

**ГОУВПО  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**учебной дисциплины вариативной части  
профессиональной и практической подготовки  
дисциплин самостоятельного выбора ВУЗа  
ГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра  
27.03.02 «Управление качеством»**

**«Статистические методы диагностики продукции и  
технологических процессов»**

**ГОУВПО  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**учебной дисциплины вариативной части  
профессиональной и практической подготовки  
дисциплин самостоятельного выбора ВУЗа  
ГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра  
27.03.02 «Управление качеством»**

**«Статистические методы диагностики продукции и  
технологических процессов»**

Рассмотрено  
на заседании кафедры  
«Управление качеством»  
протокол № 2 от «14» «09» 2016 г.

Утверждено на заседании  
учебно-издательского  
Совета ДонНТУ  
Протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» «\_\_\_\_\_» 20\_\_ г.

Донецк, 20\_\_

УДК 65.012 (075.8)

Конспект лекций по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла дисциплин по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» направления подготовки бакалавра 27.03.02 «Управление качеством» дневной, ускоренной, заочной формы обучения / Сост. Е.В.Мирошниченко. - Донецк: ДонНТУ, 2016г.- 51 с.

Конспект лекций содержит теоретический материал по требованиям основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 27.03.02 «Управление качеством» дневной, ускоренной, заочной формы обучения

Составители:

Е.В.Мирошниченко, к.э.н., доцент

Ответственный за выпуск

**СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	5
Тема 1. Теоретические основы статистических методов	6
Тема 2. Графические методы статистического управления качеством	21
Тема 3. Статистический приемочный контроль	28
Тема 4. Статистическое управление процессами	38
Литература	50

## ВВЕДЕНИЕ

Всестороннее изучение статистических методов дает возможность выбора методов в зависимости от поставленных задач при управлении качеством продукции (процесса); подготовку к статистическому контролю продукции (процесса); определение показателей качества продукции (процесса); анализ полученных данных и проведение последующих действий.

Современной формой повышения качества является управление качеством с помощью математико-статистических методов. При относительно малых расходах, требующихся на внедрение, применение этих методов помогает предупреждать возникновение брака и доделок еще в процессе производства.

Статистические методы применимы на всех стадиях производства. Их роль – методическое обеспечение процессов получения, обработки (принятия решений), хранения, передачи данных и знаний. С помощью этих методов можно указать, где для повышения качества изделия должна быть изменена либо его конструкция, либо технология изготовления. Статистические методы позволяют отрегулировать технологический процесс так, что сводится к минимуму производственный брак.

Основанием для разработки конспекта лекций по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла дисциплин по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» является ООП подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством».

Конспект лекций по учебной дисциплине вариативной части профессионального цикла по выбору ВУЗа «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов» разработан на основе:

учебного плана подготовки бакалавра по направлению 27.03.02 «Управление качеством»;

рабочей программы учебной дисциплины «Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов».

Цель настоящего конспекта лекций - дать студентам теоретические основы предлагаемой дисциплины.

Цель дисциплины – подготовка студентов к решению практических задач, связанных с использованием статистических методов анализа производственных процессов, разработкой и совершенствованием методов обеспечения и управления качеством продукции и услуг.

Статистические методы диагностики продукции и технологических процессов, основанные на теории вероятностей и математической статистики, могут быть использованы на всех этапах жизненного цикла продукции для оценки и учета степени ее неоднородности или изменчивости ее характеристик относительно требуемых значений или номиналов, а также учета настроенности и изменчивости процессов ее создания.

## **ТЕМА 1**

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ**

1. Место статистических методов в управлении качеством
2. Случайные величины и способы их представления
- 3 Закон распределения непрерывных случайных величин
- 4 Закон распределения случайных дискретных величин
- 5 Критерии значимости. Статистические гипотезы

#### **1 МЕСТО СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ**

Качество продукции – важнейший показатель конкурентоспособности предприятия. Для уменьшения затрат и достижения уровня качества, удовлетворяющего потребителя, нужны методы, направленные не на устранение дефектов (несоответствий) готовой продукции, а на предупреждение причин их появления в процессе производства.

Применение статистических методов позволяет с заданной точностью и достоверностью судить о состоянии исследуемых явлений (объектов, процессов) в системе качества; прогнозировать и регулировать возникновение проблем в области качества; вырабатывать оптимальные управленческие решения, не на основе эмоций, ощущений и интуиции, а на основе изучения фактических данных, тенденций и закономерностей.

Статистические методы, основанные на теории вероятностей и математической статистики, могут быть использованы на всех этапах жизненного цикла продукции для оценки и учета степени ее неоднородности или изменчивости ее характеристик относительно требуемых значений или номиналов, а также учета настроенности и изменчивости процессов ее создания.

В настоящее время в мировой практике статистические методы наиболее широко применяются для решения следующих инженерных и производственных задач:

осуществление сбора и регистрации исходных данных в виде, удобном для их последующего анализа и осмысления;

проведение анализа и оценки качества продукции с помощью статистической обработки информации о качестве продукции, имеющей, несомненно, случайный характер;

осуществление планирования и анализа результатов выборочного контроля качества продукции на различных этапах производственного процесса;

применение процедур статистического анализа, регулирования и управления технологическими процессами;

проведение оценки точности, настроенности и стабильности технологических процессов, а также оценки идентичности работы однотипного технологического оборудования;

прогнозирование и контроль надежности продукции.

Статистические методы контроля качества в настоящее время применяются не только в производстве, но и в планировании, проектировании, маркетинге, материально-техническом снабжении и т.д.

Применяемые для решения перечисленных задач статистические методы в большинстве случаев регламентированы международными и государственными стандартами. Настоящее пособие включает в себя простые статистические методы, с освоения которых целесообразно начинать, а затем переходить к освоению более сложных методов обеспечения качества.

## 2 СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И СПОСОБЫ ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Под случайной величиной понимают величину, которая в результате опыта принимает то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно.

Случайные величины (с.в.) обозначаются прописными латинскими буквами  $X, Y, Z$ , а принимаемые ими значения соответственно малыми буквами  $x_1, x_2, \dots, y_1, y_2, y_3, \dots$

Случайная величина, принимающая конечное или счетное множество значений, называется дискретной (д.с. в.).

Если же множество возможных значений с.в. несчетно, то такая величина называется непрерывной (н. с. в.).

Тип с. в. имеет ключевое значение при решении практических задач, т.к. именно тип с. в. определяет выбор конкретных методов обработки данных наблюдений.

Помимо дискретных и непрерывных величин иногда выделяют смешанные с. в., которые обладают признаками обоих основных типов с. в.

Для полного описания с.в. недостаточно знать ее возможные значения, необходимо еще знать вероятности этих значений.

Любое правило (таблица, функция, график), указывающее вероятности отдельных значений случайной величины или множества этих значений, называется законом распределения случайной величины (или просто: распределением). Про с.в. говорят, что «она подчиняется данному закону распределения» или «случайная величина распределена по данному закону».

В наиболее простой форме можно выразить закон распределения дискретной случайной величины: достаточно перечислить возможные значения величины и соответствующие им вероятности.

Рядом распределения д.с.в.  $X$  называется таблица вида

	1	2		n	
	1	2		n	

где  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  – все возможные значения с.в. в порядке возрастания,  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \dots$  – вероятности этих значений,  $p_i = P\{X=x_i\}$  – вероятность того, что в результате опыта с.в.  $X$  примет значение  $x_i$ .

Так как события  $\{X=x_1\}, \{X=x_2\}, \dots$  несовместны и образуют полную группу, то сумма их вероятностей равна единице, т.е.  $\sum p_i=1$ .

Закон распределения д.с.в. можно задать графически, если на оси абсцисс отложить возможные значения с.в., а на оси ординат – вероятности их значений. Ломаную, соединяющую последовательно точки  $(x_1, p_1), (x_2, p_2), \dots$  называют многоугольником (или полигоном) распределения (см. рисунок 1.1).

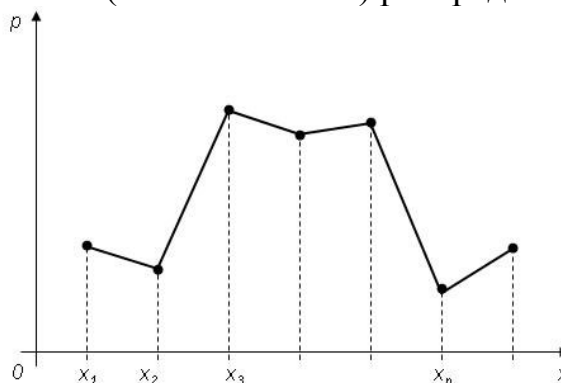


Рисунок 1– Многоугольник распределения

Очевидно, ряд распределения с.в. может быть построен только для д.с.в.; для н.с.в. нельзя даже перечислить все ее возможные значения. Кроме того, вероятность каждого отдельно взятого значения н.с.в. равна нулю. Например, какова вероятность того, что данной «зарядки» мобильного телефона хватит ровно на 53 часа? Удивительный факт: событие возможное, но имеет нулевую вероятность.

Для описания н.с.в. целесообразно использовать вероятность события  $\{X < x\}$  (а не  $\{X = x\}$ ), где  $x$  – значение с.в. С практической точки зрения нас мало интересует событие, состоящее, например, в том, что телефон на «одной зарядке» проработает ровно 53 часа, т. е.  $X = 53$ . Более важным является событие вида  $\{X < 53\}$  (или  $\{X > 53\}$ ), т.е. событие, состоящее в том, что телефон проработает меньше 53 часов (или больше 53 часов). Такое событие имеет ненулевую вероятность; при изменении  $x$  вероятность события  $\{X < x\}$  в общем случае будет меняться. Следовательно, вероятность  $P\{X < x\}$  является функцией от  $x$ .

Наиболее общей формой задания закона распределения вероятностей, пригодным как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин, является ее функция распределения, обозначаемая  $F(x)$ .

Функцией распределения с.в.  $X$  называется функция  $F(x)$ , которая равна вероятности события  $\{X < x\}$ , т.е. вероятности того, что с.в. примет значение меньше заданного  $x$ :

$$F\{x\} = P\{X < x\}$$

Функцию  $F(x)$  называют также интегральной функцией распределения.

Геометрически функцию распределения можно истолковать как вероятность того, что с.в.  $X$  примет значение, лежащее на числовой оси левее точки  $x$ , т.е. попадающее в интервал  $(-\infty, x)$ , как показано на рисунке 1.2.



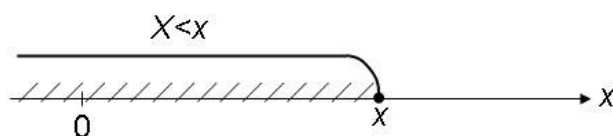


Рисунок 2 – К определению функции распределения

Свойства функция распределения:

1)  $F(x)$  – и неубывающая функция своего аргумента, т.е. если  $x_2 > x_1$ , то  $F(x_2) \geq F(x_1)$ .

2)  $F(x)$  ограничена, т. е.

$$0 \leq F(x) \leq 1.$$

3)  $F(x)$  обращается в ноль на минус бесконечности и равна единице на плюс бесконечности, т. е.

$$F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1.$$

4) Вероятность попадания с.в.  $X$  в промежуток  $[a, b)$  равна приращению ее функции распределения на этом промежутке, т. е.

$$P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a).$$

5)  $F(x)$  непрерывна слева, т.е.

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} F(x) = F(x_0).$$

Это свойство можно истолковать так: если функция распределения разрывная (со скачками), то при подходе к точке разрыва слева функция  $F(x)$  сохраняет значение.

Приведем более точное определение н.с.в.

Случайную величину  $X$  называют непрерывной, если ее функция распределения непрерывна в любой точке и дифференцируема всюду, кроме, может быть, отдельных точек.

Если функция  $F(x)$  везде непрерывна, то вероятность каждого отдельного значения с.в. равна нулю.

Важнейшей характеристикой непрерывной с.в. (помимо функции распределения) является плотность распределения вероятностей.

Плотностью распределения вероятностей (плотностью распределения, плотностью вероятностей) непрерывной случайной величины  $X$  называется производная ее функции распределения.

Обозначается плотность распределения н.с.в.  $X$  через  $f(x)$  (или  $p(x)$ ):

$$f(x) = F'(x).$$

Функцию  $f(x)$  называют также дифференциальной функцией распределения. Она является одной из форм закона распределения случайной величины, но в отличие от функции распределения существует только для непрерывных случайных величин.

Плотность распределения обладает следующими свойствами:

1)  $f(x)$  неотрицательная, т.е.

$$f(x) \geq 0.$$

Это означает, что график плотности  $f(x)$ , называемый кривой распределения, расположен не ниже оси абсцисс. Плотность может принимать сколь угодно большие значения.

