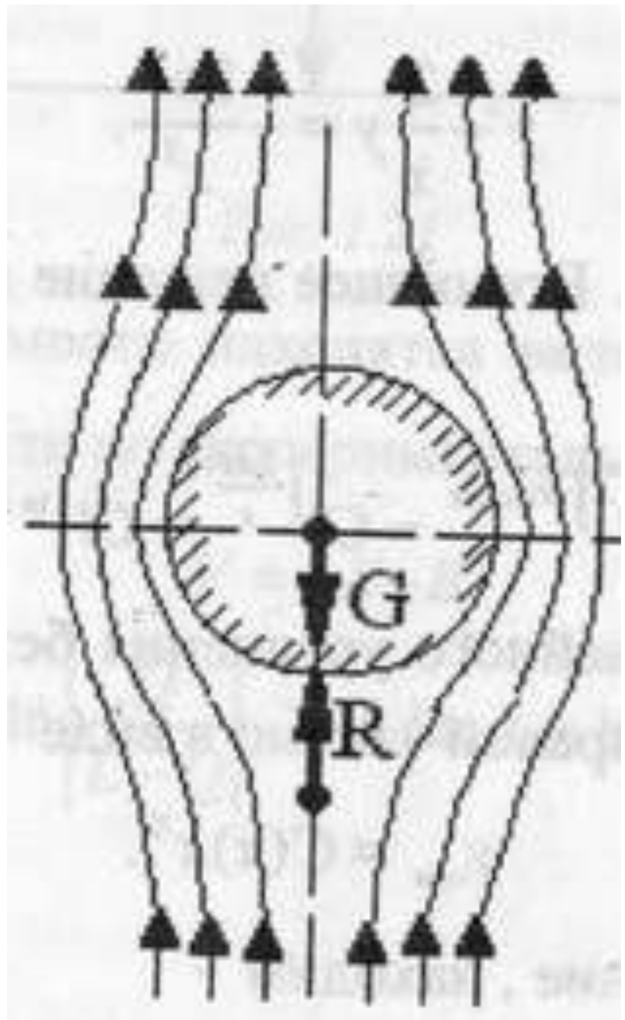
Примеры, решение которых связано с составлением дифференциальных уравнений второго порядка

Пример 23.

В вертикальной трубе-сушилке на частицу влажного измельченного материала (торф, уголь и др.) действуют силы тяжести и сопротивления, который оказывает пневмопоток. Рассмотрим задачу движения материала в потоке газа в сушилке



Решение.

Движение частицы против выходящего потока газов определяется разностью сил G-R, где C, = mg — сила тяжести

R- сопротивление среды, пропорциональное. допустим, скорости частицы

Это допущение справедливо когда размеры частицы малы и скорость движения сравнительно невелика. В этом случае

$$G - R = mg - kv,$$

-где k- коэффициент пропорциональности.

По второму закону Ньютона произведение массы частицы на ускорение ее движения равно равнодействующей всех сил. действующих на частицу, т.е.

$$ma = G - R \rightarrow m\frac{d^2y}{dt^2} = mk\frac{dy}{dt} + mvk^2\frac{P(x)}{P_0}$$

(а — ускорение частицы).
Преобразуем последнее уравнение к виду

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}\frac{dx}{dt} = g \quad \left(v = \frac{dx}{dt}\right).$$

Дифференциальное уравнение относится к типу линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами

Общее решение

$$x = x_{оло} + x^{*},$$

$$x_{оло} = c_1 + c_2 \exp(-\frac{k}{m}t)$$

Где — общее решение однородного уравнения;

$x^{*} = g\frac{m}{k}t$ — частное решение, определяемое характером правой части;

C1, C2 — постоянные интегрирования находятся на основе начальных условий, определяемых содержанием рассматриваемой задачи

$$v(0) = 0 \text{ и } x(0) = 0:$$

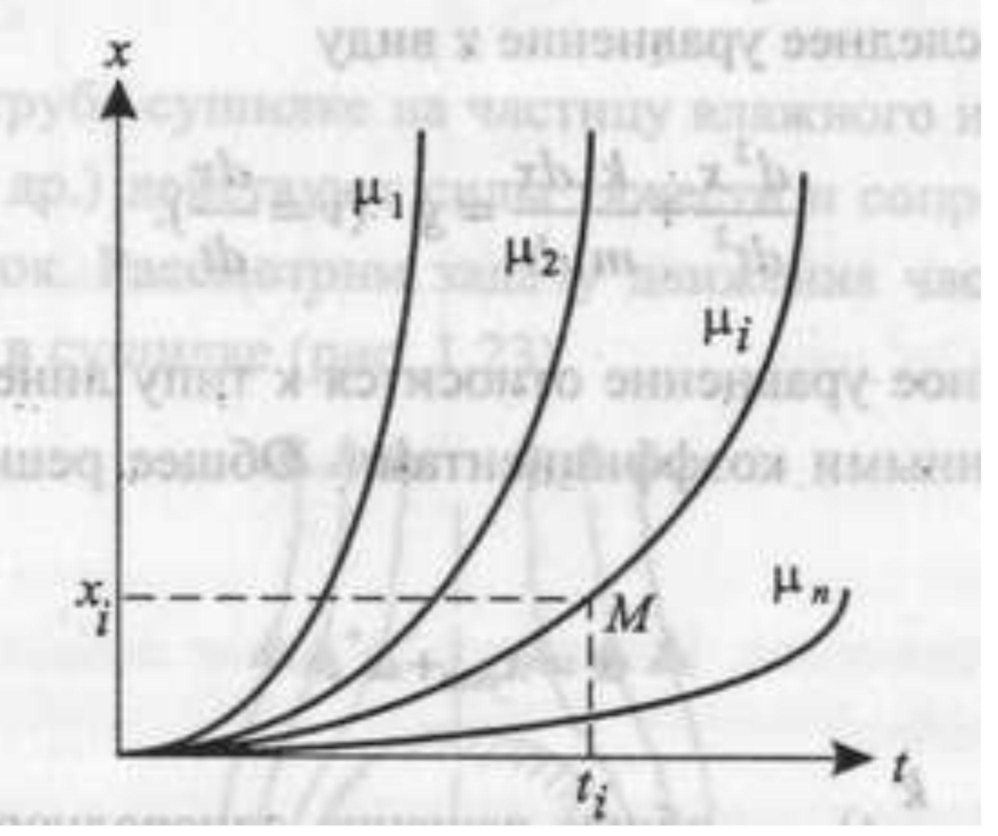
$$C_1 = g\frac{m^2}{k^2}; \quad C_2 = -g\frac{m^2}{k^2}.$$

