



Лекция 7

БАЛАНСОВЫЕ МОДЕЛИ



В основе балансовых моделей лежит метод взаимного сопоставления имеющихся материальных, трудовых и финансовых ресурсов и потребностей в них.

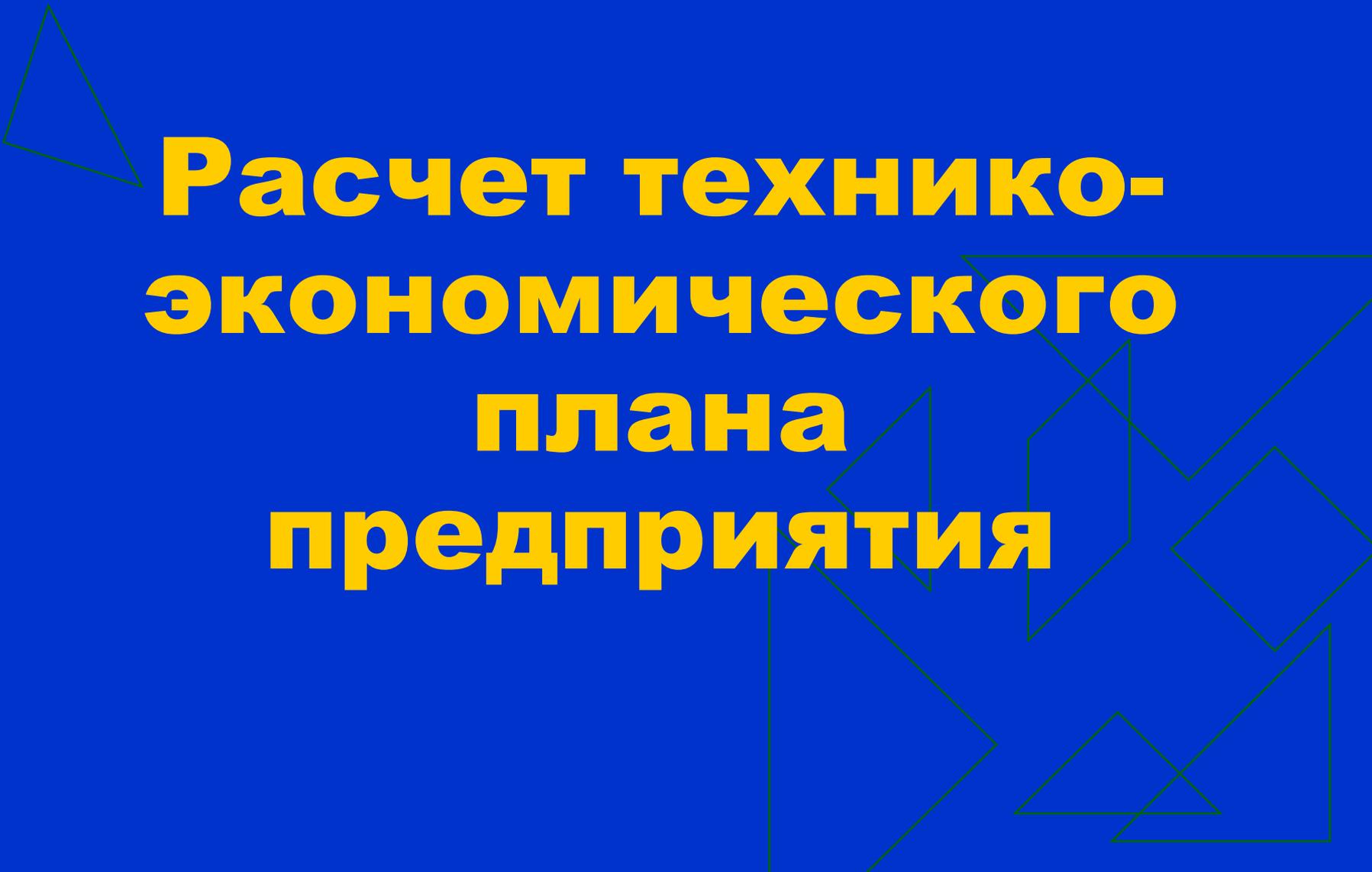
Балансовая модель выражается в виде системы уравнений, каждое из которых выражает требование баланса между количеством продукции, производимой различными производственными подразделениями, и совокупной потребностью в этой продукции.

