МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к выполнению практических занятий
по дисциплине

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ГОРНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Донецк
2023

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «ОХРАНА ТРУДА И АЭРОЛОГИЯ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к выполнению практических занятий по дисциплине
«Математические методы и модели в горном производстве»
для обучающихся по специальности 21.05.04 «Горное дело»
всех форм обучения

РАССМОТРЕНО
на заседании кафедры
«Охрана труда и аэрология»
Протокол № 4 от 14.12.2022 г.

УТВЕРЖДЕНО
на заседании учебно-
издательского совета ДОННТУ
Протокол № 1 от 25.01.2023 г.

Донецк
2023

УДК 622.001.573(076)
М54

Составитель:
Кавера Алексей Леонидович – кандидат технических наук, заведующий кафедрой охраны труда и аэрологии ГОУВПО «ДОННТУ».

М54 **Методические рекомендации к выполнению практических занятий по дисциплине «Математические методы и модели в горном производстве»** для обучающихся по специальности 21.05.04 «Горное дело» всех форм обучения / ГОУВПО «ДОННТУ», Каф. охраны труда и аэрологии ; сост. А. Л. Кавера. – Донецк : ДОННТУ, 2023. – Систем. требования: Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана.

В методических рекомендациях приведены задания к практическим работам по курсу «Математические методы и модели в горном производстве» Даны рекомендации и алгоритмы для их выполнения. Описан ход выполнения работ на ПЭВМ.

УДК 622.001.573(076)

ВВЕДЕНИЕ

Математические методы и модели в горном производстве - раздел знаний, в которой изучаются методы количественного измерения взаимосвязей между различными показателями. Он является одной из важных дисциплин при подготовке специалистов для всех горных специальностей.

Математические методы и модели в горном производстве построены на основе таких наук, как высшая математика, теория вероятностей и математическая статистика. В связи с громоздкостью реализации моделей при изучении математических методов и моделей в горном производстве необходимо использовать современные средства информационных технологий.

Цель изучения дисциплины " Математические методы и модели в горном производстве" состоит в том, чтобы научить студентов количественно оценивать взаимосвязи показателей для разных массивов информации с тестированием информации на её соответствие предусловиям и определением методов количественного измерения взаимосвязей, которые целесообразно использовать в каждом конкретном случае с учётом особенностей этой информации.

Во время изучения этой дисциплины студенты могут:

- освоить методы построения и реализации моделей с помощью персонального компьютера;
- получить практические навыки количественной оценки взаимосвязей показателей;
- анализировать полученные результаты;
- применять полученные навыки для решения конкрет-

ных задач.

Практические работы, приведенные в данной методичке, позволят студентам получить необходимые знания по использованию ПЭВМ для практического применения математических методов и моделей в горном производстве, освоить методы оптимизации работы горного предприятия с использованием технико-экономических моделей, а так же успешно выполнить курсовую работу по данной дисциплине, если она будет предусмотрена учебным планом.

РАБОТА №1
Линейная оптимизационная задача

1.1. Тема работы: Алгоритм решения линейных оптимизационных задач

1.2 Цель работы: Приобретение навыков решение задач оптимизации средствами EXCEL

1.3 Математическая модель для оптимизационного моделирования

Оптимизационные задачи возникают в связи с разработкой планов предприятий, отраслей или народного хозяйства на кратко-, средне- или долгосрочный периоды времени. *Оптимизационные задачи* могут быть сформулированы не только для горных предприятий, но также и для торговли, банковской и страховой деятельности и т.д.

Оптимизационные (экстремальные) модели возникают при практической реализации ***принципа оптимальности в управлении***.

Необходимым условием использования *принципа оптимальности* (оптимального подхода к планированию и управлению) является гибкость, альтернативность производственно-хозяйственных ситуаций, в условиях которых приходится принимать те или иные управленческие решения. Именно такими, как правило, и являются ситуации, составляющие повседневную практику хозяйствующего субъекта (технические и технологические решения, выбор производственной программы, прикрепление к поставщикам, маршрутизация, раскрой материалов, приготовление смесей и загрузка контейнеров и т.д.).

Типовыми оптимизационными задачами являются, например:

- технические и технологические решения, например проектирование бункера – определение размеров емкости с учетом стоимости материала для достижения максимального объема;
- ассортимент продукции – максимизация выпуска товара, например максимизация объёмов добычи угля при ограничении на сырье для производства товаров;
- штатное расписание – составление штатного расписания для достижения наилучших результатов при наименьших расходах;
- планирование перевозок – минимизация затрат на транспортировку товаров;
- составление смеси - достижение заданного качества смеси при наименьших расходах;
- разнообразные задачи оптимального распределения ресурсов и оптимального проектирования и т.д.

Суть *принципа оптимальности* состоит в стремлении выбрать такое управленческое решение $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где x_j, $j = 1, \ldots, n$, - его компоненты, которое наилучшим образом учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности хозяйствующего субъекта.

«Наилучшим образом» здесь означает выбор некоторого критерия оптимальности, т.е. некоторого показателя, позволяющего сравнивать эффективность тех или иных управленческих решений. Традиционные критерии оптимальности в экстремальных моделях —

«максимум прибыли», «минимум затрат», «максимум объема работ (услуг)» и др.

«Учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности» означает, что на выбор управленческого решения (поведения) накладывается ряд условий, т.е. выбор X осуществляется из некоторой области возможных (допустимых) решений D.

Таким образом, реализовать на практике принцип оптимальности в планировании и управлении — это значит решить экстремальную задачу вида:

$$F = f(x_j) \to \max(\min, const) \qquad j = \overline{1,n}, \tag{1.1}$$

$$d_j \le x_j \le D_j \qquad j = \overline{1,n}, \tag{1.2}$$

$$g(x_j) \le (=;\ge) b_i \qquad i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

$$x_j = \overline{1,k} \le n$$

- целые (для задачи целочисленного программирования); (1.3)

$$0 \le x_j \le 1,$$

$j = \overline{1,k}$ - для задач с белевымми переменными

где $f(x_j)$ - математическая запись критерия оптимальности – **целевая функция**;

D_j - область возможных (допустимых) решений, из которых осуществляется выбор;

x_j - граничные условия;

$g(x_j) \le (=;\ge) b_i$ - условия, которые накладываются на выбор управленческого решения – **ограничения**.

Целевая функция (1.1) показывает, в каком смысле решение задачи должно быть оптимальным, т.е. наилучшим. Возможны три вида целевой функции: максимизация, минимизация и назначение заданного значения. ***Граничные условия*** (1.2) показывают, в каких пределах могут быть значения искомых переменных в оптимальном решении. ***Ограничения*** (1.3) – устанавливают зависимости между переменными.

Решение задачи (1.1-1.3), удовлетворяющее всем ограничениям и граничным условиям, называется *допустимым*. Важная характеристика задачи оптимизации – ее размерность, которая определяется числом переменных n и числом ограничений m. При $n < m$ задачи оптимизации решения не имеют. То есть необходимым требованием для возможности решения задач оптимизации является условие $n > m$. Систему уравнений, для которых $n = m$ рассматривают как задачу оптимизации, имеющую одно допустимое решение.

Итак, задача имеет оптимальное решение, если она удовлетворяет требованиям:

1. имеет более одного решения;
2. имеется критерий, показывающий, в каком смысле принимаемое решение должно быть оптимальным, т.е. наилучшим из допустимых.

1.3.1 Построение математической модели оптимизационной задачи

Работа по решению некоторой оптимизационной задачи всегда начинается с построения математической модели. Процесс построения модели можно начать с ответа на следующие три вопроса:

1. Для определения, каких величин строится модель (т.е. каковы переменные модели)?
2. В чем состоит цель, для достижения которой из множества всех допустимых значений переменных выбираются оптимальные?
3. Каким ограничениям должны удовлетворять неизвестные?

Необходимо помнить, что при конструировании математической модели формулировка ограничений является самой ответственной частью конструкции. В некоторых случаях ограничения очевидны, например, ограничение на количество сырья. Другие же ограничения могут быть менее очевидны и могут быть указаны неверно. Например:

- в модели с несколькими периодами времени величина материального ресурса на начало следующего периода должна равняться величине этого ресурса на конец предыдущего периода;
- многие величины в модели по своему физическому смыслу не могут быть отрицательными, например, количество полученных единиц товара.

При построении математической модели необходимо также учитывать, что при максимизации целевой функции область допустимых значений должна быть ограничена сверху, при минимизации – ограничена снизу.

Итак, первым этапом решения оптимизационной задачи, является построение ее математической модели. На этом этапе необходимо сделать выводы об исходных данных, искомых переменных, о преде-

лах, в которых могут находиться значения искомых величин; установить зависимости между переменными; определить критерий, по которому необходимо найти оптимальное решение.

1.3.2 Использование EXCEL для решения оптимизационной задачи

Решить некоторую оптимизационную задачу в MS Excel можно с помощью надстройки **Поиск решения.** Этот инструмент анализа вариантов позволяет найти решение, оптимальное в некотором смысле при нескольких входных значениях и наборе ограничений на решение. Диспетчер сценариев позволяет запомнить несколько решений, найденных данным средством и сгенерировать на этой основе отчет. С помощью надстройки **Поиск решения** можно решать как линейные задачи (задачи линейного, целочисленного и стохастического программирования), так и нелинейные (задачи нелинейного программирования).

Открыть диалоговое окно **Поиск решение** можно с помощью опций **Сервис➢Поиск решения**. Если в меню сервис отсутствует опция **Поиск решения**, то необходимо воспользоваться опциями **Сервис➢Надстройки** и установить флажок *Поиск решения*. Вид диалогового окна приведен на рис. 1.1.

В нем представлены следующие элементы:

- ***Установить целевую ячейку*** – указывается адрес ячейки, содержащей целевую функцию рассматриваемой задачи. Значение этой ячейки можно максимизировать или минимизировать, или сделать равным конкретному значению.

- ***Равной*** – группа переключателей, которая определяет, что необходимо сделать со значением целевой ячейки (со значением функции): *максимизировать, минимизировать или сделать равным конкретному значению.*

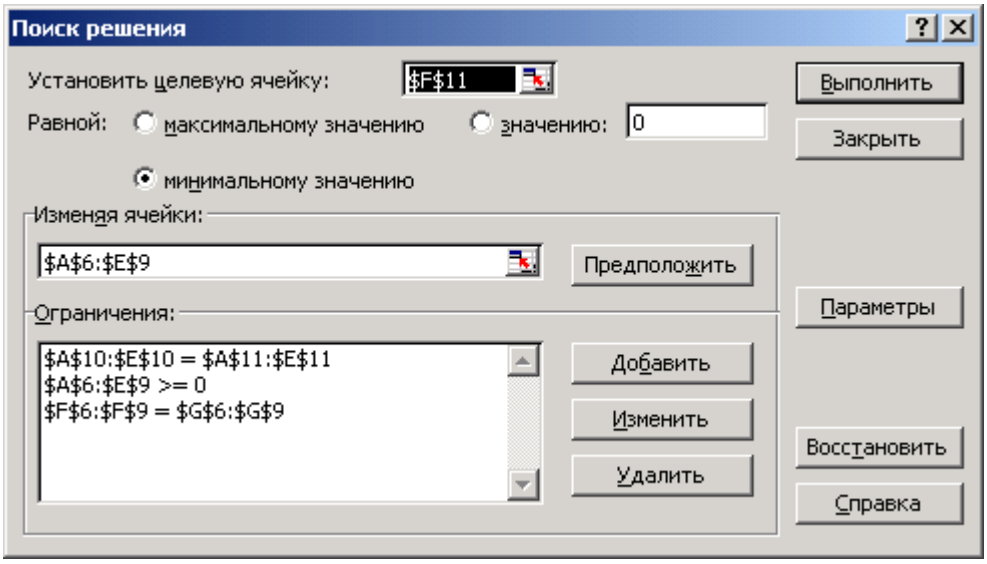


Рис. 1.1

- ***Изменяя ячейки*** – указываются ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи (т.е. ячейки, которые являются переменными задачи).
- ***Предположить*** – эта кнопка отыскивает все не формульные ячейки, прямо или непрямо зависящие от формулы в ячейке, установленной в поле «**Установить целевую ячейку**», и помещает их ссылки в окно «**Изменяя ячейки**».
- ***Ограничения*** – отображаются ограничения, налагаемые на переменные задачи. Ограничения перечисляются в виде ячеек или интервалов ячеек, обычно содержащих формулу, которая зависит от одной или нескольких изменяемых ячеек. Допускаются ограничения в виде равенств, неравенств, а также –

требования целочисленности переменных. Ограничения добавляются по одному при помощи кнопки «**Добавить»**

- ***Добавить, Изменить, Удалить*** **–** кнопки, которые позволяют добавить, изменить или удалить ограничение.
- ***Параметры*** **–** кнопка, которая позволяет изменять условия и варианты поиска решений исследуемой задачи, а также загружать и сохранять оптимизируемые модели. Значения и состояния элементов управления, используемые по умолчанию, подходят для решения большинства задач.
- ***Восстановить*** **–** кнопка, которая очищает поля диалогового окна и восстанавливает значения, используемые по умолчанию.
- ***Выполнить*** **–** кнопка, которая запускает процесс решения поставленной задачи.
- ***Закрыть*** **–** кнопка, которая закрывает окно диалога, не решая проблемы. При этом сохраняются установки, сделанные в окнах диалога, появлявшихся после нажатий на кнопки **Параметры**, **Добавить**, **Изменить** или **Удалить**.