Частное решение уравнения определяется начальными условиями и имеет вид

$$x = g\frac{m}{k}\left(\frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{m}{k} + t\right).$$

Для определения константы k в формуле достаточно иметь одну опытную точку (t_i x_i).

Следует иметь в виду, что подобная постановка задачи применима при обосновании метода определения вязкости жидкости (R_i <<2.10^3).
Для это пробирку с определенными размерами, заполненную исследуемой жидкость опускается шарик заданного размера. По времени прохождения шариком данного расстояния в плоскости x, t из семейства кривых x(t), рассчитанных формуле (2), выбирается график, определяющий значение вязкости исследуемой жидкости



Следует отметить, что в случае рассмотрения равновесия сил движущегося тела, балансов тепла, импульсов имеем в задаче дифференциальные уравнения второго или более порядков.

Пример 24.

Рассматривается ленточный пресс с возвратно-поступательным движением штемпеля. При отходе штемпеля назад в камере пресса образуется сводное пространство, которое с конечной скоростью заполняется (свободно или вынужденно) сыпучим (несвязным) прессуемым материалом (торф, уголь, кокс, опилки, сланцы и пр.). Можно допустить, что при заполнении пресса связный прессуемый материал ведет себя подобно потоку жидкости.

Решение.
Выделим в объеме прессуемого материала элементарный объем. На этот элемент ΔV действуют силы тяжести mg и сопротивления движению R. В отличие от предыдущей задачи можно принять сопротивление движению частицы ΔV в прессе пропорциональным квадрату скорости (немалые размеры движущегося тела и большая скорость движения, так как канал пресса открывается штемпелем на очень короткое время). Следовательно, уравнение движения сыпучего материала в пресс имеет вид

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mg - kv^2 \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = g - \frac{k}{m}v^2,$$

где k — коэффициент пропорциональности

В качестве начальных условий примем x(t= 0) = 0. v(t = 0) =0. Дифференциальное уравнение решаем введением новой переменной

$$v = \frac{dy}{dt}:$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2.$$

Уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dv}{v^2 - b^2} = -a\,dt,$$

где

$$a = \frac{k}{m}, \quad b^2 = \frac{mg}{k}.$$

Интегрируя, находим уравнение первого порядка

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{b\left[1 + C_1 \exp(-2abt)\right]}{\left[1 - C_1 \exp(-2abt)\right]}.$$

Разделив переменные в уравнении и проинтегрировав, найдем

$$y = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{\left[C_1 \exp(-2abt) - 1\right]^2}{C_2 \exp(-2abt)} \right|.$$

Постоянные C_1, C_2 находим в соответствии с начальными условиями:
С, = -1, С2 = 4.

Частное решение имеет вид

$$y=\frac{m}{2k}\ln\left|\frac{\left[\exp\left(-2\sqrt{\frac{kg}{m}}t\right)+1\right]^2}{4\exp\left(-2\sqrt{\frac{kg}{m}}t\right)}\right|.$$

