Факторный анализ

Виды факторного анализа

Различают задачи прямого и обратного факторного анализа.

При прямом факторном анализе выявляются факторы, влияющие на результативный показатель, устанавливаются виды детерминированной или стохастической зависимости между факторными и результативными признаками и выясняется роль каждого фактора в изменении результативного показателя.

Для выполнения прямого детерминированного факторного анализа должна быть установлена функциональная зависимость результативного показателя от факторных признаков ($y=f(x_1, \dots, x_m)$).

В процессе анализа рассматривается приращение результативного показателя .

Требуется определить степень влияния приращения каждого фактора на приращении .

В случае прямого стохастического факторного анализа зависимость результативного показателя от влияющих факторов устанавливается на основе эмпирических данных.

Для решения задачи необходимо

- выявить состав влияющих факторов,
- подобрать вид зависимости (уравнение регрессии),

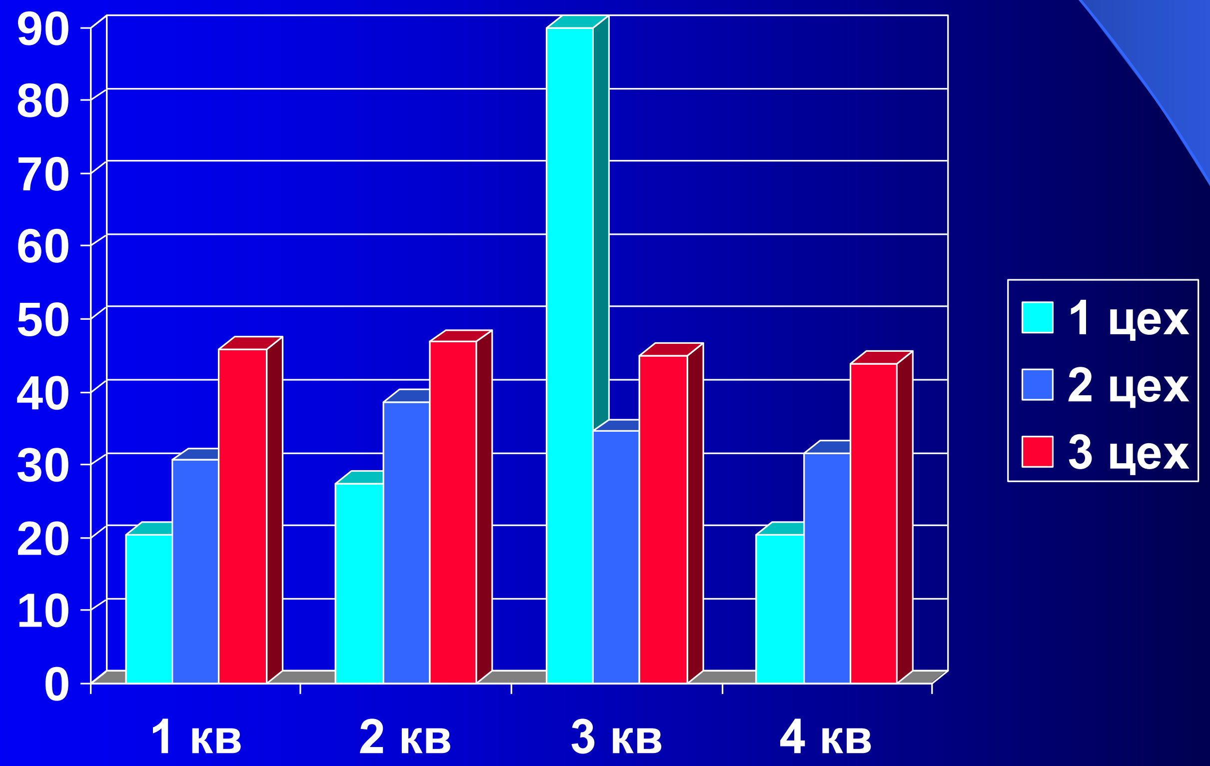
- определить коэффициенты уравнения регрессии,
- установить тесноту связи между рассматриваемыми показателями
- и в конечном итоге определить влияние каждого фактора на результативный показатель.

В экономическом анализе существуют задачи установления обобщающих (результативных) показателей по имеющемуся набору признаков.

В таких случаях применяются методы обратного факторного анализа.

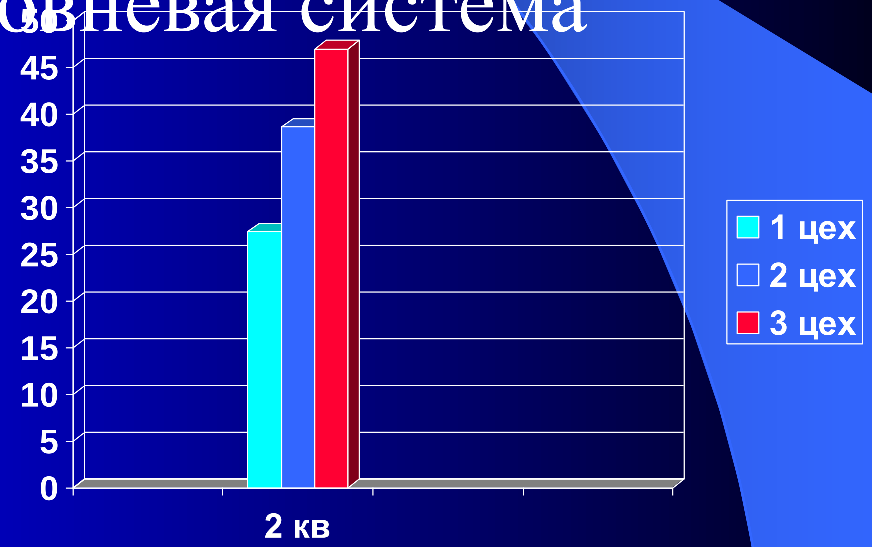
Факторный анализ может быть одноступенчатым и многоступенчатым.

Первый тип анализа используется для исследования факторов одного уровня подчинения без их детализации.



При многоступенчатом анализе проводится детализация факторных показателей методом прямого факторного анализа.

Выделенные факторные показатели в свою очередь могут быть детализированы, в результате чего составляется многоуровневая система влияющих факторов



В детерминированном анализе выделяют следующие типы факторных моделей.

