

УДК 621.3.011.71

ПЕРЕДАЧА МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ОТ АКТИВНОГО ТРЁХПОЛЮСНИКА ПАССИВНОМУ

А.В. Корощенко, Д.О. Шамрин

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

Выведены условия передачи максимальной мощности в нагрузку от активного трёхполюсника постоянного и переменного тока.

Вопросы передачи энергии от активного многополюсника к пассивному (рис. 1) являются важными и в электроэнергетике, и в технике связи, и в ряде других областей техники.

Условия передачи максимальной мощности от активного двухполюсника к пассивному известны [1, с. 17; 2, с. 22, 129]. Условиям же передачи максимальной мощности в случае трёхполюсников в литературе внимание не уделено.

Получим требуемые условия в случае линейных трёхполюсников постоянного тока.

Любой линейный как активный, так и пассивный трёхполюсник можно представить схемой замещения с соединением элементов звездой [3, 4]. На рис. 2 представлены соединённые друг с другом активный и пассивный трёхполюсники постоянного тока представленные схемой замещения в виде звезды.

Расчёт схемы рис. 2 можно выполнить методом наложения:

$$I_1 = \frac{E_1 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) - E_2 \cdot (r_3 + r_6)}{B},$$

$$I_2 = \frac{E_2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) - E_1 \cdot (r_3 + r_6)}{B},$$

$$I_3 = \frac{-E_1 \cdot (r_2 + r_5) - E_2 \cdot (r_1 + r_4)}{B},$$

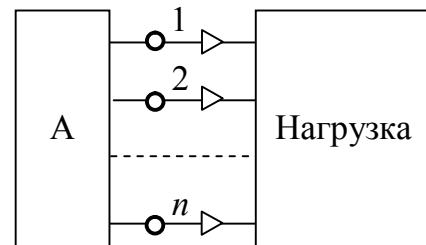


Рис. 1 – Исходная схема

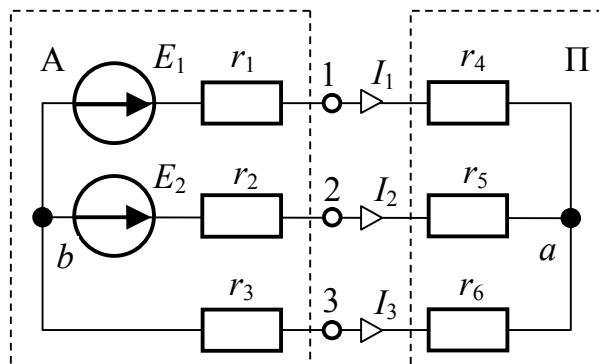


Рис. 2 – Расчётная схема постоянного тока

где $B = (r_2 + r_5) \cdot (r_3 + r_6) + (r_1 + r_4) \cdot (r_2 + r_5) + (r_1 + r_4) \cdot (r_3 + r_6)$.

Потребляемая нагрузкой мощность

$$P = r_4 I_1^2 + r_5 I_2^2 + r_6 I_3^2 = \frac{A}{B^2},$$

где $A = r_4 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) - E_2 \cdot (r_3 + r_6)]^2 + r_5 \cdot [E_2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) - E_1 \cdot (r_3 + r_6)]^2 + r_6 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5) + E_2 \cdot (r_1 + r_4)]^2$.

Максимум мощности наблюдается при равенстве трёх частных производных нулю:

$$\frac{\partial P}{\partial r_4} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_5} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_6} = 0.$$

Возникает система из трёх уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \{[E_1 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) - E_2 \cdot (r_3 + r_6)]^2 + 2 \cdot r_5 \cdot E_2 \cdot [E_2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) - E_1 \cdot (r_3 + r_6)] + 2 \cdot r_6 \cdot E_2 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5) + E_2 \cdot (r_1 + r_4)]\} \cdot B - A \cdot 2 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) = 0, \\ \{[E_2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) - E_1 \cdot (r_3 + r_6)]^2 + 2 \cdot r_4 \cdot E_1 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) - E_2 \cdot (r_3 + r_6)] + 2 \cdot r_6 \cdot E_1 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5) + E_2 \cdot (r_1 + r_4)]\} \cdot B - A \cdot 2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) = 0, \\ \{2 \cdot r_4 \cdot [E_1 \cdot (r_2 + r_5 + r_3 + r_6) - E_2 \cdot (r_3 + r_6)] \cdot (E_1 - E_2) + 2 \cdot r_5 \cdot [E_2 \cdot (r_1 + r_4 + r_3 + r_6) - E_1 \cdot (r_3 + r_6)] \cdot (E_2 - E_1) + [E_1 \cdot (r_2 + r_5) + E_2 \cdot (r_1 + r_4)]^2\} \cdot B - A \cdot 2 \cdot (r_2 + r_5 + r_1 + r_4) = 0. \end{array} \right.$$

Решение системы уравнений относительно сопротивлений нагрузки r_4, r_5, r_6 даёт два комплекта ответов:

$$r_4 = \pm r_1, \quad r_5 = \pm r_2, \quad r_6 = \pm r_3,$$

из которых оставить следует только положительные значения.

