

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»
М. М. Чальцев
22.05.2013 р.

Кафедра «Опір матеріалів і будівельна механіка»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ПРОЕКТУВАЛЬНОЇ РОБОТИ
«СКЛАДНИЙ ОПІР» І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ
«ОПІР МАТЕРІАЛІВ» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМІВ
ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ
ТРАНСПОРТ» ТА 6.060101 «БУДІВНИЦТВО»)**

10/46-2013-15

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична комісія
факультету
«Автомобільний транспорт»
Протокол № 3
від 20.11.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Навчально-методична комісія
факультету
«Автомобільні дороги»
Протокол № 3
від 21.12.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»
Кафедра
«Опір матеріалів і будівельна
механіка»
Протокол № 4
від 14.11.2012 р.

УДК 620.10.(071)

Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувальної роботи «Складний опір» і практичних занять з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів напрямів підготовки 6.070106 «Автомобільний транспорт» та 6.060101 «Будівництво») [Електронний ресурс] / укладачі: М. М. Чальцев, Л. М. Хникін, В. О. Космак. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MSWord 97-2000. – Назва з титул. екрану.

Наведено короткі теоретичні викладки, методику виконання завдання, приклади розрахунку завдань, розглянуто приклади виконання завдань, додаткові матеріали.

Укладачі: Чальцев М. М., к.т.н., проф.
Хникін Л. М., к.т.н., доц.
Космак В. О., доц.

Відповідальний за випуск: Космак В. О., доц.

Рецензент: Коновалова Л. П., к.т.н., доц.

© Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут, 2013

ЗМІСТ

1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	4
2 РОЗРАХУНОК СТАТИСТИЧНО ВИЗНАЧЕНОЇ БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ І ЖОРСТКІСТЬ ПРИ КОСОМУ ЗГІНАННІ.....	4
2.1 Вказівки	4
2.2 Приклад розрахунку.....	4
2.2.1 Умова задачі.....	4
2.2.2 Розв’язання. Побудова епюр внутрішніх зусиль.....	5
2.2.3 Визначення розмірів поперечного перерізу.....	8
2.2.4 Визначення розподілу нормальних напружень у перерізі балки	10
2.2.5 Аналітичне визначення положення нульової лінії.....	12
2.2.6 Визначення переміщень перерізу балки	12
3 ПОЗАЦЕНТРОВЕ РОЗТЯГНЕННЯ (СТИСКАННЯ) ПРЯМОГО БРУСА. 14	14
3.1 Вказівки	14
3.2 Приклад розрахунку.....	15
3.2.1 Умова задачі.....	15
3.2.2 Розв’язання	15
3.2.3 Визначаємо координати центру ваги перетину	16
3.2.4 Визначення моментів інерції щодо головних центральних осей	17
3.2.5 Визначення квадратів радіусів інерції перетину:	18
3.2.6 Визначення положення нульової лінії	18
3.2.7 Визначення допустимої стискаючої сили	18
3.2.8 Побудова епюри нормальних напружень від допустимої сили $[P]$	19
3.2.9 Побудова ядра перерізу.....	20
ПИТАННЯ ДО САМОКОНТРОЛЮ	24
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	24
ДОДАТОК А.....	25
ДОДАТОК Б	26
ДОДАТОК В.....	28

1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Дані методичні вказівки призначені для самостійного виконання розрахунково-проектувальної роботи «Складний опір» і практичних занять.

Головна мета виконання цієї роботи – закріпити й поглибити теоретичні знання з розділу «Складний опір», розвинути техніку розрахунків і придбати навички оформлення практичних розрахунків.

2 РОЗРАХУНОК СТАТИСТИЧНО ВИЗНАЧЕНОЇ БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ І ЖОРСТКІСТЬ ПРИ КОСОМУ ЗГИНАННІ

2.1 Вказівки

До розв'язання задачі слід приступати після вивчення теми «Косе згинання».

Нормальні напруження на нейтральній осі дорівнюють нулю. Виходячи з цього положення, рівняння нейтральної осі визначають із загальної формули нормальних напружень:

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z. \quad (2.1)$$

Якщо $\sigma = 0$, одержимо рівняння, яке буде відповідати рівнянню прямої, що проходить через центр ваги перерізу. Положення нейтральної осі характеризується її кутовим коефіцієнтом:

$$\operatorname{tg}\beta = -\frac{y_0}{z_0} = -\operatorname{tg}\alpha \frac{I_z}{I_y} = -\frac{M_y I_z}{M_z I_y}, \quad (2.2)$$

де y_0 , z_0 – координати точки нейтральної лінії.

При визначенні переміщень (прогинів) у кожній площині, слід скласти розрахункові схеми: одиничну і вантажну. При складанні одиничної схеми слід прикласти у потрібному перерізі одиничну силу ($\bar{P} = 1$) для балки з заданими опорами і, визначивши опорні реакції, побудувати одиничну епюру (\bar{M}).