При нажатии кнопки Параметры в окне Поиск решения открывается Параметры поиска решения. Вид диалогового окна приведен на рис. 2.1.

- **Максимальное время** – Ограничивает время, отпускаемое на поиск решения задачи
- **Предельное число итераций** – Ограничивает число промежуточных вычислений

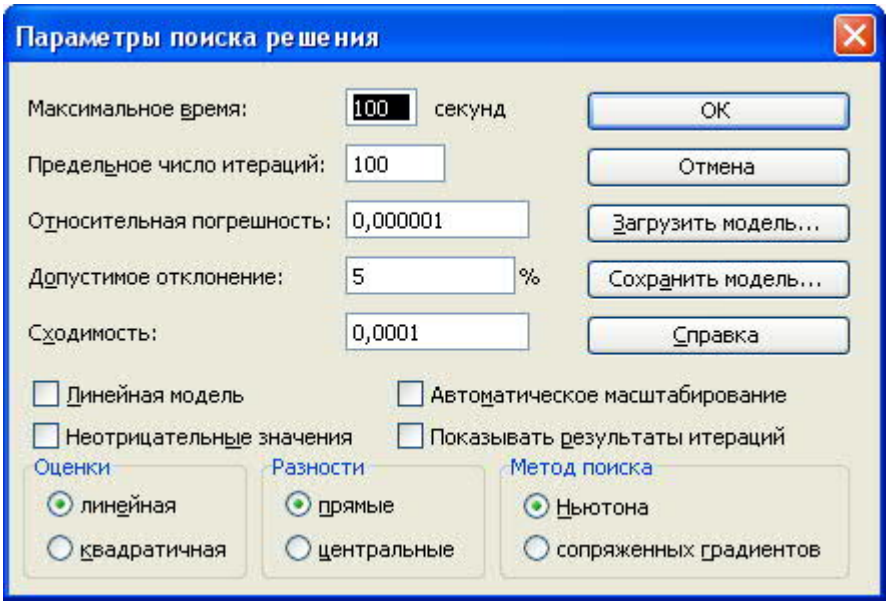


Рис. 2.1

- **Относительная погрешность** и **Допустимое отклонение** – Определяют точность, с которой ищется решение. Рекомендация. После нахождения решения с величинами данных параметров, заданными по умолчанию, повторите вычисления с большей точностью и меньшим допустимым отклонением и сравните с первоначальным решением. Использование данной проверки особенно рекомендуется для задач с требованием целочисленности переменных.
- **Линейная модель** – Служит для поиска решения линейной задачи оптимизации или линейной аппроксимации нелинейной задачи. В случае нелинейной задачи флажок **Линейная модель** должен быть сброшен, в случае линейной задачи — установлен, т. к. иначе возможно получение неверного результата.
- **Показывать результаты итераций** – Для приостановки поиска решений и просмотра отдельных итераций.
- **Автоматическое масштабирование** – Для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, каче-

ственно различающихся по величине. Например, при максимизации прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах рублей.

- **Оценки** – Служит для выбора метода экстраполяции
- **Разности** – Группа предназначена для выбора метода численного дифференцирования
- **Метод поиска** – Служит для выбора алгоритма оптимизации.

Сохранение (загрузка) различных данных для поиска решения осуществляется, соответственно, с помощью кнопок **Сохранить модель** и **Загрузить модель** окна **Параметры поиска решения**.

1.3.3 Решение задачи с помощью надстройки Поиск решения

Для того чтобы решить оптимизационную задачу с помощью надстройки **Поиск решения** необходимо составить математическую модель задачи, а затем подготовить рабочий лист MS Excel — корректно разместить на нем все исходные данные, грамотно ввести необходимые формулы для целевой функции и для других зависимостей, выбрать место для значений переменных. А затем правильно ввести все ограничения, переменные, целевую функцию и другие значения в окно **Поиск решения**.

Большую часть задач оптимизации представляют собой задачи *линейного программирования*, т. е. такие, у которых критерий оптимизации и ограничения — *линейные функции*. В этом случае для решения задачи следует установить флажок **Линейная модель** в окне **Параметры поиска решения**. Это обеспечит применение симплекс-метода. В противном случае даже для решения линейной задачи будут использоваться более общие (т. е. более медленные) методы.

Поиск решения может работать также и с нелинейными зависимостями и ограничениями. Это, как правило, задачи нелинейного программирования или, например, решение системы нелинейных уравнений. Для успешной работы средства **Поиск решения** следует стремиться к тому, чтобы зависимости были гладкими или, по крайней мере, непрерывными. Наиболее часто разрывные зависимости возникают при использовании функции ЕСЛИ (), среди аргументов которой имеются переменные величины модели. Проблемы могут возникнуть также и при использовании в модели функций типа ABS (), ОКРУГЛ() и т.д.

Решая задачи с нелинейными зависимостями, следует:

• ввести предварительно предположительные значения искомых переменных (иногда легко получить графическое представление решения и сделать приблизительные выводы о решении);

• в окне **Параметры поиска решения** снять (если установлен) флажок **Линейная модель**.

Решая задачи целочисленного программирования, не следует забывать также о требованиях целочисленности и булевости.

1.3.4 Анализ решения задачи оптимизации

При необходимости проводится анализ решения. Часто добавляют также представление решения в виде графиков или диаграмм.

Можно получить и отчет о поиске решения. Отчеты бывают трех типов: **Результаты**, **Устойчивость**, **Пределы**. Тип отчета выбирается по окончании поиска решения в окне **Результаты поиска решения** (рис. 3.1) в списке *Тип отчета* (можно выбрать сразу два или три типа).

- Отчет типа ***Результаты*** содержит окончательные значения параметров задачи целевой функции и ограничений.
- Отчет типа ***Устойчивость*** показывает результаты малых изменений параметров поиска решения.
- Отчет типа ***Пределы*** показывает изменения решения при поочередной максимизации и минимизации каждой переменной при неизменных других переменных.

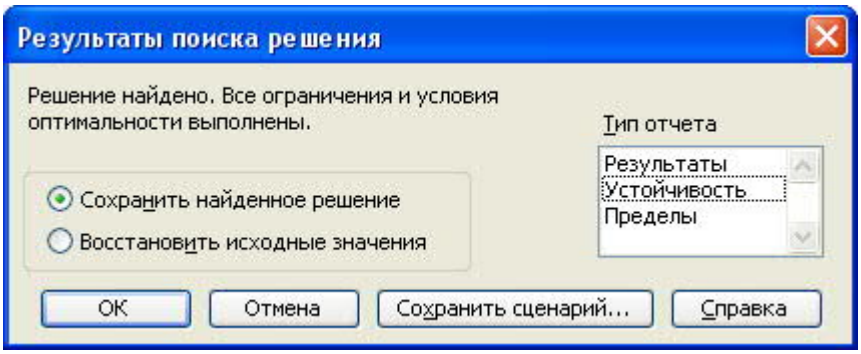


Рис. 3.1

1.4 Пример решения задач оптимизации

Планирование добычи угля

На шахте добывают две марки угля: Д и Г. Продукция обоих видов поступает в продажу. Для добычи используются два покупных продукта I и II. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов производства составляют 7 и 9 тонн соответственно. Расходы продуктов I и II на 1 тонну приведены в таблице:

Покупной продукт	Расход продуктов, т. (на одну тонну)		Максимально возможный запас, т.
	Марка Д	Марка Г	
I	3	2	7
II	2	3	9

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на марку Г

никогда не превышает спроса на марку Д более чем на 1 тыс. т. Кроме того, спрос на марку Д никогда не превышает 3 тыс. т. в сутки. Оптовые цены тысячи тонн равны: 40000 у.е. для Г и 30000 у.е. для Д. Какое количество каждой марки угля должна добывать шахта, чтобы доход от реализации был максимальным?

Построение математической модели.

Определим для нахождения, каких величин строится математическая модель, т.е. каковы переменные модели. Пусть x_1 – это суточный объем добычи угля марки Д, x_2 - суточный объем добычи угля марки Г.

Теперь определим цель, для достижения которой из множества всех допустимых значений переменных выбирается оптимальное.

Цель фирмы – среди всех допустимых значений x_1 и x_2 найти такие, которые максимизируют прибыль от добычи угля:

$$30000\, x_1 + 40000\, x_2 \to \max. \qquad (1.4)$$

А теперь определим, каким ограничениям должны удовлетворять переменные модели. Расход исходного продукта для производства обоих видов материала не может превосходить максимально возможного запаса исходного продукта, т.е.

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 &\le 7 \\ 2x_1 + 3x_2 &\le 9 \end{aligned} \qquad (1.5)$$

Ограничения на величину спроса на материалы:

$$x_1 - x_2 \le 1, \qquad (1.6)$$

т.к. спрос на материал В никогда не превышает спроса на материал А более чем на 1 т.

$$x_1 \le 3, \qquad (1.7)$$

т.к. спрос на материал А никогда не превышает 3 т.

Объем производства не может быть отрицательным, т.е.

$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0 \qquad (1.8)$$

Итак, математическая модель и решение задачи сводится к нахождению значений переменных x_1, x_2, удовлетворяющих системе ограничений (1.5)-(1.8), при которых линейная функция (1.4) обращалась бы в максимум.

Подготовим рабочий лист Excel для вычислений. Пусть значения x_1, x_2 хранятся в ячейки **B1:B2**. А значение функции (1.4) в ячейке **B4.** Ячейка **B4** содержит формулу **=30000*B1+40000*B2**. Введем ограничения:

В **B6** введем формулу **=3*B1+2*B2**

В **B7** введем формулу **=2*B1+3*B2**

В **B8** введем формулу **=B1-B2**.

Выберем в меню **Сервис** опцию **Поиск решения.** В диалоговом окне **Поиск решения** введем в поле **Установить целевую функцию** значение **$B$4** и установим опцию «равной максимальному значению».

В поле **Изменяя ячейки** необходимо указать адреса ячеек, в которых хранятся изменяемые значения. В нашем случае это ячейки **$B$1:$B$2**.

Для добавления ограничений необходимо щелкнуть по кнопке **Добавить**, появится диалоговое окно **Добавить ограничение.** Введем ограничения аналогично предыдущему примеру. После выполнения всех необходимых операций диалоговое окно ***Поиск решения***

примет вид, как показано на рис. 4.1

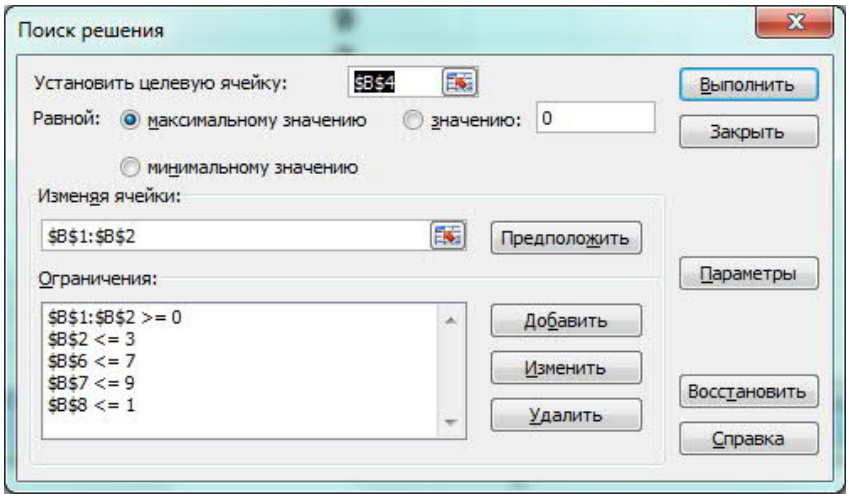


Рис. 4.1

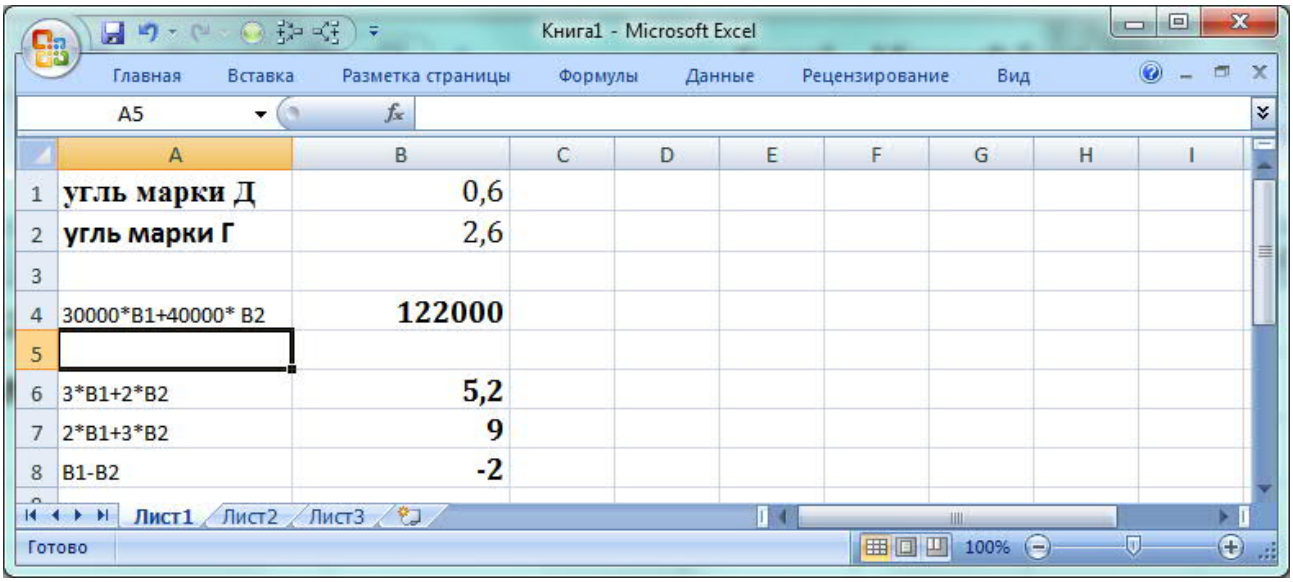


Рис. 5.1

Затем щелкнем по кнопке **Параметры** и в появившемся диалоговом окне щелкнем напротив опции *Линейная модель*. Щелкнув по кнопке ОК этого окна мы возвращаемся в предыдущее диалоговое окно и завершаем решение задачи щелчком по кнопке **Выполнить.** Щелчок по кнопке **ОК** приведет к появлению в ячейке **B4** значения целевой функции, а в ячейках **B1:A2** — значений переменных x_1-x_2 при которых целевая функция достигает максимального значения (см. рис. 5.1).

