

ТЕОРИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

УДК 539.3:624.04

С.Н. ЦАРЕНКО

ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ СТЕРЖНЕЙ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Исследуется напряженно-деформированное состояние стержней, изгибная жесткость которых изменяется по степенной зависимости. В качестве математической модели рассматривается дифференциальное уравнение продольно-поперечного изгиба стержня. Решение уравнения получено в аналитическом виде с использованием функций Бесселя и Ломмеля. Для нахождения произвольных постоянных используется метод начальных параметров. В качестве примера рассмотрен продольно-поперечный изгиб консольных конструкций с разными геометрическими параметрами под действием распределенной нагрузки постоянной интенсивности. Исследовано влияние продольной нагрузки на значения максимального прогиба и изгибающего момента в безразмерных величинах.

Ключевые слова: стержень переменной жесткости, продольно-поперечный изгиб, поперечное перемещение, устойчивость, функции Бесселя, функция Ломмеля.

Математическая модель упругого стержня широко применяется в теории расчета инженерных конструкций и сооружений, например, в статьях [1, 2] исследуется устойчивость бурильных колон и обсадных труб как весо-мого растянуто-сжатого стержня, а в работах [3, 4] для моделирования динамических процессов в конструкциях башенного типа используются стержни неоднородной структуры. В зависимости от сочетания нагрузок, действующих на конструкции, и от характера их работы используют разные математические модели, описывающие напряженно-деформированное состояние стержня. В качестве одной из таких рассматривается продольно-поперечный изгиб, а в случае, когда продольная нагрузка действует на сжатие стержня, исследуется проблема устойчивости.

Впервые задача об устойчивости сжатого прямого стержня и в форме усеченного конуса была поставлена и решена Эйлером [5]. Более общие случаи стержней, жесткость которых изменялась по степенным зависимостям, рассмотрены А.Н. Динником [6], однако в своей работе он ограничился рассмотрением консольных конструкций, что позволило исследовать лишь некоторые частные случаи граничных условий. В литературе [7] при решении задачи устойчивости стержня переменной жесткости использован численный метод расчета на основе аппроксимации формы стержней с непрерывно изменяющейся жесткостью ступенчатой формой. Влияние разных форм поперечного сечения стержней на величину критической нагрузки исследовано в статье [8]. В рабо-