно найти работу, совершённую системой, рассчитать количество тепла, полученное или отданное системой, используя формулы (9.4) – (9.8), а также первое начало термодинамики – формулы (9.1), (9.2).

9.2.3. При расчёте изменения энтропии по формуле (9.18) надо помнить, что δQ означает количество тепла, полученное телом. Если тело отдает тепло, то δQ пишут со знаком минус. Если переход из начального состояния в конечное осуществляется несколькими процессами, то приведённое количество тепла равно их алгебраической сумме в каждом процессе. Формулу (9.18) можно применять только к обратимым процессам.

9.3. Примеры решения задач

Пример 9.3.1. Идеальный газ переходит из состояния 1 в состояние 2 (рис. 9.1): а) по участку 1А2; б) по участку 1BCD2. Укажите характер процесса на каждом участке. В каком случае газ совершает большую работу и во сколько раз?

Решение. Рассмотрим участок 1А2. Он состоит из двух процессов. Переход 1А соответствует изохорному процессу, так как объём постоянный, переход А2 –

изобарному, так как давление постоянно. При изохорном процессе работа равна нулю, так как объём остается постоянным: $A_{1A}=0$. Следовательно, работа при переходе газа из состояния 1 в состояние 2 по участку 1A2 будет равна работе на участке A2. Работа при изобарном процессе численно равно площади, ограниченной графиком процесса и ординатами объёма. Из графика определяем: p=1 МПа=10^6 Па, V_1=10 л =$10\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=40 л =$40\cdot10^{-3}$ м^3.

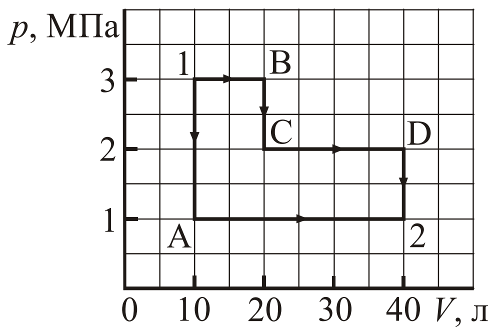


Рисунок 9.1

Рассчитаем работу:

$$A_{1A2}=10^6(40-10)\cdot10^{-3}=30\cdot10^3 \text{Дж}.$$

Рассмотрим участок 1BCD2. Он состоит из четырёх процессов. Переходы 1B и CD соответствуют изобарным процессам, так они происходят при постоянных давлениях. Переходы BC и D2 соответствуют изохорным процессам, так они происходят при постоянных объёмах. Следовательно, работа при переходе газа из состояния 1 в состояние 2 по участку 1BCD2 будет равна сумме работ на участках 1B и CD. Из графика определяем: на участке 1B: p=3 МПа=$3\cdot10^6$ Па, V_1=10 л =$10\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=20 л =$20\cdot10^{-3}$ м^3.

Рассчитаем работу на участке 1B:

$$A_{1B}=3\cdot10^6(20-10)\cdot10^{-3}=30\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

Из графика определяем: на участке CD p=2 МПа=$2\cdot10^6$ Па, V_1=20 л =$20\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=40 л=$40\cdot10^{-3}$ м^3.

Рассчитаем работу на участке CD:

$$A_{CD}=2\cdot10^6(40-20)\cdot10^{-3}=40\cdot10^3 \text{Дж}.$$

Работа на участке 1BCD2:

$$A_{1BCD2}=(30+40)\cdot10^3=70\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

Найдём отношение работ:

$$\frac{A_{1BCD2}}{A_{1A2}}=\frac{70\cdot10^3}{30\cdot10^3}=2{,}33.$$

Пример 9.3.2. Некоторая масса кислорода занимает объём V_1=3 л при температуре t_1=27°C и давлении p_1=820 кПа (рис. 9.2). В состоянии B газ имеет параметры V_2=4,5 л и p_2=600 кПа. Найти количество тепла Q, полученное газом, работу A, совершённую газом при расширении, и изменение ΔU внутренней энергии газа, если он переходит из состояния A в состояние B: а) по участку ACB; б) по участку ADB.

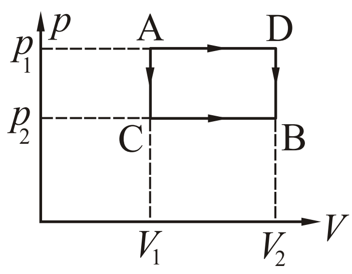


Рисунок 9.2

Решение. а) Рассмотрим переход по участку ACB. Этот переход состоит из двух процессов: участок AC – изохорный процесс при V_1=const, участок CB – изобарный процесс при p_2=const. На участке AC объём не изменяется, поэтому работа по расширению газа равна нулю. Следовательно, работа, совершаемая газом на участке ACB, будет равна работе, совершаемой на участке CB. Процесс изобарный, поэтому

$$A = p_2(V_2 - V_1)\,. \tag{1}$$

Внутренняя энергия является функцией состояния. Это означает, что её изменение не зависит от того, как осуществлялся переход, а будет определяться только значениями температуры в начальном и конечном состояниях. Обозначим температуру конечного состояния (состояния B) через T_2. Тогда

$$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}\left(\frac{m}{M}RT_2 - \frac{m}{M}RT_1\right), \tag{2}$$

где i – число степеней свободы. Кислород – двухатомный газ, поэтому i=5.

Для состояний A и B запишем уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1, \tag{3}$$

$$p_2V_2 = \frac{m}{M}RT_2\,. \tag{4}$$

Сделаем замену в (2) с учётом уравнений (3) и (4), получим:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right). \tag{5}$$

Количество тепла, полученное газом, рассчитывается по первому началу термодинамики:

$$Q = \Delta U + A\,. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулы (1), (2), (6) получим:

$$A = 900\ \text{Дж},\ \ \Delta U = 600\ \text{Дж},\ \ Q = 1500\ \text{Дж}.$$

б) Рассмотрим переход по участку ADB. Он тоже состоит из двух процессов: AD – изобарный процесс при p_1=const, DB – изохорный процесс при V_2=const. Работа на участке DB равна нулю, так как объём не изменяется. Следовательно,

$$A = p_1\left(V_2 - V_1\right). \tag{7}$$

Изменение внутренней энергии найдено в предыдущем пункте.

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$A = 1230\text{Дж},\ \ \Delta U = 600\ \text{Дж},\ \ Q = 1830\ \text{Дж}.$$

Пример 9.3.3. Двухтомный газ занимает объём V_1=0,5 л при давлении p_1=50 кПа. Газ сжимается адиабатно до некоторого объёма V_2 и давления p_2. Затем он охлаждается при V_2=const до первоначальной температуры, причём его давление становится равным p_0=100 кПа. Начертить график процесса. Найти объём V_2 и давление p_2.

Решение. Начертим график процесса в координатах pV (рис. 9.3). Участок 1-2 – адиабатный процесс, участок 2-3 – изохорный процесс. Отметим на графике параметры состояний 1, 2, 3.

По условию в состояниях 3 и 1 температура одинакова, это значит, что они находятся на одной изотерме. Параметры этих состояний связаны уравнением Бойля – Мариотта:

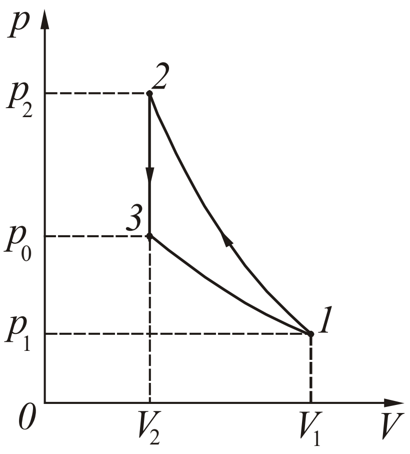


Рисунок 9.3

$$p_1V_1 = p_0V_2. \tag{1}$$

Найдём объём V_2:

$$V_2 = \frac{p_1V_1}{p_0}. \tag{2}$$

Процесс 1-2 описывается уравнением Пуассона для адиабатного процесса:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma, \tag{3}$$

где γ – показатель адиабаты.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}, \tag{4}$$

где $C_P = \frac{i+2}{2}R$ – молярная теплоёмкость при постоянном давлении;

$C_v = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоёмкость при постоянном объёме.

Тогда:

$$\gamma = \frac{(i+2)R}{2}\cdot\frac{2}{iR} = \frac{(i+2)}{i}, \tag{5}$$

где i – число степеней свободы, i=5, так как газ двухатомный.

Из уравнения (3) найдём давление p_2:

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулы (2), (5), (6), получим:

$$V_2 = 0{,}25\cdot10^{-3}\text{м}^3,\ \ \gamma = 1{,}4,\ \ p_2 = 1{,}32\ \text{кПа}.$$

Пример 9.3.4. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу A=73,5 кДж. Температура нагревателя t_1=100°C, температура холодильника t_2=0°C. Найти кпд цикла, количество тепла Q_1, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество тепла Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику.

Решение. Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \tag{1}$$

где Q_1 – количество тепла, полученное рабочим телом от нагревателя;

Q_2 – количество тепла, отданное рабочим телом холодильнику.

Кпд идеального цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{2}$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

Разность $Q_1 - Q_2$ дает работу, совершаемую рабочим телом:

$$Q_1 - Q_2 = A. \tag{3}$$

С учетом (3) формулу (1) перепишем в виде:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \tag{4}$$

Отсюда:

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулы (2) и (5), получим

$$\eta = 0{,}27, \quad Q_1 = 272 \text{ кДж.}$$

Из уравнения (3) найдём Q_2:

$$Q_2 = Q_1 - A. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$Q_2 = 198{,}5 \text{ кДж.}$$

Пример 9.3.5. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, совершает цикл, изображенный на рис. 9.4. Найти кпд тепловой машины.

Решение. Коэффициент полезного действия тепловой машины определяется соотношением:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%, \tag{1}$$

где A – работа, совершаемая за цикл,

Q_1 – количество тепла, полученное от нагревателя за цикл.

Работа цикла равна площади, ограниченной графиками процесса. В нашей задаче – это прямоугольный треугольник с основанием $\left(4V_0 - V_0\right)$ и высотой $(2p_0 - p_0)$. Следовательно,

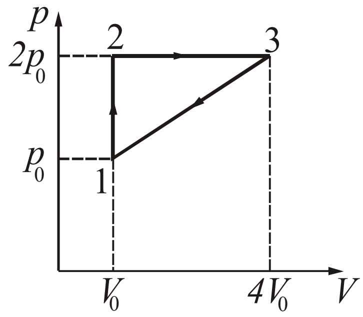


Рисунок 9.4

$$A = \frac{1}{2} 3V_0\, p_0 = 1{,}5\, p_0 V_0 . \tag{2}$$

Найдём Q_1, используя первое начало термодинамики:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = A_{12} + A_{23} + \Delta U , \tag{3}$$

где A_{12} – работа на участке 1-2,

A_{23} – работа на участке 2-3,

ΔU – изменение внутренней энергии на участке 1-2-3.

$$A_{12} = 0, \tag{4}$$

так как процесс 1-2 является изохорным (V=const).

$$A_{23} = 2p_0(4V_0 - V_0) = 6p_0V_0, \tag{5}$$

так как процесс 2-3 является изобарным (p=const).

Изменение внутренней энергии ΔU на участке 1-2-3 будет определяться начальными и конечными значениями температур, т.е. значениями температур T_1 и T_3 в точках 1 и 3.

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\left(T_3 - T_1\right), \tag{6}$$

где i – число степеней свободы. i=3, так как газ одноатомный.

Выразим ΔU через параметры p_0 и V_0. Для этого запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для состояний 1 и 3:

$$p_0V_0 = \frac{m}{M} RT_1, \tag{7}$$

$$2p_0 \cdot 4V_0 = \frac{m}{M} RT_3 . \tag{8}$$

Вычтем из уравнения (8) уравнение (7), получим:

$$7p_0V_0 = \frac{m}{M} R(T_3 - T_1) . \tag{9}$$

Сравнив (6) и (9), запишем:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 7 p_0 V_0 = 10{,}5 p_0 V_0 . \tag{10}$$

Подставим (5) и (10) в уравнение (3), получим:

$$Q_1 = 6 p_0 V_0 + 10{,}5 p_0 V_0 = 16.5 p_0 V_0 . \tag{11}$$

Найдём кпд цикла, сделав подстановку в уравнение (1):

$$\eta = \frac{1{,}5 p_0 V_0}{16{,}5 p_0 V_0} \cdot 100\% = 9{,}1\% .$$

Пример 9.3.6. Найти изменение энтропии ΔS при превращении массы m=1 г воды, находящейся при температуре t=0°C в пар ($t_п$=100°C).

Решение. Процесс превращения воды в пар состоит из двух процессов: 1) нагревание воды от 0°C до 100°C; 2) процесс парообразования, то есть переход из жидкого состояния в газообразное. Изменение энтропии будет равно алгебраической сумме изменений энтропии в указанных процессах.

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q_1}{T} + \int_{\text{жидкое}}^{\text{газообр}} \frac{\partial Q_2}{T_2} . \tag{1}$$

Количество тепла, необходимое для нагревания воды:

$$\delta Q_1 = c\, m\, dT , \tag{2}$$

где c – удельная теплоёмкость воды.

Количество тепла, необходимое для парообразования:

$$\delta Q_2 = r dm , \tag{3}$$

где r – удельная теплота парообразования.

Сделаем замену в уравнении (1) и проинтегрируем:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c\, m\, dT}{T} + \frac{rm}{T_2} = c\, m \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{r\, m}{T_2} , \tag{4}$$

так как в процессе парообразования температура T_2 не изменяется.
Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\Delta S = 7{,}48 \text{ Дж/К}.$$

Обратите внимание! Удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования $r = 22{,}6 \cdot 10^5$ Дж/кг.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Что называется термодинамической системой?
2. Какой процесс называется равновесным? неравновесным?
3. Какой процесс называется обратимым? необратимым?
4. Запишите выражение для работы, совершаемой системой при изменении объёма.
5. Что называется числом степеней свободы? Чему равно число степеней свободы для одноатомной, двухатомной и многоатомной молекулы?
6. Сформулируйте закон равнораспределения энергии по степеням свободы.
7. Дайте определение внутренней энергии. Из чего складывается внутренняя энергия идеального газа? Запишите формулу для расчёта внутренней энергии идеального газа.
8. Что называется количеством тепла? Дайте определение теплоёмкости тела, молярной теплоёмкости, удельной теплоёмкости. Запишите формулы для расчёта молярной теплоёмкости идеального газа в изохорном и изобарном процессе.
9. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики.
10. Как рассчитывается работа идеального газа при изотермическом, изобарном и адиабатном процессах?
11. Какой цикл называется циклом Карно? Как рассчитывается кпд цикла Карно?
12. Как рассчитывается изменение энтропии в случае обратимых процессов?

9.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

9.1. Вычислить удельные и молярные теплоёмкости гелия, водорода и углекислого газа.

9.2. Один кмоль водяного пара находится при температуре t=300°С. Найти: а) среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы; б) полную среднюю кинетическую энергию этой молекулы; в) кинетическую энергию всех молекул пара.

9.3. На сколько изменяется внутренняя энергия кислорода массой 200 г при увеличении температуры на 20°С?

9.4. Какова внутренняя энергия гелия, заполняющего аэростат объёмом 60 м^3 при давлении 100 кПа?

9.5. Некоторый газ занимал объём 20 дм^3. Каким стал объём газа, если при изобарном расширении была совершена работа 496 Дж. Давление газа 80 кПа.

9.6. При расширении газа в цилиндре с поперечным сечением 100 см^2 газу передали 75 кДж тепла. Давление при этом оставалось постоянным и равным 15 МПа. Как и на сколько изменилась внутренняя энергия газа, если поршень передвинулся на расстояние 40 см?

9.7. Идеальный одноатомный газ в количестве 4 молей получает некоторое количество тепла. При этом температура газа повышается на 20°С. Работа, совершаемая газом в этом процессе, равна 1 кДж. Определить полученное количество тепла.

9.8. Идеальному двухатомному газу передали 4 кДж тепла. При этом температура газа повышается на 25°С. Работа, совершаемая газом в этом процессе, равна 1 кДж. Определить количество вещества.

9.9. Температура нагревателя идеальной тепловой машины 117°С, а холодильника 27°С. Количество тепла, получаемое машиной за один цикл, равно 60 кДж. Вычислить кпд машины и количество тепла, отдаваемое холодильнику за один цикл.

9.10. Кпд идеального теплового двигателя 40%. Газ получил от нагревателя 5 кДж тепла. Какое количество тепла отдано холодильнику?

Средний уровень

9.11. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы кислорода, если кислород находится под давлением $3\cdot10^5$ Па и имеет плотность 2 кг/м^3.

9.12. Метан, занимающий объём V=10^{-2} м^3 и находящийся под давлением p=15$\cdot$10^5 Па, был нагрет от 10°С до 27°С при постоянном давлении. Определить работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

9.13. Чему равна внутренняя энергия двухатомного газа, заключённого в сосуд объёмом V=2 м^3 и находящегося под давлением p=6$\cdot$10^5 Па?

9.14. При сжатии кислорода массой m=0,5 кг при постоянном давлении была выполнена работа A=600 Дж. Как и на сколько изменилась температура газа?

9.15. Какая работа совершается при изотермическом сжатии воздуха массой m=0,50 кг, взятого при температуре t=17°С, если объём газа уменьшается в 5 раз?

9.16. Сколько тепла поглощается при изотермическом расширении газа, находящегося под давлением $p_1=10^5$ Па, от объёма $V_1=10^{-2}$ м^3 до объёма $V_2=1{,}5\cdot10^{-2}$ м^3?

9.17. 1 кмоль двухатомного газа сжимают адиабатно. При этом была совершена работа 46 кДж. На сколько увеличилась температура газа при сжатии?

9.18. Температура воздуха в комнате объёмом 70 м^3 была 7°С. После того, как включили обогреватель, температура поднялась до 23°С. Найти работу воздуха при расширении, если давление постоянно и равно 100 кПа.

9.19. Переход газа из состояния 1 в состояние 2 описывается графиком, представленным на рис. 9.19. Масса газа не меняется. Определить работу, совершаемую газом. Как изменилась температура газа?

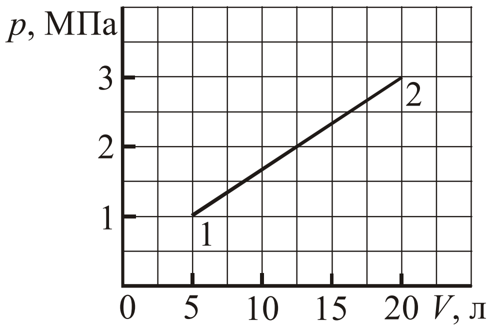


Рисунок 9.19

9.20. При изохорном нагревании кислорода объёмом V=50 л давление изменилось от p_1=0,8 МПа до p_2=1,3 МПа. Найти количество тепла, сообщённое газу.

9.21. Кислород объёмом V_1=7,5 л адиабатно сжимают до объёма V_2=1,0 л, причём в конце сжатия установилось давление p_2=1,6 МПа. Под каким давлением находился газ до сжатия?

9.22. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя 2500 Дж тепла. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 300 К. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество тепла, отдаваемое холодильнику за один цикл.

9.23. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Определить кпд цикла, если известно, что за один цикл была произведена работа, равная $3\cdot10^4$ Дж, а холодильнику было передано $13\cdot10^4$ Дж тепла.

9.24. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $7{,}35\cdot10^4$ Дж. Температура нагревателя 100°С, температура холодильника 0°С. Найти: а) кпд машины; б) количество тепла, получаемого машиной за один цикл от нагревателя; в) количество тепла, отдаваемого за один цикл холодильнику.

Достаточный уровень

9.25. Найти удельные теплоёмкости c_p и c_V некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях равна ρ=1,43 кг/м^3.

9.26. Найти удельные теплоёмкости c_p и c_V некоторого газа, если известно что молярная масса этого газа M=32·10^{-3} кг/моль, а отношение молярных теплоёмкостей $C_p/C_V = 1{,}4$.

9.27. 5·10^{-3} м^3 воздуха, содержащегося в сосуде при нормальных условиях, расширяют при постоянном давлении до двойного объёма, а затем адиабатно расширяют так, что давление становится в 4 раза меньше, чем первоначальное. Вычислить работу расширения газа при этих условиях.

9.28. Газ расширяется адиабатно, причём его объём увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

9.29. Газ, занимающий объём V_1=0,01 м^3, находится под давлением p_1=0,01 МПа и имеет температуру T_1=300 К. Газ нагревается вначале при постоянном объёме до температуры T_2=320 К, а затем при постоянном давлении до температуры T_3=350 К. Начертить график процесса в координатах (pV). Найти работу, совершаемую при переходе из состояния 1 в состояние 3.

9.30. Переход 10 моль газа из состояния 1 в состояние 3 описывается графиком, представленным на рис. 9.30. Масса газа не меняется. Определить работу, совершаемую газом при переходе из 1 в 2. Запишите соотношение между температурами в состояниях 1, 2, 3.

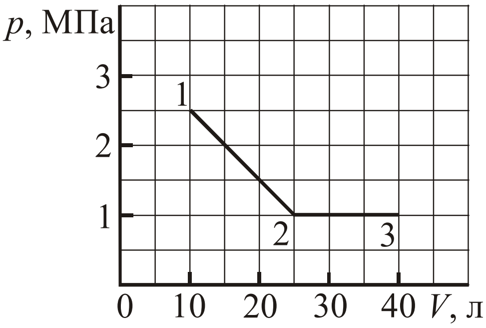


Рисунок 9.30

9.31. Один моль идеального газа совершает замкнутый цикл, который состоит из двух изохор и двух изобар. Температура в точке 1 составляет T_1=373 К, а в точке 3 – T_3=473 К. Начертить график процесса в координатах pV. Найти работу, которую выполнил газ за цикл, если точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.

9.32. В цилиндре с площадью основания S=100 см^2 находится воздух при температуре T=290 К. На высоте h=0,6 м от основания цилиндра находится лёгкий поршень, на котором лежит гиря массой m=100 кг. Какую работу выполнит газ при расширении, если его нагреть на 50 К? Атмосферное давление p_0=10^5 Па.

9.33. Один моль идеального двухатомного газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объём V_{min}=10 л, наибольший V_{max}=20 л, наименьшее давление p_{min}=246 кПа, наибольшее p_{max}=410 кПа. Построить график цикла. Определить температуру газа для характерных точек цикла и его кпд.

9.34. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, совершает цикл, изображённый на рис. 9.34. Найти кпд тепловой машины.

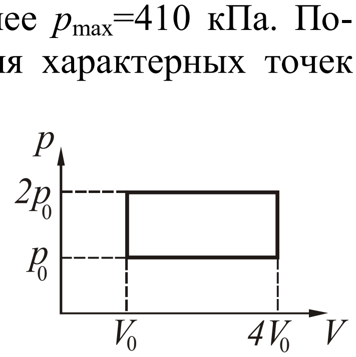


Рисунок 9.34

9.35. Идеальная тепловая машина, для которой окружающий воздух, находящийся при нормальных атмосферных условиях, является холодильником, поднимает груз массой 400 кг. Рабочее тело машины получает 80 кДж тепла от нагревателя с температурой 200°C. На какую максимальную высоту поднимет груз тепловая машина? Трением пренебречь.

9.36. В результате изохорного нагревания водорода массой m=1 г давление газа увеличилось в два раза. Определить изменение энтропии газа.

9.37. Кусок льда массой m=200 г, взятый при температуре t_1= −10°C, был нагрет до температуры t_2=0°C и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до t=10°C. Определить изменение энтропии в ходе указанных процессов.

9.38. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении кислорода массой m=16 г от давления p_1=100 кПа до давления p_2=50 кПа.

Глава 3. Электростатика. Постоянный электрический ток

§10 Электростатика

10.1 Основные теоретические сведения

1. Для электрического заряда выполняется *закон сохранения заряда*: Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остаётся величиной постоянной:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_N = \text{const}, \tag{10.1}$$

или
$$\sum_{i=1}^{N} q_i = \text{const}.$$

2. Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга в среде с диэлектрической проницаемостью ε, определяется по закону Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \tag{10.2}$$

где ε_0 – электрическая постоянная.

3. Основными характеристиками электростатического поля являются напряжённость $\vec{E}$ и потенциал φ.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \tag{10.3}$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая со стороны электрического поля на положительный пробный заряд q, помещённый в данную точку поля.

$$\varphi = \frac{W_\text{п}}{q}, \tag{10.4}$$

где $W_\text{п}$ – потенциальная энергия положительного пробного заряда q, находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удалённого в бесконечность, равна нулю).

4. Для поля, созданного точечным зарядом q:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \tag{10.5}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r}, \tag{10.6}$$

где r – расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряжённость и потенциал.

Напряжённость поля равномерно заряженной сферической поверхности радиусом R в точках, лежащих вне и внутри сферы на расстоянии r от её центра, соответственно равна:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \text{ если } r \geq R, \tag{10.7}$$

$$E = 0, \text{ если } r < R.$$

Напряжённость поля бесконечно длинной равномерно заряженной нити

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{\varepsilon r}, \tag{10.8}$$

где $\tau = \dfrac{q}{\ell}$ – линейная плотность заряда,

r – расстояние от нити до точки, в которой определяется напряжённость.
Напряжённость поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{10.9}$$

где $\sigma = \dfrac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда.

Напряжённость поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными плоскостями, разноименно заряженными с постоянной поверхностной плотностью заряда σ (поле плоского конденсатора), в точках, расположенных между плоскостями и вне их, соответственно равна

$$E_{\text{внутр}} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad E_{\text{внеш}} = 0. \tag{10.10}$$

5. *Принцип суперпозиции полей*: Напряжённость поля, создаваемого несколькими заряженными телами, равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых в данной точке пространства каждым из заряженных тел:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n. \tag{10.11}$$

Потенциал поля, создаваемого несколькими заряженными телами, равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых в данной точке пространства каждым из заряженных тел:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots \varphi_n. \tag{10.12}$$

6. Связь напряжённости с потенциалом:

а) в случае однородного поля $E = \dfrac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$; (10.13)

б) в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \tag{10.14}$$

7. Работа сил поля по перемещению заряда q из точки 1 с потенциалом φ_1 в точку 2 с потенциалом φ_2:

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{10.15}$$

Или:

$$A = q\int_{r_1}^{r_2} E_r dr, \tag{10.16}$$

где E_r – проекция вектора напряжённости $\vec{E}$ на направление dr.

8. Электроёмкость уединенного проводника и конденсатора соответственно

$$C = \frac{q}{\varphi}, \qquad C = \frac{q}{U}, \tag{10.17}$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U – разность потенциалов между пластинами конденсатора.

Электроёмкость уединённого шара

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R, \tag{10.18}$$

где R – радиус шара.

Электроёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}, \tag{10.19}$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора, d – расстояние между пластинами.

Электроёмкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}; \tag{10.20}$$

б) при параллельном соединении $$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n, \tag{10.21}$$

где n – число конденсаторов в батарее.

9. Энергия электрического поля заряженного конденсатора:

$$W_{эл} = \frac{qU}{2}, \qquad W_{эл} = \frac{CU^2}{2}, \qquad W_{эл} = \frac{q^2}{2C}. \tag{10.22}$$

Объёмная плотность энергии электрического поля:

$$w_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{10.23}$$

10.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

10.2.1. Основная задача электростатики – расчёт электростатических полей, т.е. нахождение напряжённости электростатического поля. При решении задач могут встретиться следующие случаи:

а) поле создано одним или несколькими точечными зарядами. В этом случае используют формулу (10.5) и принцип суперпозиции полей (10.11);

б) поле создано зарядами, которые не являются точечными, но они равномерно распределены по сферическим, цилиндрическим или плоским поверхностям. Тогда применяют формулы (10.7), (10.8), (10.9), (10.10);

в) если заряженное тело не является ни сферой, ни бесконечно длинной нитью (цилиндром), ни бесконечной плоскостью, то для расчёта напряжённости применяют метод дифференцирования и интегрирования (см. §4). Тело надо разбить на бесконечно малые элементы, найти напряжённость $d\vec{E}$ поля, созданного в данной точке каждым элементом, а затем просуммировать все элементарные напряжённости $d\vec{E}$. При этом надо учитывать направления складываемых векторов.

10.2.2. Сила взаимодействия между зарядами рассчитывается двумя способами:

а) по закону Кулона, если заряды точечные.

б) по соотношению $\vec{F} = q\vec{E}$, если хотя бы один из зарядов неточечный. При этом один из зарядов рассматривают как заряд, находящийся в электрическом поле, созданном другим зарядом.

10.2.3. Если в условии не указывается среда, в которой находятся заряды, то подразумевается вакуум (ε=1) или воздух, диэлектрическая проницаемость которого близка к единице.

10.2.4. Для вычисления потенциала поля, созданного одним или несколькими точечными зарядами, используют формулу (10.6) и принцип суперпозиции полей (10.12). В формулу (10.12) входит алгебраическая сумма потенциалов. Это означает, что надо учитывать их знаки.

Потенциал Земли и всех тел, соединённых проводником с Землей, принимается равным нулю.

Для электростатических полей важно не значение потенциала, а его изменение (разность потенциалов, напряжение), подобно тому, как существенным является не сама потенциальная энергия, а её убыль, равная работе консервативных сил. Для нахождения разности потенциалов можно использовать соотношения (10.13) и (10.14).

10.2.5. Задачи, в которых рассматриваемые заряды находятся в равновесии или движутся, решаются с применением законов механики с учётом сил со стороны электрического поля. Такие задачи рекомендуется решать по следующему **алгоритму**.

1. Расставьте силы, действующие на заряд, помещённый в электрическое поле, и запишите для него уравнение равновесия или второй закон Ньютона.

2. Выразите силы электрического взаимодействия через заряды и характеристики электрического поля и подставьте в исходное уравнение.
3. Если при взаимодействии заряженных тел происходит перераспределение зарядов, то запишите закон сохранения заряда.
4. При необходимости запишите вспомогательные формулы и решите полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

10.2.6. При решении задач на соединения конденсаторов в батарею, прежде всего, надо установить тип соединения: последовательное или параллельное. Если установлен тип соединения, и ясно как найти ёмкость батареи, то дальше записываются соотношения между зарядами и напряжениями.

1. Если плоский конденсатор подключить к источнику питания, зарядить его и затем отключить, то при изменении ёмкости вследствие раздвижения (сближения) его пластин, внесения (удаления) диэлектрика заряд на конденсаторе не меняется.

2. Если конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, то при всех указанных выше изменениях ёмкости напряжение между его пластинами остаётся постоянным.

3. Если между обкладками конденсатора вставляют (или вынимают) металлическую пластинку, не замыкающую конденсатор, то область поля конденсатора уменьшается на величину объёма этой пластинки. Все величины при этом будут изменяться точно так же, как если бы мы сближали (или раздвигали) обкладки конденсатора.

10.3 Примеры решения задач

Пример 10.3.1. Точечные заряды q_1=20 нКл и q_2= – 10 нКл находятся на расстоянии r=5 см друг от друга. Определить напряжённость поля в точке, удалённой на r_1=3 см от первого и r_2=4 см от второго заряда. Определить также силу F, действующую в этой точке на точечный заряд q=1 нКл.

Решение. Каждый заряд будет создавать свое поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. По принципу суперпозиции напряжённость $\vec{E}$ электрического поля в точке А равна векторной сумме напряжённостей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

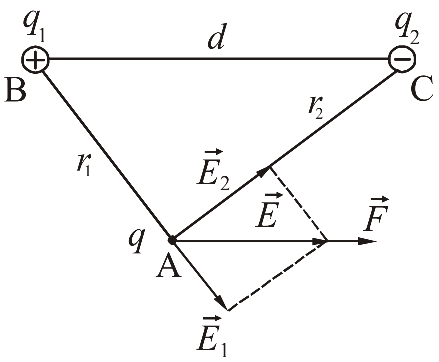


Рисунок 10.1

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (1)$$

Выполним чертёж, укажем направления $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}$. Вектор $\vec{E}_1$ направлен от заряда q_1, так как этот заряд положительный. Вектор $\vec{E}_2$ направлен к заряду q_2, так как этот заряд отрицательный (рис. 10.1).

Заряды точечные, поэтому напряжённости E_1 и E_2 можно рассчитать по формулам:

$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2}, \qquad E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2}, \qquad (2)$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности в СИ. Формулы записаны в предположении, что заряды находятся в вакууме (ε=1).

Рассмотрим ΔАВС, образованный зарядами и точкой А. Из соотношения между сторонами $\left(r^2 = r_1^2 + r_2^2\right)$ можно сделать вывод, что он является прямоугольным. Следовательно, $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ также являются сторонами прямоугольника. Найдём модуль напряжённости $\vec{E}$ по теореме Пифагора:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \qquad (3)$$

Подставим в формулу (3) выражения для E_1 и E_2, получим:

$$E = k\sqrt{\left(\frac{q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{r_2^2}\right)^2}. \qquad (4)$$

Силу, действующую на точечный заряд, помещенный в точку А этого поля, можно найти, используя соотношение:

$$\vec{F} = q\vec{E}. \qquad (5)$$

Направление силы совпадает с направлением напряжённости $\vec{E}$ (см. рис.10.1), так как заряд q положительный.
Подставив численные значения величин в формулы (4), (5), получим

$$E = 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ В/м}, \quad F = 0{,}21 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Пример 10.3.2. В однородном поле напряжённостью 40 кВ/м находится точечный заряд 27 нКл. Найти напряжённость результирующего поля на расстоянии 9 см от заряда в точках, лежащих: а) на силовой линии однородного поля, проходящей через заряд; б) на прямой, проходящей через заряд и перпендикулярной силовым линиям.

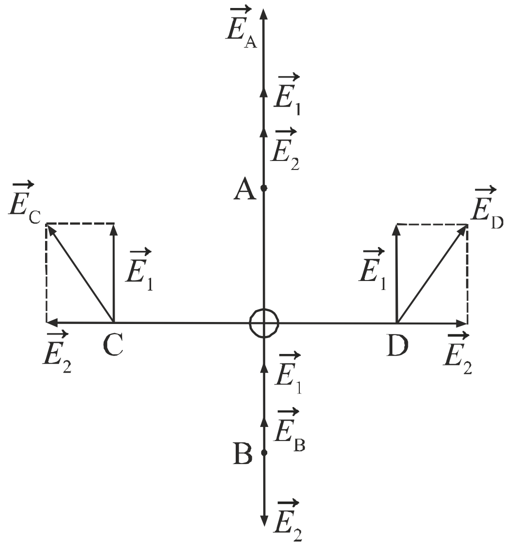


Рисунок 10.2

Решение. а) Выполним рисунок (рис.10.2), на котором укажем направление силовых линий однородного поля и поля точечного заряда. Поле точечного заряда является центрально-симметричным, поэтому на силовой линии, проходящей через заряд, будет две точки, отстоящие от заряда на расстоянии r. Обозначим их через А и В.

Напряжённость однородного поля $\vec{E}_1$, напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом – $\vec{E}_2$.

По принципу суперпозиции напряжённость $\vec{E}$ результирующего электрического поля равна векторной сумме напряжённостей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (1)$$

В точке А векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены в одну сторону, поэтому

$$E_{\text{А}} = E_1 + E_2 . \qquad (2)$$

В точке В векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены в противоположные стороны, поэтому

$$E_{\text{В}} = E_1 - E_2 . \qquad (3)$$

Направление вектора $\vec{E}_1$ приняли за положительное.

Напряжённость поля точечного заряда рассчитывается по формуле:

$$E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} , \qquad (4)$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности в СИ. Формула записана в предположении, что средой является вакуум (ε=1).

Проведём промежуточный расчёт, подставив численные значения в формулу (4). Получим: $E_2 = 30$ кВ/м.

Рассчитаем напряжённость результирующего поля в точках А и В, подставив численные значения в формулы (2) и (3). Получим:

$$E_{\text{А}} = 70 \text{ кВ/м}; \quad E_{\text{В}} = 10 \text{ кВ/м}.$$

б) На прямой, проходящей через заряд и перпендикулярной силовым линиям, в силу симметрии также будет две точки, отстоящие от заряда на расстоянии r. Обозначим их через C и D (рис.10.2). По принципу суперпозиции напряжённость $\vec{E}$ результирующего электрического поля равна векторной сумме напряжённостей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (5)$$

Напряжённость поля точечного заряда в точках C и D одинакова, так как они находятся от заряда на одинаковом расстоянии, поэтому

$$E_{\text{C}} = E_{\text{D}} . \qquad (6)$$

Найдём модуль напряжённости по теореме Пифагора:

$$E_{\text{C}} = E_{\text{D}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} . \qquad (7)$$

Подставив численные значения в формулу (7), получим:

$$E_C = E_D = 50 \text{ кВ/м}.$$

Пример 10.3.3. Тонкий стержень длиной l=20 см несёт равномерно распределённый заряд с линейной плотностью τ=0,1 мкКл/м. Определить напряжённость E электрического поля, создаваемого распределённым зарядом в точке, лежащей на оси стержня на расстоянии a=20 см от его конца.

Решение. В данном случае нельзя использовать формулу для расчёта напряжённости поля, создаваемого нитью (10.7), так как эта формула применима для расчёта поля в точках, находящихся на некотором расстоянии от оси нити. В нашей задаче точка лежит на оси. Воспользуемся методом дифференцирования и интегрирования. Для этого разобьём стержень на участки длиной dr, настолько малые, чтобы заряды dq этих участков можно было считать точечными (рис.10.3). Заряд такого участка можно найти следующим образом:

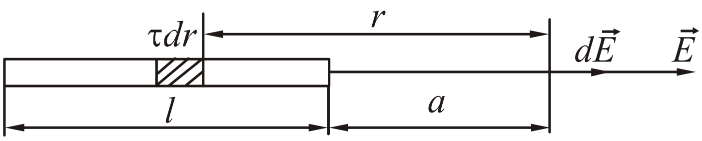


Рисунок 10.3

$$dq = \tau\, dr\,. \tag{1}$$

Напряжённость поля, создаваемого каждым малым участком (такие участки называют элементарными), находим, используя формулу для расчёта поля точечного заряда:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2}. \tag{2}$$

Предполагаем, что стержень находится в вакууме (ε=1). Если перемещаться от конца стержня к его началу, то расстояние от точки до элементарных участков изменяется в пределах от $r_1 = a$ до $r_2 = a + l$.

Напряжённость $\vec{E}$ результирующего поля найдём, проинтегрировав выражение (2) в пределах от r_1 до r_2. Поля элементарных участков направлены в одну сторону, поэтому векторную форму записи заменяем скалярной:

$$E = \int_{r_1}^{r_2} dE\,. \tag{3}$$

Подставим в (3) соотношение (2) и проинтегрируем:

$$E = \int_a^{a+l} \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} = -\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}\bigg|_a^{a+l} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right). \tag{4}$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$E = 2{,}25 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Пример 10.3.4. Вблизи заряженной бесконечно протяжённой плоскости находится точечный заряд q=0,66 нКл. Заряд перемещается по линии напряжённости поля на расстояние Δr=2 см. При этом совершается работа A=5 мкДж. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

Решение. Предположим, что плоскость заряжена положительно. Выполним рисунок, укажем направление вектора напряжённости $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого плоскостью (рис. 10.4). Со стороны поля на заряд q действует сила

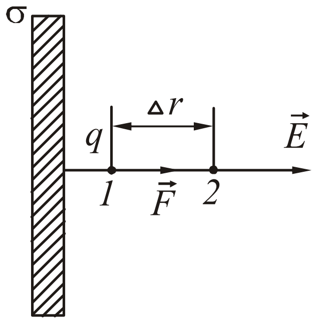


Рисунок 10.4

$$F_э = qE\,, \tag{1}$$

где E – напряжённость электрического поля плоскости.

Напряжённость электрического поля заряженной плоскости определяется формулой:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\,, \tag{2}$$

где σ – поверхностная плотность заряда, ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды. В условии не указывается среда, в которой находятся заряды, поэтому предполагаем, что они находятся в вакууме (ε=1).

Из формулы (2) следует, что напряжённость поля плоскости не зависит от расстояния. Следовательно, сила, действующая на заряд, является величиной постоянной. Работа постоянной силы может быть вычислена по формуле:

$$A = F\,\Delta r\cos\alpha\,, \tag{3}$$

где α – угол между направлением силы и перемещения. Для рассмотренного случая α=0°, cos0°=1.