2.2 Приклад розрахунку

2.2.1 Умова задачі

Для балки, що задана на розрахунковій схемі (рисунки 2.1), прямокутного профілю зі співвідношенням сторін $\frac{h}{b} = 1,8$, навантаженої зовнішнім

навантаженням $P = 10$ кН, $M = 10$ кН·м, $q = 10 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$, $a = 1,5$ м, $R = 160$ МПа потрібно:

- 1) побудувати епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M у вертикальній і горизонтальній площинах;
- 2) визначити небезпечний переріз балки;
- 3) підібрати розміри прямокутного поперечного перерізу балки з умови міцності, якщо $R = 190$ МПа, попередньо встановивши раціональне розташування перетину відносно навантаження;
- 4) визначити напруження в кутових точках перетину балки й побудувати просторову епюру напружень;
- 5) використовуючи спосіб Верещагіна, обчислити повне переміщення балки в перерізі C , як геометричну суму переміщень у горизонтальній і вертикальній площинах.

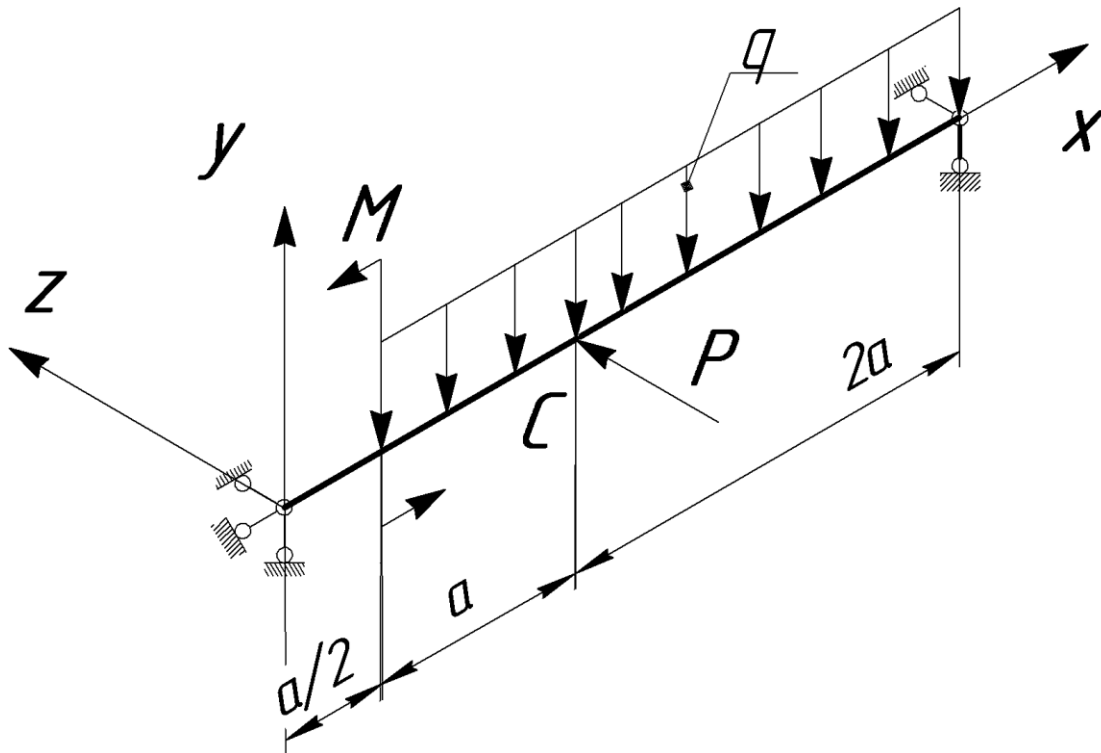


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема балки при косому згинанні

2.2.2 Розв'язання. Побудова епюр внутрішніх зусиль

Будуємо епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M у вертикальній і горизонтальній площинах (рисунок 1.2).

Вертикальна площина.

Визначаємо опорні реакції R_A і R_B :

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0,$$

$$\sum M_A = R_B \cdot 3,5a - q \cdot 3a \cdot 2a + M = 0,$$

$$R_B \cdot 3,5a - q \cdot 6a^2 + M = 0,$$

$$R_B = \frac{q \cdot 6a^2 - M}{3,5a} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 1,5^2 - 10}{3,5 \cdot 1,5} = \frac{125}{5,25} = 23,81 \text{ (кН)},$$

$$\sum M_B = -R_A \cdot 3,5a + M + q \cdot 3a \cdot 1,5a = 0,$$

$$-R_A \cdot 3,5a + M + q \cdot 4,5a^2 = 0,$$

$$R_A = \frac{M + q \cdot 4,5a^2}{3,5a} = \frac{10 + 10 \cdot 4,5 \cdot 1,5^2}{3,5 \cdot 1,5} = \frac{111,25}{5,25} = 21,19 \text{ (кН)}.$$

Перевірка: $\sum Y = 0,$

$$R_A + R_B - q \cdot 3a = 0,$$

$$21,19 + 23,81 - 10 \cdot 4,5 = 0,$$

$$45 - 45 = 0.$$

Обчислюємо ординати епюр Q і M за методом перерізів, розбиваючи розрахункову схему на окремі ділянки й записуючи для них рівняння внутрішніх зусиль. Числові значення розраховуємо в характерних точках, у кількості, що необхідна для побудови епюр.