При построении балансовых моделей используются числовые матрицы, поэтому такие модели называются матричными. Матричный метод позволяет придать балансовым моделям строгую математическую форму.

Выделяются следующие основные виды балансовых моделей:

- материальные трудовые и финансовые балансы для народного хозяйства;
- межотраслевые балансы;
- матричные техпромфинпланы предприятий.

Несмотря на специфику балансовых моделей, их объединяет не только матричный принцип построения и единство системы расчетов, но и аналогичность экономических показателей.

The background features several decorative geometric shapes in white outlines, including a triangle on the left, a large diamond on the right, and various other polygons scattered across the bottom right area.

Расчет технико- экономического плана предприятия

С точки зрения производственной структуры предприятия выделяются вспомогательные и основные подразделения. К вспомогательным подразделениям относятся котельные, компрессорные, внутризаводской транспорт и т.д.

Основные подразделения выпускают конечную продукцию. Каждое подразделение нуждается в ресурсах, которые можно разделить на две группы: ресурсы собственного производства, которые создаются в подразделениях данного предприятия, и ресурсы, поступающие на предприятие со стороны.

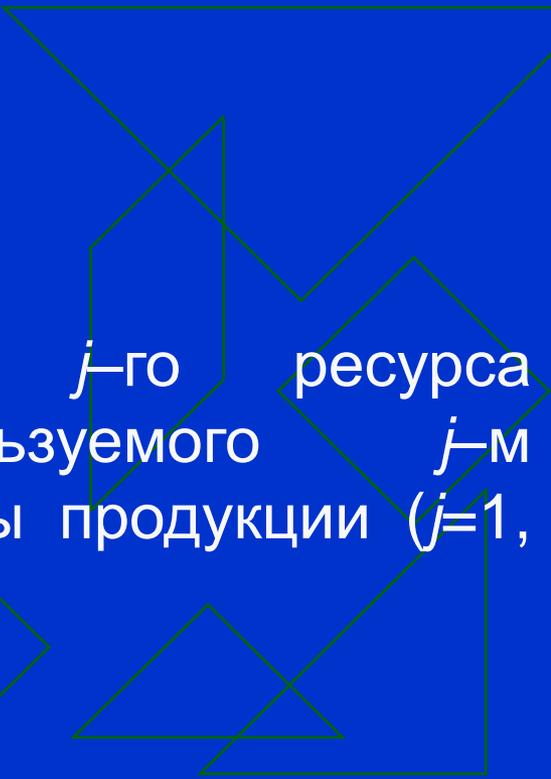
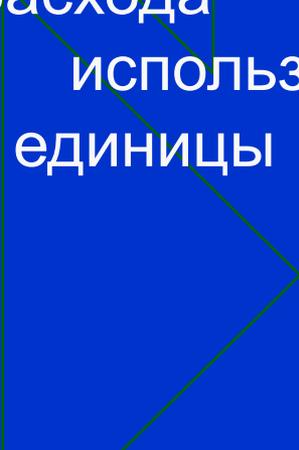
Для расчета технико-экономического плана предприятия используется следующая информация.



Матрица норм прямых затрат (A) собственного производства


$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1j} \dots a_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ a_{j1} \dots a_{jj} \dots a_{jn} \\ \dots \dots \dots \\ a_{n1} \dots a_{nj} \dots a_{nn} \end{pmatrix}$$

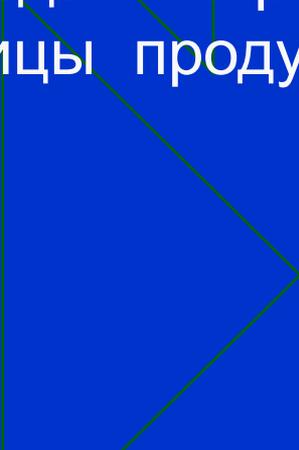
где a_{jj} — норма расхода j -го ресурса собственного производства, используемого j -м подразделением для производства единицы продукции ($j=1, \dots, n$).