Поскольку сопротивления нагрузки равны внутренним сопротивлениям источника, то при передаче максимальной мощности в нагрузку трёхполюсный источник работает с кпд 50%. Можно утверждать и обратное, если источник работает с кпд 50%, он передаёт в нагрузку максимально возможную мощность, и при этом сопротивления лучей звезды нагрузки равны сопротивлениям соответствующих лучей источника.

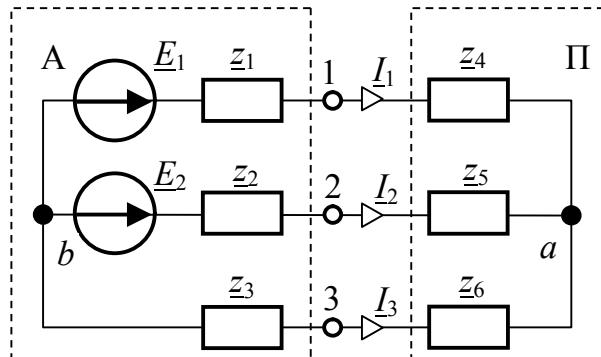


Рис. 3 – Расчётная схема переменного тока

Рассмотрим работу на нагрузку активного трёхполюсника переменного тока (рис. 3). Здесь комплексные сопротивления нагрузки

$$\underline{z}_4 = r_4 + jx_4, \quad \underline{z}_5 = r_5 + jx_5, \quad \underline{z}_6 = r_6 + jx_6$$

дают уже шесть переменных.

Расчёт схемы рис. 3 выполняется аналогично предыдущему случаю, но в комплексной форме. Значение активной мощности нагрузки

$$P(r_4, x_4, r_5, x_5, r_6, x_6) = r_4 \cdot I_1^2 + r_5 \cdot I_2^2 + r_6 \cdot I_3^2 = \frac{A}{B^2},$$

где $A = r_4 \cdot |E_1 \cdot (\underline{z}_2 + r_5 + jx_5 + \underline{z}_3 + r_6 + jx_6) - E_2 \cdot (\underline{z}_3 + r_6 + jx_6)|^2 + r_5 \cdot |E_2 \cdot (\underline{z}_1 + r_4 + jx_4 + \underline{z}_3 + r_6 + jx_6) - E_1 \cdot (\underline{z}_3 + r_6 + jx_6)|^2 + r_6 \cdot |E_1 \cdot (\underline{z}_2 + r_5 + jx_5) + E_2 \cdot (\underline{z}_1 + r_4 + jx_4)|^2,$
 $B = |(\underline{z}_2 + r_5 + jx_5) \cdot (\underline{z}_3 + r_6 + jx_6) + (\underline{z}_1 + r_4 + jx_4) \cdot (\underline{z}_2 + r_5 + jx_5) + (\underline{z}_1 + r_4 + jx_4) \cdot (\underline{z}_3 + r_6 + jx_6)|.$

Значения сопротивлений $r_4, x_4, r_5, x_5, r_6, x_6$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\frac{\partial P}{\partial r_4} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_5} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_6} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial x_4} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial x_5} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial x_6} = 0,$$

были найдены с использованием компьютерной математической системы Mathcad подбором методом покоординатного спуска.

Комплексные сопротивления лучей звезды нагрузки равны со-пряжённым значениям сопротивлений соответствующих лучей звезды

* * *

источника: $\underline{z}_4 = \underline{z}_1$, $\underline{z}_5 = \underline{z}_2$, $\underline{z}_6 = \underline{z}_3$. И в этом случае источник работает с КПД 50%.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Методические указания к выполнению лабораторных работ по теоретической электротехнике. Ч. I / В.Ф. Денник, В.А. Есауленко, Н.П. Рыбалко и др. – Донецк: ДонНТУ, 2003. – 72 с.; Режим доступа: <http://ea.donntu.org/handle/123456789/5029>

2. Рибалко М.П. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола: підруч. / М.П. Рибалко, В.О. Есауленко, В.І. Костенко – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513с.

3. Фёдоров М.М. Эквивалентные схемы замещения активных трёхполюсников / М.М. Фёдоров, А.В. Корощенко, В.Е. Михайлов // Взрывозащищённое электрооборудование: сб. науч. тр. УкрНИИВЭ. – Донецк: ООО «АИР», 2011. С. 55-62; Режим доступа: <http://ea.donntu.org/handle/123456789/9095>

4. Фёдоров М.М. Эквивалентные схемы замещения активных трёхполюсников с синусоидальными источниками питания / М.М. Фёдоров, А.В. Корощенко, И.П. Кутковой // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Електротехніка і енергетика» – 2012 - №1(12)-2(13). С. 245-249; Режим доступа: <http://ea.donntu.org/handle/123456789/30502>