Исследование решения показывает, что

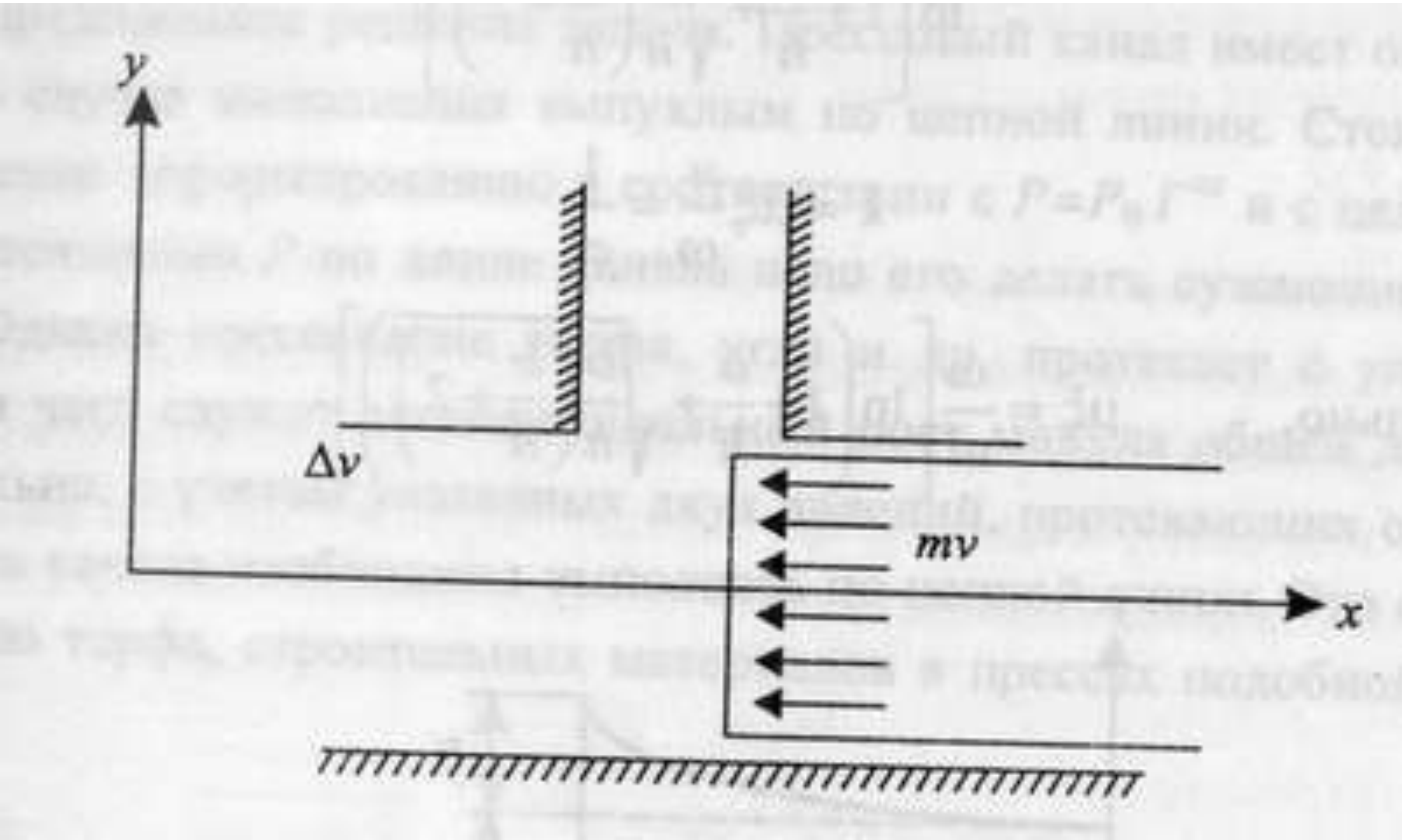
$$y'_t=b\left(\frac{1-\exp(-2abt)}{1+\exp(-2abt)}\right)\geq 0,\quad y'_t=0 \text{ при } t=0,$$

$$y''_{tt}=\frac{4ab^2\exp(-2abt)}{[1+\exp(-2abt)]^2}>0.$$

Это значит, что при t = 0 функция имеет минимум.
При (t > 0 функция возрастающая, график ее выпуклый вниз. Скорость увеличения у при изменении растет, но неограниченно, как это наблюдалось в предыдущей задаче.

Пример 25.

В ленточных брикетных прессах давление создается за счет сопротивления деформируемого материала. Прессуемый материал, сжимаясь, создает реакцию бокового распора, эта реакция брикетной ленты определяет давление прессования.



Решение.

При рабочем движении штемпеля пресса создается импульс силы (количество движения) прессования mv = I. От действия импульса силы прессования возникает реакция расплющивания прессуемого материала, препятствием чему будет служить сопротивление среды:

$$mv = m\frac{dx}{dt} = mk\frac{dy}{dt} = f,$$

где $k = \mu\xi$ — сопротивление среды;

μ — коэффициент трения,

ξ — коэффициент бокового давления.

Движущей силой процесса прессования в направлении ОУ можно принять

$$F = mvk^2 \frac{P(x)}{P_0}, \text{ где } P(x) = P_0 e^{-kx}.$$

Равнодействующая сила, по закону Ньютона R = f + F:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mk\frac{dy}{dt} + mvk^2\frac{P(x)}{P_0}.$$

От переменной t переходим к переменной x считая v=const (для элементарного

акта процесса) при $t = \frac{x}{v}$.

Тогда уравнение преобразуется к виду $$mv\frac{d^2y}{dx^2} - mvk\frac{dy}{dx} = mvk^2\frac{P(x)}{P_0}$$

или $$\frac{d^2y}{dx^2} - k\frac{dy}{dx} = k^2\frac{P(x)}{P_0} = k^2 l^{-kx}.$$

Решением уравнения является гиперболический косинус

$$y = chkx = \frac{1}{2}(l^{kx} + l^{-kx}),$$

что легко проверить подстановкой.

С учетом дополнительных условий оптимальный профиль прессового канала определяется уравнением цепной линии гиперболического косинуса)