Аддитивные модели

$$y = \sum_{i=1}^{m} f(x_i)$$

Мультипликативные модели

$$y = \prod_{i=1}^{m} f(x_i)$$

Кратные модели

$$y = f(x_1)/f(x_2)$$

Комбинированные модели включают элементы предыдущих моделей.

В процессе экономического анализа факторные модели могут быть преобразованы с использованием следующих методов.

Метод удлинения факторной системы состоит в том, что один из факторов заменяется суммой отдельных слагаемых этого фактора.

Например, исходную кратную модель можно удлинить следующим образом

$$y = \frac{x_1}{x_2}$$

$$y = \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13}}{x_2} = \frac{x_{11}}{x_2} + \frac{x_{12}}{x_2} + \frac{x_{13}}{x_3}$$

Метод расширения факторной системы может быть реализован, например, путем умножения числителя и знаменателя кратной модели на один или несколько новых показателей:

$$y = \frac{x_1}{x_2}$$

$$y = \frac{x_1 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot x_2} = \frac{x_1}{z_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_3}{x_2}$$

Сокращение кратной модели осуществляется путем деления числителя и знаменателя на один и тот же показатель:

$$y=\frac{x_1}{x_2}$$

$$x_1/z=x_{11}$$

$$x_2/z=x_{21}$$

$$y=\frac{x_1/z}{x_2/z}$$

$$y=\frac{x_{11}}{x_{21}}$$

Способы установления степени влияния факторов на результативные показатели

Метод дифференциальных исчислений

Если известна зависимость результативного показателя y от фактора x ($y=f(x)$).

Если эта зависимость нелинейная, то приращение результативного показателя можно определить следующим образом

$$\Delta y = dy + \alpha,$$

где dy – дифференциал функции y;

α – бесконечно малая величина при $\Delta x \to 0$.

Дифференциал представляет собой произведение производной

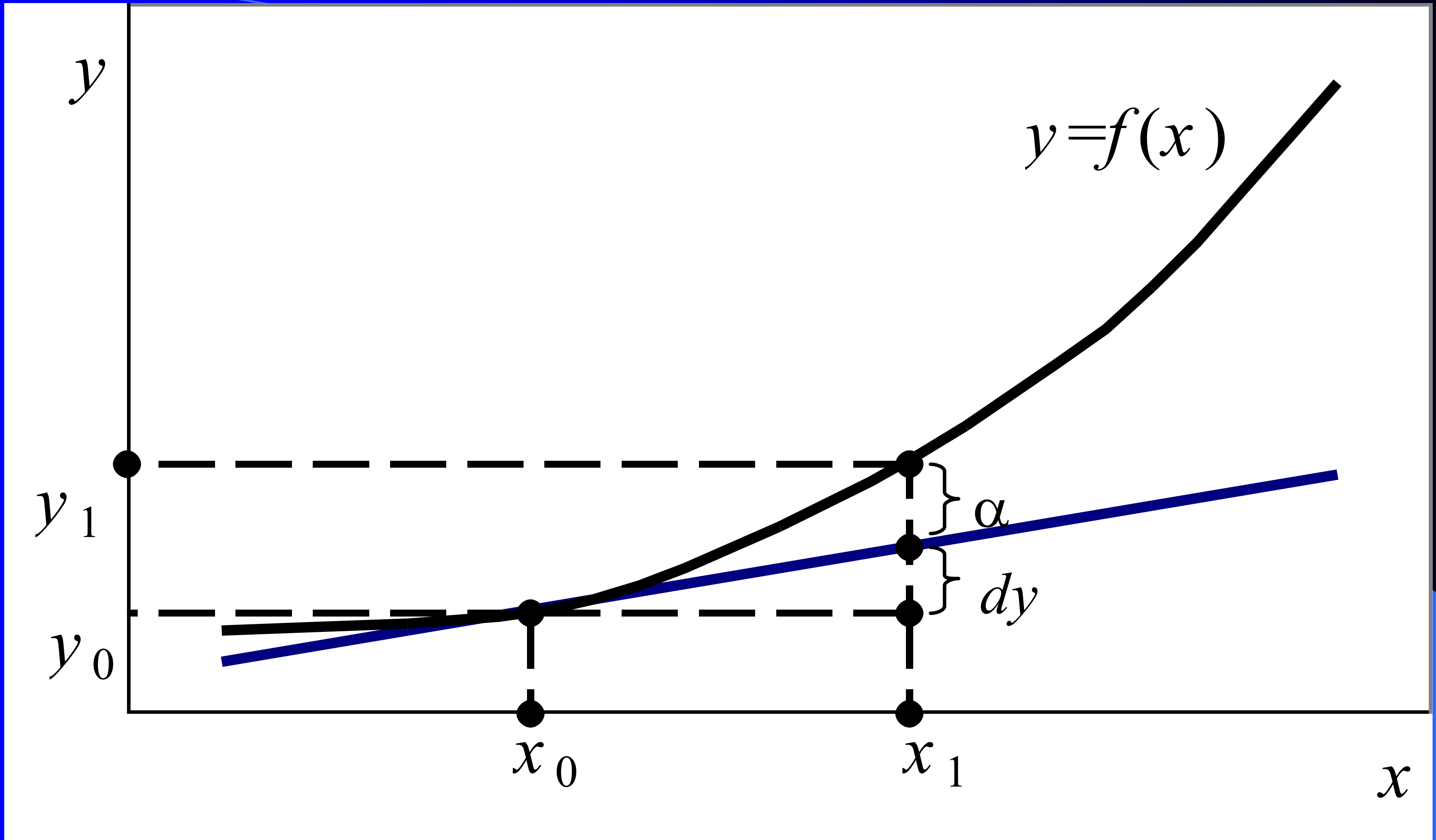
$$\left(f'(x)\right)$$

на приращение фактора (Δx)

$$dy = f'(x)\cdot\Delta x;\quad \Delta x = x_1 - x_0.$$

тогда

$$\Delta y = f'(x)\cdot\Delta x + \alpha$$



— Геометрический смысл метода дифференциальных исчислений

Для многомерной аддитивной линейной зависимости задача детерминированного факторного анализа может быть сформулирована и решена следующим образом:

$$y = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i \qquad x_i^{(0)} \le x_i \le x_i^{(1)}$$