Описание отчетов о решении задачи **Планирование производства материалов**

• Отчет по результатам (рис. 6.1) — таблица **Целевая ячейка** выводит сведения о целевой функции; таблица **Изменяемые ячейки** показывает значения искомых переменных, полученных в результате решения задачи; таблица **Ограничения** отображает результаты оптимального решения для ограничений и для граничных условий. В поле **Формула** приведены зависимости, которые были введены в окно **Поиск решения**, в поле **Разница** — величины использованного материала. Если материал используется полностью, то в поле **Статус** указывается *связанное*, при неполном использовании материала в этом поле указывается *не связан*. Для граничных условий приводятся аналогичные величины с той лишь, разницей, что вместо величины неиспользованного продукта показана разность между значением переменной в найденном оптимальном решении и заданным для нее граничным условием.

Microsoft Excel 12.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [Планирование добычи угля.xlsx]Планирование добычи угля
Отчет создан: 18.12.2016 17:49:03

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$B$4	30000*B1+40000* B2	128000	128000

Изменяемые ячейки

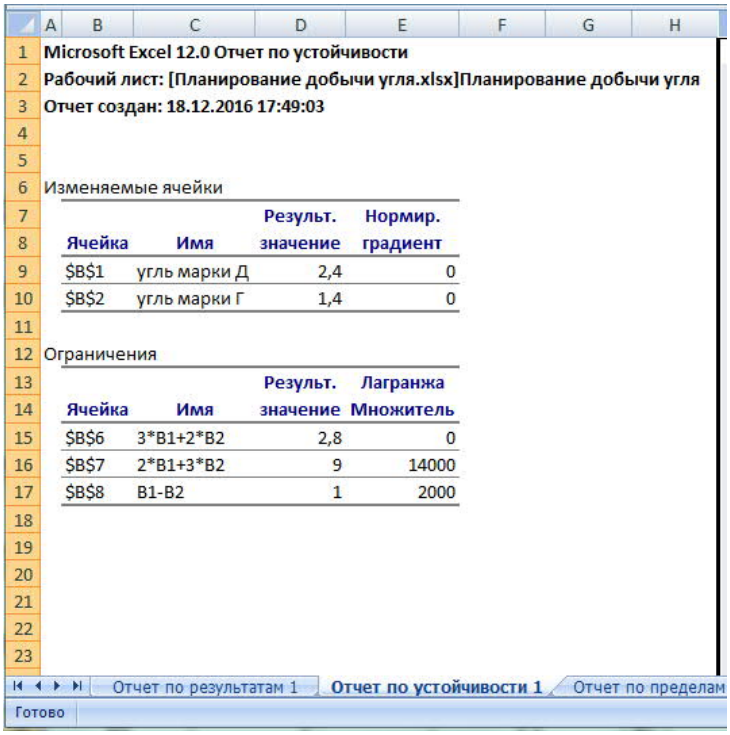
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$B$1	угль марки Д	2,4	2,4
$B$2	угль марки Г	1,4	1,4

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$B$6	3*B1+2*B2	2,8	$B$6<=7	не связан.	4,2
$B$7	2*B1+3*B2	9	$B$7<=9	связанное	0
$B$8	B1-B2	1	$B$8<=1	связанное	0
$B$1	угль марки Д	2,4	$B$1>=0	не связан.	2,4
$B$2	угль марки Г	1,4	$B$2>=0	не связан.	1,4
$B$2	угль марки Г	1,4	$B$2<=3	не связан.	1,6

Рис. 6.1

• Отчет по устойчивости (рис. 7.1) — в таблице **Изменяемые ячейки** приводится результат решения задачи. В таблице **Ограничения** выводятся значения для ограничений, при которых сохраняется оптимальный набор переменных, входящих в оптимальное решение.



Microsoft Excel 12.0 Отчет по устойчивости
Рабочий лист: [Планирование добычи угля.xlsx]Планирование добычи угля
Отчет создан: 18.12.2016 17:49:03

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. градиент
$B$1	угль марки Д	2,4	0
$B$2	угль марки Г	1,4	0

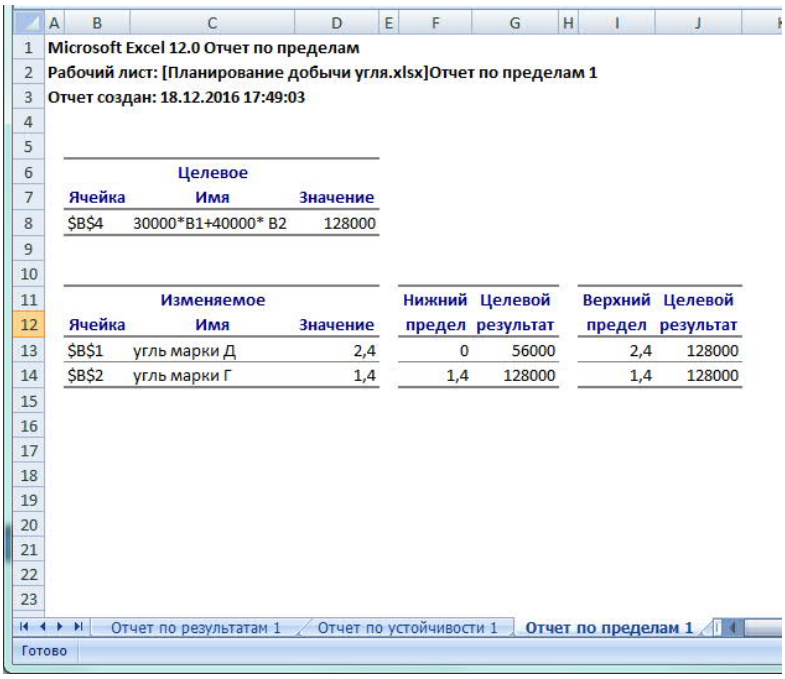
Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Лагранжа Множитель
$B$6	3*B1+2*B2	2,8	0
$B$7	2*B1+3*B2	9	14000
$B$8	B1-B2	1	2000

Отчет по результатам 1 | Отчет по устойчивости 1 | Отчет по пределам
Готово

Рис. 7.1

Отчет по пределам (рис. 8.1) — в отчете показано, в каких пределах может изменяться количество материалов, вошедших в оптимальное решение, при сохранении структуры оптимального решения; приводятся значения переменных в оптимальном решении, а также нижние и верхние пределы изменения значений переменных; здесь также указаны значения целевой функции при добыче данной марки угля на верхнем и нижнем пределах.



Microsoft Excel 12.0 Отчет по пределам
Рабочий лист: [Планирование добычи угля.xlsx]Отчет по пределам 1
Отчет создан: 18.12.2016 17:49:03

Целевое		
Ячейка	Имя	Значение
$B$4	30000*B1+40000* B2	128000

Изменяемое			Нижний	Целевой	Верхний	Целевой
Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат
$B$1	угль марки Д	2,4	0	56000	2,4	128000
$B$2	угль марки Г	1,4	1,4	128000	1,4	128000

Отчет по результатам 1 | Отчет по устойчивости 1 | Отчет по пределам 1
Готово

Рис. 8.1

1.5 Варианты заданий

Вариант 1

Предлагается освоить производство 4-х деталей на участке, располагающем пятью группами металлорежущего оборудования. Исходные данные для решения задачи представлены в таблице:

Группа станков	Операционное время на обработку детали (мин.)				Полезный фонд рабочего времени (мин.)
	I	II	III	IV	
А	4	2	0	1	800
Б	2	0	2	1	700
В	2	2	2	0	740
Г	2	2	1	1	770
Д	0	2	2	2	760
Себестоимость детали (руб.)	9	6	8	7	

Решить задачу (определить производственную программу) по критерию минимума себестоимости при заданном объеме выпуска продукции (запланированный объем производства деталей – 450 шт.).

Вариант 2

Предприятие выпускает продукцию трех видов П1, П2 и П3, используя три вида сырья С1, С2 и С3, запасы которых ограничены. Расход сырья каждого вида на производство единицы продукции П1, П2 и П3, прибыль предприятия от продажи единицы готовой продукции каждого вида приведены в таблице:

Сырье	Расход сырья на производство изделия			Общие запасы сырья
	П1	П2	П3	
С1	1	2	1	14
С2	3	2	1	9
С3	4	6	4	23
Прибыль от продаж	7	4	5	

Определить план выпуска для получения максимальной прибыли.

Вариант 3

Фирма занимается пошивом пяти моделей обуви. Для изготовления обуви используется 3 материала, запасы которого ограничены. Расход материала и его запасы, минимальный недельный спрос моделей и их отпускная цена приведены в таблице.

Модель обуви	Расход материала на 1 пару			Отпускная цена	Минимальный спрос
	Материал 1	Материал 2	Материал 3		
Модель 1	2	2	0	560	10
Модель 2	1,5	3	1	500	5
Модель 3	2	2	1	450	5
Модель 4	4	2	4	800	10
Модель 5	2	0	4	950	Не ограничен
Ресурс	200	200	100		

Определить план выпуска обуви для получения максимального дохода.

Вариант 4

Цех выпускает три вида изделий, причем суточная программа выпуска составляет: I изделие - 90 единиц, II – 70 и III – 60. Суточные производственные возможности цеха и нормы затрат производственных ресурсов на единицу различных видов изделий приведены в таблице:

Ресурсы	Нормы затрат на единицу изделия			Производственные возможности
	I	II	III	
Оборудование (ч)	2	3	4	780
Сырье (т)	1	4	5	860
Электроэнергия (кВтч)	3	4	2	970
Оптовая цена, руб.	8	7	6	
Программа выпуска (не менее), шт.	90	70	60	

Составить план производства продукции, обеспечивающий максимальный доход от реализации изделий, выпускаемых сверх плана.

Вариант 5

Процесс изготовления двух видов промышленных изделий состоит в последовательной обработке каждого из них на трех станках. Время использования этих станков для производства ограничено 10-ю часами в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия каждого вида приведены в таблице. Найти оптимальный объем производства изделий каждого вида.

Изделие	Время обработки одного изделия, мин			Удельная прибыль, руб.
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
Изделие 1	10	6	8	2
Изделие 2	5	20	15	3

Вариант 6

Для производства трех продуктов требуется два материала. Продажная цена и расход материалов приведены в таблице

Сырье	Расход материала, кг.			Фонд материала	План реализации, руб.
	Продукт 1	Продукт 2	Продукт 3		
Материал 1	2	3	2	600	
Материал 2	3	1	4	650	
Продажная цена, руб.	3	5	2		900
Себестоимость, руб.	2	3	1,5		

Найти план, при котором общая себестоимость будет минимальной (при выполнении плана продаж).

Вариант 7

Предприятие выпускает радиоприемники трех разных моделей М1, М2 и М3. Каждая модель характеризуется определенным временем на изготовление соответствующих деталей, временем сборки изделия и его упаковки:

Изделие	Сборка, ч.	Изготовление, ч.	Упаковка, ч	Доход	Минимальный выпуск
М1	0,1	0,2	0,1	0,8	200
М2	0,2	0,4	0,2	0,15	75
М3	1	0,8	0,1	0,25	100
Ресурс времени на неделю	200	240	60		

Определить план выпуска радиоприемников с целью получения максимальной прибыли.

Вариант 8

Цех для производства двух видов продукции использует четыре группы оборудования:

Группа производственного оборудования	Нормы затрат произв. оборудования на один комплект изделий (станко-час)		Фонд времени работы оборудования (станко-час)
	Продукция 1	Продукция 2	
А	2	2	12
Б	1	2	8
В	4	0	16
Г	0	4	12
Прибыль в тыс. руб. на ед. продукции	2	2	

Найти вариант загрузки оборудования, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 9

Фирма изготавливает два вида продукции А и В. Данные по затрачиваемому сырья, продажной цене и минимальному объему сбыта приведены в таблице:

Продукция	Расход сырья на единицу продукции, кг.		Цена продукции, руб.	Объем сбыта, кг
	Сырье 1	Сырье 2		
А	2	2,5	20	50
В	3,5	1	40	50
Суточный запас, кг.	400	200		

Определить план выпуска продукции А и В, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 10

Предприятие имеет запасы 4-х видов ресурсов (мука, жиры, сахар, финансы), с которых производится 2 виды продуктов (хлеб и батон). Известны:

Ресурсы	Хлеб	Батон	Запасы
Мука	0,6	0,5	120
Жиры	0,05	0,08	70
Сахар	0,2	0,6	65
Финансы	0,2	0,24	50
Цена	2,35	2,15	

Найти оптимальный план производства, при котором доход от реализации произведенной продукции должен быть максимальный.