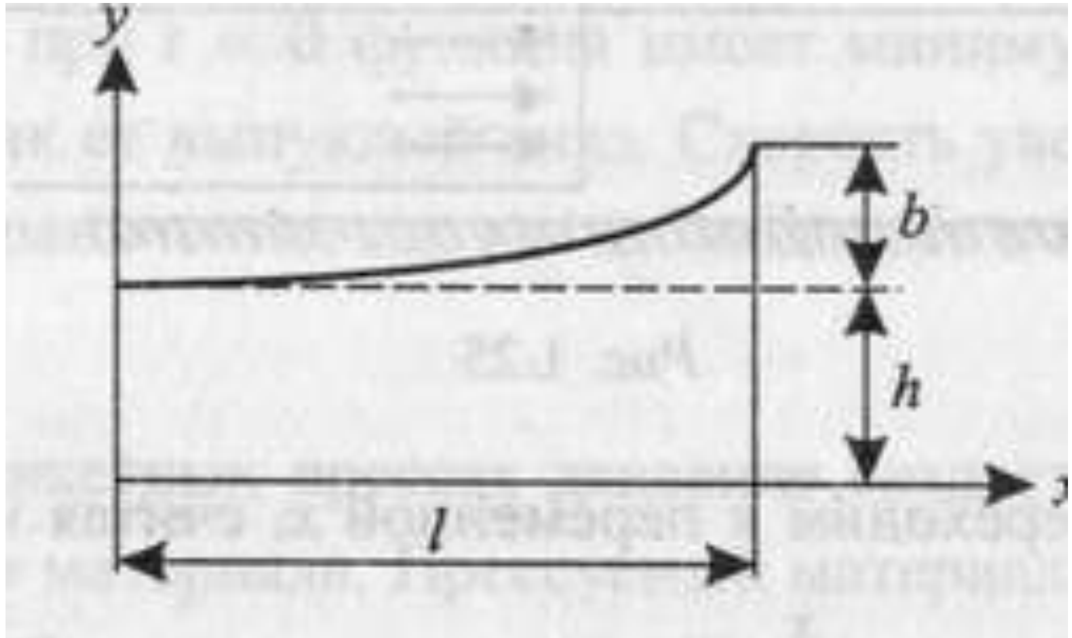
$$y = \frac{h}{2}\left[\exp(\frac{x}{lc}) + \exp(-\frac{x}{lc})\right],$$

$$c = \frac{1}{\ln\left[1 + \frac{b}{h} + \sqrt{\frac{b}{h}\left(\frac{b}{h} + 2\right)}\right]},$$

оттуда $k = \mu\xi\frac{u}{\omega} = \frac{1}{cl}$

следовательно

$$\mu\xi = \frac{\omega}{ul}\left[\ln\left(1 + \frac{b}{h} + \sqrt{\frac{b}{h}\left(\frac{b}{h} + 2\right)}\right)\right].$$



Высокая сходимость расчетных значений с экспериментальными (для 12 %, =
0,04 $\mu\xi$ $w = 12\ \%$, $\mu\xi_{экс} = 0{,}045$, а $\mu\xi_{расч} = 0{,}049$ ет о
правильности теоретических предпосылок решения задачи. Прессовый канал имеет оптимальный профиль в случае выполнения выпуклым по цепной линии. Стенки создают сопротивление деформированию в соответствии с

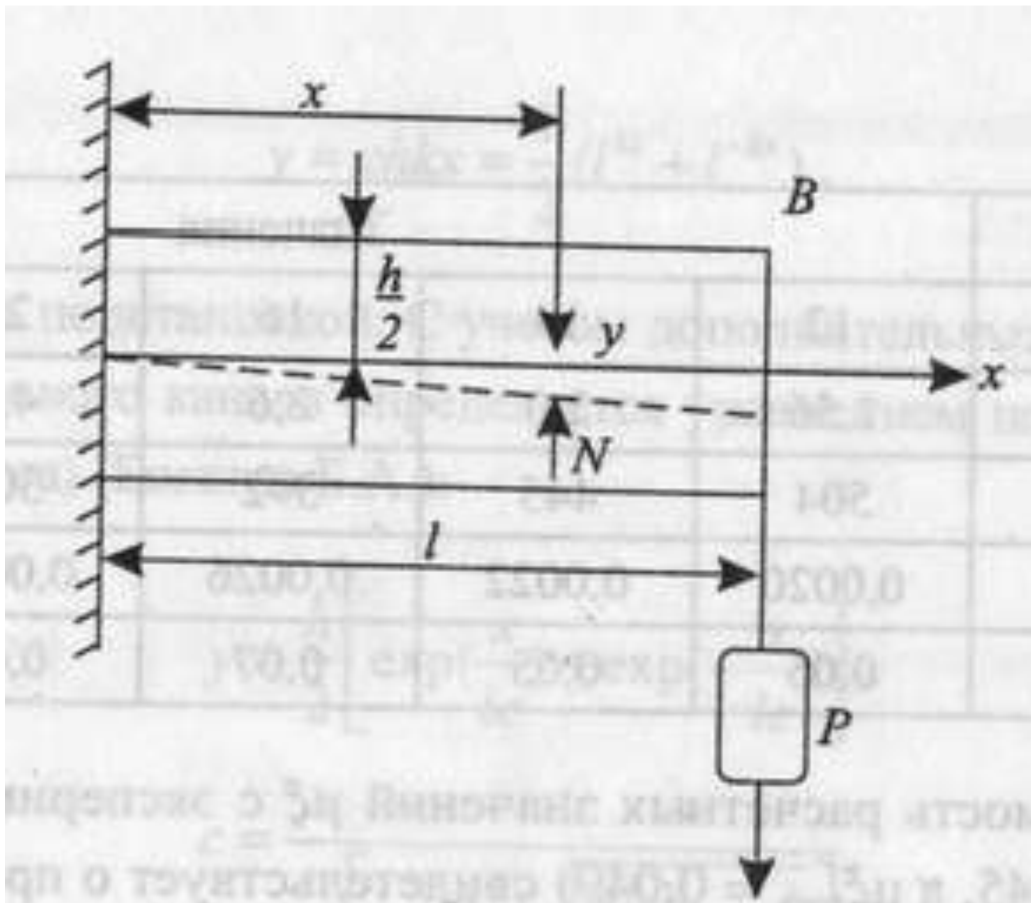
$$P=P_0\, l^{-kx}$$

и с целью поддержания постоянным P по длине канала надо его делать сужающимся по экспоненте. Однако прессование торфа, угля и др. протекает с упрочнением, служит экспоненциальный рост модуля общей деформации. Следовательно, учетом указанных двух явлений, протекающих одновременно профиль канала необходимо выполнять по цепной линии. Это относится к формованию торфа, строительных материалов в прессах подобной конструкции.