Общее приращение результативного показателя

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i^{(1)} - \sum_{i=1}^{m} a_i x_i^{(0)}$$

Приращение показателя y за счет фактора x_i

$$\Delta y_{x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \qquad \Delta x_i = x_i^{(1)} - x_i^{(0)}$$

При этом должно соблюдаться равенство

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{m} \Delta y_{x_i}$$

Для нелинейных зависимостей применение метода дифференциальных исчислений нецелесообразно из-за больших ошибок, т.к. величина α при значительных изменениях факторов может существенно отличаться от нуля

Рассмотрим применение данного метода для мультипликативной факторной модели

$$y = x_1 \cdot x_2$$

Общее приращение результативного показателя

$$x_1^{(0)} \le x_1 \le x_1^{(1)} \qquad x_2^{(0)} \le x_2 \le x_2^{(1)}$$

Приращения результативного показателя за счет изменения факторов:

$$\Delta y = x_1^{(1)} \cdot x_2^{(1)} - x_1^{(0)} \cdot x_2^{(0)}$$

$$\Delta y_{x_1} = x_2^{(0)} \Delta x_1 = x_2^{(0)} \left(x_1^{(1)} - x_1^{(0)} \right) = x_2^{(1)} \cdot x_1^{(1)} - x_2^{(0)} \cdot x_1^{(0)}$$

$$\Delta y_{x_2} = x_1^{(0)} \Delta x_2 = x_1^{(0)} \left(x_2^{(1)} - x_2^{(0)} \right) = x_1^{(1)} \cdot x_2^{(1)} - x_1^{(0)} \cdot x_2^{(0)}$$

Сравним общее приращение результативного показателя и его приращения за счет изменения факторных показателей

$$\Delta y-\left(\Delta y_{x_1}+\Delta y_{x_2}\right)=x_1^{(1)}\cdot x_2^{(1)}-x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)}-$$
$$-\left(x_2^{(0)}\cdot x_1^{(1)}-x_2^{(0)}\cdot x_1^{(0)}\right)-\left(x_1^{(0)}\cdot x_2^{(1)}-x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)}\right)=$$
$$=x_1^{(1)}\cdot x_2^{(1)}-x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)}-x_2^{(0)}\cdot x_1^{(1)}+x_2^{(0)}\cdot x_1^{(0)}-x_1^{(0)}\cdot x_2^{(1)}+x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)}=$$
$$=x_1^{(1)}\left(x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right)+x_1^{(0)}\cdot x_2^{(0)}-x_1^{(0)}\cdot x_2^{(1)}=$$
$$=x_1^{(1)}\left(x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right)-x_1^{(0)}\left(x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right)=$$
$$=\left(x_1^{(1)}-x_1^{(0)}\right)\left(x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right)=\Delta x_1\cdot\Delta x_2.$$

Расчеты факторного анализа считаются точными, если

$$\Delta y=\Delta y_{x_1}+\Delta y_{x_2}$$

Приведенные выше расчеты показывают, что изменение результативного показателя больше алгебраической суммы влияния факторов на величину .

$$\Delta x_1\cdot\Delta x_2$$

Выше рассматривались методы факторного анализа для случая приращения результативного показателя при увеличении каждого из влияющих факториальных признаков.

При этом увеличение любого фактора приводило к увеличению результирующего показателя.

В общем случае факториальные признаки можно разделить на стимуляторы и дестимуляторы. Основанием деления этих признаков на две группы служит характер влияния каждого из них на изменение результативного показателя.

Признаки, увеличение которых приводит к увеличению результативного показателя, называются ***стимуляторами*** в отличие от признаков, увеличение которых приводит к уменьшению результативного показателя, и поэтому называемых ***дестимуляторами***

Кроме того, могут наблюдаться случаи уменьшения значений факториальных признаков или увеличение одних и уменьшение других признаков.

Рассмотрим случай противоположного действия факторов:

$$y = f_1(x_1) - f_2(x_2);$$

$$x_1^{(0)} \le x_1 \le x_1^{(1)};$$

$$x_2^{(0)} \le x_2 \le x_2^{(1)};$$

$$\Delta y_{x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1;$$

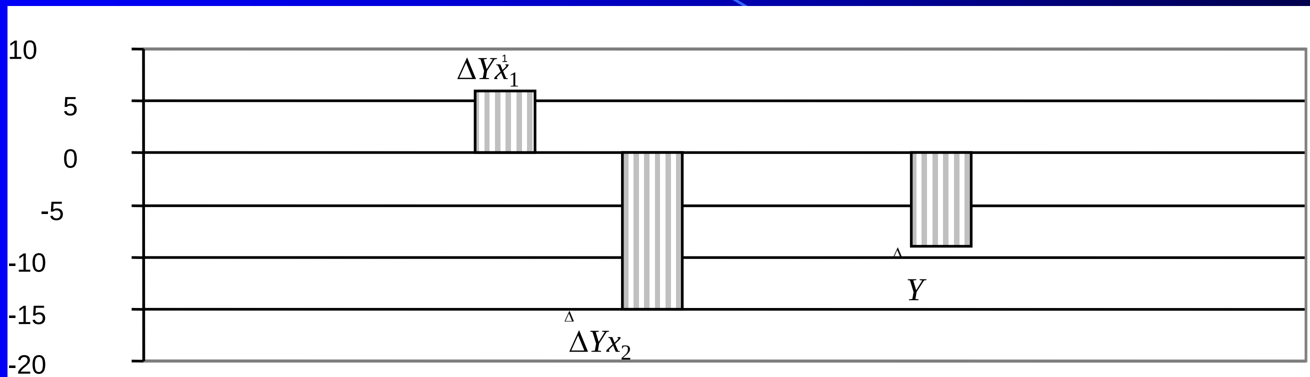
$$\Delta y_{x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2.$$

$$\Delta y = f_1\left(x_1^{(1)}\right) - f_2\left(x_2^{(1)}\right) - f_1\left(x_1^{(0)}\right) + f_2\left(x_2^{(0)}\right)$$