2) Интеграл от плотности вероятности н.с.в. в бесконечных пределах равен единице

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Геометрический смысл этого свойства в том, что площадь фигуры, ограниченной кривой распределения  $f(x)$  и осью абсцисс, равна единице.

3) Вероятность попадания н.с.в. в промежуток  $[a; b]$  равна определенному интегралу от ее плотности в пределах от  $a$  до  $b$ , т. е.

$$P\{a \leq X \leq b\} = \int_a^b f(x)dx.$$

Геометрически эта вероятность равна площади  $S$  фигуры, ограниченной сверху кривой распределения  $f(x)$  и опирающейся на отрезок  $[a; b]$  (рисунок 1.3).

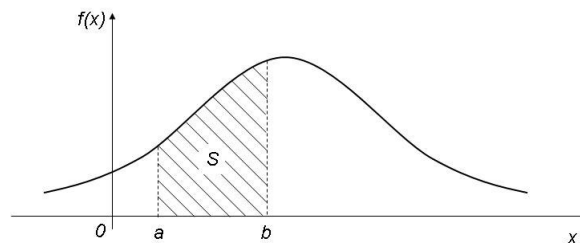


Рисунок 3 – Кривая распределения. Вероятность попадания величины в заданный интервал

Закон распределения полностью характеризует случайную величину. Однако при решении многих практических задач достаточно знать лишь некоторые числовые параметры, характеризующие отдельные существенные свойства закона распределения с.в. Такие числа принято называть числовыми характеристиками с. в.

Важнейшими среди них являются:

- характеристики положения, фиксирующие положение случайной величины на числовой оси: математическое ожидание (центр распределения с.в.), мода, медиана;

- характеристики рассеяния: дисперсия (отклонение значений с.в. от ее центра), среднее квадратическое отклонение.

Общей формой задания закона распределения вероятностей для дискретных и непрерывных случайных величин, является ее функция распределения ( $F(x)$ ).

Функцией распределения с.в.  $X$  называется функция  $F(x)$ , равная вероятности того, что с.в. примет значение меньше (больше) заданного  $\{X < x\}$  или  $\{X > x\}$ ;

$$F\{x\} = P\{X < x\}, \quad F\{x\} = P\{X > x\}$$

Функцию  $F(x)$  называют также интегральной функцией распределения.

Геометрически функцию распределения можно представить как вероятность того, что с.в.  $x$  примет значение, лежащее на числовой оси левее (правее) точки  $X$ , т.е. попадающее в интервал  $(-\infty; X)$ ,  $(X; +\infty)$  (рисунок 1).

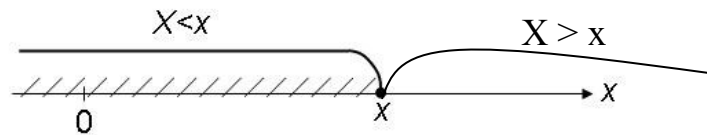


Рисунок 4 – К определению функции распределения

Важнейшей характеристикой непрерывной с.в.  $X$  (помимо функции распределения) является плотность распределения вероятностей ( $f(x)$ ) - называется производная ее функции распределения.

Обозначается плотность распределения н.с.в.  $X$  через  $f(x)$  (или  $p(x)$ ):

$$f(x) = F'(x).$$

### 3 ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Нормальный закон распределения встречается чаще любых других и стремится к «норме» всякого массового случайного проявления признака, находит большое применение в различных отраслях.

Нормальное распределение случайных величин возникает, когда на результат измерения действует множество случайных факторов, ни одно из которых не является преобладающим. Суммарное воздействие сравнительно небольшого числа факторов приводит к закону распределения результатов и погрешностей измерений, близкому к нормальному.

Плотность вероятности нормального распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\sigma$  - параметр рассеивания распределения, равный среднеквадратичному отклонению (СКО);  $M$  - центр распределения, равный математическому ожиданию  $M\bar{x}$ .

Функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(z-M)^2}{2\sigma^2}} dz,$$

Как стандарт (эталон) нормальное распределение имеет правильную колоколообразную форму и параметры  $N(M\bar{x}, \sigma) = N(0, 1)$  - единичное нормальное распределение.

$f(x)$  - Плотность нормированного распределения  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ .

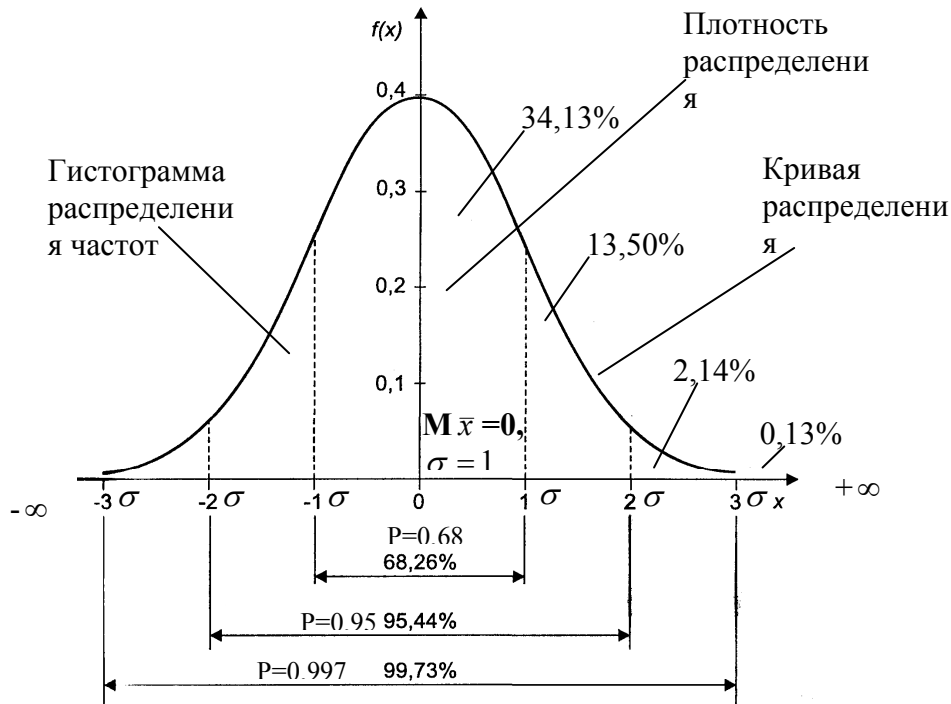


Рисунок 5 – Кривая стандартного нормального распределения

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

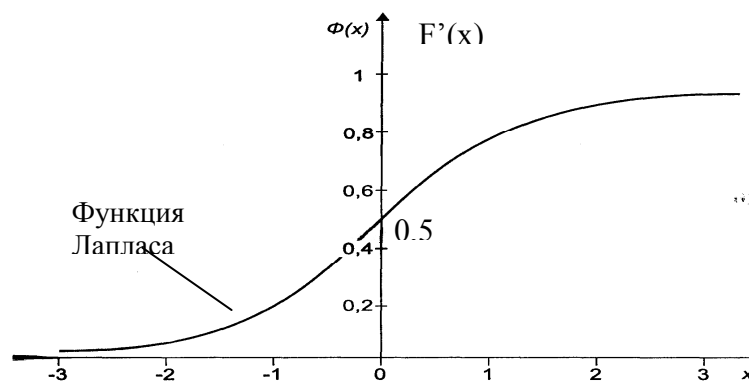


Рисунок 6 - График функции распределения непрерывной случайной величины  
Функция  $F_0(x)$  табулирована. Она связана с функцией Лапласа:

$$F_0(x) = 0,5 + \Phi(x).$$

### 3.1 ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

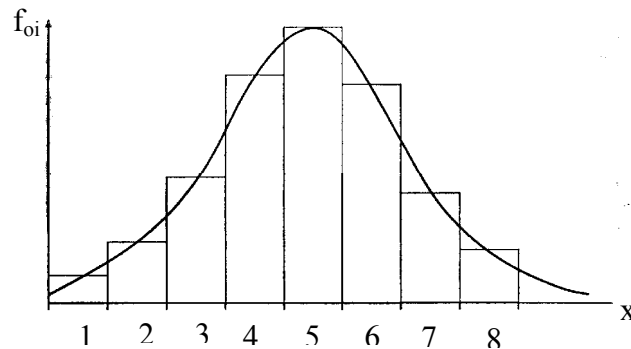
Генеральная совокупность – это все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза.

Выборка – это ограниченная по численности группа объектов, специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств.

Статистические ряды – форма группировки данных, или числовые значения признака, расположенные в определенном порядке.

$f_{ai}$  – абсолютная частота распределения признака.

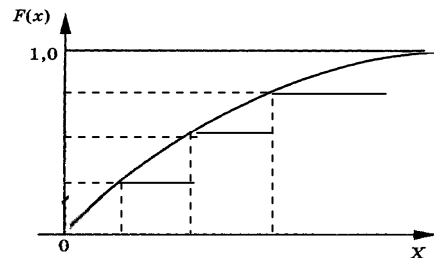
$f_{oi}$  - относительная частота распределения признака. Применяется для оценки вероятности встречаемого значения.



По данным  $f_{oi}$  строится гистограмма распределения частот.

Рисунок 7 – Гистограмма распределения частот

$f_{ni}$  – накопленные относительные частоты. По данным  $f_{ni}$  строится график



функции распределения.

Рисунок 8 – График функции распределения

**Меры центральной тенденции** -это число, характеризующее выборку по уровню выраженности измеренного признака.

1) Средняя величина  $\bar{x}$  :

$$M\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

2) Мода  $M_0$ - наиболее вероятное значение  $X$  - числовое значение из множества измерений, которое встречается наиболее часто.

3) Медиана  $M_e$  – значение, которое делит упорядоченное множество данных пополам.

$$P\{X < x_m\} = P\{X > x_m\} = 0,5,$$

### Меры изменчивости

1) Разброс выборки или размах указывает на диапазон изменчивости значений.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

2) Дисперсия  $D_x$ – мера рассеяния случайной величины, характеризует разброс значений с. в относительно среднего значения

$$D_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^2}{n};$$

3) На практике используют стандартное отклонение  $\sigma_x$ . На сколько в среднем индивидуальное значение признака отклоняется от среднего значения.

При увеличении  $\sigma$  - кривая снижается.

При уменьшении  $\sigma$  - кривая вытягивается.

Чем меньше  $\sigma$ , тем меньше рассеивание результатов измерений.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^2}{n(n-1)}},$$

$\sigma_x = \sqrt{D_x}$  - выборочное стандартное отклонение.

$S = \sqrt{S^2}$  - несмещенное выборочное стандартное отклонение.

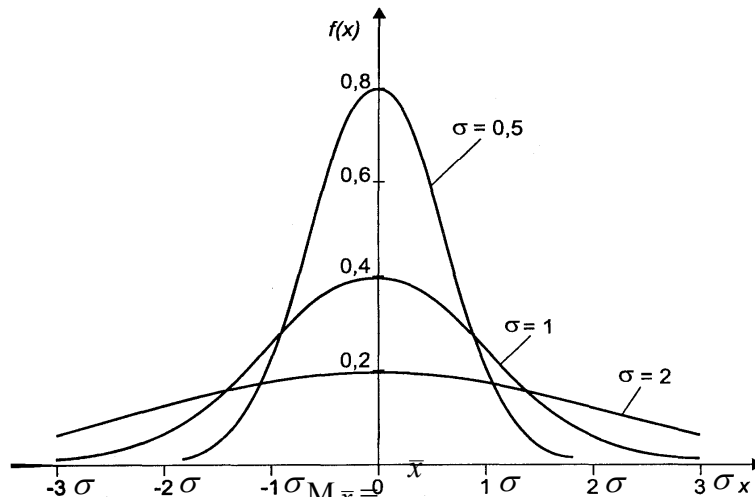


Рисунок 9 – Влияние параметра  $\sigma$  на вид кривой нормального распределения

4. Коэффициент вариации – мера вариации в процентном отношении к среднему значению.

$$V = \frac{\sigma_x}{M\bar{x}} \cdot 100\%.$$

### Формы кривой распределения

1. Асимметрия  $A_S$  – степень отклонения графика распределения частот от симметричного вида относительно среднего значения.

$$A_S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^3}{\sigma_x^3 \cdot n};$$

Через z-преобразование  $A_S = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^3}{n}$ ,  $z_i = \frac{(x_i - M\bar{x})}{\sigma}$ .

$A_S = 0$  распределение симметричное;

$A_S < 0$  – правосторонняя (отрицательная асимметрия) – чаще встречаются значения больше среднего;

$A_S > 0$  – левосторонняя (положительная асимметрия) – чаще встречаются значения меньше среднего.