Матрица норм прямых затрат (B) ресурсов со стороны


$$B = \begin{pmatrix} b_{11} \dots b_{1j} \dots b_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ b_{i1} \dots b_{ij} \dots b_{in} \\ \dots \dots \dots \\ b_{m1} \dots b_{mj} \dots b_{mn} \end{pmatrix}$$

где b_{ij} — норма расхода i -го ресурса со стороны для производства единицы продукции j -го подразделения.



Вектор (Y) товарной продукции $Y = (y_1, \dots, y_j, \dots, y_n)$

где y_i — где y_i — объем производства конечной продукции j -м подразделением.

Вектор (P) цен ресурсов со стороны $P = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_m)$

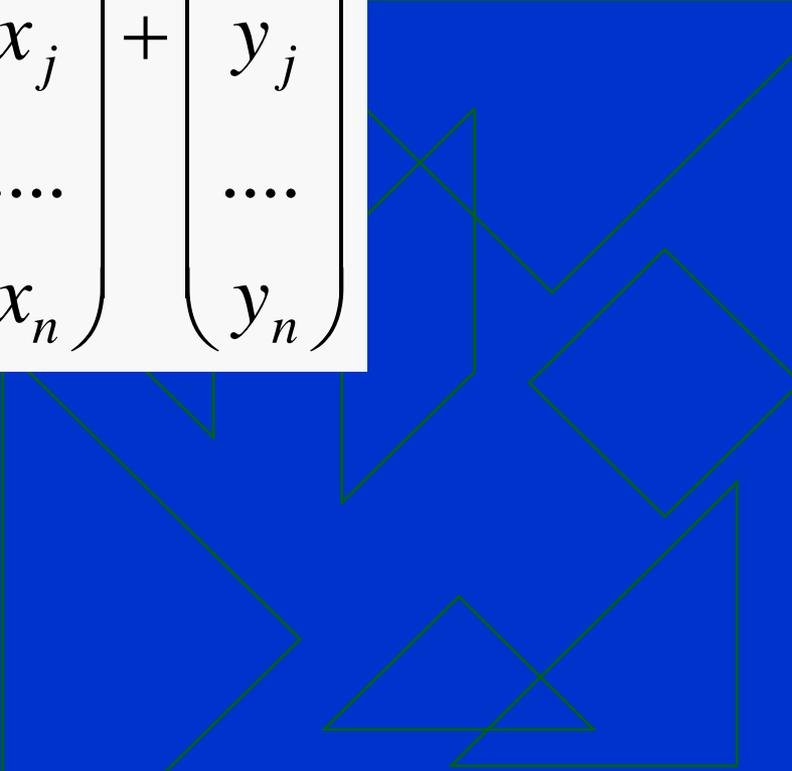
где p_i — цена i -го ресурса со стороны.

. Вектор (X) объема производства $X = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$

где x_j — количество продукции, выпускаемой j -м подразделением.

Расчет объема производства подразделениями предприятия
можно выполнить на основе балансовой модели


$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_j \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \dots \\ a_{j1} \dots a_{jn} \\ \dots \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_j \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_j \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$$



Балансовую модель можно представить в виде матричного уравнения

$$X = AX + Y$$

где X — вектор совокупной продукции подразделений;

Y — вектор товарной продукции подразделений;

A — матрица норм прямых затрат собственного производства.