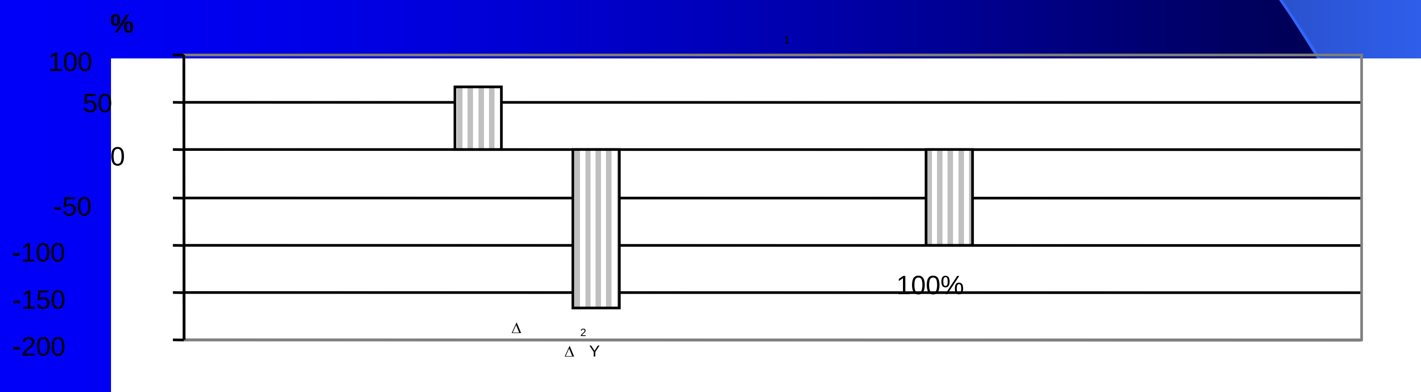
Рассмотрим случай противоположного действия факторов:

В данном случае фактор x_1 является стимулятором, а x_2 — дестимулятором.

а)

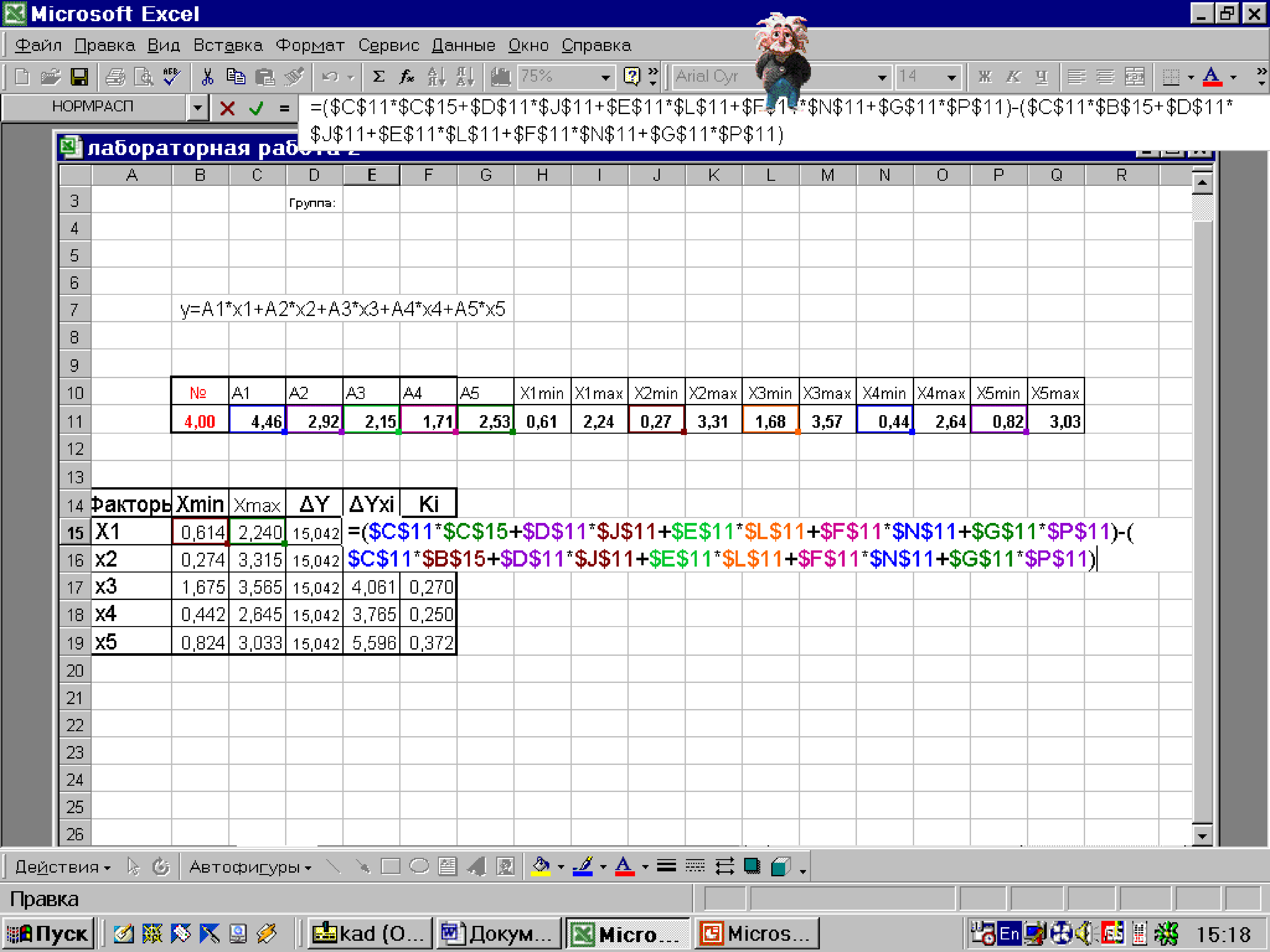


б)



— Характер влияния факторов (стимулятора и дестимулятора) на результативный показатель:

а) — абсолютное влияние; б) — относительное влияние


Microsoft Excel
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка
75%
Arial Cyr
14
НОРМРАСП
=($C$11*$C$15+$D$11*$J$11+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)-($C$11*$B$15+$D$11*
$J$11+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)
лабораторная работа 2
Группа:
y=A1*x1+A2*x2+A3*x3+A4*x4+A5*x5

№	A1	A2	A3	A4	A5	X1min	X1max	X2min	X2max	X3min	X3max	X4min	X4max	X5min	X5max
4,00	4,46	2,92	2,15	1,71	2,53	0,61	2,24	0,27	3,31	1,68	3,57	0,44	2,64	0,82	3,03