2. Эксцесс  $E_S$  – мера плосковершинности или остроконечности графика распределения измеренного признака.

$$E_S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M\bar{x})^4}{\sigma_x^4 \cdot n} - 3;$$

$$\text{Через } z\text{-преобразование } E_S = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^4}{n} - 3.$$

$E_S = 0$  – нормальное распределение;

$E_S > 0$  – закон распределения островершинный;

$E_S < 0$  – плосковершинное распределение.

### **Выборочная оценка параметров генеральной совокупности**

Наиболее важными параметрами ( $\Pi$ ) распределения являются  $M\bar{x}$ ,  $D_x$ ,  $\sigma_x$  – это точечные оценки.

При повторениях серий из  $n$  наблюдений каждый раз будут получаться различные оценки среднего арифметического  $M\bar{x}$ ,  $D_x$ ,  $\sigma_x$  – т. е. рассеивание средних арифметических.

Характеристикой этого рассеивания является выборочное среднее квадратичное отклонение среднего арифметического значения  $\sigma_{M\bar{x}}$ .

### **Интервальные оценки числовых характеристик.**

Доверительный интервал параметра  $\Pi$  называется интервал  $(x_H, x_B)$ , содержащий истинное значение  $\Pi(M\bar{x}, D_x, \sigma_x)$  с заданной вероятностью  $P = 1 - \alpha$  ( $\alpha = 1 - P$ )

$$P(x_H < \Pi < x_B) = 1 - \alpha.$$

Для генеральной совокупности доверительный интервал с учетом правил округления записывается в виде

$$M\bar{x} - t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \leq Q \leq M\bar{x} + t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}; P,$$

$P$  – значение доверительной вероятности

$M\bar{x}$  – среднее значение выборки (*выборочное среднее*);

$Q$  – средняя генеральной совокупности

$\sigma_x$  – стандартное отклонение выборки;

$t$  – коэффициент доверия, при выборке больше 50 измерений используется аргумент функции Лапласа ( $z_p$ ), меньше 50 измерений коэффициент Стьюдента с  $k = n - 1$ , где  $k$  – число степеней свободы;

$\pm t \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$  - (интервал) граничная ошибка выборки ( $\Delta$ ).

### Функция Лапласа

Из симметрии графика функции нормального распределения вытекает соотношение

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x).$$

Любое нормальное распределение может быть сведено к единичному нормальному распределению  $N(0,1)$  путем  $z$  – преобразования:

$$z_i = \frac{(x_i - M\bar{x})}{\sigma},$$

где  $z_i$  - единица нормального распределения.

Для установления связи между функцией распределения  $F(x)$  для распределения  $N(M\bar{x}, \sigma)$  и функцией стандартного нормального распределения для распределения  $N(0,1)$ .

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x_i - M\bar{x}}{\sigma}\right).$$

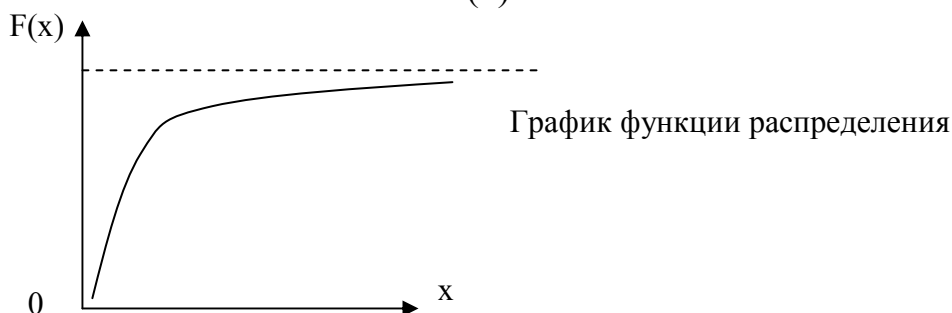
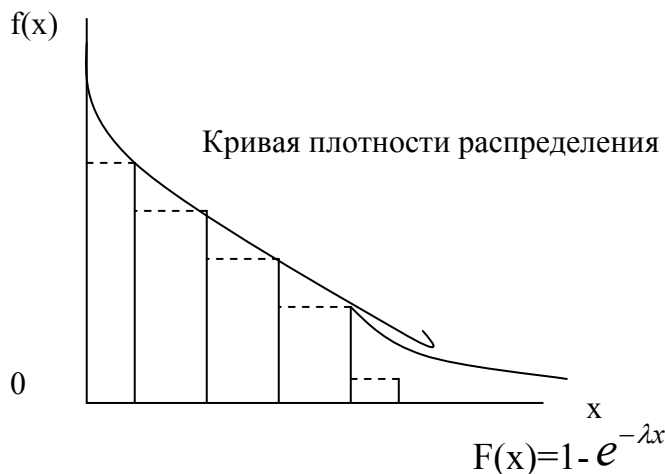
Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в интервал от  $x_1$  до  $x_2$  можно определить через нормированную функцию нормального распределения

$$P(x_1 \leq X < x_2) = \Phi\left(\frac{x_2 - M\bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - M\bar{x}}{\sigma}\right)$$

### Экспоненциальное распределение непрерывных случайных величин

Экспоненциальным (или показательным) называется распределение непрерывной случайной величины, плотность которой

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$





$$M\bar{x} = \frac{1}{\lambda}, \quad D_x = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma_x = \frac{1}{\lambda}$$

На практике часто время безотказной работы определенного устройства имеет экспоненциальный закон распределения. Если случайная величина определяется как время безотказной работы устройства за время  $t$ ,  $R(t_0) = e^{-\lambda t_0}$ .

#### 4 ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ВЕЛИЧИН

##### Биномиальное распределение

Проводится контроль качества в результате которого происходит событие А – успех или неудача (соответствие – брак).

Вероятность того, что X соответствует  $m$  успеху

$$P(X=m) = C_n^m \cdot P^m \cdot (1-p)^{n-m} = C_n^m \cdot P^m \cdot \alpha^{n-m}$$

где  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ .

$$M\bar{x} = n \cdot P$$

где  $n$  – количество испытаний,  $P$  – вероятность появления в одном изделии успеха (несоответствия).

$$D\bar{x} = n \cdot P \cdot \alpha \quad (\sigma = \sqrt{D_x})$$

##### Распределение Пуассона

В условиях биномиального распределения число испытаний  $n$  велико, а вероятность появления определенного результата (успех, неудача) мала.

При этом  $np \rightarrow M\bar{x} \rightarrow \lambda = \text{const}$

$$P(X=m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$$

имеет название распределение Пуассона с параметром

$\lambda$ , где  $\lambda = np > 0$ ,  $n$  – всего сложных изделий,  $p$  – вероятность появления в одном изделии успеха (несоответствия).

$$M\bar{x} = D_x = \lambda$$

## 5 КРИТЕРИИ ЗНАЧИМОСТИ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

Критерии значимости предназначены для принятия решения при проверке статистических гипотез.

Статистическими называются гипотезы о виде неизвестного распределения или о параметрах распределения, если его вид известен.

Проверяемая гипотеза называется нулевой и обозначается  $H_0$ .

Альтернативная гипотеза  $H_1$  – это гипотеза противоречивая нулевой.

Решение - принять или отвергнуть нулевую гипотезу- принимается на основе определенного критерия  $Z$  (Стьюдента, Фишера...) при заданном уровне значимости.

Гипотеза, которую надо проверить формулируется как отсутствие разногласий между параметрами генеральной совокупности  $C$  и заданной величиной  $a$  при уровне значимости  $\alpha$

### 5.1 КРИТЕРИИ ЗНАЧИМОСТИ ПРИ НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ Г.С.

#### 5.1.1 Проверка гипотез о равенстве дисперсий

1) Сравнение дисперсии с идеальной (гипотетической) дисперсией генеральной совокупности

Используем критерий  $\chi^2$  Пирсона  $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{S_0^2}$ .

Из таблицы критических точек  $\chi^2$  распределения для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k=n-1$  найти критическую точку  $\chi_{кр}^2(\alpha, k)$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается.

2) Сравнение дисперсий двух генеральных совокупностей

Используется критерий  $F = \frac{S_0^2}{S_M^2}$ ,

имеющий распределение Фишера с числами степеней свободы  $k_1=n_1-1$  и  $k_2=n_2-1$ , найти критическую точку  $F_{кр}(\alpha, k_1, k_2)$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается.

#### 5.1.2 Проверка гипотез о равенстве средних

1) сравнение среднего значения исследованной выборки с стандартно установленным значением (генеральной средней)

Используем критерий  $u$  - квантиль нормального распределения

$$u = \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma_x / \sqrt{n}}$$

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$ .

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$   $H_0$  Гипотеза принимается при уровне значимости  $\alpha$ .

Если дисперсия генеральной совокупности неизвестна, используется критерий

$$t = \frac{\bar{x} - m_0}{S_x / \sqrt{n}}$$

где  $t$  – квантиль распределения Стьюдента с  $k=n-1$  степенью свободы;  
 $S$  – несмещенное выборочное стандартное отклонение .

## 2) Сравнение средних значений двух совокупностей

Если соответствующие дисперсии известны и считаются равными – для проверки гипотезы о равенности средних двух совокупностей используется критерий

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} S_0},$$

который имеет распределение Стьюдента с  $k=n_1+n_2-2$  степенями свободы на уровне значимости  $\alpha$ ,  $n_1$  и  $n_2$  – объем выборок;  $S_0$  - общее несмещенная дисперсия, определяют на основе несмещенных выборочных дисперсий.  $Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$  -  $H_0$  гипотеза принимается.

Если соответствующие дисперсии неизвестны, надо проверить гипотезу о их равенстве, только затем проверка равенства средних. Распределение Фишера с числами степеней свободы  $k_1=n_1-1$  и  $k_2=n_2-1$ ,  $F = \frac{S_0^2}{S_M^2}$ .

Сравнение средних двух выборок, если выборочные дисперсии при проверке оказались не равны, используется критерий

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}},$$

имеющий распределение Стьюдента с степенью свободы.

## 5.2 КРИТЕРИИ ЗНАЧИМОСТИ ПРИ БИНОМИАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ Г.С.

### 5.2.1 Сравнение вероятности успеха (неудачи) $p$ с заданным значение $p_0$ .

Используется критерий  $u = \frac{(m/n) - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ .

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2}, \quad < > \quad \Phi(u_{кр}) = \frac{1-2 \cdot \alpha}{2}.$$

$Z_\alpha < Z_{расч} < Z_{1-\alpha}$  -  $H_0$  гипотеза принимается

### 5.2.2 Сравнение долей двух совокупностей

Используется критерий

$$p = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}.$$

С табличных данных функции Лапласа найти критическую точку  $u_{кр}$

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - 2 \cdot \alpha}{2}, Z_{\alpha} < Z_{расч} < Z_{1-\alpha} - H_0 \text{ гипотеза принимается.}$$

### 5.3 Критерий согласия $\chi^2$

Ранее рассмотрены критерии значимости для проверок гипотез о параметрах распределения.

Требуется проверить гипотезу о виде закона распределения в целом, применяется критерий  $\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$ ,

где  $m_i$  – количество измерений  $i$ -го события;  $n$  – суммарное число измерений во всех событиях;  $p_i$  – вероятность  $i$ -го события;  $r$  – число событий. Критическое значение  $\chi^2$  при  $\alpha$  с числом степеней свободы  $k = r - 1$ .

## **ТЕМА 2**

# **ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ**

1. Сбор и способы регистрации данных
2. Контрольные листки
3. Диаграмма Парето
4. Гистограмма качества
5. Диаграмма рассеяния
6. Корреляционный анализ
7. Регрессионный анализ

### **1 СБОР И СПОСОБЫ РЕГИСТРАЦИИ ДАННЫХ**

Перед началом сбора данных необходимо четко определить, для чего нужны именно эти данные, как их будут в дальнейшем использовать:

Необходимо четко зарегистрировать источник данных (без правильной регистрации данные могут оказаться бесполезными). Бывает, что после длительного сбора данных о показателях качества, от этой процедуры получили мало пользы, так как не зафиксировано день недели, время смены, модель станка или фамилия рабочего и мн. другой полезной информации.

Важен тщательный подбор подходящего метода измерения. Выбор метода зависит от поставленной задачи. Если необходимо узнать изменение показателей качества со временем, то тогда обязательно производить контроль изделий в порядке их изготовления. Если необходимо изучить зависимость показателя качества от фактора, влияющего на его значение, то данные нужно собирать парами.

Сформулировать список всех важных показателей качества, подлежащих измерению. Такой список можно создать на основании требований технической документации, результатов аудита, анализа рекламаций или выявить способом экспертных оценок.

Разработать форму для сбора и регистрации данных. Данные нужно регистрировать таким образом, чтобы их можно было легко использовать с минимальными затратами времени.

### **2 КОНТРОЛЬНЫЕ ЛИСТКИ**

Контрольный листок – инструмент для сбора данных и автоматического их упорядочения для облегчения дальнейшего использования собранной информации.