Пример 26.

Практически важной является распространенная задача определения изгиба консольной балки, находящейся под действием сосредоточенной силы Р.

Найти уравнение упругой линии (кривой изгиба) и определить ветчину прогиба конца балки с модулем упругости Е и моментом инерции J.



Решение.

Изгибающий момент M для сечения с центром в точке N (X, y) равен моменту силы P относительно точки N. взятому со знаком плюс, то есть M=P(l-x).

Как следует из курса сопротивления материалов, радиус кривизны упругой линии балок любого сечения находится по формуле

$$R = \frac{EJ}{M},$$

где

$$R = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}.$$

Обычно в технических сооружениях изгибы балок любой точке угловой коэффициент касательной к упругой линии мало отличается от нуля и поэтому в задачах по анализу упругого прогиба величиной пренебрегают. Следовательно, имеем

$$y'' = \frac{M(x)}{EJ} = \frac{P(l-x)}{EJ}.$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка, решаемое последовательным двукратным интегрированием

$$\int y''dx = \int \frac{P}{EJ}(l-x)dx \Rightarrow y' = -\frac{P}{EJ}\frac{(l-x)^2}{2} + C_1$$

И далее

$$\int y'dx = \int -\frac{P}{EJ}\frac{(l-x)^2}{2}dx + \int C_1 dx \Rightarrow y = \frac{P}{6EJ}(l-x)^3 + C_1 x + C_2.$$

Постоянные интегрирования C1 и C2 находим из начальных условий

$$y(0)=0,\ \frac{dy}{dx}(0)=0: \qquad C_1=\frac{P}{EJ}\frac{l^2}{2} \text{ и } C_2=-\frac{P}{EJ}\frac{l^3}{6}.$$

Частное решение уравнения упругой линии имеет вид

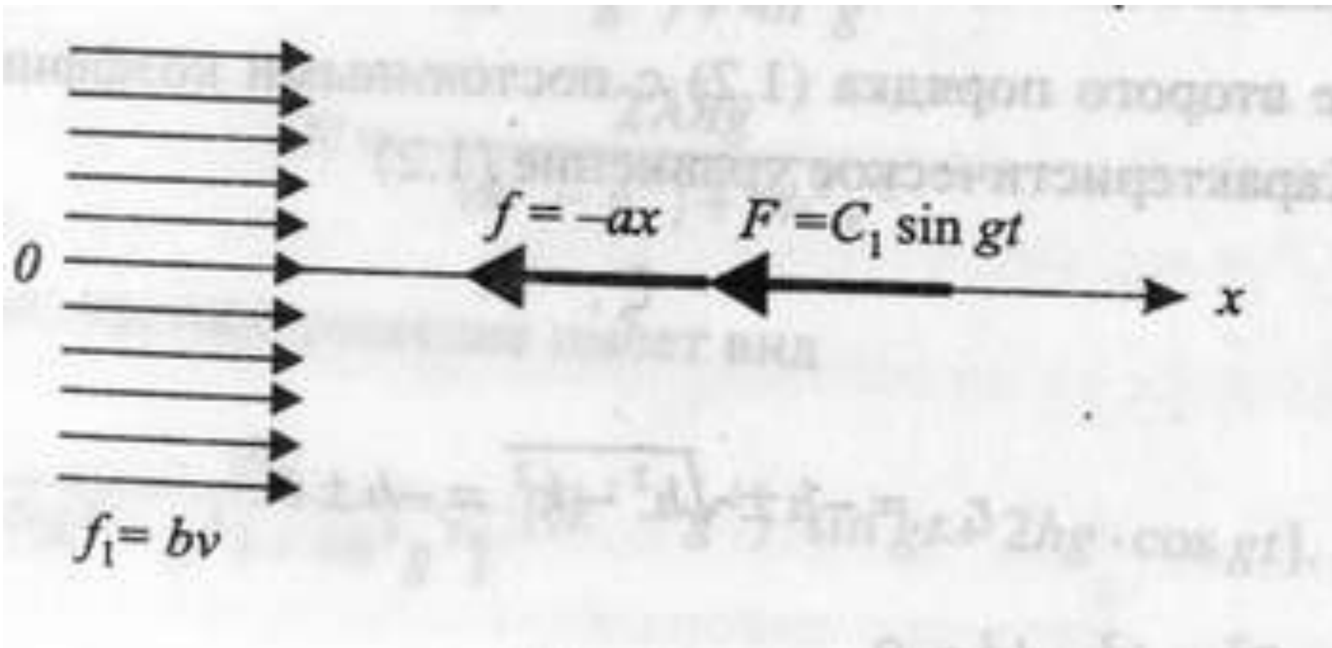
$$y=\frac{P}{2EJ}\left(lx^2-\frac{x^3}{6}\right).$$

Зная уравнение упругой линии, можно определить прогиб балки в любой точке в частности, на конце балки при x=l

$$h=\frac{P}{2EJ}\left(l^3-\frac{l^3}{3}\right)=\frac{P}{3EJ}l^3.$$

Пример 27.

Требуется определить закон движения рабочего органа машины под влиянием восстанавливающей силы f=-ax, пропорциональной удалению от центра илы сопротивления, пропорциональной скорости v движения рабочего органа в условиях действия вынужденной силы F=C sin(gt) (рис.. Задача имеет место в работе экскаваторов, пробоотборников и др.