Подставим выражения (1) и (2) в уравнение (3), получим:

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\Delta r\,. \tag{4}$$

Из уравнения (4) выразим поверхностную плотность заряда:

$$\sigma = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 A}{q\,\Delta r}\,. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\sigma = 6{,}7\cdot10^{-6}\ \text{Кл/м}^2.$$

Пример 10.3.5. Заряды q_1=1 мкКл и q_2=–1 мкКл находятся на расстоянии d=10 см. Определить потенциал φ поля в точке, удалённой на расстояние r=10 см от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от q_1 к q_2.

Решение. Выполним чертёж (рис. 10.5). Обозначим точку, в которой определяется потенциал, через А. В точке А поле создается двумя точечными зарядами.

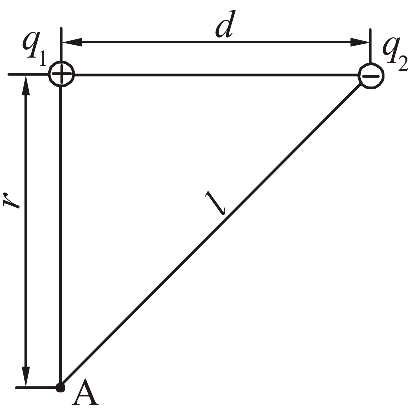


Рисунок 10.5

По принципу суперпозиции полей потенциал результирующего поля будет равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 . \quad (1)$$

Так как заряды точечные, то потенциалы φ_1 и φ_2 можно найти, используя следующие формулы:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{r}, \qquad \varphi_2 = k\frac{q_2}{l}, \quad (2)$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коэффициент пропорциональности в СИ, l – расстояние между точкой А и зарядом q_2 (рис. 10.5).

Заряды q_1, q_2 и точка А образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора:

$$l = \sqrt{r^2 + d^2} . \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в уравнение (1), получим:

$$\varphi = k\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{\sqrt{r^2 + d^2}}\right). \quad (4)$$

<u>Обратите внимание!</u> Заряд q_2 отрицательный, не забудьте о знаке «–» при подстановке численных значений величин.

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\varphi = 26{,}4 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Пример 10.3.6. Электрическое поле создано бесконечно длинной тонкой нитью равномерно заряженной с линейной плотностью τ=20 нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии r_1=0,5 см и r_2=2 см от нити.

Решение. Поле, создаваемое нитью, не является однородным, поэтому для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением, которое связывает напряжённость и потенциал:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad \text{или} \qquad d\varphi = -E\,dr . \quad (1)$$

Нить тонкая, бесконечно длинная, поэтому напряжённость поля такой нити можно найти по формуле:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}, \tag{2}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды. В условии не указывается среда, в которой находится нить, поэтому предполагаем, что она находится в вакууме (ε=1).
Сделаем замену в (1), получим:

$$d\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}. \tag{3}$$

Для нахождения разности потенциалов двух точек, отстоящих от нити на расстояниях r_1 и r_2 , проинтегрируем выражение (3):

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}, \tag{4}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Или:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 499 \text{ В}.$$

Пример 10.3.7. Медный шарик радиусом R=0,5 см помещён в масло. Плотность масла $\rho_м$=0,8·10^3 кг/м^3. Найти заряд q шарика, если в однородном электрическом поле он оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряжённость E=3,6 МВ/м.

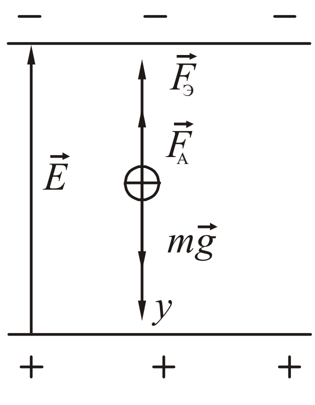


Рисунок 10.6

Решение. На заряженный шар, находящийся в однородном электрическом поле будут действовать: сила тяжести $m\vec{g}$ – со стороны Земли, выталкивающая сила $\vec{F}_А$ – со стороны жидкости (сила Архимеда) и сила $\vec{F}_э$ – со стороны электрического поля. Выполним чертёж (рис. 10.6), укажем направление напряжённости электрического поля и силы, действующие на шарик.

Шар находится в равновесии. По условию равновесия сумма действующих сил должна быть равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_А + \vec{F}_э = 0. \tag{1}$$

Запишем уравнение (1) в проекции на ось 0y:

$$mg - F_э - F_A = 0. \tag{2}$$

Запишем уравнения для сил. Сила тяжести:

$$mg = \rho_{Cu} Vg = \rho_{Cu} \frac{4}{3}\pi R^3 g, \tag{3}$$

где ρ_{Cu} – плотность меди, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объём шара.

Сила, действующая на заряд со стороны электрического поля:

$$F_э = qE, \tag{4}$$

где q – заряд шара, E – напряжённость электрического поля.
Сила Архимеда:

$$F_A = \rho_м Vg = \rho_м \frac{4}{3}\pi R^3 g, \tag{5}$$

где $\rho_м$ – плотность масла.

Формулы (3), (4), (5) подставим в (2), получим следующее уравнение:

$$\rho_{Cu}\frac{4}{3}\pi R^3 g - \rho_м \frac{4}{3}\pi R^3 g - qE = 0. \tag{6}$$

Из уравнения (6) найдём заряд q:

$$q = \frac{4}{3}\cdot\frac{\pi R^3 g}{E}\cdot(\rho_{Cu} - \rho_м). \tag{7}$$

Значение плотности меди определяем по справочным данным: «Таблицы физических величин», п. 3.3.2. Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$q = 11{,}6\cdot 10^{-9}\,\text{Кл}.$$

Пример 10.3.8. Электрон, обладавший кинетической энергией $W_к$=10 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов U=8 В?

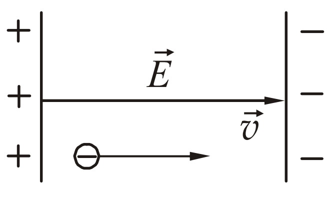


Рисунок 10.7

Решение. Электрон движется вдоль силовой линии (линии напряжённости электрического поля). Силовые линии направлены от «+» к «–» (рис. 10.7). Следовательно, электрон должен уменьшить свою скорость и, соответственно, кинетическую энергию. По теореме об изменении кинетической энергии можно записать:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \tag{1}$$

где A – работа всех сил, приложенных к электрону, m – масса электрона, v_1 – начальная скорость электрона, v_2 – конечная скорость.

Торможение электрона происходит за счёт силы, действующей со стороны электрического поля. Работа сил электрического поля:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU\ , \tag{2}$$

где q – заряд электрона.

Учтём, что

$$\frac{mv_1^2}{2} = W_{\text{к}_1}\ , \tag{3}$$

Сделаем замену в (1) скорость, получим:

$$qU = \frac{mv_2^2}{2} - W_{\text{к}_1}\ . \tag{4}$$

Выразим из (4) скорость v_2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(W_{\text{к}_1} + A\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(W_{\text{к}_1} + qU\right)}{m}}\ . \tag{5}$$

<u>Обратите внимание!</u> Заряд электрона отрицательный, не забудьте о знаке «–» при подстановке численных значений величин.

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$v_2 = 0{,}84 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Пример 10.3.9. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью v_0=10 Мм/с, направленной параллельно пластинам. На сколько отклонится электрон от первоначального направления за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние d между пластинами равно 16 мм, разность потенциалов U=30 В, длина l пластин равна 6 см?

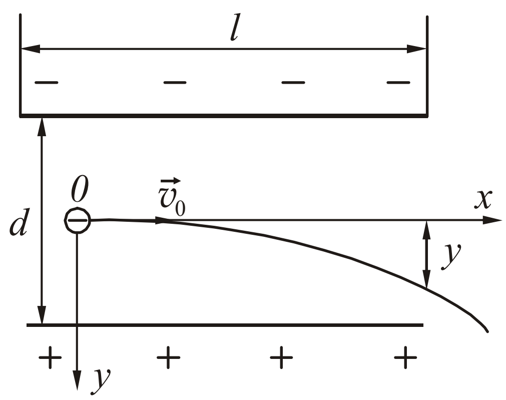


Рисунок 10.8

Решение. На электрон, влетевший в конденсатор, будет действовать электрическое поле, которое искривляет его траекторию. Выполним чертёж (рис. 10.8). Введём систему координат $x0y$, совместив начало отсчёта с положением электрона в момент попадания его в электрическое поле. Считаем, что силы сопротивления движению отсутствуют. В этом случае электрон будет двигаться вдоль оси $0x$ с постоянной скоростью v_0, т.е. равномерно. Вдоль оси

$0y$ он будет двигаться равноускоренно, так как на него действует постоянная сила со стороны электрического поля. Таким образом, движение электрона будет аналогичным движению тела, брошенного горизонтально.

Запишем уравнения кинематики. Учтём, что в момент вылета из конденсатора координата x равна длине пластин.

$$x = l = v_0 t, \tag{1}$$

$$y = \frac{at^2}{2}. \tag{2}$$

Сила, действующая на электрон со стороны электрического поля:

$$F = qE. \tag{3}$$

Напряжённость E однородного электрического поля связана с разностью потенциалов соотношением:

$$E = \frac{U}{d}. \tag{4}$$

По второму закону Ньютона:

$$F = ma. \tag{5}$$

Сделаем замену в уравнении (3), полученное соотношение подставим в (5), получим:

$$ma = \frac{qU}{d}. \tag{6}$$

Найдём ускорение a:

$$a = \frac{qU}{md}. \tag{7}$$

Выразим из уравнения (1) время

$$t = \frac{l}{v_0}. \tag{8}$$

Подставим в уравнение (2) формулы (7) и (8) и найдём отклонение электрона:

$$y = \frac{qU}{2md} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}. \tag{9}$$

Подставив численные значения величин в формулу (9), получим

$$y = 5{,}9 \text{ мм.}$$

Обратите внимание! Если в момент попадания в конденсатор электрон находится на расстоянии, меньшем чем 5,9 мм от положительной пластины, то он упадёт на неё прежде, чем покинет конденсатор.

Пример 10.3.10. К плоскому конденсатору, в котором диэлектриком служит слюда (ε=7,5) приложено напряжение U=1000 В. Расстояние между пластинами d=1,00 мм, площадь пластин 100 см^2. Определить энергию электрического поля конденсатора и плотность энергии поля.

Решение. Энергия электрического поля, заключённого в конденсаторе, может быть определена из соотношения:

$$W = \frac{CU^2}{2}, \tag{1}$$

где C – электроёмкость конденсатора, U – напряжение, приложенное к пластинам.

Электроёмкость плоского конденсатора рассчитывается по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{2}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между обкладками, S – площадь пластины; d – расстояние между пластинами.

Подставим записанное соотношение в формулу (1), получим:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d}. \tag{3}$$

Плотность энергии электрического поля конденсатора равна отношению энергии поля к объёму, в котором поле сосредоточено:

$$w = \frac{W}{V}. \tag{4}$$

Объём конденсатора:

$$V = S\,d\,, \tag{5}$$

Подставим формулу (5) в (3), получим:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d^2\,S} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2}. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулы (3) и (6), получим

$$W = 3{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ Дж; } w = 33{,}2 \text{ Дж/м}^3.$$

Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Перечислите основные свойства электрического заряда.
2. Сформулируйте и запишите закон Кулона. Каковы границы применимости этого закона?
3. Что является источником электростатического поля? Каким образом можно обнаружить наличие электростатического поля?
4. Что называется электрическим полем? Назовите основные характеристики электрического поля. Какое поле называется однородным?
5. Дайте определение напряжённости электрического поля. Запишите формулу для расчёта напряжённости электрического поля, создаваемого точечным зарядом.
6. Дайте определение потенциала электрического поля. Запишите формулу для расчёта потенциала электрического поля, создаваемого точечным зарядом.
7. Как связаны напряжённость и потенциал в общем случае? Запишите формулу, связывающую напряжённость и потенциал однородного электрического поля.
8. Дайте определение потока напряжённости электростатического поля. Сформулируйте и запишите теорему Гаусса для электростатического поля.
9. Запишите формулы для расчёта напряжённости поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью, бесконечной равномерно заряженной плоскостью, равномерно заряженной сферой.
10. Что называется электрическим диполем? Как рассчитывается дипольный момент диполя?
11. Какие вещества относят к диэлектрикам?
12. Какие заряды называются связанными? Что понимают под поляризацией диэлектрика?
13. Как диэлектрик влияет на электрическое поле? Что называется диэлектрической проницаемостью вещества?
14. Какие условия выполняются на границе раздела двух диэлектриков?
15. Какие вещества относятся к проводникам? Как проводник влияет на электрическое поле?
16. Какие заряды называются индуцированными? Что такое электростатическая индукция?
17. Дайте определение электроёмкости уединенного проводника. Запишите формулу для расчёта электроёмкости уединенного шара.
18. Какое устройство называется конденсатором? Как он обозначается на схемах? Дайте определение электроёмкости конденсатора. Как рассчитывается ёмкость плоского конденсатора?
19. Как рассчитывается ёмкость батареи конденсаторов при их последовательном и параллельном соединениях? Какие соотношения выполняются для заряда и напряжения?
20. Запишите формулы для расчёта энергии электрического поля. Дайте определение объёмной плотности энергии. Запишите формулу для расчёта объёмной плотности энергии электрического поля.

10.4 Задачи для самостоятельного решения*

Базовый уровень

10.1. С какой силой взаимодействуют два заряда по q=10 нКл каждый, если расстояние между ними равно 3 см?

10.2. Определить величину q двух одинаковых точечных электрических зарядов, которые взаимодействуют в вакууме с силой F=100 мН. Расстояние между зарядами r=60 см.

10.3. На расстоянии 3 см от заряда q=4 нКл, находящегося в жидком диэлектрике, напряжённость электрического поля равна 20 кВ/м. Какова диэлектрическая проницаемость диэлектрика?

10.4. Шару радиусом 3 см сообщили заряд 10 нКл. Чему равен потенциал шара?

10.5. Какая сила действует на заряд 12 нКл, помещённый в точку, в которой напряжённость электрического поля равна 2 кВ/м?

10.6. В некоторой точке поля на заряд 2 нКл действует сила 0,4 мкН. Найти напряжённость электрического поля в этой точке.

10.7. Электрическое поле образовано заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда 0,2 мкКл/м. На каком расстоянии от нити напряжённость поля равна 36 кВ/м?

10.8. Найти напряжённость поля, созданного заряженной бесконечной пластиной, если поверхностная плотность заряда равна 354 нКл/м^2.

10.9. Потенциалы точек А и В электрического поля равны 0,3 кВ и 1,2 кВ, соответственно. Какую работу необходимо совершить для того, чтобы заряд 30 нКл переместить из точки А точку В?

10.10. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна 20 см^2, расстояние между ними 1,5 мм. Найти ёмкость этого конденсатора.

10.11. Конденсатор ёмкостью 20 мкФ заряжен до разности потенциалов 100 В. Найти энергию электрического поля конденсатора.

10.12. Плоский конденсатор площадью пластин 300 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов 1 кВ. Расстояние между пластинами 4 см. Диэлектрик – стекло. Определить электроёмкость конденсатора, энергию электрического поля конденсатора и объёмную плотность энергии.

Средний уровень

10.13. Длинная тонкая нить равномерно заряжена с линейной плотностью заряда τ=10 нКл/м. С какой силой эта нить действует на точечный заряд q=5 нКл, расположенный от неё на расстоянии 2 см?

*) Если в условии не указывается среда, в которой находятся заряды, то подразумевается вакуум (ε=1) или воздух, диэлектрическая проницаемость которого близка к единице.

10.14. Длинная тонкая нить равномерно заряжена с линейной плотностью заряда τ=9 нКл/м. Какую работу совершают силы электростатического поля, перемещая заряд q=5 нКл из точки, расположенной на расстоянии 2,5 см от нити, в точку на расстоянии 5 см от нити?

10.15. Найти, с какой силой на единицу длины будут отталкиваться две одинаково заряженные параллельные нити, расположенные на расстоянии 10 см. Линейная плотность заряда нитей τ_1=0,2 мкКл/м и τ_2=0,1 мкКл/м.

10.16. Найти, с какой силой на единицу площади будут отталкиваться две одноименно заряженные плоскости. Поверхностная плотность заряда плоскостей одинакова и равна $\sigma=3\cdot10^{-8}$ Кл/см^2.

10.17. Шарик, заряженный до потенциала 790 В, имеет поверхностную плотность заряда, равную σ =0,3 мкКл/м^2. Чему равен радиус шарика?

10.18. Рассчитать массу электронов, которые переданы шарику при зарядке, если потенциал шарика φ=2000 В. Радиус шарика 2 см.

10.19. Двадцать семь одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала φ =20 В, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ_0 образовавшейся капли?

10.20. Расстояние между двумя точечными зарядами q_1=8 нКл и q_2=–5,3 нКл равно 40 см. Вычислить напряжённость поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Указать направление вектора напряжённости $\vec{E}$.

10.21. Расстояние между зарядами q_1=3,2 нКл и q_2=–3,2 нКл диполя равно 12 см. Найти напряжённость электрического поля, созданного диполем, в точке, удалённой на r =1,5 м как от первого, так и от второго заряда.

10.22. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностными плотностями заряда σ_1=0,4 мкКл/м^2 и σ_2=0,1 мкКл/м^2. Определить напряжённость электрического поля между плоскостями.

10.23. Электрическое поле создаётся бесконечной заряженной плоскостью, расположенной вертикально. В это поле попадает пылинка массой m=1,8 мг, несущая заряд q=9 нКл. Какова поверхностная плотность заряда плоскости, если под действием её поля пылинка приобрела ускорение a=250 м/с^2? Силой тяжести пренебречь.

10.24. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностными плотностями заряда σ_1=0,4 мкКл/м^2 и σ_2=0,1 мкКл/м^2. Пластины расположены вертикально. С каким ускорением будет двигаться в этом поле пылинка массой 1,2 мг и зарядом 3 нКл? Силой тяжести пренебречь.

10.25. Электрон, движущийся со скоростью $1{,}83\cdot10^6$ м/с, влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном напряжённости поля. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его кинетическая энергия стала равной 13,6 эВ?

10.26. Мыльный пузырёк с зарядом 200 нКл находится в равновесии в поле плоского горизонтально расположенного конденсатора. Найти разность потенциалов между пластинами конденсатора, если масса пузырька 0,01 г, а расстояние между пластинами 5 см.

10.27. Два конденсатора, имеющие ёмкости C_1=0,25 мкФ и C_2=0,5 мкФ, соединили последовательно и подключили к источнику с эдс 3,0 В. Чему равна электроёмкость батареи конденсаторов, и чему равна энергия батареи заряженных конденсаторов?

10.28. Два конденсатора, имеющие ёмкости C_1=0,25 мкФ и C_2=0,5 мкФ, соединили параллельно и подключили к источнику с эдс 12 В. Какой заряд будет иметь батарея конденсаторов, и чему равна её энергия?

10.29. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м^2, расстояние между ними 1 мм. К пластинам приложена разность потенциалов 0,1 кВ. Пластины раздвигаются до расстояния 25 мм. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением не отключается.

10.30. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м^2, расстояние между ними 1 мм. К пластинам приложена разность потенциалов 0,1 кВ. Пластины раздвигаются до расстояния 25 мм. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением отключается.

Достаточный уровень

10.31. Расстояние между двумя точечными зарядами q_1=9 нКл и q_2=–4,5 нКл равно 5 см. Вычислить напряжённость поля в точке, лежащей на расстоянии 4 см от первого заряда и 3 см от второго заряда.

10.32. В трех вершинах квадрата со стороной a=40 см находятся одинаковые положительные заряды q=5·10^{-10} Кл каждый. Найти напряжённость электростатического поля в центре квадрата.

10.33. Рассчитать величину и указать направление напряжённости результирующего электрического поля, созданного двумя длинными одноименно заряженными параллельными нитями в точке, которая находится на расстоянии 3 см от одной нити и 4 см от другой. Расстояние между нитями 5 см. Линейные плотности зарядов нитей τ_1=τ_2=10^{-7} Кл/см.

10.34. Капля ртути, которая лежит на стекле, имеет потенциал φ_0=10 В. Эту каплю разделили на n=27 одинаковых капелек. Найти потенциал образовавшихся капелек.

10.35. Заряженный шарик массой m=0,04 г и зарядом q=6,67·10^{-10} Кл, подвешенный на нити, отклоняется от одноименно заряженной плоскости на угол 10°. Рассчитать поверхностную плотность заряда плоскости.

10.36. Четыре одинаковых заряда q помещены в углах квадрата. Какой заряд q_0 противоположного знака надо поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

10.37. Определить радиус капли ртути, которая находится в равновесии в плоском горизонтальном конденсаторе. Заряд капли равен q=0,8·10^{-10} Кл, напряжённость электростатического поля конденсатора E=600 В/см.

10.38. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружают в масло плотностью 800 кг/м^3. Какова диэлектрическая проницаемость масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло не изменился? Плотность материала шариков $1{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

10.39. Электрон покоится между пластинами плоского конденсатора. Какой путь пройдет электрон за время 1 нс, если между пластинами создать электрическое поле напряжённостью E=200 кВ/м.

10.40. Разность потенциалов между анодом и катодом электронной лампы U=90 В, расстояние между ними d=1 мм. С каким ускорением движется электрон от катода к аноду? Определить время движения. Электрическое поле в лампе считать однородным.

10.41. Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость v_0=10^7 м/с, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол α=35° с первоначальным направлением скорости. Определить разность потенциалов между пластинами, если длина пластин равна 10 см, а расстояние между ними равно 2 см. Поле считать однородным.

10.42. Чему будет равна поверхностная плотность заряда на двух металлических шариках, если их соединить проводником, ёмкость которого можно не учитывать? Заряд каждого шарика q=1 нКл. Радиусы шариков r_1=2 см и r_2=6 см.

10.43. Положительные заряды q_1=+3 мкКл и q_2=+20 нКл находятся в вакууме на расстоянии r_1=0,3 м друг от друга. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния r_2=0,2 м.

10.44. Заряды 1,5 мкКл и 3,0 мкКл находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Какую работу совершат силы поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, удалится от него на расстояние 1,0 м?

10.45. Три конденсатора, имеющие ёмкости 0,125 мкФ, 0,3 мкФ и 0,7 мкФ, соединили параллельно и подключили к источнику с эдс 9,0 В. Какой заряд будет иметь батарея конденсаторов, и чему равна её энергия?

10.46. На пластины конденсатора, заполненного диэлектриком, подана некоторая разность потенциалов. Энергия электрического поля конденсатора при этом равна 20 мкДж. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, равна 70 мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

10.47. Между пластинами плоского конденсатора находится диэлектрик, – стеклянная пластинка с диэлектрической проницаемостью ε=5. Найти работу, которую необходимо выполнить, чтобы удалить из конденсатора диэлектрик. Объём конденсатора V=100 см^2. Поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора σ=8,85 нКл/м^2. Диэлектрик удалили при отключенном источнике тока.

§11 Законы постоянного тока

11.1 Основные теоретические сведения

1. Сила тока численно равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$i = \frac{dq}{dt}. \tag{11.1}$$

2. Вектор плотности электрического тока численно равен заряду, проходящему за единицу времени через единицу площади поперечного сечения проводника. Направление вектора плотности тока совпадает с направлением тока в проводнике.

$$\left|\vec{j}\right| = \frac{dq}{dt dS} = \frac{di}{dS}. \tag{11.2}$$

Если ток постоянный, то

$$I = \frac{q}{t}, \tag{11.3}$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

$$j = \frac{I}{S}, \tag{11.4}$$

где I – сила тока, S – площадь поперечного сечения проводника.

3. Сопротивление однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho\frac{l}{S}, \tag{11.5}$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление вещества проводника, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника.

Электрическая проводимость G проводника и удельная электрическая проводимость вещества σ:

$$G = \frac{1}{R}, \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}. \tag{11.6}$$

Зависимость удельного электрического сопротивления проводников от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \tag{11.7}$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при температуре t и 0°C; t – температура по шкале Цельсия; α – температурный коэффициент сопротивления.

Результирующее сопротивление при соединении проводников:

последовательно: $$R = R_1 + R_2 + ... + R_n; \tag{11.8}$$

параллельно: $$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n}; \tag{11.9}$$

где n – число проводников.

4. При последовательном соединении нескольких источников тока эдс всей батареи равна алгебраической сумме эдс отдельных источников:

$$\varepsilon_0=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n. \tag{11.10}$$

Внутреннее сопротивление батареи:

$$r_0=r_1+r_2+\cdots+r_n. \tag{11.11}$$

При параллельном соединении нескольких источников тока батарею аккумуляторов можно заменить одним источником, который будет создавать во внешней цепи такой же ток, как и данная батарея. Внутреннее сопротивление r_0 и эдс эквивалентного источника ε_0 можно найти из формул:

$$\frac{1}{r_0}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\cdots+\frac{1}{r_n}, \tag{11.12}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{r_0}=\frac{\varepsilon_1}{r_1}+\frac{\varepsilon_2}{r_2}+\cdots+\frac{\varepsilon_n}{r_n}. \tag{11.13}$$

5. Закон Ома:

- для неоднородного (т.е. содержащего источник тока) участка цепи:

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon_{12}}{R+r}; \tag{11.14}$$

- для однородного (т.е. не содержащего источника тока) участка цепи $\varepsilon_{12}=0$, $\varphi_1-\varphi_2=U$:

$$I=\frac{U}{R}; \tag{11.15}$$

- для замкнутой цепи ($\varphi_1=\varphi_2$):

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}; \tag{11.16}$$

- закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j}=\sigma\vec{E}, \tag{11.17}$$

где σ – удельная электрическая проводимость вещества;
E – напряжённость электрического поля.

В формулах (11.14) – (11.17): φ_1 и φ_2 – потенциалы точек 1 и 2 участка цепи; ε_{12} – эдс источников тока, действующих на участке; U – напряжение на участке цепи; R – внешнее сопротивление цепи (участка цепи); r – внутреннее сопротивление (сопротивление источника тока); ε – эдс всех источников тока, действующих в цепи.

6. Правила Кирхгофа.

Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$I_1 + I_2 + I_3 + ... = \sum_{i=1}^{N} I_i = 0. \qquad (11.18)$$

Второе правило: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме эдс.

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{K} \varepsilon_i , \qquad (11.19)$$

где I_i – сила тока на i-м участке; R_i – полное активное сопротивление на i-м участке; ε_i – эдс источников тока на i-м участке; N – число участков, содержащих активное сопротивление; K – число участков, содержащих источники тока.

7. При прохождении заряда q по участку электрической цепи электрическое поле совершает работу по перемещению заряда:

$$A = qU = IUt = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t. \qquad (11.20)$$

Первые два выражения справедливы для любого участка цепи, на концах которого поддерживается разность потенциалов U, последние два – если на участке нет эдс.

Мощность тока

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \qquad (11.21)$$

Если источник с эдс ε и внутренним сопротивлением r замкнут на сопротивление R, то полная мощность, развиваемая источником равна:

$$P_0 = I\varepsilon = I^2 (R + r) = \frac{\varepsilon^2}{R + r}. \qquad (11.22)$$

8. *Закон Джоуля – Ленца*: При прохождении тока I по участку цепи сопротивлением R в нём за время t выделяется количество тепла Q:

$$Q = I^2 R t , \qquad (11.23)$$

Если участок цепи не содержит источников тока, то количество тепла, выделяющееся на этом участке, можно определять по формулам:

$$Q = IUt, \qquad Q = \frac{U^2}{R}t, \tag{11.24}$$

где U – напряжение на участке.

11.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

11.2.1. Основной задачей теории постоянного тока является задача о расчёте электрической цепи. В общем виде эта задача выглядит следующим образом: *дана произвольная электрическая цепь, даны её параметры (эдс, сопротивление и т.д.); требуется найти какие-то другие (неизвестные) величины: силы токов, работу тока, мощность и т.д*. Самой важной, фундаментальной величиной в явлении протекания заряда по электрической цепи является сила тока I. Зная её (или найдя), можно определить любую другую, характеризующую это явление.

11.2.2. Задачи на расчёт цепей можно условно разделить на следующие типы:

– в электрической цепи имеется только один источник тока;

– в электрической цепи имеется несколько источников тока.

Задачи первого типа решаются последовательным применением закона Ома для замкнутой цепи (подробно см. п. 11.2.5), закона Ома для однородного участка цепи (формула 11.15).

Задачи второго типа сводятся к задачам первого типа, если по правилам соединения источников тока в батарею можно найти результирующую эдс цепи и по правилам соединения сопротивлений определить результирующее внутреннее сопротивление батареи (см. п. 11.2.5).

Если же невозможно определить результирующую эдс, то нельзя применять закон Ома для замкнутой цепи. Наиболее распространённым методом решения таких задач является метод, основанный на применении правил Кирхгофа (см. п. 11.2.6).

11.2.3. В качестве вспомогательного типа можно выделить задачи на расчёт сопротивлений отдельных проводников и соединений из них.

1. Если в условии указано, из какого материала изготовлен проводник и приводятся сведения о его геометрических размерах, то используют формулу (11.5) и соотношения между массой, плотностью и объёмом проводника.

2. Задачи о температурной зависимости сопротивлений решаются с помощью формулы (11.7). При решении задач учтите следующие: температурный коэффициент сопротивления в справочных материалах может указываться как в 1/°С так и в 1/К. В обоих случаях температуру в формулу (8.4) нужно подставлять в градусах Цельсия. Это основано на том, что температурный коэффициент сопротивления показывает, на какую долю изменяется сопротивление проводника при изменении температуры на 1°С. $\Delta t = \Delta T = 1^{\circ}\mathrm{C} = 1\,\mathrm{K}$.

3. Задачи на вычисления сопротивлений сложных соединений решают, придерживаясь следующего **алгоритма**:

– проанализируйте схему и отыщите в ней какие-нибудь два проводника, соединённые друг с другом последовательно или параллельно, рассчитайте их общее сопротивление;

– замените эти два проводника на схеме рассчитанным и получите упрощённую эквивалентную схему;

– в схемах, представляющих собой комбинацию последовательно и параллельно соединённых проводников, этот приём примените несколько раз, до тех пор, пока не будет найдено общее сопротивление.

– сопротивление любой, сколь угодно сложной схемы можно рассчитывать с помощью правил Кирхгофа.

11.2.4. В задачах на расчёт цепей иногда термином «напряжение» обозначают разные величины. Напомним, что *напряжение – величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении положительного единичного заряда из одной точки в другую.*

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12},$$

где ε_{12} – электродвижущая сила, действующая на участке 1-2. Если на рассматриваемом участке 1-2 нет эдс, то понятия напряжения и разности потенциалов совпадают.

11.2.5. При решении задач на применение закона Ома для цепи, содержащей эдс, необходимо соблюдать следующий **алгоритм**:

– начертить схему, обозначить полюса источников и направление тока в цепи (если оно неизвестно, то указать предполагаемое направление);

– ток на участке 1-2 считается положительным, если он направлен от точки 1 к точке 2.

– эдс считается положительной на участке 1-2, если она повышает потенциал от точки 1 к точке 2, т.е. при мысленном движении от точки 1 к точке 2 сначала встречается отрицательный полюс источника, а затем положительный.

11.2.6. Алгоритм решения задач с применением правил Кирхгофа:

1. Выбрать произвольно направления токов, текущих через сопротивления, указав их стрелками на чертеже. При выборе направлений учесть, что часть токов должна входить в узел, а часть – выходить из узла, так как заряд в узлах не скапливается.

2. При составлении уравнения (11.18) соблюдать правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком плюс; ток, отходящий от узла, – со знаком минус.

3. Число независимых уравнений, составленных по первому правилу Кирхгофа, всегда на единицу меньше числа узлов, имеющихся в данной цепи.

4. Выбрать направление обхода контуров (по часовой стрелке или против). Если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение IR входит в уравнение (11.19) со знаком плюс; в противном случае произведение IR входит в уравнение со знаком минус. Если эдс повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источни-

ка, то соответствующая эдс входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

5. Чтобы уравнения, которые могут быть составлены по второму правилу Кирхгофа, были независимыми, контуры выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров.

6. Для упрощения выкладок, связанных с решением полученной системы уравнений, предварительно подставить числовые значения всех известных величин.

7. Если в полученном ответе какой-либо ток имеет знак «минус», то это означает, что в действительности ток течёт в обратном направлении.

8. Если в полученном ответе какое-либо сопротивление имеет знак «минус», то это также означает, что в действительности ток в данном проводнике имеет обратное направление. Но в этом случае числовое значение сопротивления окажется неверным. Необходимо изменить на чертеже направление тока в проводнике, составить новую систему уравнений и решить её.

11.2.7. Задачи на расчёт работы, мощности и тепловое действие тока также делятся на три типа.

1. Задачи на расчёт цепей. Для их решения записывают уравнения закона Ома и к ним добавляют формулы мощности. Если в условии мощность дана, а надо найти силу тока, напряжение или сопротивление, то эти формулы играют вспомогательную роль. Если надо найти мощность, то решение начинается с записи формул мощности.

Особое внимание обратите на выбор формул мощности. Прежде, чем их записать, выясните из условия, о какой мощности идёт речь: о мощности, выделяемой на участке цепи; о мощности, развиваемой источником (полной мощности) или мощности во внешней цепи источника.

2. Задачи на тепловое действие тока. Их решают, применяя закон Джоуля – Ленца. Для однородного участка цепи можно использовать соотношения (11.24). Если на участке имеются эдс, то в качестве основной расчётной формулы используют (11.23).

3. Задачи о превращении электрической энергии в механическую, тепловую и химическую. Их решение основано на применении закона сохранения энергии. Иногда приходится добавлять законы постоянного тока и механики.

11.3 Примеры решения задач

Пример 11.3.1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от I_0=5 А до I=10 А в течение времени t=50 с. Определить заряд q, прошедший через проводник.

Решение. **Способ 1**. Сила тока в данной задаче является величиной переменной, поэтому применим метод дифференцирования и интегрирования.

По определению сила тока в проводнике равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (1)$$

Элементарный заряд dq, прошедший через сечение проводника за время dt, будет равен

$$dq = I\,dt. \qquad (2)$$

В уравнении (2) сила тока является некоторой функцией времени. Нарастание происходит равномерно, поэтому эту функцию можно записать в виде:

$$I = I_0 + kt, \qquad (3)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный отношению приращения силы тока к интервалу времени, в течение которого произошло это приращение.
С учетом (3) формула (2) примет вид:

$$dq = (I_0 + kt)dt. \qquad (4)$$

Для определения величины заряда надо проинтегрировать выражение (4) в пределах от t_0=0 до t=50 с.

$$q = \int_0^t (I_0 + kt)\,dt = (I_0 t + \frac{kt^2}{2}). \qquad (5)$$

Используя уравнение (3), найдём численное значение коэффициента k.

$$k = \frac{I - I_0}{t} = \frac{10-5}{50} = 0{,}1 \text{ А/с}.$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим $q = 375$ Кл.

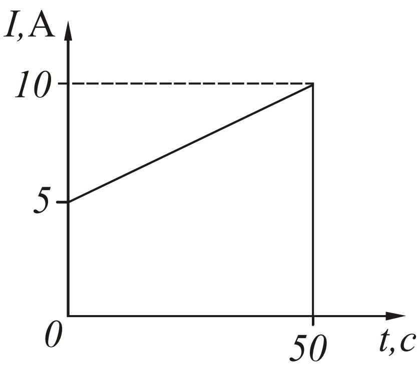


Рисунок 11.1

Способ 2. Задачу можно решить графическим методом. Сила тока является некоторой функцией времени. Нарастание происходит равномерно, поэтому эту функцию можно записать в следующем виде:

$$I = I_0 + kt, \qquad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, равный отношению приращения силы тока к интервалу времени, в течение которого произошло это приращение.

Найдём численное значение коэффициента k.

$$k = \frac{10-5}{50} = 0{,}1 \text{ А/с}.$$

Уравнение (1) запишем с числовыми коэффициентами:

$$I = 5 + 0{,}1t \text{ (А)}. \qquad (2)$$

Построим график зависимости силы тока от времени (рис. 11.1). Заряд будет численно равен площади, ограниченной графиком функции и ординатами t_0=0 и t=50 с. Полученная фигура является прямоугольной трапецией. Тогда

$$q = \frac{(5+10)}{2} \cdot 50 = 375 \text{ Кл.}$$

Как видите, результат получился один и тот же.

Пример 11.3.2. Напряжение на зажимах источника в замкнутой цепи U=2,1 В, сопротивления R_1=5 Ом, R_2=6 Ом и R_3=3 Ом (рис. 11.2). Какой ток показывает амперметр?

Решение. Проанализируем схему. Сопротивления R_2 и R_3 соединены параллельно, R_1 – последовательно с R_{23}. Амперметр включён последовательно с сопротивлением R_3, поэтому он будет показывать ток, текущий через это сопротивление. Обозначим его через I_3. На схеме обозначим полюса элемента, укажем предполагаемые направления токов.

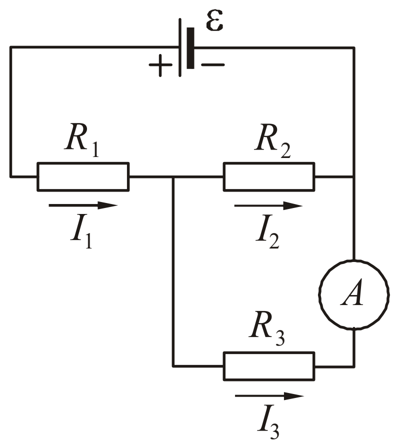


Рисунок 11.2

Найдём полное сопротивление R цепи. Сопротивления амперметра и элемента в условии не указаны, поэтому будем считать их пренебрежимо малыми. Сопротивление параллельно соединённого участка обозначим через R_{23}. Для него можно записать следующее соотношение:

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \tag{1}$$

Тогда по законам последовательного соединения:

$$R = R_1 + R_{23}. \tag{2}$$

По закону Ома для замкнутой цепи найдём ток I_1, текущий через источник:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R}. \tag{3}$$

Напряжение на зажимах элемента равно эдс, так как внутреннее сопротивление элемента равно нулю:

$$U = \varepsilon. \tag{4}$$

Напряжение на участке R_{23}

$$U_{23} = I_1 R_{23}. \qquad (5)$$

Напряжение U_3 на сопротивлении R_3 равно напряжению U_{23}. Тогда

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{I_1 R_{23}}{R_3}. \qquad (6)$$

Проведём промежуточные расчёты сопротивлений, чтобы не получить громоздких математических выражений:

$$R_{23} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \text{ (Ом)},$$

$$R = 5 + 2 = 7 \text{ (Ом)}.$$

Подставив численные значения величин в формулы (3) и (6), получим:

$$I_1 = 0{,}3 \text{ А}, \quad I_3 = 0{,}2 \text{ А}.$$

Пример 11.3.3. Для расширения пределов измерения токов используют шунтирование – подключение параллельно амперметру сопротивления $R_ш$. (рис. 11.3). Какое сопротивление $R_ш$ должен иметь шунт, чтобы этим миллиамперметром можно было измерить в n-раз больший ток? Провести расчёт для следующего случая: миллиамперметр с пределом измерения токов I_0=25 мА надо использовать как амперметр для измерения тока I=5 А. Сопротивление амперметра $R_А$=10 Ом.

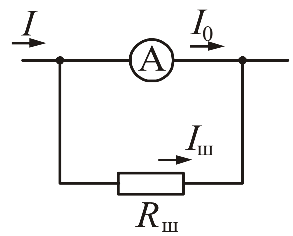


Рисунок 11.3

Решение. Предел измерения тока надо увеличить в n раз:

$$n = \frac{I}{I_0}, \qquad (1)$$

где I_0 – ток, на который рассчитан амперметр;
I – ток в цепи.

При подключении шунта параллельно миллиамперметру ток I должен делиться так, чтобы через миллиамперметр протекал ток I_0. Поэтому ток $I_ш$, текущий через шунт, равен:

$$I_ш = I - I_0 = nI_0 - I_0 = I_0(n-1). \qquad (2)$$

Напряжение на амперметре $U_А$ равно напряжению на шунте $U_ш$, так как они соединены параллельно:

$$U_А = U_ш. \qquad (3)$$

По закону Ома для однородного участка цепи:

$$U_А = I_0 R_А; \qquad U_ш = I_ш R_ш. \qquad (4)$$

где $R_А$ – сопротивление амперметра;
$R_ш$ – сопротивление шунта.