Типы контрольных листков:

Контрольный листок регистрации параметра производственного процесса

Контрольный листок регистрации видов дефектов - используется во время приемочного контроля продукции.

Контрольный листок локализации дефектов

Во всех видах продукции возникают внешние дефекты, например, царапины, сколы, трещины и т.д., по устранению которых предприятие применяет различные меры. Для эффективности этих действий разрабатывают контрольные листки локализации дефектов, содержащие: схему детали; матрицу локализации дефектов.

#### Контрольный листок причин дефектов

Листок локализации дефектов полезен для выявления мест появления дефектов. Для выявления причин появления дефектов используют контрольные листки, дающие возможность сделать стратификацию.

### 3 ДИАГРАММА ПАРЕТО

Диаграммы Парето – это инструмент, позволяющий определить главные причины возникновения проблем, сосредоточить на них внимание и эффективно разрешить эти проблемы.

По правилу Парето, которое применяется к качеству продукции, большинство всех проблем вызвано несколькими причинами. Обычно это 1-3 причины, из-за которых возникает 60-80% всех несоответствий.

Различают два вида диаграмм Парето:

1. Диаграмма Парето по результатам деятельности.
2. Диаграмма Парето по причинам.

Этапы построения диаграмм парето:

Этап 1.

1. Какого типа проблемы исследовать?
2. Какие данные необходимо собрать и как их классифицировать?
3. Установить метод и период сбора данных, *за какой период времени (месяц, год....)..*

Этап 2.

Разработать формы для регистрации исходных данных (КЛ).

Этап 3. Заполнить листок регистрации данных и подсчитать итоги.

Этап 4. Для построения диаграммы Парето разработать бланк таблицы:

Этап 5.

1. Занести данные в таблицу в порядке убывания значимости фактора.
2. Группу „прочие” надо поместить в последнюю строку независимо от того, насколько большим получилось число - малозначимые факторы .

3. Накопленное количество дефектов:

$$P_{x_i} = P_{x_{i-1}} + x_i ,$$

где  $P_{x_i}$  - накопленное количество дефектов,  $x_i$  - количество дефектов.

4. Определяем процентную часть каждого дефекта от общего количества дефектов:

$$P_i = \frac{x_i}{\sum x_i} ,$$

где:  $P_i$  - процент числа дефектов по каждому признаку в общей сумме, %

5. Определяем накопленный процент.

$$P_{\Sigma i} = P_{\Sigma i-1} + P_i,$$

где:  $P_{\Sigma i}$  - накопленный процент.

Этап 6. Начертите одну горизонтальную и две вертикальные оси.

1. Вертикальные оси:

- на левую ось наносится шкала с интервалами от 0 до числа, соответствующего общему итогу;

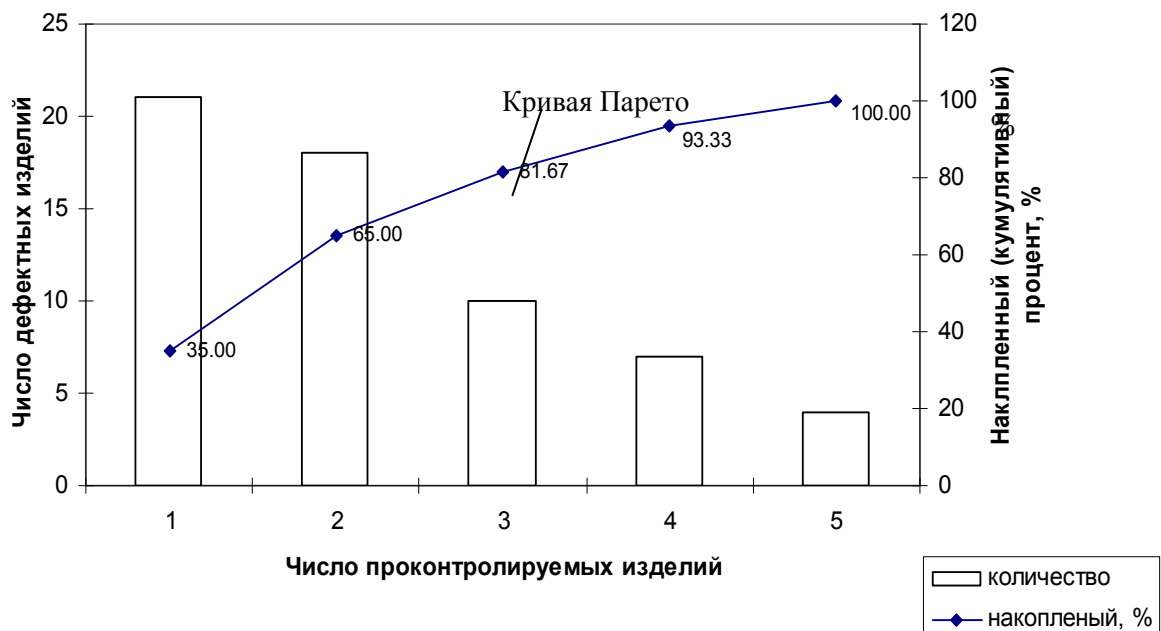
- на правую ось наносится шкала с интервалами от 0 до 100%.

2. Горизонтальная ось: число проконтролируемых изделий. (60)

Этап 7. Постройте столбиковую диаграмму, используя левую вертикальную абсолютную ось.

Этап 8. Начертите кумулятивную кривую (кривую Парето). На вертикалях, соответствующих правым концам каждого интервала на горизонтальной оси, нанесите точки накопленных сумм и соедините их между собой.

Этап 9. Нанесите на диаграмму все надписи и обозначения.



#### 4 ГИСТОГРАММА КАЧЕСТВА

Гистограмма строится на основе контрольного листка для регистрации распределения контролируемого параметра (наглядно представлено тенденции изменения наблюдаемых значений)

В гистограмму собирают измеренные значения:

– для анализа значений показателей качества (размеры, масса, химический состав, выход продукции, при приемочном контроле, при контроле процесса в разных сферах деятельности, при контроле готовой продукции);

- для анализа чистого времени операций, времени использования...

- для анализа числа бракованных изделий, дефектов, поломок...

Порядок построения гистограммы:

Этап 1.

Собрать данные (выборка не должна быть малой, больше 50), выявить максимальное и минимальное значения и определить размах (R) выборки.

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Этап 2.

Полученный диапазон разделить на интервалы, предварительно определив их число (обычно 5-20 в зависимости от числа показателей) и определить ширину интервала.

Число интервалов (*столбцов*):

$$k = \sqrt{n}, \text{ где } n - \text{ количество измерений.}$$

Этап 3.

Определение границ интервалов.

Этап 4. Расчет частот.

Этап 5. На листе бумаги нанести горизонтальную ось, выбрать масштаб на этой оси, основываясь на единице измерения данных.

Это делается для сравнения гистограмм с допусками. По бокам (перед первым и после последнего интервалов) оставить свободное место, равное интервалу.

Этап 6. Разметить левую вертикальную ось с масштабом частот.

Этап 7. Нанесите на горизонтальную ось границы интервалов.

Этап 8. Используя границы интервалов в качестве основы, построить гистограмму: высота столбиков соответствует частоте попадания данных в каждый из интервалов.

Этап 9. Нанесите сопроводительную информацию: название осей, когда и где собирались данные, число данных ( $n$ ).

Проанализировать гистограмму: определить тип распределения данных (нормальное, несимметричное, бимодальное..).

Нанести на график линии, соответствующие среднему арифметическому ( $\bar{x}$ ) и границам допуска (если таковые имеются), стандартное отклонение ( $\sigma_x$ ).

Сравнение гистограммы с границами допуска

Чтобы оценить адекватность процесса требованиям необходимо сравнить качество процесса с полем допуска.

Если известен допуск, то на гистограмму необходимо нанести линии его границ. Тогда можно увидеть, хорошо ли располагается гистограмма внутри этих границ. Если гистограмма не выходит за допустимые границы, то при управлении процессом возможны варианты:

поддержание существующего положения;

сокращение разброса к меньшему значению (если допуск удовлетворяется, но нет запаса).

Если гистограмма выходит за допустимые границы, то при управлении процессом необходимо:

добиться смещения среднего ближе к центру распределения;

сократить вариацию.



**5 ДИАГРАММА РАССЕЯНИЯ** - предназначена для изучения связи между двумя показателями качества.

Например, исследуется связь между рекламациями по деталям А и Б.

Рекламации по детали А (х)	Рекламации по детали Б (у)
$x_1$	$y_1$
$x_2$	$y_2$
$x_n$	$y_n$

### КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

В математике для описания связей между переменными величинами используется понятие функции  $F$ , которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной  $X$  определенное значение зависимой переменной  $Y$ . Зависимость  $Y=F(X)$  – называется функциональной. Эта зависимость однозначна – для данного значения  $x$  будет существовать единственное значение  $y$ .

В задачу корреляционного анализа входит:

- Этап 1. Установление направления (положительная или отрицательная);
- Этап 2. Установление формы (линейная или нелинейная);
- Этап 3. Измерение тесноты связи (значение коэффициента корреляции);
- Этап 4. Проверка уровня значимости коэффициента корреляции.

Этап 3. Для анализа степени тесноты линейной связи между двумя случайными величинами  $x$  и  $y$  вводится характеристика – ковариация.

$$K_{x,y} = M[(x - M\bar{x})(y - M\bar{y})], \quad (1)$$

где  $M$ ,  $M\bar{x}$ ,  $M\bar{y}$  - математическое ожидание величин  $x$  и  $y$ .

Коэффициент корреляции - это показатель взаимного вероятностного влияния двух случайных величин. Отношение ковариации к произведению стандартных отклонений называется коэффициентом корреляции  $\rho$ .

$$\rho = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (2)$$

Для двумерной выборки  $(x_i, y_i)$  объема из  $n$  наблюдений аналогом математического ожидания являются выборочные средние  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ , то из формулы (1) получим зависимость для расчета выборочной ковариации:

$$K_{xy}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}).$$

Из формулы (2) получим зависимость для расчета выборочного коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Коэффициент корреляции  $r_{xy}$  может принимать значения от -1 до +1.

При  $r_{xy} > 0$  корреляция положительная: с увеличением значений  $x$  в среднем происходит и рост значений  $y$ . (значение одной величины однозначно определяет значение другой)

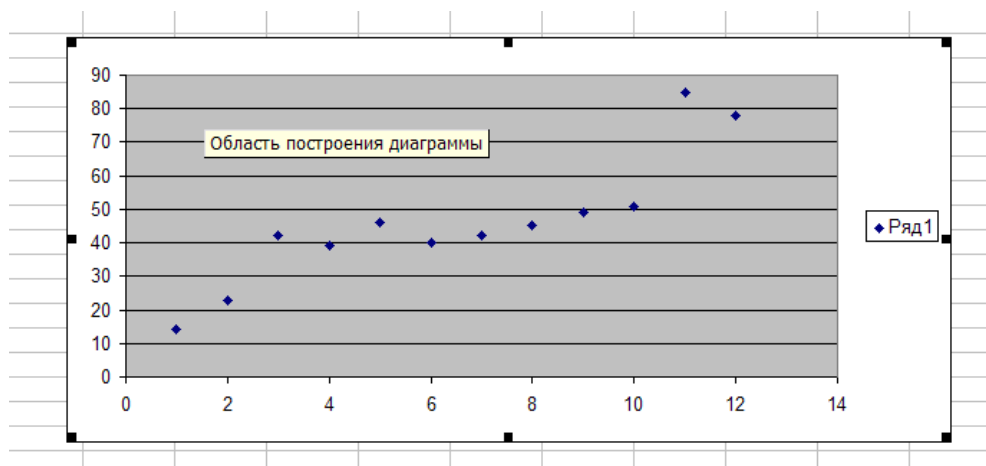
При  $r_{xy} < 0$  корреляция отрицательная: с увеличением значений  $x$  в среднем происходит и снижение значений  $y$ .

При  $r_{xy} = 0$  - случайные величины  $x$  и  $y$  называют некоррелированными (это не означает, что эти величины не связаны между собой, но линейной связи между ними нет). (значение одной величины не зависит от того, какое значение приняла другая величина)

Этап 4. Проверка уровня значимости коэффициента корреляции путем проверки статистических гипотез:

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}},$$

где  $t$  – выборочное значение статистики.



## 6 РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

В регрессионном анализе изучается связь между зависимой переменной  $Y$  и одной или несколькими независимыми переменными  $X$ .

Количественное установление связи (зависимости) между  $Y$  и  $X$  называется регрессионным анализом

1. Парная регрессия, когда независимая переменная одна.

Корреляционную зависимость между переменными  $X$  и  $Y$  можно выразить с помощью уравнения  $\bar{Y} = F(X)$  или  $\bar{X} = F(Y)$  – которые называют уравнениями регрессии, где  $\bar{Y}$ ,  $\bar{X}$  - среднее арифметическое значение  $X$  и  $Y$ .