Факторы	Xmin	Xmax	ΔY	ΔYxi	Ki
X1	0,614	2,240	15,042		
x2	0,274	3,315	15,042		
x3	1,675	3,565	15,042	4,061	0,270
x4	0,442	2,645	15,042	3,765	0,250
x5	0,824	3,033	15,042	5,596	0,372

=($C$11*$C$15+$D$11*$J$11+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)-(
$C$11*$B$15+$D$11*$J$11+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)
Действия Автофигуры
Правка
Пуск kad (O... Докум... Micro... Micros...
En 15:18

Microsoft Excel

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

НОРМРАСП

=($C$11*$C$15+$D$11*$C$16+$E$11*$C$17+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)-($C$11*$C$15+$D$11*$C$16+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)

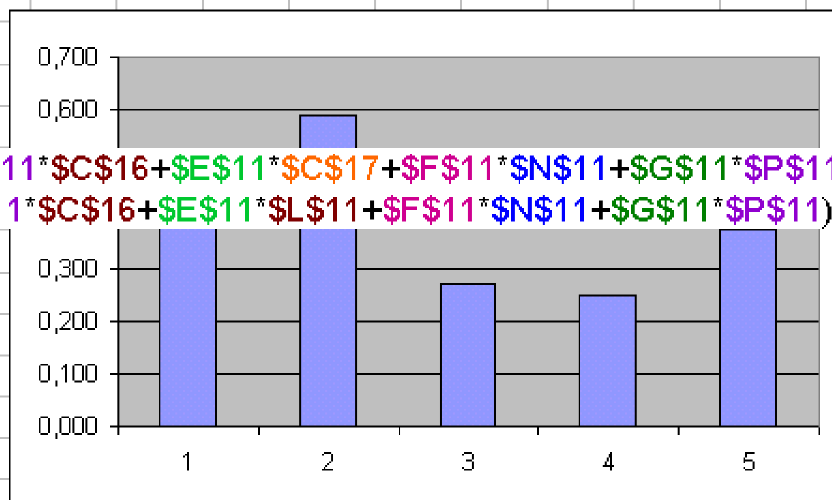
лабораторная работа 2

Группа:

y=A1*x1+A2*x2+A3*x3+A4*x4+A5*x5

№	A1	A2	A3	A4	A5	X1min	X1max	X2min	X2max	X3min	X3max	X4min	X4max	X5min	X5max
4,00	4,46	2,92	2,15	1,71	2,53	0,61	2,24	0,27	3,31	1,68	3,57	0,44	2,64	0,82	3,03

Факторы	Xmin	Xmax	ΔY	ΔYxi	Ki
X1	0,614	2,240	15,042	7,245	0,482
x2	0,274	3,315	15,042	8,866	0,589
x3	1,675	3,565	15,042	=($C$11*$C$15+$D$11*$C$16+$E$11*$C$17+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)-($C$11*$C$15+$D$11*$C$16+$E$11*$L$11+$F$11*$N$11+$G$11*$P$11)	
x4	0,442	2,645	15,042		
x5	0,824	3,033	15,042	5,596	0,372



Действия Автофигуры

Правка

Пуск kad (O... Докум... Micro... Micros... En 15:17

Метод дробления приращений факторов

При изложении метода дифференциальных исчислений было показано, что при факторном анализе нелинейных моделей с существенными приращениями факторов появляются значительные ошибки в оценке степени влияния факторов.

Метод дробления приращений факторов является дальнейшим развитием метода дифференциальных исчислений, при котором приращение факторных признаков дробится на достаточно малые отрезки с таким условием, чтобы суммарная ошибка не влияла на точность экономических расчетов.

$$y = f(x)$$

$$x^{(0)} \le x \le x^{(1)}$$

$$\Delta x = x^{(1)} - x^{(0)}$$

Рассмотрим случай влияния фактора x на результативный признак y Разделим приращение Δx на n отрезков. Тогда длина отрезка равна

$$\Delta' x = \frac{\Delta x}{n} = \frac{x^{(1)} - x^{(0)}}{n}$$

$$\Delta' y_{\mathrm{OA}} = f'_{\mathrm{O}}(x)\Delta' x$$

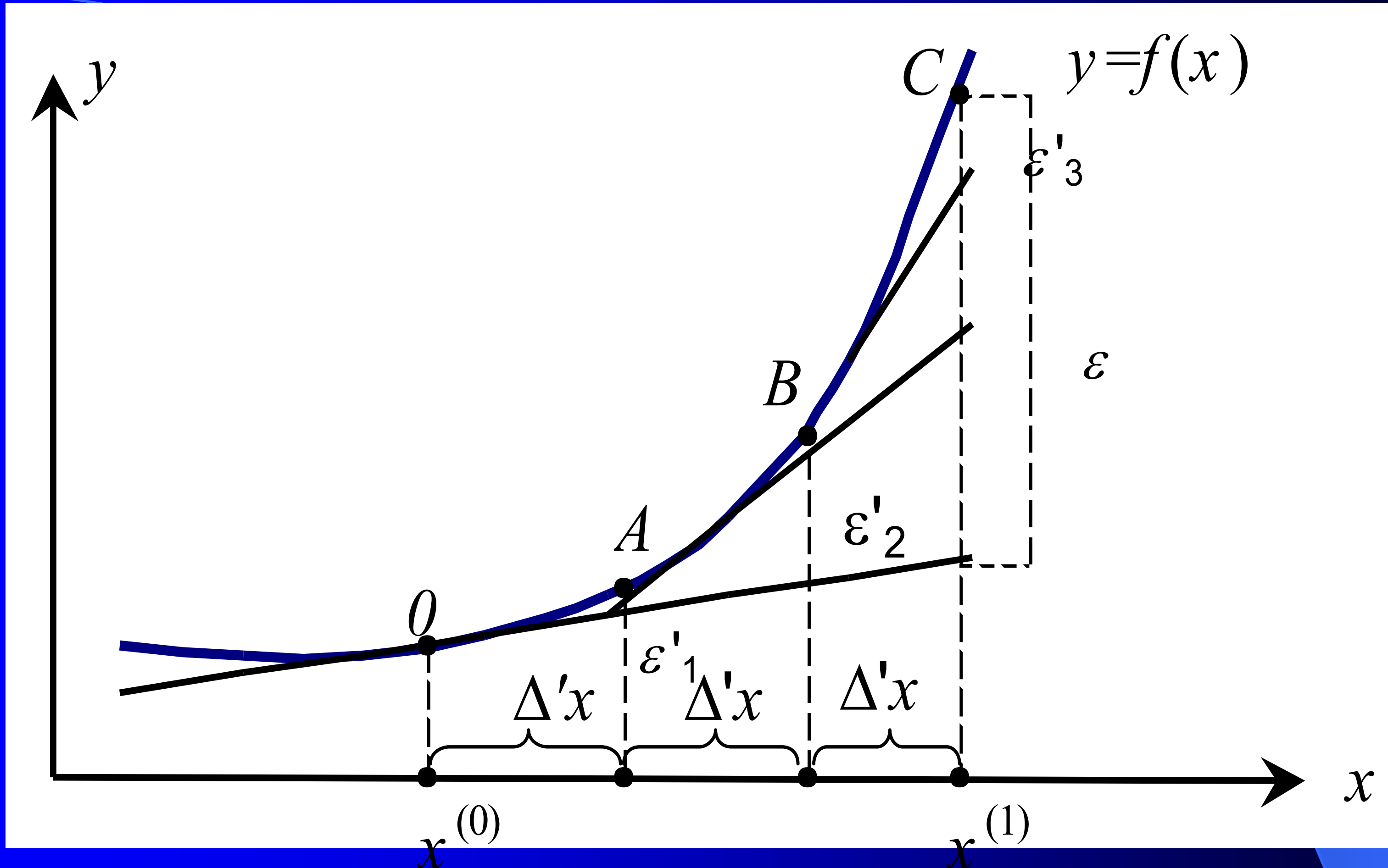
Приращение функции на отрезке *OA* . на отрезке *BC*