Подставим соотношения (4) в формулу (3), получим:

$$I_0 R_A = I_ш R_ш .$$

Отсюда:

$$R_ш = \frac{I_0 R_A}{I_ш} . \qquad (5)$$

Заменим в (5) $I_ш$ в соответствии с формулой (2), получим

$$R_ш = \frac{I_0 R_A}{I_0 (n-1)} = \frac{R_A}{(n-1)} . \qquad (6)$$

Таким образом, сопротивление шунта должно быть в (n–1) раз меньше сопротивления амперметра. Рассчитаем предварительно n: $n = \frac{5}{25 \cdot 10^{-3}} = 200$.

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$R_ш = 0{,}05 \text{ Ом}.$$

Пример 11.3.4. Для расширения пределов измерения напряжения, последовательно вольтметру присоединяют добавочное сопротивление $R_д$ (рис. 11.4). Какое добавочное сопротивление $R_д$ нужно присоединить к вольтметру, чтобы им можно было измерить в n-раз большее напряжение? Провести расчёт для следующего случая: вольтметр, рассчитанный на напряжение U_0=30 В, надо использовать для измерения напряжения U=150 В? Сопротивление вольтметра R_V=3000 Ом.

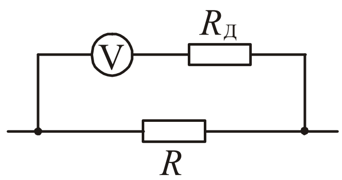


Рисунок 11.4.

Решение. Предел измерения напряжения надо увеличить в n раз:

$$n = \frac{U}{U_0} . \qquad (1)$$

где U_0 – напряжение, на которое рассчитан вольтметр;

U – напряжение, которое надо измерить.

Без внешнего добавочного сопротивления предел измерений вольтметра равен U_0. Ток, отклоняющий стрелку вольтметра на всю шкалу, определится по закону Ома:

$$I = \frac{U_0}{R_V} . \qquad (2)$$

При последовательном подключении добавочного сопротивления предел измерения будет равен nU_0, а общее сопротивление окажется равным $R_V + R_д$. Следовательно,

$$I = \frac{nU_0}{R_V + R_д} . \qquad (3)$$

Через вольтметр и добавочное сопротивление текут одинаковые токи. На основании этого можно записать:

$$\frac{U_0}{R_V} = \frac{nU_0}{R_V + R_д}. \tag{4}$$

Выразим из (4) добавочное сопротивление:

$$R_д = R_V(n-1). \tag{5}$$

Таким образом, добавочное сопротивление должно быть в (n–1) раз больше сопротивления вольтметра. Рассчитаем предварительно n: $n = \frac{150}{30} = 5$.

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$R_д = 12000 \text{ Ом=12 кОм.}$$

Пример 11.3.5. Два параллельно соединённых элемента с одинаковыми эдс ε_1=ε_2=2 В и внутренними сопротивлениями r_1=1 Ом и r_2=1,5 Ом замкнуты на внешнее сопротивление R=1,4 Ом (рис. 11.5). Найти ток в каждом из элементов и во всей цепи.

Решение. Проанализируем схему. Укажем полюса источников и предполагаемые направления токов. Обозначим: I_1 – ток, текущий через первый элемент; I_2 – ток, текущий через второй элемент; I – общий ток.

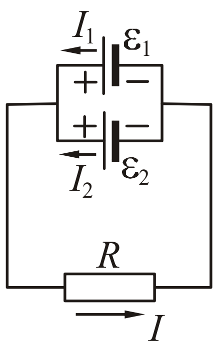


Рисунок 11.5

Элементы батареи соединены параллельно. Их эдс одинаковы: ε_1=ε_2=ε. Батарею в этом случае можно заменить эквивалентным источником с той же эдс ε, но другим внутренним сопротивлением, которое найдём, используя законы параллельного соединения.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}, \tag{1}$$

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \tag{2}$$

Ток, текущий в цепи, найдём, используя закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}. \tag{3}$$

По закону Ома для однородного участка цепи

$$U = I R. \tag{4}$$

Напряжение на зажимах элементов, замкнутых внешним сопротивлением R:

$$U_1 = U_2 = U\ . \tag{5}$$

Внутреннее сопротивление элементов не равно нулю, поэтому

$$U_1 = \varepsilon - I_1 r_1, \tag{6}$$

$$U_2 = \varepsilon - I_2 r_2\,. \tag{7}$$

Найдём ток I_1, используя уравнения (4), (5), (6).

$$IR = \varepsilon - I_1 r_1\,.$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon - IR}{r_1}\,. \tag{8}$$

Аналогично:

$$I_2 = \frac{\varepsilon - IR}{r_2}\,. \tag{9}$$

Подставив численные значения величин в формулы (3), (8), (9), получим

$$I = 1\ \text{А},\ I_1 = 0{,}6\ \text{А},\ I_2 = 0{,}4\ \text{А}.$$

Можно найти ток I_2 другим способом, используя следующее соотношение:

$$I = I_1 + I_2\,.$$

$$I_2 = I - I_1 = 1 - 0{,}6 = 0{,}4\ \text{А}.$$

Как видите, результат получился один и тот же.

Пример 11.3.6. Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 (рис. 11.6) и напряжение на резисторе, если ε_1=4 В, ε_2=3 В, R_1=2 Ом, R_2=6 Ом, R_3=1 Ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

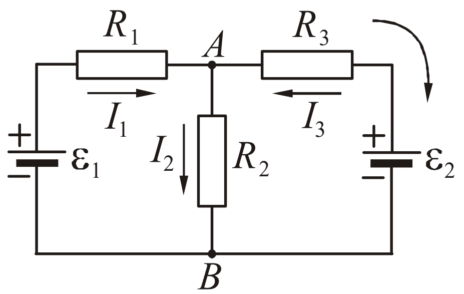


Рисунок 11.6

Решение. Цепь разветвлённая, поэтому для решения задачи применим правила Кирхгофа. Обозначим полюса источников, укажем предполагаемые направления токов. Цепь содержит два узла – А и В. Запишем первое правило Кирхгофа для узла А:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0\,. \tag{1}$$

Токи, входящие в узел взяты со знаком «плюс», исходящий – со знаком «минус». Уравнение для узла В писать не надо, так как оно будет следствием первого уравнения.

В уравнение (1) входит три неизвестных, следовательно, надо составить ещё два уравнения. Их запишем с использованием второго правила Кирхгофа для контуров. Чтобы получить необходимое количество независимых уравнений, надо придерживаться правила: контуры выбираются таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь, не участвовавшая ранее ни в одном из контуров. Выберем направление обхода. Направление выбирается произвольно, допустим по часовой стрелке (см. рис. 11.6).

Для контура $R_1R_2\varepsilon_1$:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1. \tag{2}$$

Для контура $R_1R_3\varepsilon_2\varepsilon_1$:

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2. \tag{3}$$

Произведения IR брались со знаком «плюс», если ток совпадал по направлению с направлением обхода, в противоположном случае брался «минус».

Эдс ε_1 взяли со знаком «плюс», так как при обходе внутри источника шли от «минуса» к «плюсу» (потенциал повышался). Эдс ε_2 взяли со знаком «минус», так как при обходе шли от «плюса» к «минусу» (потенциал понижался).

В уравнения (1), (2), (3) подставим численные значения, получим систему:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \tag{4}$$

$$2I_1 + 6I_2 = 4 \tag{5}$$

$$2I_1 - I_3 = 4 - 3 = 1 \tag{6}$$

Решим систему. Для этого вычтем из уравнения (5) уравнение (6), получим:

$$6I_2 + I_3 = 3.$$

Найдём I_2:

$$I_2 = \frac{3 - I_3}{6}. \tag{7}$$

Из (5) найдём I_1, заменив I_2 по формуле (7), предварительно (5) разделив на 2:

$$I_1 = 2 - 3I_2 = 2 - 3 \cdot \frac{3 - I_3}{6} = 2 - \frac{3 - I_3}{2}. \tag{8}$$

Выражения (7) и (8) подставим в (4), получим:

$$2 - \frac{3 - I_3}{2} + I_3 - \frac{3 - I_3}{6} = 0.$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{12 - 9 + 3I_3 + 6I_3 - 3 + I_3}{6} = 0.$$

Отсюда:

$$10I_3 = 0 \qquad \text{или} \quad I_3 = 0. \tag{9}$$

Напряжение на резисторе R_3 по закону Ома для однородного участка цепи:

$$U_3 = I_3 R_3. \qquad (10)$$

$$U_3 = 0 \quad \text{, так как } I_3=0.$$

Пример 11.3.7. Батарею с эдс ε=100 В включили в цепь так, как показано на рис. 11.7. До какого напряжения зарядится конденсатор ёмкостью C=5 мкФ? Какой заряд получит при этом конденсатор? Сопротивления R_1=40 Ом, R_2=60 Ом. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

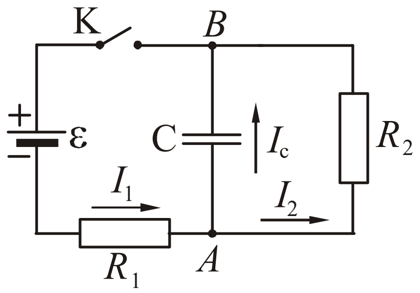


Рисунок 11.7

Решение. Проанализируем схему. Укажем полюса источника и предполагаемые направления токов. Обозначим:

I_1 – ток, текущий через сопротивление R_1; I_2 – ток, текущий через сопротивление R_2; I_c – ток, который обуславливает зарядку конденсатора.

После окончания процесса зарядки конденсатора ток I_c станет равным нулю. При этом по контуру εR_1R_2ε потечёт ток $I_1 = I_2$.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}. \qquad (1)$$

Напряжение на обкладках конденсатора будет при этом максимальным и равным разности потенциалов между точками A и B.

$$U_c = \varphi_A - \varphi_B = I_2 R_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (2)$$

Так как по определению электроёмкость конденсатора равна отношению заряда к разности потенциалов, то заряд будет равен:

$$q = C U_c. \qquad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулы (2) и (3), получим:

$$U_c = 60 \text{ В}, \; q = 300 \text{ мкКл}.$$

Пример 11.3.8. Эдс батареи ε=120 В, сопротивления R_2=60 Ом, R_3=30 Ом (рис. 11.8). Амперметр показывает ток I=2 А. Найти мощность P, выделяющуюся на сопротивлении R_1.

Решение. Введём упрощения: будем считать, что сопротивления источника и амперметра равны нулю.

Укажем полюса источника и предполагаемые направления токов. Обозначим:

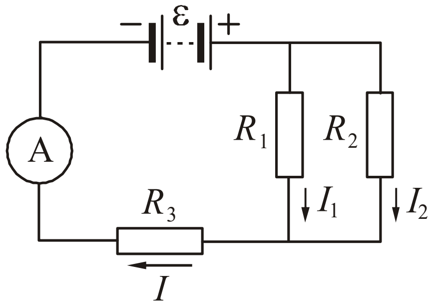


Рисунок 11.8

I_1 – ток, текущий через сопротивление R_1; I_2 – ток, текущий через сопротивление R_2; I – ток, текущий через источник эдс. Из схемы следует, что ток I_3, текущий через сопротивление R_3, равен току I.

Мощность, выделяющуюся на сопротивлении R_1, можно определить из соотношения:

$$P_1 = I_1 U_1 . \tag{1}$$

По законам параллельного соединения

$$I = I_1 + I_2 , \tag{2}$$

$$U_1 = U_2 = U . \tag{3}$$

Эдс равна сумме напряжений на отдельных участках цепи.
Сопротивление источника равно нулю, поэтому

$$\varepsilon = U + U_3 = U + IR_3 , \tag{4}$$

так как по закону Ома для участка цепи

$$U_3 = I_3 R_3 ,$$

где $I_3 = I$.

Из уравнения (4) найдём U:

$$U = \varepsilon - IR_3 . \tag{5}$$

Из уравнения (2) найдём ток I_1:

$$I_1 = I - I_2 . \tag{6}$$

Ток I_2 находится из закона Ома для участка цепи:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{\varepsilon - IR_3}{R_2} . \tag{7}$$

В уравнении (7) мы учли, что $U_1 = U_2$.

Записанные соотношения подставим в (1), получим:

$$P_1 = \left(I - \frac{\varepsilon - IR_3}{R_2} \right) \cdot \left(\varepsilon - IR_3 \right). \tag{8}$$

Подставив численные значения величин в формулу (8), получим

$$P_1 = 60 \text{ Вт}.$$

Пример 11.3.9. К батарее аккумуляторов, эдс ε которой равна 2 В, а внутреннее сопротивление r=0,5 Ом, присоединён проводник. Определить: 1) при каком сопротивлении R проводника в нём выделяется максимальная мощность; 2) величину максимальной мощности $P_{\max}$.

Решение: Мощность, выделяемая на участке цепи, рассчитывается по формуле

$$P = I^2 R, \qquad (1)$$

где I – ток, текущий через участок, R – сопротивление участка.
По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (2)$$

где ε – эдс источника, r – сопротивление источника (внутреннее сопротивление).
Подставим (2) в (1), получим:

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}. \qquad (3)$$

Для того, чтобы найти значение сопротивления R, при котором мощность примет максимальное значение, исследуем функцию (3) на максимум. Для этого найдём производную по R и приравняем её к нулю.

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R + r)^2 - 2R(R + r)}{(R + r)^4} = \varepsilon^2 \frac{(R + r - 2R)}{(R + r)^3} = 0. \qquad (4)$$

Отсюда следует, что

$$r - R = 0.$$

Или

$$R = r. \qquad (5)$$

Это означает, что мощность, выделяющаяся во внешней цепи, будет максимальна, если внешнее сопротивление равно внутреннему.
Для расчёта максимальной мощности используем уравнение (3), заменив R на r.

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2 r}{4r^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \qquad (6)$$

Подставив численные значения величин в формулы (5) и (6), получим:

$$R = 0{,}5 \text{ Ом}, \qquad P_{\max} = 2 \text{ Вт}.$$

Пример 11.3.10. Электродвигатель питается от источника напряжением U=24 В. Чему равна мощность на валу двигателя при протекании по его обмотке тока I=8 А, если известно, что при полном затормаживании ротора по цепи идёт ток I_0=16 А?

Решение. Мощность P тока, идущего по обмотке работающего электродвигателя, равна сумме механической мощности (мощности на валу электродвигателя) и тепловой мощности.

$$P = P_{\text{мех}} + P_{\text{тепл}}. \qquad (1)$$

Мощность тока, идущего по обмотке

$$P = IU. \qquad (2)$$

Тепловая мощность равна количеству тепла, выделяющегося за единицу времени. Из закона Джоуля –Ленца:

$$P_{\text{тепл}} = IR^2. \qquad (3)$$

где R – сопротивление цепи электродвигателя.
Подставим (2) и (3) в (1) и найдём мощность на валу электродвигателя:

$$P_{\text{мех}} = P - P_{\text{тепл}} = IU - IR^2 = I(U - IR). \qquad (4)$$

Найдём сопротивление цепи электродвигателя. При полном затормаживании ротора напряжение, приложенное к двигателю, равно произведению силы тока I_0 на сопротивление цепи (в этом случае не возникает эдс самоиндукции):

$$U = I_0 R. \qquad (5)$$

Тогда

$$R = \frac{U}{I_0}. \qquad (6)$$

Подставим (6) в формулу (4), получим:

$$P_{\text{мех}} = I\left(U - I\frac{U}{I_0}\right) = IU\left(1 - \frac{I}{I_0}\right). \qquad (7)$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$P_{\text{мех}} = 96\,\text{Вт}$$

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Что называется электрическим током? Каковы условия существования электрического тока?
2. Дайте определение силы тока и плотности тока. Как они связаны между собой?
3. Какой участок цепи называется однородным? Сформулируйте и запишите закон Ома для однородного участка цепи.

4. Как сопротивление однородного проводника зависит от материала проводника и его геометрических размеров? Дайте определение удельного сопротивления.
5. Как сопротивление проводника зависит от температуры? Что называется температурным коэффициентом сопротивления?
6. Какую величину называют электропроводностью, удельной электропроводностью?
7. Какие соотношения выполняются для токов и напряжений при последовательном и параллельном соединении проводников? Как при этом рассчитывается результирующее сопротивление?
8. Какой участок цепи называется неоднородным? Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
9. Запишите закон Ома для замкнутой цепи.
10. Запишите и сформулируйте закон Ома в дифференциальной форме.
11. Сформулируйте первое правило Кирхгофа.
12. Сформулируйте второе правило Кирхгофа.
13. Сколько независимых уравнений для определения токов в цепи можно составить на основе первого и второго правил Кирхгофа?
14. Запишите формулы для расчёта работы и мощности постоянного тока. Запишите и сформулируйте закон Джоуля – Ленца.

11.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

11.1. Конденсатор ёмкостью C=100 мкФ заряжается до напряжения U=500 В за время t=0,5 с. Каково среднее значение силы зарядного тока?

11.2. Обмотка реостата сопротивлением 84 Ом выполнена из никелиновой проволоки площадью поперечного сечения 1 мм^2. Какова длина проволоки?

11.3. Медная проволока имеет электрическое сопротивление 6 Ом. Какое электрическое сопротивление имеет медная проволока, у которой в 2 раза больше длина и в 3 раза больше площадь поперечного сечения?

11.4. Найти падение напряжения на медном проводе длиной l=510 м и диаметром d=2 мм, если сила тока в нем I=2 А.

11.5. Резистор подключён к источнику тока с эдс 10 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Ток в цепи равен 1 А. Чему равно сопротивление резистора?

11.6. Найти падение напряжения на источнике и внешнее сопротивление электрической цепи, если ток в цепи I=0,25 А. Эдс источника ε=2 В, внутреннее сопротивление источника r=0,5 Ом.

11.7. Каково внутреннее сопротивление гальванического элемента, если его эдс ε=1,5 В, а при внешнем сопротивлении R=5,0 Ом сила тока в цепи равна I=0,2 А?

11.8. Элемент, имеющий эдс 1,1 В и внутреннее сопротивление 1 Ом, замкнут на внешнее сопротивление 9 Ом. Найти силу тока в цепи, падение напряжения во внешней цепи, падение напряжение внутри элемента.

11.9. На баллоне сетевой лампы накаливания написано: 220 В, 60 Вт. Найти силу тока и сопротивление лампы в рабочем режиме.

11.10. Сила тока в проводнике изменилась от 0,2 А до 0,8 А за время 0,02 с. Определить заряд, прошедший за это время через поперечное сечение проводника.

11.11. При прохождении по проводнику электрического тока силой 5 А в течение 2 мин совершается работа 150 кДж. Чему равно сопротивление проводника?

11.12. На входе в электрическую цепь квартиры стоит предохранитель, размыкающий цепь при силе тока 10 А. Подаваемое в цепь напряжение равно 220 В. Какое максимальное количество электроприборов, мощность каждого из которых равна 400 Вт, можно одновременно включить в квартире?

Средний уровень

11.13. Обмотка катушки из медной проволоки при температуре 14°С имеет сопротивление 10 Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным 12,2 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди равен $4{,}15\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

11.14. Сила тока в проводнике изменяется в соответствии с уравнением $I = I_0 + kt$, где $I_0 = 5$ А, k=3 А/с. Какой заряд проходит через поперечное сечение проводника за время от t_1=3 с до t_2=8 с?

11.15. В проводнике сопротивлением 2 Ом, подключенном к элементу с эдс ε=1,1 В, сила тока равна 0,5 А. Какова сила тока при коротком замыкании?

11.16. Амперметр сопротивлением 0,16 Ом зашунтирован сопротивлением 0,04 Ом. Амперметр показывает ток 8 А. Найти силу тока в цепи.

11.17. Какое сопротивление нужно включить последовательно с электрической лампочкой, потребляющей ток 1 А при напряжении 200 В, если напряжение в цепи 220 В?

11.18. Имеется предназначенный для измерения токов до 10 А амперметр сопротивлением 0,18 Ом, шкала которого разделена на 100 делений. 1) Какое сопротивление надо взять и как его включить , чтобы этим амперметром можно было измерить силу тока до 100 А? 2) Как изменится при этом цена деления амперметра?

11.19. Имеется вольтметр, предназначенный для измерений напряжения до 30 В, шкала которого разделена на 150 делений. Сопротивление вольтметра 2 кОм. 1) Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять напряжения до 75 В? 2) Как изменится при этом цена деления вольтметра?

11.20. При замыкании гальванического элемента на сопротивление R_1=3,75 Ом в цепи установился ток силой I_1=0,5 А. Если внешнее сопротивление цепи увеличить до R_2=4,75 Ом, то сила тока уменьшится до I_2=0,4 А. Найти эдс элемента, внутреннее сопротивление r элемента и ток короткого замыкания.

11.21. Определить плотность тока в железном проводнике длиной l=10 см, если провод находится под напряжением U=6,0 В.

11.22. Лампочка и реостат, соединённые последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение на зажимах лампочки 40 В, сопротивление реостата 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность 120 Вт. Найти силу тока в цепи.

11.23. При подключении к батарее поочерёдно двух сопротивлений R_1=32 Ом и R_2=4 Ом на них выделяется одинаковая мощность. Найти сопротивление r батареи.

11.24. Два проводника, сопротивления которых равны 2,0 Ом и 8,0 Ом, соединены параллельно и подключены к элементу с эдс 1,2 В. Сила тока в цепи равна 0,5 А. Какова сила тока при коротком замыкании?

11.25. Электродвигатель включён в сеть постоянного тока напряжением 220 В. Сопротивление обмотки двигателя 2 Ом. Сила потребляемого тока 10 А. Найти потребляемую мощность и кпд двигателя.

Достаточный уровень

11.26. Определить среднюю скорость направленного движения электронов вдоль медного проводника при плотности постоянного тока j=10 А/мм^2, если считать, что на каждый атом меди в металле приходится один свободный электрон.

11.27. Определить концентрацию электронов в пучке электроннолучевой трубки осциллографа вблизи экрана. Сечение пучка S=4 мм^2, сила тока I=1,6·10^{-3} А. Электроны вылетают из катода без начальной скорости и ускоряются между катодом и анодом электрическим полем разностью потенциалов U=28,5 кВ.

11.28. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от I_1=3 А до I_2=7 А в течение 1,6 с. Записать уравнение, описывающее изменение тока проводнике. Определить заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время от t_1=1,0 с до t_2=1,6 с .

11.29. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление 10,8 Ом. Масса медной проволоки 3,41 кг. Какой длины и какого диаметра проволока намотана на катушке?

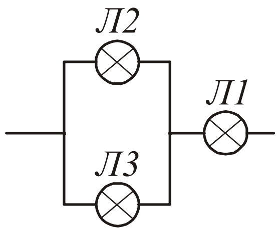


Рисунок 11.30

11.30. К цепи, показанной на рисунке 11.30, подведено напряжение 90 В. Сопротивление лампы *Л2* равно сопротивлению лампы *Л1*, а сопротивление лампы *Л3* в 4 раза больше сопротивления лампы *Л1*. Сила тока, потребляемая от источника, равна 0,5 А. Найти сопротивление каждой лампы, напряжение на лампах *Л1* и *Л3* и силу тока в них.

11.31. Две группы из трёх последовательно соединённых элементов соединены параллельно. Эдс каждого элемента равна 1,2 В, внутреннее сопротивление – 0,2 Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление 1,5 Ом. Найти силу тока во внешней цепи.

11.32. Во сколько раз изменятся показания амперметра, если от схемы, приведённой на рисунке 11.32 а, перейти к схеме, показанной на рисунке 11.32 б? Напряжение, поданное на концы цепи, не изменяется.

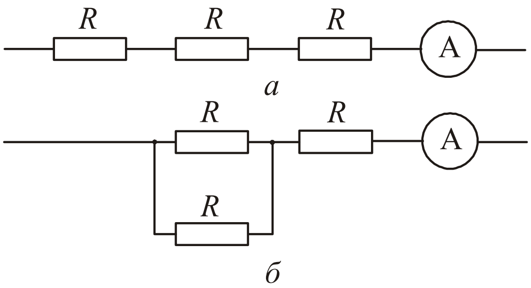


Рисунок 11.32

11.33. Эдс батареи 12 В, сила тока короткого замыкания 5 А. Какая максимальная мощность может выделиться во вешней цепи?

11.34. При силе тока 3 А во внешней цепи выделяется мощность 18 Вт, а при силе тока 1 А соответственно – 10 Вт. Определить эдс и внутреннее сопротивление батареи.

11.35. В схеме, приведённой на рис. 11.35 эдс ε_1=9 В, ε_2=8 В, ε_3=1 В, сопротивления R_1=50 Ом, R_2=20 Ом, R_3=10 Ом. Найти силу тока во всех ветвях цепи, а также разность потенциалов между точками А и В. Сопротивлением источников пренебречь.

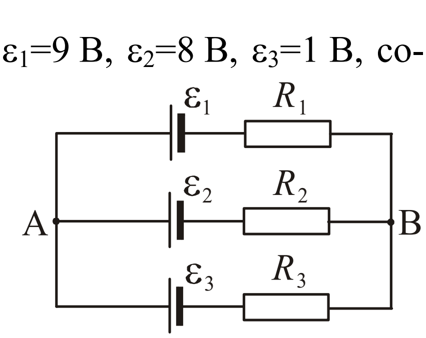


Рисунок 11.35

11.36. Найти внутреннее сопротивление и эдс источника тока, если при силе тока 30 А мощность во внешней цепи равна 180 Вт, а при силе тока 10 А эта мощность равна 100 Вт. Чему равен ток короткого замыкания данного источника тока?

11.37. Сила тока в проводнике сопротивлением R=10,0 Ом равномерно нарастает от I_1=2 А до I_2=6 А в течение времени t=8 с. Какое количество тепла Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

11.38. В электрический чайник налили 600 см^3 воды при температуре 9°С. Чайник включили в сеть и забыли выключить. Сопротивление обмотки чайника 16 Ом, напряжение в сети 120 В. Через сколько времени вода в чайнике выкипит, если его кпд равен 60%?

11.39. Найти длину l нихромовой проволоки диаметром d=0,25 мм, необходимой для изготовления спирали нагревателя мощностью P=0,5 кВт, который работает от источника постоянного тока напряжением U=110 В.

11.40. Какой длины l необходимо взять нихромовый провод сечением S=0,1 мм^2, чтобы изготовить нагреватель, которым можно за 3 минуты нагреть m=200 г воды от 10°С до 100°С при кпд 90% и напряжении U=220 В?

11.41. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах, представленных на рис. 11.41. Сопротивление вольтметра 1000 Ом, эдс батареи 110 В, R_1=400 Ом и R_2=600 Ом. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

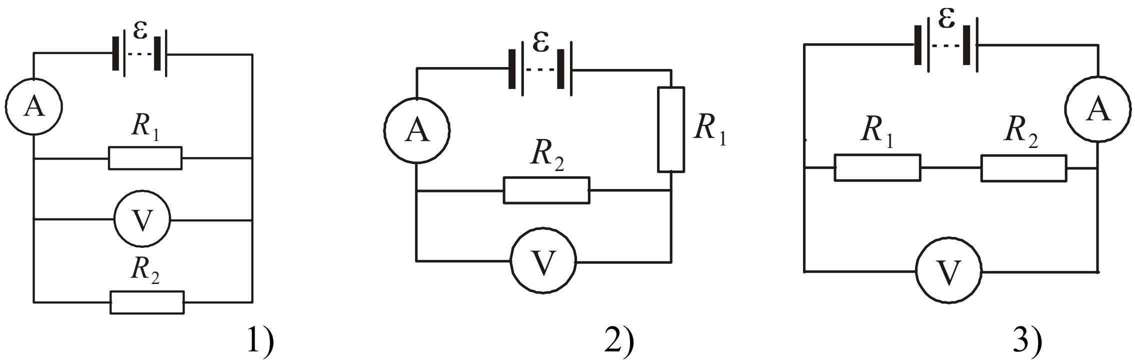


Рисунок 11.41

Глава 4. Электромагнетизм

§12 Магнитное поле постоянного тока

12.1 Основные теоретические сведения

1. Основной характеристикой магнитного поля является магнитная индукция $\vec{B}$. Вектор напряжённости $\vec{H}$ магнитного поля является вспомогательной величиной. Магнитная индукция $\vec{B}$ связана с напряжённостью $\vec{H}$ магнитного поля соотношением:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\,, \tag{12.1}$$

где μ – магнитная проницаемость изотропной среды, μ_0 – магнитная постоянная. Для немагнитных сред магнитную проницаемость в большинстве случаев можно считать равной 1.

В ферромагнетике связь между магнитной индукцией B поля и напряжённостью H намагничивающего поля выражается графически и имеет нелинейный характер. График зависимости для некоторых ферромагнетиков приведен в справочных материалах (Таблицы физических величин, п. 3.13).

2. Магнитная индукция поля, создаваемого прямолинейным отрезком проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,. \tag{12.2}$$

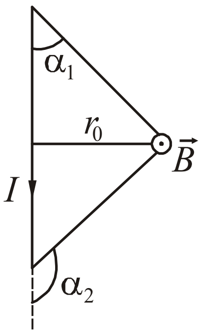


Рисунок 12.1

(Обозначения см. на рис. 12.1)

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и, поэтому, изображен точкой.

Магнитная индукция поля прямого бесконечно длинного проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}, \tag{12.3}$$

где r_0 – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

3. Магнитная индукция на оси кругового проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}, \tag{12.4}$$

где x – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция;

R – радиус витка.

Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \tag{12.5}$$

4. Магнитная индукция в произвольной точке А, лежащей на оси соленоида конечной длины, по которому течёт ток I

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \tag{12.6}$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида (плотность намотки);
α_1 и α_2 – углы, под которыми из точки А видны концы соленоида (рис. 12.2).

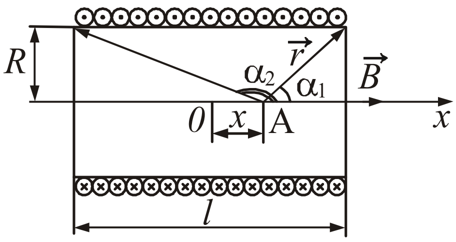


Рисунок 12.2

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным соленоидом

$$B = \mu\mu_0 nI, \tag{12.7}$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

5. *Принцип суперпозиции магнитных полей.* Магнитная индукция $\vec{B}$ поля, создаваемого несколькими проводниками с током, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током в отдельности.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots + \vec{B}_n. \tag{12.8}$$

6. *Закон полного тока* (*теорема о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля*).
Циркуляция вектора напряжённости $\vec{H}$ магнитного поля по произвольному контуру l равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.

$$\oint_l \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{N} I_k. \tag{12.9}$$

7. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (сила Ампера)

$$F = IBl\sin\alpha, \tag{12.10}$$

где l – длина проводника, α – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

8. Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямолинейных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии r друг от друга

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l. \qquad (12.11)$$

9. Сила, действующая на заряд q, движущийся со скоростью v в магнитном поле (сила Лоренца)

$$F = qBv \sin\alpha, \qquad (12.12)$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

10. Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \qquad (12.13)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор положительной нормали к плоскости контура,
I – сила тока, текущего в контуре; S – площадь контура.

11. Механический момент, действующий на контур с током, помещённый в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

В скалярном виде

$$M = p_m B \sin\varphi, \qquad (12.14)$$

где φ – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

12. *Эффект Холла*: Если металлическую пластинку, вдоль которой течёт постоянный электрический ток I, поместить в магнитное поле, перпендикулярное к току, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \frac{IB}{b}, \qquad (12.15)$$

где R_{H} – постоянная Холла, b – толщина пластинки (размер пластинки в направлении вектора магнитной индукции), B – индукция магнитного поля.
Постоянная Холла:

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{nq}, \qquad (12.16)$$

где q – заряд носителей;
n – концентрация носителей тока.

12.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

12.2.1. В данном параграфе рассматривается два типа задач:

1. Задачи на расчёт характеристик магнитного поля произвольной системы токов.
2. Задачи о силовом действии магнитного поля на проводники с током и движущиеся электрические заряды.

В обоих типах задач подразумевается, что токи являются линейными. Это означает, что токи текут по проводникам, поперечные размеры которых пренебрежимо малы.

12.2.2. Расчёт индукции $\vec{B}$ магнитного поля проводится или на основе закона Био-Савара -Лапласа и принципа суперпозиции полей, или на основе закона полного тока (теоремы о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля).

1. Расчёт полей, созданных простейшими проводниками с током (отрезком, круговым витком и т.д.), проводится с помощью формул (12.2) – (12.7). Они получены из закона Био-Савара-Лапласа. Если в задаче нет специальных оговорок, то эти формулы используют в готовом виде, без вывода.
2. Расчёт полей, созданных несколькими простейшими проводниками, проводят с помощью формул (12.2) – (12.7) и принципа суперпозиции полей (12.8). Для того, чтобы найти векторную сумму, сначала находят направление векторов магнитной индукции $\vec{B}_i$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, затем складывают векторы по правилу сложения векторов. Далее рассчитывают модуль результирующего вектора.
3. Расчёт полей, созданных проводником с током, который является комбинацией отрезков, дуг, окружностей и т.д., проводят по следующему **алгоритму**:

   – разбивают эту комбинацию на составляющие части так, чтобы можно было рассчитать магнитную индукцию поля этих частей по формулам (12.2) – (12.7);

   – определяют направление векторов магнитной индукции $\vec{B}_i$ полей, создаваемых каждой частью в отдельности, затем складывают их по правилу сложения векторов;

   – рассчитывают модуль результирующего вектора.
4. Расчёт симметричных магнитных полей проводят с помощью закона полного тока. Через точку, в которой нужно определить вектор $\vec{H}$, проводят замкнутый контур *l*, совпадающий с силовой линией. При этом важно, чтобы для всех точек этого контура выполнялось соотношение $\vec{H}_i = \text{const}$. В этом случае угол между $\vec{H}$ и $d\vec{l}$ равен 0°, $\cos 0^\circ = 1$. Уравнение (12.9) при этом приобретает простой вид:

$$Hl = \sum_{k=1}^{N} I_k \ .$$

12.2.2. Если в задаче требуется найти индукцию $\vec{B}$ поля в вакууме то, найдя напряжённость $\vec{H}$ описанным выше способом, индукцию рассчитывают, используя соотношение (12.1).

12.2.3. Задачи о силовом действии однородного магнитного поля на проводники и контуры с током решают по следующему **алгоритму**.

1. Сделайте схематический чертёж, на котором изобразите проводник или контур с током и направление силовых линий магнитного поля. Отметьте углы между направлениями магнитной индукции и тока в проводнике. Если контур состоит из нескольких прямых проводников, то углы надо отмечать для каждого проводника.
2. Определите направление сил, действующих на проводник или на каждый элемент контура, проставите силы на чертеже.
3. Запишите уравнение (12.10). При необходимости добавьте выражение (12.14), определяющее вращающий момент, действующий на контур с током. Найдите неизвестную величину.

12.2.4. Если в задаче рассматривается равновесие проводника с током в магнитном поле, то укажите не только силу Ампера, но и все остальные силы, действующие на проводник или контур. Условие равновесия для проводника запишите в виде: $\sum \vec{F}_i = 0$. Далее запишите законы сил. В результате получите уравнение для определения искомой величины.

Контур с током в магнитном поле под действием вращающего момента поворачивается так, что угол между магнитным моментом $\vec{p}_m$ и магнитной индукцией $\vec{B}$ уменьшается. При α=0 наступает состояние устойчивого равновесия контура в магнитном поле. Условие равновесия для контура записывается в виде: $\sum \vec{M}_i = 0$. Далее запишите выражения для моментов сил. В результате получите уравнение для определения искомой величины.

12.2.5. Задачи о силовом действии магнитного поля на заряженные частицы решаются теми же методами, что и задачи по механике. Разница лишь в природе сил. **Алгоритм** решения, поэтому, выглядит аналогично.

1. Выполнить чертёж, указать на нем направление вектора $\vec{B}$ магнитной индукции, вектора скорости частицы, проставить знак её заряда.
2. Если скорость частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции $\vec{B}$, то под действием силы Лоренца частица будет равномерно вращаться по окружности.
3. Если скорость частицы направлена под углом к вектору индукции магнитного поля, то надо разложить скорость на две составляющие. Одна из них должна быть направлена перпендикулярно вектору $\vec{B}$, вторая параллельно ему. Такое разложение позволяет рассматривать движение частицы как сложение двух движений: равномерного перемещения вдоль поля со скоростью $\vec{v}_{\parallel}$ и равномерного вращения по окружности со скоростью $\vec{v}_{\perp}$ в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции. В результате частица движется по винтовой линии (спирали). Шаг h винтовой линии (расстояние между соседними витками) $h = v_{\parallel} T$, где T – период вращения.
4. Указать направление силы Лоренца. Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки. При использовании этого правила обратить внимание на знак заряда частицы. Сила тяжести, действующая на элементарные частицы ничтожно мала по сравнению с силами электромагнитного поля, поэтому, если в задаче нет специальных оговорок, её не учитывают.

5. Записать уравнение движения частицы – второй закон Ньютона. Учесть, что сила Лоренца сообщает движущейся частице нормальное ускорение, не изменяя модуля скорости. Если для нахождения неизвестной величины записанного уравнения окажется недостаточно, то добавить уравнения кинематики.

12.2.6. Если частицы движутся в скрещенных электрическом и магнитном полях, то схема решения задачи сохраняется (см. п. 12.2.5), но добавляется сила, действующая со стороны электрического поля: $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$. При определении направления $\vec{F}_{эл}$ учтите знак заряда: если $q<0$, то $\vec{F}_{эл}$ направлена противоположно вектору напряжённости электрического поля $\vec{E}$; если $q>0$, то направления $\vec{F}_{эл}$ и $\vec{E}$ совпадают.

12.2.7. Решая задачи на расчёт магнитных полей при наличии магнитных сред, помните, что магнитная проницаемость μ ферромагнетика зависит от магнитного поля внутри вещества. Поэтому между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и напряжённостью $\vec{H}$ намагничивающего поля нет пропорциональной зависимости.

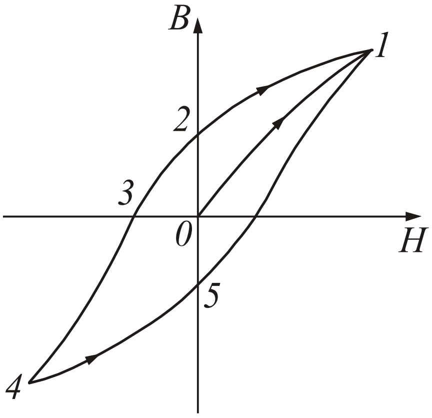


Рисунок 12.3

Нелинейная зависимость между B и H различная для разных ферромагнетиков. Она приводится в справочниках в виде полученных экспериментально кривых намагничивания (Таблицы физических величин, п. 3.13).

Вследствие явления магнитного гистерезиса кривая намагничивания ферромагнетика (рис. 12.3) не совпадает с кривой его размагничивания. Поэтому для отыскания связи между B и H в ферромагнетике пользуются кривой намагничивания только в тех случаях, когда известно, что рассматриваемое в задаче состояние ферромагнетика возникло в процессе его намагничивания. При этом необходимо, чтобы в начале этого процесса ферромагнетик не имел остаточной намагниченности, иначе кривая намагничивания не будет проходить через точку О и, следовательно, не совпадает с основной кривой намагничивания, приводимой в справочниках.

12.3 Примеры решения задач

Пример 12.3.1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым в одном направлении текут токи силой I=60 А, расположены на расстоянии d=10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей на расстоянии r_1=5 см от одного проводника и на расстоянии r_2=12 см – от другого.