Графическое выражение регрессионного уравнения называют линией регрессии. Линия регрессии выражает наилучшее предсказание зависимой переменной  $Y$  по независимым переменным  $X$ .

Как правило переменная  $X$  неслучайная величина, принимает некоторые фиксированные значения:  $x_1, x_2 \dots x_n$ . Соответствующие значения зависимой переменной  $Y$  имеют разброс вследствие погрешности измерений и различных неучтенных факторов:  $y_1, y_2 \dots y_n$ .

В соответствии  $\bar{Y} = F(X)$  – связь линейная Регрессионная модель (уравнение прямой) имеет вид:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon,$$

где  $\beta_0$  и  $\beta_1$  - параметры линейной регрессии;

$\varepsilon$  - случайная ошибка наблюдений.

$Y$  – зависимая переменная,  $x$  – независимая переменная,  $\beta_0$  - свободный член,  $\beta_1$  - коэффициент регрессии или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

## 2. Парная нелинейная зависимость

Ранее рассмотрен коэффициент корреляции, который служит для выявления только линейной зависимости между признаками.

Для измерения нелинейной зависимости Пирсон предложил показатель, который назван корреляционным отношением.

Корреляционное отношение описывает искомую связь с двух сторон: со стороны переменной  $X$  по отношению к  $Y$ , и со стороны  $Y$  по отношению к  $X$ . В соответствии с этим корреляционное отношение представляет собой два показателя  $h_{xy}$  и  $h_{yx}$ :

$$h_{xy} = \sqrt{\frac{\sum f_y (\bar{x}_y - \bar{x})^2}{\sum f_x (x_i - \bar{x})^2}},$$

$$h_{yx} = \sqrt{\frac{\sum f_x (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\sum f_y (y_i - \bar{y})^2}},$$

где:  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  общие, а  $\bar{X}_y$  и  $\bar{Y}_x$  - групповые средние арифметические;

$f_x$  и  $f_y$  частоты рядов  $X$  и  $Y$ .

Показатели ( $h_{xy}$  и  $h_{yx}$ ):

- всегда положительны и располагаются в интервале от 0 до +1;
- связаны между собой - при строго линейной зависимости между переменными  $X$  и  $Y$   $h_{xy} = h_{yx}$ . Тогда величины обоих показателей корреляционного отношения совпадают с величиной коэффициента корреляции Пирсона;

-  $h_{xy} \neq h_{yx}$  означает наличие не линейной, а связи более сложного типа между коррелируемыми признаками.

Необходимо искать не линейные и криволинейные связи.

## ТЕМА 3

### СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПРИЕМОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

1. Сущность статистического приемочного контроля.
2. Оперативная характеристика плана контроля.
3. Организация статистического приемочного контроля.

#### 1 СУЩНОСТЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Статистический приемочный контроль – это выборочный контроль, после проведения которого принимают решение о приемке или отклонении партии (или другой совокупности продукции, материала или услуги) на основании результатов контроля выборки или выборок, отобранных из этой партии.

Процедура (выборочного) контроля – пооперационные требования и (или) инструкции, связанные с реализацией конкретного плана выборочного контроля, т.е. запланированный метод отбора, извлечения и подготовки выборки (выборок) из партии для получения информации о признаке (признаках) в партии.

План (выборочного) контроля - определенный план, который устанавливает объем(ы) выборок, необходимые для использования, и соответствующие критерии приемки партии.

План контроля (ГОСТ Р 50779.30) - совокупность правил и порядка формирования выборок определенных объемов, получения данных контроля, их обработки, а также правил принятия решений о соответствии или несоответствии контролируемой совокупности продукции требованиям к групповым показателям качества.

Групповой показатель качества продукции (ГОСТ Р 50779.30) - показатель, характеризующий качество совокупности продукции.

Схема (выборочного) контроля – сочетание планов выборочного контроля и правил для перехода от одного плана к другому.

Правило переключения - правило перехода от одного плана (схемы) СПК к другому.

Примечание - Правило переключения обычно определяется через количество принятых или забракованных партий.

Система (выборочного) контроля – совокупность схем выборочного контроля, каждая из которых имеет собственные правила для переключения вместе с критериями, по которым можно выбрать надлежащие схемы.

Приемка - заключение о том, что совокупность, партия или некоторое количество продукции или услуги соответствуют критериям приемки.

Отклонение - заключение о том, что совокупность, партия или какое-то количество продукции или услуги не соответствуют критериям приемки.

Стороны, которые могут проводить статистический приемочный контроль (определения по ГОСТ Р 50779.30-95):

- Поставщик - сторона, несущая ответственность за изделия, процесс или услугу и способная гарантировать обеспечение их качества.

- Потребитель - сторона (предприятие, организация или частное лицо), приобретающая продукцию в пользование или собственность.

- Третья сторона - организация, независимая от сторон, участвующих в торговых операциях или связанных контрактом, соглашением, договором в отношении, той или иной продукции.

Контроль поставщика - контроль продукции, проводимый поставщиком или изготовителем для подтверждения достоверности документирования представленной им информации о качестве продукции.

Контроль потребителя - контроль продукции, проводимый потребителем для проверки правильности информации о качестве продукции и результатов контроля поставщика.

Контроль третьей стороны - контроль продукции, проводимый третьей стороной для подтверждения или проверки правильности информации поставщика о качестве продукции и (или) результатов ее контроля.

Суть статистического приемочного контроля.

Различают приемочный контроль по качественному (альтернативному) и количественному признакам.

При приемочном контроле по качественному признаку проводится подсчет дефектных изделий в выборке или подсчет числа дефектов на одно изделие в выборке.

При приемочном контроле по количественному признаку контролируемый признак качества имеет непрерывное распределение (почти всегда нормальное). Суждение о выборке выносится на основе анализа выборочных характеристик.

Применение плана статистического контроля эквивалентно проверке статистической гипотезы относительно параметров генеральной совокупности:

$H_0$ : партия отвечает требованиям к качеству,

$H_1$ : партия не отвечает требованиям к качеству.

Эти требования определяют нормы на признаки качества. В плане статистического контроля однозначно определено, когда партию изделий можно считать отвечающей предъявленным требованиям (Миттаг, стр. 143-144).

При контроле по альтернативному признаку условием приемки партии может быть приемочное число, а при контроле по количественному признаку – контрольный норматив.

Приемочное число - наибольшее число несоответствий или несоответствующих единиц в выборке в плане выборочного контроля по альтернативному признаку, при котором допускается приемка партии.

Контрольный норматив - постоянная, зависящая от установленного значения приемлемого уровня качества и объема выборки, используемая в критерии приемки партии, когда выборочный контроль осуществляют по количественному признаку.

Контроль по количественному признаку, если не нужна измерительная информация, может быть заменен контролем по качественному признаку.

В зависимости от вида контролируемого показателя различают планы статистического контроля по альтернативному признаку и планы статистического контроля по количественному признаку. В обоих случаях в зависимости от количества взятых выборок различают простые (одноступенчатые, однократные), двухступенчатые, многоступенчатые и последовательные планы (Миттаг, стр. 144).

Одноступенчатый план предусматривает взятие одной выборки объемом  $n$ .

Двухступенчатый (двукратный) план допускает возможность взятия второй выборки, имеющей меньший объем, чем первая. При этом у особенно «плохих» и особенно «хороших» партий уже на основе первой выборки объемом  $n_1$  можно принять или отклонить партию. Только у партий «среднего» качества берется вторая выборка объемом  $n_2$ .

Многоступенчатые и последовательные планы разработаны на основе идеи двухступенчатого плана.

Многоступенчатые (многократные) планы предусматривают для партии объемом  $N$  изделий взятие  $k$  выборок объемом  $n_1, n_2, \dots, n_k$  ( $2 \leq k < N$ ). Причем правила принятия решения основаны на накопленных данных всех выборок партии.

Последовательный план предусматривает для партии объемом  $N$  изделий проведение  $N$  этапов контроля. При этом после контроля каждой единицы принимают основанное на накопленных данных всех проконтролированных единиц из партии решение о приемке, отклонении партии или контроле следующей единицы.

## **2 ОПЕРАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЛАНА КОНТРОЛЯ. КВАНТИЛИ ОПЕРАТИВНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Вероятность приемки партии - при использовании данного плана выборочного контроля вероятность того, что партия будет принята, если партия или процесс имеет требуемый уровень качества.

Вероятность отклонения партии - при использовании данного плана выборочного контроля вероятность того, что партия будет отклонена, если партия или процесс имеет определенный уровень качества.

Риск потребителя - При данном плане выборочного контроля вероятность приемки партии или процесса, когда их уровень качества имеет значение, признаваемое по плану неудовлетворительным, например значение предельного уровня качества.

Риск потребителя – это вероятность ошибки второго рода, т.е. вероятность ошибочного принятия гипотезы  $H_0$ .

Риск поставщика [изготовителя] - для данного плана выборочного контроля вероятность отклонения партии, когда уровень качества партии или процесса имеет значение, признаваемое по плану приемлемым, например значение приемлемого уровня качества.

Риск поставщика – это вероятность ошибки первого рода, т.е. вероятность ошибочного отклонения гипотезы  $H_0$ .

При выборе плана контроля необходимо учитывать:

во-первых: максимальная вероятность ошибки 1-го рода должна быть не больше, чем заданный уровень значимости  $\alpha$ ;

во-вторых: вероятность ошибки второго рода должны быть как можно меньше.

Для оценки свойств данного плана контроля и при сравнении различных планов используется оперативная характеристика плана выборочного контроля и мощность критерия, которые позволяют определить вероятности обоих видов ошибок.

Оперативная характеристика – это функция, характеризующая зависимость вероятности принятия гипотезы  $H_0$  от неизвестного параметра  $\theta$ , относительно которого сформулирована гипотеза (Миттаг, стр. 123):

$$L(\theta) = 1 - G(\theta).$$

Где  $G(\theta)$  - мощность критерия.

Мощность критерия определяет зависимость вероятности отклонения  $H_0$  от неизвестного параметра  $\theta$ .

Обозначим все параметрическое пространство значений  $\theta$  как  $\Omega$ , в котором выделим  $\Omega_0$  – область определения гипотезы  $H_0$  и  $\Omega_1$  – область определения гипотезы  $H_1$ .

Если  $\theta \in \Omega_0$ , то отклонение гипотезы  $H_0$  будет ошибкой 1-го рода, вероятность которой определяется как значение мощности критерия  $G(\theta)$  или, что то же,  $1 - L(\theta)$ .

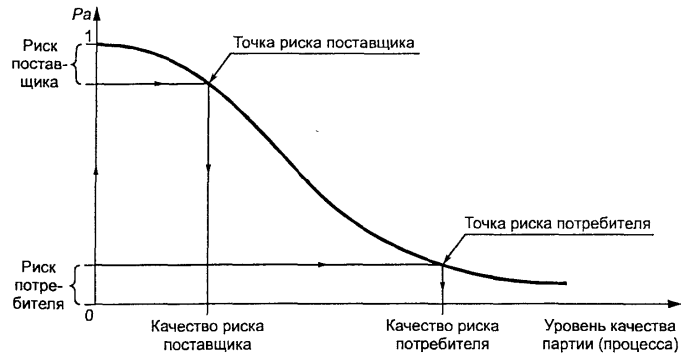
Если  $\theta \in \Omega_1$ , то есть при достоверности гипотезы  $H_1$ , принятие гипотезы  $H_0$  будет ошибкой 2-го рода, вероятность которой определяется как значение мощности критерия  $1 - G(\theta)$  или, что то же,  $L(\theta)$ .

Общий вид оперативной характеристики можно описать так:

Если  $\theta \in \Omega_0$ , то есть гипотеза  $H_0$  верна, то в области  $\Omega_0$  функция  $L(\theta)$  должна иметь как можно большее значение. Если же  $\theta \in \Omega_1$ , то есть гипотеза  $H_1$  верна, то в области  $\Omega_1$  функция  $L(\theta)$  должна иметь как можно меньшее значение. График  $L(\theta)$  должен изменяться как можно более круто. Идеальной была бы оперативная характеристика

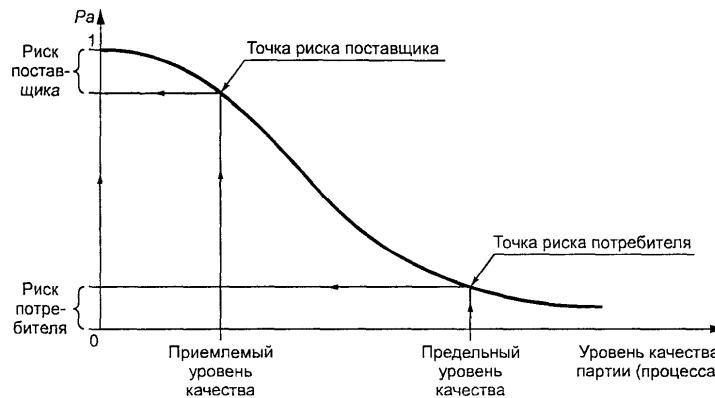
$$L(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta \in H_0 \\ 0 & \text{при } \theta \in H_1 \end{cases}$$

В этом случае статистический критерий считается идеальным и вероятности ошибок 1-го и 2-го рода равны нулю.