Общее приращение функции:

$$\Delta' y_{\mathrm{BC}} = f'_{\mathrm{B}}(x)\Delta' x$$

$$\Delta y = \Delta' y_{\mathrm{OA}} + \Delta' y_{\mathrm{AB}} + \Delta' y_{\mathrm{BC}}$$

$$\Delta y = \Delta' x \sum_{i=1}^{n} f'(x)_i$$



— Влияние фактора *x* на результативный признак *y*

Как видно из рисунка, общая ошибка (ε), полученная при использовании метода дифференциальных исчислений значительно больше суммы ошибок ($\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$).

Рассмотрим общий случай метода дробления приращений факторов:

$$y = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m)$$

$$x_i^{(0)} \le x_i \le x_i^{(1)}$$

$$\Delta^{'} x_1, \ldots, \Delta^{'} x_i, \ldots, \Delta^{'} x_m$$

$$\Delta x_1, \ldots, \Delta x_i, \ldots, \Delta x_m$$

Общие приращения факторов разделим на *n* отрезков. Получим ряд значений .

Значения переменных факторов можно представить в виде матрицы

$$\begin{vmatrix} x_{1i}, \ldots, x_{1j}, \ldots, x_{1n} \\ x_{2i}, \ldots, x_{2j}, \ldots, x_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{ii}, \ldots, x_{ij}, \ldots, x_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{mi}, \ldots, x_{mj}, \ldots, x_{mn} \end{vmatrix}$$

$$x_{i1} = x_i^{(0)} + \Delta^{'} x_i$$

$$\Delta y_{ij} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)_j \Delta^{'} x_i$$

Элементы матрицы рассчитывались по формулам

Рассчитаем элементы матрицы приращений результативного показателя *y* за счет фактора x_i в *j*–е промежутки времени

Получим матрицу

$$\begin{vmatrix} y_{1i}, \ldots, y_{1j}, \ldots, y_{1n} \\ y_{2i}, \ldots, y_{2j}, \ldots, y_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{ii}, \ldots, y_{ij}, \ldots, y_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{mi}, \ldots, y_{mj}, \ldots, y_{mn} \end{vmatrix}$$

Приращение функции за счет фактора *i* может быть определено по формуле

$$\Delta y_{x_i} = \sum_{j=1}^{n} \Delta y_{ij}$$

Интегральный метод

Как было показано выше, дробление приращений факторов значительно повышает точность расчетов. Приращение результативного показателя за счет фактора x_i определялось как сумма произведений частных производных анализируемой функции на длину элементарного отрезка

$$\Delta y_{x_i} = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)_j \Delta' x_i$$

$$(n \to \infty)$$

Вполне очевидно, что максимальная точность расчетов будет соответствовать предельному случаю , т.е. в том случае, если для определения приращения функции будет использовано интегрирование.

Так, для функции $y = f(x_1, x_2)$

$$\Delta y_{x_1} = \lim_{n\to\infty} \sum_{j=0}^{n} f'_{x_1}\left(x_1^{(0)} + j\cdot\Delta' x_1,\ x_2^{(0)} + j\cdot\Delta' x_2\right)\Delta' x_1 = \int_{x_1^{(0)}}^{x_1^{(1)}} f' x_1 dx_1$$

$$\Delta y_{x_2} = \lim_{n\to\infty} \sum_{j=0}^{n} f'_{x_2}\left(x_1^{(0)} + j\cdot\Delta' x_1,\ x_2^{(0)} + j\cdot\Delta' x_2\right)\Delta' x_2 = \int_{x_2^{(0)}}^{x_2^{(1)}} f' x_2 dx_2$$

Интегральный метод используется для наиболее сложных с точки зрения факторного анализа мультипликативных, кратных и смешанных моделей.

Вид подынтегрального выражения зависит от количества факторов и структуры факторной модели. Вычисление определенного интеграла для различных подынтегральных функций требует применения ЭВМ.

Логарифмический метод

Анализ рассмотренных выше методов факторного анализа показывает, что определение степени влияния факторов упрощается, если уже в самой модели воздействие факторных показателей на результативный разделено.

Этому требованию удовлетворяют аддитивные модели, в которых факторы изменяются независимо один от другого. В мультипликативных моделях разделить влияние каждого фактора становится сложнее, потому что факторы оказывают взаимосвязанное воздействие и от этого взаимодействия получаются дополнительные изменения результативного показателя.