Решение. Выполним рисунок (рис. 12.4). Будем считать, что токи направлены за чертёж. Определим направление векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых в точке A каждым током в отдельности, используя правило правого винта, и укажем их на рисунке. По принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \qquad (1)$$

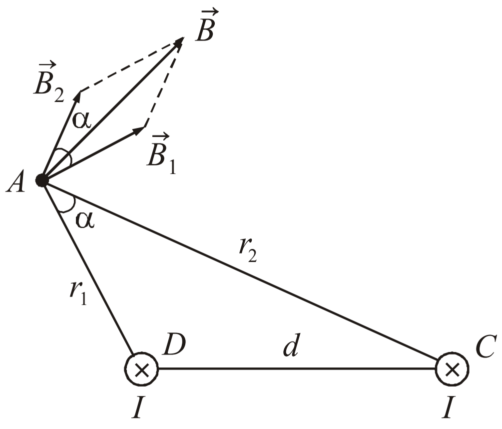


Рисунок 12.4

Сложим векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ по правилу параллелограмма и найдём направление вектора $\vec{B}$. Используя теорему косинусов, найдём модуль вектора $\vec{B}$:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Так как проводники бесконечно длинные, то:

$$B_1 = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi r_1}, \qquad B_2 = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi r_2}. \qquad (3)$$

Среда, в которой находятся проводники, не указана, поэтому считаем, что они находятся в вакууме. В этом случае μ=1.
Из ΔADC найдём $\cos\alpha$. По теореме косинусов:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}. \qquad (4)$$

Вычислим значение $\cos\alpha$, подставив данные: $\cos\alpha$ =0,576. Выражения для B_1 и B_2 подставим в (2), получим формулу для расчёта B:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2\cos\alpha}{r_1r_2}}. \qquad (5)$$

Значение магнитной постоянной находим в таблице «Основные физические постоянные», п. 3.1. Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$B = 0{,}286 \text{ мТл}.$$

Пример 12.3.2. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка R=2 см, по виткам текут токи I_1=I_2=5 А. Найти индукцию B магнитного поля в центре этих витков.

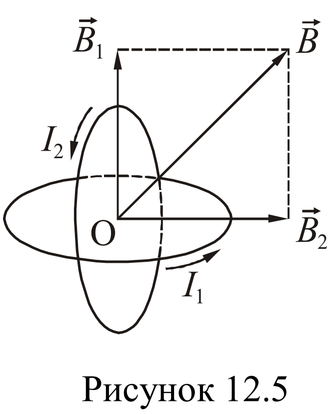


Рисунок 12.5

Решение. Выполним рисунок, выберем направление токов в витках (рис. 12.5). Обозначим буквой О точку, являющуюся центром витков. Пользуясь правилом правого винта, определим направления векторов магнитной индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в этой точке. По принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 . \qquad (1)$$

Сложим эти векторы по правилу параллелограмма и укажем направление вектора $\vec{B}$. Модуль вектора магнитной индукции определим по теореме Пифагора.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} . \qquad (2)$$

Индукция магнитного поля в центре кругового тока определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \qquad (3)$$

где R – радиус витка.

Радиусы витков одинаковы, сила тока одинакова. Это означает, что

$$B_1 = B_2 . \qquad (4)$$

Подставим (3) в формулу (2), получим:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I\sqrt{2}}{2R} . \qquad (5)$$

Среда, в которой находятся проводники, не указана, поэтому считаем, что они находятся в вакууме: μ=1. Значение магнитной постоянной определяется по таблице «Основные физические постоянные», п. 3.1.

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$B = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Обратите внимание! Если изменить направления токов в витках, то изменится только направление магнитной индукции результирующего поля, численное значение будет таким же.

Пример 12.3.3. Ток I=20 А идёт по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряжённость $\vec{H}$ магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии a=10 см.

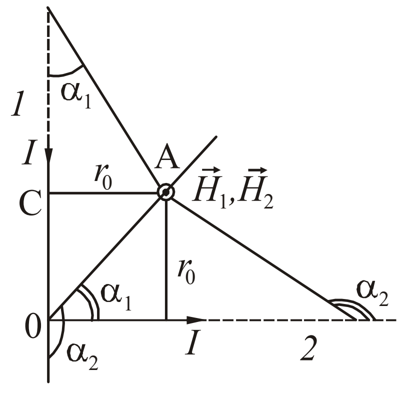


Рисунок 12.6

Решение. Выполним рисунок, выберем направление тока в проводнике, укажем точку А (рис. 12.6). В данном случае нельзя воспользоваться формулой для расчёта поля бесконечно длинного проводника, так как прямые ограничены с одной стороны.

Разобьём проводник на части 1 и 2. По принципу суперпозиции полей напряжённость магнитного поля в точке А будет равна векторной сумме напряжённостей $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ полей, создаваемых каждой частью проводника.

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 . \qquad (1)$$

Определим направления $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ в точке А по правилу правого винта. Эти векторы перпендикулярны плоскости чертежа, направлены к нам, поэтому изображаем их в виде точки, заключённой в кружок. Направление векторов совпадает, поэтому можно от векторной суммы перейти к скалярной:

$$H = H_1 + H_2. \tag{2}$$

Для нахождения численного значения H_1 и H_2 воспользуемся формулой для расчёта напряжённости поля, создаваемого отрезком проводника с током, так как точка А лежит вблизи одного из концов отрезка.

$$H = \frac{I}{4\pi\, r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \tag{3}$$

где r_0 – расстояние от точки до проводника. Углы α_1 и α_2 показаны на рис. 12.6.

Точка А лежит на биссектрисе прямого угла, поэтому

$$r_0 = a\sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \tag{4}$$

Из рис. 12.6 следует, что если проводник бесконечно длинный, то для первой части α_1 стремится к 0 ($\alpha_1 \to 0$), α_2=135°. $\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ$.

Преобразуем формулу (3):

$$H_1 = \frac{\sqrt{2}\,I}{4\pi a}\left(\cos 0^\circ + \sin 45^\circ\right) = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a}. \tag{5}$$

Для второй части проводника α_1'=45°, α_2' стремится к 180° ($\alpha_2' \to 180°$). Получим:

$$H_2 = \frac{\sqrt{2}\,I}{4\pi a}\left(\cos 45^\circ - \cos 180^\circ\right) = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - (-1)\right) = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a}. \tag{6}$$

Напряжённость поля в точке А:

$$H = 2\cdot\frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a} = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{2\pi a}. \tag{7}$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$H = 77 \text{ А/м}.$$

Пример 12.3.4. В соленоиде длиной l=20 см и диаметром D=5 см надо получить магнитное поле напряжённостью H=1 кА/м. Найти число ампер-витков IN соленоида и рассчитать напряжение U, которое надо приложить к концам обмотки, если соленоид сделан из медной проволоки диаметром d=0,5 мм. Поле соленоида считать однородным.

Решение. По условию задачи поле соленоида считается однородным. В этом случае напряжённость поля рассчитывается по формуле:

$$H = I n, \tag{1}$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ – плотность намотки (число витков, приходящееся на единицу длины). Сделаем замену в (1) и найдём число ампер-витков:

$$H = \frac{IN}{l}. \tag{2}$$

$$IN = Hl. \tag{3}$$

Напряжение, которое надо приложить к концам обмотки, можно найти, используя закон Ома для однородного участка цепи:

$$U = IR, \tag{4}$$

где R – сопротивление обмотки.

$$R = \rho\frac{l_{\text{пр}}}{S_{\text{пр}}}, \tag{5}$$

где ρ – удельное сопротивление меди, $l_{\text{пр}}$ – длина проволоки, $S_{\text{пр}}$ – площадь поперечного сечения проволоки.

$$S_{\text{пр}} = \frac{\pi d^2}{4}. \tag{6}$$

Найдём длину проволоки. Чтобы намотать один виток, нужен кусок проволоки, длина которого равна длине окружности сечения соленоида πD. Если витков N, то длина всей проволоки

$$l_{\text{пр}} = \pi ND. \tag{7}$$

Подставим соотношения (5), (6), (7) в уравнение (4), получим:

$$U = \rho I \cdot \frac{4\pi ND}{\pi d^2} = \frac{4\rho IND}{d^2}. \tag{8}$$

Число ампер-витков определяется формулой (3). Сделаем замену в (8):

$$U = \frac{4\rho DHl}{d^2}. \tag{9}$$

Значение удельного сопротивления меди определяется по «Таблицам физических величин», п. 3.12. Подставив численные значения величин в формулы (3) и (9), получим

$$IN = 200 \text{ ампер-витков}, \; U = 2{,}5 \text{ В}.$$

Пример 12.3.5. Какую ошибку мы допускаем при нахождении напряжённости магнитного поля в центре соленоида, считая соленоид из примера 12.3.4 бесконечно длинным?

Решение. Допускаемая ошибка

$$\varepsilon = \frac{(H_1 - H_2)}{H_1} \cdot 100\%, \tag{1}$$

где H_1 – напряжённость поля внутри бесконечно длинного соленоида, H_2 – напряжённость поля внутри соленоида конечной длины.

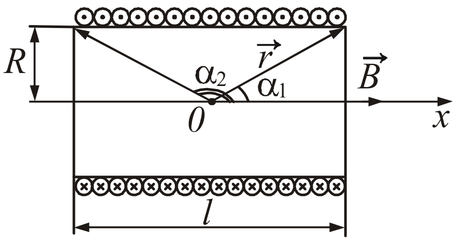


Рисунок 12.7

Напряжённость поля внутри соленоида конечной длины определяется формулой:

$$H_2 = \frac{In}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \tag{2}$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ – плотность намотки, углы α_1 и α_2 указаны на рис. 12.7.

Точка О находится в центре соленоида, поэтому

$$\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + (D/2)^2}} = \frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}}, \tag{3}$$

$$\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1 = -\frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}}. \tag{4}$$

Сделаем замену в (2), получим:

$$H_2 = In \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}} = \frac{IN}{\sqrt{l^2 + D^2}}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим: $H_2 = 970$ А/м. H_1 по условию равно 1000 А/м. Допущенная ошибка

$$\varepsilon = \frac{(1000 - 970)}{1000} \cdot 100\% = 3\%.$$

Пример 12.3.6. Найти циркуляцию вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по контуру l. Направление обхода контура указано на рис.12.8, сила тока I_1=I_2=1 А, I_3=2 А.

Решение. По закону полного тока циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в вакууме по произвольному контуру равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k \,. \qquad (1)$$

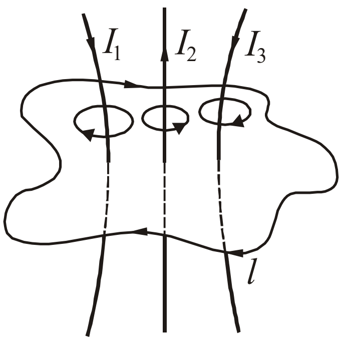


Рисунок 12.8

Определим знаки токов. Для этого найдём направления силовых линий каждого тока по правилу правого винта (см. рис. 12.8). Если направление обхода контура совпадает с направлением силовых линий, то ток берется со знаком «+», если не совпадает – со знаком «–». Для указанного на рисунке обхода контура

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(I_1 - I_2 + I_3\right). \qquad (2)$$

Подставив численные значения величин в формулу (2), получим

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = 2{,}51 \cdot 10^{-6} \text{ Тл·м.}$$

Пример 12.3.7. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии d_1=10 см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи I_1=20 А и I_2=30 А. Какую работу A_l (на единицу длины проводников) надо совершить, чтобы увеличить расстояние между ними до d_2=20 см?

Решение. Выполним рисунок, укажем направления токов (рис. 12.9). Если по проводникам текут токи одного направления, то они будут притягиваться.

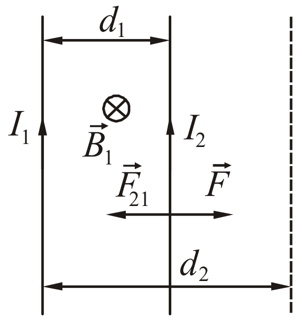


Рисунок 12.9

Будем считать, что второй проводник находится в магнитном поле, создаваемом первым проводником. На второй проводник будет действовать сила $\vec{F}_{21}$. Чтобы переместить второй проводник на расстояние d_2, надо приложить силу $\vec{F}$, равную по модулю, но противоположную по направлению $\vec{F}_{21}$. Найдём значение силы. Первый проводник создаёт магнитное поле индукцией $\vec{B}_1$. Направление $\vec{B}_1$ определим по правилу правого винта (указано на рис. 12.9 крестиком, заключённым в кружок). Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током I_1 в точке, находящейся на расстоянии r от него

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi r}, \qquad (1)$$

μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды.

Среда, в которой находятся проводники, не указана, поэтому считаем, что они находятся в вакууме: μ=1.

Со стороны этого поля на проводник с током I_2 действует сила Ампера

$$F_{21} = I_2 B_1 l \sin\alpha\,, \tag{2}$$

где l – длина проводника, α – угол между направлением тока I_2 и $\vec{B}_1$. α=90°, $\sin 90^\circ = 1$.

Подставим (1) в (2), получим:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \tag{3}$$

Сила зависит от расстояния между проводниками, поэтому для нахождения работы применим метод дифференцирования и интегрирования. При перемещении второго проводника на расстояние dr необходимо совершить элементарную работу

$$\delta A = Fdr = F_{21}dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}\cdot dr\,. \tag{4}$$

Мы учли, что модуль силы $\vec{F}$ равен модулю силы $\vec{F}_{21}$.

Чтобы найти работу, которую надо совершить для перемещения проводника от расстояния d_1 до расстояния d_2 проинтегрируем (4):

$$A = \int\limits_{d_1}^{d_2} \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\cdot\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\ln r\Big|_{d_1}^{d_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}\,. \tag{5}$$

Работа, приходящаяся на единицу длины проводника:

$$A_l = \frac{A}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}\,. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$A_l = 8{,}32\cdot 10^{-5}\ \text{Дж/м.}$$

Пример 12.3.8. Из проволоки длиной l=20 см сделаны круговой и квадратный контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2, действующие на каждый контур, помещённый в однородное магнитное поле индукцией B=0,1 Тл. По контурам течёт ток I=2 А. Плоскость каждого контура составляет угол α=30° с направлением поля.

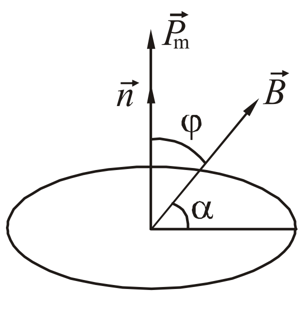


Рисунок 12.10

Решение. На контур с током, помещённый в магнитное поле, действует вращающий момент

$$M = p_m B \sin\varphi\,, \tag{1}$$

где p_m – магнитный момент контура, B – индукция магнитного поля, φ – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ (рис. 12.10).

Магнитный момент контура с током

$$p_m = IS\,, \tag{2}$$

где I – сила тока, S – площадь контура.
Площадь кругового контура

$$S_1 = \pi r^2\,, \tag{3}$$

где r – радиус контура.

Длина окружности равна длине проволоки $l = 2\pi r$, поэтому $r = \dfrac{l}{2\pi}$. Тогда

$$S_1 = \pi \frac{l^2}{4\pi^2} = \frac{l^2}{4\pi}\,. \tag{4}$$

Площадь квадратного контура

$$S_2 = a^2\,. \tag{5}$$

Периметр квадрата равен длине проволоки, поэтому $a = l/4$. Тогда

$$S_2 = \frac{l^2}{16}\,. \tag{6}$$

Угол между $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$, как следует из рис. 12.10,

$$\varphi = 90^\circ - \alpha\,. \tag{7}$$

Сделаем подстановку в (1), получим:

$$M_1 = I\frac{l^2}{4\pi}B\sin\left(90^\circ - \alpha\right) = \frac{Il^2B}{4\pi}\cos\alpha\,. \tag{8}$$

$$M_2 = I\frac{l^2}{16}B\sin\left(90^\circ - \alpha\right) = \frac{Il^2B}{16}\cos\alpha\,, \tag{9}$$

Подставив численные значения величин в формулы (8) и (9), получим

$$M_1 = 5{,}52\cdot 10^{-4}\ \text{Н·м},\ \ M_2 = 4{,}33\cdot 10^{-4}\ \text{Н·м}.$$

Пример 12.3.9. α-частица, кинетическая энергия которой 500 эВ, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению скорости движения. Индукция магнитного поля B=0,1 Тл. Найти силу, действующую на α-частицу, радиус R окружности, по которой движется частица, и период T вращения α-частицы.

Решение. Со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу действует сила Лоренца. Выполним рисунок, выберем направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ (вектор перпендикулярен плоскости чертежа, направлен за чертёж, поэтому изображен крестиком) и направление скорости движения α-частицы (рис. 12.11). Определим направление силы Лоренца по правилу левой руки, укажем её на рисунке. Численное значение силы Лоренца определяется по формуле:

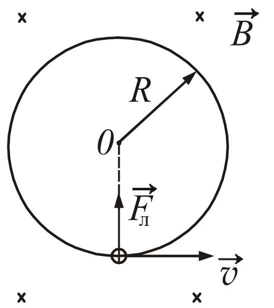


Рисунок 12.11

$$F_л = qBv\sin\alpha\,, \tag{1}$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

α=90°, т.к. направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ перпендикулярно направлению скорости движения, $\sin 90^\circ = 1$.

Кинетическая энергия α-частицы:

$$W = \frac{mv^2}{2}. \tag{2}$$

где m – масса частицы.

Найдём скорость v α-частицы из выражения (2):

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (1), получим:

$$F_л = qB\sqrt{\frac{2W}{m}}. \tag{4}$$

Сила Лоренца перпендикулярна скорости, потому она сообщает α-частице нормальное (центростремительное) ускорение a_n. Используя второй закон Ньютона, можно записать:

$$F_л = ma_n = \frac{mv^2}{R}, \tag{5}$$

Приравняем (5) к (1). Учтём, что $\sin\alpha = 1$. Получим:

$$qBv = \frac{mv^2}{R}, \tag{6}$$

Выразим из формулы (6) радиус:

$$R = \frac{mv}{qB}. \tag{7}$$

Подставим в (7) выражение (3) для скорости и произведём сокращения:

$$R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{\sqrt{2Wm}}{qB}. \tag{8}$$

Период вращения – это время, в течение которого совершается один полный оборот.

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v}, \tag{9}$$

где l – длина окружности.

Заменим радиус вращения по формуле (7) и произведём сокращения. Получим:

$$T = \frac{2\pi m v}{qBv} = \frac{2\pi m}{qB}. \tag{10}$$

Масса α-частицы и её заряд определяются с помощью «Таблиц физических величин». Подставив численные значения величин в формулы (4), (8) и (10), получим

$$F_л = 5\cdot 10^{-15}\ \text{Н},\ R = 3{,}2\ \text{см},\ T = 1{,}3\ \text{мкс}.$$

Пример 12.3.10. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией $B=10^{-2}$ Тл со скоростью $v=10^6$ м/с, направленной под углом 30° к вектору магнитной индукции. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории, по которой движется электрон, а также угловую скорость вращения.

Решение. Выполним рисунок, укажем направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и направление скорости движения электрона (рис. 12.12). Разложим скорость $\vec{v}$ на две составляющие: $\vec{v}_{||}$ – параллельную вектору $\vec{B}$ и $\vec{v}_{\perp}$ – перпендикулярную к нему. Из чертежа найдём модули составляющих:

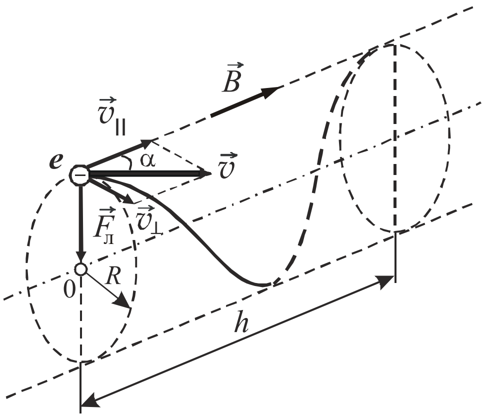


Рисунок 12.12

$$v_{||} = v\cos\alpha, \tag{1}$$

$$v_{\perp} = v\sin\alpha. \tag{2}$$

Скорость $\vec{v}_{||}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение заряженной частицы вдоль силовой линии. Скорость $\vec{v}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению. Движение электрона можно рассматривать как сложение двух движений:

1) равномерного вращения по окружности со скоростью $\vec{v}_{\perp}$ в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции;

2) равномерного перемещения вдоль поля со скоростью $\vec{v}_{||}$.

В результате частица движется по винтовой траектории (спирали), ось которой совпадает с направлением магнитной индукции.

Определим направление силы Лоренца (учтём, что электрон имеет отрицательный заряд), укажем её на рисунке. Под действием силы Лоренца электрон движется по окружности со скоростью $\vec{v}_{\perp}$, поэтому:

$$F_л = qBv\sin\alpha. \tag{3}$$

Сила Лоренца сообщает электрону центростремительное ускорение. По второму закону Ньютона:

$$F_{\text{л}} = ma_n = \frac{mv_{\perp}^2}{R} = \frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{R}. \tag{4}$$

Приравняем (3) и (4), произведём сокращения и найдём радиус окружности:

$$qBv \sin \alpha = \frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{R},$$

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}. \tag{5}$$

Так как вдоль силовой линии электрон движется равномерно со скоростью $\vec{v}_{||}$, то шаг винтовой линии (шаг – расстояние между соседними витками) будет определяться соотношением:

$$h = v_{||} T. \tag{6}$$

Период вращения:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}. \tag{7}$$

Подставим (1) и (7) в формулу (6), получим:

$$h = v \cos \alpha \cdot \frac{2\pi R}{v \sin \alpha} = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha}. \tag{8}$$

Угловая скорость вращения связана с перпендикулярной составляющей скорости $\vec{v}_{\perp}$ соотношением:

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{R} = \frac{v \sin \alpha}{R}. \tag{9}$$

Масса электрона и его заряд определяются с помощью таблицы «Основные физические постоянные». Подставив численные значения величин в формулы (5), (8) и (9), получим

$$R = 2{,}84 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \ \ h = 3{,}09 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \ \ \omega = 1{,}76 \cdot 10^{9} \text{ с}^{-1}.$$

Пример 12.3.11. Через сечение алюминиевой пластинки пропускается ток I=5 А. Пластинка помещена в магнитное поле, перпендикулярное ребру и направлению тока. Индукция магнитного поля B=0,5 Тл. Толщина пластинки (размер пластинки в направлении вектора магнитной индукции) b=0,1 мм. Найти возникающую при этом холловскую разность потенциалов $U_{\text{Н}}$. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

Решение. Если металлическую пластинку, вдоль которой течёт постоянный электрический ток I, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \frac{IB}{b}, \tag{1}$$

где R_{H} – постоянная Холла, b – толщина пластинки, B – индукция магнитного поля.

Постоянная Холла:

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{nq}, \tag{2}$$

где q – заряд электрона;
n – концентрация электронов.

Найдём концентрацию n электронов, которая по условию равна концентрации атомов. По определению

$$n = \frac{N}{V}, \tag{3}$$

где N – число атомов, V – объём пластинки.
Число атомов можно рассчитать по формуле

$$N = \frac{m}{M} N_A, \tag{4}$$

где m – масса пластинки, M – молярная масса алюминия, N_{A} – число Авогадро.
Разделим обе части уравнения (4) на объём, получим:

$$\frac{N}{V} = \frac{m}{V} \cdot \frac{N_A}{M}. \tag{5}$$

Отношение массы к объёму даст плотность пластинки:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{6}$$

Сделаем в формуле (5) замену с учётом выражений (3) и (6), получим:

$$n = \rho \cdot \frac{N_A}{M}. \tag{7}$$

Заменим в уравнении (1) постоянную Холла, использовав выражение (7):

$$U_{\text{H}} = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{b} = \frac{M}{q\rho N_A} \cdot \frac{IB}{b}. \tag{8}$$

Заряд электрона, плотность алюминия и его молярная масса определяются по «Таблицам физических величин». Подставив численные значения величин в формулу (8), получим

$$U_{\text{H}} = 2{,}6 \text{ мкВ}.$$

Пример 12.3.12. Перпендикулярно магнитному полю индукцией B=0,1 Тл возбуждено электрическое поле напряжённостью E=100 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется ион, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Найти скорость v иона.

Решение. Предположим, что ион заряжен положительно. Выполним рисунок. Укажем направления индукции $\vec{B}$ магнитного поля и напряжённости $\vec{E}$ электрического поля, а также направление скорости $\vec{v}$ (рис.12.13). Со стороны магнитного поля на движущийся ион действует сила Лоренца, которая определяется формулой:

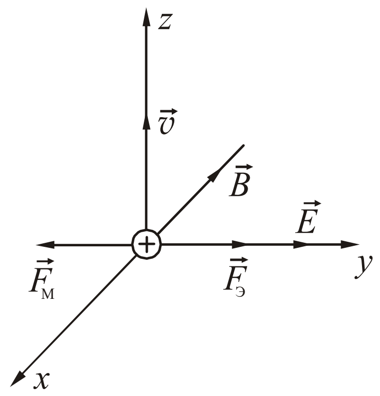


Рисунок 12.13

$$F_м = qBv\sin\alpha\,, \tag{1}$$

где q – заряд иона, α – угол между скоростью $\vec{v}$ и магнитной индукцией $\vec{B}$. (α=90°, $\sin 90^\circ = 1$).
Направление силы определим по правилу левой руки и укажем её на рисунке.

Сила, действующая на ион со стороны электрического поля, определяется формулой:

$$F_э = qE\,. \tag{2}$$

Если ион положительной, то направление силы совпадает с направлением напряжённости поля (рис. 12.13).
Ион движется прямолинейно, если действия магнитного и электрического полей компенсируют друг друга. При этом выполняется условие:

$$F_м - F_э = 0\,. \tag{3}$$

Подставим в (3) значения сил в соответствии с уравнениями (1) и (2), получим:

$$qBv - qE = 0\,. \tag{4}$$

Найдём из (4) скорость иона

$$v = \frac{E}{B}\,. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим:

$$v = 10^6 \text{ м/с.}$$

<u>Обратите внимание!</u> Если предположить, что ион заряжен отрицательно, то направления сил изменятся на противоположные. Решение задачи от этого не изменится.

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Что является источником магнитного поля? Каким образом можно обнаружить наличие магнитного поля?
2. Дайте определение магнитной индукции. Как определяется направление вектора магнитной индукции?
3. Запишите формулу, связывающую магнитную индукцию с напряжённостью магнитного поля.
4. Сформулируйте принцип суперпозиции для магнитных полей.
5. Как графически изображаются магнитные поля? Какое поле называется однородным?
6. Запишите формулы для расчёта магнитной индукции поля, создаваемого отрезком проводника с током; бесконечно длинным проводником с током.
7. Запишите формулы для расчёта магнитной индукции поля, создаваемого круговым током на его оси и в центре кругового тока.
8. Запишите формулы для расчёта магнитной индукции поля, создаваемого соленоидом конечной длины; бесконечно длинным соленоидом.
9. Что называется циркуляцией вектора напряжённости магнитного поля? Сформулируйте закон полного тока (теорему о циркуляции напряжённости магнитного поля).
10. Какое действие оказывает магнитное поле на проводник с током? Запишите формулу для расчёта силы Ампера.
11. Как взаимодействуют между собой длинные прямолинейные проводники с током? Запишите формулу, которая позволяет рассчитать силу взаимодействия.
12. Как рассчитать работу, совершаемую силой Ампера, при перемещении проводника с током в магнитном поле?
13. Как определяется величина и направление магнитного момента контура с током?
14. Какое действие оказывает магнитное поле на контур с током? Запишите формулу для расчёта вращающего момента.
15. Как рассчитывается работа, совершаемая при вращении контура в однородном магнитном поле?
16. Какое действие оказывает магнитное поле на движущийся заряд? Запишите формулу для расчёта силы Лоренца.
17. Опишите движение заряженных частиц в однородном магнитном поле в случае, когда вектор скорости перпендикулярен вектору индукции магнитного поля.
18. В чём заключается эффект Холла? Запишите формулы для расчёта холловской разности потенциалов, постоянной Холла.
19. В чём заключается процесс намагничивания вещества?
20. Дайте определение намагниченности.
21. Что называется магнитной проницаемостью?
22. Какие вещества называются диа-, пара-, ферромагнетиками?
23. Перечислите основные свойства ферромагнетиков.

12.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

12.1. По прямому бесконечно длинному проводнику течёт ток силой I=50 А. Определить магнитную индукцию B в точке, удалённой на расстояние r=5 см от проводника.

12.2. Найти магнитную индукцию B в центре тонкого кольца, диаметром d=10 см, по которому идёт ток I=10 А.

12.3. Напряжённость магнитного поля в центре кругового тока радиусом r=8 см равна H=30 А/м. Определить силу тока в витке.

12.4. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром d=0,5 мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова напряжённость магнитного поля внутри соленоида при силе тока I=4 А?

12.5. На катушку длиной 40 см намотали 1000 витков. Чему будет равна напряжённость магнитного поля в катушке, если по ней пропустить ток силой 2 А? Диаметр катушки считать малым по сравнению с её длиной.

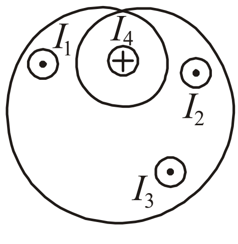


Рисунок 12.6

12.6. Найти циркуляцию вектора напряжённости по контуру, изображённому на рисунке 12.6. Токи I_1=10 А, I_2=5 А, I_3=4 А, текут в одном направлении, I_4=20 А течёт в противоположном направлении. Направление обхода – по часовой стрелке.

12.7. Прямой провод длиной l=10 см, по которому течёт ток силой I=20 А, находится в однородном магнитном поле индукцией B=0,01 Тл. Найти угол между направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и направлением тока, если на провод действует сила F=10 мН.

12.8. По кольцу радиусом r=5 см течёт ток силой I=10 А. Определить магнитный момент p_m кругового тока.

12.9. Максимальный вращающий момент, действующий на рамку с током площадью S=1 см^2, находящуюся в однородном магнитном поле, равен $M_{\max}$=2 мкН·м. Сила тока в рамке равна I=0,5 А. Найти индукцию B магнитного поля.

12.10. Какая сила действует на протон, движущийся со скоростью 10 Мм/с в магнитном поле индукцией 0,2 Тл перпендикулярно линиям индукции?

12.11. В направлении, перпендикулярном линиям индукции, влетает в магнитное поле электрон со скоростью 10 Мм/с. Найти индукцию поля, если электрон описал в поле окружность радиусом 1 см.

12.12. В магнитном поле индукцией B=1,5·10^{-2} Тл протон движется по дуге окружности радиусом r=1,4 м. Масса протона m_p=1,67·10^{-27} кг. Определить скорость, с которой движется протон.

12.13. Диамагнитная восприимчивость меди $\chi = -9{,}5\cdot10^{-6}$. Определить намагниченность и магнитную индукцию в медном проводе при воздействии на него однородного магнитного поля напряжённостью 1400 А/м. Указать как ориентированы векторы напряжённости и намагниченности относительно друг друга.

12.14. В магнитное поле индукцией $2\cdot10^{-5}$ Тл помещён шарик из вольфрама. Определить намагниченность вольфрама, а также напряжённость магнитного поля, в котором он находится. Магнитная восприимчивость вольфрама $\chi=1,76\cdot10^{-4}$.

12.15. Стальной сердечник находится в однородном магнитном поле напряжённостью 1000 А/м. Определить индукцию магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость стали при этих условиях. (Воспользоваться графиком $B=f(H)$, приведенном в справочных материалах).

12.16. На рисунке 12.14 представлена правая часть петли магнитного гистерезиса. Пользуясь графиком определить: 1) значение коэрцитивной силы H_c; 2) остаточную индукцию B_r; 3) индукцию B_{max} и напряжённость H_{max} насыщения; 4) рассчитать значение магнитной проницаемости μ для точки насыщения.

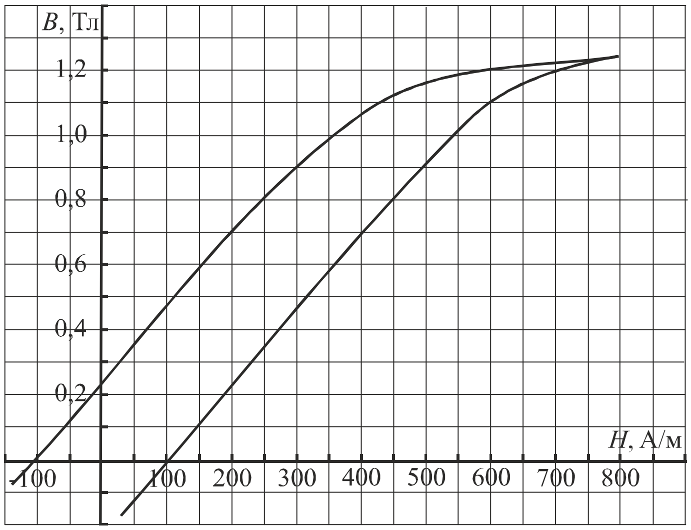


Рисунок 12.14

Средний уровень

12.17. Напряжённость магнитного поля в центре кругового тока радиусом r=8 см равна H=30 А/м. Определить напряжённость поля на оси витка в точке, расположенной на расстоянии x=6 см от центра витка.

12.18. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка r=2 см, сила тока в первом витке I_1=5 А, а во втором витке I_2=7 А. Найти напряжённость H магнитного поля в центре этих витков. Указать направление вектора $\vec{H}$.

12.19. К длинному тонкому проводнику, расположенному в вакууме, приложено напряжение U=5 В. Ток, который проходит по проводнику, создаёт в точке, находящейся от него на расстоянии r=1 см, магнитное поле индукцией $B=5\cdot10^{-4}$ Тл. Определить сопротивление проводника.

12.20. Найти силу взаимодействия, приходящуюся на единицу длины проводов воздушной линии электропередачи, если ток в линии I=50,0 А, а расстояние между проводами d=50 см.

12.21. Шины генератора представляют собой две параллельные полосы длиной l=2,0 м каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии d=20 см. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течёт ток силой I=10 кА.

12.22. Сила тока в горизонтально расположенном проводнике длиной 20 см и массой 4 г равна 10 А. Найти индукцию (модуль и направление) магнитного поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы сила тяжести уравновесилась силой Ампера.

12.23. В проводнике длиной 8 см сила тока равна 50 А. Он находится в однородном магнитном поле индукцией 20 мТл. Какую работу совершила сила Ампера, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно линиям магнитной индукции?

12.24. На проволочный виток с током радиусом r=10 см, помещённый между полюсами магнита, действует максимальный механический момент $M_{\max}$=6,5 мкН·м. Сила тока в витке равна I=2 А. Определить магнитный момент витка и магнитную индукцию поля между полюсами магнита.

12.25. Найти магнитный момент p_m кругового витка с током, если радиус витка r=10 см, а индукция созданного им магнитного поля в центре витка B=6 мкТл.

12.26. Рамка гальванометра длиной a=4 см и шириной b=1,5 см, содержащая N=200 витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле индукцией B=0,1 Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти механический момент M, действующий на рамку, если по ней течёт ток силой I=1 мА.

12.27. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=400 В, влетает в однородное магнитное поле индукцией B=1,5 мТл. Определить радиус R кривизны траектории, если вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

12.28. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией B=4 мТл перпендикулярно силовым линиям. Найти период T вращения электрона.

12.29. Заряженная частица движется в однородном магнитном поле индукцией B=0,3 Тл со скоростью $v=10^6$ м/с. Радиус описываемой ею окружности r=0,04 м. Найти заряд частицы, если известно, что её энергия $W=19{,}2\cdot10^{-16}$ Дж.

12.30. В магнитное поле индукцией $2\cdot10^{-5}$ Тл помещен шарик из висмута. Определить намагниченность висмута и напряжённость магнитного поля, в котором находится шарик. Магнитная восприимчивость висмута $\chi = -1{,}76\cdot10^{-4}$.

12.31. В соленоид длиной l=20 см, содержащий N=300 витков провода, введён чугунный сердечник. По обмотке соленоида проходит ток силой I=1 А. Найти магнитную проницаемость μ чугуна, находящегося в соленоиде, если его магнитные свойства описаны с помощью графика $B=f(H)$, приведённого в справочных материалах.

Достаточный уровень

12.32. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии r=5 см друг от друга. По проводам текут токи в противоположных направлениях силой I=10 А каждый. Найти напряжённость H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии a=3 см от одного и b=4 см от другого провода.

12.33. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу течёт ток 5 А. Найти радиус витка, если напряжённость магнитного поля в центре витка равна 41 А/м.

12.34. По сечению проводника равномерно распределён ток плотностью 2 МА/м^2. Найти циркуляцию вектора напряжённости по окружности радиусом 5 мм, проходящей внутри проводника и ориентированной так, что её плоскость составляет угол 30° с вектором плотности тока.

12.35. Алюминиевый провод диаметром 8 мм и длиной 10 м подсоединён к источнику тока напряжением 12 В. Определить магнитную индукцию в точке, удалённой на расстояние 3 см от проводника.

12.36. Ток силой I=20 А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением S=1 мм^2, создаёт в центре кольца напряжённость магнитного поля H=178 А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

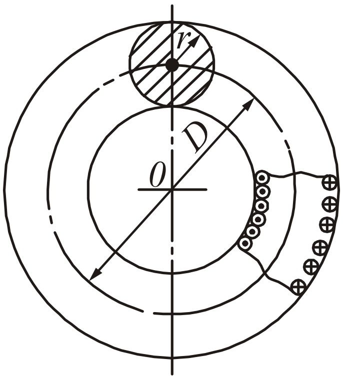


Рисунок 12.35

12.37. Диаметр тороида без сердечника по средней линии равен D=30 см (см. рис. 12.35). В сечении тороид имеет круг радиусом r=5 см. По обмотке тороида, содержащей N=2000 витков, течёт ток силой I=5 А. Пользуясь законом полного тока, определить максимальное и минимальное значения магнитной индукции в тороиде.

12.38. По круговому витку радиусом r=5 см течёт ток I=20 А. Виток расположен в однородном магнитном поле, индукция которого B=40 мТл так, что нормаль к плоскости контура составляет угол $\varphi_1=\pi/6$ с вектором индукции. Определить изменение потенциальной энергии ΔW контура при его повороте на угол $\Delta\varphi=\pi/2$ в направлении увеличения угла φ.

12.39. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U=300 В, движется параллельно прямолинейному проводу на расстоянии r=4 мм от него. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток силой I=5 А?

12.40. Протон и альфа-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Сравнить радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковы: а) скорости; б) энергии.

12.41. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 3 кВ, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция магнитного поля равна 10^{-3} Тл. Чему равны тангенциальное и нормальное ускорения электрона в магнитном поле?

12.42. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов U=300 В и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом r=1 см и шагом h=4 см. Определить магнитную индукцию B поля.

12.43. Через сечение металлической пластинки толщиной b=0,5 мм идёт ток I=20 А. При помещении пластинки в магнитное поле, перпендикулярное направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов U_H=3,1·10^{-6} В. Индукция магнитного поля B=1,0 Тл. Определить концентрацию электронов проводимости в металле, из которого сделана пластинка.

12.44. В скрещенные под прямым углом однородные магнитное поле напряжённостью H=1·10^{6} А/м и электрическое поле, напряжённость которого E=50 кВ/м, влетел ион. При какой скорости иона (по модулю и направлению) он будет двигаться в скрещенных полях прямолинейно?

12.45. Круговой контур помещён в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Напряжённость магнитного поля 2000 А/м. По контуру течёт ток 2 А. Радиус контура 2 см. Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть контур на 45° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

12.46. Рамка длиной 3 см и шириной 2 см, содержащая 400 витков проволоки, находится в магнитном поле напряжённостью 16·10^{4} А/м. По рамке течёт ток 10^{-7} А. Определить магнитный момент рамки и полный магнитный поток, пронизывающий рамку, если плоскость рамки составляет угол 60° с направлением магнитного поля.

12.47. Длинный цилиндрический стержень из титана помещён в однородное магнитное поле вдоль силовых линий. Магнитная восприимчивость титана χ=1,5·10^{-5}. Какую часть индукции суммарного магнитного поля B составляет индукция магнитного поля молекулярных токов B'?

§13 Явление электромагнитной индукции

13.1 Основные теоретические сведения

1. Магнитный поток сквозь произвольную поверхность *S*:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}\,. \qquad (13.1)$$

Если поле однородно $\left(\vec{B} = \mathrm{const}\right)$, а поверхность плоская, то

$$\Phi = BS\cos\alpha\,, \qquad (13.2)$$

где α – угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции $\vec{B}$, S – площадь контура.