Представление

$$E = \begin{pmatrix} 1 \dots 0 \dots 0 \\ \dots \dots \dots \\ 0 \dots 1 \dots 0 \\ \dots \dots \dots \\ 0 \dots 0 \dots 1 \end{pmatrix}$$

$$X - AX = Y$$

$$(E - A)X = Y$$

Если матрица $(E-A)$ — неособенная, то она имеет обратную матрицу $(E - A)^{-1}$. Матрица называется неособенной, если ее определитель не равен нулю. Умножим на $(E-A)^{-1}$ обе части уравнения

$$(E - A)X = Y$$

$$(E - A)^{-1}(E - A)X = (E - A)^{-1}Y$$

$$(E - A)^{-1}(E - A) = E$$

$$EX = X$$

$$X = (E - A)^{-1}Y$$

Вектор X представляет собой план выпуска продукции подразделениями предприятия.

Обозначим через c_i величину ресурсов со стороны i -го вида, затрачиваемую всеми подразделениями в совокупности.

Используя матрицу норм прямых затрат ресурсов со стороны (B) , можно записать следующую систему уравнений

$$c_1 = b_{11}x_1 + \dots + b_{1j}x_j + \dots + b_{1n}x_n;$$

.....

$$c_i = b_{i1}x_1 + \dots + b_{ij}x_j + \dots + b_{in}x_n;$$

.....

$$c_m = b_{m1}x_1 + \dots + b_{mj}x_j + \dots + b_{mn}x_n.$$

$$X = (E - A)^{-1} Y$$

$$C = B(E - A)^{-1} Y$$

$$\tilde{B} = B(E - A)^{-1}$$

$$C = \tilde{B} Y$$

В результате получаем вектор ресурсов со стороны, затрачиваемых предприятием для выпуска конечной продукции.

Матрицу \tilde{B} можно назвать матрицей норм (коэффициентов) *полных* затрат материальных ресурсов со стороны в подразделениях предприятия. Как указывалось выше, матрица B отражает нормы *прямых* затрат ресурсов со стороны.

Для вычисления стоимости ресурсов со стороны используется вектор P цен на эти ресурсы

$$d_{ij} = P_i q_{ij}$$

где d_{ij} — денежное выражение затрат i -го ресурса со стороны в j -м подразделении;

q_{ij} — прямые затраты i -го ресурсы со стороны в j -м подразделении.

Затраты на ресурсы со стороны в стоимостном выражении (D_i) можно рассчитать по формулам

$$D_i = P_i c_i$$

$$D_i = \sum_{j=1}^n d_{ij}$$

Себестоимость единицы продукции каждого подразделения определяется с учетом норм прямых затрат собственного производства (A), норм прямых затрат ресурсов со стороны (B) и цен на ресурсы

$$s_j = \sum_{j=1}^n s_j a_{jj} + \sum_{i=1}^m P_i b_{ij}$$

где s_j — себестоимость единицы продукции, выпускаемой j -м подразделением;

a_{jj} — норма расхода j -го ресурса собственного производства, используемого j -м подразделением;

P_i — цена i -го ресурса со стороны;

b_{ij} — норма расхода i -го ресурса со стороны, используемого j -м подразделением.

В матричном виде уравнение может быть записано следующим образом

$$S = SA + PB$$

где S — вектор себестоимости продукции j -го подразделения.

Для определения неизвестной матрицы S преобразуем уравнение

$$S - SA = PB$$

$$S(E - A) = PB$$

$$S(E - A)(E - A)^{-1} = PB(E - A)^{-1}$$

$$\tilde{B} = B(E - A)^{-1}$$

$$S = PB(E - A)^{-1}$$

$$S = P\tilde{B}$$

Зная значения элементов матрицы S , можно определить совокупные издержки j -го подразделения (Z) для производства продукции

$$Z = XS$$

где Z — вектор совокупных издержек j -го подразделения

$$z_j = s_j x_j$$

Балансовый метод позволяет оптимизировать производственную программу предприятия по стоимостному критерию, т.е. оценивать различные варианты производственной программы с использованием матричных моделей и выбирать наилучшие из них

Таким образом, алгоритм расчета технико-экономического плана предприятия включает следующие этапы.