Вариант 11

Завод выпускает изделия трех моделей (I, II и III). Для их изготовления пользуются два вида ресурсов (А и В), запасы которых составляют ограничены. Расходы ресурсов на одно изделие каждой модели приведены в таблице:

Ресурс	Расход ресурса на одно изделие данной модели			Запасы
	I	II	III	
А	2	3	5	6000
В	4	2	7	8000
Минимальный спрос	200	250	300	
Удельная прибыль	20	15	50	

Анализ условий сбыта показывает, что минимальный спрос на продукцию завода составляет 200, 250. 300 изделий моделей I, II и III, соответственно. Удельная прибыль реализации изделий приведена в таблице. Определить выпуск изделий, максимизирующий прибыль.

Вариант 12

Фирма производит офисную мебель: модели А и В. Обе модели обрабатываются двумя машинами. Длительность обработки единицы моделей А и В и прибыль от реализации приведены в таблице:

Отдел маркетинга считает, что недельный спрос на модель А никогда не превышает спрос на модель В больше, чем на 30 единиц, вопрос на модель В не превышает 80 единиц на неделю.

Модель мебели	Время обработки 1 изделия на 1 машине, час	Время обработки 1 изделия на 2 машине, час	Прибыль от реализации	Минимальный недельный спрос
А	30	50	45	80
В	18	25	20	120
Ресурс работы машины, час/нед.	40	48		

Определить объем производства моделей в неделю, при которой доход фирмы максимизируется.

Вариант 13

Издательский дом издает два журнала: «Садовод» и «Молодежь», которые печатаются в трех типографиях, где общее количество часов, отведенное для печати и производительность печати одной тысячи экземпляров ограничены и представлены в следующей таблице:

Типография	Время печати 1 экземпляра		Ресурс времени, отведенный типографией, час
	Садовод	Молодежь	
Типография 1	0,01	0,01	112
Типография 2	0,01	0,015	70
Типография 3	0,02	0,015	80
Спрос не менее экземпляров/месяц	12000	7500	
Оптовая цена, руб./шт.	16	12	

Определить оптимальное количество издаваемых журналов, которое обеспечит максимальную выручку от продажи.

Вариант 14

Есть определенное количество компонентов, с которых в соответствующих пропорциях создается рацион для питания определенной категории людей.

Для каждой компоненты заданы соответствующие характеристики: состав определенных веществ, цены. Состав смеси ограничен заданным минимальным необходимым составом каждого вещества.

	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картошка	Норма
Белки	180	190	30	10	260	130	21	118
Жиры	20	3	40	800	310	30	2	56
Углеводы	0	0	50	6	20	650	200	500
Соли	9	10	7	12	60	20	10	8
Цена	6	3	1,2	6,8	8,2	1,	0,4	

Нужно определить оптимальный склад смеси, критерий оптимальности – её минимальная стоимость.

Вариант 15

Ателье шьет 3 вида изделий (платье, блуза, юбка). На пошив используется 3 вида материала, расход и запасы, которых приведены в таблице:

Изделие	Расход ткани на изделие			Прибыль от реализации
	1 материал	2 материал	3 материал	
Платье	6,5	0,5	0	25
Блуза	1,5	1,5	1	18
Юбка	2	0	0,3	16
Максимальный суточный запас	200	50	100	

Нужно определить оптимальный план пошива изделий, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 16

Предприятие электронной промышленности выпускает 2 модели радиоприемников, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства линии, расход электронных схем (2-х типов) и прибыль от реализации приведены в таблице:

	Суточный объем	Расход элементов электронных схем		Прибыль от реализации
		1 типа	2 типа	
1 модель	20	5	10	30
2 модель	15	9	8	20
Максимальный суточный запас		600	800	

Определить суточный объем производства первой и второй моделей, чтобы прибыль была максимальной

Вариант 17

На ферме в качестве корма для животных используются два продукта - M и N. Сбалансированное питание предполагает, что каждое животное должно получать в день не менее 200 калорий, причем потребляемое при этом количество жира не должно превышать 14 единиц. Подсчитано, что в 1 кг каждого продукта содержится:

Продукт	Содержание к. калорий	Содержание единиц жира	Стоимость 1 кг, $
M	75	2	1,5
N	85	4	2,3
Минимальное потребляемое количество	200	14	

Разработать максимально дешевый рацион откорма животных, отвечающий этим условиям.

Вариант 18

Есть три вида деревянных игрушек: солдатики, паровозики и лошадки.

Игрушка	Продажная цена, $	Затраты, $	Затраченное время, час		Спрос
			Плотнические работы	Отделка	
Солдатик	12	7	1	2	не менее 40
Паровозик	20	9	1	1	Не ограничен
Лошадки	18	9	1	1	Не менее 20
Еженедельный ресурс времени, час			100	80	

Найти количество игрушек, производство которых позволит максимально увеличить прибыль.

Вариант 19

Цех может производить стулья и столы.

Изделие	Кол-во расходуемого материала, ед.		Ресурс, человеко-час	Прибыль, $
	Материал 1	Материал 2		
Стол	5	8	10	45
Стул	20	4	15	80
Запас ресурсов	400	250	450	

Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?

Вариант 20

Решили производить несколько видов конфет. Конфеты можно производить в любых количествах (сбыт обеспечен), но запасы сырья ограничены. Необходимо определить, каких конфет и сколько десятков килограмм необходимо произвести, чтобы общая прибыль от реализации была максимальной. Прибыль и нормы расхода сырья на производство 10 кг конфет каждого вида приведены ниже.

Сырье	Нормы расхода сырья			Запас сырья
	Мишка	Белочка	Буратино	
Какао	18	15	12	360
Сахар	6	4	8	192
Наполнитель	5	3	3	180
Прибыль	9	10	16	

Вариант 21

Для изготовления пищевых концентратов, которые должны содержать питательные вещества, готовится смесь. Эти вещества содержаться в сырье (М) в различных сочетаниях. Содержание питательных веществ в сырье и готовом продукте, а также цена на каждый вид сырья показаны в таблице. Виды используемого сырья условно обозначены через $М_1$, $М_2$, $М_3$; содержание питательных веществ в сырье и готовом продукте обозначены $П_1$, $П_2$, $П_3$, $П_3$. Требуется определить минимальную по стоимости смесь сырья.

Питательные вещества	Виды сырья			Минимальное содержание (единиц) питательных веществ в готовом продукте
	$М_1$	$М_2$	$М_3$	
$П_1$	1	1	0	50
$П_2$	4	1	3	140
$П_3$	1	4	1	127
$П_4$	0	3	2	80
Цена за единицу сырья, руб.	8	12	10	

Вариант 22

Определить, какой должен быть план продаж, чтобы доход за день был максимальный. Данные о стоимости, минимальном спросе, запасах и затратах времени приведены в таблице:

Напиток	Минимальный спрос на 1 день	Максимальный запас на 1 день	Затраты времени, мин/чашка	Стоимость 1 чашки
Черный кофе	50	500	1	1,5
Чай	50	500	1	1,25
Чай с лимоном	75		2	1,5
Горячий шоколад	30	100	5	3,55
Ресурс времени на 1 день			480 (8 часов)	

Вариант 23

Необходимо закупить таблетки (P1-P7) с витаминами для удовлетворения потребности в 100 единицах витамина I; 80 ед. витамина II, 120 ед. витамина III и 150 ед. витамина IV. Содержание витамина в таблетках 7 видов приведено в таблице:

Наименования	Содержание витаминов в 1 таб-							Минимальное количество, у. ед.
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	
V1	5	0	2	0	3	1	2	100
V2	3	I	2	0	2	0	I	80
V3	1	0	0	1	2	0	6	120
V4	1	1	0	0	3	2	1	150
Цена 1 таблетки	4	5	1	2	3	1	6	

В какой комбинации нужно купить таблетки, чтобы удовлетворить потребность в витаминах с наименьшими затратами?

Вариант 24

Фирма занимается выпечкой печенья. Расход продуктов на 1 кг печенья и отпускная цена приведены в таблице. Дневной запас ресурсов ограничен определенным количеством. Анализ сбыта продукции показал, что дневной выпуск крекера и трубочек должен быть не менее 5 кг. Найти дневной план выпуска печенья, максимизирующий доход.

Вид печенья	Расход продукта на 1 кг печенья, ед.					Отпускная цена
	Мука	Сахар	Соль	Масло	Маргарин	
Крекер	2	0,2	0,1	0	0,5	13,5
Сладкоежка	1,5	0,5	0,01	0,2	0	17,85
Бизе	0	1,5	0,01	0,5	0	21
Наполеон	1	1	0,01	0,2	0,2	22
Трубочки	2,5	0,35	0,01	0,2	0,3	18,5
Дневные запасы	50	50	2	10	10	

Вариант 25

Фирма занимается компьютерными услугами. Затраты времени 1 человека на каждую услугу, стоимость услуги и минимальный дневной спрос приведены в таблице. Рабочий день человека составляет 8 часов. Найти дневной план работы, максимизирующий доход.

Услуга	Затраты времени	Минимальный спрос	Стоимость услуги
Запись CD-диска	10	5	2,5
Запись DVD-диска	25	10	3,5
Печать черно-белая	0,1	100	0,5
Печать цветная	0,1	20	1
Ксерокопия	0,25	500	0,25
Ресурс времени	480		

РАБОТА №2
Технико-экономические линейные оптимизационные задачи.

2.1. Тема работы: Решение технико-экономических линейных оптимизационных задачи.

2.2 Цель работы: Приобретение навыков технико-экономического оптимизационного моделирования.

2.3 Постановка задачи №2

На шахте разрабатываются 2 угольных пласта. При добыче угля из первого пласта выдаётся на поверхность α_1% породы от массы добытого там угля, а при добыче угля из второго пласта - α_2% породы. Пропускная способность породного комплекса на шахте не превышает $А_п$ тыс. т породы в год.

Из первого пласта поступает уголь с выходом крупных фракций (более 6 мм.) β_1%, а из второго - β_2% от массы добываемого угля. Исходя из имеющегося круга потребителей, годовая масса крупных фракций угля должна составлять не менее $Д_к$ тыс. т.

Если бы работы велись только по первому пласту, то производственные возможности основных технологических звеньев позволяют добывать $Д_1$ тыс. т угля в год, а если бы только по второму пласту – то $Д_2$ тыс. т угля в год.

Требуется найти такие годовые объёмы добычи угля из пластов, при которых шахта имела бы максимальную добычу и одновременно удовлетворялись бы все оговоренные условия.

Запишем математическую модель данной задачи. Для этого обозначим годовую добычу из первого пласта через x_1 тыс. т, а из второго – через x_2 тыс. т.

Математическая модель данной задачи линейного программирования имеет следующий вид.

Целевая функция

$$x_1+x_2 \rightarrow \max. \quad (2.1)$$

Основные ограничения

$$\frac{\alpha_1}{100}x_1 + \frac{\alpha_2}{100}x_2 \le A_{П,} \quad (2.2)$$

$$\frac{\beta_1}{100}x_1 + \frac{\beta_2}{100}x_2 \ge Д_К, \quad (2.3)$$

$$x_1 \le Д_{1,} \quad (2.4)$$

$$x_2 \le Д_2. \quad (2.5)$$

Дополнительные ограничения

$$x_1 \ge 0, \quad (2.6)$$

$$x_2 \ge 0. \quad (2.7)$$

Целевая функция (2.1) требует, чтобы годовая добыча угля из шахты была максимально возможной.

Основное ограничение (2.2) требует, чтобы объём породы, выдаваемый из шахты, не превышал $А_п$ тыс. т. за год.

Основное ограничение (2.3) требует, чтобы выход крупных фракций угля (более 6 мм) был не меньше $Д_к$ тыс. т. за год.

Ограничения (2.4) и (2.5) говорят о том, что добыча из первого и второго пластов не может превышать соответственно величин $Д_1$ и $Д_2$ тыс. т угля за год.

Дополнительные ограничения (2.6) и (2.7) говорят о том, что добыча угля из первого и второго пластов не может быть отрицательной.

2.3.1 Решение задачи №2 линейного программирования графическим способом

Используя численные значения показателей α_1, α_2, β_1, β_2, $Д_К$, $Д_1$ и $А_п$, приведенные в таблице 2.1, математическая модель (2.2)–(2.7) задачи темы №2 приводится к виду, пригодному для графического решения.

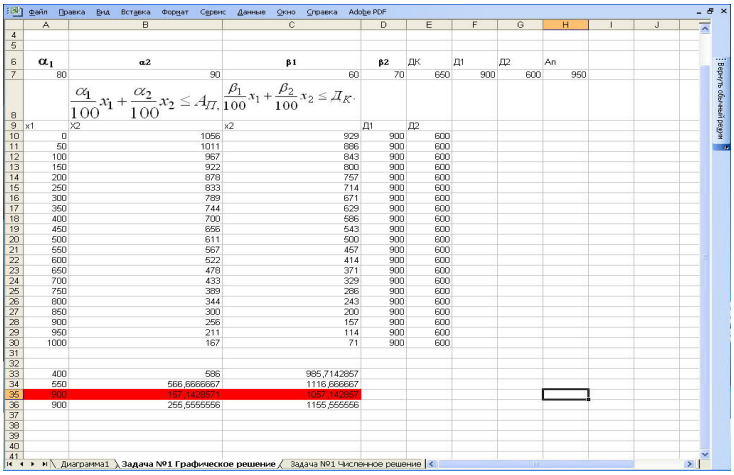
Графическое решение задачи №2 выполняется на компьютере. В системе координат x_1–x_2 чертится область допустимых значений переменных x_1 и x_2 (многогранник решений) на базе систем ограничений математической модели.