Потокосцепление Ψ – полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками. В случае соленоида или тороида поток через каждый виток один и тот же, поэтому

$$\Psi = \Phi N\,, \qquad (13.3)$$

где N – число витков в соленоиде или тороиде.

3. Работа перемещения замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = \int_1^2 I\,d\Phi\,. \qquad (13.4)$$

Если ток постоянный, то

$$A = I\Delta\Phi = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right), \qquad (13.5)$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром.

4. *Закон электромагнитной индукции* (*закон Фарадея*). Эдс электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения полного магнитного потока, пронизывающего контур

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}\,, \qquad (13.6)$$

где ε_i – электродвижущая сила индукции; Ψ – полный магнитный поток (потокосцепление).

5. Потокосцепление пропорционально силе тока в контуре

$$\Psi = LI\,, \qquad (13.7)$$

где L – индуктивность контура.

6. Электродвижущая сила самоиндукции ε_S, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нём при L=const

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}, \tag{13.8}$$

где L – индуктивность контура.

7. Индуктивность длинного соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \tag{13.9}$$

где n – число витков, приходящееся на единицу длины (плотность намотки),
V – объём соленоида.

8. Вследствие явления самоиндукции в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L, сила тока при замыкании и размыкании цепи изменяется не мгновенно, а постепенно.

После замыкания цепи:

$$I = I_0\left(1 - e^{-(R/L)t}\right), \tag{13.10}$$

где I_0 – установившееся значение силы тока, t – время, прошедшее после замыкания цепи.

После размыкания цепи:

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}, \tag{13.11}$$

где I_0 – значение силы тока в цепи при t=0, t – время, прошедшее после размыкания цепи.

9. Энергия магнитного поля соленоида

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}. \tag{13.12}$$

Объёмная плотность энергии магнитного поля (энергия, заключённая в единице объёма)

$$w_{\text{м}} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \tag{13.13}$$

13.2 Алгоритмы решения задач и методические советы

13.2.1. Основная задача, которая ставится при рассмотрении явления электромагнитной индукции, заключается в нахождении эдс индукции ε_i. При проведении физического анализа, прежде всего, надо установить причины изменения магнитного потока, пронизывающего контур, и то, как он менялся. В задачах, рассматриваемых в данном параграфе, будем считать, что контур плоский. Тогда можно выделить следующие типы задач.

1. Плоский контур расположен в однородном переменном (нестационарном) магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Если известен закон изменения индукции магнитного поля $B = f(t)$, то эдс индукции находится следующим образом:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{dB}{dt} S ,$$

где $\frac{dB}{d\,t}$ – скорость изменения индукции магнитного поля.

2. Плоский контур находится в постоянном магнитном поле, но меняется положение контура относительно поля (контур вращается в магнитном поле относительно неподвижной оси). В этом случае применяют закон Фарадея в виде (13.6).

3. Проводник (плоский контур) движется в постоянном магнитном поле, причем угол α между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру не изменяется. В этом случае изменение магнитного потока обусловлено изменением площади, пересекаемой проводником при движении. Разность потенциалов на концах проводника будет равна эдс, индуцируемой в проводнике.

4. Расчёт средней эдс индукции. В зависимости от причины изменения магнитного потока используют следующие соотношения для нахождения изменения магнитного потока.

При изменении индукции:

$$\Delta\Phi = (B_2 - B_1) S \cos\alpha .$$

При изменении положения контура:

$$\Delta\Phi = BS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1).$$

При изменении площади контура или при пересечении движущимся проводником линий магнитной индукции:

$$\Delta\Phi = B(S_2 - S_1)\cos\alpha .$$

Обратите внимание! α – угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру.

5. Расчёт заряда, протекающего по проводнику; количества тепла, выделившегося за счёт протекания индукционного тока. Используют метод дифференцирования и интегрирования (см. §4).

13.3 Примеры решения задач

Пример 13.3.1. В магнитном поле, индукция которого изменяется по закону $B = B_0 \sin\omega t$, расположена плоская квадратная рамка со стороной a=20 см. Плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Определить эдс индукции в рамке в момент времени t=10 с, если B_0=0,8 Тл, ω=15 рад/с.

Решение. Причиной изменения магнитного потока, пронизывающего контур, является изменение индукции магнитного поля. Запишем закон изменения магнитного потока:

$$\Phi = BS\cos\alpha = B_0 S\sin\omega t \cdot \cos\alpha\,, \tag{1}$$

где α – угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру. Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ совпадает по направлению с нормалью, поэтому $\alpha = 0^\circ$, $\cos 0^\circ = 1$.
Площадь S контура:

$$S = a^2\,. \tag{2}$$

Эдс индукции, возникающая в контуре, равна скорости изменения магнитного потока

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(B_0 S\sin\omega t\right)}{dt} = -B_0 S\,\omega\cos\omega t\,. \tag{3}$$

Заменим площадь по формуле (2), получим:

$$\varepsilon_i = -B_0\,\omega a^2\cos\omega t\,. \tag{4}$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$\varepsilon = -0{,}34\ \text{В}.$$

Пример 13.3.2. В однородном магнитном поле, индукция которого B=0,1 Тл, вращается катушка состоящая из N=200 витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к её оси и к направлению магнитного поля. Период вращения катушки T=0,2 с; площадь поперечного сечения S=4 см^2. Найти максимальную эдс ε_{max} во вращающейся катушке.

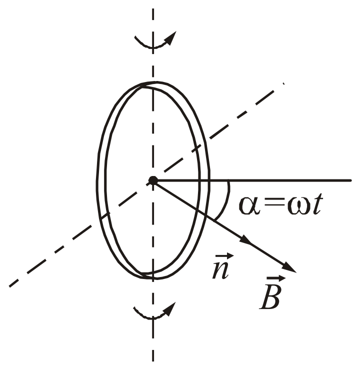


Рисунок 13.1

Решение. Выполним рисунок, укажем направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ и направление нормали $\vec{n}$ к сечению катушки (рис. 13.1). Причиной изменения магнитного потока является изменение положения катушки в магнитном поле. При этом изменяется угол α между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$.
Будем считать, что в начальный момент времени направления $\vec{B}$ и $\vec{n}$ совпадали. Тогда при равномерном вращении

$$\alpha = \omega t\,, \tag{1}$$

где ω – угловая скорость вращения.
Полный магнитный поток (потокосцепление), сцепленный со всеми витками катушки, будет изменяться по закону

$$\Psi = NBS\cos\omega t\,, \tag{2}$$

где S – площадь поперечного сечения катушки, N – количество витков.
По закону Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = NBS\omega\sin\omega t, \tag{3}$$

где

$$NBS\omega = \varepsilon_{\max}. \tag{4}$$

Угловая скорость и период вращения связаны соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{5}$$

Сделаем замену в (4), получим:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{2\pi BS}{T}N. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$\varepsilon_{\max} = 0{,}25\ \text{В}.$$

Пример 13.3.3. Проводник длиной l=1 м движется со скоростью v=5 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить индукцию B магнитного поля, если на концах проводника возникает разность потенциалов U=0,02 В.

Решение. Выполним рисунок (рис. 13.2). Изменение магнитного потока обусловлено изменением площади, пересекаемой проводником при движении. Разность потенциалов на концах проводника будет равна эдс, индуцируемой в проводнике.

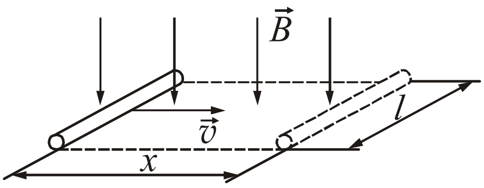


Рисунок 13.2

По закону Фарадея:

$$U = \varepsilon_i = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right|. \tag{1}$$

Магнитный поток, пронизывающий пересекаемую площадь, определяется соотношением:

$$\Phi = BS\cos\alpha, \tag{2}$$

где B – индукция магнитного поля;

S – площадь, которую пересекает стержень при своём движении;

α – угол между нормалью к площади и вектором магнитной индукции $\vec{B}$. α=0°, так как вектор магнитной индукции $\vec{B}$ совпадает по направлению с нормалью.

Если проводник движется со скоростью $\vec{v}$, то за время t он переместится на расстояние x. Площадь, которую пересекут линии индукции при движении проводника (см. рис. 13.2):

$$S = lx. \tag{3}$$

Формулы (2) и (3) подставим в (1), получим:

$$U = \frac{d(Bl\,x)}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv\,, \tag{4}$$

где $\dfrac{dx}{dt} = v$ – скорость, с которой движется проводник.

Таким образом,

$$U = Blv\,. \tag{5}$$

Из формулы (5) найдём индукцию магнитного поля:

$$B = \frac{U}{lv}\,. \tag{6}$$

Подставив численные значения величин в формулу (6), получим

$$B = 4 \text{ мТл.}$$

Пример 13.3.4. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения S=20 см^2 и число витков N=500. Индуктивность катушки с сердечником L=0,28 Гн при токе через обмотку I=5 А. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника.

Решение. Потокосцепление любого контура пропорционально силе тока

$$\Psi = LI\,. \tag{1}$$

где L – индуктивность контура (катушки).

С другой стороны, полный магнитный поток, пронизывающий катушку:

$$\Psi = N\Phi\,. \tag{2}$$

Магнитный поток:

$$\Phi = BS\cos\alpha\,, \tag{3}$$

где α – угол между нормалью к площади поперечного сечения катушки и вектором $\vec{B}$. α=0°, так как вектор магнитной индукции $\vec{B}$ совпадает по направлению с нормалью.

Приравняем (1) и (2), заменив Φ по формуле (3). Получим:

$$LI = NBS\,. \tag{4}$$

Из (4) найдём индукцию магнитного поля B:

$$B = \frac{LI}{NS}\,. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим $B = 1{,}4$ Тл.

Используя график зависимости магнитной индукции B в железе от напряжённости внешнего намагничивающего поля H, приведённый в справочных материалах (Таблицы физических величин, п. 3.13) найдём соответствующее значение H: H≈1700 А/м.

Для нахождения магнитной проницаемости μ используем формулу связи магнитной индукции B и напряжённости H:

$$B = \mu\mu_0 H\ . \tag{6}$$

Выразим из (6) магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \tag{7}$$

Подставив численные значения величин в формулу (7), получим

$$\mu = 656.$$

Пример 13.3.5. Соленоид содержит N=800 витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) S=10 см^2. По обмотке течёт ток, создающий поле индукцией B=8 мТл. Определить среднее значение эдс самоиндукции $\langle \varepsilon_S \rangle$, которая возникает на зажимах обмотки соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время Δt=0,08 с.

Решение. Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции. Эдс самоиндукции возникает за счёт изменения магнитного потока Ф, созданного изменяющимся током, который течёт по соленоиду. Среднее значение эдс самоиндукции $\langle \varepsilon_S \rangle$ можно определить из соотношения:

$$\langle \varepsilon_s \rangle = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta t} = -\frac{N(\Phi_2 - \Phi_1)}{\Delta t}, \tag{1}$$

где N – число витков.

Ток создает в соленоиде магнитное поле индукцией B. Изменение магнитного потока можно найти по формуле

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (B_2 - B_1)S\cos\alpha, \tag{2}$$

где α – угол между направлениями вектора магнитной индукции и нормалью к сечению соленоида. α=0°, cos0°=1

Так как ток уменьшается до нуля, то B_2=0, B_1=B.

Подставим уравнение (2) в (1), получим:

$$\langle \varepsilon_s \rangle = \frac{NBS}{\Delta t}. \tag{3}$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$\langle \varepsilon_s \rangle = 80\ \text{мВ}.$$

Пример 13.3.6. Цепь состоит из катушки индуктивностью L=0,01 Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, равно t=0,07 с. Определить сопротивление катушки.

Решение. Уменьшающийся ток создаёт в катушке изменяющийся магнитный поток. Изменение магнитного потока вследствие явления самоиндукции приводит к возникновению в катушке эдс самоиндукции. После отключения источника сила тока в цепи будет уменьшаться по закону:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \tag{1}$$

где I_0 – первоначальное значение силы тока.
Преобразуем уравнение (1):

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{R}{L}}. \tag{2}$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t. \tag{3}$$

Найдём из (3) сопротивление катушки:

$$R = -\frac{L}{t}\ln\frac{I}{I_0}. \tag{4}$$

Подставив численные значения величин в формулу (4), получим

$$R = 0{,}98 \text{ Ом}.$$

Пример 13.3.7. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением R=20 Ом. Через время t=0,1 с сила тока I в катушке достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность катушки.

Решение. Возрастающий ток создаёт в катушке изменяющийся магнитный поток. Изменение магнитного потока вследствие явления самоиндукции приводит к возникновению в катушке эдс самоиндукции. При замыкании цепи сила тока будет нарастать по закону:

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \tag{1}$$

где I_0 – предельное значение силы тока
Преобразуем уравнение (1):

$$\frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\frac{R}{L}t}. \tag{2}$$

$$e^{-\frac{R}{L}t} = 1 - \frac{I}{I_0}. \tag{3}$$

Прологарифмируем полученное выражение и найдём индуктивность L:

$$-\frac{R}{L}t = \ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right). \tag{4}$$

$$L = -\frac{R\,t}{\ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулу (5), получим

$$L = 0{,}67\ \text{Гн}.$$

Пример 13.3.8. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит N=1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока I=4 А магнитный поток Ф=6 мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение. Полный магнитный поток (потокосцепление) пропорционален силе тока

$$\Psi = LI. \tag{1}$$

С другой стороны:

$$\Psi = N\Phi. \tag{2}$$

Приравнивая формулы (1) и (2), получим:

$$LI = N\Phi. \tag{3}$$

Из (3) найдём индуктивность:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \tag{4}$$

Энергия магнитного поля определяется соотношением:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \tag{5}$$

Подставив численные значения величин в формулы (4) и (5), получим

$$L = 1{,}8\ \text{мГн},\quad W = 14{,}4\ \text{мДж}.$$

• Вопросы для подготовки к практическим занятиям

1. Дайте определение потока вектора магнитной индукции (магнитного потока). Как рассчитывается магнитный поток, если поле однородное, а контур плоский?
2. Что называется потокосцеплением?
3. Запишите формулу, по которой рассчитывается работа перемещения замкнутого контура с током в магнитном поле.
4. Опишите опыты Фарадея, благодаря которым он открыл явление электромагнитной индукции.
5. В чём заключается явление электромагнитной индукции?
6. Запишите закон Фарадея для эдс индукции.
7. Сформулируйте правило Ленца.
8. Дайте определение индуктивности. Запишите формулу для расчёта индуктивности соленоида.
9. В чём заключается явление самоиндукции?
10. Запишите формулу для расчёта эдс самоиндукции.
11. Запишите уравнения, описывающие закон изменения тока при замыкании и размыкании цепи.
12. В чём заключается явление взаимной индукции?
13. Объясните принцип работы генератора переменного тока. Приведите примеры использования явления электромагнитной индукции.
14. Как рассчитывается энергия магнитного поля? Как рассчитывается объёмная плотность энергии магнитного поля?

13.4 Задачи для самостоятельного решения

Базовый уровень

13.1. Магнитный поток, равный 0,3 мВб, пронизывает площадь S=60 см^2. Найти индукцию магнитного поля. Поле считать однородным и направленным перпендикулярно площадке.

13.2. Какой магнитный поток пронизывает плоскую поверхность площадью 50 см^2 при индукции поля 0,4 Тл, если эта поверхность: а) перпендикулярна вектору магнитной индукции; б) расположена под углом 30° к вектору магнитной индукции?

13.3. Какой магнитный поток возникает в контуре индуктивностью 0,2 мГн при силе тока 10 А?

13.4. За 5 мс магнитный поток, пронизывающий контур убывает от 9 мВб до 4 мВб. Найти среднее значение эдс индукции в контуре.

13.5. Какова индуктивность контура, если при силе тока 5 А его пронизывает магнитный поток 0,5 мВб?

13.6. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой L=0,001 Гн, если при силе тока I=1 А магнитный поток сквозь катушку Ф=$2\cdot10^{-6}$ Вб?

13.7. По соленоиду течёт ток силой I=2 А. Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен Ф=4 мкВб. Определить индуктивность L соленоида, если он имеет N=800 витков.

13.8. По соленоиду течёт ток силой 2 А. При увеличении тока до 5 А магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение селеноида, изменился на 4 мкВб. Определить индуктивность соленоида, если он имеет 900 витков.

13.9. Соленоид длиной 10,0 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность 0,1 мкГн. При какой силе тока объёмная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10 мДж/м^3.

13.10. По обмотке соленоида индуктивностью 0,2 Гн течёт ток силой 10 А. Определить энергию магнитного поля соленоида.

13.11. При индукции поля, равной 1 Тл, объёмная плотность энергии магнитного поля в железе равна 200 Дж/м^3. Определить магнитную проницаемость железа в этих условиях.

Средний уровень

13.12. Сколько витков должна содержать катушка площадью поперечного сечения S=50 см^2, чтобы при изменении магнитной индукции от 0,2 Тл до 0,3 Тл в течение Δt=4 мс в ней возникала эдс индукции 10 В? Плоскость витков катушки составляет с вектором индукции магнитного поля угол 20°.

13.13. Магнитный поток через виток, выполненный из алюминиевого провода площадью поперечного сечения S=1,4 мм^2 и длиной l=10 см, изменяется со скоростью 10 мВб/с. Найти силу индукционного тока.

13.14. Какой заряд пройдёт через поперечное сечение витка, сопротивление которого 0,03 Ом, при уменьшении магнитного потока через виток от 15 мВб до 3 мВб?

13.15. Сила тока в соленоиде меняется от 1,0 А до 0,5 А в течение Δt=0,01 с. При этом в его обмотке возникает эдс самоиндукции, среднее значение которой ε=0,08 В. Определить индуктивность L соленоида.

13.16. Магнитный поток через поперечное сечение катушки, имеющей N=1000 витков, изменился на величину 2 мкВб в результате изменения тока в катушке от 4 А до 20 А. Найти индуктивность L катушки.

13.17. В цепи шёл ток силой I_0=50 А. Источник тока можно отключить от цепи, не разрывая её. Определить силу тока в этой цепи через t=0,01 с после отключения от источника тока. Сопротивление R цепи равно 20 Ом, индуктивность L=0,1 Гн.

13.18. Внутри соленоида без сердечника индукция магнитного поля 2 мТл. Каким станет магнитный поток, если в соленоид ввести чугунный сердечник площадью поперечного сечения 100 см^2. (Воспользоваться графиком $B=f(H)$).

13.19. Найти объёмную плотность энергии магнитного поля в железном сердечнике соленоида, если напряжённость намагничивающего поля равна 1,6 кА/м. (Воспользоваться графиком $B=f(H)$).

Достаточный уровень

13.20. В однородном магнитном поле индукцией B=0,1 Тл равномерно с частотой ν=10 с$^{-1}$, вращается катушка, содержащая N=1000 витков. Площадь рамки S=150 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальное значение эдс индукции во вращающейся катушке.

13.21. Найти частоту вращения прямоугольной рамки в однородном магнитном поле индукцией B=0,2 Тл, если амплитудное значение индуцируемой в рамке эдс равно 10 В. Площадь рамки S=200 см^2, число витков рамки N=20.

13.22. Соленоид, имеющий N=90 витков и диаметр d=8 см, находится в магнитном поле индукцией B=0,06 Тл. Силовые линии магнитного поля параллельны оси соленоида. Соленоид поворачивают на угол 180° в течение Δt=0,2 с. Найти среднее значение эдс индукции, возникающей в соленоиде.

13.23. Соленоид, имеющий N=90 витков и диаметр d=7 см, находится в магнитном поле. Силовые линии магнитного поля параллельны оси соленоида. Соленоид поворачивают на угол 90° в течение Δt=0,1 с. Среднее значение эдс индукции, возникающей при этом в соленоиде, составляет 0,2 мВ. Найти индукцию магнитного поля.

13.24. Прямой провод длиной l=40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью v=5 м/с перпендикулярно линиям индукции. При этом между концами провода возникает разность потенциалов U=0,6 В. Найти индукцию B магнитного поля.

13.25. Найти эдс индукции на концах оси железнодорожного вагона, длина которой l=1,6 м, если скорость поезда на горизонтальном участке пути v=72 км/час, а вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B=2\cdot10^{-5}$ Тл.

13.26. Проволочное кольцо радиусом r=10 см лежит на столе. Какой заряд q пройдет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую. Сопротивление кольца R=0,5 Ом. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна B=50 мкТл.

13.27. Медное проволочное кольцо расположено горизонтально в однородном вертикальном магнитном поле. Магнитная индукция поля изменяется со скоростью 2 Тл/с. Радиус кольца равен 5 см, а диаметр проволоки 1 мм. Найти индукционный ток в кольце.

13.28. Плоская круглая катушка диаметром 10 см, имеющая 500 витков, находится в магнитном поле. Плоскость катушки составляет угол 80° с направлением магнитного поля. Чему будет равно среднее значение эдс индукции в этой катушке, если индукция магнитного поля равномерно увеличивается в течение 0,1 с от 0,5 Вб до 2,0 Вб.

13.29. В магнитное поле индукцией 0,1 Тл помещён контур, выполненный в виде кругового витка радиусом 3,4 см. Виток сделан из медной проволоки, площадь поперечного сечения которой 1 мм^2. Нормаль к плоскости витка совпадает с линиями индукции поля. Какой заряд пройдёт через поперечное сечение витка при исчезновении магнитного поля?

13.30. В однородное магнитное поле индукцией 0,1 Тл помещён проволочный виток площадью 0,1 м^2 и сопротивлением 2 Ом так, что его плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Виток замкнут на гальванометр. При повороте витка относительно оси, лежащей в плоскости витка,через гальванометр прошел заряд равный $7{,}5\cdot10^{-3}$ Кл. На какой угол повернули виток?

13.31. В однородном магнитном поле индукцией B=0,01 Тл находится прямой провод длиной l=8,0 см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течёт ток силой I=2,0 А. Под действием поля провод переместился на расстояние Δx=5 см. Найти совершённую работу.

13.32. Катушка длиной l=20 см и диаметром d=3 см имеет N=400 витков. По катушке идёт ток силой I=2 А. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток Ф, пронизывающий её поперечное сечение.

13.33. Катушка имеет сопротивление R=10,0 Ом и индуктивность L=0,144 Гн. Через сколько времени после подключения к источнику эдс ток в катушке будет равен 0,8 установившегося значения?

13.34. На стержень из немагнитного материала длиной l=50 см намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится n=20 витков. Определить энергию магнитного поля внутри соленоида, если сила тока в обмотке I=0,5 А. Площадь сечения стержня равна S=2 см^2.

13.35. Соленоид длиной l=15,0 см и площадью поперечного сечения S=2 см^2 имеет индуктивность L=0,2 мкГн. При какой силе тока объёмная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10 мДж/м^3.

13.36. По обмотке длинного соленоида со стальным сердечником течёт ток силой I=2 А. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в сердечнике, если на каждом сантиметре длины соленоида намотано n=7 витков. (Воспользоваться графиком B=f(H)).

13.37. Чтобы определить индукцию магнитного поля в зазоре между полюсами электромагнита, в него поместили рамку площадью 3,2 см^2, состоящую из 50 витков тонкого провода. Рамка присоединена к баллистическому гальванометру, постоянная которого $2\cdot10^{-5}$ Кл/дел. Общее сопротивление гальванометра и рамки 100 Ом. Когда рамку выдернули из поля, стрелка гальванометра отклонилась на 20 делений. Чему равно значение индукции магнитного поля?

13.38. На рис. 13.38 представлен график изменения тока в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции (модель генератора переменного тока). Пользуясь графиком, определить угловую скорость вращения рамки. Рассчитать максимальное значение магнитного потока, пронизывающего площадь рамки, и индукцию магнитного поля. Площадь рамки S=100 см^2, сопротивление рамки R=0,5 Ом.

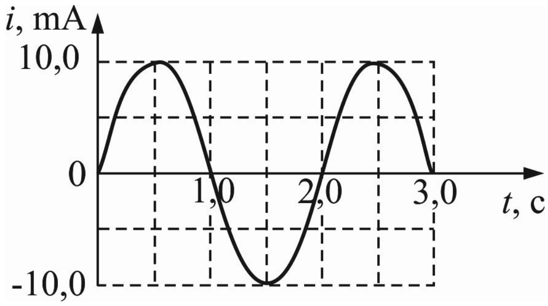


Рисунок 13.38

Глава 5. Многовариантные задачи по темам

§14 Многовариантные задачи

14.1 Условия задач

Физические основы механики

Задача 1. Уравнение движения точки имеет вид, указанный в таблице 1. Пользуясь уравнением, выполнить следующее: 1) определить координату x_0 точки в начальный момент времени; 2) написать формулу зависимости скорости от времени $v=f(t)$; 3) найти начальную скорость v_0 точки; 4) найти ускорение a точки; 5) построить график зависимости координаты от времени $x=f(t)$ и скорости от времени $v=f(t)$ в интервале $0 \le t \le \tau$ с шагом Δt; 6) указать характер движения точки.

Задача 2. Колесо радиусом R вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Используя данные таблицы 2, найти для точек, лежащих на ободе колеса через t сек после начала движения следующие величины: 1) угловую скорость; 2) линейную скорость; 3) угловое ускорение; 4) тангенциальное ускорение; 5) нормальное ускорение; 6) полное ускорение.

Задача 3. Под действием силы F тело массой m равномерно перемещается по наклонной плоскости длиной l в направлении, указанном в таблице 3. Высота наклонной плоскости h. Используя данные таблицы 3, найти коэффициент трения μ тела о плоскость. Принять g=10 м/с^2.

Задача 4. К ободу однородного диска массой m и радиусом R приложена касательная сила F. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр}$. Диск вращается с угловым ускорением ε. Используя данные таблицы 4, найти недостающую величину.

Задача 5. Пуля, летящая горизонтально со скоростью v, попадает в шар, подвешенный на невесомом жёстком стержне, и застревает в нем. Масса пули – m, масса шара – M. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня – l. От удара пули стержень с шаром отклонился на угол α, поднявшись на высоту h. Используя данные таблицы 5, найти недостающие величины. Принять g=10 м/с^2.

Молекулярная физика и термодинамика

Задача 6. В колбе объёмом V находится смесь двух газов известной природы (M_1, M_2 – молярные массы). Экспериментатор установил, что при давлении газа p_1 масса колбы с газом была равна m_1, а при давлении p_2 – m_2. Найти молярную массу смеси и массовую долю каждого из компонентов газовой смеси x_1 и x_2, если температура газа t. Исходные данные приведены в таблице 6.

Массовая доля компонента – это отношение массы данного газа к суммарной массе газов, составляющих смесь.

$$x_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}.$$

Задача 7. Атмосфера планеты состоит из газа, молярная масса которого M. Измерения показали, что на высоте h_1 над поверхностью планеты атмосферное давление равно p_1, плотность газа при этом равна ρ_1. При подъёме на высоту h_2 атмосферное давление стало равным p_2, а плотность газа – ρ_2. Температура t газа в процессе подъёма не изменялась.

Используя данные таблицы 7, найти недостающие величины. g – ускорение свободного падения для данной планеты.

Задача 8. Давление воды в водопроводе у основания здания равно p_0. Под каким давлением p выходит вода из крана на высоте h от основания? С какой силой F давит вода на отверстие площадью S? На какую высоту H может подняться вода в трубе? Исходные данные приведены в таблице 8.

Задача 9. Газ известной природы массой m занимает объём V_1 при температуре t_1 и находится под давлением p_1. ν – количество вещества. Газу сообщили количество тепла Q, в результате этого параметры газа изменились. В таблице 9 указано условие, при котором осуществлялась передача тепла.
Используя данные таблицы 9, выполнить следующее:

1. Рассчитать недостающие величины.
2. Найти работу A, совершаемую газом; количество тепла Q, переданное газу; изменение внутренней энергии ΔU.
3. Привести диаграмму процесса в координатах p, V (можно без соблюдения масштаба).

Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм

Задача 10. Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся в среде с диэлектрической проницаемостью ε на расстоянии r. Сила взаимодействия зарядов F. Используя данные таблицы 10, найти недостающие величины. Указать характер взаимодействия: притяжение или отталкивание?

Задача 11. Используя данные таблицы 11, найти численное значение и указать направление вектора напряжённости $\vec{E}$ электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами q_1 и q_2. Расстояние между зарядами d. Заряды находятся в среде с диэлектрической проницаемостью ε.

Задача 12. Заряд q_0 находится в поле бесконечно длинной заряженной нити с линейной плотностью заряда на ней τ. При перемещении заряда q_0 из точки, отстоящей на расстоянии r_1 от нити, в точку, находящуюся на расстоянии r_2 от нити, совершается работа A. $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между точками, $E(r_1)$ – напряжённость поля на расстоянии r_1. Используя данные таблицы 12, найти недостающие величины.

Задача 13. Плоский конденсатор площадью пластин S и расстоянием между пластинами d заполнен веществом с диэлектрической проницаемостью ε. К конденсатору приложено напряжение U. Используя данные, приведённые в таблице 13, определить: электроёмкость C конденсатора, энергию W заряженного конденсатора, напряжённость электрического поля E между пластинами, объёмную плотность энергии w.

Задача 14. Для изготовления нагревательного элемента мощностью P взяли проволоку длиной l. Диаметр проволоки d, удельное сопротивление материала, из которого изготовлена проволока – ρ. Приложенное напряжение U. Используя данные таблицы 14, определить длину l проволоки, её сопротивление R, силу тока I и плотность тока j.

Задача 15. Проводник длиной l и диаметром d находится при температуре t_1, при этом его сопротивление R_1. После нагревания до температуры t_2 его сопротивление стало R_2. ρ_0 – удельное сопротивление материала при температуре 0°С, α – температурный коэффициент сопротивления.

1. Используя данные таблицы 15, найти недостающие величины.
2. Построить график зависимости сопротивления от температуры $R=f(t)$ в интервале $t_1 \leq t \leq t_2$ с шагом Δt.
3. Используя справочные данные, определить возможный материал проводника.

Задача 16. Для определения эдс ε и внутреннего сопротивления r источника тока собрали цепь по схеме, приведённой на рис. 16. При некотором положении скользящего контакта реостата амперметр показал силу тока I_1, а вольтметр – напряжение U_1. Когда контакт переместили влево, амперметр показал – I_2, а вольтметр – U_2. Найти внутреннее сопротивление r источника и его эдс ε. Исходные данные приведены в таблице 16.

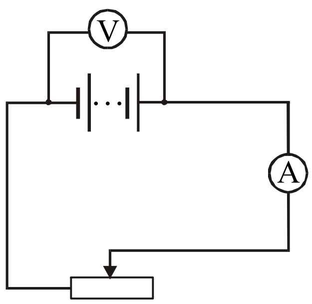


Рисунок 16

Задача 17. Составьте схему из трех соединенных участков, которые изображены на рис. 17. Номера участков, эдс источников ε_i, внутреннее сопротивление источников r_i, сопротивление участков R_i (или сила тока I_i, который протекает по одному из участков в направлении от точки А к точке В) заданы в таблице 17. Найти: 1) величины, указанные в последней колонке таблицы; 2) разность потенциалов $(\varphi_A - \varphi_B)$ между точками А и В.

Задача 18. Бесконечно длинный тонкий проводник, по которому течёт ток I, имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом R. Используя данные таблицы 18, рассчитать напряжённость H и магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке О. Указать направление векторов $\vec{H}$ и $\vec{B}$.

Задача 19. Прямоугольная плоская катушка со сторонами a и b содержит N витков провода и находится в однородном магнитном поле индукцией $\vec{B}$. По катушке течёт ток силой I. Используя данные таблицы 19, определить магнитный момент p_m катушки с током и вращательный момент $M_{вр}$, который действует на неё со стороны магнитного поля, если плоскость катушки образует с направлением линий магнитной индукции угол α. Сделать поясняющий рисунок и указать на нём направление векторов $\vec{p}_m$ и $\vec{M}_{вр}$.

Задача 20. Ионы элемента $^{A}_{Z}X$ (Z – порядковый номер, A – массовое число), вылетают из плазменной печи и проходят через фильтр скоростей, который представляет собой скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля. $\vec{E}$ – напряжённость электрического поля, $\vec{B}_1$ – индукция магнитного поля. T – температура плазмы. В фильтре ионы движутся перпендикулярно обоим полям, по прямолинейной траектории. Затем они попадают в отклоняющее магнитное поле индукцией $\vec{B}_2$ масс-спектрометра Бейнбриджа (см. рис. 20). Радиус кривизны траектории ионов в этом поле – r, заряд ионов $q = +ne$ (где n – кратность ионизации, $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Фильтр скоростей «настроен» на наиболее вероятную скорость атомов.

Используя данные таблицы 20, найти недостающие величины.

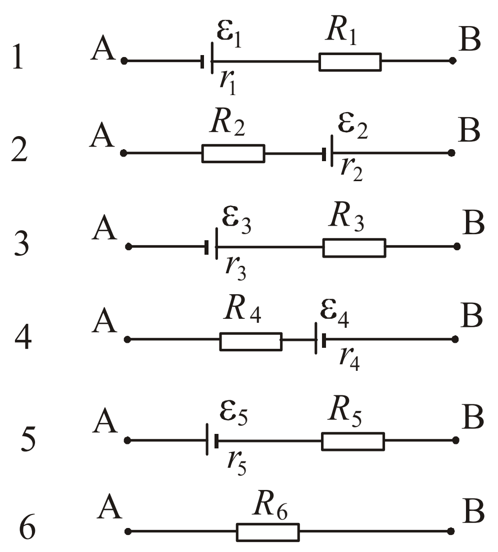


Рисунок 17

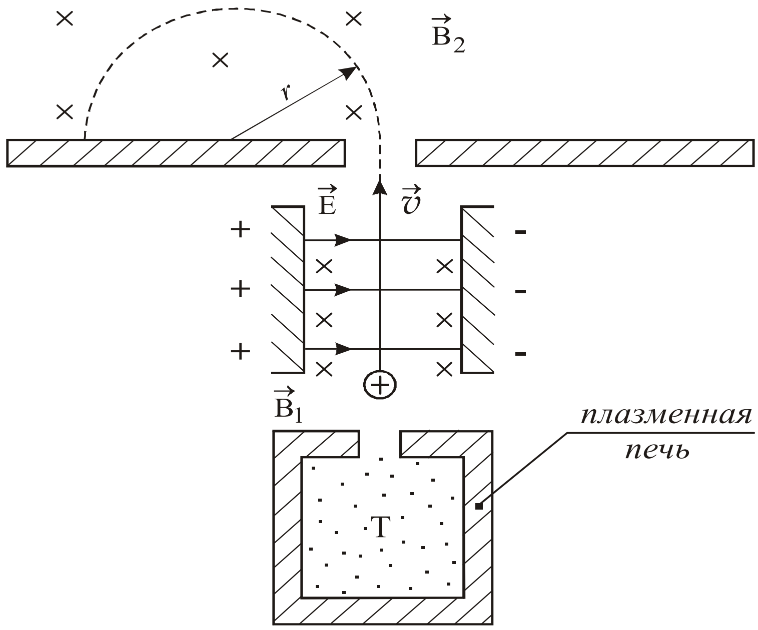


Рисунок 20

Задача 21. В однородном магнитном поле, индукция которого B, вращается рамка с постоянной частотой f. Обмотка рамки содержит N витков провода и охватывает площадь S. При этом на концах обмотки регистрируется напряжение, эффективное значение которого $U_{эф.}$. Используя данные таблицы 21, найти недостающую величину.

Задача 22. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, содержит N витков провода. Длина катушки l, площадь поперечного сечения S. По проводу течёт ток I_0. За время Δt сила тока убывает до значения I. Используя данные таблицы 22, определить индуктивность L катушки и среднее значение эдс ε, возникающей в контуре.