Исходные данные.

A — матрица норм прямых затрат ресурсов собственного производства;

B — матрица норм прямых затрат ресурсов со стороны;

P — вектор цен ресурсов со стороны;

Y — вектор плана товарной продукции предприятия.

1. расчет матрицы норм полных затрат ресурсов собственного производства

$$\tilde{A} = (E - A)^{-1}$$

2. Расчет вектора подразделениями предприятия

$$X = \tilde{A}Y$$

выпуска

продукции

Расчет матрицы норм полных затрат ресурсов со стороны

$$\tilde{B} = B\tilde{A}$$

Расчет вектора потребности в ресурсах со стороны

$$C = \tilde{B}Y \text{ или } C = BX$$

Расчет вектора себестоимости единицы продукции каждого подразделения

$$S = P\tilde{B}$$

Расчет вектора совокупных издержек каждого подразделения

$$Z = SX$$



**Экономико-
математическая
модель
межотраслевого
баланса**

Модель межотраслевого баланса отражает систему, состоящую из n отраслей, совокупный продукт которых делится на две части, промежуточный и конечный продукт. Каждая отрасль рассматривается как производящая и как потребляющая.

Основу информационного обеспечения балансовой модели составляет матрица межотраслевых потоков продукции x_{ij} , где i и j — соответственно номера производящих и потребляющих отраслей. Конечная продукция всех отраслей производства представляется в виде вектора Y_j и отражает объем продукции, используемой на потребление и накопление.

Национальный доход в стоимостном выражении представляет собой сумму чистой продукции и амортизации. Чистая продукция понимается как сумма оплаты труда и чистого дохода отраслей. Сумма амортизации и чистой продукции i -й отрасли условно называется чистой продукцией

Основу экономико-математической модели межотраслевого баланса составляют два следующих соотношения.

Во-первых, сумма материальных затрат любой потребляющей отрасли и ее условно чистой продукции равна валовой продукции этой отрасли (X_j)

$$X_j = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Z_j; \quad (j = \overline{1, n})$$

Во-вторых, валовая продукция j -й отрасли равна сумме материальных затрат потребляющих ее продукцию отраслей и конечной продукции данной отрасли

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_j; \quad (j = \overline{1, n})$$

Валовой общественный продукт представляет собой сумму

$$\sum X_i$$

Поэтому системы уравнений

$$X^\lambda = \sum_{\mu} x^{\lambda\mu} + Z^\lambda; \quad (\lambda = \underline{1}, \dots, n)$$

$$X^\lambda = \sum_{\mu} x^{\lambda\mu} + K^\lambda; \quad (\lambda = \underline{1}, \dots, n)$$

можно преобразовать следующим образом:

$$\sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n Z_j;$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$\sum_{j=1}^n Z_j = \sum_{i=1}^n Y_i$$

Уравнение показывает, что в межотраслевом балансе национальный доход в отношении стоимостного состава равен национальному доходу с точки зрения материального (продуктового) состава.

Для каждой отрасли можно рассчитать коэффициенты (нормы) прямых материальных затрат

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j},$$

$$i = 1, \dots, n;$$
$$j = 1, \dots, n,$$

где a_{ij} — затраты промежуточной продукции i -й отрасли для производства единицы продукции j -й отрасли.

можно записать

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i$$

$$\tilde{X} = AX + Y$$

Система уравнений называется экономико-математической моделью межотраслевого баланса (модель Леонтьева, моделью «затраты-выпуск»).

Используя эту модель можно определить объемы конечной продукции каждой отрасли или объемы валовой продукции каждой отрасли

$$Y = (E - A)X$$

$$X = (E - A)^{-1} Y$$

Обозначим через $B = (b_{ij})$

коэффициенты полных материальных затрат, можно записать соотношение

$$X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j$$

$$X = BY$$

Модели межотраслевого баланса производства и распределения продукции в народном хозяйстве позволяют анализировать такие важные экономические показатели, как труд, фонды и цены.