Затем определяются:

- оптимальные значения $x_{1опт}$ и $x_{2опт}$ переменных x_1 и x_2 (оптимальные годовые объёмы угля из первого и второго пластов) в одной из вершин многогранника решений на рис 1.2;

- максимальное значение целевой функции при оптимальных значениях переменных $x_{1опт}$ и $x_{2опт}$ т.е. – максимальная годовая добыча угля из шахты.

Проверяется выполнение условий, указанных в ограничениях математической модели, представленной в численном виде. Определяется причина, по которой ограничивается объём годовой добычи угля из шахты.



α1	α2	β1	β2	ДК	Д1	Д2	Ап
80	90	60	70	650	900	600	950

$$\frac{\alpha_1}{100}x_1 + \frac{\alpha_2}{100}x_2 \le A_{П},\ \frac{\beta_1}{100}x_1 + \frac{\beta_2}{100}x_2 \le Д_К.$$

x1	X2	x2	Д1	Д2
0	1056	929	900	600
50	1011	886	900	600
100	967	843	900	600
150	922	800	900	600
200	878	757	900	600
250	833	714	900	600
300	789	671	900	600
350	744	629	900	600
400	700	586	900	600
450	656	543	900	600
500	611	500	900	600
550	567	457	900	600
600	522	414	900	600
650	478	371	900	600
700	433	329	900	600
750	389	286	900	600
800	344	243	900	600
850	300	200	900	600
900	256	157	900	600
950	211	114	900	600
1000	167	71	900	600
400	586	985,7142857		
550	566,6666667	1116,666667		
900	157,1428571	1057,142857		
900	255,5555556	1155,555556		

Рис 1.2

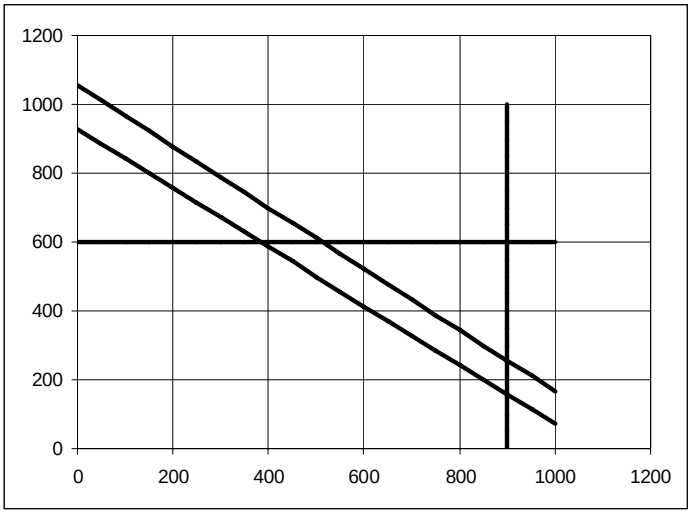


Рис. 2.2

Таблица 2.1 - Численные значения показателей α_1, α_2, β_1, β_2, $Д_К$, $Д_1$ и $Д_2$ одинаковые для всех студентов

Наименования показателя	Условные обозначения показателей	Единицы измерения показателей	Численные значения показателей
1. Выдача породы из первого пласта от массы добываемого угля	α_1	%	80
2. Выдача породы из второго пласта от массы добываемого угля	α_2	%	90
3. Поступление крупных фракций угля из первого пласта от массы добываемого там угля	β_1	%	60
4. Поступление крупных фракций угля из второго пласта от массы добываемого там угля	β_2	%	70
5. Минимально необходимая годовая масса крупных фракций угля по шахте	$Д_К$	тыс. т	650
6. Максимально возможная годовая добыча угля из первого пласта	$Д_1$	тыс. т	950
7. Максимально возможная годовая добыча угля из второго пласта	$Д_2$	тыс. т	600

Таблица 2.2 Численные значения показателя «Годовая пропускная способность породного комплекса шахты» $А_п$,, тыс. т по вариантам

№ вариантов	Годовая пропускная способность породного комплекса на шахте $А_п$, тыс. т.
I	II
1	1200
2	1190
3	1180
4	1170
5	1160
6	1150
7	1140
8	1130
9	1120
10	1110
11	1000
2	1090
13	1080
14	1070
15	1060
16	1050
17	1040
18	1030
19	1020
20	1010
21	1000
22	990
23	980
24	970
25	960

2.3.2 Решение задачи №2 линейного программирования симплекс-методом

Графический способ решения задач линейного программирования весьма прост, однако его можно использовать только в том случае если модель содержит только две переменные, что существенно ограничивает его применение для решения реальных задач. Для решения задач линейного программирования с любым количеством переменных применяется специальный метод, называемый симплекс-методом.

Симплекс-метод представляет собой алгоритм решения задач линейного программирования матричным способом на базе метода модифицированных Жордановых исключений, что позволяет разработать множество пакетов программ для решения задач линейного программирования симплекс методом.

Как известно, для решения задач линейного программирования симплекс-методом необходимо её математическую модель привести к стандартному (каноническому) виду. При приведении задачи линейного программирования к стандартному виду необходимо предусмотреть следующее:

а) целевую функцию задачи, как правило, обозначают символом Z, а основные ограничения в направлении сверху вниз символами $y_1, y_2, \ldots, y_i \ldots, y_m$;

б) целевая функция задачи должна максимизироваться;

в) все основные ограничения задачи y_i должны быть вида $y_i \geq 0$.

Если целевая функция задачи линейного программирования минимизируется, то для приведения её к стандартному виду необходимо

все её слагаемые умножить на -1, а затем находить максимум этой целевой функции.

Для приведения систем основных ограничений к стандартному виду необходимо выполнить следующие преобразования.

Во всех основных ограничениях y_i постоянные величины (свободные члены) b_i необходимо перенести в левую сторону ограничений, то есть привести ограничения к виду $y_i \geq 0$ или $y_i \leq 0$, Ограничения вида $y_i \leq 0$ необходимо умножить на -1. Таким образом, все ограничения будут приведены к виду $y_i \geq 0$.

Приведенная к стандартному виду задача линейного программирования даёт исходную информацию для её решения «вручную». Исходные данные представляются в виде матрицы, имеющей n+1 столбец и m+1 строк. Затем решается задача симплекс-методом в два этапа:

- находится опорное решение, то есть наихудшее из возможных;
- находится оптимальное решение, то есть наилучшее из возможных.

При решении задачи линейного программирования симплекс-методом на компьютере приводить её к стандартному виду нет необходимости, так как это осуществляется по специально разработанной программе. Кроме того, при решении задачи линейного программирования симплекс-методом на компьютере символы целевой функции и ограничений, а также условные обозначения переменных и постоянных величин математической модели задачи могут быть произвольными.

Решается задача №2 линейного программирования симплекс-методом на компьютере на базе её математической модели (рис. 3.2, 4.2, 5.2. 6.2, 7.2).

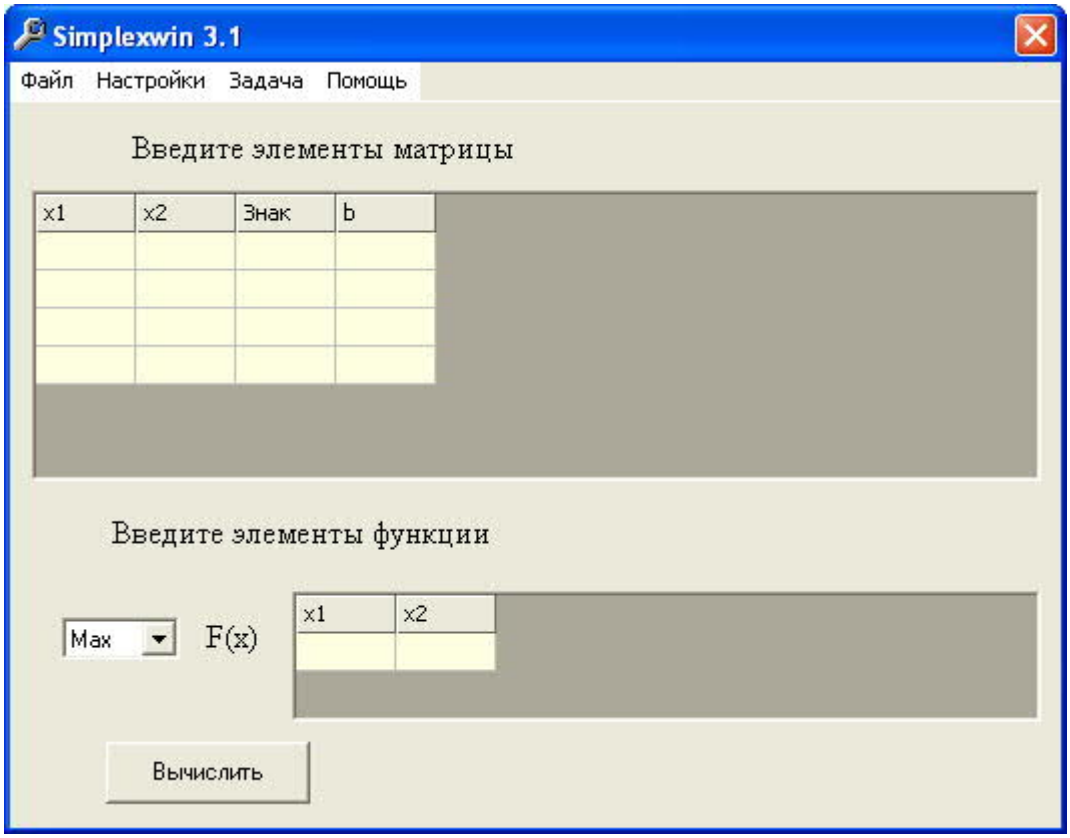


Рис. 3.2 Решение задачи №1 линейного программирования симплекс-методом при помощи специальной программы

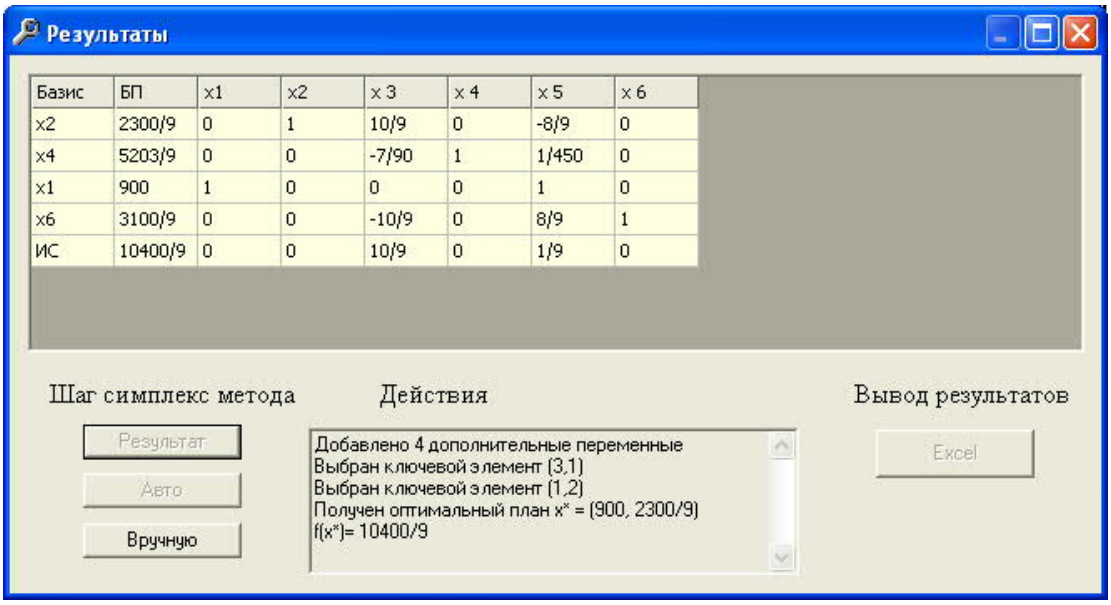


Рис. 4.2 Результат решения задачи №1 линейного программирования симплекс-методом при помощи специальной программы