14.2 Таблицы к многовариантным задачам

Таблица 1

№ п/п	Уравнение движения $x(t)$, м	τ, с	Δt, с	x_0, м	v_0, м/с	a, м/с^2	Вид движения
1	$x=-270+12t$	20	2,0				
2	$x=-1{,}5t$	10	1,0				
3	$x=20+0{,}4t^2$	40	4,0				
4	$x=1-0{,}2t^2$	30	3,0				
5	$x=-0{,}4t^2$	20	2,0				
6	$x=20+5t$	50	5,0				
7	$x=150-10t$	40	4,0				
8	$x=400-0{,}6t$	100	10,0				
9	$x=10t+0{,}4t^2$	20	2,0				
10	$x=2t-t^2$	15	1,5				
11	$x=3-4t+2t^2$	25	2,5				
12	$x=-t-6t^2$	50	5,0				
13	$x=-10+0{,}5t$	40	4,0				
14	$x=5-t$	100	10,0				
15	$x=2t+0{,}2t^2$	30	3,0				
16	$x=80-4t$	50	5,0				
17	$x=15+t^2$	20	2,0				
18	$x=5+8t$	40	4,0				
19	$x=4+t+0{,}3t^2$	50	5,0				
20	$x=-3+2t+0{,}4t^2$	20	2,0				
21	$x=10t+0{,}5t^2$	30	3,0				
22	$x=40+5t+0{,}6t^2$	100	10,0				
23	$x=-20+4t$	40	4,0				
24	$x=0{,}9t^2$	20	2,0				
25	$x=30t+5t^2$	30	3,0				
26	$x=30t-5t^2$	30	3,0				
27	$x=10-100t^2$	50	5,0				
28	$x=12-0{,}6t^2$	20	2,0				
29	$x=20+2t$	40	4,0				

Таблица 2

№ п/п	*B*, рад/с	*C*, рад/с^2	*R*, м	*t*, с	ω, рад/с	*v*, м/с	ε, рад/с^2	a_τ, м/с^2	a_n, м/с^2	*a*, м/с^2
1	5	6	0,20	2,5						
2	3	4	0,15	1,5						
3	7	3	0,25	3,0						
4	2	8	0,10	2,0						
5	3	4	0,50	3,0						
6	1	7	0,30	1,5						
7	4	2	0,45	3,0						
8	1	3	0,50	2,5						
9	5	4	0,25	1,5						
10	2	1	0,10	2,0						
11	6	5	0,15	3,0						
12	4	3	0,25	2,0						
13	3	7	0,10	3,0						
14	8	2	0,50	1,5						
15	4	3	0,30	3,0						
16	7	1	0,45	2,5						
17	2	4	0,50	1,5						
18	3	1	0,25	2,0						
19	4	5	0,10	3,0						
20	1	2	0,45	2,0						
21	2	3	0,30	3,0						
22	3	8	0,45	1,5						
23	1	4	0,50	3,0						
24	4	7	0,25	2,5						
25	1	2	0,10	1,5						
26	5	3	0,15	2,0						
27	2	4	0,25	3,0						
28	6	1	0,10	2,0						
29	4	5	0,50	3,0						
30	3	3	0,30	1,5						

Таблица 3

№ п/п	l, м	h, м	m, кг	F, Н	μ	Направление движения
1	1,0	0,20	0,20	1,0		вверх
2	1,1	0,38	0,15	0,24		вниз
3	1,2	0,21	0,12	0,51		вверх
4	9,8	1,2	14,0	31,0		вниз
5	8,0	1,4	12,5	69,6		вверх
6	12,8	2,0	135	381		вниз
7	7,2	1,5	18,0	123		вверх
8	6,6	1,7	22,0	110		вверх
9	9,3	2,1	1,9	9,3		вверх
10	21,0	2,2	19,5	37		вниз
11	5,8	1,1	25	124		вверх
12	3,3	0,8	24,0	21		вниз
13	4,3	0,9	23,0	126		вверх
14	4,4	1,0	21,0	31,5		вниз
15	13,8	1,2	17,0	81		вверх
16	18,6	1,3	15,0	51		вниз
17	20,5	2,5	150,0	822		вверх
18	9,6	1,5	16,8	49		вниз
19	6,2	1,6	16,0	113		вверх
20	7,9	1,1	80,0	203		вверх
21	10,0	1,9	70,0	225		вверх
22	19,5	1,7	75,0	53		вниз
23	10,4	1,8	65,0	224		вверх
24	18,0	2,2	50,0	37,5		вниз
25	8,1	2,1	40,0	185		вверх
26	6,2	1,5	36,0	31		вниз
27	6,2	1,4	72,0	276		вверх
28	7,2	1,5	66,0	49		вниз
29	12,2	1,7	10,0	28		вверх
30	6,6	1,6	34,0	52		вниз

Таблица 4

№ п/п	R, м	F, Н	$M_{тр}$, Н·м	ε, рад/с^2	m, кг
1	0,3		3,6	72	10
2	0,25	140		84	12
3	0,5	200	10,0		20
4	1,2	1150	120	8,8	
5	0,45		4,0	80	5
6	1,3	900	120		250
7	1,4	800	150	3,3	
8	0,75	250		4,0	100
9	0,2	98,1	4,9		7,4
10	0,9		20	7,0	90
11	1,8	1300	270	1,5	
12	0,6	400	22		70
13	1,25	1000	125	4,0	
14	1,0		30	10,0	85
15	1,8	1400	280		1000
16	1,1		100	4,0	400
17	0,8	600	60	20	
18	0,85	650	50		120
19	0,3	160		70	14
20	1,4	950	200	2,5	
21	1,5	850	180		500
22	0,45		4,0	60	15
23	1,35	1000	160	3,4	
24	0,7	800		35	60
25	1,2	700	90	2,5	
26	1,95	1250	300		1500
27	0,75		65	14	150
28	1,7	1200		1,0	1400
29	0,25	130	28	60	
30	1,6		180	0,8	1600

Таблица 5

№ п/п	m, г	M, г	v, м/с	l, м	$\alpha°$,	h, см
1	3,6	3600		1,00		1,5
2	4,2		600	0,74		8,1
3		2600	550	1,57		18,4
4	8,8	3800			24	8,9
5	3,9		610		22	3,3
6		2450	480		20	9.6
7	5,5	3050		1,16	15	
8	4,6		670	1,51	5	
9	6,8	1850	470	1,49		
10		1400	520	2,19	17	
11	6,6	2650		0,94		12,6
12	8,2	4600			23	4,5
13	4,3		600		32	9,9
14	6,5	1700	540	0,97		
15	6,4		500	0,65		11,8
16		1500	700	1,07	33	
17	7,2	3100	650		29	
18		1300	670		37	30,8
19		2700	590	1,07		9,3
20	4,4	1900		1,18	20	
21	7,4	3500		1,11		10,4
22	8,0		540	1,10	18	
23	3,8		560	0,57	29	
24	6,0	2000		1,27	25	
25	5,8	2550			20	8,9
26		1150	660	2,36	31	
27	5,0		620	0,64		6,5
28	7,6	2300	520	1,37		
29		3400	740		14	4,0
30	7,8		550		33	8,4

Таблица 6

№ п/п	V, см^3	m_1, г	m_2, г	p_1, мм рт.ст	p_2, мм рт.ст	t, °C	Хим. состав
1	300	144,26	143,92	742	70	22	O_2, N_2
2	260	121,67	121,50	750	30	17	O_2, H_2
3	350	153,38	152,97	737	42	25	Ar, He
4	240	117,66	117,51	744	25	20	N_2, H_2
5	270	131,44	131,12	740	15	32	CO_2, CH_4
6	310	141,83	141,60	748	30	19	He, CO
7	175	89,19	88,97	753	18	24	Ar, CH_4
8	340	138,65	138,52	745	50	20	SO_2, H_2
9	320	133,71	133,55	739	42	30	CO_2, H_2
10	340	140,84	140,71	750	31	18	O_2, He
11	290	125,08	124,92	752	37	20	N_2, He
12	240	121,17	120,81	725	41	22	SO_2, NH_3
13	250	125,23	125,04	740	47	24	N_2, He
14	350	152,47	152,35	755	53	30	CO_2, H_2
15	310	148,44	148,05	750	44	21	CO_2, CH_4
16	280	146,33	146,21	743	55	35	Ar, H_2
17	315	154,38	153,67	755	32	22	SO_2, N_2
18	270	121,77	121,45	746	24	20	Ar, H_2
19	284	139,22	138,98	735	28	19	CO, He
20	324	160,77	160,55	743	41	23	N_2, He
21	360	136,48	136,37	749	38	24	H_2, CH_4
22	245	121,43	120,87	753	28	20	Cl_2, N_2
23	294	128,44	127,99	748	33	21	Cl_2, He
24	325	135,94	135,28	758	44	24	Cl_2, Ar
25	305	141,35	140,84	757	48	20	Cl_2, Ne
26	285	136,84	136,45	734	52	19	N_2, Ar
27	360	190,38	190,11	742	42	25	CO_2, He
28	318	166,63	165,88	751	66	23	H_2S, Cl_2
29	360	135,72	134,96	730	72	22	NH_3, Cl_2
30	400	124,52	123,98	746	53	10	N_2, CO_2

Таблица 7

№ п/п	h_1, км	p_1, МПа	h_2, км	p_2, МПа	g, м/с^2	t, °C	ρ_1, кг/м^3	ρ_2, кг/м^3	M, кг/моль
1	0	9,120	5	6,717	8,76	468			
2	5	6,717	10	4,845	8,75	420			
3	10	4,845	20	2,372	8,74	360			
4	20	2,372	30	1,048	8,73	280			
5	30	1,048	40	0,405	8,72	202			
6	40	0,405	50	0,125	8,70	110			
7	50	0,125	70	0,0048	8,69	3			
8	0		5		8,70	460	63,23	46,51	
9	5		10		8,69	433	49,86	36,26	
10	10		20		8,68	405	38,95	20,08	
11	20		30		8,67	285	21,93	9,82	
12	30		40		8,65	190	11,53	4,39	
13	40		50		8,64	120	5,38	1,72	
14	50		60		8,63	0	2,34	0,46	
15	0	0,101	1,0		9,81	20			0,029
16	0,5	0,095	1,5		9,80	0			0,029
17	1,0	0,090	2,0		9,80	– 10			0,029
18	1,5	0,079	3,0		9,80	– 20			0,029
19	2,0		4,0	0,060	9,78	– 25			0,029
20	3,0		5,0	0,054	9,78	– 28			0,029
21	5,0	0,054	6,0		9,78	– 30			0,029
22	6,0	0,043	7,0		9,78	– 33			0,029
23	2,0		8,0	0,030	9,81	– 30			0,029
24	3,0		9,0	0,027	9,81	– 30			0,029
25	1,0		1,5		9,81	– 10	1,10		0,029
26	15		22		8,73	310	43,31	25,10	
27	18		25		8,72	296	21,19	12,18	
28	35		40		8,70	117	9,23	5,19	
29	26	1,675	33	0,843	8,72	187			
30	12	5,102	20	2,643	8,73	277			

Таблица 8

№ п/п	p_0, атм	h, м	S, см^2	p, Па	F, Н	H, м
1	2,5	15	0,50			
2	4,1	18	0,61			
3	3,7	12	0,72			
4	1,7	3	0,85			
5	1,9	6	0,52			
6	3,0	10	0,84			
7	7,5	30	0,86			
8	4,7	26	0,60			
9	5,2	21	0,95			
10	3,6	11	0,65			
11	2,6	12	0,68			
12	5,4	14	0,74			
13	6,7	31	1,00			
14	2,4	9	0,88			
15	3,4	13	0,55			
16	5,1	29	0,96			
17	4,9	23	0,75			
18	4,3	19	0,70			
19	3,5	16	0,97			
20	7,7	32	0,48			
21	6,5	21	0,62			
22	5,7	27	0,54			
23	6,2	25	0,78			
24	5,8	29	0,98			
25	4,6	17	0,80			
26	7,8	17	0,57			
27	7,9	24	0,66			
28	5,0	22	0,90			
29	8,0	19	0,82			
30	8,1	28	0,59			

Таблица 9

№ п/п	Процесс	Газ	ν, моль	m, кг	p_1, кПа	V_1, дм^3	t_1, °C	p_2, кПа	V_2, дм^3	t_2, °C
1	Q=0	O_2	1,0		100	22			11	
2	T=const	N_2	2,0		70	40		35		
3	p=const	He		0,010	100		27			77
4	V=const	Воздух	0,8		100		20			60
5	T=const	O_2		0,029		20	30		40	
6	Q=0	He	2,0		200	40		80		
7	p=const	Ar		0,043	200		33			200
8	V=const	Ne		0,012	90	15				300
9	T=const	He	1,0		100	23		80		
10	Q=0	Воздух		0,021		15	25	30		
11	p=const	O_2	1,2				20	100		250
12	V=const	Ar		0,010		5	40			100
13	T=const	Cl_2			100	20		50		50
14	Q=0	He			100	40	20		20	
15	p=const	Воздух		0,015	100		25			70
16	V=const	O_2		0,016	65			100	20	
17	T=const	Ar	1,0		150	18		75		
18	Q=0	Cl_2		0,071	200		27			127
19	p=const	Ne		0,020	100	28			30	
20	V=const	CH_4		0,032		20	30			200
21	T=const	CH_4		0,016		15		30		70
22	p=const	N_2		0,014	100	12			30	
23	Q=0	He	2,0		90	50			100	
24	V=const	Ar		0,04		20	27			80
25	T=const	O_2	3,0		100			50		50
26	Q=0	NH_3		0,034	95		17			97
27	V=const	He	2,5			7	28			67
28	p=const	CO_2		0,088	200	2			75	
29	T=const	Cl_2		0,071		25		100		37
30	p=const	SO_2	1,5		78		30			66

Таблица 10

№ п/п	ε	q_1, нКл	q_2, нКл	r, см	F, мкН
1	2,0	– 20,0	30,0	10,0	
2	7,0	7,5		5,0	56,7
3	3,0		6,0	8,0	43,6
4	5,0	18,0	– 35,0		50,4
5		24,0	7,5	3,0	90
6	7,0	14,0		12,0	31,3
7	5,0	– 6,5	27,0	7,0	
8	2,2		8,0	4,0	511,4
9		17	5,5	7,0	21,5
10	3,0	8,5	– 14,6	5,5	
11	3,0	– 12,0	7,0		205,7
12	5,0	4,5		4,5	55,2
13	2,1		9,5	5,0	228
14		12,5	4,0	7,0	23,0
15	8,0		3,5	3,0	80,9
16	2,2	3,0		2,5	166,9
17	5,0	7,0	25,0		20,2
18	7,0	8,5	16,5	7,5	
19	2,2	4,5	5,0		9,2
20	3,0	3,0		8,0	10,5
21	8,0		6,5	6,5	20,8
22		15,5	7,0	7,5	82,7
23	7,0		2,5	4,0	35,2
24	4,0	6,5		3,0	195,0
25	2,2	7,0	15,0		53,0
26	5,0	10,0	4,5	12,0	
27	3,0	8,5	7,0		59,0
28	4,0	12,5		3,5	126,3
29	2,2		3,6	7,5	30,1
30		17,5	4,8	13,0	6,4

Таблица 11

Вариант	ε	q_1, нКл	q_2, нКл	d, см	E, кВ/м
1	2,1	– 6,0	4,0	16	
2	7,0	5,5	3,0	12	
3	5,0	5,5	– 6,2	6	
4	2,2	– 3,5	8,0	8	
5	4,0	– 5,3	– 6,5	20	
6	5,0	– 12,3	9,0	14	
7	2,1	– 8,3	12,0	10	
8	7,0	4,0	5,0	8	
9	3,0	– 4,6	9,5	12	
10	8,0	9,2	– 4,8	18	
11	2,2	4,0	– 6,0	10	
12	8,0	3,0	5,5	22	
13	2,2	– 6,2	5,5	16	
14	5,0	8,0	– 3,5	14	
15	7,0	– 6,5	– 5,3	24	
16	2,2	9,0	– 12,3	14	
17	3,0	12,0	– 8,3	18	
18	8,0	5,0	4,0	20	
19	2,1	9,5	– 4,6	14	
20	7,0	– 4,8	9,2	12	
21	5,0	– 12,3	4,0	8	
22	2,2	– 8,3	3,0	6	
23	4,0	4,0	– 6,2	16	
24	5,0	– 4,6	8,0	12	
25	2,1	9,2	– 6,5	18	
26	7,0	4,0	9,0	22	
27	3,0	3,0	12,0	20	
28	8,0	– 6,2	5,0	24	
29	2,2	8,0	9,5	16	
30	8,0	– 6,5	– 4,8	18	

Таблица 12

№ п/п	q_0, нКл	τ, нКл/м	r_1, см	r_2, см	A, мкДж	$E(r_1)$, кВ/м	Δφ, В
1	30		2,0	4,0	1,50		
2	25		1,0	2,0			74,8
3	50	4,0		3,0	2,50		
4	35	2,5	2,4		1,25		
5		7,5			3,07	3,86	68,2
6	52		3,0	6,2	2,17		
7		5,0			2,80	5,62	82,4
8	28	8,8		7,2	2,61		
9	25	15,0	1,6		5,84		
10		3,5			1,60	3,50	53,4
11	22		2,0	4,7	1,42		
12		7,0			1,88	4,84	94,4
13	35	8,0	2,4		4,78		
14	45		2,2	5,2			103,7
15		2,0			1,04	2,00	20,7
16	75	7,2		4,3	7,94		
17	70		2,0			3,42	55,4
18		8,5			3,69	9,00	123,0
19	55	3,6	1,8		2,85		
20	65		1,9			4,17	64,7
21	27		2,0	4,5	3,31		
22	60	6,4		4,8	5,71		
23		5,5	2,2		4,08		90,7
24	30		2,3	5,0			70,0
25	40		2,5			3,24	74,8
26	35	3,5		2,5	2,02		
27		10,0	1,2		1,14		152,5
28	60		1,3			12,46	112,2
29	44		1,4	3,5			131,9
30	20		1,5	4,0	2,47		

Таблица 13

№ п/п	ε	d, мм	S, см^2	U, В	C, нФ	W, мкДж	E, кВ/м	w, Дж/м^3
1	2,0	0,2	50	30				
2	7,0	1,1	100	150				
3	3,0	1,2	30	100				
4	5,0	1,3	60	40				
5	2,0	1,4	30	36				
6	7,0	1,5	50	70				
7	5,0	1,6	20	30				
8	2,2	1,7	80	150				
9	2,0	1,8	120	100				
10	3,0	1,9	40	40				
11	5,0	2,0	50	36				
12	2,2	0,8	100	70				
13	5,0	0,7	30	30				
14	3,0	0,6	60	150				
15	7,0	0,5	30	100				
16	2,0	0,5	50	40				
17	7,0	0,6	20	36				
18	3,0	0,7	80	70				
19	5,0	0,8	120	36				
20	2,0	0,9	40	70				
21	7,0	1,0	50	30				
22	5,0	1,1	100	150				
23	2,2	1,2	30	100				
24	2,0	1,3	60	40				
25	3,0	1,4	30	36				
26	5,0	1,5	50	70				
27	2,2	1,6	20	54				
28	5,0	1,7	80	110				
29	3,0	1,8	120	80				
30	7,0	1,9	40	30				

Таблица 14

№ п/п	ρ, мкОм·м	d, мм	S, мм^2	P, Вт	U, В	l, м	R, Ом	I, А	j, А/мм^2
1	1,1	1,0		100	36				
2	1,1	1,1		150	24				
3	1,1	1,2		120	36				
4	1,1	1,3		200	36				
5	1,1	1,4		250	24				
6	1,1	1,5		300	110				
7	1,1	1,6		180	36				
8	1,1	1,7		2500	220				
9	1,1	1,8		2000	220				
10	1,1	1,9		1500	110				
11	1,1	2,0		1800	110				
12	1,1	0,8		200	36				
13	1,1	0,7		300	110				
14	1,1	0,6		100	12				
15	1,1	0,5		120	24				
16	1,3	0,5		100	36				
17	1,3	0,6		110	24				
18	1,3	0,7		350	36				
19	1,3	0,8		270	24				
20	1,3	0,9		180	24				
21	1,3	1,0		700	110				
22	1,3	1,1		1000	220				
23	1,3	1,2		240	36				
24	1,3	1,3		1200	220				
25	1,3	1,4		1700	220				
26	1,3	1,5		1200	110				
27	1,3	1,6		1100	110				
28	1,3	1,7		2400	220				
29	1,3	1,8		2500	220				
30	1,3	1,9		1600	110				

Таблица 15

№ п/п	l, м	d, мм	R_1, Ом	t_1, °С	R_2, Ом	t_2, °С	ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} 1/°С	Δt, °С
1	1,0	1,90		10		100	2,5	4,60	10
2	1,5	0,10		10		60	18,2	3,90	5
3	0,5	0,70		20		80	4,89	5,10	6
4	0,8	0,50		24		64	8,6	6,51	4
5	2,0	1,20		10		90	2,06	4,02	8
6	4,0	1,30		14		74	5,57	6,04	6
7	3,0	0,60		20		70	4,31	4,12	5
8	1,8	0,85		10		110	1,55	4,33	10
9	2,4	1,15		22		62	5,05	4,73	4
10	2,6	1,30		15		65	71,0	2,00	5
11	1,8	0,20		18		78	6,14	6,92	6
12	1,6	0,45		12		92	11,15	4,65	8
13	0,7	0,40		20		100	9,77	3,77	10
14	2,5	1,80		16		56	9,81	3,96	4
15	3,5	1,60		20		70	65,8	1,71	5
16	2,4	0,25		25		85	19,2	4,28	6
17	3,2	0,30		5		85	1,49	4,30	8
18	0,5	2,00		20		60	42,0	5,46	4
19	0,9	1,70		2		102	14,1	3,01	10
20	2,2	0,35		24		64	5,65	4,17	6
21	3,8	0,55		20		100	12,0	6,10	8
22	0,8	1,75		8		88	50,0	0,05	10
23	1,8	1,85		5		60	43,0	0,01	5
24	3,6	0,15		32		72	30,0	0,25	4
25	1,5	0,90		12		92	40,0	0,11	8
26	1,4	1,00		6		96	110,0	0,12	10
27	1,3	0,75		16		76	130,0	0,15	6
28	2,7	0,95		4		84	7,1	1,70	8
29	2,8	0,80		30		80	21,7	1,39	5
30	1,2	0,65		28		68	27,0	0,24	4

Таблица 16

№ п/п	U_1, В	U_2, В	I_1, А	I_2, А	ε, В	*r*, Ом
1	4,0	3,6	0,50	0,9		
2	5,6	5,1	0,80	1,3		
3	8,2	7,8	0,94	1,4		
4	15,1	13,9	0,50	1,2		
5	16,3	14,7	1,70	2,4		
6	6,6	5,9	0,20	0,25		
7	5,5	5,0	0,30	0,35		
8	4,5	4,1	0,40	0,45		
9	3,6	3,0	0,50	0,55		
10	2,7	2,4	0,60	0,65		
11	3,0	1,5	0,57	0,66		
12	6,5	2,0	0,21	0,64		
13	5,5	3,5	0,32	0,51		
14	4,5	4,0	0,41	0,47		
15	6,0	5,0	0,26	0,36		
16	6,6	6,0	0,17	0,18		
17	5,9	5,5	0,19	0,24		
18	5,0	4,5	0,31	0,36		
19	4,0	3,5	0,42	0,47		
20	3,0	2,8	0,54	0,63		
21	3,0	1,5	0,57	0,66		
22	5,0	4,0	0,36	0,47		
23	6,0	4,5	0,26	0,41		
24	6,5	2,0	0,21	0,64		
25	5,5	3,5	0,32	0,51		
26	6,8	6,6	0,14	0,16		
27	6,4	6,0	0,18	0,20		
28	5,6	5,4	0,23	0,26		
29	4,0	3,0	0,30	0,35		
30	2,0	1,0	0,43	0,58		

Таблица 17

Вар №	Номера участков	ε_i, В	r_i, Ом	R_i, Ом	I_i, А	Найти
1	1,2,3	$\varepsilon_1=11,\ \varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=6$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=25, R_2=50, R_3=10$	–	I_1, I_2, I_3
2	4,5,6	$\varepsilon_4=9,\ \varepsilon_5=10$	$r_4=1,\ r_5=2$	$R_4=19,\ R_5=38$	$I_6=0{,}1$	I_4, I_5, R_6
3	1,2,4	$\varepsilon_1=16,\ \varepsilon_2=5,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_2=30,\ R_4=50$	$I_1=0{,}4$	I_2, I_4, R_1
4	5,4,1	$\varepsilon_1=9,\ \varepsilon_4=6,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_4=50,\ R_5=10$	$I_1=0{,}2$	I_4, I_5, R_1
5	1,2,6	$\varepsilon_1=10,\ \varepsilon_2=8$	$r_1=2,\ r_2=1$	$R_1=8,\ R_2=18,\ R_6=60$	–	I_1, I_2, I_6
6	3,2,1	$\varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=5$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=30, R_2=40, R_3=20$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_3, ε_1
7	1,4,6	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_4=2$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=18, R_4=39, R_6=80$	–	I_1, I_4, I_6
8	1,4,2	$\varepsilon_2=11,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=50, R_2=20, R_4=30$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_4, ε_1
9	2,3,1	$\varepsilon_1=9,\ \varepsilon_2=8,\ \varepsilon_3=1$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=50, R_2=20, R_3=10$	–	I_1, I_2, I_3
10	4,1,5	$\varepsilon_4=4,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=25, R_4=50, R_5=10$	$I_1=0{,}4$	I_4, I_5, ε_1
11	1,3,2	$\varepsilon_2=16,\ \varepsilon_3=3$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=70, R_2=20, R_3=10$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_3, ε_1
12	6,4,1	$\varepsilon_1=3,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=78,\ R_4=39$	$I_6=0{,}1$	I_1, I_4, R_6
13	5,4,1	$\varepsilon_4=4,\ \varepsilon_5=14$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=90, R_4=20, R_5=40$	$I_1=0{,}1$	I_4, I_5, ε_1
14	4,6,5	$\varepsilon_4=10,\ \varepsilon_5=5$	$r_4=2,\ r_5=1$	$R_4=33,\ R_5=19$	$I_6=0{,}3$	I_4, I_5, R_6
15	1,6,4	$\varepsilon_1=4,\ \varepsilon_4=3$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=18,\ R_4=9,\ R_6=60$	–	I_1, I_4, I_6
16	4,1,6	$\varepsilon_1=2,\ \varepsilon_4=12$	$r_1=3,\ r_4=2$	$R_1=97,\ R_4=18$	$I_6=0{,}1$	I_1, I_4, R_6
17	4,1,5	$\varepsilon_1=22,\ \varepsilon_4=8,\ \varepsilon_5=4$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=25, R_4=50, R_5=10$	–	I_1, I_4, I_5
18	2,1,6	$\varepsilon_1=20,\ \varepsilon_2=6$	$r_2=1$	$R_1=82, R_2=29,\ R_6=10$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_6, r_1
19	2,3,1	$\varepsilon_1=19,\ \varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=5$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_2=20,\ R_3=10$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_3, R_1
20	4,1,6	$\varepsilon_1=13,\ \varepsilon_4=1$	$r_4=1$	$R_1=27, R_4=24,\ R_6=40$	$I_1=0{,}3$	I_4, I_6, r_1
21	2,1,4	$\varepsilon_1=12,\ \varepsilon_2=9,\ \varepsilon_4=5$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=30, R_2=60, R_4=20$	–	I_1, I_2, I_4
22	2,1,6	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_2=6$	$r_1=3$	$R_1=27,\ R_2=9,\ R_6=25$	$I_2=0{,}1$	I_1, I_6, r_2
23	5,1,4	$\varepsilon_1=19,\ \varepsilon_4=6,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_4=50,\ R_5=10$	$I_1=0{,}2$	I_4, I_5, R_1
24	1,6,2	$\varepsilon_1=18,\ \varepsilon_2=15$	$r_1=2,\ r_2=1$	$R_1=58,\ R_2=9,\ R_6=30$	–	I_1, I_2, I_6
25	4,1,2	$\varepsilon_2=4,\ \varepsilon_4=2$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=50, R_2=20,\ R_4=80$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_4, ε_1
26	1,6,5	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_5=6$	$r_1=2,\ r_5=3$	$R_1=8,\ R_5=12,\ R_6=10$	–	I_1, I_5, I_6
27	2,4,5	$\varepsilon_2=8$	$r_2=2,\ r_4=1,$ $r_5=5$	$R_2=18,\ R_4=14, R_5=25$	$I_4=0{,}2$ $I_5=0{,}3$	$I_2, \varepsilon_4, \varepsilon_5$
28	3,6,4	$\varepsilon_3=36,\ \varepsilon_4=9$	$r_3=2,\ r_4=1$	$R_3=16,\ R_4=8$	$I_6=0{,}5$	I_3, I_4, R_6
29	3,1,5	$\varepsilon_3=40,\ \varepsilon_5=30$	$r_1=2,\ r_3=5,$ $r_5=2$	$R_1=28,\ R_3=35,$ $R_5=28$	$I_1=0{,}7$	I_3, I_5, ε_1
30	2,3,4	$\varepsilon_2=20,\ \varepsilon_3=10,$ $\varepsilon_4=40$	$r_2=10, r_3=5,$ $r_4=15$	$R_2=110,\ R_4=105$	$I_3=0{,}2$	I_2, I_4, R_3

Таблица 18

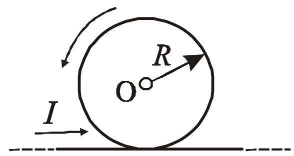
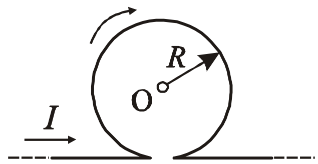
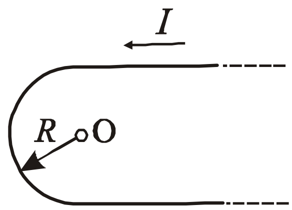
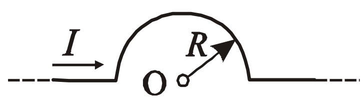
№ п/п	I, А	R, см	H, А/м	B, мТл	Рисунок
1	100	20			
2	90	12			
3	115	16			
4	120	11			
5	125	15			
6	130	18			
7	135	14			
8	140	13			
9	100	20			
10	110	14			
11	120	13			
12	130	11			
13	140	12			
14	150	10			
15	95	15			
16	85	17			
17	100	20			
18	110	15			
19	120	10			
20	95	25			
21	75	13			
22	85	12			
23	150	10			
24	100	20			
25	120	12			
26	130	16			
27	95	18			
28	85	14			
29	90	13			
30	75	11			

Таблица 19

№ п/п	a, см	b, см	N	I, мА	B, Тл	α, град	p_m, $А \cdot м^2$	$M_{вр}$, мН·м
1	10	20	100	30	0,15	60		
2	20	30	150	20	0,12	30		
3	25	10	400	10	0,25	60		
4	20	15	270	20	0,015	45		
5	12	15	350	14	0,03	20		
6	13	14	200	15	0,15	40		
7	28	12	500	12	0,35	50		
8	15	21	380	20	0,45	20		
9	2,5	1	800	10	0,55	40		
10	16	13	340	35	0,12	25		
11	4,5	2	140	20	0,32	26		
12	3,5	2,1	240	35	0,52	15		
13	17	12	370	27	0,43	55		
14	10	15	440	24	0,27	17		
15	9	5	230	45	0,16	28		
16	7,5	5	520	18	0,33	42		
17	14	12	360	30	0,25	30		
18	15	12	120	20	0,35	50		
19	8	10	270	14	0,09	60		
20	25	15	380	23	0,43	20		
21	5	8	520	35	0,55	15		
22	7,5	13	310	15	0,43	50		
23	4,5	3,5	160	27	0,62	10		
24	8	5	280	45	0,53	35		
25	2,5	3,5	320	52	0,32	42		
26	5,5	8	260	63	0,18	17		
27	7	9	580	42	0,57	55		
28	12	16	640	75	0,32	75		
29	22	16	750	24	0,33	70		
30	11	14	300	30	0,15	60		

Таблица 20

№ п/п	Z	A	n	E, кВ/м	B_1, Тл	B_2, мТл	r, см	v, м/с	T, К
1	6	12	1		0,5	5			3000
2	7	14	1	0,8		4		2000	
3	5	9	1		0,2	3		1600	
4	7	15	2		0,1		5	1200	
5	8	16	2	1,0			8		4000
6	11	23	1	0,8		3			3500
7	12	24	1		0,4		6	1700	
8	13	27	3		0,4		8	1400	
9	19	40	1	0,6			10		4200
10	15	32	3		0,2	3		1800	
11	47	110	1		0,2		12		3200
12	20	42	2	0,5		4		1600	
13	21	44	3		0,2		10	1900	
14	88	226	1		0,1		10		3800
15	92	235	3	1,0		5		650	
16	3	7	1	0,6		1		2400	
17	4	9	2	0,7		2		2500	
18	29	64	3		0,5		6	800	
19	16	32	3	0,6		5		2000	
20	6	12	2		0,1		10		4000
21	8	16	1		0,2		12		3800
22	27	59	2	0,8		4		1100	
23	5	11	2	1,0			8		4000
24	20	40	3		0,2	3		1900	
25	2	3	1	0,9		2	10		
26	5	11	1	0,75		1			4200
27	6	13	2		0,4		5	1850	
28	4	9	2	0,7		8			3100
29	26	56	1		0,3	2	5		
30	13	27	2	0,85		3		2200	

Таблица 21

№ п/п	S, см^2	f, Гц	N, виток	$U_{эф}$, В	B, Тл
1	50	15	100	50	
2	30	20	120		1,56
3	60	10		36	0,90
4	100		250	24	0,14
5		8	220	40	1,14
6	68		130	20	0,42
7	150	5		12	0,29
8	34	10	90		1,54
9	56	14	85	9	
10	140	6	250		0,23
11	240	7		12	0,05
12	160		150	24	0,19
13		9	120	45	0,47
14	120		90	52	0,83
15	80	8		43	1,26
16	100	14	180		0,11
17	240	7	210	16	
18	140	9	160		0,09
19	50	10		33	0,65
20	180		125	48	0,44
21		4	90	35	1,68
22	90		270	53	0,82
23	65	12		13	0,31
24	135	11	100		0,49
25	76	9	270	26	
26	130	8	95		0,71
27	48	7		44	1,79
28	84		190	23	0,27
29		11	125	30	0,79
30	100		210	25	0,45

Таблица 22

№ п/п	N	l, см	S, см^2	I_0, А	I, А	Δt, мкс	L, мГн	ε, В
1	200	10	4,0	0,6	0,1	120		
2	500	8	2,5	1,2	0,3	50		
3	250	9	3,0	1,5	0,2	100		
4	300	5	2,0	2,0	0,8	90		
5	350	7	3,5	1,8	0,6	125		
6	220	5,5	1,5	2,5	0,6	130		
7	320	9,5	2,8	1,3	0,15	150		
8	260	7,5	1,9	2,3	0,25	100		
9	400	12	4,5	0,8	0,15	110		
10	450	8,5	2,5	1,3	0,05	180		
11	480	6,5	3,5	0,9	0,06	80		
12	330	5	4,0	1,8	0,3	150		
13	470	5,5	3,2	1,2	0,2	80		
14	150	9	5,5	1,4	0,7	170		
15	340	7,5	2,5	2,3	0,4	120		
16	280	6,5	6,2	1,5	0,2	150		
17	345	12	4,5	2,4	0,5	90		
18	520	8,5	3,7	1,2	0,1	200		
19	175	5	4,6	1,8	0,3	100		
20	365	6,5	3,8	1,3	0,2	85		
21	290	7	2,2	0,9	0,1	100		
22	190	5,5	6,0	2,7	0,6	150		
23	470	11	5,2	0,8	0,25	50		
24	385	9	6,3	1,2	0,3	130		
25	155	7,5	2,6	2,4	0,15	70		
26	375	8	4,9	1,5	0,35	140		
27	460	9	3,7	2,3	0,25	120		
28	230	10	6,2	0,9	0,15	80		
29	135	6	2,8	2,7	0,55	100		
30	540	12	3,2	1,0	0,05	120		

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Решение многих физических и технических задач невозможно без использования справочных данных, поэтому умение работать со справочником является обязательным умением для специалиста любого направления подготовки. Прежде чем воспользоваться справочными данными, прочитайте пояснения к таблицам.

Пояснения к таблицам

Как выбирать приставки?

Перечисленные в таблице множители и приставки используются для образования кратных и дольных единиц от единиц Международной системы (СИ) и от внесистемных единиц, допущенных к применению.

Приставки гекто…, дека…, деци… и санти… допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.).

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах от 0,1 до 1000. Например, для выражения числа $7{,}5\cdot10^{-5}$ м следует выбрать приставку микро…, а не мили… или нано... С приставкой микро получим $7{,}5\cdot10^{-5}=75\cdot10^{-6}=75$ мкм, т.е. число, находящееся в пределах от 0,1 до 1000.

С приставкой милли получим $7{,}5\cdot10^{-5}=0{,}075$ мм, т.е., число меньшее 0,1. С приставкой нано – $7{,}5\cdot10^{-5}=75000$ нм, т.е. число, большее 1000.

Наименования и обозначения десятичных кратных и дольных единиц образуются присоединением приставок к наименованиям исходных единиц. Присоединение двух (и более) приставок подряд не допускается. Например, вместо единицы «микромикрофарад» следует применять единицу «пикофарад».

Обозначение приставки пишется слитно с обозначением единицы, к которой она присоединяется.

При сложном наименовании производной единицы СИ приставку присоединяют к наименованию первой единицы, входящей в произведение или числитель дроби. Например, кПа·с, но не Па·кс.

В виде исключения из этого правила в случаях, когда это нашло широкое применение, допускается присоединение приставки к наименованию единицы, входящей в знаменатель дроби. Например: кВ/см, А/мм^2.

Кроме десятичных кратных и дольных единиц допущены к использованию кратные и дольные единицы времени, плоского угла и относительных величин, не являющихся десятичными. Например, единицы времени (минута, час, сутки); единицы плоского угла (градус, минута, секунда).

О единицах измерения параметров

Единицы измерения параметров указаны в заголовках столбцов. Многие из них указаны с приставками. При расчёте не забудьте вместо приставки записать соответствующий множитель (см. табл. 2.3.).

О множителях в заголовках столбцов

В заголовке некоторых столбцов таблиц стоит множитель вида 10^n. где n – целое положительное или отрицательное число. Наличие такого множителя указывает, на то, что помещенные в столбце числа следует умножить на этот множитель. Например, в таблице «Температурные коэффициенты электрического сопротивления проводников» в заголовке стоит множитель 10^{-3}. Следовательно, температурный коэффициент электрического сопротивления, например, алюминия равен $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ град$^{-1}$.

При каких условиях определялись параметры?

Параметры многих веществ зависят от температуры или давления. Как правило, в заголовке таблиц указываются значения температуры (или давления), при которых определялись значения параметров. Если в заголовке таблицы они не указаны, то это означает, что параметры определялись при лабораторных условиях, т.е. при нормальном атмосферном давлении и комнатной температуре (p_0=10^5 Па, T=300 К).

Немного истории

Первые приставки были введены в 1773–1795 годах при узаконении во Франции метрической системы мер. Было принято для кратных единиц наименования приставок брать из греческого языка, для дольных – из латинского. В те годы были приняты следующие приставки: кило… (от греч. chilioi – тысяча), гекто… (от греч. hekaton – сто), дека… (от греч. deka – десять), деци… (от лат. decem – десять), санти… (от лат. centum – сто), милли… (от лат. mille – тысяча).

В последующие годы число кратных и дольных единиц увеличилось. Наименования приставок заимствовались иногда и из других языков.

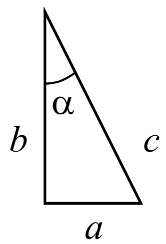
Появились следующие приставки: мега… (от греч. megas – большой), гига… (от греч. gigas, gigantos – великан), тера… (от греч. teras, teratos – огромный, чудовище), микро… (от греч. mikros – малый, маленький), нано… (от греч. nanos – карлик), пико… (от итал. piccolo – небольшой, мелкий), фемто… (от датск. femten – пятнадцать), атто… (от датск. atten – восемнадцать). Последние приставки – пета… и экса… – были приняты в 1975 году: пета (от греч. peta – пять, что соответствует пяти разрядам по 10^3), экса… (от греч. hex – шесть, что соответствует шести разрядам по 10^3).

1. Некоторые сведения по математике

1.1. *Свойства степеней*

$a^0 = 1$	$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

1.2. *Формулы тригонометрии*



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}};$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b} \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha \qquad \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha \qquad \sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha \qquad \cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right) = +\sin\alpha$$

$$\sin(\alpha+\pi) = -\sin\alpha \qquad \sin(\alpha-\pi) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha+\pi) = -\cos\alpha \qquad \cos(\alpha-\pi) = -\cos\alpha$$

1.3. *Значения тригонометрических функций для некоторых углов*

Радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	– 1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	– 1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\propto$	0	$\propto$	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\propto$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\propto$	0	$\propto$

1.4. *Свойства логарифмов*

Если $\log_a x = b$, то $x = a^b$.

Если $a = e = 2{,}71828\ldots$ – основание натуральных логарифмов

$\log_e x = \ln x = b$, то $x = e^b$.

$$\ln 1 = 0; \qquad \ln(ab) = \ln a + \ln b; \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b.$$

1.5. *Многочлены*

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

1.6. *Решение алгебраических уравнений*

Уравнение	$ax + b = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$
Решение	$x = \frac{-b}{a}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

1.7. *Площади некоторых фигур*

Прямоугольный треугольник	Трапеция	Круг	Сферическая поверхность	Боковая поверхность цилиндра
$S = \frac{1}{2}ab$	$S = \frac{a+b}{2}h$	$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$S_{бок} = 2\pi Rh$

где a, b – катеты треугольника, основания трапеции; R – радиус; d – диаметр; h – высота трапеции, высота цилиндра.

1.8. *Объёмы некоторых фигур*

Куб	Параллелепипед	Цилиндр	Шар, сфера
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \pi R^2 L = \frac{\pi d^2 h}{4}$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi d^3}{6}$

где a, b, c – стороны параллелепипеда (куба); R – радиус; d – диаметр; h – высота цилиндра.

1.9. *Длина окружности*

$$L = 2\pi R = \pi d,$$

где R – радиус окружности, d – диаметр окружности

1.10. *Формулы для приближённых вычислений*

Если a<<1, то в первом приближении можно принять:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a; \qquad e^a = 1 + a; \qquad \sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a;$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a; \qquad \ln(1 + a) = a; \qquad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a.$$

Если угол α мал (α<5° или α<0,1 рад) и выражен в радианах, то в первом приближении можно принять:

$$\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha = \alpha; \qquad \cos\alpha = 1.$$

1.11. *Некоторые формулы дифференциального исчисления*

$$\frac{d(uv)}{dx} = v\frac{du}{dx} + u\frac{dv}{dx}; \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2};$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}; \qquad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x; \qquad \frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x};$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x; \qquad \frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x; \qquad \frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

1.12. *Некоторые формулы интегрального исчисления*

Неопределённый интеграл	Определённый интеграл
$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} \cdot x^{m+1} + \text{const}$	$\int_a^b x^m dx = \frac{1}{m+1}\left(b^{m+1} - a^{m+1}\right)$
$\int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{x} + \text{const}$	$\int_a^b \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + \text{const}$	$\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln b - \ln a = \ln\frac{b}{a}$
$\int \sin x dx = -\cos x + \text{const}$	$\int_a^a \sin x dx = -(\cos a - \cos b) = \cos b - \cos a$
$\int \cos x dx = \sin x + \text{const}$	$\int_a^b \cos x dx = \sin b - \sin a$
$\int e^x dx = e^x + \text{const}$	$\int_a^b e^x dx = e^b - e^a$

2. Греческий и латинский алфавиты. Некоторые сведения о единицах физических величин

Для обозначения физических величин в физике используют греческие и латинские буквы, поэтому знание греческого и латинского алфавита облегчит понимание физического текста.

2.1. *Алфавит греческий*

Греческая буква	Название по-английски	Название по-русски
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	эпсилон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	эта
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	каппа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	кси
Ο ο	omicron	омикрон
Π π	pi	пи
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сигма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	ипсилон
Φ φ ϕ	phi	фи
Χ χ	chi	хи
Ψ ψ	psi	пси
Ω ω	omega	омега

2.2. *Алфавит латинский*

Современный латинский алфавит, являющийся основой письменности германских, романских и многих других языков, состоит из 26 букв. Буквы в разных языках называются по-разному. В таблице приведены «русские математические» названия.