Решение.
Если рабочий орган имеет размеры очень малые по сравнению с деформируемой средой, но имеет массу m, то в этом случае принято полагать такое тело при составлении математического описания материальной точкой. Составим баланс действующих на материальную точку сил.
Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна $R = F + f - f_1$,
На основании второго закона динамики получим уравнение движения рабочего органа

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = R = C_1 \sin gt - ax - bv \qquad v = \frac{dx}{dt};$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + ax = C_1 \sin gt,$$

где a — коэффициент восстановления (например, жесткость пружины
— коэффициент сопротивления вязкой среды (например, сопротивление грунта внедрению рабочего органа машины).

Уравнение перепишем в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2h\frac{dx}{dt}+k^2x=A\sin gt,$$

$$2h=\frac{b}{m},\ k^2=\frac{a}{m},\ A=\frac{C_1}{m}.$$

h^2- к^2 >0 — случай большого сопротивление сравнению с сравнению с силами восстановления.
Уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами не однородное.

Характеристическое уравнение

откуда

$$r_{1,2}=-h\pm\sqrt{h^2-k^2}=-h\pm P,$$

где обозначено

$$P^2=h^2-k^2>0..$$

Общее решение уравнения при правой части, равной нулю:

$$x_{оэо} = C_1 l^{-(h+p)t} + C_2 l^{(-h+p)t},$$

Где $-(h+p) \leq (-h+p) < 0.$

Частное решение уравнения имеем в виде $x^* = M \sin gt + N \cos gt$.

Коэффициенты M и N находим из условия удовлетворения x неоднородному уравнению

$$x^{*\prime} = Mg \cos gt - Ng \sin gt;$$

$$x^{*\prime\prime} = -Mg^2 \sin gt - Ng^2 \cos gt.$$

Следовательно,

$$-Mg^2 \sin gt - Ng^2 \cos gt + 2hMg \cos gt - 2hNg \sin gt +$$
$$+k^2 M \sin gt + k^2 N \cos gt = A \sin gt.$$

Откуда для определения M и N имеем систему

$$\begin{cases} M(k^2 - g^2) - N2hg = A; \\ M2hg + N(k^2 - g^2) = 0. \end{cases}$$

Откуда

$$M = \frac{A(k^2 - g^2)}{(k^2 - g^2) + 4h^2 g^2},$$

$$N = -\frac{2Ahg}{(k^2 - g^2) + 4h^2 g^2}.$$

Следовательно, частное решение имеет вид

$$x^* = \frac{A}{[(k^2 - g^2) + 4h^2 g^2]} \cdot [(k^2 - g^2) \cdot \sin gt - 2hg \cdot \cos gt].$$

Обозначим

$$k^2 - g^2 = B \cdot \cos\varphi \text{ и } -2hg = B \cdot \sin\varphi.$$

Тогда

$$\text{B} = \sqrt{(k^2 - g^2) + (2hg)^2}, \quad \text{tg}\,\varphi = -\frac{2hg}{k^2 - g^2},$$

С указанными обозначениями частное решение уравнения преобразуется к виду

решение уравнения

$$x^* = \frac{A}{\sqrt{(k^2 - g^2) + 4h^2 g^2}} \cdot \sin\left[gt + \text{arctg}\left(\frac{2hg}{g^2 - h^2}\right)\right].$$

В окончательном виде решение уравнения

$$x = C_1 e^{-(h+p)t} + C_2 e^{(-h+p)t} + \frac{A}{\sqrt{(k^2 - g^2)^2 + 4h^2 g^2}} \cdot \sin\left[gt + \operatorname{arctg}\left(\frac{2hg}{g^2 - h^2} \right) \right].$$

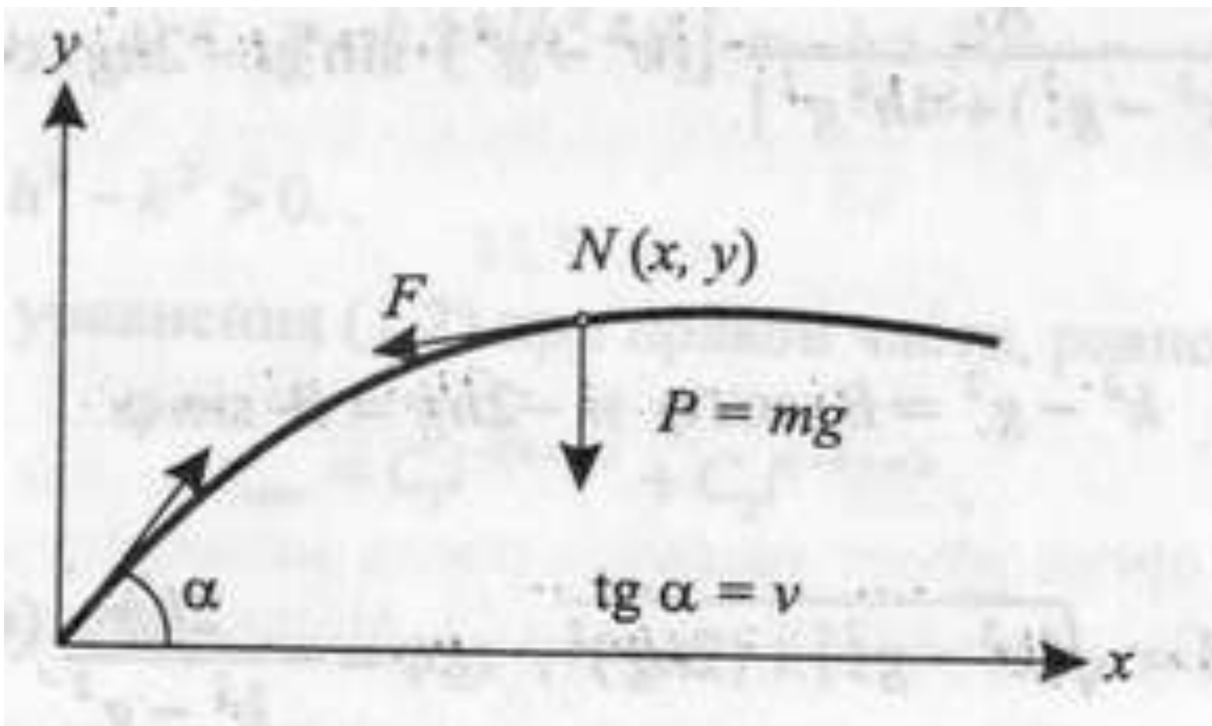
Постоянные интегрирования C_1,C_2 находятся из начальных условий.