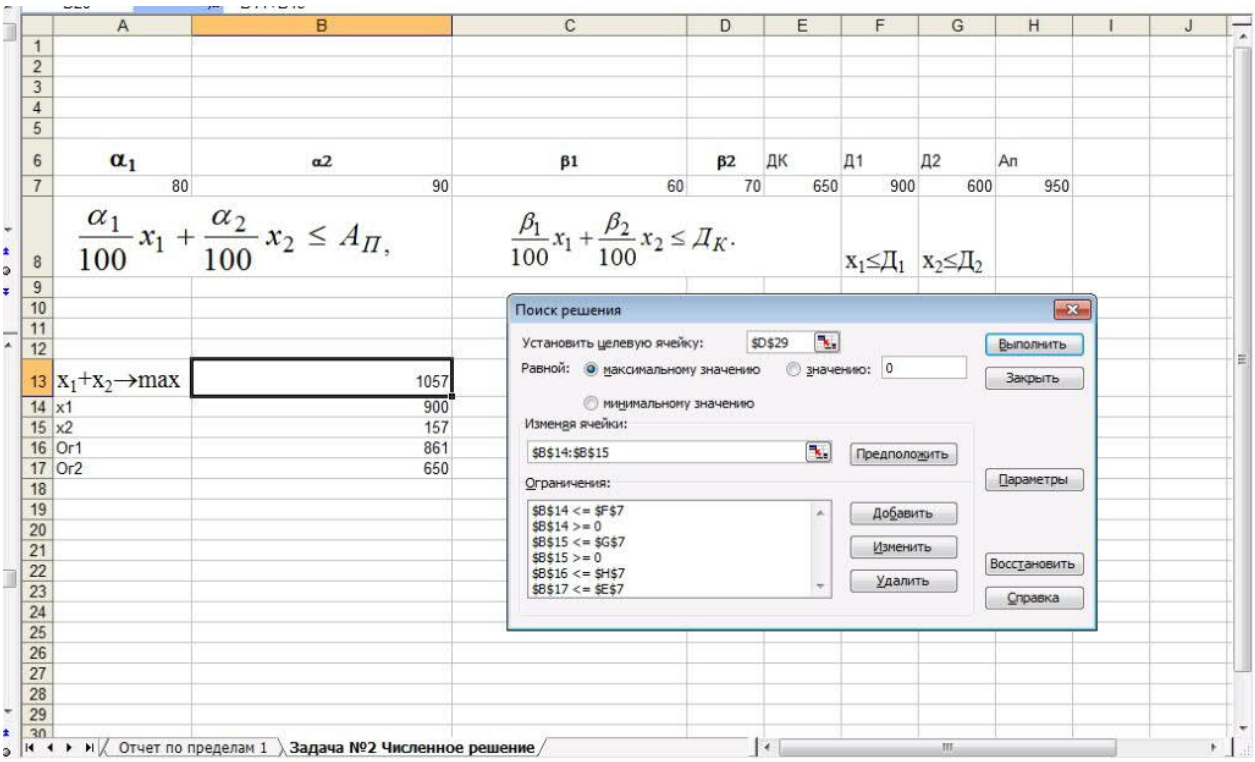
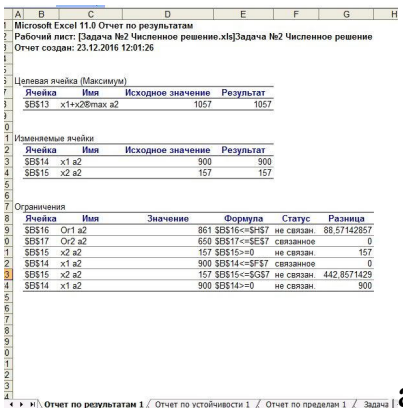
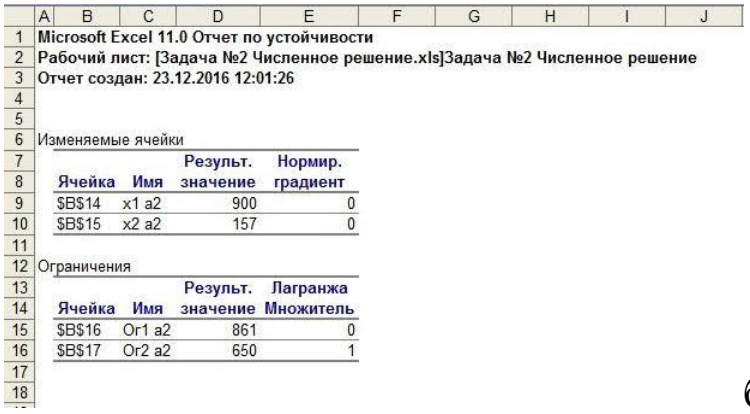


Рис. 5.2 Результат решения задачи №2 линейного программирования симплекс-методом при помощи помощью надстройки «Поиск решения»



а)



б)

в)

Рис. 6.2 Отчеты по результатам (а), устойчивости (б) и пределам (в) решения задачи №2 линейного программирования симплекс-методом при помощи помощью надстройки «Поиск решения»

В итоге представляются результаты решения этой задачи:

- оптимальные значения $x_{1опт}$ и $x_{2опт}$ переменных x_1 и x_2;
- максимальное значения целевой функции Z_{max} при оптимальных значениях переменных $x_{1опт}$ и $x_{2опт}$.

2.4 Постановка и решение задачи №3

Шахта в текущем году имеет возможность экспортировать (продавать за границу) добываемый уголь в три страны по трём контрактам в количестве $Q_э$ тыс. тонн: в Белоруссию (1^{й} контракт), в Молдавию (2^{й} контракт) и в Болгарию (3^{й} контракт).

Максимально возможные количества угля, которые можно экспортировать в текущем году по первому, второму и третьему контрактам не должны превышать соответственно $Q_{э1max}$, $Q_{э2max}$, $Q_{э3max}$, тыс. т.

Необходимо предназначенное для экспорта количества угля $Q_э$ тыс. т распределить по трем контрактам так, чтобы шахта получила максимальный годовой экономический эффект от экспортной деятельности $F_э$, тыс. руб., заключающийся в максимальном приросте годовой валовой прибыли от экспортной деятельности.

Запишем в общем виде математическую модель этой задачи. Для этого обозначим годовой объём экспорта угля по первому, второму и третьему контрактам соответственно через $Q_{э1}$, $Q_{э2}$, $Q_{э3}$, тыс. т. Эти величины являются переменными (искомыми) в данной задаче.

Целевая функция математической модели данной задачи имеет вид

$$F_э = f_{э1}Q_{э1} + f_{э2}Q_{э2} + f_{э3}Q_{э3} \rightarrow max, \qquad (2.8)$$

где $F_э$ - экономический эффект от экспортной деятельности (прирост валовой прибыли от экспорта угля) тыс. руб. за год;

$f_{э1}$ $f_{э2}$ $f_{э3}$ - экономические эффективности соответственно первого, второго и третьего контрактов, определяющие величины прироста валовой прибыли от экспорта одной тонны угля по соответствующим контрактам, руб./т.

Значения $f_{э1}$ $f_{э2}$ $f_{э3}$ являются коэффициентами линейной целевой функции (8.2). Экономический смысл целевой функции (2.8) – получение максимального экономического эффекта $F_{э,}$ то есть максимального прироста валовой прибыли от экспортной деятельности в тыс. руб. за год.

Экономическую эффективность каждого $j^{го}$ контракта (j=1,2,1), то есть величину прироста валовой прибыли от экспорта одной тонны угля по каждому $j^{му}$ контракту $f_{эj}$, руб./т можно определить по формуле

$$f_{эj}= Ц_{Kj}-Ц' - \Delta C_{Эj}, \qquad (2.9)$$

где $Ц_{Kj}$ - контрактная цена угля в денежном эквиваленте по $j^{му}$ контракту (j=1,2,1), руб./т;

Ц' – цена реализуемого на внутреннем рынке угля без учета налога на добавленную стоимость (НДС), руб./т, определяемая из выражения

$$Ц' = \frac{Ц}{1+\alpha}, \qquad (2.10)$$

Ц – цена реализуемого на внутреннем рынке угля с учетом налога на добавленную стоимость (НДС), руб./т;

α- ставка налога на добавленную стоимость (ставка НДС) в долях единицы;

$\Delta C_{эj}$ – разница между средними экспортными издержками по $j^{му}$ контракту (j=1,2,1) и средними издержками реализации угля на внутреннем рынке руб./т, определяемая по формуле

$$\Delta C_{эj} = C_{эj} - C_{в}, \quad (2.11)$$

$C_{эj}$ - средние экспортные издержки по $j^{му}$ контракту (j=1,2,1) руб./т,;

$C_{в}$ – средние издержками реализации угля на внутреннем рынке руб./т.

Ограничения математической модели данной задачи имеют вид:

$$Q_{э1} + Q_{э2} + Q_{э3,} = Q_{э}\ , \quad (2.12)$$

$$Q_{э1} \leq Q_{э1max}, \quad (2.13)$$

$$Q_{э2} \leq Q_{э2max}, \quad (2.14)$$

$$Q_{э3} \leq Q_{э3max}, \quad (2.15)$$

$$Q_{э1} \geq 0,\ Q_{э2} \geq 0,\ Q_{э3} \geq 0. \quad (2.16)$$

2.4.1 Решение задачи №3 линейного программирования симплекс-методом.

Условные обозначения, единицы измерения и численные значения всех показателей (исходных данных), необходимых для решения назначенного варианта задачи №3 приведены в таблицах 2.3, 2.4.

Таблица 2.3 Численные значения показателей одинаковые для всех студентов

Наименования показателей	Условные обозначения показателей	Единицы измерения показателей	Численные значения показателей
1. Контрактная цена угля в рублёвом эквиваленте по первому контракту	$Ц_{К1}$	руб./т.	454
2. Контрактная цена угля в рублёвом эквиваленте по второму контракту	$Ц_{К2}$	руб./т.	452
3. Контрактная цена угля в рублёвом эквиваленте по третьему контракту	$Ц_{К3}$	руб./т.	455
4. Цена реализуемого на внутреннем рынке угля с учетом налога на добавленную стоимость (НДС)	Ц	руб./т.	450
5. Ставка налога на добавленную стоимость (ставка НДС)	α	доля единицы	0,2
6. Средние издержками реализации угля на внутреннем рынке	$С_{в}$	руб./т.	40
7. Средние экспортные издержки по первому контракту	$С_{э1}$	руб./т.	85
8. Средние экспортные издержки по второму контракту	$С_{э2}$	руб./т.	80
9. Средние экспортные издержки по третьему контракту	$С_{э3}$	руб./т.	90
10. Максимально возможное количество угля, которое можно экспортировать в текущем году по первому контракту	$Q_{э1max}$,	тыс. т.	150
11. Максимально возможное количество угля, которое можно экспортировать в текущем году по второму контракту	$Q_{э2max}$,	тыс. т.	120
12. Максимально возможное количество угля, которое можно экспортировать в текущем году по третьему контракту	$Q_{э3max}$,	тыс. т.	200

Таблица 2.4 – Численные значения показателя «Количество предназначенного для экспорта угля» $Q_э$, тыс. тонн по вариантам

№ варианта	Численные значения показателя «Количество предназначенного для экспорта угля» $Q_э$, тыс. тонн
1	200
2	210
3	220
4	230
5	240
6	250
7	260
8	270
9	280
10	290
11	300
12	310
13	320
14	330
15	340
16	350
17	360
18	370
19	380
20	390
21	400
22	410
23	420
24	430
25	440

Необходимо представить результаты решения данной задачи на компьютере:

- оптимальные значения переменных, то есть оптимальные объёмы экспорта угля по трём контрактам $Q_{э1опт}$, $Q_{э2\ опт}$, $Q_{э3\ опт,}$ тыс. т за год;
- максимальный экономический эффект, то есть максимальный прирост валовой прибыли от экспорта угля $F_{эmax}$ в тыс. руб. за год.

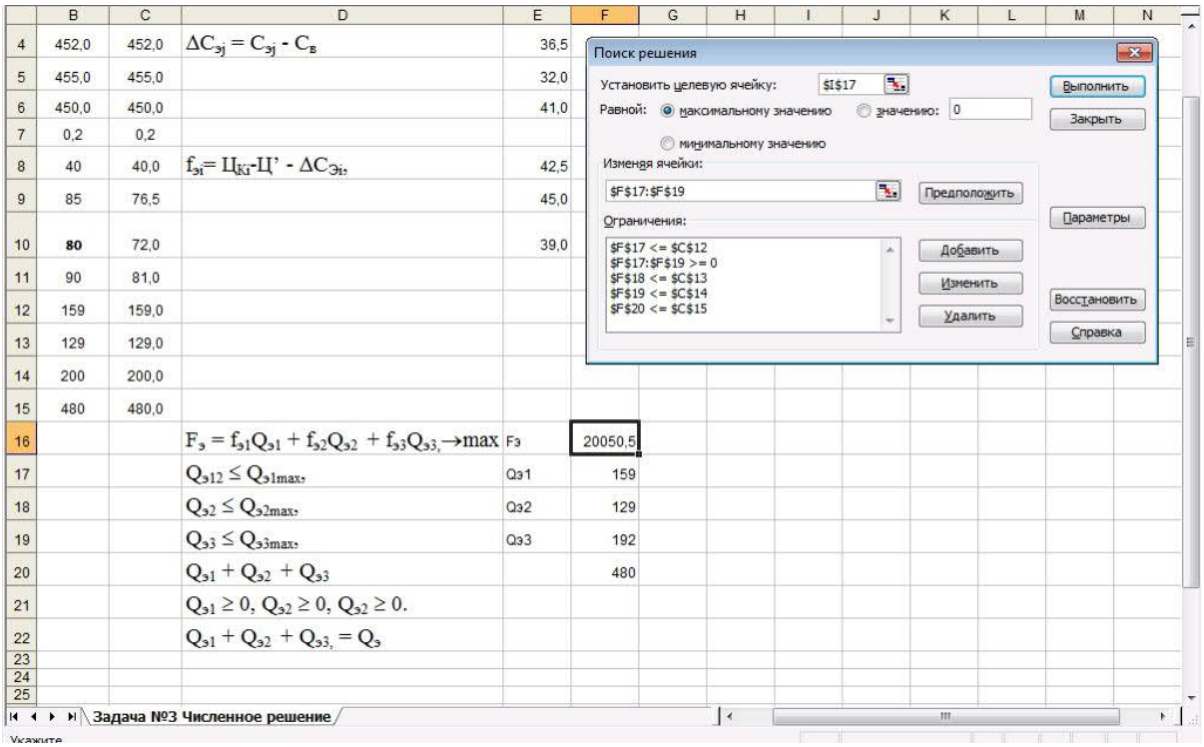


Рис. 7.2 Результат решения задачи №3 линейного программирования симплекс-методом при помощи помощью надстройки «Поиск решения»

Далее определяется величина годовой валовой прибыли $ВП_г$ тыс. руб. указанной в задаче №2 шахты с учетом экспортной деятельности по формуле

$$ВП_г = ВП_в + F_{эmax}, \qquad (2.17)$$

где $ВП_в$ – валовая прибыль шахты, полученная при реализации всего объёма добычи угля на внутреннем рынке, тыс. руб., величину которой можно установить из выражения

$$ВП_в = (Ц' - С_{пр} - С_в)Д_г, \qquad (2.18)$$

где $С_{пр}$ = 330 – средние производственные издержки по шахте, руб./т; $Д_г$= 1500 – годовой объём добычи угля из шахты, тыс. т.

