

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ИНКУБАЦИИ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА СТРАНЫ

**Кулишова В. А., студ.; Лачин В. И., зав. каф., д.т.н., проф.; Гветадзе С. В., к.т.н.**  
(Южно – Российский Государственный Политехнический Университет (Новочеркасский Политехнический Институт); г. Новочеркасск, Российская Федерация)

В период с 1993 года по настоящее время группой учёных Кубанского, Донского государственных аграрных, Южно-Российского государственного политехнического университетов и Всероссийского института животноводства совместно со специалистами агропромышленного комплекса Ростовской области проводятся исследования, направленные на повышение эффективности инкубационных процессов. В состав этого творческого коллектива входят: доктора и кандидаты сельскохозяйственных и технических наук, а также инженеры высокой квалификации. В работе принимают активное участие аспиранты и студенты старших курсов указанных университетов и института. Идея работы, результаты выполненных исследований и вопросы, которые необходимо решить на завершающем этапе, изложены ниже. В период с 1993 года по настоящее время группой учёных Кубанского, Донского государственных аграрных, Южно-Российского государственного политехнического университетов и Всероссийского института животноводства совместно со специалистами агропромышленного комплекса Ростовской области проводятся исследования, направленные на повышение эффективности инкубационных процессов. В состав этого творческого коллектива входят: доктора и кандидаты сельскохозяйственных и технических наук, а также инженеры высокой квалификации. В работе принимают активное участие аспиранты и студенты старших курсов указанных университетов и института. Одним из этапов разработки элементов и устройств для системы управления режимами переменных температур инкубационных процессов является моделирование объектов инкубации, которые подвергаются нестационарным тепловым воздействиям [1-3].

Можно предложить несколько упрощенных подходов описания рассматриваемого объекта, и самый простой из них – представление яйца сельскохозяйственной птицы в виде однородного шара [1]. При этом считается, что внутренние источники тепла (развивающийся эмбрион) отсутствуют. В этом случае, если в некоторый момент времени  $t=0$  на рассматриваемое тело, имеющее начальную температуру  $\theta_0$ , со стороны окружающего воздуха наносится ступенчатое воздействие, то его среднеобъемная температура  $\theta$  изменяется по закону:

$$\frac{m c d(\theta - \theta_0)}{\alpha S dt} + (\theta - \theta_0) = -(\theta_B - \theta_0), \quad (1)$$

где  $m, c$  – масса и удельная объемная теплоемкость яйца;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от поверхности биологического объекта к окружающей среде;  $S$  – площадь теплоотдающей поверхности яйца;  $t$  – текущее время;  $\theta_B$  – постоянная температура окружающего воздуха. При этом допущение о равномерности температурного поля по всему объему яйца (при отсутствии внутренних источников тепла), положенное в основу уравнения (1) может быть принято лишь в том случае, когда коэффициент теплоотдачи сравнительно невысок.

Например, на самых ранних стадиях инкубации, когда кровеносная система эмбриона еще не развита, тепловыделением можно пренебречь. В этом случае нестационарное температурное поле в виде однородного шара рассматриваемого объекта также может быть описана следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial \theta_i(R, t)}{\partial t} = a_i \left\{ \frac{\partial^2 \theta_i(R, t)}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \theta_i(R, t)}{\partial R} \right\}, \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta_i(R,0) = \theta_c(t), \quad \frac{\partial \theta_{ж}(0,t)}{\partial R} = 0; \lambda_{эжв} \left[ \frac{\partial \theta_B(R_2,t)}{\partial R} \right] = \alpha [\theta_c(t) - \theta_B(R_2,t)],$$

и условиями сопряжения на границе “желток-белок”:

$$\theta_{ж}(R_1,t) = \theta_B(R_1,t); \lambda_{жс} \frac{\partial \theta_{ж}(R_1,t)}{\partial R} = \lambda_B \frac{\partial \theta_B(R_2,t)}{\partial R}; \lambda_{эжв} = \frac{[(R_2 - R_1) + \delta_{ск}]}{[(R_2 - R_1)\lambda_B^{-1} + \lambda_{ск}^{-1}\delta_{ск}]},$$

где  $\lambda_i, a_i$  - тепло- и температуропроводность  $i$ -го компонента яйца;  $\theta_i(R_i,t), R_i$  - температура и радиусы  $i$ -го компонента яйца (желтка и экваториального сечения белка),  $\delta_{ск}$  - толщина скорлупы.