Следует заметить, решение уравнения заметно упрощается, если сила восстановления равна нулю (или пренебрежимо мала по сравнению с силой противления).

Пример 29.

О траектории движения частицы грунта, брошенной под углом к горизонту.

Рассматриваем задачу, когда частица брошена под углом α к горизонту движется в среде, сопротивление которой пропорционально скорости v. Подобная задача возникает при исследовании движения измельченной породы при разработке дисковыми, роторными, шнековыми фрезами



Решение.

В любой точке N (x, y) траектория на частицу (материальную) действуют силы: тяжести P = mg и сопротивления среды F = kv. Составляющие равнодействующей силы R (x,y) по осям координат равны

$$\begin{cases} X = P_x + F_x; \\ Y = P_y + F_y. \end{cases}$$

где

$$\vec{P}\ \{P_x P_y\},\ \vec{F}\ \{F_x F_y\},\ P_x = P\cos(\vec{P}, \vec{X}),\ \cos(\vec{P}, \vec{X}) = 0$$

$$F_x = F\cos(\vec{F}, \vec{X}),\ P_y = P\cos(\vec{P}, \vec{Y}) = P,\ F_y = F\cos(\vec{F}, \vec{Y}),$$

$$\cos(\vec{F}, \vec{X}) = -\frac{dx}{ds},\ \cos(\vec{F}, \vec{Y}) = -\frac{dy}{ds}.$$

Следовательно, систему уравнений можно переписать в вид

$$\begin{cases} X = -kv\dfrac{dx}{ds}; \\ Y = -mg - kv\dfrac{dy}{ds}. \end{cases}$$

Так как $v = \dfrac{ds}{dt}$,

Система уравнений уравнений преобразуется к виду:

$$\begin{cases} X = -k\dfrac{dx}{dt}; \\ Y = -k\dfrac{dy}{dt} - mg. \end{cases}$$

Воспользовавшись вторым законом Ньютона, получим дифференциальное уравнение движения частицы измельченного грунта:

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -k\dfrac{dx}{dt} \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = -k\dfrac{dy}{dt} - mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}\dfrac{dx}{dt}; \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}\dfrac{dy}{dt} - g. \end{cases}$$

Уравнения системы решаются независимо друг от друга

Решением однородного дифференциального уравнения служит

$$x = C_1 + C_2 l^{-\frac{k}{m}t}.$$

Постоянные интегрирования находятся из начальных условий:

$$x(0)=0,\ \frac{dx}{dt}(0)=v_0\cos\alpha,\qquad C_1=\frac{m}{k}v_0\cos\alpha,\ C_2=-\frac{m}{k}v_0\cos\alpha.$$

Следовательно, $$x=\frac{m}{k}v_0\cos\alpha\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right).$$

Уравнение решено как неоднородное дифференциальное уравнение

$$y=C_3+C_4e^{-\frac{k}{m}t}-\frac{gm}{k}t,$$

где постоянные интегрирования C_3 и C_4 находим из начальных условий

y(0)=0 $$\frac{dy}{dt}(0)=v_0\sin\alpha:$$

$$C_3 = \frac{m}{k^2}(gm + kv_0 \sin\alpha), \qquad C_4 = -\frac{m}{k^2}(gm + kv_0 \sin\alpha).$$

Таким образом, частное решение уравнений системы имеет вид

$$x = a(1 - l^{-\frac{g}{c}t}); \quad y = a(1 - l^{-\frac{g}{c}t}) - ct,$$

где $a = \frac{m}{k} v_0 \cos\alpha; \quad b = \frac{m}{k^2}(gm + kv_0 \sin\alpha); \quad C = \frac{mg}{k}.$

Параметр t из решения можно исключить.

Из первого уравнения имеем

$$\frac{x}{a} = 1 - l^{-\frac{g}{c}t}.$$

Подставляя его во второе уравнение, получим

$$y = \frac{b}{a}x - ct,$$

Оттуда

$$t = \frac{bx - ay}{ac}.$$

Заменив t в решении, получим

$$ay - bx = \frac{ac^2}{g}\ln\left(\frac{a - x}{a}\right)$$

или

$$y = \frac{b}{a}x + \frac{c^2}{g}\ln\left|1 - \frac{x}{a}\right|.$$

Исследование решения показывает, что $x \neq a$.
Максимум отклонения частицы от горизонта в точке

$$x = \frac{ac^2}{gb}.$$

Кривая y(x) выпукла вверх, так как

$$y'' = \frac{c^2}{g(a-x)^2} < 0$$

для любых x.