Затем решается задача №3 линейного программирования симплекс-методом на компьютере при условии, что средние экспортные издержки по каждому $j^{му}$ контракту $С_{эj}$ (j=1,2,1) руб./т увеличились на

10%, то есть стали равными 1,1 $C_{эj}$ (j=1,2,1) руб./т при неизменности остальных исходных данных.

Это означает, что разница между средними экспортными издержками по каждому $j^{му}$ контракту и средними издержками реализации угля на внутреннем рынке $\Delta C_{эj}$ (j=1,2,1) руб./т вместо формулы (11.2) определяется из выражения

$$\Delta C_{эj} = 1{,}1C_{эj} - C_{в}. \qquad (2.19)$$

Полученное из выражения (19.2) значение $\Delta C_{эj}$ (j=1,2,1) используется в формуле (9.2) для определения величин $f_{эj}$ (j=1,2,1), которые являются коэффициентами целевой функции (8.2) задачи №2.

Представляются также результаты решения симплекс-методом на компьютере изменившейся математической модели этой задачи:

- оптимальные значения переменных, то есть оптимальные объёмы экспорта угля по каждому из трёх контрактов $Q_{э1опт}$, $Q_{э2\ опт}$, $Q_{э3опт,}$ тыс. т за год;

- максимальный экономический эффект, то есть максимальный прирост валовой прибыли от экспорта угля $F_{эmax}$ в тыс. руб. за год.

определяется величина годовой валовой прибыли $ВП_{в}$, тыс. руб., указанной в задаче №2 шахты с учетом экспортной деятельности при увеличении средних экспортных издержек по каждому $j^{му}$ контракту на 10% по формулам (2.17) и (2.18).

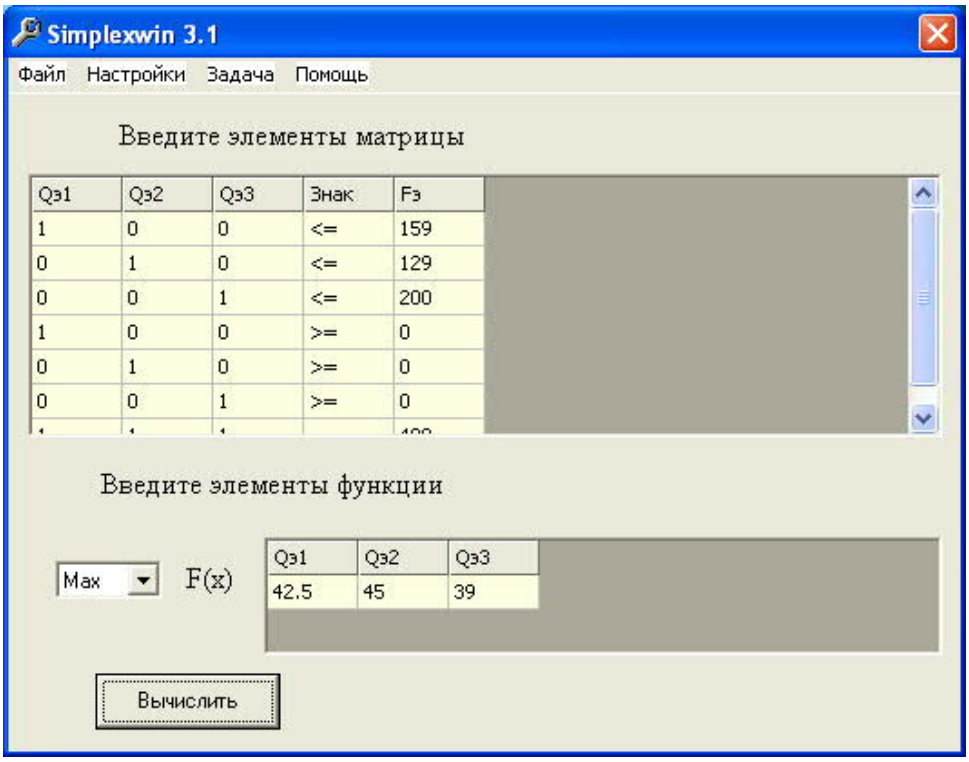


Рис. 2.7 Решение задачи №3 линейного программирования симплекс-методом при помощи специальной программы

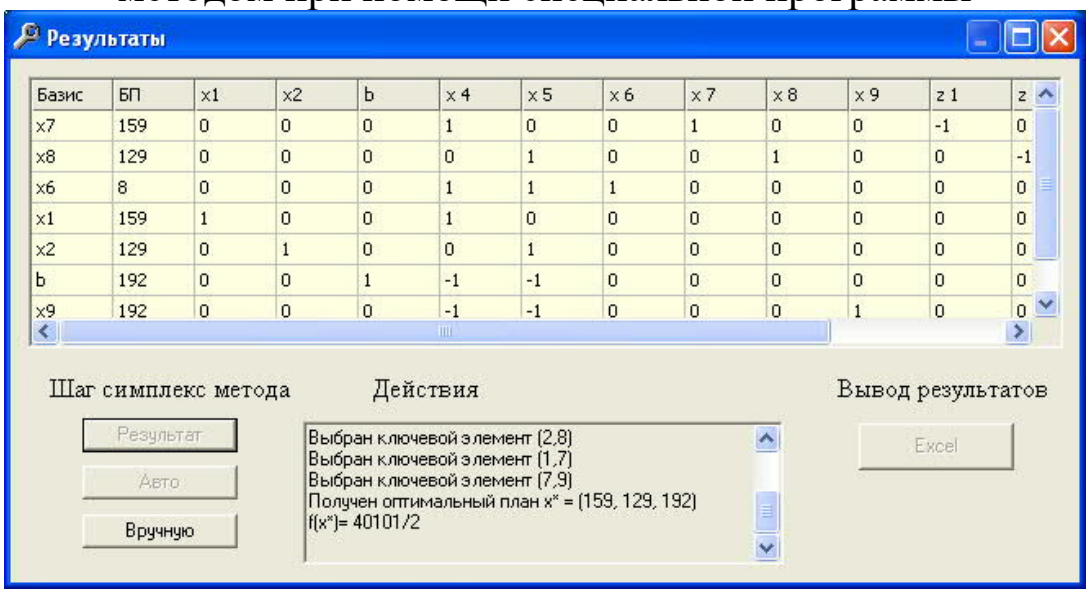


Рис. 2.8 Результат решения задачи №3 линейного программирования симплекс-методом при помощи специальной программы

РАБОТА №3
Технико-экономические нелинейные оптимизационные задачи

3.1 Тема работы: Решение технико-экономических нелинейных оптимизационных задач.

3.2 Цель работы: Приобретение навыков решения задач нелинейного программирования методом неопределенных множителей Лагранжа.

3.3 Сущность математических моделей задач нелинейного программирования, решаемых методом неопределенных множителей Лагранжа.

Задача нелинейного программирования возникает, если целевая функция или хотя бы одно из ограничений в математической модели является нелинейной функцией переменных.

Метод неопределенных множителей Лагранжа является одним из способов решения задач нелинейного программирования.

Задачи нелинейного программирования, решаемые методом неопределенных множителей Лагранжа могут быть описаны следующим образом:

целевая функция -

$$f(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) \to extr; \tag{3.1}$$

основные ограничения:

$$\begin{cases} \varphi_1(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) = 0, \\ \varphi_2(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) = 0, \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi_i(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) = 0, \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi_m(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) = 0. \end{cases}; \tag{3.2}$$

дополнительные ограничения:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \cdots, x_j \geq 0, \cdots, x_n \geq 0. \qquad (3.3)$$

Здесь $x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n$ - переменные;

$j = 1,2, \cdots\cdots, n$ - индексы переменных;

n -количество переменных;

$i = 1,2, \cdots\cdots, m$ - индексы основных ограничений;

m - количество основных ограничений;

$f, \varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_j, \cdots, \varphi_n$ - функции переменных $x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n$.

Задача нелинейного программирования может быть решена методом неопределенных множителей Лагранжа, если:

- целевая функция или хотя бы одно из ограничений является нелинейной функцией переменных;

- ограничения представляют собой равенства;

- число ограничений m меньше или равно числу переменных n, т.е. ($m \leq n$).

Решение задачи нелинейного программирования методом неопределенных множителей Лагранжа заключается в установлении оптимальных значений переменных x_j, то есть таких, при которых имеет место экстремум (максимум или минимум) целевой функции (3.1) и удовлетворяются условия ограничений (3.2) и (3.3).

Для решения задачи нелинейного программирования методом неопределенных множителей Лагранжа необходимо составить специальную функцию, которая называется функцией Лагранжа L от n+m переменных:

$$L = f(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \varphi_i(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n), \qquad (3.4)$$

где λ_i неопределенные множители Лагранжа, выступающие в роли дополнительных переменных.

Далее функция Лагранжа L исследуется на экстремум как обычная функция, то есть путём приравнивания к нулю частных производных L по переменным x_j, и неопределённым множителям Лагранжа λ_i

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 0; \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 0; \cdots, \dfrac{\partial L}{\partial x_j} = 0; \cdots, \dfrac{\partial L}{\partial x_n} = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 0; \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0; \cdots, \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0; \cdots, \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_m} = 0. \end{cases} \tag{3.5}$$

3.4 Решение задачи №4 нелинейного программирования методом неопределенных множителей Лагранжа в общем виде

Рассмотрим конкретную задачу нелинейного программирования и найдем её решение методом неопределенных множителей Лагранжа.

На шахте для ведения горных работ по новому пласту планируется проведение n последовательно расположенных горных выработок.

При увеличении площади поперечного сечения отдельно взятой горной выработки будут увеличиваться затраты на её проведение, а депрессия этой выработки (давление движущегося по выработке заданного количества воздуха) будет уменьшаться.

Необходимо установить такие площади поперечных сечений каждой из n последовательно расположенных горных выработок при которых сумма затрат на их проведение будет минимальной при заданной депрессии цепи этих выработок.

Целевая функция и основное ограничение этой задачи запишутся в следующем виде.

Целевая функция

$$З_{\Sigma} = З_1 + \cdots + З_j + \cdots + З_n \to \min. \qquad (3.6)$$

Основное ограничение

$$h_1 + \cdots + h_j + \cdots + h_n = h_з. \qquad (3.7)$$

Здесь $З_{\Sigma}$ - сумма затрат на проведение цепи горных выработок, руб.;

$З_j$ – затраты на проведение $j^{й}$ горной выработки, руб.;

$j = 1,2,\cdots\cdots,n$ - индекс горной выработки;

n - количество горных выработок в цепи;

h_j – депрессия $j^{й}$ горной выработки, даПа;

$h_з$ – заданная депрессия цепи горных выработок, даПа.

Величина $З_j$, руб. определяется из выражения

$$З_j = k_j F_j l_j, \qquad (3.8)$$

где k_j – стоимость проведения 1м^3 $j^{й}$ горной выработки, руб./м^3;

F_j – площадь поперечного сечения $j^{й}$ горной выработки, м^2;

l_j – длина $j^{й}$ горной выработки, м.

Депрессия $j^{й}$ горной выработки h_j, даПа, определяется по формуле

$$h_j = \frac{\alpha_j P_j l_j Q_j^2}{F_j^3}, \qquad (3.9)$$

где α_j – коэффициент аэродинамического сопротивления $j^{й}$ горной выработки, даПа·с^2/м^2;

P_j – периметр поперечного сечения $j^{й}$ горной выработки, м;

Q_j – количество воздуха, проходящего через $j^{ю}$ горную выработку, $м^3/с$.

Периметр поперечного сечения $j^{й}$ горной выработки P_j, м определяется из выражения:

$$P_j = c_j \sqrt{F}\,, \tag{3.10}$$

где c_j – коэффициент, характеризующий форму поперечного сечения $j^{й}$ горной выработки (для арочной формы c_j =3,8, для трацепевидной формы c_j =4,16, для круглой формы c_j =3,54).

Формула (3.9) с учетом (3.10) примет вид

$$h_j = \frac{\alpha_j C_j l_j Q_j^2}{F_j^{2.5}}\,. \tag{3.11}$$

Теперь можно записать математическую модель задачи.