Однако по конфигурации исследуемый биологический объект наиболее близок к несимметричному эллипсоиду. Поэтому с учетом рекомендаций [2] была предложена более совершенная тепловая модель типа “однородный эллипсоид” (3) [1-3]. При этом считалось, что внутренние источники тепла распределены по объему с поверхностью  $\sigma$  ( $r$ ) объекта инкубации равномерно. В основу указанной математической модели положено одномерное уравнение теплопроводности, которое имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \theta(R,t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta(R,t)}{\partial R^2} + \frac{1}{\sigma(R)} \frac{d\sigma(R)}{dR} \right) + \frac{1}{c} q_v(t), \quad (3)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(0,t)}{\partial R} &= 0; \quad \frac{\partial \theta(1,t)}{\partial R} = \alpha [\theta_c(t) - \theta(1,t)]; \quad \theta(R,0) = \theta_H. \\ \frac{\partial S(0,t)}{\partial R} &= 0; \quad \frac{\partial S(1,t)}{\partial R} = \alpha [S_c(t) - S(1,t)]; \quad S(R,0) = S_H. \end{aligned}$$

где  $q_v(t)$  - удельная плотность внутренних источников тепла;  $r$ -текущая пространственная координата от центра яйца;  $\theta_c(t), \theta_H$  - температуры окружающей его среды (воздуха) и начальная температура яйца;  $R=r/r_{я}$  (где  $r$ -текущая пространственная координата от центра яйца;  $r_{я}$  - радиус экваториального сечения яйца);  $\lambda, a$  - коэффициенты тепло - и температуропроводности.

Однако, яйцо, как материальное тело, имеет более сложную структуру, а рассматриваемый биологический объект состоит из таких различных по теплофизическим свойствам компонентов, как белок, желток, скорлупа и развивающийся в процессе инкубации эмбрион. Поэтому также была предложена более совершенная тепловая модель типа “шар в шаре” (желток в белке) (4) [1]. Также ранее рассмотрен и другой вариант обобщенной тепловой динамической модели яйца, представляющей собой “шар в эллипсоиде” с учетом фактора формы  $n$ , определяемого из соотношения:  $V/S = R/n+1$ , где  $V, S, R$  - объем, площадь поверхности и радиус экваториального сечения биологического объекта [2,3]. Здесь желток в виде шара с радиусом  $R_1$  с внутренними источниками тепла расположен в центре белковой эллипсоидной оболочки с радиусом  $R_2$ , покрытой скорлупой. При этом нестационарные температурные модели описывается следующей системой дифференциальных уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial \theta_B(R,t)}{\partial t} = a_B \left\{ \frac{\partial^2 \theta_B(R,t)}{\partial R^2} + \frac{n}{R_2} \frac{\partial \theta_B(R,t)}{\partial R} \right\}, \quad \frac{\partial \theta_{ж}(R,t)}{\partial t} = a_{жс} \left\{ \frac{\partial^2 \theta_{жс}(R,t)}{\partial R^2} + \frac{2}{R_1} \frac{\partial \theta_{жс}(R,t)}{\partial R} \right\} + \frac{q_v(t)}{\rho_{жс} C_{жс}}, \quad (4)$$

с начальными условиями:

$$\theta_{жс}(R,0) = \theta_H, \quad \theta_B(R,0) = \theta_H, \quad \frac{\partial \theta_B(R,0)}{\partial R} = 0,$$

и условиями сопряжения на границе “желток-белок”:

$$\lambda_{жс} \frac{\partial \theta_{жс}(R_2, t)}{\partial R} = \lambda_B \frac{\partial \theta_B(R_1, t)}{\partial R}, \quad \theta_{жс}(R_1, t) = \theta_B(R_1, t).$$

Граничные условия:

$$\lambda_{экв} \left[ \frac{\partial \theta_B(R_2, t)}{\partial R} \right] = \alpha [\theta_B(t) - \theta_B(R_2, t)],$$

где эквивалентный коэффициент теплопроводности:

$$\lambda_{экв} = \frac{[(R_2 - R_1) + \delta_{СК}]}{[(R_2 - R_1)\lambda_B^{-1} + \lambda_{СК}^{-1}\delta_{СК}]}$$

Следует отметить, что при разработке последних моделей учтены два существенных момента, связанных с особенностями тепловыделений развивающихся эмбрионов, которые необходимо в технологической практике. В течение многодневного процесса инкубации особенно существенно изменяется мощность внутренних источников тепловыделения яйца. Следовательно, уравнения хотя и сохраняют свой вид для разных фаз инкубационного процесса, но их параметры и коэффициенты не являются постоянными во времени.