Логарифмирование позволяет превратить мультипликативную или кратную модель в аддитивную и этим упростить процедуру разделения влияния каждого фактора.

Сущность метода рассмотрим на примере мультипликативной модели:

$$y = x_1, x_2;$$
$$x_1^{(0)} \le x_1 \le x_1^{(1)};$$
$$x_2^{(0)} \le x_2 \le x_2^{(1)}.$$

Прологарифмируем факторную модель

$$lgy = lgx_1 + lgx_2$$

Определим приращение логарифма результативного показат

$$\Delta lg\ y = \Delta lg\ x_1 + \Delta lg\ x_2$$

$$\lg y = \left(\lg x_1^{(1)} - \lg x_1^{(0)}\right) + \left(\lg x_2^{(1)} - \lg x_2\right.$$

$$\Delta \lg y = \lg y^{(1)} - \lg y^{(0)} = \lg \frac{y^{(1)}}{y^{(0)}}$$

$$\lg \frac{y^{(1)}}{y^{(0)}} = \lg \frac{x_1^{(1)}}{x_1^{(0)}} + \lg \frac{x_2^{(1)}}{x_2^{(0)}}$$

Умножим обе части уравнения на Δy и разделим на

$$lg\frac{y^{(1)}}{y^{(0)}}$$

$$\Delta y = \frac{\Delta y\, lg\dfrac{x_1^{(1)}}{x_1^{(0)}}}{lg\dfrac{y^{(1)}}{y^{(0)}}} + \frac{\Delta y\, lg\dfrac{x_2^{(1)}}{x_2^{(0)}}}{lg\dfrac{y^{(1)}}{y^{(0)}}}$$

Обозначим

$$k = \frac{\Delta y}{\lg \dfrac{y^{(1)}}{y^{(0)}}}$$

$$\Delta y = k \lg \frac{x_1^{(1)}}{x_1^{(0)}} + k \lg \frac{x_2^{(1)}}{x_2^{(0)}}$$

$$\Delta y = \Delta y_{x_1} + \Delta y_{x_2}$$

Метод цепных подстановок

Этот метод может применяться для факторного анализа всех видов детерминированных моделей (аддитивных, мультипликативных, кратных и смешанных), однако, результаты анализа зависят от последовательности подстановки факторов.

Суть метода рассмотрим на двухфакторной модели

$$y = f(x_1, x_2);$$
$$x_1^{(0)} \le x_1 \le x_1^{(1)};$$
$$x_2^{(0)} \le x_2 \le x_2^{(1)}.$$

Общее приращение результативного показателя не зависит от применяемого метода анализа

$$\Delta y = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)$$

В результате первой подстановки определяется степень влияния фактора x_1. Для этого определяется приращение функции при условии, что фактор x_1 увеличил свое значение от величины до величины

$$\Delta y_{x_1} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)$$

Для определения степени влияния фактора x_2 увеличивается его значение в пределах от до . При этом учитывается, что функция уже увеличилась за счет изменения фактора x_1

$$\Delta y_{x_2} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}\right)$$

Общий случай использования метода цепных подстановок:

$$y = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m)$$

$$x_i^{(0)} \le x_i \le x_i^{(1)}$$

$$\Delta y_{x_1} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, \ldots, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right)$$

$$\Delta y_{x_2} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(0)} \ldots, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right) - f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right)$$

$$\Delta y_{x_i} = f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_i^{(1)}, x_{i+1}^{(0)} \ldots, x_m^{(0)}\right) - f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_{i-1}^{(1)}, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right)$$

$$\Delta y_{x_m} = f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_i^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_i^{(1)}, \ldots, x_{m+1}^{(1)}, x_m^{(0)}\right)$$

$$k_{x_i} = \frac{\Delta y_{x_i}}{\Delta y}$$

$$\Delta y = f\left(x_1^{(1)}, \ldots, x_i^{(1)}, \ldots, x_m^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, \ldots, x_i^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)}\right)$$

Метод дробления приращений факторов

При изложении метода дифференциальных исчислений было показано, что при факторном анализе нелинейных моделей с существенными приращениями факторов появляются значительные ошибки в оценке степени влияния факторов.

Метод дробления приращений факторов является дальнейшим развитием метода дифференциальных исчислений, при котором приращение факторных признаков дробится на достаточно малые отрезки с таким условием, чтобы суммарная ошибка не влияла на точность экономических расчетов.

$$y = f(x)$$

$$x^{(0)} \le x \le x^{(1)}$$

$$\Delta x = x^{(1)} - x^{(0)}$$

Рассмотрим случай влияния фактора x на результативный признак y
Разделим приращение Δx на n отрезков. Тогда длина отрезка равна