Целевая функция (6.3) с учетом (8.3) представляет собой выражение

$$З_{\Sigma} = k_1 F_1 l_1 + \cdots + k_j F_j l_j + \cdots + k_n F_n l_n \to \min. \tag{3.12}$$

Основное ограничение (3.7) с учетом (3.10) представляет собой уравнение

$$\alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 F_1^{-2,5} + \cdots + \alpha_j c_j l_j Q_j^2 F_j^{-2,5} + \cdots + \alpha_n c_n l_n Q_n^2 F_n^{-2,5} - h_з. = 0. \tag{3.14}$$

Дополнительные ограничения

$$F_1 \ge 0, \cdots, F_j \ge 0, \cdots, F_n \ge 0. \tag{3.15}$$

Математическая модель, представленная выражениями (3.12), (3.13) и (3.14), является задачей нелинейного программирования, поскольку:

-- основное ограничения (3.14) представляют собой нелинейную функцию переменных F_j;

- основное ограничения (3.14) представляют собой равенство;

- количество основных ограничений (m=1) меньше количества переменных n, если рассматривать цепь, состоящую из 2^x и более выработок или равно количеству переменных, если рассматривать отдельно взятую выработку.

Функция Лагранжа (28) примет вид

$$L = k_1 F_1 l_1 + \cdots + k_j F_j l_j + \cdots + k_n F_n l_n + \\ \lambda(\alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 F_1^{-2,5} + \cdots + \alpha_j c_j l_j Q_j^2 F_j^{-2,5} + \cdots + \alpha_n c_n l_n Q_n^2 F_n^{-2,5} - h_з). \quad (3.16)$$

После определения частных производных функции Лагранжа L по F_j и λ приравнивания их нулю получим следующую систему уравнений

$$\frac{\partial L}{\partial F_1} = k_1 l_1 - 2.5\lambda\alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 F_1^{-3.5} = 0, \quad (3.17)$$

……

$$\frac{\partial L}{\partial Fj} = k_j l_j - 2.5\lambda\alpha_j c_j l_j Q_j^2 F_j^{-3.5} = 0, \quad (3.18)$$

……

$$\frac{\partial L}{\partial Fn} = k_n l_n - 2.5\lambda\alpha_n c_n l_n Q_n^2 F_n^{-3.5} = 0, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 F_1^{-2.5} + \cdots + \alpha_j c_j l_j Q_j^2 F_j^{-2.5} + \cdots \\ \cdots + \alpha_n c_n l_n Q_n^2 F_n^{-2.5} - h_з = 0. \quad (3.20)$$

Из уравнения (19.3) выразим F_j через λ $F_j^{-3.5} = \dfrac{k_j l_j}{2.5\lambda\alpha_j c_j l_j Q_j^2}$, или

$$\frac{1}{F_j^{3.5}} = \frac{k_j}{2.5\lambda\alpha_j c_j Q_j^2}, \text{ откуда } F_j = \sqrt[3,5]{\frac{2.5\lambda\alpha_j c_j Q_j^2}{k_j}}. \quad (3.21)$$

Уравнение (3.20) с учетом (3.21) примет вид:

$$\alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 \left(\sqrt[3,5]{\frac{2.5\lambda\alpha_1 c_1 Q_1^2}{k_1}} \right)^{-2,5} + \cdots$$

$$+ \alpha_j c_j l_j Q_j^2 \left(\sqrt[3,5]{\frac{2.5\lambda\alpha_j c_j Q_j^2}{k_j}} \right)^{-2,5} + \cdots \qquad (3.22)$$

$$+ \alpha_n c_n l_n Q_n^2 \left(\sqrt[3,5]{\frac{2.5\lambda\alpha_n c_n Q_n^2}{k_n}} \right)^{-2,5} - h_з = 0$$

или

$$\frac{\alpha_1 c_1 l_1 Q_1^2 \sqrt[3.5]{k_1^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}\sqrt[3.5]{\left(\alpha_1 c_1 Q_1^2\right)^{2,5}}} + \cdots$$

$$+ \frac{\alpha_j c_j l_j Q_j^2 \sqrt[3.5]{k_j^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}\sqrt[3.5]{\left(\alpha_j c_j Q_j^2\right)^{2,5}}} + \cdots$$

$$+ \frac{\alpha_n c_n l_n Q_n^2 \sqrt[3.5]{k_n^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}\sqrt[3.5]{\left(\alpha_n c_n Q_n^2\right)^{2,5}}} - h_з = 0,$$

откуда

$$\frac{l_1 \sqrt[3.5]{\alpha_1 c_1 Q_1^2 k_1^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}} + \cdots$$

$$+ \frac{l_j \sqrt[3.5]{\alpha_j c_j Q_j^2 k_j^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}} + \cdots \qquad (3.23)$$

$$+ \frac{l_n \sqrt[3.5]{\alpha_n c_n Q_n^2 k_n^{2.5}}}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}} - h_з = 0 \ .$$

Обозначим в выражении (3.23)

$$\beta_j = l_j \sqrt[3.5]{\alpha_j c_j Q_j^2 k_j^{2.5}} \ , \qquad (3.24)$$

где β_j – вентиляционно-стоимостная характеристика $j^й$ (j=1,2,…,n) горной выработки.

Тогда выражение (3.23) примет вид

$$\frac{\beta_1}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}}+\cdots+\frac{\beta_j}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}}+\cdots+\frac{\beta_n}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}}=h_з$$

или

$$\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{\sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}}=h_з\ ,\ \sqrt[3.5]{(2.5\lambda)^{2,5}}=\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\ ,\ (2.5\lambda)^{\frac{2,5}{3.5}}=\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\ ,$$

$$2.5\lambda=\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\right)^{\frac{2,5}{3.5}}=\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\right)^{1,4},$$

$$\lambda=\frac{1}{2,5}\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\right)^{1,4}=0,4\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\right)^{1,4}. \qquad (3.25)$$

Выражение (3.21) с учетом (3.25) примет вид

$$F_j=F_{\text{оптj}}=\sqrt[3,5]{\frac{2.5\alpha_j c_j Q_j^2}{k_j}0,4\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{h_з}\right)^{1,4}}. \qquad (3.26)$$

Из выражения (3.26) с учетом (3.24) можно определить оптимальную площадь поперечного сечения каждой j^{й} выработки $F_{\text{оптj}}$, м^2 ($j=1,2,\cdots\cdots,n$) цепи из n выработок или отдельно взятой выработки по условию вентиляции. Следовательно, выражения (3.26) с учетом (3.24) и является решением задачи №4 в общем виде.

3.5 Постановка и численное решение задачи №4

Рассчитать оптимальные площади поперечных сечений первой $F_{опт1}$, м^2 и второй $F_{опт2}$, м^2 горной выработки по условию вентиляции по формуле (3.26) с учетом (3.24) для назначенного варианта исходных данных.

В таблицах 5.3 и 6.3 приводятся наименования, условные обозначения, единицы измерения и численные значения всех показателей (исходных данных), необходимых для решения назначенного варианта задачи №4.

На основании исходных данных определить оптимальные площади поперечных сечений первой $F_{опт1}$, м^2 и второй $F_{опт2}$, м^2 горной выработки по условию вентиляции.

Таблица 5.3 - Численные значения показателей одинаковые для всех студентов

Наименования показателей	Условные обозначения показателей	Единицы измерения показателей	Численные значения показателей
1 Количество последовательных горных выработок в цепи	N	выработок	2
2 Коэффициент аэродинамического сопротивления первой и второй горной выработки	α	даПа·с^2/м^2;	0,0018
3 Коэффициент, характеризующий форму поперечного сечения первой и второй горной выработки	C		3,8
4 Количество воздуха, которое будет проходить через первую и вторую горную выработку	Q	м^3/с.	80
5 Длина первой горной выработки	l_1	м	500
6 Длина второй горной выработки	l_2	м	1200
7 Стоимость проведения 1м^3 первой горной выработки	k_1	руб./м^3	300
8 Стоимость проведения 1м^3 второй горной выработки	k_2	руб./м^3	260

Таблица 6.3 – Численные значения показателя «Заданная депрессия цепи горных выработок» $h_з$, даПа по вариантам

№ варианта	Численные значения показателя $h_з$, даПа
1	130
2	128
3	126
4	124
5	122
6	120
7	118
8	116
9	114
10	112
11	110
12	108
13	106
14	104
15	102
16	100
17	98
18	96
19	94
20	92
21	90
22	88
23	84
24	84
25	82

Рассчитать оптимальные площади поперечных сечений первой $F_{опт1}$, м^2 и второй $F_{опт2}$, м^2 горной выработки по условию вентиляции при помощи надстройки «Поиск решения». Сравнить результаты аналитического и численного решений.

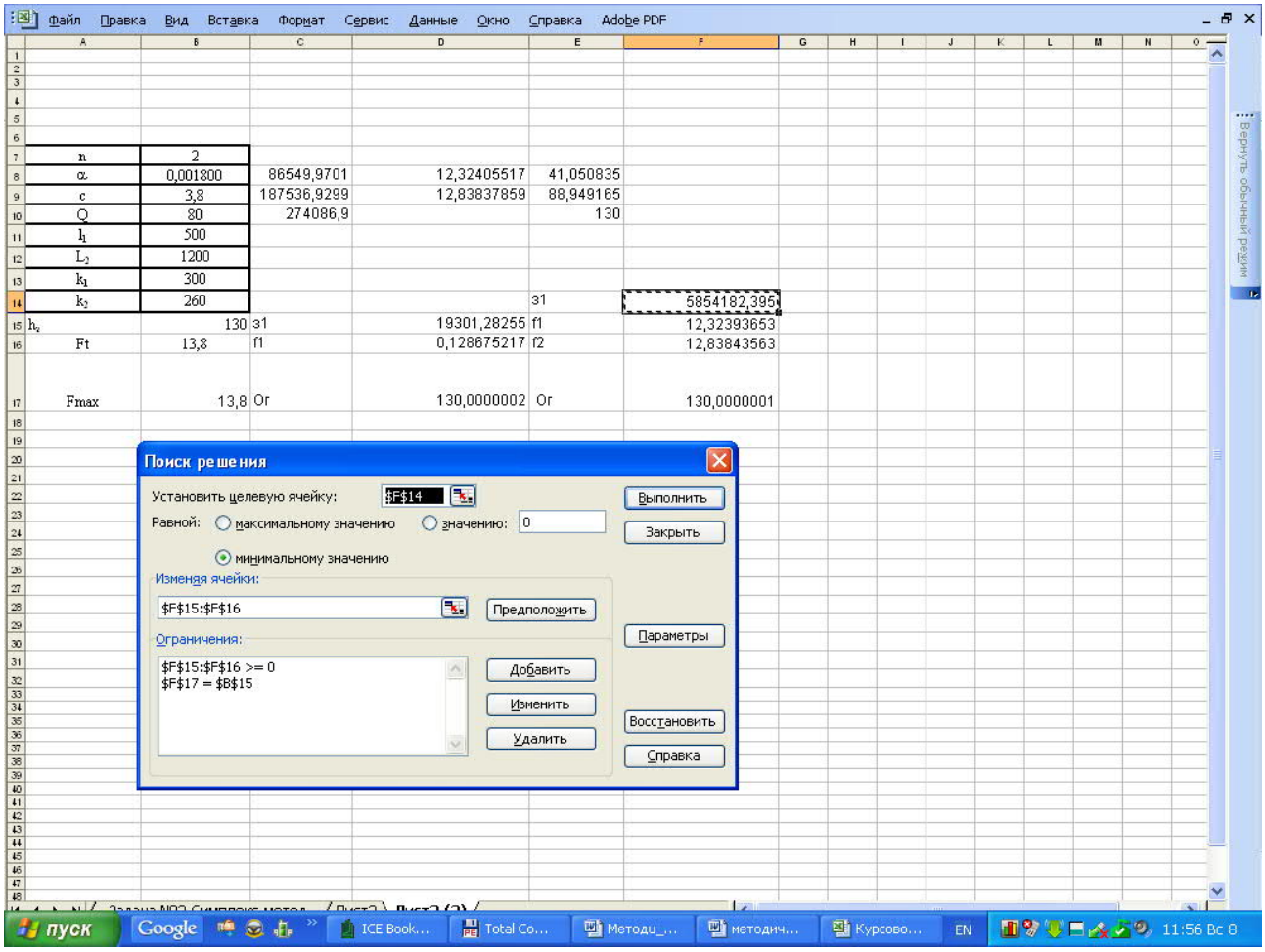


Рис. 7.3 Результат решения задачи №4 нелинейного программирования при помощи помощью надстройки «Поиск решения»

ЛИТЕРАТУРА

1.Сдвижков, О. Е. Математика в Excel 2003 / О. Е. Сдвижков. — М.: СОЛОН-Пресс. 2010. - 192 с. : ил. - (Серия «Библиотека студента»).

2. Леоненков, А. В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel / А. В. Леоненков. — СПб.: БХВ - Петербург, 2005. - 704 с.: ил.

3. Шаповал, С. Н. Методические рекомендации и задачи для курсовой работы по дисциплине "Математические методы и модели в горном производстве" для студентов со специализацией УГП / Шаповал С. Н., Овсянников В. П.-Донецк: ДонНТУ, 2011. – 69 с.

4. Вагнер, Г. Основы исследования операций. В 3-х т./ Г. Вагнер. - М.: Мир, 1972 — 1973.

Т.1.- 1972. - 336 с.

Т.2. - 1973. - 448 с.

Т.3. - 1973. - 503 с.

5 Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич. - М.: Высш. шк., 1986. - 319 с, ил.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к выполнению практических занятий по дисциплине
«Математические методы и модели в горном производстве»

Составитель:

Кавера Алексей Леонидович – кандидат технических наук,
заведующий кафедрой «Охрана труда и аэрология» ГОУВПО «ДОННТУ».

Ответственный за выпуск:
Кавера Алексей Леонидович – заведующий кафедрой охраны труда и аэрологии
ГОУВПО «ДОННТУ», кандидат технических наук, доцент.