Латинская буква		Название буквы	Латинская буква		Название буквы
	Курсив			Курсив	
A, a	*A, a*	а	N, n	*N, n*	эн
B, b	*B, b*	бэ	O, o	*O, o*	о
C, c	*C, c*	це	P, p	*P, p*	пэ
D, d	*D, d*	дэ	Q, q	*Q, q*	ку, кю
E, e	*E, e*	е	R, r	*R, r*	эр
F, f	*F, f*	эф	S, s	*S, s*	эс
G, g	*G, g*	же, гэ	T, t	*T, t*	тэ
H, h	*H, h*	аш, ха	U, u	*U, u*	у
I, i	*I, i*	и	V, v	*V, v, v*	вэ
J, j	*J, j*	йот, жи	W, w	*W, w, w*	дубль-вэ
K, k	*K, k*	ка	X, x	*X, x*	икс
L, l	*L, l*	эль	Y, y	*Y, y*	игрек
M, m	*M, m*	эм	Z, z	*Z, z*	зет, зета

2.3. Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка			Пример		
	наименование	Обознач. русское	Обознач. междунар.			
10^{12}	тера	Т	T	тераджоуль	ТДж	TJ
10^{9}	гига	Г	G	гиганьютон	ГН	GN
10^{6}	мега	М	M	мегаом	МОм	MΩ
10^{3}	кило	к	k	километр	км	km
10^{2}	гекто	г	h	гектоватт	гВт	hW
10^{1}	дека	да	da	декалитр	дал	dal
10^{-1}	деци	д	d	дециметр	дм	dm
10^{-2}	санти	с	c	сантиметр	см	cm
10^{-3}	милли	м	m	милливольт	мV	mV
10^{-6}	микро	мк	μ	микроампер	мкА	μA
10^{-9}	нано	н	n	наносекунда	нс	nc
10^{-12}	пико	п	p	пикофарад	пФ	pF
10^{-15}	фемто	ф	f	фемтометр	фм	fm

2.4. Некоторые сведения о единицах физических величин

2.4.1. *Единицы величин СИ, имеющие собственные наименования*

Величина	Единица		
	наименование	обозначение (русское)	обозначение (международное)
Длина	метр	м	m
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Плоский угол	радиан	рад	rad
Телесный угол	стерадиан	ср	sr
Сила, вес	ньютон	Н	N
Работа, энергия	джоуль	Дж	J
Мощность	ватт	Вт	W
Давление	паскаль	Па	Pa
Напряжение (механическое)	паскаль	Па	Pa
Модуль упругости	паскаль	Па	Pa
Частота колебаний	герц	Гц	Hz
Термодинамическая температура	кельвин	К	K
Тепло (количество тепла)	джоуль	Дж	J
Количество вещества	моль	моль	mol
Электрический заряд	кулон	Кл	C
Сила тока	ампер	А	A
Потенциал электриче- ского поля	вольт	В	V
Напряжение (электрическое)	вольт	В	V
Электрическая ёмкость	фарад	Ф	F
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω
Электрическая проводимость	сименс	См	S
Магнитная индукция	тесла	Тл	T
Магнитный поток	вебер	Вб	Wb
Индуктивность	генри	Гн	H
Сила света	кандела	кд	cd
Световой поток	люмен	лм	lm
Освещённость	люкс	лк	lx
Поток излучения	ватт	Вт	W
Доза излучения (поглощённая доза)	грей	Гр	Gy
Активность препарата	беккерель	Бк	Bq

2.4.2. *Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ (в соответствии со стандартом 1052-78 «Метрология. Единицы физических величин»)*

Величина	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна грамм	т г	1000 кг 0,001 кг
Объём, вместимость	литр	л	1 л=0,001 м^3
Относительная величина	единица (число 1) процент	– %	1 10^{-2}
Логарифмическая величина	бел децибел	Б дБ	– –
Температура	градус Цельсия	°С	1°С = 1К

2.4.3. *Соотношения между внесистемными единицами и единицами СИ*

Длина	1 ангстрем = 10^{-10} м
Время	1 сутки = 86400 с
	1 год = 365,25 суток = $3{,}16\cdot10^7$ с
Плоский угол	1°= π/180 рад = $1{,}75\cdot10^{-2}$ рад
	1′= (π/108)·10^{-2} рад = $2{,}91\cdot10^{-4}$ рад
	1″= (π/648)·10^{-3} рад = $4{,}85\cdot10^{-6}$ рад
	1 рад = 57,29577951°=57°17′44″8
Объём, вместимость	1 л = 1 дм^3 =10^{-3} м^3
Масса	1 т = 10^3 кг
	1 г = 10^{-3} кг
	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Работа, энергия	1 эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж
	1 кВт·ч = $3{,}6\cdot10^6$ Дж
Мощность	1 л.с. =736 Вт
Давление	1 кгс/см^2 =1 ат (техн) = $9{,}81\cdot10^4$ Па
	1 бар=10^5 Па
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Тепло (количество тепла)	1 кал = 4,19 Дж
Магнитная индукция	1 Гс (гаусс) = 10^{-4} Тл
Напряжённость магнитного поля	1 Э (эрстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м

3. Таблицы физических величин

3.1. Основные физические постоянные

Величина	Обозначение	Значения
Гравитационная постоянная	G, γ	$6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^8$ м/с
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	$N_А$	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная масса воздуха	M	$29\cdot10^{-3}$ кг/моль
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг 0,00055 а.е.м.
Масса покоя нейтрона	m_n	$1{,}67\cdot10^{-27}$ кг 1,00867 а.е.м.
Масса покоя протона	m_p	$1{,}67\cdot10^{-27}$ кг 1,00728 а.е.м.
Элементарный заряд	e, q_e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Удельный заряд электрона	e/m_e	$1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная смещения Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Ридберга	R	$1{,}097\cdot10^7$ м$^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны для электрона	λ_C	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м$^{-1}$
Магнетон Бора	$\mu_Б$	$9{,}27\cdot10^{-24}$ А·м^2
Электрон-вольт	1 эВ	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж
Энергия ионизации атома водорода	E_i	13,6 эВ
Энергетический эквивалент 1 а.е.м.		931,5 МэВ

3.2. *Астрономические величины*

Радиус Солнца	$6{,}94\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}99\cdot10^{30}$ кг
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}35\cdot10^{22}$ кг
Среднее расстояние от Земли до Солнца	$1{,}496\cdot10^{11}$ м
Среднее расстояние от Земли до Луны	$3{,}844\cdot10^{8}$ м
Время полного оборота Земли вокруг своей оси	23 час 56 мин 4,09 сек
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 час 43 мин

3.3. *Плотность и модуль упругости твёрдых тел*

Материал		Плотность ρ, 10^{3} кг/м^{3}	Модуль упругости (модуль Юнга) E, ГПа
Алюминий	Al	2,70	69 – 72
Вольфрам	W	19,3	350 – 400
Германий	Ge	5,32	82
Железо	Fe	7,86	195 – 205
Золото	Au	19,3	78 – 83
Индий	In	7,31	10,5
Кремний	Si	2,33	110 – 160
Медь	Cu	8,96	110 – 130
Молибден	Mo	10,2	300 – 330
Никель	Ni	8,9	200 – 220
Олово	Sn	7,3	41 – 55
Палладий	Pd	12,0	115 – 125
Платина	Pt	21,4	150 – 175
Селен	Se	4,79	55
Серебро	Ag	10,5	72 – 72,5
Свинец	Pb	11,4	14 – 18
Титан	Ti	4,51	110
Цинк	Zn	7,14	100 – 130
Дюралюминий		2,79	70 – 72,5
Сталь (катаная)		7,85–8,0	200 – 210
Медные сплавы (латуни)		8,4–8,7	102 – 115

3.4. *Тепловые свойства твёрдых тел*

Вещество	$t_{пл}$, °C	c, кДж/(кг·К)	λ, 10^5 Дж/кг	η, Вт/(м·К)	α, 10^{-5} $К^{-1}$
Алюминий	660	0,86	4,0	237	2,3 – 2,4
Дюралюминий	600	0,60		130	1,8 – 2,6
Сталь	1440	0,45	2,7	50	1,0 – 1,8
Золото	1063		0,64	317	7,8 – 8,3
Медь	1083	0,38	2,1	400	1,6 – 1,7
Медные сплавы (латуни)	900	0,35		110	1,8 – 2,0
Свинец	327	0,13	0,23	35	2,8 – 2,9
Олово	232	0,23	0,605	70	2,0 – 2,2
Лед	0	2,1	3,4	2,2	5,27
Стекло (оконное)	600	0,67	1,4	0,92	0,6 – 1,0

$t_{пл}$ – температура плавления; c – удельная теплоёмкость;
λ – удельная теплота плавления; η – коэффициент теплопроводности;
α – температурный коэффициент линейного расширения (средние значения).

3.5. *Свойства жидкостей при* 20°C

Вещество	Плотность ρ, кг/м^3	Вязкость η, мПа·с	Поверхностное натяжение α, мН/м	Температура кипения t, °C
Вода	1000	1,00	72,8	100
Глицерин	1260	1480	59,4	290
Масло касторовое	955	986	32,8	
Керосин	840	1,5	24,0	150 – 250
Ртуть	13595	1,55	475,0	356,6

3.6. *Свойства газов при* 20°C

Вещество	Плотность ρ, кг/м^3	Диаметр молекулы d, нм	Вязкость η, мкПа·с	Показатель адиабаты $\gamma = c_p/c_v$
Азот N_2	1,250	0,371	16,6	1,401
Водород H_2	0,089	0,28	8,4	1,407
Воздух	1,293	0,357	17,1	1,400
Гелий He	0,178	0,1987	18,6	1,63
Кислород O_2	1,429	0,35	19,2	1,400
Метан CH_4	0,717			
Углекислый газ CO_2	1,977	0,45	13,8	1,33

3.7. *Скорость звука при* 20°C

Газы		Жидкости		Твёрдые тела	
Вещество	v, м/с	Вещество	v, м/с	Вещество	v, м/с
Азот	334	Анилин	1656	Алюминий	5080
Водород	1300	Бензол	1321	Железо	5170
Воздух	334	Вода	1482	Сталь	5100
Гелий	965	Глицерин	1895	Чугун	3850
Кислород	315	Дихлорэтан	1034	Латунь	3490
Метан	430	Керосин	1295	Гранит	3950
Углекислый газ CO_2	260			Лёд (–4°C)	3280

3.8. *Состав сухого атмосферного воздуха*

Газ	Хим. формула	Объёмные %	Весовые %
Азот	N_2	78,09	75,50
Кислород	O_2	20,95	23,10
Аргон	Ar	0,932	1,286
Углекислый газ	CO_2	0,030	0,046
Неон	Ne	$1{,}8\cdot10^{-3}$	$1{,}3\cdot10^{-3}$
Гелий	He	$4{,}6\cdot10^{-4}$	$7{,}2\cdot10^{-5}$

***Примечания*:**

1. Состав воздуха постоянен до высоты 60 км.
2. Молярная масса воздуха M=0,029 кг/моль.
3. Содержание водяных паров в воздухе колеблется от 0,1 до 2,8 объёмных %.

3.9. *Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса*

Газ	Критическая температура	Критическое давление	Поправка Ван-дер-Ваальса	
	$T_{кр}$, К	$p_{кр}$, МПа	a, Н·м^4/моль^2	b, 10^{-5}м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водород	33	1,30	0,025	2,66
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Гелий	5,2	0,23	0,003	2,36
Кислород	1,55	5,08	0,136	3,17
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62
Эфир	467	3,59	1,746	13,33

3.10. *Элементы периодической системы*

Z – порядковый номер; *A* – относительная атомная масса химического элемента (округленные значения)

Z	Элемент	Символ	*A*	*Z*	Элемент	Символ	*A*
1	Водород	H	1	47	Серебро	Ag	108
2	Гелий	He	4	48	Кадмий	Cd	112
3	Литий	Li	7	49	Индий	In	115
4	Бериллий	Be	9	50	Олово	Sn	119
5	Бор	B	11	51	Сурьма	Sb	122
6	Углерод	C	12	52	Теллур	Te	128
7	Азот	N	14	53	Йод	I	127
8	Кислород	O	16	54	Ксенон	Xe	131
9	Фтор	F	19	55	Цезий	Cs	133
10	Неон	Ne	20	56	Барий	Ba	137
11	Натрий	Na	23	57	Лантан	La	139
12	Магний	Mg	24	58	Церий	Ce	140
13	Алюминий	Al	27	59	Празеодим	Pr	141
14	Кремний	Si	28	60	Неодим	Nd	144
15	Фосфор	P	31	61	Прометий	Pm	145
16	Сера	S	32	62	Самарий	Sm	150
17	Хлор	Cl	35	63	Европий	Eu	152
18	Аргон	Ar	40	64	Гадолиний	Gd	157
19	Калий	K	39	65	Тербий	Tb	159
20	Кальций	Ca	40	66	Диспрозий	Dy	163
21	Скандий	Sc	45	67	Гольмий	Ho	165
22	Титан	Ti	47	68	Эрбий	Er	167
23	Ванадий	V	51	69	Тулий	Tu	169
24	Хром	Cr	52	70	Иттербий	Yb	173
25	Марганец	Mn	55	71	Лютеций	Lu	175
26	Железо	Fe	56	72	Гафний	Hf	178
27	Кобальт	Co	59	73	Тантал	Ta	181
28	Никель	Ni	59	74	Вольфрам	W	184
29	Медь	Cu	64	75	Рений	Re	186
30	Цинк	Zn	65	76	Осмий	Os	190
31	Галлий	Ga	70	77	Иридий	Ir	192
32	Германий	Ge	73	78	Платина	Pt	195
33	Мышьяк	As	75	79	Золото	Au	197
34	Селен	Se	79	80	Ртуть	Hg	201
35	Бром	Br	80	81	Таллий	Tl	204
36	Криптон	Kr	84	82	Свинец	Pb	207
37	Рубидий	Rb	86	83	Висмут	Bi	209
38	Стронций	Sr	88	84	Полоний	Po	210
39	Иттрий	Y	89	85	Астат	At	210
40	Цирконий	Zr	91	86	Радон	Rn	222
41	Ниобий	Nb	93	87	Франций	Fr	223
42	Молибден	Mo	96	88	Радий	Ra	226
43	Технеций	Tc	99	89	Актиний	Ac	227
44	Рутений	Ru	101	90	Торий	Th	232
45	Родий	Rh	103	91	Протактиний	Pa	231
46	Палладий	Pd	106	92	Уран	U	238

3.11. *Электрические свойства веществ*

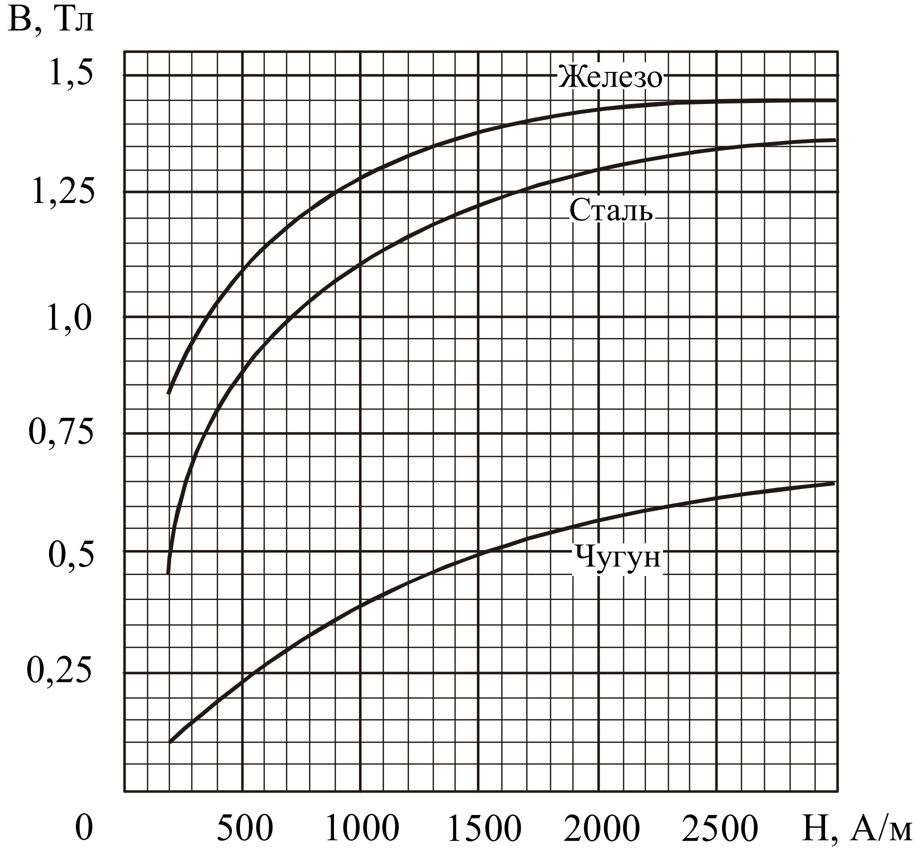
Вещество	Диэлектрическая проницаемость, ε	Пробивная напряжённость E, 10^6 В/м
Воздух	1,0	3,1
Масло трансформаторное	2,2	12 – 20
Масло конденсаторное	4,0	20 – 25
Слюда	7,0	100 – 250
Стекло электроизоляционное	5,0	40 – 44
Текстолит	8,0	27 – 30
Парафинированная бумага	2,1	40 – 60
Полиэтилен	2,2	25 – 60
Керосин	2,1	–
Фарфор	5,0	30 – 32
Эбонит	3,0	20 – 35

3.12. *Удельное электрическое сопротивление* ρ_0 *и температурный коэффициент сопротивления* α *некоторых проводников при* 0°C

Проводник		ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} град$^{-1}$
Алюминий	Al	2,5	4,60
Ванадий	V	18,2	3,90
Вольфрам	W	4,89	5,10
Железо	Fe	8,6	6,51
Золото	Au	2,06	4,02
Кобальт	Co	5,57	6,04
Магний	Mg	4,31	4,12
Медь	Cu	1,55	4,33
Молибден	Mo	5,05	4,73
Неодим	Nd	71,0	2,00
Никель	Ni	6,14	6,92
Олово	Sn	11,15	4,65
Палладий	Pd	9,77	3,77
Платина	Pt	9,81	3,96
Ртуть	Hg	94,07	0,99
Свинец	Pb	19,2	4,28
Серебро	Ag	1,49	4,30
Титан	Ti	42,0	5,46
Хром	Cr	14,1	3,01
Цинк	Zn	5,65	4,17

Проводник	ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} град$^{-1}$
Сталь	12,0	6,10
Константан	50,0	0,05
Манганин	43,0	0,01
Нейзильбер	30,0	0,25
Никелин	40,0	0,11
Нихром	110,0	0,12
Фехраль	130,0	0,15
Латунь	7,1	1,70
Платиносеребряный	27,0	0,24

3.13. *Связь между магнитной индукцией B поля в ферромагнетике и напряжённостью H намагничивающего поля*



3.14. *Показатели преломления* (*средние значения*)

Газы		Жидкости		Твёрдые тела	
Вещество	*n*	Вещество	*n*	Вещество	*n*
Азот	1,000297	Вода	1,33	Алмаз	2,42
Воздух	1,000292	Глицерин	1,47	Кварц плав	1,46
Метан	1,000441	Масло кедровое	1,52	Стекло	1,50
Хлор	1,000768	Масло коричное	1,60	NaCl	1,53

3.15. *Интервалы длин волн и частот и соответствующие им цвета видимой части спектра∗*

Цвет спектра	Длина волны λ, нм	Частота ν, 10^{14} Гц
Красный	760 – 620	3,95 – 4,83
Оранжевый	620 – 590	4,83 – 5,08
Жёлтый	590 – 560	5,08 – 5,36
Зелёный	560 – 500	5,36 – 6,00
Голубой	500 – 480	6,00 – 6,25
Синий	480 – 450	6,25 – 6,66
Фиолетовый	450 – 380	6,66 – 7,89
∗Область видимой части спектра заключена в границах волн приблизительно от 380 до 760 нм. Границы цветов спектра также определяются лишь условно.		

3.16. *Шкала электромагнитных волн*

Название диапазона волн	Примерный диапазон длин волн		Диапазон частот
	м	Другие единицы	Гц
Низкочастотные электрические колебания	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div 100$ км	$0 \div 3{\cdot}10^3$
Радиоволны	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км ÷ 1 мм	$3{\cdot}10^3 \div 3{\cdot}10^{11}$
Инфракрасное излучение	$2{\cdot}10^{-3} \div 7{,}6{\cdot}10^{-7}$	2 мм ÷ 760 нм	$1{,}5{\cdot}10^{11} \div 4{,}0{\cdot}10^{14}$
Видимое излучение	$7{,}6{\cdot}10^{-7} \div 3{,}8{\cdot}10^{-7}$	760 ÷ 380 нм	$4{,}0{\cdot}10^{14} \div 8{,}0{\cdot}10^{14}$
Ультрафиолетовое излучение	$3{,}8{\cdot}10^{-7} \div 3{\cdot}10^{-9}$	380 ÷ 3 нм	$8{,}0{\cdot}10^{14} \div 10^{17}$
Рентгеновское излучение	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм ÷ 1 пм	$3{\cdot}10^{16} \div 3{\cdot}10^{20}$
Гамма-излучение	10^{-11} и менее	10 пм и менее	$3{\cdot}10^{19}$ и выше

Обратите внимание! Различные виды электромагнитного излучения отличаются лишь длиной волны (или, что то же самое, частотой). В зависимости от длины волны (частоты) меняются свойства волн, их действия, способы получения и названия отдельных участков.

3.17. *Длины волн ярких линий в спектре ртутной лампы ПРК-4*

Окраска линии	Длина волны λ, нм	Относительная яркость (визуальная оценка)
Фиолетовая	404,66	2
Фиолетовая	407,78	1
Синяя	433,9	1
Синяя	434,8	1
Синяя	435,83	8
Голубая	491,60	1
Зелёная	546,07	10
Жёлтая	576,96	8
Жёлтая	579,07	10

3.18. *Длины волн некоторых ярких линий в спектре неона*[1)]

Окраска линии	Длина волны λ, нм	Относительная яркость (визуальная оценка)
Жёлтая	576,44	3
Жёлтая	585,25	10
Жёлтая	588,19	4
Оранжевая	594,48	3
Оранжевая	597,55	2
Красно-оранжевая	603,00	2
Красно-оранжевая	607,43	4
Красно-оранжевая	609,62	3
Красно-оранжевая	614,31	6
Ярко-красная	616,36	5
Ярко-красная	621,73	3
Ярко-красная	626,65	8
Ярко-красная	630,48	2
Ярко-красная	633,44	5
Ярко-красная	638,30	10
Ярко-красная	640,22	10
Красная	650,65	5
Красная	653,29	5
Красная	659,89	5
Красная	667,83	3
Красная	671,70	1

[1)] В таблице подробно даны линии красно-оранжевой области спектра, обычно используемые для градуировки спектральных приборов. В области длин волн, меньших 580 нм, градуировку удобнее проводить по спектру ртути.

3.19. *Спектральные линии атома водорода видимой части спектра* (*серия Бальмера*)

Переход $n_i \to n_k$	Обозначение	Длина волны λ, м	Частота ν, 10^{14} Гц	Цвет
3→2	H_α	656,280	4,571	Красная
4→2	H_β	486,132	6,171	Зелёно-голубая
5→2	H_γ	434,046	6,911	Сине-фиолетовая
6→2	H_δ	410,173	7,313	Фиолетовая
7→2	H_ε	397,007	7,557	Ультрафиолетовая

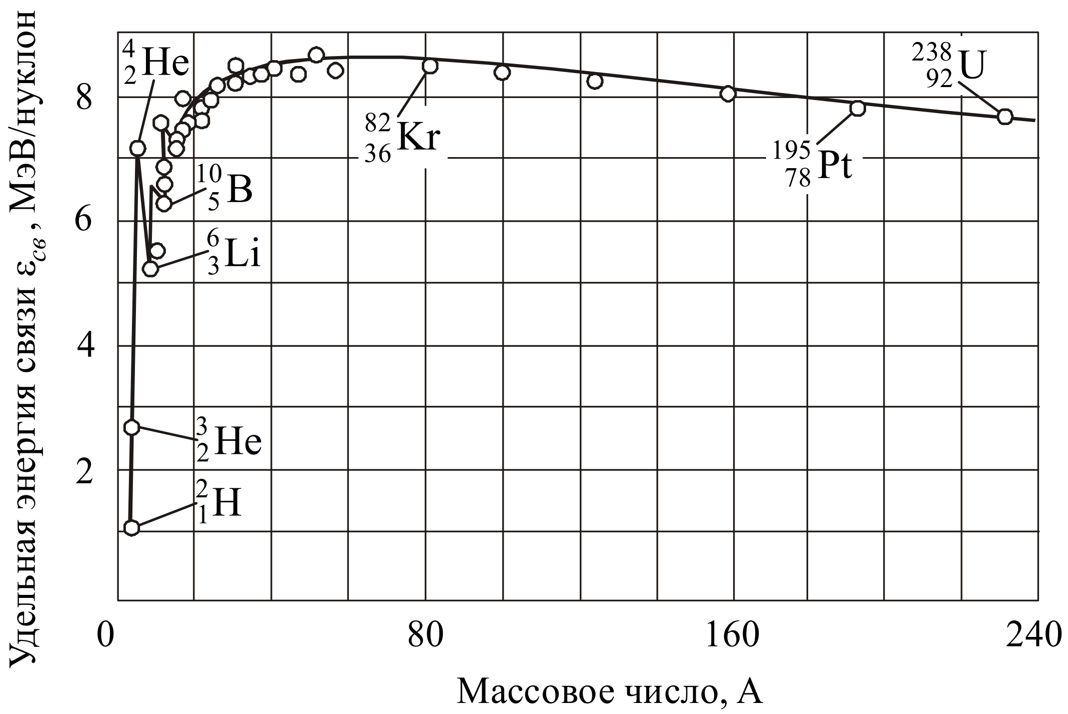
3.20. *Основные физические свойства некоторых полупроводниковых материалов*

Вещество	Ширина запрещённой зоны ΔE, эВ	Подвижность электронов $\mu_Э$, $см^2/(В \cdot с)$	Подвижность дырок $\mu_Д$, $см^2/(В \cdot с)$	Плотность ρ, 10^3 кг/м^3
Si	1,11	1600	500	2,33
Ge	0,66	3900	1900	5,32
AlAs	2,20	1200	–	3,60
AlP	2,45	50	150	2,85
AlSb	1,63	200	420	4,15
Mg_2Ge	0,57	500	100	3,09
GaAs	1,43	8500	420	5,37
GaSb	0,78	4000	650	5,61
GaTe	1,78	4000	650	5,61
InAs	0,36	33 000	460	5,68
InSb	0,18	78000	750	5,78
InP	1,26	4600	150	4,79
InS	1,92	50	–	5,18
PbSe	0,28	0,50	1000	8,15
PbTe	0,32	1730	840	8,16
SnTe	0,18	–	400	6,45
Cd_3P_2	0,55	3000	–	5,60
ZnTe	2,34	340	110	5,68
$Al_xGa_{1-x}As$	1,41–2,20			
$In_xGa_{1-x}As$	1,38–1,97			

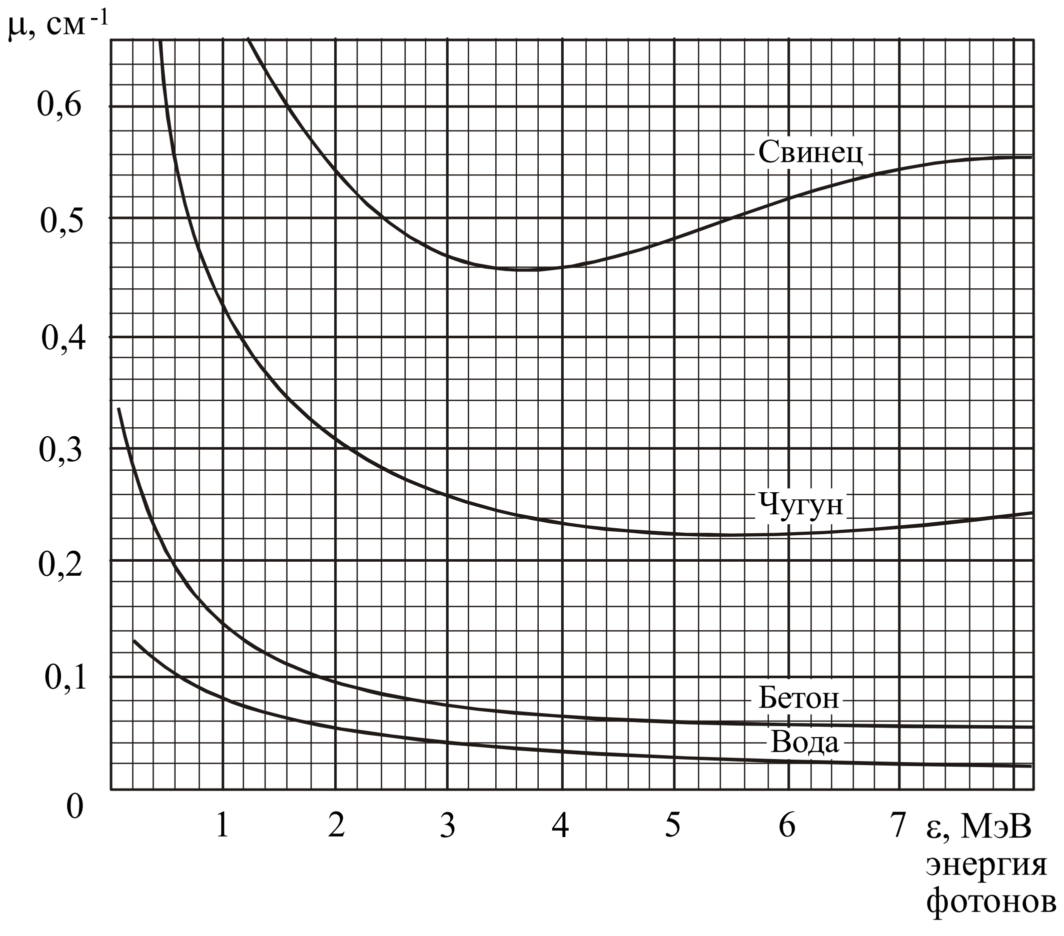
3.21. *Работа выхода для химически чистых элементов и элементов, покрытых слоем адсорбата*

Элемент	Символ	*A*, эВ	Адсорбент – адсорбат	*A*, эВ
Алюминий	Al	4,25	C – Cs	1,37
Вольфрам	W	4,54	Ti – Cs	1,32
Германий	Ge	4,76	Cr – Cs	1,71
Индий	In	3,80	Fe – Cs	1,82
Иттрий	Y	3,30	Cu – Cs	1,64
Калий	K	2,22	Mo – Cs	1,54
Кобальт	Co	4,41	Ge – Ba	2,20
Кремний	Si	4,80	Mo – Th	2,58
Магний	Mg	3,64	Ag – Ba	1,56
Марганец	Mn	3,83	Ta – Cs	1,10
Медь	Cu	4,40	W – Li	2,18
Натрий	Na	2,35	W – La	2,20
Никель	Ni	4,50	Pt – Na	2,10
Палладий	Pd	4,80	Pt – Rb	1,57
Празеодим	Pr	2,70	Pt – Ba	1,90
Самарий	Sm	2,70	W – O – Na	1,72
Селен	Se	4,72	Сталь 1Х18Н9Т – Cs	1,41
Серебро	Ag	4,30	Ta_2C – Cs	1,40
Стронций	Sr	2,35	$TaSi_2$ – Cs	1,47
Хром	Cr	4,58	Mo_2C – Cs	1,45
Цезий	Cs	1,81	WSi_2 – Cs	1,47
Цинк	Zn	4,24	Pd – Cs	1,51

3.22. *Зависимость удельной энергия связи от массового числа*



3.23. *Зависимость линейного коэффициента ослабления от энергии падающих фотонов для некоторых материалов*



3.24. *Основные свойства некоторых изотопов*

Таблица 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Нейтрон	$_0n^1$	1,008665	–	β –	14,5 мин
Протон	$_1p^1$	1,007276	–		стабилен
Водород	$_1H^1$	1,007825	99,985		стабилен
Дейтерий	$_1H^2$	2,014102	0,015		стабилен
Тритий	$_1H^3$	3,016049	–	β –	12,33 года
Гелий	$_2He^3$	3,016030	0,000138		стабилен
Гелий	$_2He^4$	4,002604	99,99986		стабилен
Гелий	$_2He^6$	6,018891	–	β –	0,808 с
Литий	$_3Li^6$	6,015126	7,52		стабилен
Литий	$_3Li^7$	7,016005	92,48		стабилен
Литий	$_3Li^8$	8,022487	–	β –	0,842 с
Бериллий	$_4Be^7$	7,016930	–	э.з.	53 дня
Бериллий	$_4Be^9$	9,012186	100		стабилен
Бор	$_5B^{10}$	10,012939	19,9		стабилен
Бор	$_5B^{11}$	11,009305	80,1		стабилен
Углерод	$_6C^{12}$	12,00000	98,89		стабилен
Углерод	$_6C^{13}$	13,003354	1,11		стабилен
Углерод	$_6C^{14}$	14,003242	–	β –	5730 лет
Азот	$_7N^{13}$	13,005739	–	β_+	9,96 мин
Азот	$_7N^{14}$	14,003074	99,63		стабилен
Азот	$_7N^{15}$	15,000108	0,37		стабилен
Азот	$_7N^{16}$	16,005739	–	β –	7,13 с
Кислород	$_8O^{16}$	15,994915	99,762		стабилен
Кислород	$_8O^{17}$	16,999133	0,038		стабилен
Кислород	$_8O^{18}$	17,999160	0,200		стабилен
Фтор	$_9F^{19}$	18,998405	100		стабилен
Неон	$_{10}Ne^{20}$	19,992440	90,51		стабилен
Неон	$_{10}Ne^{22}$	21,991384	9,22		стабилен
Натрий	$_{11}Na^{22}$	21,994435	–	β+	2,6 года
Натрий	$_{11}Na^{23}$	22,989773	100		стабилен
Магний	$_{12}Mg^{23}$	22,994135	–	β+	11,3 сек
Магний	$_{12}Mg^{24}$	23,985044	78,99		стабилен
Магний	$_{12}Mg^{26}$	25,982591	11,01		стабилен
Магний	$_{12}Mg^{27}$	26,984345	–	β –	9,46 мин
Алюминий	$_{13}Al^{27}$	26,981535	100		стабилен
Кремний	$_{14}Si^{28}$	27,976927	92,23		стабилен
Кремний	$_{14}Si^{30}$	29,973761	3,10		стабилен

Продолжение таблицы 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Фосфор	$_{15}P^{31}$	30,973763	100		стабилен
Фосфор	$_{15}P^{32}$	31,973908	–	β –	14,36 сут
Сера	$_{16}S^{32}$	31,972074	95,02		стабилен
Сера	$_{16}S^{35}$	34,969034	–	β –	87,24 сут
Хлор	$_{17}Cl^{35}$	34,968854	75,77		стабилен
Хлор	$_{17}Cl^{37}$	36,965896	24,23		стабилен
Аргон	$_{18}Ar^{36}$	35,967548	0,34		стабилен
Аргон	$_{18}Ar^{40}$	39,962384	99,60		стабилен
Калий	$_{19}K^{39}$	38,963714	93,26		стабилен
Калий	$_{19}K^{40}$	39,963999	0,0117	β –	$1{,}28\cdot10^{6}$ лет
Калий	$_{19}K^{42}$	41,962417	–	β –	12,5 час
Кальций	$_{20}Ca^{40}$	39,962589	96,94		стабилен
Кальций	$_{20}Ca^{45}$	44,956189	–	β –	163,8 сут
Скандий	$_{21}Sc^{45}$	44,955919	100		стабилен
Титан	$_{22}Ti^{48}$	47,947948	73,8		стабилен
Ванадий	$_{23}V^{51}$	50,943978	99,75		стабилен
Хром	$_{24}Cr^{51}$	50,944786	–	э.з.	27,7 сут
Хром	$_{24}Cr^{52}$	51,940506	83,79		стабилен
Марганец	$_{25}Mn^{55}$	54,938054	100		стабилен
Железо	$_{26}Fe^{55}$	54,940438	–	э.з.	2,7 года
Железо	$_{26}Fe^{56}$	55,934935	91,72		стабилен
Железо	$_{26}Fe^{57}$	56,935391	2,2		стабилен
Кобальт	$_{27}Co^{58}$	57,935754	–	э.з.	70,78 суток
Кобальт	$_{27}Co^{59}$	58,933189	100		стабилен
Кобальт	$_{27}Co^{60}$	59,933816	–	β –	5,27 года
Никель	$_{28}Ni^{58}$	57,935343	68,27		стабилен
Никель	$_{28}Ni^{63}$	62,929665	–	β+	100,1 года
Медь	$_{29}Cu^{63}$	62,929594	69,17		стабилен
Медь	$_{29}Cu^{65}$	64,927786	30,83		стабилен
Цинк	$_{30}Zn^{64}$	63,929141	48,6		стабилен
Галлий	$_{31}Ga^{69}$	68,925576	60,1		стабилен
Галлий	$_{31}Ga^{71}$	70,924695	39,9		стабилен
Германий	$_{32}Ge^{70}$	69,924245	20,5		стабилен
Германий	$_{32}Ge^{72}$	71,922075	27,4		стабилен
Мышьяк	$_{33}As^{75}$	74,921590	100		стабилен
Селен	$_{34}Se^{78}$	77,917298	23,6		стабилен
Селен	$_{34}Se^{80}$	79,916515	49,7		стабилен
Бром	$_{35}Br^{79}$	78,918330	50,69		стабилен

Продолжение таблицы 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Криптон	$_{36}Kr^{84}$	83,911446	57,0		стабилен
Криптон	$_{36}Kr^{85}$	84,912531	–	β –	10,72 года
Рубидий	$_{37}Rb^{85}$	84,911788	72,16		стабилен
Рубидий	$_{37}Rb^{86}$	85,909183	–	β –	18,66 сут
Стронций	$_{38}Sr^{88}$	87,905622	82,58		стабилен
Стронций	$_{38}Sr^{90}$	88,907734	–	β –	28,6 лет
Стронций	$_{38}Sr^{94}$	93,915234	–	β –	78 с
Иттрий	$_{39}Y^{88}$	87,909503	–	э.з.	106,6 сут
Иттрий	$_{39}Y^{89}$	88,905849	100		стабилен
Цирконий	$_{40}Zr^{90}$	89,904701	51,45		стабилен
Цирконий	$_{40}Zr^{95}$	94,908028	–	β –	64,0 сут
Ниобий	$_{41}Nb^{93}$	92,906372	100		стабилен
Молибден	$_{42}Mo^{92}$	91,906802	14,84		стабилен
Технеций	$_{43}Tc^{98}$	97,907203	–	β –	$4{,}2\cdot10^{6}$ лет
Рутений	$_{44}Ru^{102}$	101,904338	31,6		стабилен
Родий	$_{45}Rh^{101}$	100,906162	–	э.з.	3,3 года
Родий	$_{45}Rh^{103}$	102,905502	100		стабилен
Палладий	$_{46}Pd^{108}$	107,903891	26,46		стабилен
Серебро	$_{47}Ag^{107}$	106,905088	51,84		стабилен
Серебро	$_{47}Ag^{108}$	107,905956	–	β –	2,37 мин
Кадмий	$_{48}Cd^{113}$	112,904901	12,22		стабилен
Кадмий	$_{48}Cd^{114}$	113,903354	28,73		стабилен
Индий	$_{49}In^{115}$	114,904070	95,72		стабилен
Олово	$_{50}Sn^{118}$	117,901790	24,22		стабилен
Олово	$_{50}Sn^{123}$	122,905715	–	β –	129,2 сут
Сурьма	$_{51}Sb^{121}$	120,903750	57,25		стабилен
Сурьма	$_{51}Sb^{123}$	122,904216	42,75		стабилен
Теллур	$_{52}Te^{130}$	129,906700	33,8		стабилен
Йод	$_{53}I^{127}$	126,904471	100		стабилен
Йод	$_{53}I^{131}$	130,906112	–	β –	8,04 сут
Ксенон	$_{54}Xe^{132}$	131,904142	26,9		стабилен
Ксенон	$_{54}Xe^{135}$	134,907040	–	β –	9,13 час
Ксенон	$_{54}Xe^{140}$	139,921439	–	β –	13,60 с
Цезий	$_{55}Cs^{133}$	132,905427	100		стабилен
Цезий	$_{55}Cs^{134}$	133,906694	–	β –	2,06 года
Барий	$_{56}Ba^{138}$	137,905226	71,7		стабилен
Лантан	$_{57}La^{139}$	138,906348	99,91		стабилен
Церий	$_{58}Ce^{140}$	139,905436	88,48		стабилен

Продолжение таблицы 3.24

Элемент	Символ изотопа	Атомная масса, а.е.м.	Относит. распростран. %	Тип распада	Период полураспада
Празеодим	$_{59}Pr^{141}$	140,907651	100		стабилен
Неодим	$_{60}Nd^{146}$	145,913121	17,2		стабилен
Иридий	$_{77}Ir^{192}$	191,962990	–	β –	73,8 суток
Золото	$_{79}Au^{197}$	196,966557	100		стабилен
Ртуть	$_{80}Hg^{194}$	196,966557	–	э.з.	260 лет
Ртуть	$_{80}Hg^{200}$	199,968316	23,13		стабилен
Таллий	$_{81}Tl^{204}$	203,973884	–	β –	3,78 года
Таллий	$_{81}Tl^{210}$	209,990069	–	β –	1,30 мин
Свинец	$_{82}Pb^{207}$	206,975932	22,1		стабилен
Свинец	$_{82}Pb^{208}$	207,976641	52,4		стабилен
Свинец	$_{82}Pb^{210}$	209,984178	–	β –	22,3 года
Висмут	$_{83}Bi^{209}$	208,980423	100		стабилен
Висмут	$_{83}Bi^{210}$	209,984114	–	β –	5,0 сут
Висмут	$_{83}Bi^{211}$	210,987263	–	α	2,14 мин
Полоний	$_{84}Po^{210}$	209,982871	–	α	138,4 сут
Астат	$_{85}At^{210}$	209,987490	–	э.з.	8,1 час
Радон	$_{86}Rn^{222}$	222,017533	–	α	3,8 сут
Радий	$_{88}Ra^{220}$	220,010972	–	α	0,025 с
Радий	$_{88}Ra^{225}$	225,023604	–	β –	0,842 с
Радий	$_{88}Ra^{226}$	226,025361	–	α	1620 лет
Радий	$_{88}Ra^{227}$	227,029220	–	β –	42,2 мин
Актиний	$_{89}Ac^{225}$	225,023216	–	э.з.	10,0 сут
Актиний	$_{89}Ac^{228}$	228,031169	–	β –	6,13 час
Торий	$_{90}Th^{229}$	229,031629	–	α	7340 лет
Торий	$_{90}Th^{230}$	230,03080	–	α	$7{,}54 \cdot 10^4$ лет
Торий	$_{90}Th^{231}$	231,036301	–	β –	25,52 час
Торий	$_{90}Th^{232}$	232,038211	100	α	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ лет
Протактиний	$_{91}Pa^{233}$	233,040246	–	β –	27,0 сут
Уран	$_{92}U^{233}$	233,039632	–	α	$1{,}59 \cdot 10^5$ лет
Уран	$_{92}U^{234}$	234,040950	0,006	α	$2{,}45 \cdot 10^5$ лет
Уран	$_{92}U^{235}$	235,043931	0,72	α	$7{,}04 \cdot 10^8$ лет
Уран	$_{92}U^{238}$	238,050762	99,27	α	$4{,}46 \cdot 10^9$ лет
Уран	$_{92}U^{239}$	239,054321	–	β –	23,5 мин
Нептуний	$_{93}Np^{237}$	237,048172	–	α	$2{,}14 \cdot 10^6$ лет
Нептуний	$_{93}Np^{239}$	239,052935	–	β –	2,36 сут
Плутоний	$_{94}Pu^{238}$	238,049522	–	α	87,74 года
Плутоний	$_{94}Pu^{240}$	240,053812	–	α	$6{,}54 \cdot 10^3$ лет

ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ

Давление (p)– скалярная физическая величина, равная отношению нормальной составляющей силы давления $F_{\perp}$ к площади поверхности S.