$P_a$  - вероятность приемки партии

Рисунок - Кривая оперативной характеристики для качества риска потребителя и риска поставщика



$P_a$  - вероятность приемки партии

Рисунок - Кривая оперативной характеристики для приемлемого и предельного уровней качества

Точка риска потребителя - точка на кривой оперативной характеристики, соответствующая заранее определенной и обычно малой вероятности приемки.

Качество риска потребителя - уровень качества партии или процесса, который соответствует заданному риску потребителя для установленного плана выборочного контроля.

Точка риска поставщика [изготовителя] - точка на оперативной характеристике, соответствующая риску поставщика [изготовителя].

Качество риска поставщика [изготовителя] - уровень качества партии или процесса, который соответствует заданному риску поставщика [изготовителя] для установленного плана выборочного контроля.

Наклон кривой оперативной характеристики ) - наклон линии, соединяющей точки риска изготовителя и потребителя на кривой оперативной характеристики плана выборочного контроля.

Для некоторых квантилей оперативной характеристики применяют специальные обозначения.

Приемлемый уровень качества - уровень качества, который для целей выборочного контроля служит границей удовлетворительного среднего уровня качества процесса при рассмотрении непрерывной последовательности партий.

Низкий уровень дефектности, при котором вероятность приемки партии относительно высока (обычно около 0,95), в приемочном контроле называется



приемлемым уровнем дефектности (англ.: acceptable quality level), сокращенно AQL – значением (Миттаг, с. 125).

Предельный уровень качества - уровень качества, который для целей выборочного контроля служит границей неудовлетворительного среднего уровня качества процесса при рассмотрении непрерывной последовательности партий.

Высокий уровень дефектности, при котором вероятность приемки партии, устанавливаемая по договоренности между поставщиком и потребителем с целью защиты потребителя, относительно мала (обычно около 0,1), называется браковочным уровнем дефектности (англ.: rejectable quality level), сокращенно RQL – значением (Миттаг, с. 125).

Квантиль уровня 0,5 называется безразличным качеством (англ.: indifferent quality level), сокращенно IQL – значением (Миттаг, с. 125), которое является медианой оперативной характеристики.

### 3 ОРГАНИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ

Общие положения по организации СПК

Обозначения:

$q$  - групповой показатель качества;

$NQL$  или  $q_0$  - нормативное значение группового показателя качества;

$\alpha$  - риск поставщика;

$\beta$  - риск потребителя;

$\alpha_0$  - нормативное значение риска поставщика при контроле потребителя/

$\beta_0$  - нормативное значение риска потребителя при контроле поставщика;

$\gamma, \nu$  - уровни доверия, используемые при построении доверительных интервалов (множеств).

Требования к качеству совокупности продукции устанавливаются поставщиком в нормативной и (или) договорной документации либо по согласованию с потребителем, либо в одностороннем порядке.

Требования к качеству совокупности продукции задаются в виде соответствующих норм на групповые показатели качества, которые обозначаются  $NQL$  (normative quality level) или  $q_0$ .

Нормативное значение группового показателя качества - Граничное значение показателя качества, определяющее критерий качества совокупности продукции (требование к качеству совокупности продукции).

Пример - Предельное число несоответствий или предельно допустимый процент несоответствующих изделий ( $NQL$ ). Если фактическое число несоответствий или процент несоответствующих единиц продукции в партии превышает предельно допустимое значение  $NQL$ , то партия не должна быть поставлена потребителю. Если же она поставлена, то потребитель имеет право не принимать эту партию и либо вернуть ее поставщику, либо потребовать восстановления или замены несоответствующих единиц продукции.

Основой организации СПК является его план, включающий в себя:  
 правила и порядок формирования выборок определенных размеров  
 одноступенчатых, многоступенчатых и последовательных процедур;  
 правила обработки данных контроля и принятия решений по результатам  
 контроля выборок.

Стороны могут применять схемы СПК, представляющие собой совокупности планов контроля различной степени жесткости (например, усиленные, нормальные, ослабленные) и правил переключения на них в зависимости от дополнительной информации, получаемой к моменту проведения контроля, например в виде результатов контроля предыдущих партий.

Выбор конкретных планов и (или) схем СПК осуществляет сторона, организующая контроль, без согласования с кем-либо, при этом она должна обеспечить заданную достоверность решений, затрагивающих интересы другой стороны, а именно:

при контроле поставщика должно быть обеспечено заданное (нормативное) значение риска потребителя;

при контроле потребителя должно быть обеспечено заданное (нормативное) значение риска поставщика.

Выбираемые планы и схемы СПК должны соответствовать требованиям к их достоверности. Требования к достоверности планов контроля могут быть заданы в одном из двух видов:

а) ограничения на риск потребителя при контроле поставщика (в виде нормативного значения риска потребителя  $\beta_0$ ) и ограничения на риск поставщика при контроле потребителя (в виде нормативного значения риска поставщика  $\alpha_0$ );

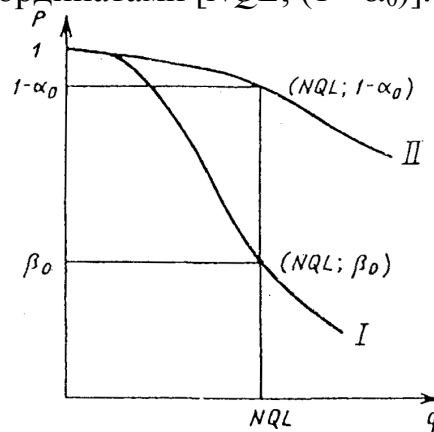
б) ограничения на уровни доверия ( $\gamma, \nu$ ) при использовании поставщиком и потребителем в правилах принятия решений доверительных границ (интервалов, множеств) на групповые показатели качества продукции.

Планы и схемы СПК, удовлетворяющие ограничениям на соответствующие риски или уровни доверия при использовании в правилах принятия решений доверительных границ (интервалов, множеств), являются допустимыми для контроля.

В случае требования *a* поставщик выбирает план СПК, исходя из своих собственных целей, критериев оптимальности и возможностей, выполняя обязательное требование – ограничение на риск потребителя. Аналогично потребитель выбирает планы СПК, исходя из своих собственных целей, критериев оптимальности и возможностей, выполняя обязательное требование – ограничение на риск поставщика.

Эти правила иллюстрирует рисунок 3, где показаны оперативные характеристики различных планов контроля. Поставщик может выбрать любой план из тех, оперативные характеристики которых проходят не выше, чем расположена точка с координатами  $(NQL; \beta_0)$ . В свою очередь, потребитель

может выбрать любой план из тех, оперативные характеристики которых проходят не ниже точки с координатами  $[NQL; (1 - \alpha_0)]$ .



$\beta_0$  - нормативное значение риска потребителя при контроле поставщика;  
 $\alpha_0$  - нормативное значение риска поставщика при контроле потребителя;  
 $NQL$  - нормативное значение группового показателя качества;  
 $q$  - групповой показатель качества;  
 $P$  - вероятность принятия решения о соответствии.

Рисунок – Оперативные характеристики допустимых планов контроля поставщика (I) и потребителя (II)

В случае требований б стороны выбирают планы, исходя из своих собственных целей, возможностей и критериев оптимальности, соблюдая следующие правила принятия решений.

Правила при контроле поставщика:

решение о соответствии совокупности продукции требованиям к ее качеству (далее - решение о соответствии) принимают, если доверительный интервал (односторонний или двусторонний) или доверительное множество включены в интервал (множество) требуемых значений групповых показателей качества;

решение о несоответствии совокупности продукции требованиям к ее качеству (далее - решение о несоответствии) принимают, если хотя бы одна точка доверительного интервала (множества) находится вне интервала (множества) требуемых значений групповых показателей качества.

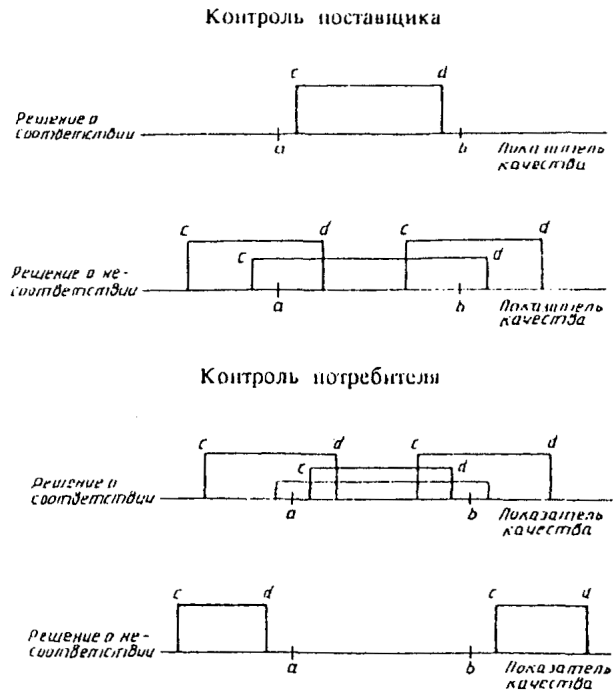
Правила при контроле потребителя:

решение о соответствии принимают, если хотя бы одна точка доверительного интервала (множества) оказывается внутри требований к групповому показателю качества;

решение о несоответствии принимают, если все точки доверительного интервала (множества) оказываются вне требований к групповому показателю качества.

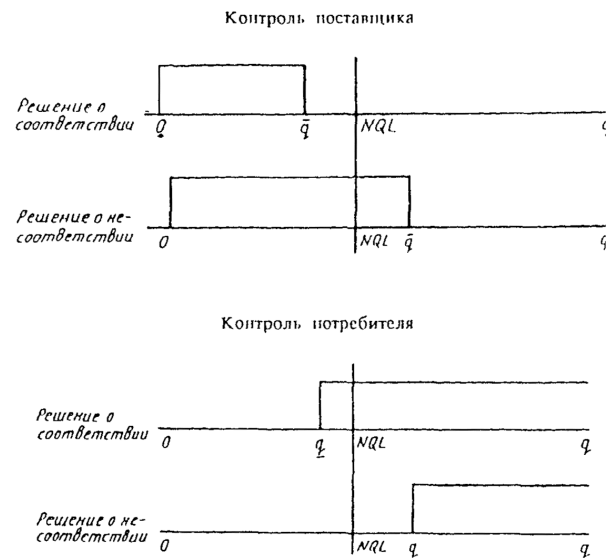
Правила принятия решений иллюстрируют рисунки 4 и 5.

На рис. представлены правила, соответствующие двусторонним требованиям к групповому показателю качества; на рис. 5 - правила, соответствующие групповому показателю в виде процента несоответствующих единиц продукции, - пример односторонних требований.



$a, b$  - границы требуемых значений группового показателя качества;  $[c, d]$  - доверительный интервал заданного уровня доверия, полученный по результатам контроля.

Рисунок - Правила принятия решений при контроле поставщика и контроле потребителя для двусторонних требований к групповому показателю качества



$NQL$  - нормативное значение группового показателя качества;  $q$  - групповой показатель качества в виде процента несоответствующих единиц продукции;  $\bar{q}$  - верхняя доверительная граница уровня  $\gamma$  процента несоответствующих единиц продукции, построенная по результатам контроля поставщика;  $\underline{q}$  - нижняя доверительная граница уровня  $\nu$  процента несоответствующих единиц продукции, построенная по результатам контроля потребителя.

Рисунок - Правила принятия решений при контроле поставщика и контроле потребителя для односторонних требований к групповому показателю качества.

Применение приведенных правил принятия решений обеспечивает при контроле поставщика риск потребителя  $\beta = 1 - \gamma$ , где  $\gamma$  - уровень доверия, используемый при построении доверительного интервала (множества) по результатам контроля поставщика, и при контроле потребителя - риск поставщика  $\alpha = 1 - \nu$ , где  $\nu$  - уровень доверия, соответственно используемый при обработке данных контроля потребителя.

Нормативные значения риска потребителя при контроле поставщика  $\beta_0$  устанавливаются потребителем из диапазона  $[0,1; \dots; 1,0]$  в зависимости от степени доверия к информации поставщика о качестве продукции. Чем выше доверие, тем большее значение  $\beta_0$  может установить потребитель. Верхнее значение  $\beta_0 = 1$  соответствует приемке без контроля поставщика, по доверию.