Яйцо, как материальное тело, имеет более сложную структуру, а рассматриваемый биологический объект состоит из таких различных по теплофизическим свойствам компонентов, как белок, желток, скорлупа и развивающийся в процессе инкубации эмбрион. Поэтому также была предложена более совершенная тепловая модель типа “шар в шаре” (желток в белке) [1]. В этом случае нестационарное температурное поле рассматриваемого объекта (при отсутствии внутренних источников тепла) описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial \theta_i(R, t)}{\partial t} = a_i \left\{ \frac{\partial^2 \theta_i(R, t)}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \theta_i(R, t)}{\partial R} \right\}, \quad (5)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\theta_i(R, 0) = \theta_c(t); \frac{\partial \theta_2(0, t)}{\partial R} = 0; \lambda_{экв} \left[ \frac{\partial \theta_2(R_2, t)}{\partial R} \right] = \alpha [\theta_c(t) - \theta_2(R_2, t)],$$

и условиями сопряжения на границе “желток-белок”:

$$\theta_{жс}(R_1, t) = \theta_B(R_1, t) \lambda_{жс} \frac{\partial \theta_{жс}(R_1, t)}{\partial R} = \lambda_B \frac{\partial \theta_B(R_1, t)}{\partial R} \lambda_{экв} = \frac{[(R_2 - R_1) + \delta_{СК}]}{[(R_2 - R_1)\lambda_B^{-1} + \lambda_{СК}^{-1}\delta_{СК}]},$$

где  $\lambda_i$ ,  $a_i$  - тепло- и температуропроводность  $i$ -го компонента яйца;  $\delta_{СК}$ ,  $\lambda_{СК}$  - толщина и теплопроводность скорлупы;  $\theta_i(R_i, t)$ ,  $R_i$  - температуры и радиусы  $i$ -го компонента яйца (желтка и экваториального сечения).

Однако, указанные модели также не позволили в полном основном виде описать и обеспечить полномасштабно комплекс нестационарных температурно - влажностных и механических режимов инкубационных процессов. Поэтому в настоящей статье впервые предложен новый математический комплекс математических моделей и алгоритмов реализации и управления указанными нестационарными температурно-влажностными и механическими режимами:

$$\frac{\partial \theta(R,t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta(R,t)}{\partial R^2} + \frac{1}{\sigma(R)} \frac{d\sigma(R)}{dR} \right) + \frac{1}{c} q_v(t); \quad \frac{\partial V(x,t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{\sigma(x)} \frac{d\sigma(x)}{dx} \right); \quad (6)$$

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 S(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{\sigma(x)} \frac{d\sigma(x)}{dx} \right)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial \theta(0,t)}{\partial R} = 0; \quad \frac{\partial \theta(1,t)}{\partial R} = \alpha [\theta_c(t) - \theta(1,t)]; \quad \theta(R,0) = \theta_n; \quad \frac{\partial V(0,t)}{\partial R} = 0; \quad \frac{\partial V(1,t)}{\partial R} = \alpha [V_c(t) - V(1,t)];$$

$$V(R,0) = V_n; \quad \frac{\partial S(0,t)}{\partial R} = 0; \quad \frac{\partial S(1,t)}{\partial R} = [S_c(t) - S(1,t)]; \quad S(R,0) = S_n$$

где  $q_v(t)$  – удельная плотность внутренних источников тепла;  $r$ -текущая пространственная координата от центра яйца;  $\theta_n, \theta_c, V_n, S_n$  – начальные значения температуры, окружающей его среды (воздуха), влажности и механического положения яйца;  $R=r/r_{я}$  (где  $r$ -текущая пространственная координата от центра яйца;  $r_{я}$  - радиус экваториального сечения яйца);  $\lambda, a$  – коэффициенты тепло- и температуропроводности.

Для доказательства адекватности разработанных моделей и определения основных динамических характеристик исследуемого биологического объекта с целью дальнейшей разработки специальных элементов и устройств, реализующих новый переменный режим инкубационных процессов, проведены также экспериментально – аналитические исследования распределения комплекса температурно – влажностного, механического поля объекта инкубации с учетом удельной мощности внутренних источников тепла  $q_v(t)/\rho c$ , плотности  $\rho$  и удельной массовой теплоемкости компонент  $c$  и его моделей (таблица 1, рисунок 1). Как видно из таблицы 1 и рисунка 1, расхождение между экспериментальной переходной характеристики куриного яйца (1) и аналитической (2) температурными кривыми модели “однородный шар” достигает 35 %, что недопустимо при реализации нестационарного режима инкубации. Однако, указанное выше расхождение переходных характеристик для моделей: “однородный эллипсоид” и “шар в шаре”, не превышает 10-15 %; “шар в эллипсоиде” численным методом сеток (3,4), “шар в эллипсоиде” аналитическим методом (5) - не превышает 8-10 %, а для температурно-влажностной и механической моделей “Шар в эллипсоиде (желток в эллипсоидной оболочке) с внутренними источниками тепла”(6): 5-7%.