Дипольный момент (электрический момент диполя) ($\vec{p}$) – вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и численно равный произведению модуля заряда на плечо.

Диэлектрическая проницаемость среды (ε) – скалярная физическая величина, характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз поле внутри однородного диэлектрика меньше, чем в вакууме.

Импульс тела ($\vec{p}$) – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость.

Индуктивность (L) – скалярная физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрической цепи и равная отношению полного магнитного потока, сцепленного с контуром, к силе тока, текущему по контуру и создающему этот поток.

Коэффициент поверхностного натяжения (α) – скалярная физическая величина, равная отношению модуля силы поверхностного натяжения F, действующей на границу поверхностного слоя длиной l, к этой длине.

Линейная плотность заряда (τ) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины.

Магнитная индукция $\left(\vec{B}\right)$– векторная физическая величина, численно равная отношению максимального момента сил, действующего на рамку с током со стороны магнитного поля, к произведению силы тока в рамке на её площадь.

Магнитная проницаемость среды (μ) – скалярная физическая величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция поля в данной среде отличается от магнитной индукции поля в вакууме.

Магнитный момент $\left(\vec{p}_m\right)$ плоского замкнутого контура с током – векторная физическая величина, численно равная произведению тока на площадь, ограниченную контуром.

Магнитный поток (Ф) – скалярная физическая величина, в однородном магнитном поле равная произведению магнитной индукции на площадь контура, которую пересекает магнитное поле, и на косинус угла между направлением поля и нормалью к поверхности контура.

Масса (m) – скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертных и гравитационных свойств тела. Может служить мерой энергосодержания.

Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Моль – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов или других структурных единиц), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Момент импульса ($\vec{L}$) материальной точки относительно точки О – векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведённого из точки О в место нахождения материальной точки, на вектор её импульса $\vec{p}$.

Момент импульса (L_z) тела относительно оси z – скалярная физическая величина, сумма проекций моментов импульсов отдельных точек на эту ось. Для твёрдого тела равен произведению момента инерции тела относительно этой оси на угловую скорость вращения.

Момент инерции (J) – скалярная физическая величина, мера инертных свойств твёрдого тела при вращательном движении, зависящая от распределения массы относительно оси вращения.

Момент силы ($\vec{M}$) относительно точки О – векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведённого из точки О в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$. Момент силы (M) относительно оси – скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы на плечо силы.

Мощность (N, P) – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

Намагниченность ($\vec{J}$) – векторная физическая величина, численно равная суммарному магнитному моменту атомов (молекул), заключённых в единице объёма.

Напряжение (U) – величина, равная полной работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами на данном участке по перемещении единичного положительного заряда.

Напряжённость магнитного поля ($\vec{H}$) – векторная величина, являющаяся вспомогательной характеристикой магнитного поля и определяющая тот вклад в магнитную индукцию, который дают внешние источники поля.

Напряжённость электрического поля ($\vec{E}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля.

Объёмная плотность энергии – скалярная физическая величина, равная энергии поля, заключённой в единице объёма.

Относительная атомная масса (A_r) химического элемента – отношение массы атома этого элемента к 1/12 массы атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$ (изотопа углерода с массовым числом 12).

Относительная молекулярная масса (M_r) вещества – отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Период вращения (T) – время, в течение которого совершается один полный оборот.

Плечо диполя ($\vec{l}$) – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними.

Плотность (ρ) – скалярная физическая величина, характеристика вещества, численно равная массе единицы объёма вещества.

Плотность тока ($\vec{j}$) – векторная физическая величина, численно равная электрическому заряду, переносимому за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения носителей заряда.

Поверхностная плотность заряда (σ) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади.

Показатель адиабаты (γ) – отношение молярной теплоёмкости при постоянном давлении к молярной теплоёмкости при постоянном объёме.

Потенциал (φ) – скалярная физическая величина, энергетическая характеристика электростатического поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладает в данной точке поля единичный положительный заряд.

Работа элементарная (δA) – скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы $\vec{F}$ на элементарное перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы.

Радиус-вектор ($\vec{r}$) – вектор, проведённый из начала координат в рассматриваемую точку.

Сила ($\vec{F}$) – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело других тел или полей.

Сила тока (*i*) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени.

Скорость ($\vec{v}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени.

Температура равновесного состояния – мера интенсивности теплового движения её молекул (атомов, ионов).

Температурный коэффициент сопротивления (α) – величина, характеризующая температурную стабильность материала и численно равная относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на 1 К.

Тепло (*Q*) – количество энергии, переданное от одного тела к другому посредством теплопередачи.

Теплоёмкость молярная (*C*) – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один кельвин.

Теплоёмкость тела ($C_{\text{тела}}$) – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на один кельвин.

Теплоёмкость удельная (*c*) – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на один кельвин.

Угловая скорость ($\vec{\omega}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени.

Угловое перемещение элементарное ($d\vec{\varphi}$) – вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах.

Угловое ускорение ($\vec{\varepsilon}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени.

Удельное электрическое сопротивление проводника (**ρ**) – величина, характеризующая материал проводника и численно равная сопротивлению однородного цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

Ускорение ($\vec{a}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и равная первой производной вектора скорости по времени.

Частота вращения (ν) – число оборотов за единицу времени.

Число степеней свободы (**i**) механической системы – количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы в пространстве.

Электрическая ёмкость (электроёмкость) (**C**) – скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на один вольт.

Электрический заряд (**q**) – неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем.

Электрическое сопротивление (R) – скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения на концах проводника к силе тока, протекающего по нему.

Электродвижущая сила (эдс) (ε) – скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда внутри источника от отрицательного полюса к положительному.

Электропроводимость (G) – величина, обратная сопротивлению.

Энергия (W) – единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.

Энтропия (**S**) – скалярная физическая величина, являющаяся функцией состояния системы, изменение которой при переходе системы из одного равновесного состояния в другое в любом обратимом процессе равно приведённому количеству тепла.

Эффективный диаметр молекулы ($d_{эф}$) – минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры молекул.

Ответы к задачам для самостоятельного решения

§5 Кинематика

5.1. S=8 км; $|\Delta\vec{r}|$=5,83 км. **5.2.** $|v_{\text{отн}}|$=150 км/ч. **5.3.** L_2=150 м. **5.4.** $<v>$=8,5 м/с. **5.5.** a=0,5 м/с^2; v=5 м/с. **5.6.** t=50 с. **5.7.** S=270 м; v=9 м/с. **5.8.** x=0; v= –5м/с; a= –6 м/с^2. **5.9.** x= –5 м; S=5 м. **5.10.** x=9 м. **5.11.** v=463 м/с; $a_{\text{цс}}$=3,37 см/с^2. **5.12.** a_n=2,88 м/с^2. **5.13.** ν=0,8 с$^{-1}$. **5.14.** v=2,1 м/с. **5.15.** ε=3,2 рад/с^2. **5.16.** v=3,8 м/с. **5.17.** $S/|\Delta\vec{r}|$=1,86. **5.18.** t=50 с. **5.19.** $<v>$=53,3 км/ч. **5.20.** S=50 м. **5.21.** t=40 с; x=80 м; a= –0,1 м/с^2. **5.22.** v_0=8 м/с; a= –2 м/с^2; S=20 м. **5.23.** $<v>$=0,5 м/с. **5.24.** $v_{\text{н}}$=15 м/с. **5.25.** t=25 с; S=250 м. **5.26.** $<v>$=18,75 м/с. **5.27.** a=10 м/с^2. **5.28.** t=2 с; v_0=3 м/с. **5.29.** h=27 м. **5.30.** ν=1,6 с$^{-1}$. **5.31.** a=1,65 м/с^2. **5.32.** N=6. **5.33.** t=10 с. **5.34.** t=1 ч; S=36 км. **5.35.** v_1=v_2 при t=0 с; v_1=v_2=2 м/с; a_1= –8 м/с^2; a_2= 2 м/с^2. **5.36.** t=10 с; x= 50 м. **5.37.** S=395 м; $<v>$=14,1 м/с. **5.38.** v_0=0,6 м/с; S=0,1 м. **5.39.** v_0=18,9 м/с. **5.40.** v=24,75 м/с. **5.41.** v_0=14,7 м/с; h=11 м. **5.42.** t_1=0,45 с; t_2=0,05 с. **5.43.** v_0=5,6 м/с. **5.44.** a_n=8,20 м/с^2; a_τ=5,36 м/с^2; a=g=9,80 м/с^2. **5.45.** R=408 м. **5.46.** t=1,97 с; x=22,64 м. **5.47.** α=53,13°. **5.48.** h=5,93 м. **5.49.** ε= –3,86 рад/с^2; t=6,25 с. **5.50.** t_1=2,0 с; t_2=2,8 с. **5.51.** a_τ=0,1 м/с^2. **5.52.** a_τ= –0,84 м/с^2; a_n= –3,14 м/с^2; a=3,25 м/с^2. **5.53.** ε=0,43 рад/с^2.

§6 Динамика

6.1. m=130 мг. **6.2.** a=0,25 м/с^2. **6.3.** F=150 Н. **6.4.** a_1/a_2=2. **6.5.** F=27,5 Н. **6.6.** $F_{\text{т}}$=2000 Н. **6.7.** a=0,5 м/с^2 ; F_0<$F_{\text{тр}}$=10 Н, не сдвинется. **6.8.** $F_{\text{тр}}$=20 Н; μ=0,04. **6.9.** m=2,7 кг. **6.10.** Δl=4 мм. **6.11.** F=300 Н. **6.12.** F=3,55·10^{22} Н. **6.13.** P=2400 Н. **6.14.** m=3,6 кг. **6.15.** ρ=1500 кг/м^3. **6.16.** F=714 Н. **6.17.** a=1,2 м/с^2. **6.18.** а) a=5 м/с^2; вверх; б) a=–2,5 м/с^2; вниз. **6.19.** F=940 Н. **6.20.** F=193,5 Н. **6.21.** a=1,77 м/с^2. **6.22.** 1) $F_{\text{т}}$>$F_{\text{с}}$; 2) $F_{\text{т}}$=$F_{\text{с}}$; 3) $F_{\text{т}}$<$F_{\text{с}}$. **6.23.** S=65 м. **6.24.** v=16 м/с. **6.25.** μ=0,23. **6.26.** Δl=10 мм. **6.27.** F=2 Н. **6.28.** h=690 км. **6.29.** M=3,18·10^{-5} Н·м.

6.30. M=100 Н·м. **6.31.** a=3 м/с^2. **6.32.** $\mu = \text{tg}\alpha - \dfrac{2L}{t^2 g\cos\alpha} = 0{,}4.$

6.33. $\mu = \dfrac{F}{mg\cos\alpha} - \text{tg}\alpha = 0{,}32.$ **6.34.** $F = mg \cdot \dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\beta + \mu\sin\beta} = 100$ Н.

6.35. $v = \sqrt{gl\sin\alpha\,\text{tg}\alpha} = 1{,}3$ м/с. **6.36.** 1) $F_{\text{н}} - F_{\text{в}} = 2mg = 0{,}4$ Н; 2) $F_{\text{н}} - F_{\text{в}} = 6mg =$ 1,2 Н. **6.37.** $F_{\text{в}}$=2800 Н; $F_{\text{н}}$=4200 Н. **6.38.** $F_{\text{м}}$=10 Н; F=2,5 Н. **6.39.** E=71 ГПа; σ=6,6·10^6 Н/м^2; ε=9,3·10^{-5}. **6.40.** σ=7,96·10^7 Н/м^2; ε=3,68·10^{-4}; Δl=1,1 мм. **6.41.** J_1=0,13 кг·м^2; J_2=0,125 кг·м^2; $\varepsilon = \dfrac{J_1 - J_2}{J_1}100\% = 3{,}85$. **6.42.** $m = \dfrac{2\left(FR - M_{\text{тр}}\right)}{R^2\varepsilon} =$

7,36 кг. **6.43.** $\nu=\dfrac{Ft}{\pi mR}=23{,}4$ об/с. **6.44.** $a=g\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}=4{,}9$ м/с^2; $F_н=m_1(g-a)=$ 29,4 Н. **6.45.** $J=mR^2\left(\dfrac{gt^2}{2h}-1\right)=0{,}23$ кг·м^2. **6.46.** $J_0=mr^2\left(\dfrac{gt^2}{2h}-1\right)-4m_1R^2=$ 0,086кг·м^2.

§7 Работа, мощность, энергия. Законы сохранения

7.1. $p=-40$ (кг·м)/с. **7.2.** $\Delta t=6$ с. **7.3.** $v=-1{,}75$ м/с; в направлении движения второго тела. **7.4.** $u_1=1{,}4$ м/с; $u_2=0{,}5$ м/с. **7.5.** $u=v/3$. **7.6.** $v=600$ м/с. **7.7.** $v=20$ м/с. **7.8.** $A=8$ Дж. **7.9.** $A=68{,}4$ кДж. **7.10.** $a=1{,}5$ м/с^2. **7.11.** $A=50$ Дж. **7.12.** $A_2=3A_1$. **7.13.** $M_{вр}=3{,}18$ Н·м. **7.14.** $p_1=16$ (кг·м)/с; $p_2=48$ (кг·м)/с; $F=16$ Н. **7.15.** а) $u=1{,}4$ м/с; б) $u_1=-0{,}2$ м/с; $u_2=1{,}8$ м/с. **7.16.** $Q=1{,}35$ Дж. **7.17.** $F\Delta t=5{,}58\cdot10^{-23}$ Н·с. **7.18.** $S=2{,}5$ м. **7.19.** $v=13{,}86$ м/с. **7.20.** $v=15$ м/с; $t=1$ с. **7.21.** $A=336$ Дж. **7.22.** $A=400$ Дж; $N=5$ Вт. **7.23.** $A=26{,}4$ Дж. **7.24.** $F=75$ Н. **7.25.** $A=3{,}7$ Дж. **7.26.** $A=10$ МДж. **7.27.** $v=2{,}4$ м/с. **7.28.** $W_к=24$ Дж. **7.29.** $h=7$ см. **7.30.** $L=3{,}82$ (кг·м^2)/с. **7.31.** $N=8{,}75$ мВт. **7.32.** $V=1380$ л. **7.33**. $v_2=0{,}45$ м/с.

7.34. $v=\dfrac{M}{m}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}=550$ м/с. **7.35.** $v=\sqrt{\dfrac{M^2gl}{3m^2}}=361$ м/с.

7.36. $F=\dfrac{m}{\Delta\tau}\left(\sqrt{2gh_1}+\sqrt{2gh_2}\right)=624{,}5$ Н. **7.37.** $\Delta p=m\left(\sqrt{2gh_1}+\sqrt{2gh_2}\right)=$ 0,03 (кг·м)/с; $Q=mg(h_1-h_2)=14{,}7$ мДж. **7.38.** $M=m\cdot\dfrac{v^2+u^2}{v^2-u^2}$.

7.39. $S=\dfrac{m^2}{M^2}\cdot\dfrac{v^2}{2\mu g}=0{,}1$ м. **7.40.** $\mu=\dfrac{v^2}{2gS}=0{,}01$. **7.41.** $\mu=\dfrac{h}{b+S}=0{,}05$. **7.42.** $A=mgh+\dfrac{1}{2}\mu gh^2=1{,}3$ МДж; $\eta=77\%$. **7.43.** $F_с=\dfrac{m}{2h}\left(v_2^2-v_1^2\right)=25$ кН.

7.44. $W_к=\dfrac{L\varepsilon t_2^2}{2t_1}=2{,}53$ МДж. **7.45.** $T_1=2T_2=2{,}98$ кН; $T_2=\dfrac{N}{\pi d\nu}=1{,}49$ кН.

7.46. $J=\dfrac{2A}{(2\pi\nu)^2}=0{,}01$ кг·м^2; $\varepsilon=\dfrac{(2\pi\nu)^2}{4\pi N}=9{,}42$ рад/с^2; $M_{тр}=J\varepsilon=94{,}2$ мН·м.

7.47. $\omega=\sqrt{\dfrac{3g}{l}}=14{,}14$ рад/с; $v=\omega l=2{,}12$ м/с. **7.48.** $A=gL(m_1+m/2)=13$ кДж.

7.49. $\nu_2=\nu_1\dfrac{J+mR^2}{J}=0{,}17$ с$^{-1}$. **7.50.** $\nu_2=\nu_1\dfrac{J_1+J_2+ml_1^2/2}{J_1+J_2+ml_2^2/2}=0{,}73$ с$^{-1}$.

7.51. а) $\alpha_1 = \left(\dfrac{m_C / m_n + 1}{m_C / m_n - 1}\right)^2 = 1{,}4$; б) $\alpha_2 = \dfrac{m_C / m_n + 1}{m_C / m_n - 1} = 1{,}2$. **7.52**. υ_2=100 м/с; p=5 МПа. **7.53**. υ_2=4,33 м/с. **7.54.** m=15 кг.

§8 Молекулярная физика

8.1. ν=12,28 моль; N=7,4·10^{24} молекул. **8.2.** n=7,53·10^{25} м$^{-3}$. **8.3.** ν=4 моль. **8.4.** n=3,6·10^{25} м$^{-3}$. **8.5.** V=1,52 дм^3. **8.6.** V=31 дм^3. **8.7.** p=8,17 МПа. **8.8.** p_1=0,1 МПа. **8.9.** V_1=100 см^3. **8.10.** p_2=65 кПа. **8.11.** t_2=473°С. **8.12.** M=4·10^{-3} кг/моль. **8.13.** $<\upsilon>$=2057 м/с; $\upsilon_в$=1823 м/с. **8.14.** $<\upsilon_{кв}>$=517 м/с. **8.15.** ρ=7,94 кг/м^3. **8.16.** N=1,0·10^{26} молекул. **8.17.** T_1=580 К; T_2=290 К. **8.18.** V_1=15 дм^3. **8.19.** 1-2 – изохорный, 2-3 – изотермический, 3-1 – изобарный. **8.20.** n=7,53·10^{25} м$^{-3}$. **8.21.** M=44·10^{-3} кг/моль. **8.22.** $<\upsilon_{кв}>$=2·10^3 м/с. **8.23.** $<\lambda>$=3,96 см. **8.24.** $d_{эф}$=0,43 нм. **8.25.** $<z>$=3,48·10^9 с$^{-1}$. **8.26.** D=9,1·10^{-6} м^2/с.

8.27. K=9,05·10^{-3} Вт/(м·К). **8.28.** η=13,8 мкПа·с. **8.29.** $M_{см} = \dfrac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} =$ 29·10^{-3} кг/моль. **8.30.** $V = \left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)\dfrac{RT}{p} = 0{,}44$ м^3. **8.31.** p_2=10 МПа. **8.32.** $m = \dfrac{nMV}{N_A} = 0{,}01$ мг/м^3. **8.33.** $p = \dfrac{\rho < \upsilon_{кв} >^2}{3} = 1{,}13 \cdot 10^5$ Па.

8.34. $N = \dfrac{mN_A < \upsilon_{кв} >^2}{3RT} = 1{,}79 \cdot 10^{22}$. **8.35.** $T_1 = \dfrac{\Delta T V_1}{\Delta V} = 300$ К.

8.36. $p_2 = \dfrac{T_2 (p + p_0)}{T_1} = 0{,}31$ МПа. **8.37.** $T_2 = \dfrac{(p + p_0 - \Delta p) T_1}{p + p_0} = 256$ К $= -17$°С.

8.38. $h = \dfrac{\ln 5 \cdot RT}{Mg} = 13{,}6$ км. **8.39.** $h = -\dfrac{\ln 0{,}25 \cdot RT}{Mg} = 11$ км. **8.40.** $h = \dfrac{RT}{Mg} = 8{,}25$ км.

8.41. $\rho = \dfrac{p_0 M}{RT} \exp\left(-\dfrac{Mgh}{RT}\right) = 0{,}77$ кг/м^3. **8.42.** $< z >= 4\sqrt{\dfrac{\pi R}{MT}} \cdot \dfrac{p_0 d_{эф}^2}{k} = 6{,}14 \cdot 10^9$ с$^{-1}$.

8.43. $Q = K \dfrac{\Delta T}{\Delta x} S \Delta t = 12$ Дж. **8.44.** $Q = K \dfrac{T_1 - T_2}{h} H \cdot 2(a + b) \Delta t = 190$ кДж.

8.45. $\Delta l = l_0 \alpha \Delta t$. Зазор при понижении температуры ниже 0°С увеличивается. Следовательно, размер зазора должен определяться только максимальной температурой нагревания выше 0°С. На юге Δl=50 мм, на севере Δl=20 мм.

8.46. 1) T_1=281 К; 2) T_2=289 К. **8.47.** p_1=8,31 Мпа; p_2=5,67 МПа. **8.48.** $a = \dfrac{27}{64} \dfrac{T_{кр}^2 R^2}{p_{кр}}$=0,136 Н·м^4/моль^2; $b = \dfrac{1}{8} \dfrac{T_{кр} R}{p_{кр}}$=3,86·10^{-5} м^3/моль.

§9 Термодинамика

9.1. **He:** C_V=12,47 Дж/(моль·К), C_p=20,78 Дж/(моль·К), c_V=3118 Дж/(кг·К), c_p=5194 Дж/(кг·К); **H_2:** C_V=20,48 Дж/(моль·К), C_p=29,09 Дж/(моль·К), c_V=10390 Дж/(кг·К), c_p=14542 Дж/(кг·К); **CO_2:** C_V=24,94 Дж/(моль·К), C_p=33,24 Дж/(моль·К), c_V=567 Дж/(кг·К), c_p=755 Дж/(кг·К). **9.2.** а) $\langle\varepsilon\rangle_{\text{пост}}=1{,}19\cdot10^{-20}$ Дж; б) $\langle\varepsilon\rangle=2{,}37\cdot10^{-20}$ Дж; в) $W_к$=14,3 МДж. **9.3.** ΔU=2,6 кДж. **9.4.** U=9,0 МДж. **9.5.** V_2=26,2 дм^3. **9.6.** Увеличилась на ΔU=15 кДж. **9.7.** Q=2 кДж. **9.8.** ν=5,78 моль. **9.9.** η=23%; Q_2=46,2 кДж. **9.10.** Q_2=3 кДж. **9.11.** $\langle\varepsilon\rangle_{\text{пост}}=1{,}2\cdot10^{-20}$ Дж. **9.12.** ΔU=2,7 кДж; A=0,9 кДж. **9.13.** U=3,0 МДж. **9.14.** Уменьшилась на ΔT=4,6 К. **9.15.** A=66,87 кДж. **9.16.** Q=0,41 кДж. **9.17.** ΔT=2,2 К. **9.18.** A=4 МДж. **9.19.** A=30 кДж; $T_2=12T_1$. **9.20.** Q=62,5 кДж. **9.21.** p_1=95,3 кПа. **9.22.** A=625 Дж; Q_2=1,875 кДж. **9.23.** η=19%. **9.24.** η=27%, Q_1=272,2 кДж; Q_2=198,7 кДж. **9.25.** $c_v=\frac{i}{2}\frac{p}{\rho T}=$ 640 Дж/(кг·К), $c_p=\frac{i+2}{2}\frac{p}{\rho T}=897$ Дж/(кг·К). **9.26.** c_V=649 Дж/(кг·К); c_p=909 Дж/(кг·К). **9.27.** A=1,32 кДж. **9.28.** i=5. **9.29.** $A=\frac{T_2}{T_1}p_1V_1\left(\frac{T_3}{T_2}-1\right)=10$ Дж. **9.30.** A_{13}=41,25 Дж; $T_1=T_2<T_3$. **9.31.** $A=\nu R\left(T_3+T_1-2\sqrt{T_1T_3}\right)=49{,}3$ Дж. **9.32.** $A=\frac{\Delta T}{T_1}h\left(p_0S+2mg\right)=310$ Дж. **9.33.** T_1=296 K, T_2=493 K, T_3=986 K, T_4=592 K, $\eta=\frac{2(p_2-p_1)(V_2-V_1)}{i\nu R(T_3-T_1)+p_2(V_2-V_1)}=8{,}9\%$. **9.34.** η=18%. **9.35.** $h=\frac{\eta Q}{mg}=$ 8,62 м. **9.36.** $\Delta S=\frac{i}{2}\frac{m}{M}R\ln\frac{p_2}{p_1}=7{,}2$ Дж/К. **9.37.** $\Delta S=c_{\text{лёд}}m\ln\frac{T_2}{T_1}+\frac{\lambda m}{T_2}+c_{\text{вода}}m\ln\frac{T_3}{T_2}=296$ Дж/К. **9.38.** $\Delta S=\frac{m}{M}R\ln\frac{p_1}{p_2}=$ 2,88 Дж/К.

§10 Электростатика

10.1. F=1 мН. **10.2.** q=2 мкКл. **10.3.** ε=2. **10.4.** φ=3000 В. **10.5.** F=24 мкН. **10.6.** E=200 В/м. **10.7.** r=0,1 м. **10.8.** E=20 кВ/м. **10.9.** A=27 мкДж. **10.10.** C=11,8 пФ. **10.11.** $W_{эл}$=0,1 Дж. **10.12.** C=33,2 пФ; $W_{эл}$=16,6 мкДж; w=13,8 мДж/м^3.**10.13.** F=45 мкН. **10.14.** A=0,56 мкДж. **10.15.** F/l=3,6 мН/м. **10.16.** F/S=0,51 Н/см^2. **10.17.** R=2,3 см. **10.18.** $m=2{,}53\cdot10^{-20}$ кг. **10.19.** φ_0=180 В. **10.20.** E=3 кВ/м. **10.21.** E=1,024 В/м. **10.22.** E=17 кВ/м. **10.23.** σ=0,885 мкКл/м^2. **10.24.** a=42,4 м/с^2. **10.25.** $\Delta\varphi$=3,76 В. **10.26.** $\Delta\varphi$=25 В. **10.27.** C=0,17 мкФ; $W_{эл}$=0,75 мкДж. **10.28.** q=9 мкКл; $W_{эл}$=54 мкДж. **10.29.** $W_{до}$=0,44 мкДж; $W_{после}$=17,7 нДж. **10.30.** $W_{до}$=0,44 мкДж; $W_{после}$=11,1 мкДж. **10.31.** E=67,7 кВ/м.

10.32. E=56,25 В/м. **10.33.** E=7500 кВ/м. **10.34.** $\varphi_1 = \varphi_0 \frac{\sqrt[3]{n}}{n} = 1{,}1$ В.

10.35. $\sigma = \frac{2mg\,\varepsilon_0 \mathrm{tg}\alpha}{q} = 1{,}87$ мкКл/м^2. **10.36.** $q_0 = q\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4}\right) = 0{,}96q$.

10.37. $R = \sqrt[3]{\frac{3qE}{4\pi\rho g}} = 0{,}2$ мм. **10.38.** $\varepsilon = \frac{\rho_ш}{\rho_ш - \rho_м} = 2$. **10.39.** S=1,76 см.

10.40. a=1,58·10^{16} м/с^2; t=0,36 нс. **10.41.** $U = \frac{md\,v_0 \mathrm{tg}\alpha}{qt} = 80$ В.

10.42. σ_1=100 нКл/м^2; σ_2=33 нКл/м^2. **10.43.** $A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -0{,}9$ Дж.

10.44. A=0,36 Дж. **10.45.** q=10 мкКл; $W_{эл}$=45,6 мДж. **10.46.** $\varepsilon = 1 + \frac{A}{W_1} = 4{,}5$.

10.47. $A = \frac{\sigma^2 V}{8\varepsilon_0}(\varepsilon - 1) = 0{,}44$ нДж.

§11 Законы постоянного тока

11.1. I=0,1 А. **11.2.** l=210 м. **11.3.** R=4 Ом. **11.4.** U=5 В. **11.5.** R=9 Ом. **11.6.** U_r=0,125 В, R=7,5 Ом. **11.7.** r=2,5 Ом. **11.8.** I=0,11 А, U_R=0,99 В, U_r=0,11 В. **11.9.** I=0,27 А, R=807 Ом. **11.10.** q=0,01 Кл. **11.11.** R=50 Ом. **11.12.** n_{max}=5. **11.13.** t_2=70°С. **11.14.** q=107,5 Кл. **11.15.** $I_{кз}$=5,5 А. **11.16.** I=40 А. **11.17.** $R_д$=20 Ом. **11.18.** 1) $R_ш$=0,02 Ом; 2) увеличится в 10 раз. **11.19.** 1) $R_д$=3000 Ом; 2) увеличится в 2,5 раза. **11.20.** ε=2 В, r=0,25 Ом, $I_{кз}$=8 А. **11.21.** j=700 А/мм^2. **11.22.** I=2 А. **11.23.** r=11,3 Ом. **11.24.** $I_{кз}$=1,5 А. **11.25.** P=2,2 кВт; η=91,6%. **11.26.** $\langle v \rangle$=0,74 мм/с. **11.27.** n=2,5·10^4 мм$^{-3}$. **11.28.** I=3+2,5t; Δq=3,75 Кл. **11.29.** l=515,6 м; d=1 мм. **11.30.** R_1=R_2=100 Ом, R_3=400 Ом; I_1=0,5 А, I_2=0,4 А, I_3=0,1 А; U_1=50 В, U_2=U_3=40 В. **11.31.** I=2 А. **11.32.** Увеличится в 2 раза. **11.33.** P_{max}=15 Вт. **11.34.** ε=15 В; r=3 Ом. **11.35.** I_1=0,1 А; I_2=0,2 А; I_3=0,3 А; $\varphi_A - \varphi_B$=–4 В. **11.36.** ε=12 В; r=0,2 Ом; $I_{кз}$=60 А. **11.37.** Q=1,07 кДж. **11.38.** $t = \frac{R\left(c_в m(t_к - t_0) + rm\right)}{U^2\eta} = 49$ мин.

11.39. $l = \frac{U^2 \pi d^2}{4\rho P} = 17{,}3$ м. **11.40.** l=9,45 м. **11.41.** 1) I=0,57 А, U=110 В; 2) I=0,142 А, U=53,2 В; 3) I=0,22 А, U=110 В.

§12 Магнитное поле постоянного тока

12.1. B=0,2 мТл. **12.2.** B=0,126 мТл. **12.3.** I=4,8 А. **12.4.** H=8000 А/м. **12.5.** H=5000 А/м. **12.6.** $\oint \vec{H} d\vec{l}$=–21 А. **12.7.** α=30° **12.8.** p_m=7,85·10^{-2} А·м^2. **12.9.** B=40 мТл. **12.10.** F=3,2·10^{-13} Н. **12.11.** B=5,7 мТл. **12.12.** v=2·10^6 м/с. **12.13.**

J=–1,33·10^{-2} А/м; B=1,76·10^{-3} Тл; навстречу друг другу. **12.14.** J=2,8·10^{-3} А/м; H=15,9 А/м. **12.15.** B=1,1 Тл; μ=875. **12.16.** 1) H_c=100 А/м; 2) B_r=0,22 Тл; 3) B_{max}=1,24 Тл; H_{max} =800 А/м; 4) μ=1233. **12.17.** H=15,36 А/м. **12.18.** H=215 А/м. **12.19.** R=0,2 Ом. **12.20.** F/l=2 мН/м. **12.21.** F=200 Н. **12.22.** B=20 мТл. **12.23.** A=8 мДж. **12.24.** p_m =62,8·10^{-3} А·м^2, B=0,1 Тл. **12.25.** p_m =0,03 А·м^2. **12.26.** M =12·10^{-6} Н·м. **12.27.** R=4,5 см. **12.28.** T=8,9 нс. **12.29.** q=3,2·10^{-19} Кл. **12.30.** H=16 А/м; J=2,82·10^{-3} А/м. **12.31.** μ=265. **12.32.** H=66,3 А/м. **12.33.** r=8 см. **12.34.** $\oint \vec{H}d\vec{l}$ =78,5 А. **12.35.** $B = \dfrac{\mu_0 U d^2}{8r\rho l} =$ 16 мТл. **12.36.** U=110 мВ. **12.37.** B_{min}=10 мТл, B_{max}=20 мТл. **12.38.** Увеличилась на ΔW=8,6 мДж. **12.39.** F =4,1·10^{-16} Н. **12.40.** а) v_p=v_α: R_p/R_α=0,5; б) $W_р$=W_α: $R_р/R_\alpha$=1. **12.41.** a_τ=0; a_n=5,7·10^{15} м/с^2. **12.42.** B=0,3 Тл. **12.43.** $n = \dfrac{IB}{eU_{\text{Н}}b} =$ 8,1·10^{28} м$^{-3}$. **12.44.** $v = \dfrac{E}{\mu_0 H} = 4\cdot 10^4$ м/с. **12.45.** $A = I\mu_0 H\pi r^2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) =$ 1,8 мкДж. **12.46.** p_m =2,4·10^{-8} А·м^2; $\Psi = N\mu_0 Hab\cos(90-\alpha) = 0{,}042$ Вб. **12.47.** $\dfrac{B'}{B} = \dfrac{\chi}{1+\chi} = 1{,}5\cdot 10^{-5}$.

§13 Явление электромагнитной индукции. Магнитное поле в веществе

13.1. B=50 мТл. **13.2.** а) Φ_0=2 мВб; б) Φ_1=1 мВб. **13.3.** Φ=2 мВб. **13.4.** <ε>=1 В. **13.5.** L=1 мГн. **13.6.** N=500. **13.7.** L=1,6 мГн. **13.8.** L=1,2 мГн. **13.9.** I=2 А. **13.10.** $W_м$=10 Дж. **13.11.** μ=1990. **13.12.** N=234. **13.13.** i=5,6 А. **13.14.** q=0,4 Кл. **13.15.** L=1,6 мГн. **13.16.** L=0,125 мГн. **13.17.** I=10 А. **13.18.** Φ=5 мВб. **13.19.** $w_м$=1,12 кДж/м^3. **13.20.** ε_{max}=94,25 В. **13.21.** ν=20 Гц. **13.22.** <ε> =0,27 В. **13.23.** B=5,8·10^{-5} Тл. **13.24.** B=0,30 Тл. **13.25.** ε=0,64 мВ. **13.26.** q=6,28 мкКл. **13.27.** i=2,5 А. **13.28.** <ε>=58 В. **13.29.** q=0,11 Кл. **13.30.** α=120° **13.31.** A=80 мкДж. **13.32.** L=0,71 мГн, Φ=3,55 мкВб. **13.33.** t=23 мс. **13.34.** $W_м$=62,8 мкДж. **13.35.** I=1,73 А. **13.36.** $w_м$=840 Дж/м^3. **13.37.** B=2,5 Тл. **13.38.** ω=3,14 рад/с; Φ_{max}=2,5 мВб; B=0,25 Тл.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Балаш, В.А. Задачи по физике и методы их решения / В.А. Балаш. – Москва: Просвещение, 1983. – 432 с.
2. Беликов, Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: учеб. пособие для студентов вузов / Б.С. Беликов. – Москва: Высшая школа, 1986. – 256 с.
3. Волков, А.Ф. Курс физики. В 2-х т. Т.1. Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм: учеб. пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / А.Ф. Волков, Т.П. Лумпиева. – Донецк: ДонНТУ, 2009. – 232 с.
4. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – Москва: Наука, 1985. – 384 с.
5. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – Москва: Наука, 1966. – 872 с.
6. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике: учеб. пособие / И.Е. Иродов. – 2-е изд. – Москва: Наука, 1988. – 416 с.
7. Пинский, А.А. Задачи по физике: учеб. пособие / А.А. Пинский. – Москва: Наука, 1977. – 288 с.
8. Рымкевич, А.П. Сборник задач по физике / А.П. Рымкевич. – Москва: Просвещение, 1996. – 222 с.
9. Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие / И.В. Савельев. – Москва: Наука, 1982. – 272 с.
10. Таблицы физических величин. Справочник – под ред. акад. И.С. Кикоина. – Москва: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
11. Физика: методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А.А. Воробьёв, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – Москва: Высшая школа, 1987. – 206 с.
12. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики: учеб. пособие для втузов / Е.В. Фирганг. – Москва: Высшая школа, 1977. – 351 с.
13. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – Москва: Высшая школа, 1981. – 496 с.

Учебное издание

Лумпиева Таисия Петровна
Русакова Надежда Михайловна
Волков Александр Фёдорович

Практикум по физике. Решение задач

Часть 1