Нормативное значение риска поставщика при контроле потребителя, третьей стороны  $\alpha_0$  должно быть установлено в стандартах и (или) договорах из ряда 0,01; 0,05; 0,10 и изменению в процессе проведения потребителем процедур контроля не подлежит. Если значения  $\alpha_0$  специально для данной продукции не указаны, то следует использовать  $\alpha_0 = 0,05$ .

## ТЕМА 4 СТАТИСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ

### 1 АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПРОЦЕССОВ

Статистическое управление процессами (далее – SPC - Statistical process control) является способом применения статистических методов и/или статистических или стохастических алгоритмов контроля для достижения хотя бы одной из следующих целей:

- a) увеличения знаний о процессе;
- b) регулирования процесса для достижения желаемого поведения процесса;
- c) уменьшения отклонений параметров готовой продукции или достижения других улучшений работы процесса.

Общая экономическая цель статистического управления процессами состоит в том, чтобы увеличить количество качественной продукции процесса, произведенной для данного количества входных ресурсов.

Руководящие принципы внедрения системы статистического управления процессами изложены в ГОСТ Р ИСО 11462-1 «Статистические методы. Руководство по внедрению статистического управления процессами. Часть 1. Элементы»

В зависимости от рынка сбыта, особенностей продукции, технологии процесса и требований потребителя эффективное применение SPC позволяет уменьшать стоимость и увеличивать прибыль за счет:

- a) экономически эффективного управления процессом, нацеленного на более высокую стабильность и улучшение процесса и продукции;
- b) сокращения отклонений от целевых значений параметров готовой продукции или процесса;
- c) перевода отклонений параметра незавершенной продукции в управляемое состояние или к управляемой переменной процесса и компенсации его отклонений (используется в некоторых технических методах управления) для увеличения стабильности параметров готовой продукции;
- d) обеспечения признаками и данными вероятного поведения процесса в будущем;
- e) количественной и качественной оценки уровня качества и стабильности процесса для определения его готовности к производству;
- f) идентификации, когда и где искать неслучайные причины отклонений и проводить предупреждающие регулировки процесса, а в каких случаях этого не делать;
- g) указания потенциальных причин отклонений или видов и условий отказов и их источников, идентификации причин низкой производительности и отклонений в производстве и обнаружения неслучайных причин отклонений, что способствует увеличению скорости обнаружения неисправностей и сокращению затрат на их поиск,

h) обеспечения информацией, которая помогает выявить, когда присутствуют неслучайные причины отклонений, которые требуют уменьшения или устранения последствий и выполнения эффективных корректирующих действий;

i) контроля и/или сокращения случайных причин отклонений за счет внесения изменений в проект и процедуры;

j) увеличения знаний о причинах отклонений системы, воздействующих на процессы, проведения улучшений процесса.

Общие методы SPC делятся на традиционные методы контрольных карт Шухарта и методы автоматизированного управления процессами, основанные на более сложной модели.

Элементы системы статистического управления процессами

#### 1. Документация и план управления процессом

Поставщик должен документировать в плане управления процесс, систему измерений и систему управления. Документация должна включать в себя:

a) разработку схемы технологического процесса или другой документации, которая идентифицирует:

1) входы и выходы процесса,

2) последовательность операций процесса,

3) точки измерений процесса,

4) обратные связи процесса (например, ремонт, переделка, притирка, повторная обработка, зачистка или отбраковка и прерывание операции),

5) границы процесса;

b) идентификацию возможных параметров процесса, параметров незавершенной продукции и параметров готовой продукции. Иногда параметры процесса влияют на изготовление продукции таким образом, что изменение продукции можно заметить только после выполнения операции. В таких случаях рекомендуется рассмотреть применение одного или нескольких из следующих методов:

1) технической оценки,

2) контроля параметров процесса, проводимого до операции, результат которой невозможно сразу определить,

3) проверки соответствия, проводимой периодически, при изменениях проекта или материалов;

4) функциональных или ускоренных испытаний;

5) системы своевременной обратной связи с потребителем по вопросам пригодности для использования полученной потребителем продукции;

c) исследование как процесс и параметры незавершенной продукции могут повлиять на форму, подготовку, функцию и пригодность продукции для использования потребителем и как время и условия использования связаны с этими параметрами или влияют на параметры готовой продукции;

d) определение связи математических ожиданий трех наборов параметров (параметров процесса, незавершенной и готовой продукции) для идентификации ошибок в плане управления;

е) идентификацию эффективных для измерений параметров; где, когда и как часто необходимо проводить измерения; как следует использовать данные; как данные следует сохранять, если это необходимо; каким является распределение функциональной ответственности и понимание выбора некоторых параметров. Например, при автоматическом контроле различают косвенно и непосредственно управляемые переменные;

f) для улучшения системы измерений - определение, какие параметры могут быть измерены по альтернативному признаку, рассчитаны или не могут быть измерены вообще;

g) установление в плане мероприятий, выполняемых в случае появления неуправляемых сигналов и/или отклонений процесса: механизмы реагирования, корректирующие действия и распределение ответственности путем определения рабочих функций.

## 2. Определение целей и границ процесса

Поставщик должен документировать целевые значения и границы (и/или методы, используемые для их достижения) параметров процесса (или незавершенной продукции), вне которых процесс будет давать недопустимые или неэкономные выходы процесса или параметры готовой продукции. Документация должна включать в себя:

a) количественную оценку целевых значений и границ использования или идентификацию их с помощью качественного описания или другого способа, например графического изображения, фотографии или эталонного образца;

b) анализ целевых значений и/или границ использования, включая оценку их адекватности относительно требований потребителя и понимания процесса;

c) идентификацию проблем, которые затрагивают постановку целей и границ;

d) определение необходимого многофункционального опыта работы для установления целей и границ, особенно опыта работ, связанных с установлением или регулированием параметров управления процессом или связанных с отклонениями процесса.

## 3. Оценка и контроль системы измерений

Поставщик должен периодически контролировать и оценивать систему измерений, соответственно управлять ее отклонениями и компенсировать их. Это помогает минимизировать риск того, что несоответствия системы измерений могут привести к ложным решениям при контроле продукции, полученной потребителем.

Система измерений включает в себя автоматизированные системы контроля и мониторинга; системы ручного контроля, такие как дозиметрические приборы, крепежная оснастка и набор испытательного оборудования; автоматизированные системы ведения записей; физическое и химическое оборудование.

Определение направления многофункционального опыта работы должно охватывать:



а) оценку соответствия неопределенности измерений диапазону условий, в пределах которых работает система. Оценка включает в себя определение:

- разрешающей способности;
- точности;
- повторяемости;
- промежуточной прецизионности;
- воспроизводимости;
- отклонений от линейности;
- стабильности в диапазоне условий, в которых система работает и должна включать в себя, например:

- использование методов SPC, таких как контрольные карты и анализ временных рядов для оценки системы измерений;

- оценку влияния набора различных видов испытаний и разных операторов на смещение и прецизионность;

- б) установление критериев для приемлемой неопределенности измерений;

- с) периодический аудит или подтверждение калибровки оборудования системы измерений;

- д) документирование условий, требующих периодической верификации калибровки;

- е) поддержку хронологических данных результатов измерений, сделанных непосредственно перед калибровкой, и анализ хронологических данных для корректировки интервалов между калибровками (при необходимости);

- ф) корректировку интервалов между калибровками и введение процедур идентификации при изоляции или возвращении продукции, признанной не соответствующей требованиям из-за некачественной или несвоевременной калибровки инструмента (при необходимости);

- г) добавление оценки системы измерений с анализом допусков, основанным на данных технических условий на систему измерений (при необходимости);

- h) документирование ограничений на оценку и контроль системы измерений.

#### 4. Зарегистрированные рабочие инструкции

Поставщик должен документировать рабочие инструкции, определять многофункциональный опыт работы для их подготовки и периодически оценивать адекватность инструкций.

Рабочие инструкции должны включать в себя:

- а) документирование процедур для процессов производства, измерения, технического контроля, испытаний и технического обслуживания;

- б) документирование процедуры и/или алгоритмов управления для:

- 1) процесса наладки,

- 2) процессов выполнения, мониторинга и управления,

- 3) процессов обнаружения недостатков во входах, управляемых переменных и выходах,

4) реагирования на неуправляемые условия,

5) поиска отклонений процесса,

с) периодический анализ рабочих инструкций для обеспечения их адекватности и понимания персоналом.

#### 5. Обучение и вовлечение персонала в сбор данных о процессе

Поставщик должен обеспечивать обучение соответствующего персонала сбору и использованию данных о процессе. Поставщик должен обеспечивать вовлеченность этого персонала в принятие решений относительно того, какие параметры необходимо измерять и как проводить измерения, собирать, интерпретировать и обрабатывать данные.

Действия по обучению и вовлечению персонала должны включать в себя:

а) подготовку плана и инструкций по сбору данных;

б) процедуры по проектированию, монтажу и испытаниям систем управления и аппаратуры, процедуры для отбора выборки, сбора, интерпретации и обработки данных;

с) определение и закупку всех видов оборудования, относящихся к управлению процессом, контролю процесса, программного обеспечения, средств обслуживания, ресурсов, а также приобретение навыков, которые необходимы для получения требуемых данных для управления процессом;

д) обновление, по мере необходимости, управления процессом, методов контроля и испытаний, включая разработку новой аппаратуры или алгоритмов управления, которые влияют на данные о качестве и работоспособности методов управления процессом;

е) идентификацию любого требования измерений, которое превышает требования известной технологии управления процессом, в течение времени, достаточного для разработки необходимых возможностей системы измерений;

ф) оценку общих возможностей системы измерений и ее возможностей относительно системы управления специальным процессом;

г) введение норм приемлемости и полноты данных процесса, включая данные о субъективных, неразличимых или неизмеримых элементах;

h) идентификацию, подготовку и хранение отчетов о данных процесса;

и) улучшение полноты интерпретации и анализа отчетов о данных процесса.

#### 6. Регистрация и сбор данных о процессе

Поставщик должен спроектировать, ввести, поддерживать и анализировать соответствующую ручную и/или автоматическую систему записей хронологических данных о процессе или их резюме.

Эти записи должны включать в себя:

а) систему планирования, позволяющую использовать хронологические данные для идентификации причин возможных отклонений в процессе;

б) документирование решений выборочного контроля. Эти решения должны включать в себя:

- 1) основания для группировки, при необходимости,
  - 2) объем выборки,
  - 3) периодичность отбора выборки с учетом производительности и времени цикла, включая количество продукции, обработанной между последовательными выборками,
  - 4) отбор расслоенной выборки,
  - 5) стратегии рандомизации,
  - 6) местоположения выборочного контроля,
  - 7) распределение ответственности по отбору выборки,
  - 8) порядок выполнения в соответствии с производством,
  - 9) периодический анализ решений выборочного контроля;
- с) определение, какие итоговые данные следует хранить для идентификации и установления связей зафиксированных отклонений с определенными причинами (эти связи особенно ярко выявляются по длинной хронологии данных, например сезонным данным), а также создание и поддержка времени и системы и периодов хранения итоговых данных;
- д) периодический аудит системы ведения записей, включая решения по отбору выборки.

#### 7. Идентификация и прослеживаемость последовательности выпуска продукции

Поставщик должен определить, установить и поддерживать соответствующие процедуры прослеживаемости продукции и идентификации последовательности выпуска продукции.

Необходимый многофункциональный опыт работы для выполнения этих функций, особенно функций специалистов, участвующих в установке или наладке параметров управления процессом или реагирования на отклонения процесса, должен охватывать:

- а) идентификацию последовательности выпусков продукции и/или выходов процесса;
- б) разработку, при необходимости, возможностей потребителя для установления связей пригодности использования с последовательностью выпуска продукции;
- в) идентификацию, при необходимости, источников входов процесса, например материалов, работ и средств обслуживания, используемых для получения определенного количества выходов процесса. Идентификация может включать поддержку возможности прослеживать источники и/или условия отклонений процесса или назначения средств, используемых во время производства выходов и установления сроков хранения соответствующих записей;
- д) поддержку систем документирования отклонений от требований для облегчения идентификации наблюдаемых неслучайных причин отклонений;
- е) при необходимости, поддержку выборочного контроля или сбора и хранения итоговых данных о выходах процесса, по крайней мере до тех пор, пока их пригодность для использования не может быть проверена, или

в течение определенного периода хранения, признанного поставщиком достаточным;

f) при необходимости, требования прослеживаемости и идентификации производственных серий в потоке поставок у субподрядчиков.