$$\Delta' x = \frac{\Delta x}{n} = \frac{x^{(1)} - x^{(0)}}{n}$$

$$\Delta' y_{\mathrm{OA}} = f'_{\mathrm{O}}(x)\Delta' x$$

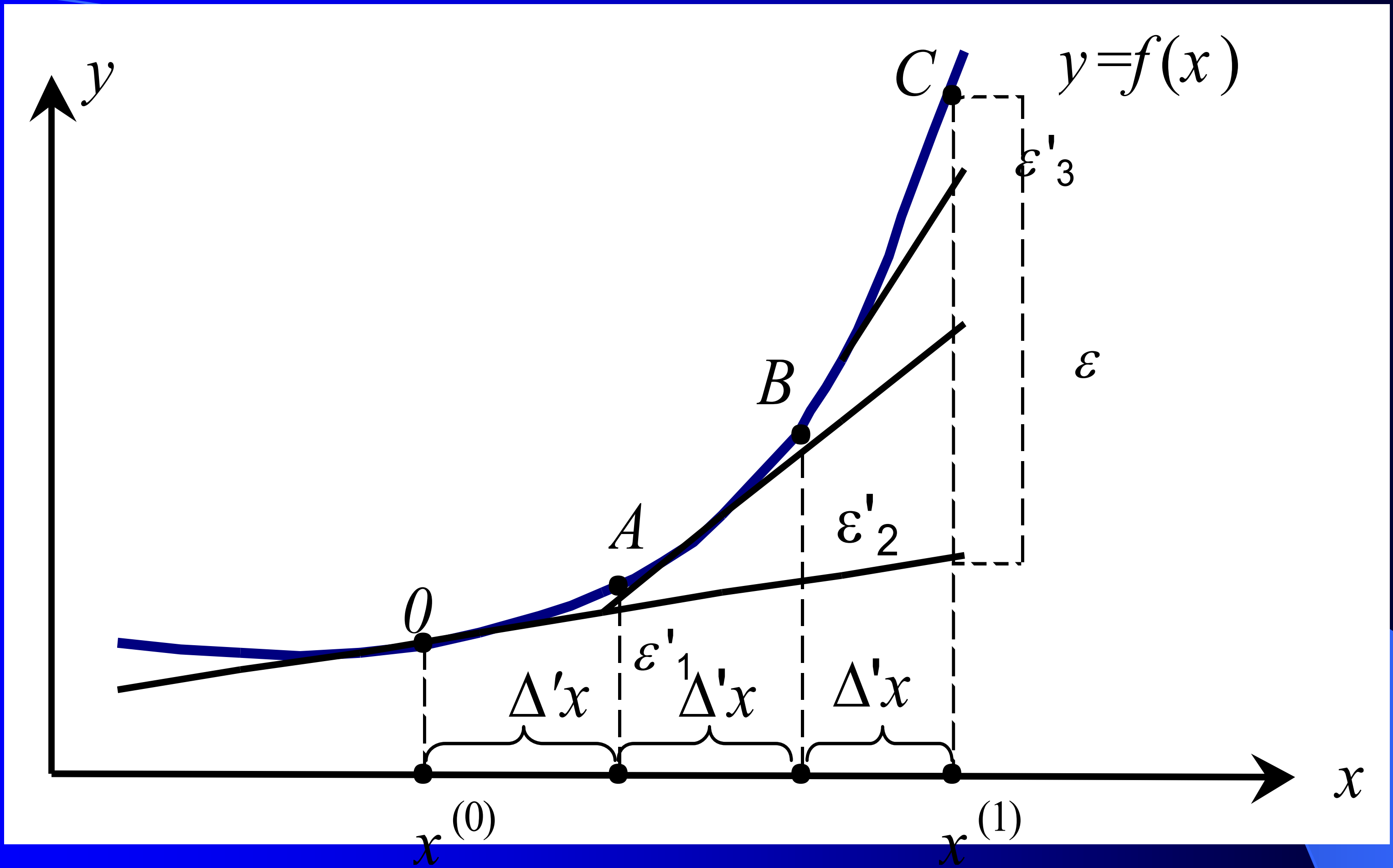
Приращение функции на отрезке OA . на отрезке BC

$$\Delta' y_{\mathrm{BC}} = f'_{\mathrm{B}}(x)\Delta' x$$

Общее приращение функции:

$$\Delta y = \Delta' y_{\mathrm{OA}} + \Delta' y_{\mathrm{AB}} + \Delta' y_{\mathrm{BC}}$$

$$\Delta y = \Delta' x \sum_{i=1}^{n} f'(x)_i$$



— Влияние фактора *x* на результативный признак *y*

Как видно из рисунка, общая ошибка (ε), полученная при использовании метода дифференциальных исчислений значительно больше суммы ошибок ($\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$).

Рассмотрим общий случай метода дробления приращений факторов:

$$y = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m)$$

$$x_i^{(0)} \le x_i \le x_i^{(1)}$$

$$\Delta' x_1, \ldots, \Delta' x_i, \ldots, \Delta' x_m$$

$$\Delta x_1, \ldots, \Delta x_i, \ldots, \Delta x_m$$

Общие приращения факторов разделим на n отрезков. Получим ряд значений .

Значения переменных факторов можно представить в виде матрицы

$$\begin{vmatrix} x_{1i}, \ldots, x_{1j}, \ldots, x_{1n} \\ x_{2i}, \ldots, x_{2j}, \ldots, x_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{ii}, \ldots, x_{ij}, \ldots, x_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{mi}, \ldots, x_{mj}, \ldots, x_{mn} \end{vmatrix}$$

$$x_{i1} = x_i^{(0)} + \Delta' x_i$$

$$\Delta y_{ij} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)_j \Delta' x_i$$

Элементы матрицы рассчитывались по формулам

Рассчитаем элементы матрицы приращений результативного показателя y за счет фактора x_i в j–е промежутки времени

Получим матрицу

$$\begin{vmatrix} y_{1i},\ldots,y_{1j},\ldots,y_{1n} \\ y_{2i},\ldots,y_{2j},\ldots,y_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{ii},\ldots,y_{ij},\ldots,y_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_{mi},\ldots,y_{mj},\ldots,y_{mn} \end{vmatrix}$$

Приращение функции за счет фактора *i* может быть определено по формуле

$$\Delta y_{x_i} = \sum_{j=1}^{n} \Delta y_{ij}$$

Метод взвешенных конечных разностей

Этот метод в некоторой степени устраняет недостатки метода цепных постановок. В связи с тем, что степень влияния факторов зависит от последовательности их подстановки, при использовании метода взвешенных конечных разностей величина влияния каждого фактора устанавливается при различной последовательности подстановки, после чего определяются средние значения степени влияния.

Этот метод применяется при небольшом числе факторных показателей, потому что необходимо учитывать все варианты подстановок, количество которых быстро растет с увеличением числа влияющих факторов

$$y = f\left(x_1, x_2\right);$$
$$x_1^{(0)} \le x_1 \le x_1^{(1)};$$
$$x_2^{(0)} \le x_2 \le x_2^{(1)}.$$

I последовательность подстановки (первым оценивается изменение фактора x_1, а затем — x_2

$$\Delta y^{I}_{x_1} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right)$$

$$\Delta y^{I}_{x_2} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}\right)$$

II последовательность подстановки (первым оценивается изменение фактора x_2, а затем — x_1

$$\Delta y_{x_1}^{II} = f\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(1)}\right.$$

$$\Delta y_{x_2}^{II} = f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(1)}\right) - f\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right.$$

Среднее значение величины влияния:фактора x_1 фактора x_2 .

$$\Delta \bar{y}_{x_2} = \frac{\Delta y_{x_2}^{I} + \Delta y_{x_2}^{II}}{2} \quad x_1 = \frac{\Delta y_{x_1}^{I} + \Delta y_{x_1}^{II}}{2}$$