Пример 29.

Изменение напряжений в брикете (торф, уголь) во времени при многократном динамическом воздействии на него. Формирование брикета в канале пресса происходит при сложном проявлении и переплетении упругих, вязких свойств торфа (лигнина, угля и др.). Вывод уравнения, характеризующего изменение напряжений в брикете при многократном динамическом воздействии можно осуществить следующим образом

Решение.

Пусть в момент времени t напряжение в выделенном элементе объема брикета равно σ. Деформация в этот момент состоит из двух частей.
Первая часть — его мгновенная деформация от действующего в данный момент времени напряжения по закону Гука

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E}.$$

Вторая часть — его накопленная деформация от всех тех нагрузок, которые действовали на тело ранее.

Пусть к некоторому моменту времени $\theta < t$ напряжение было $\sigma(\theta)$. К моменту времени t от этого напряжения сохранилось «воспоминание» в виде некоторой деформации. Если напряжение действовало в течение времени $d\theta$, то соответствующая «унаследованная» деформация пропорциональна $\sigma(\theta)$ и времени $d\theta$. К моменту времени t это «воспоминание» ослабевает во времени из-за явления релаксации напряжений и ползучести. Причем закон его ослабевания выражается некоторой функцией, зависящей от времени, протекающего между θ и t. Обозначим эту функцию $k(t-\theta)$ и запишем

$$d\varepsilon_2 = k(t-\theta)\sigma(\theta)d\theta.$$

Полная деформация для указанных условий выражается общим интегралом

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t k(t-\theta)\sigma(\theta)\,d\theta.$$

Учитывая специфику и физическую сущность процесса прессования угля в штемпельных прессах, функцию k(t- θ) выбираем в виде экспоненты

$$A_1 \exp[a_1(t-\theta)], \quad \sigma(\theta) = A_2 \exp(-a_2 t)\cos(\omega + \beta t).$$

Выбор экспоненциальной функции ослабевания напряжений определяется тем, что по мере продвижения брикета в прессовом канале напряжение в ослабевает не только за счет явления релаксации, но и вследствие уменьшения сопротивления впереди находящегося участка брикетной ленты.

Изменение сопротивления движению брикета в канале подчиняется экспоненциальному закону.

Напряжение σ (θ) определяется тем, что напряжения в брикете являются переменными и затухающими по мере продвижения к выходу прессового канала

Выбранная функция служит решением дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2\sigma}{dt^2}+\xi\frac{d\sigma}{dt}+\nu\sigma=0.$$

Уравнение по форме и содержанию подобно уравнению свобода колебаний материальной точки

$$\frac{d^2S}{dt^2}+k\frac{dS}{dt}+nS=0,$$

S - расстояние точки от положения равновесия;

$k\frac{dS}{dt}$ -сила сопротивления среды; k — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом сопротивления; nS — восстанавливающая сила; n — коэффициент восстановления Ee E т\
= П.
i' 1 вязкость среды, E — модуль упругости.

Так же как и в уравнении (1), в уравнении (2) а характеризует отклонение системы от равновесного состояния и, следовательно, коэффициенты ζ и ν имеют смысл, аналогичный смыслу коэффициентов k и n в уравнении (1).

В этом случае ζ характеризует сопротивление среды деформированию. Можно допустить, что для вязкоупругого тела коэффициент ζ прямо пропорционален скорости деформации

$$\frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Коэффициент ν по своему смыслу в процессе прессования характеризует восстанавливаемость деформируемого тела. Этот коэффициент прямо пропорционален скорости деформации — $\frac{d\varepsilon}{dt}$.

и обратно пропорционален времени релаксации напряжений τ_p

В этом случае уравнение можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma}{dt^2}+\xi_0\frac{d\varepsilon}{dt}\cdot\frac{d\sigma}{dt}+\nu_0\frac{d\varepsilon}{dt}\cdot\frac{\sigma}{\tau_p}=0,$$

ξ_o- ν_o — безразмерные константы данного материала

Принимая справедливым равенство $\xi_0=\nu_0=\frac{1}{M}$

уравнение можно представить в виде

$$\frac{M}{E\varepsilon}\ddot{\sigma}+\frac{\dot{\sigma}}{E}+\frac{\sigma}{\eta}=0,$$

$$\tau_p=\frac{\eta}{E},$$

η вязкость среды, E — модуль упругости

Легко наблюдать подобие уравнения известному уравнению Максвелла в случае последовательного соединения вязких и упругих элементов

при $$\frac{d^2\sigma}{dt^2}=0$$

или при $$\frac{d\varepsilon}{dt}\to\infty.$$

напомним, уравнение Максвелла

$$\frac{1}{E}\cdot\frac{d\sigma}{dt}+\frac{\sigma}{\eta}=0.$$

Условие $\ddot{\sigma} = 0$ при $\sigma \neq 0$ имеет место, когда напряжения является линейной функцией времени.

Этого в процессе прессования упруго-вязких сред (уголь, торф, лигнин и др.) при значительном времени t допустить нельзя.

Недопустимо также принимать $\varepsilon \longrightarrow \infty$, то есть бесконечно большую деформацию малый промежуток времени.

Таким образом, уравнение является наиболее общим случаем уравнения Максвелла для упруго-вязкого тела, поскольку содержит производную более высокого порядка, учитывает нелинейность напряжений во времени.

Уравнение описывает изменение напряжения в брикете в условиях многократного динамического воздействия.