#### 8. Последовательность входов процесса

Поставщик должен установить и поддерживать в рабочем состоянии систему использования входов процесса, таких как материалы и/или данные, в том же порядке или последовательности, в какой они были произведены. Система должна включать в себя:

a) документирование ситуаций, когда ресурсные входы известны или есть подозрение, что они смешаны неотделимым способом, а также знание того, что соответствует установленному порядку производства, а что не является важным, поскольку обычная или очевидно случайная причина отклонений на ранней стадии процесса может оказаться значимой или установленной причиной отклонений;

b) настройку системы на документирование и анализ отклонений от установленной системы для помощи в идентификации потенциальных источников повторных и существенных отклонений процесса.

#### 9. Записи процесса

Поставщик должен установить, поддерживать в рабочем состоянии и документировать системы записей процесса для регистрации существенных отклонений процесса с описанием, как они происходят, выполняемых регулировок процесса и изменений, выполненных при эксплуатации процесса. Это необходимо для облегчения идентификации отклонений процесса и понимания опыта регулировок и вмешательств в процесс.

Записи должны включать:

a) регистрацию существенных отклонений процесса в последовательности их появления и, при необходимости, связь их со временем или последовательностью выходов процесса;

b) регистрацию эксплуатационных изменений или регулировок процесса (или, при необходимости, величины регулировки управляемых переменных или параметров незавершенной продукции), регулировок системы измерений и регулировок системы управления в последовательности их появления;

c) при необходимости, соответствующие изменения процесса с последовательностью выходов процесса во времени и с любыми возможными изменениями параметров готовой продукции;

d) использование зарегистрированных данных процесса для идентификации причины отклонений процесса, их минимизации и оценки прибыли от устранения или уменьшения причин отклонений;

e) использование зарегистрированных данных процесса для идентификации и уменьшения регулировок процесса, компенсирующих отклонения в процессе, которые приводят к увеличению изменчивости процесса.

#### 10. Надежность процесса

Поставщик должен установить и поддерживать в рабочем состоянии систему технического обслуживания и надежности процесса для процедур проектирования, испытаний, валидации, ремонта оборудования и документирования. В настоящем подпункте термин «оборудование» включает в себя машины, инструменты, датчики, системы измерений, электронные системы и программное обеспечение.

Создание системы надежности процесса поставщика следует начинать со стадии концепции и определения требований системы и продолжать на стадии проектирования и разработки, а затем поддерживать на стадиях создания, эксплуатации и технического обслуживания оборудования. Эти действия должны включать в себя:

а) определение требований к долговечности, надежности, ремонтнопригодности и работоспособности оборудования и определение соответствующих показателей для мониторинга отказов и ремонтных работ (например, средней наработки до отказа, средней наработки между отказами и среднего времени восстановления или ремонта);

б) выполнение анализа видов и последствий отказов (FMEA) и анализа отказов и неисправностей для оборудования, систем, проектов и процессов, при необходимости повторяя эти исследования после введения в них изменений. Эти действия включают в себя:

1) идентификацию видов потенциальных отказов и их влияние на работу средств производства, используемых в процессе, таких как системы, подсистемы или компоненты,

2) оценку последствий этого влияния,

3) идентификацию параметров, которые являются значимыми характеристиками и/или параметрами, влияющими на надежность,

4) ранжирование потенциальных недостатков проекта и процесса,

5) помощь персоналу в нацеленности на устранение недостатков продукции и процесса и предотвращение проблем появления повторных нарушений процесса;

с) сбор данных о надежности в процессе приемочных испытаний оборудования и использование этих данных для разработок, направленных на повышение надежности процесса через непрерывное улучшение;

д) выполнение соответствующей системы сбора данных и обратной связи для регистрации отказов и параметров выполнения ремонта; анализ этой системы для устранения причин отклонений процесса и отклонений продукции; настройка процедур в соответствии с результатами анализа; проведение анализа проекта оборудования и выполнение соответствующих корректирующих действий.

#### 11. Система мониторинга выходов процесса

Поставщик должен определить, установить и поддерживать в рабочем состоянии систему мониторинга выходов процесса. Она должна включать в себя:

a) прослеживание выходов процесса во времени и внесение в систему сбора данных о процессе любых существенных отклонений процесса и, при необходимости, регулировок процесса;

b) исследование качества выходов процесса и, если это санкционировано, анализ регулировок процесса, который направлен на сохранение и накопление достигнутых высоких результатов (высокого качества выходов процесса);

c) сравнение выходов процесса с целевыми значениями и установленными требованиями и/или допустимыми пределами (последнее иногда определяют с помощью статистических методов);

d) введение реагирования на любое обнаруженное существенное отклонение;

e) хронологический анализ выходов процесса и обратной связи результатов введенных изменений.

## 12. Система управления процессом

Поставщик должен установить и поддерживать в рабочем состоянии статистическую, алгоритмическую и/или основанную на моделях систему управления процессом для мониторинга и управления соответствующими параметрами процесса, параметрами незавершенной продукции и параметрами готовой продукции.

Система должна включать в себя:

a) разработку эксплуатационного плана управления и систем его поддержки, обеспечивающих сбор и регистрацию данных, упорядочение входов процесса, мониторинг и записи показаний приборов процесса;

b) назначение ответственного за реагирование на выход из управляемых условий;

c) проведение корректирующих или управляющих действий в случае, когда параметр находится вне установленных границ управления (они могут быть статистическими, алгоритмическими или на основе модели), или обнаружены нежелательные образцы продукции;

d) выполнение действий, препятствующих попаданию несоответствующих выходов процесса к потребителю;

e) анализ хронологических данных относительно параметров процесса, параметров незавершенной продукции и параметров готовой продукции с обратной связью о результатах внесенных изменений;

h) выполнять процесс с применением обычных методов и условий производства и с обычным соблюдением документированных эксплуатационных процедур для оценки потенциальной изменчивости процесса;

i) регистрировать неслучайные причины отклонений, включая идентификацию причин, устранение которых в настоящее время ограничено (например, технологией или контрактом);

j) регистрировать возможные факторы, воздействия которых не изменялись при сборе данных (например, потому что данные собраны в

виде единственного измерения) или в настоящее время неизмеримы (например, из-за технологии или условий контракта).

### 13. Оценка краткосрочной изменчивости

Краткосрочная изменчивость является следствием изменений за короткий период времени в значениях величин или уровней одного или нескольких факторов производства, в то время как другие факторы остаются фактически неизменными за этот период времени. Поставщик должен оценить краткосрочную изменчивость параметров процесса, параметров незавершенной и готовой продукции (при необходимости). Оценка должна включать в себя одно или более следующих действий:

- a) исследование данных процесса в той последовательности, в которой они были получены, определение их изменений за короткое время;
- b) оценку распределения данных и количества отклонений данных;
- c) исследование данных об отклонениях внутри группы данных и, при необходимости, между группами данных (определяемых по отношению ко времени, изменению, установке, оператору, выпуску, партии материалов, партии продукции) для выбора оптимальной стратегии отбора выборки для процесса;
- d) идентификацию взаимосвязей между параметрами процесса, незавершенной продукции и, при необходимости, готовой продукции для выбора стратегии управления процессом и идентификации неслучайных причин отклонений процесса;
- e) ограничение факторов, способных внести вклад в отклонения параметров процесса, выделить последствия изменения значения или уровня единственного фактора (или нескольких факторов), изменяющегося в короткий период времени, чья краткосрочная изменчивость представляет интерес;

При необходимости поставщик дополнительно должен:

- f) оценивать изменчивость новых входов процесса, таких как человеческие ресурсы, механизмы и материалы, например ввести предварительную приемку;
- g) систематически проводить выпуск испытательной серии, используя собранное за короткий период времени небольшое количество выборочных данных, обычно полученных в процессе предпроизводства или в экспериментальных условиях.
- h) выполнять процесс с применением обычных методов и условий производства и с обычным соблюдением документированных эксплуатационных процедур для оценки потенциальной изменчивости процесса;
- i) регистрировать неслучайные причины отклонений, включая идентификацию причин, устранение которых в настоящее время ограничено (например, технологией или контрактом);
- j) регистрировать возможные факторы, воздействия которых не изменялись при сборе данных (например, потому что данные собраны в

виде единственного измерения) или в настоящее время неизмеримы (например, из-за технологии или условий контракта).

#### 14. Оценка долгосрочной изменчивости

Долгосрочная изменчивость относится к значениям или уровням дополнительных факторов, которые изменяются за длительный период времени и являются либо непосредственно управляемыми, либо управляются поставщиком. Обычно долгосрочная изменчивость процесса превышает краткосрочную изменчивость. Если все известные установленные причины отклонений устранены и процесс находится в состоянии статистической управляемости, поставщик должен оценить параметры долгосрочных возможностей и работоспособности процесса, незавершенной и готовой продукции.

На практике это требует выполнения процесса в условиях, при которых факторы вносят отклонения в работу процесса и его выходы. Оценка должна включать в себя одно или более следующих действий:

a) исследование данных в соответствии с последовательностью, в которой они были получены, чтобы увидеть их изменения за длительный период времени, когда могут измениться все факторы, например за счет построения графика, использования контрольных карт или CUSUM карт (карта кумулятивных сумм), сопоставления значений параметров со временем производства или испытаний;

b) оценку распределения данных и количества изменений в данных, полученных за длительный период времени, когда процесс находится в состоянии статистической управляемости;

c) идентификацию образцов изменений в пределах группы и, при необходимости, между группами данных за длительный период времени для проведения долгосрочных улучшений процесса, требующих инвестиций, технологических изменений или изменений контракта;

d) идентификацию отношений между параметрами процесса, параметрами незавершенной и, при необходимости, готовой продукции для выбора стратегии управления процессом и идентификации неслучайных причин отклонений процесса, наблюдаемых за длительный период времени;

e) оценку возможностей и работоспособности процесса.

При необходимости поставщик дополнительно должен:

f) идентифицировать причины отклонений, устранение которых в настоящее время ограничено (например, технологией или договорными соглашениями);

g) идентифицировать важные факторы, воздействие которых является в настоящее время неизмеримым или диапазон воздействия которых ограничен, для идентификации возможных неслучайных причин отклонений, не рассмотренных при оценке долгосрочной изменчивости процесса.

#### 15. Улучшение, оптимизация и поиск неисправностей процесса

После удаления всех известных и неслучайных причин отклонений процесса и ранжирования улучшений процессов поставщик должен использовать результаты мониторинга, опытной эксплуатации, оценки



работоспособности и анализа процесса для выполнения корректирующих и управляющих действий, а также действий по улучшению процесса с целью достижения максимального экономического эффекта. Эти действия должны включать в себя:

а) улучшение процесса для сокращения случайных причин отклонений после устранения неслучайных причин отклонений, влияющих на процесс;

б) оптимизацию процесса для предупреждения неслучайных причин отклонений, влияющих на процесс и установление улучшенных значений параметров процесса;

с) поиск и исследование неисправностей процесса для уменьшения количества специальных процессов и нарушений процесса.

После выполнения всех применимых элементов SPC поставщик должен проверить приближение к полному достижению целей SPC, и затем при необходимости повторно применить все двадцать элементов SPC.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Момот А.И. Менеджмент качества и элементы систем качества. Учебник, 2-е изд., доп. и расш. – Донецк: Норд-Пресс, 2005.
2. Захожай В.Б., Чорний А.Ю. Статистичне забезпечення управління якістю. Навчальний посібник.-Київ. Центр навчальної літератури, 2005.-340с.
3. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / Клячкин В.Н.-М.: Финансы и статистика, 2007. - 304 с. : ил.
4. Статистические методы в управлении качеством продукции: учебное пособие / В.В.Ефимов, Т.В. Барт. – М.:КНОРУС, 2006.-240с.
5. Статистические методы контроля качества продукции / Ноултер Л. И др. / Пер. с англ. – 2-е руссе. Изд. – М. Ихдательство стандартов. 1989 – 99с.
6. Федюкин В.К. Управление качеством процессов.- СПб.: Питер, 2004.- 208с.
7. Глудкин О.П., Горбунов Н.М., Гуров А.И., Зорин Ю.В. «Всеобщее управление качеством: учебник для вузов», - М.: Радио и связь, 1999.-600с.
8. Адлер Ю.П., Полховская Т.М., Шпер В.Л., Нестеренко П.А. «Управление качеством. Часть 1. Семь простых методов: учебное пособие для вузов», М: МИСИС, 2001.-138 с.
9. Жулинский С.Ф., Новиков Е.С., Поспелов В.Я. «Статистические методы в современном менеджменте качества».-М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2001.- 208 с.

### Дополнительная:

10. ДСТУ 3514-97 Статистичні методи контролю та регулювання. Терміни та визначення.
11. ГОСТ 18242-72 Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля.
12. ГОСТ 20736-75 Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Планы контроля.
13. РД 50-605-86 Методические указания по применению стандартов на статистический приемочный контроль.
14. ГОСТ Р 50779.11-2000 (ИСО 3534.2-93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения.