

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В MS EXCEL



Донецк ДонНТУ 2005

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

# **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В MS EXCEL**

**Методическое пособие**

**(для студентов всех специальностей)**

**Утверждено на заседании  
кафедры ВМиП  
Протокол № 1 от 30.08.2004 г.**

**Донецк ДонНТУ 2005**

**ББК 32.973я7**

**Р 31**

**Р 31** Решение задач оптимизации в MS Excel: Методическое пособие (для студентов всех специальностей)/ Авторы: Зензеров В.И., Ефименко К.Н. – Донецк: ДонНТУ, 2005. – 28 с.

Методическое пособие предназначено для овладения навыками решения оптимизационных задач в среде MS Excel.

Подробно рассмотрены элементы диалогового окна «Поиск решения». Приводятся примеры решения линейной оптимизационной задачи, транспортной задачи и задачи о назначениях. Пособие содержит варианты лабораторных заданий по соответствующим темам.

Рассчитано на студентов всех специальностей, аспирантов и других пользователей ПК.

***Авторы:***

В.И. Зензеров, ст. преп.  
К.Н. Ефименко, асс.

***Отв. за выпуск:***

В.Н. Павлыш, доц.

© Зензеров В.И., Ефименко К.Н., 2005

© ДонНТУ, 2005

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Элементы диалогового окна Поиск решения.....	4
2. Линейная оптимизационная задача.....	5
3. Транспортная задача.....	7
4. Задача о назначениях.....	10
5. Лабораторная работа №1.....	12
6. Лабораторная работа №2.....	24
7. Лабораторная работа №3.....	26
8. Литература.....	27

## 1. Элементы диалогового окна Поиск решения

Средство поиска решений является одной из надстроек MS Excel. Для вызова используется команда **Сервис→Поиск решения**. Если в меню **Сервис** отсутствует команда **Поиск решения**, то для ее установки необходимо выполнить команду **Сервис→Надстройки→Поиск решения**.

Рассмотрим элементы диалогового окна **Поиск решения** (рис.1.1).

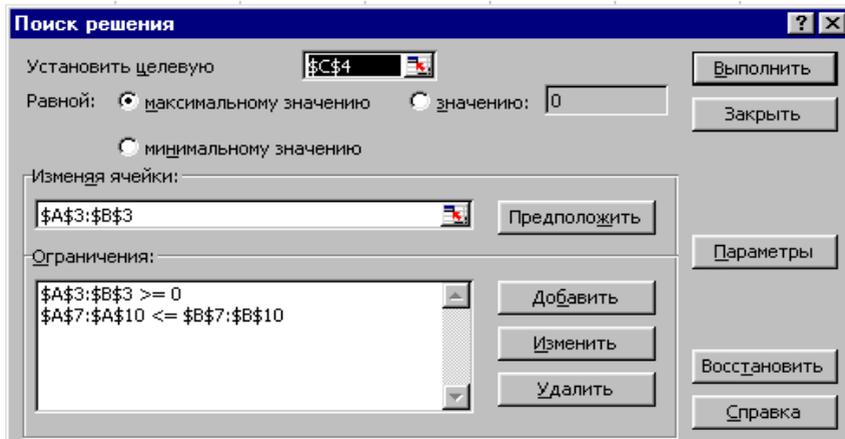


Рис.1.1. Диалоговое окно Поиск решения

В поле **Установить целевую ячейку** дается ссылка на ячейку с функцией, для которой будет находиться максимум, минимум или заданное значение. Тип взаимосвязи между решением и целевой ячейкой задается путем установки переключателя в группе **Равной**. Для нахождения максимального, минимального или заданного значения целевой функции этот переключатель ставится в соответствующее положение. В поле **Изменяя ячейки** указываются ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи, т. е. ячейки отведенные под переменные задачи.

Ограничения, налагаемые на переменные задачи, отображаются в поле **Ограничения**. Средство поиска решений допускает ограничения в виде равенств, неравенств, а также позволяет ввести требование целочисленности переменных. Ограничения добавляются по одному. Для ввода ограничений нажимается кнопка **Добавить** и в открывшемся диалоговом окне **Добавление ограничения** заполняются поля.

В поле **Ссылка на ячейку** вводится левая часть ограничения, а в поле **Ограничение** - правая часть. С помощью раскрывающегося списка вводится тип соотношения между левой и правой частями ограничения.

Нажав кнопку **Параметры**, можно проверить, какие параметры заданы для поиска решений.

## 2. Линейная оптимизационная задача

Решение линейной оптимизационной задачи с помощью средства поиска решений рассмотрим на примере типичной ситуации планирования производства красок.

Рассмотрим следующую задачу планирования производства. Небольшая фабрика выпускает два типа красок: для внутренних (I) и наружных (E) работ. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта А и В. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн, соответственно. Расходы продуктов А и В на 1т соответствующих красок приведены табл. 2.1.

Таблица 2.1. Исходные данные задачи

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	краска E	краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны: 3000 руб. для краски E и 2000 руб. для краски I. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Для решения этой задачи необходимо построить математическую модель. Процесс построения модели можно начать с ответа на следующие три вопроса:

1. Для определения каких величин строится модель (т.е. каковы переменные модели)?
2. В чем состоит цель, для достижения которой из множества всех допустимых значений переменных выбираются оптимальные?
3. Каким ограничениям должны удовлетворять неизвестные?

В нашем случае фабрике необходимо спланировать объем производства красок так, чтобы максимизировать прибыль. Поэтому переменными являются:  $X_I$  - суточный объем производства краски I и  $X_E$  - суточный объем производства краски E.

Суммарная суточная прибыль от производства  $X_I$  краски I и  $X_E$  краски E равна  $Z = 3000 X_T + 2000 X_I$ . Целью фабрики является определение среди всех допустимых значений  $X_E$  и  $X_I$  таких, которые максимизируют суммарную прибыль, т. е. целевую функцию Z.

Перейдем к ограничениям, которые налагаются на  $X_E$  и  $X_I$ . Объем

производства красок не может быть отрицательным, следовательно:

$$X_E, X_I \geq 0.$$

Расход исходного продукта для производства обоих видов красок не может превосходить максимально возможный запас данного исходного продукта, следовательно:

$$\begin{cases} X_E + 2X_I \leq 6, \\ 2X_E + X_I \leq 8. \end{cases}$$

Кроме того, ограничения на величину спроса на краски таковы:

$$X_I - X_E \leq 1, \quad X_I \leq 2.$$

Таким образом, математическая модель данной задачи имеет следующий вид: максимизировать

$$Z = 3000X_E + 2000X_I$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} X_E + 2X_I \leq 6, \\ 2X_E + X_I \leq 8, \\ X_I - X_E \leq 1, \\ X_I \leq 2, \\ X_E, X_I \geq 0. \end{cases}$$

Заметим, что данная модель является линейной, т.к. целевая функция и ограничения линейно зависят от переменных.

Для решения этой задачи введем данные как показано на рис.2.1. Отведем ячейки А3 и В3 под значения переменных  $X_E$  и  $X_I$ . В ячейку С4 введем функцию цели. В ячейки А7:А10 введем левые части ограничений, а в ячейки В7:В10 – правые части ограничений.

	А	В	С
1	Переменные:		
2	$X_E$	$X_I$	
3			
4	Функция цели:		$=3000*A3+2000*B3$
5			
6	Ограничения:		
7	$=A3+2*B3$	6	
8	$=2*A3+B3$	8	
9	$=B3-A3$	1	
10	$=B3$	2	

**Рис.2.1 - Исходные данные для задачи оптимизации**

Решим данную задачу с помощью команды **Сервис, Поиск решения**, заполнив диалоговое окно **Поиск решения**, как показано на рис.1.1.

В результате решения задачи будет получен оптимальный план производства и соответствующая ему прибыль.

### 3. Транспортная задача

Предположим, что фирма имеет 4 фабрики и 5 центров распределения её товаров. Фабрики фирмы располагаются в четырёх различных городах с производственными возможностями 200, 150, 225 и 175 единиц продукции ежедневно, соответственно. Центры распределения товаров фирмы располагаются в пяти различных городах с потребностями в 100, 200, 50, 250 и 150 единиц продукции ежедневно, соответственно. Хранение на фабрике единицы продукции, не поставленной в центр распределения, обходится в 0,75 грн. в день, а штраф за просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в центре распределения, но там не находящейся, равен 2,5 грн. в день. Стоимость перевозки единицы продукции с фабрик в пункты распределения приведена в табл.3.1.

Таблица 3.1. Транспортные расходы

	1-й центр	2-й центр	3-й центр	4-й центр	5-й центр
1-я фабрика	1,5	2	1,75	2,25	2,25
2-я фабрика	2,5	2	1,75	1	1,5
3-я фабрика	2	1,5	1,5	1,75	1,75
4-я фабрика	2	0,5	1,75	1,75	1,75

Необходимо так спланировать перевозки, чтобы минимизировать суммарные транспортные расходы.

Поскольку данная модель сбалансирована (суммарный объем произведенной продукции равен суммарному объему потребностей в ней), то в этой модели не надо учитывать издержки, связанные как со складированием, так и с недопоставками продукции. В противном случае в модель нужно было бы ввести:

- В случае перепроизводства - фиктивный пункт распределения, стоимость перевозок единицы продукции в который полагается равной стоимости складирования, а объемы перевозок — объемам складирования излишков продукции на фабриках
- В случае дефицита - фиктивную фабрику, стоимость перевозок единицы продукции с которой полагается равной стоимости штрафов за недопоставку продукции, а объемы перевозок — объемам недопоставок продукции в пункты распределения.

Для решения данной задачи построим ее математическую модель. Неизвестными в данной задаче являются объемы перевозок. Пусть  $X_{ij}$  - объем перевозок с  $i$ -й фабрики в  $j$ -й центр распределения, функция цели - это суммарные транспортные расходы, т. е.

$$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 C_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min,$$

где  $C_{ij}$  - стоимость перевозки единицы продукции с  $i$ -й фабрики в  $j$ -й центр распределения.

Неизвестные в данной задаче должны удовлетворять следующим ограничениям:

1. Объемы перевозок не могут быть отрицательными.

2. Так как модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с фабрик, а потребности всех центров распределения должны быть полностью удовлетворены.

В результате имеем следующую модель:

минимизировать:

$$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 C_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 X_{ij} = b_j, & j \in [1,5], \\ \sum_{j=1}^5 X_{ij} = a_i, & i \in [1,4], \\ X_{ij} \geq 0, & i \in [1,4], j \in [1,5] \end{cases}$$

где  $a_i$  - объем производства на  $i$ -й фабрике,

$b_j$  - спрос в  $j$ -м центре распределения.

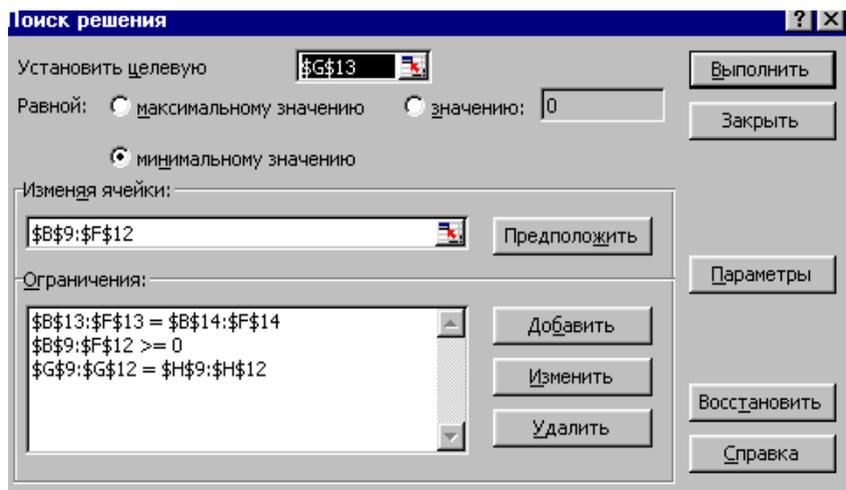
Для решения этой задачи с помощью средства поиска решений введем данные, как показано на рис.3.1.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
1	Стоимости перевозок							
2		1-й центр	2-й центр	3-й центр	4-й центр	5-й центр		
3	1-я фабрика	1,5	2	1,75	2,25	2,25		
4	2-я фабрика	2,5	2	1,75	1	1,5		
5	3-я фабрика	2	1,5	1,5	1,75	1,75		
6	4-я фабрика	2	0,5	1,75	1,75	1,75		
7	Объемы перевозок							
8		1-й центр	2-й центр	3-й центр	4-й центр	5-й центр	Объемы произв-а	
9	1-я фабрика						0	200
10	2-я фабрика						0	150
11	3-я фабрика						0	225
12	4-я фабрика						0	175
13	Объемы	0	0	0	0	0	0	
14	потребления	100	200	50	250	150		

Рис.3.1. Исходные данные для транспортной задачи

В ячейки В3:F6 введены стоимости перевозок. Ячейки В9:F12 отведены под значения неизвестных (объемы перевозок). В ячейки Н9:Н12 введены объемы производства на фабриках, а в ячейки В12:F12 введена потребность в продукции в центрах распределения. В ячейке G13 введена целевая функция: =СУММПРОИЗВ(В3:F6;В9:F12). В ячейке В13 введена формула: =СУММ(В9:В12), в ячейки С13:F13 - аналогичные, определяющие объем продукции, возимой в центры распределения. В ячейку G9 введена формула: =СУММ(В9:F9), в ячейки G10:G12 - аналогичные, вычисляющие объем продукции, вывозимой с фабрик.

После выбора команды **Сервис, Поиск решения** заполним диалоговое окно **Поиск решения**, как показано на рис.3.2.



**Рис.3.2. Диалоговое окно Поиск решения для транспортной задачи**

После нажатия кнопки **Выполнить** будут найдены оптимальный план поставок продукции и соответствующие ему транспортные расходы.

## 4. Задача о назначениях

Четверо рабочих могут выполнять четыре вида работ. Стоимости  $C_{ij}$  выполнения  $i$ -м рабочим  $j$ -й работы приведены в табл.4.1.

Таблица 4.1. Стоимость выполнения работ

	Работа 1	Работа 2	Работа 3	Работа 4
1-й рабочий	1	4	6	3
2-й рабочий	9	10	7	9
3-й рабочий	4	5	11	7
4-й рабочий	8	7	8	5

Необходимо составить план выполнения работ так, чтобы все работы были выполнены, каждый рабочий был загружен только на одной работе, а суммарная стоимость выполнения всех работ была минимальной. Отметим, что данная задача является сбалансированной, т.е. число работ совпадает с числом рабочих. Если задача не сбалансирована, то перед началом решения ее необходимо сбалансировать, введя недостающее число фиктивных строчек или столбцов с достаточно большими штрафными стоимостями работ.

Для решения данной задачи построим ее математическую модель. Пусть переменная  $X_{ij}=1$ , если  $i$ -м рабочим выполняется  $j$ -я работа, и  $X_{ij}=0$ , если  $i$ -м рабочим не выполняется  $j$ -я работа. Тогда модель имеет вид:

минимизировать:

$$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 C_{ij} X_{ij},$$

при ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 X_{ij} = 1, \quad j \in [1,4], \\ \sum_{j=1}^4 X_{ij} = 1, \quad i \in [1,4], \\ X_{ij} \in \{0,1\}, \quad i \in [1,4], \quad j \in [1,4] \end{array} \right.$$

Для решения этой задачи с помощью средства поиска решений введем данные, как показано на рис.4.1.

В ячейки B2:E5 введены стоимости выполнения  $i$ -м рабочим  $j$ -й работы. Диапазон ячеек B8:E11, отведён под неизвестные. В ячейку G3 введена целевая функция: =СУММПРОИЗВ(B2:E5;B8:E11), вычисляющая стоимость работ. В ячейке B12 введена формула: =СУММ(B8:B11), в ячейки C12:E12 - аналогичные. В ячейку F8 введена формула: =СУММ(B8:E8), в ячейки F9:F11 – аналогичные.

	A	B	C	D	E	F	G	
1		1-я работа	2-я работа	3-я работа	4-я работа	Стоимость работ:		
2	1-й рабочий	1	4	6	3			
3	2-й рабочий	9	10	7	9		0	
4	3-й рабочий	4	5	11	7			
5	4-й рабочий	8	7	7	5			
6	План выполнения работ							
7		1-я работа	2-я работа	3-я работа	4-я работа			
8	1-й рабочий					0		
9	2-й рабочий					0		
10	3-й рабочий					0		
11	4-й рабочий					0		
12		0	0	0	0			

Рис.4.1. Исходные данные для задачи о назначениях

После выбора команды **Сервис, Поиск решения** заполним диалоговое окно **Поиск решения**, как показано на рис.4.2.

Рис.4.2. Диалоговое окно Поиск решения для задачи о назначениях

Также необходимо (как и в двух предыдущих задачах) в диалоговом окне **Параметры поиска решения**, которое вызывается нажатием кнопки **Параметры**, установить флажок **Линейная модель**.

После нажатия кнопки **Выполнить** будут найдено оптимальное решение задачи.

## 5. Лабораторная работа №1

### Линейная оптимизационная задача

#### Вариант 1.

Продажная цена трех продуктов соответственно 3, 5 и 2, а план реализации 750 грн.

Расход первого материала 2, 3 и 2 кг на единицу продукции, фонд его 550 кг, который нужно полностью использовать. Расход второго материала 3, 1 и 4 кг на единицу продукции и фонд не более 650 кг. Себестоимость единицы продукции 2, 3 и 1.5 грн.

Найти план, при котором общая себестоимость будет минимальной.

#### Вариант 2.

При производстве двух видов продукции А и В предприятие использует четыре группы оборудования. Для производства единицы продукции А используется в течение смены 1, 0.5, 2 и 0 единиц I, II, III и IV видов оборудования соответственно. Для производства единицы продукции В используется в течение смены 1, 1, 0 и 2 единиц I, II, III и IV видов оборудования соответственно. Производственные мощности предприятия: оборудование I группы – 18 единиц, II – 12, III – 24, IV – 18. Предприятие получает доход от реализации единицы продукции А в размере 4 грн. И от реализации продукции В – 6 грн.

Составить план загрузки производственного оборудования, обеспечивающий максимальную прибыль.

#### Вариант 3.

Предполагается освоить производство 4-х деталей на участке, располагающем пятью группами металлорежущего оборудования (запланированный объем производства деталей – 5000 грн.).

Исходные данные для решения задачи представлены в табл.5.1.

**Таблица 5.1. Исходные данные для задачи**

Группа станков	Операционное время на обработку детали (мин.)				Полезный фонд рабочего времени в планируемом периоде (мин.)
	I	II	III	IV	
А	4	2	0	1	800
Б	2	0	2	1	700
В	2	2	2	0	740
Г	2	2	1	1	770
Д	0	2	2	2	760
Себестоимость заготовки (грн.)	9	6	8	7	
Отпускная оптовая цена детали (грн.)	12	9	10	11.5	

Решить задачу (определить производственную программу) по критерию минимума себестоимости при заданном объёме выпуска продукции.

#### Вариант 4.

Предприятие планирует изготавливать детали  $P_1, P_2, P_3$  соответственно в комплекте 1, 2, 1. Определить программу производства деталей в комплектном отношении, при которой обеспечивается максимально возможный съём комплектов изделий при следующих наличных производственных мощностях по группам оборудования, используемого для изготовления деталей: по группе оборудования А – 600 ч; по группе оборудования Б – 400 ч; по группе оборудования В – 800 ч. Мощность оборудования по каждой группе выражена через суммарный фонд рабочего времени.

Затраты времени изготовления каждого изделия соответственно на каждой из вышеперечисленных групп станков составляют (в час.): для изделий  $P_1 - 1, 2, 2$ ; для изделий  $P_2 - 2, 4, 2$ ; для изделий  $P_3 - 2, 0, 4$ .

#### Вариант 5.

Предприятию, располагающему тремя группами металлорежущего оборудования, планируется изготовить в течении определённого периода времени два изделия. При этом известно, что первое изделие комплектуется из двух деталей  $P_1$  и  $P_2$ , которые должны изготавливаться в соотношении 1:2. Второе изделие также комплектуется из двух деталей  $P_3$  и  $P_4$ , которые должны изготавливаться в соотношении 4:1. Известно время обработки детали на каждой группе оборудования, а также производственная мощность, которая выражена через суммарный фонд рабочего времени (табл.5.2).

**Таблица 5.2. Время обработки детали и производственная мощность**

Группа оборудования	Детали				Производственная мощность (ч)
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
<b>А</b>	1	1.5	2	0	640
<b>Б</b>	2	0	1	2	500
<b>В</b>	0	1	1	1	400

Определить плановые объёмы выпуска каждого вида изделий, при которых обеспечивается максимально возможный съём комплектов изделий при наличных производственных мощностях.

### Вариант 6.

Завод производит вычислительные машины типов А-50 и А-70. Процесс изготовления этих машин включает в себя три технологических операции: сборку, монтаж и наладку. Спрос на вычислительные машины практически не ограничен. Прибыль, получаемая от реализации машины типа А-50, составляет 750 грн., а от А-70 – 500 грн. Расчет производственных мощностей завода показал, что в течение одного квартала может быть достигнута следующая производительность (табл. 5.3).

**Таблица 5.3. Производительность завода**

Операция	Производительность (шт. машин)	
	А-50	А-70
сборка	25	30
монтаж	50	25
наладка	15	18

Найти план выпуска вычислительных машин А-50 и А-70, при котором достигается максимальная прибыль.

### Вариант 7.

При проведении капитального ремонта жилых домов строительное управление возводит перегородки двух типов: гипсобетонные и каркасные с обшивкой листами сухой штукатурки. Для изготовления перегородок обоих типов требуется гипсобетон, пиломатериалы, сухая штукатурка и рабочая сила. Затраты каждого производственного фактора на 1 м<sup>2</sup> перегородок и месячные ресурсы строительного управления по каждому производственному фактору, приведены в табл. 5.4.

**Таблица 5.4. Затраты и ресурсы производственных факторов**

Производственный фактор	Гипсобетонные перегородки	Каркасные перегородки	Месячные ресурсы
Гипсобетон (м <sup>3</sup> )	0,08	0	160
Пиломатериалы (м <sup>3</sup> )	0,01	0,022	50
Сухая штукатурка (м <sup>2</sup> )	0	2,1	4200
Раб. сила (чел.-дн.)	0,17	0,27	675

Требуется составить такой месячный план по возведению перегородок каждого типа (в м<sup>2</sup>), чтобы их суммарная площадь была наибольшей.

### Вариант 8.

Цех выпускает три вида изделий, причем суточная программа выпуска составляет: 90 единиц I, 70 – II и 60 – III. Суточные производственные возможности цеха и нормы затрат производственных ресурсов на единицу различных видов изделий приведены в табл. 5.5.

**Таблица 5.5. Нормы затрат и производственные мощности**

Ресурсы	Нормы затрат на единицу изделия			Производственные возможности
	I	II	III	
Оборудование (ч)	2	3	4	780
Сырьё (т)	1	4	5	850
Электроэнергия (кВт-ч)	3	4	2	970

Оптовая цена изделия I равна 8 грн., изделия II – 7 грн., изделия III – 6 грн. Составить план производства продукции, обеспечивающий максимальный доход от реализации изделий, выпускаемых сверх плана.

### Вариант 9.

Предприятие выпускает радиоприёмники трёх различных моделей: “Турист”, “Альпинист”, “Сокол”. Каждое из указанных изделий приносит доход в размере 8, 15, 25 грн. соответственно. Необходимо, чтобы выпуск изделий составил не менее: “Турист” - 10 тыс. шт.; “Альпинист” 15 тыс. шт.; “Сокол” - 7.5 тыс. шт. Каждая модель характеризуется определённым временем, необходимым для изготовления 1000 соответствующих деталей, временем сборки изделия и его упаковки (табл.5.6).

**Таблица 5.6. Время производства изделия**

Изделия	Сборка, ч.	Изготовление, ч.	Упаковка, ч.
“Турист”	4	3	1
“Альпинист”	4	3,5	1,5
“Сокол”	5	8	3

В течение ближайшей недели предприятие может израсходовать на производство радиодеталей 150 часов, на сборку – 200 часов и на упаковку – 60 часов. Определить план выпуска радиоприёмников с целью получения максимальной прибыли.

### Вариант 10.

Предприятие располагает четырьмя группами станков, на которых планируется изготовление четырех изделий. При этом фонд рабочего времени каждой группы станочного парка составляет: по станкам групп А – 300 ч.; по станкам группы Б – 260 ч.; по станкам группы В – 280 ч.; по

станкам группы Г – 260 ч. Время изготовления каждого изделия соответственно на каждой группе станков приведено в табл. 5.7.

**Таблица 5.7. Время изготовления изделий**

Номер изделия	Время изготовления для групп станков (час)			
	А	Б	В	Г
1	1	4	1	2
2	0	4	2	2
3	5	0	3	3
4	2	4	0	0

Определить программу изготовления изделий, при которой обеспечивается максимально возможная загрузка производственных мощностей (максимально возможное использование фонда рабочего времени).

### **Вариант 11.**

В литейном производстве для получения сплава требуемого химического состава и качества вводятся в качестве присадок в жидкий металл четыре элемента. В качестве присадочного материала используются два вещества. Первое вещество стоимостью 5 грн. за 1 кг. Второе вещество стоимостью 6 грн. за 1 кг. Содержание элементов в каждом веществе, а также минимальное содержание элементов на тонну жидкого металла, представлены в табл. 5.8.

Требуется установить, в какой пропорции взять оба вещества с тем, чтобы было достигнуто в присадочном материале оптимальное содержание каждого из элементов при минимальных затратах на приобретение обоих веществ.

**Таблица 5.8. Содержание элементов**

Элемент	Требуется на 1 т металла (ед.)	Содержание элементов в веществе (ед. в 1 кг)	
		1-е вещество	2-е вещество
А	6	2	1
Б	12	4	4
В	4	0	4
Г	9	6	0

### **Вариант 12.**

На предприятии изготавливаются два вида изделий на четырех группах станков, и имеется следующий фонд рабочего времени по каждой группе станков: 20 часов у станков группы А; 20 часов у станков группы Б; 16 часов у станков группы В; 22 часов у станков группы Г.

Потребное время, необходимое для изготовления единицы изделия №1: по станкам группы А равно 4 ч.; по станкам группы Б равно 5 ч.; по станкам группы В равно 0 ч.; по станкам группы Г равно 2 ч.

Потребное время, необходимое для изготовления единицы изделия №2: по станкам группы А равно 2 ч.; по станкам группы Б равно 0 ч.; по станкам группы В равно 4 ч.; по станкам группы Г равно 4 ч.

Прибыль от реализации единицы изделия №1 составляет 3 грн., изделия №2 – 4 грн. Следует определить, какое количество изделий №1 и №2 надо запланировать к изготовлению с тем, чтобы предприятие при имеющемся в наличии станочном парке получило максимальную прибыль.

### Вариант 13.

Цех для производства двух видов продукции использует четыре группы оборудования (табл. 5.9).

**Таблица 5.9. Нормы затрат**

Группы производственного оборудования	Нормы затрат произв. оборудования на один комплект изделий (станко-час)		Фонд времени работы оборудования (станко-час)
	Продукция №1	Продукция №2	
А	2	2	12
Б	1	2	8
В	4	0	16
Г	0	4	12
<b>Прибыль в тыс. грн. на ед. продукции</b>	2	2	

Найти вариант загрузки оборудования, обеспечивающий максимальную прибыль.

### Вариант 14.

Решается вопрос о перспективном развитии угольного бассейна путём строительства новых шахт с целью получения заданного прироста добычи угля.

Имеется всего шесть разведочных свободных участков  $X_i$ , на которых могут быть построены шахты ( $p=6$ ). Возможная проектная мощность шахт  $a_i$  на различных участках составляет:  $a_1=300$ ;  $a_2=310$ ;  $a_3=270$ ;  $a_4=300$ ;  $a_5=300$ ;  $a_6=200$  тыс. тонн угля в год. Общий требуемый прирост добычи угля А за счет ввода новых шахт составляет 1100000 т (не менее). Прирост этот достигается вводом меньшего числа шахт, возможно при наличии свободных участков. Уголь на всех участках имеет одинаковые качественные характеристики.

Проектная стоимость строительства шахт  $b_{ij}$  составляет соответственно:  $b_{11}=6.0$ ;  $b_{21}=7.7$ ;  $b_{31}=8.1$ ;  $b_{41}=5.5$ ;  $b_{51}=6.6$ ;  $b_{61}=6.2$  млн.грн. Общий выделенный по перспективному плану лимит капиталовложений В1 на строительство шахт в бассейне составляет 27 млн.грн. Проектная стоимость 1 т

угля на рассматриваемых шахтах  $C_i$  составляет соответственно:  $C_1=10$ ;  $C_2=9$ ;  $C_3=9$ ;  $C_4=11$ ;  $C_5=9$ ;  $C_6=8$  грн.

Требуется отобрать шахты, строительство которых обеспечит получение требуемого прироста добычи угля с наименьшими текущими годовыми издержками по себестоимости добычи угля. При этом необходимо уложиться в имеющийся лимит капиталовложений.

### **Вариант 15.**

Пусть на шахте разрабатываются два угольных пласта, 1-й из которых даёт уголь с выходом штывов 20% и второй – 30%. В случае, если бы работы велись лишь по первому пласту, производственные возможности основных технологических звеньев позволяли добывать 500 тыс. тонн угля в год, при отработке только второго пласта – 200 тыс. тонн. По условиям опережения горных работ годовая добыча угля со второго пласта не может превышать добычу с первого пласта. Исходя из имеющегося круга потребителей штывов, годовая добыча их не должна превышать 120 тыс. тонн. Требуется найти такое соотношение годовых объёмов добычи угля по пластам, при котором шахта в целом имела бы наибольшую возможную при всех оговоренных условиях нагрузку.

### **Вариант 16.**

Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприёмников, причём каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объём производства 1-й линии – 60 изделий, 2-й линии – 75 изделий. На радиоприёмник первой модели расходуются 10 однотипных элементов электронных схем, на радиоприёмник второй модели – 8 таких же элементов. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 800 единицам. Прибыль от реализации одного радиоприёмника первой и второй модели равна 30 и 20 грн., соответственно. Определить максимальный суточный объём производства первой и второй моделей.

### **Вариант 17.**

Процесс изготовления двух видов промышленных изделий состоит в последовательной обработке каждого из них на трёх станках. Время использования этих станков для производства данных изделий ограничено 10-ю часам в сутки. Время обработки и прибыль от продажи одного изделия каждого вида приведены в табл. 5.10. Найти оптимальный объём производства изделий каждого вида.

**Таблица 5.10. Время обработки и прибыль от продажи**

Изделие	Время обработки одного изделия, мин			Удельная прибыль, грн.
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
Изделие 1	10	6	8	2
Изделие 2	5	20	15	3

### **Вариант 18.**

Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местные радио и телевизионную сеть. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой 1000 грн. в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в 5 грн., а каждая минута телерекламы – в 100 грн. Фирма хотела бы использовать радиосеть, по крайней мере, в два раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что объём сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 25 раз больше объёма сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой.

### **Вариант 19.**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объём сбыта продукции А составляет не менее 60% общего объёма реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырьё, суточный запас которого ограничен величиной 100 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2 кг, а на единицу продукции В – 4 кг. Цены продукции А и В равны 20 и 40 грн., соответственно. Определить оптимальное распределение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 20.**

Фирма выпускает ковбойские шляпы двух фасонов (А и В). Трудоемкость изготовления шляпы фасона А вдвое выше трудоемкости изготовления шляпы фасона В. Если бы фирма выпускала только шляпы фасона А, суточный объём производства мог бы составить 500 шляп. Суточный объём сбыта шляп обоих фасонов ограничен диапазоном от 150 до 200 штук. Прибыль от продажи шляпы фасона А равна 8 грн., а фасона В – 5 грн. Определить, какое количество шляп каждого фасона следует изготовить, чтобы максимизировать прибыль.

### **Вариант 21.**

Требуется распределить имеющиеся денежные средства по четырем альтернативным вариантам. Игра имеет три исхода. В табл. 5.11 приведены размеры выигрыша (или проигрыша) на каждую гривну, вложенную в соответствующий альтернативный вариант, для каждого из трех исходов. У игрока имеется 500 грн., причем использовать их в игре можно только один раз. Точный исход игры заранее неизвестен. Учитывая эту неопределенность, распределить деньги так, чтобы максимизировать минимальную отдачу от этой суммы.

**Таблица 5.11. Возможные выигрыши и проигрыши**

Исход	Выигрыш или проигрыш на каждый доллар, вложенный в данный вариант			
	1	2	3	4
1	-3	4	-7	15
2	5	-3	9	4
3	3	-9	10	-10

**Вариант 22.**

Рацион питания должен обеспечивать ежедневное потребление питательных веществ А, В, С (например, витамин), не менее заданного количества, в трёх продуктах  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ . Содержание питательных веществ в единице массы продукта и стоимость продуктов приведены в табл. 5.12. Необходимо организовать наиболее рациональное питание, т.е. наиболее дешёвое, а также обеспечивающее необходимое количество питательных веществ.

**Таблица 5.12. Содержание питательных веществ**

Питательное вещество	Норма	Продукт		
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
А	10	3	5	6
В	28	2	0	9
С	105	1	12	0
Стоимость продуктов		4	4	2

**Вариант 23.**

Предприятие выпускает продукцию двух видов  $P_1$  и  $P_2$ , используя три вида сырья  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$ , запасы которых ограничены. Расход сырья каждого вида на производство единицы продукции  $P_1$  и  $P_2$ , прибыль предприятия от продажи единицы готовой продукции каждого вида приведены в табл. 5.13.

**Таблица 5.13. Расход сырья и стоимость продукции**

Вид продукции	$C_1$	$C_2$	$C_3$	Прибыль от продажи
$P_1$	1	3	4	7
$P_2$	2	2	6	4
Общие запасы	14	9	23	

Определить план выпуска продукции для получения максимальной прибыли.

### Вариант 24.

При застройке микрорайона используются дома трёх типов. Количество квартир в доме и стоимость одного здания представлено в табл. 5.14.

**Таблица 5.14. Характеристика зданий**

Квартира	Тип здания		
	I	II	III
Однокомнатная	50	50	40
Двухкомнатная	80	40	60
Трёхкомнатная	20	30	50
Стоимость здания, млн.грн.	85	80	90

Составить план застройки микрорайона, минимизирующий затраты на строительство, если потребность в одно-, двух- и трёхкомнатных квартирах составляет соответственно 500, 700 и 400.

### Вариант 25.

Завод выпускает изделия 3-х моделей (I, II и III). Для их изготовления используются два вида ресурсов (A и B), запасы которых составляют 4000 и 6000 единиц. Расходы ресурсов на одно изделие каждой модели приведены в табл. 5.15.

**Таблица 5.15. Расходы ресурсов**

Ресурс	Расход ресурса на одно изделие данной модели		
	I	II	III
A	2	3	5
B	4	2	7

Трудоемкость изготовления изделия модели I вдвое больше, чем изделия модели II, и втрое больше, чем изделия модели III. Численность рабочих завода позволяет выпускать 1500 изделий модели I. Анализ условий сбыта показывает, что минимальный спрос на продукцию завода составляет 200, 200 и 150 изделий моделей I, II и III, соответственно. Однако соотношение выпуска изделий моделей I, II и III должно быть 3:2:5. Удельная прибыль от реализации изделий моделей I, II и III составляет 30, 20 и 50 грн., соответственно. Определить выпуск изделий, максимизирующий прибыль.

### Вариант 26.

Два типа самолётов необходимо распределить для использования на трёх авиалиниях. В табл. 5.16 дано количество самолётов каждого типа, месячный объём перевозок каждым типом самолётов по каждой авиалинии и соответствующие эксплуатационные затраты. Необходимо распределить самолёты между авиалиниями так, чтобы общий месячный объём перевозок был максимальным.

**Таблица 5.16. Характеристики самолётов и авиалиний**

Самолёты		Объём перевозок на авиалиниях, т			Эксплуатационные затраты на 1 т, тыс. грн.		
Тип	Количество	I	II	III	I	II	III
1	50	15	10	20	15	20	25
2	20	20	25	10	35	30	20

### Вариант 27.

Изделия 4-х типов проходят последовательную обработку на 2-х станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков приведено в табл. 5.17.

**Таблица 5.17. Время обработки одного изделия**

Станок	Время обработки одного изделия, ч.			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2

Затраты на производство одного изделия каждого типа определяются как величины, прямо пропорциональные времени использования станков (в машино-часах). Стоимость машино-часа составляет 10 и 15 грн. для станков 1 и 2, соответственно. Допустимое время использования станков для обработки изделий всех типов ограничено следующими значениями: 500 маш.-час. для станка 1 и 380 маш.-час. для станка 2. Цены изделий типов 1, 2, 3 и 4 равны 65, 70, 55 и 45 грн., соответственно. Составить план производства, максимизирующий чистую прибыль.

### Вариант 28.

Для обработки поступило две партии досок: первая партия содержит 150 досок по 6.5 м, вторая – 300 досок по 4 м. Из досок изготавливают детали длиной 2.1 м и 1.5 м. Необходимо распилить все доски так, чтобы получить максимальное количество комплектов, если в комплекте 2 детали длиной 2.1 м и 3 детали длиной 1.5 м.

### Вариант 29.

Небольшая фирма выпускает два типа автомобильных деталей (А и В). Для этого она закупает литьё, подвергаемое токарной обработке, сверловке и шлифовке. Данные, характеризующие производительность станочного парка фирмы, приведены в табл. 5.18.

**Таблица 5.18. Производительность станков**

Станки	Стоимость часа станочного времени, грн.	Деталь А, шт/ч	Деталь В, шт/ч
Токарный	20	25	40
Сверлильный	14	28	35
Шлифовальный	17.5	35	25

Каждая отливка, из которой изготовляют деталь А, стоит 2 грн. Стоимость отливки для детали В – 3 грн. Продажная цена деталей равна, соответственно, 5 и 6 грн. Предполагая, что можно выпускать для продажи любую комбинацию деталей А и В, нужно найти план выпуска продукции, максимизирующий прибыль.

### Вариант 30.

Птицефабрика выращивает до 8-недельного возраста цыплят. Недельный рацион цыплят составляет, в среднем за 8 недель, 1 кг. Для достижения цыплятами к 8-й неделе необходимого веса, кормовой рацион должен содержать три ингредиента: известняк, зерно и соевые бобы. В табл. 5.19 приведены данные, характеризующие содержание (по весу) питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента.

**Таблица 5.19. Содержание (по весу) питательных веществ**

Ингредиент	Содержание питательных веществ, кг/кг ингредиента			Стоимость, грн/кг
	Кальций	Белок	Клетчатка	
Известняк	0,38	-	-	0,4
Зерно	0,001	0,09	0,02	1,5
Соевые бобы	0,002	0,5	0,08	4

Смесь должна содержать: не менее 0.8%, но и не более 1.2% кальция; не менее 22% белка; не более 5% клетчатки. Необходимо определить количество каждого из 3-х ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и её питательности.

## 6. Лабораторная работа №2 Транспортная задача

**Задание.** Имеются  $n$  пунктов производства и  $m$  пунктов распределения продукции. В табл. 6.1 и 6.3 приведено количество пунктов производства ( $n$ ) и пунктов распределения продукции ( $m$ ), для каждого варианта задания. Кроме того, в этих таблицах указан объём производства в  $i$ -м пункте производства ( $a_i$ ), а также указан спрос в  $j$ -м центре распределения ( $b_j$ ). Стоимость перевозки единицы продукции с  $i$ -го пункта производства в  $j$ -центр распределения приведена в табл. 6.2 и 6.4, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом - пункт распределения.

Необходимо составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты распределения, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

**Таблица 6.1. Исходные данные для лабораторной работы (часть 1)**

№ варианта	$n$	$m$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
1	5	5	24	13	42	37	29	28	30	18	26	33
2	5	4	23	18	38	41	29	52	31	42	24	-
3	4	5	31	54	13	27	-	24	18	37	14	32
4	5	3	12	23	18	31	27	11	28	53	-	-
5	3	5	46	35	19	-	-	18	21	36	9	16
6	5	3	14	25	27	15	19	35	47	28	-	-
7	2	4	72	37	-	-	-	31	17	47	14	-
8	4	2	13	24	9	17	-	21	42	-	-	-
9	3	4	23	12	42	-	-	13	19	31	14	-
10	4	3	32	11	23	7	-	28	29	16	-	-
11	3	3	21	9	16	-	-	17	11	22	-	-
12	5	3	9	17	21	8	12	13	27	18	-	-
13	3	2	8	13	24	-	-	6	31	-	-	-
14	2	3	15	10	-	-	-	20	15	10	-	-
15	3	5	10	20	40	-	-	15	22	17	10	24

**Таблица 6.2. Стоимость перевозок  $C_{ij}$  (для табл. 6.1)**

Пункт производства ( $i$ )	Пункт распределения ( $j$ )				
	1	2	3	4	5
1	0.10	0.30	0.60	0.40	0.05
2	0.20	0.15	0.25	0.28	0.26
3	0.42	0.32	0.35	0.15	0.21
4	0.13	0.24	0.09	0.19	0.18
5	0.33	0.32	0.37	0.38	0.27