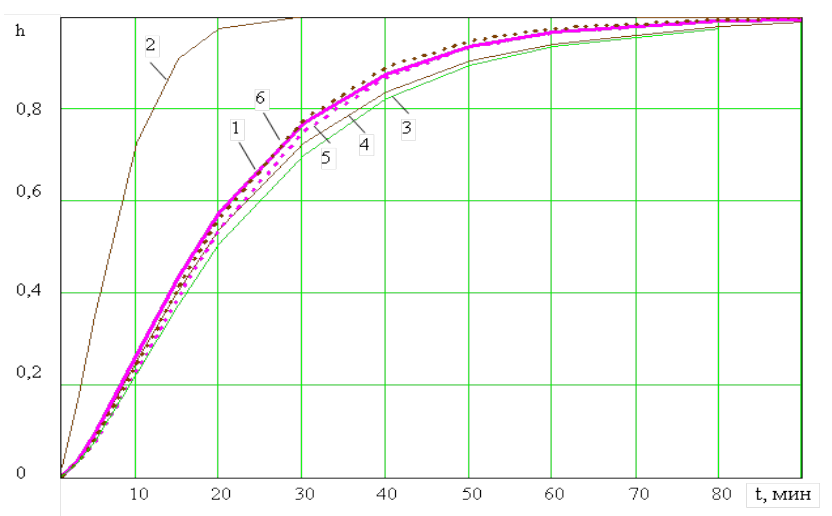


Рисунок 1 – Переходные характеристики куриного яйца и его моделей: 1 – куриное яйцо, 2 – модель “однородный шар”, 3 – модель “однородный эллипсоид”, 4 – модель “шар в шаре”, 5 – модель “шар в эллипсоиде” (аналитическая). 6 – температурно-влажностная и механическая модели “Шар в эллипсоиде с внутренними источниками тепла”

Таблица 1 – Модели, переходные характеристики биологических объектов и процессов

Модели	Описание модели	Передаточная функция	Переходная функция
1	Стандартное куриное яйцо (экспериментальные данные)	$k/(118,7p^2+22,1p+1)$	$k\{1-T_1/(T_1-T_2)\exp(-t/T_1)*\{1-T_2/(T_1-T_2)\exp(-t/T_2)\}$
2	Температурная модель “Однородный шар”	$k/(14,36p+1)$	$k\{1-\exp(-t/T)\}$
3	Температурная модель “Однородный эллипсоид”	$k/(113,5p^2+24,7p+1)$	$k\{1-T_1/(T_1-T_2)\exp(-t/T_1)*\{1-T_2/(T_1-T_2)\exp(-t/T_2)\}$
4	Температурная модель “Шар в шаре”	$k/(118,2p^2+23,9p+1)$	
5	Температурная модель “Шар в эллипсоиде”	$k(118,5p^2+22,8p+1)$	
6	Температурно-влажностная и механическая модели “Шар в эллипсоиде с внутренними источниками тепла”	$k q_v(p) (118,5p^2+22,8p+1)$ $kV(p)(98,1p^2+15,3p+1)$ $kS(p)(118,4p^2+23,1p+1)$	$k\Theta(t)+ q_v(t)/(\rho c) V(t)\{1-T_1/(T_1-T_2)\exp(-t/T_1)*\{1-T_2/(T_1-T_2)\exp(-t/T_2)\}$ $kS(t)\{1-T_1/(T_1-T_2)\exp(-t/T_1)*\{1-T_2/(T_1-T_2)\exp(-t/T_2)\}$

Таким образом, при разработке соответствующих элементов и устройств систем управления нестационарными переменными температурно-влажностными и механическими режимами и процесса инкубации для приблизительной оценки их параметров можно использовать модели (3,4), а для наиболее точных расчетов - (5,6) при условии оснащённости инкубатора быстродействующими системами поддержания таких режимов. Следует отметить, что такой подход для реализации нестационарных режимов целесообразно применять в инкубаторе, оснащённом микропроцессорным регулятором.

#### Перечень ссылок

1. Гветадзе, С.В. Имитирующие элементы и управляющие устройства для обеспечения нестационарных температурных режимов инкубации: дис. ...канд. техн. наук / Светлана Варденовна Гветадзе. – Новочеркасск, 2010. – 203 с.

2. Колосов, Ю. А. Study of new non-stationary regimes and distrution of thermal fields of biological objects / Ю. А. Колосов, А. П. Пахомов, В. И. Лачин, С. В. Гветадзе // Middle-East Journal of Scientific Research. – 2014. – Vol. 20 (12). – P. 2090 – 2093.

3. Гветадзе, С.В. Косвенный расчет центральной температуры и влажности объектов инкубации по поверхностной / С. В. Гветадзе // Свид-во об отраслевой регистрации № 9532 ; выдано отраслевым фондом алгоритмов и программ Федерального агентства по образованию 31.01.2016.