**Таблица 6.3. Исходные данные для лабораторной работы (часть 2)**

<b>№ варианта</b>	<b><math>n</math></b>	<b><math>m</math></b>	<b><math>a_1</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	<b><math>a_3</math></b>	<b><math>a_4</math></b>	<b><math>a_5</math></b>	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	<b><math>b_3</math></b>	<b><math>b_4</math></b>	<b><math>b_5</math></b>
16	4	3	20	30	12	9	-	24	35	12	-	-
17	3	4	10	23	17	-	-	15	17	23	10	-
18	5	5	25	20	15	10	15	24	16	13	7	10
19	5	3	12	23	14	9	17	25	31	15	-	-
20	3	5	14	20	15	-	-	12	8	20	13	7
21	4	5	22	13	8	25	-	20	25	15	10	5
22	5	4	15	10	20	25	5	25	40	15	10	-
23	4	4	15	10	30	25	-	20	40	10	10	-
24	4	2	27	23	15	35	-	25	34	-	-	-
25	2	4	62	31	-	-	-	32	41	20	15	-
26	4	4	20	15	30	20	-	40	20	15	30	-
27	5	3	18	22	31	24	15	40	40	30	-	-
28	4	5	20	10	30	40	-	25	35	15	15	10
29	5	5	24	32	14	30	10	30	35	20	15	5
30	3	3	27	33	30	-	-	20	20	40	-	-

**Таблица 6.4. Стоимость перевозок  $C_{ij}$  (для табл. 6.3)**

<b>Пункт производства (<math>i</math>)</b>	<b>Пункт распределения (<math>j</math>)</b>				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0.30	0.60	0.20	0.50	0.12
<b>2</b>	0.10	0.20	0.07	0.11	0.30
<b>3</b>	0.50	0.12	0.11	0.90	0.40
<b>4</b>	0.20	0.40	0.32	0.10	0.55
<b>5</b>	0.53	0.22	0.35	0.40	0.42

## 7. Лабораторная работа №3

### Задача о назначениях

**Задание.** Имеется  $n$  рабочих и  $m$  видов работ. В табл. 7.1, 7.3 и 7.5 приведено количество рабочих ( $n$ ) и видов работ ( $m$ ), для каждого варианта задания. Стоимость  $C_{ij}$  выполнения  $i$ -м рабочим  $j$ -й работы приведена в табл. 7.2, 7.4 и 7.6, где рабочему соответствует строка, а работе – столбец. Необходимо составить план работ так, чтобы все работы были выполнены, каждый рабочий был занят только на одной работе, а суммарная стоимость выполнения всех работ была бы минимальной.

**Таблица 7.1. Исходные данные для лабораторной работы (часть 1)**

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n$	5	5	4	4	6	6	5	6	4	4
$m$	5	4	5	4	6	5	6	4	6	5

**Таблица 7.2. Стоимость выполнения работ  $C_{ij}$  (для табл. 7.1)**

Рабочий ( $i$ )	Вид работы ( $j$ )					
	1	2	3	4	5	6
1	6	3	2	5	11	4
2	1	2	7	11	3	9
3	5	12	11	9	1	7
4	2	4	2	10	5	12
5	3	7	10	5	8	11
6	4	9	7	12	5	3

**Таблица 7.3. Исходные данные для лабораторной работы (часть 2)**

№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$n$	6	5	6	5	5	4	4	4	6	5
$m$	5	6	6	5	4	5	4	6	4	4

**Таблица 7.4. Стоимость выполнения работ  $C_{ij}$  (для табл. 7.3)**

Рабочий ( $i$ )	Вид работы ( $j$ )					
	1	2	3	4	5	6
1	10	8	6	2	7	8
2	6	2	9	8	3	5
3	3	7	1	10	5	9
4	9	10	2	3	4	12
5	5	5	4	6	8	4
6	7	9	7	3	10	11

**Таблица 7.5. Исходные данные для лабораторной работы (часть 3)**

№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>n</b>	4	5	6	4	5	5	6	4	4	6
<b>m</b>	5	4	4	6	6	5	5	4	5	6

**Таблица 7.6. Стоимость выполнения работ  $C_{ij}$  (для табл. 7.5)**

Рабочий ( <i>i</i> )	Вид работы ( <i>j</i> )					
	1	2	3	4	5	6
<b>1</b>	9	3	2	7	10	12
<b>2</b>	5	2	9	11	3	8
<b>3</b>	7	12	1	9	7	10
<b>4</b>	1	4	11	10	5	3
<b>5</b>	2	7	3	5	8	9
<b>6</b>	12	7	5	8	11	6

## Литература

1. Гарнаев А. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. – Санкт-Петербург, ВНУ, 1999. – 336 с.
2. Гукин Д. Excel 5.0 для «чайников». – К.: Диалектика, 1994. – 380 с.
3. Монсен Л. Использование Microsoft Excel 97. – К.; СПб.: Издат. дом «Вильямс», 1998. – 336 с.
4. Осейко Н.Н. Excel 5.0 для пользователя. – Санкт-Петербург, ВНУ, 1994. – 425 с.
5. Персон Р. Microsoft Excel 97 в подлиннике. – Санкт-Петербург, ВНУ, 1997. – 1272 с.
6. Харвей Г. Excel 5.0 для «чайников». – К.: Диалектика, 1996. – 329 с.

**Методическое пособие**  
**(для студентов всех специальностей)**

*Зензеров Владимир Иванович*  
*Ефименко Константин Николаевич*

# **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В MS EXCEL**

**Издано в авторской редакции**

---

Подп. в печать 30.08.2004 г.	Формат 60x84 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> .	Бумага финская.
Печать ризографическая.	Усл. печ.л.1,99.	Усл. кр.-отг. 2,1.
Уч.-изд. л. 1,93.	Тираж 100 экз.	Заказ № 83/2004

---

Донецкий национальный технический университет  
83000 г. Донецк-00, ул. Артема, 58