I ділянка $\left(0 \leq x_1 \leq \frac{a}{2}\right)$:

$$Q_1 = R_A = 21,19 \text{ (кН)},$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1 = 21,19 \cdot x_1,$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 21,19 \cdot 0 = 0 \text{ (кН} \cdot \text{м)},$$

$$x_1 = \frac{a}{2} = 0,75 \text{ м}; \quad M_1 = 21,19 \cdot 0,75 = 15,89 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

II ділянка $(0 \leq x_2 \leq 3a)$:

$$Q_2 = R_A - q \cdot x_2,$$

$$x_2 = 0; \quad Q_2 = R_A - q \cdot 0 = 21,19 - 10 \cdot 0 = 21,19 \text{ (кН)},$$

$$x_2 = 3a = 4,5 \text{ м}; \quad Q_2 = R_A - q \cdot 4,5 = 21,19 - 10 \cdot 4,5 = -23,81 \text{ (кН)}.$$

Епюра Q на II ділянці змінює знак, тобто в деякій точці маємо $Q_2 = 0$, знайдемо її положення $x_2 = x_0$:

$$Q_2 = R_A - q \cdot x_0 = 0,$$

$$x_0 = \frac{R_A}{q} = \frac{21,19}{10} = 2,12 \text{ (м)}.$$

$$M_2 = R_A \cdot \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) - M - q \cdot \frac{x_2^2}{2} = 21,19 \cdot (0,75 + x_2) - 10 - 5x_2^2,$$

$$x_1 = 0; M_2 = 21,19 \cdot (0,75 + 0) - 10 - 5 \cdot 0^2 = 5,89 \text{ (кН·м)},$$

$$x_1 = x_0 = 2,12 \text{ м}; M_2^{\max} = 21,19 \cdot (0,75 + 2,12) - 10 - 5 \cdot 2,12^2 = 28,34 \text{ (кН·м)},$$

$$x_1 = 1,5a = 2,25 \text{ м}; M_2 = 21,19 \cdot (0,75 + 2,25) - 10 - 5 \cdot 2,25^2 = 28,26 \text{ (кН·м)},$$

$$x_1 = 3a = 4,5 \text{ м}; M_2 = 21,19 \cdot (0,75 + 4,5) - 10 - 5 \cdot 4,5^2 = 0.$$

Горизонтальна площина.

Визначаємо опорні реакції:

$$\sum M_A = -R_B \cdot 3,5a + P \cdot 1,5a = 0,$$

$$R_B = \frac{P \cdot 1,5a}{3,5a} = \frac{10 \cdot 1,5}{3,5} = \frac{15}{3,5} = 4,29 \text{ (кН)},$$

$$\sum M_B = R_A \cdot 3,5a - P \cdot 2a = 0,$$

$$R_A = \frac{P \cdot 2a}{3,5a} = \frac{10 \cdot 2}{3,5} = \frac{20}{3,5} = 5,71 \text{ (кН)}.$$

Перевірка: $\sum Z = 0$,

$$-R_A - R_B + P = 0,$$

$$-5,71 - 4,29 + 10 = 0,$$

$$10 - 10 = 0.$$

I ділянка ($0 \leq x_1 \leq 1,5a$):

$$Q_1 = -R_A = -5,71 \text{ (кН)},$$

$$M_1 = -R_A \cdot x_1 = -5,71 \cdot x_1,$$

$$x_1 = 0; M_1 = -5,71 \cdot 0 = 0 \text{ (кН·м)},$$

$$x_1 = 1,5a = 2,25 \text{ м}; M_1 = -5,71 \cdot 2,25 = -12,85 \text{ (кН·м)}.$$

II ділянка ($0 \leq x_2 \leq 2a$):

$$Q_2 = R_B = 4,29 \text{ (кН)},$$

$$M_2 = -R_B \cdot x_2 = -4,29 \cdot x_2,$$

$$x_2 = 0; \quad M_2 = -4,29 \cdot 0 = 0 \text{ (кН}\cdot\text{м)},$$

$$x_2 = 1,5a = 2,25 \text{ м}; \quad M_2 = -4,29 \cdot 2,25 = -12,85 \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

За результатами розрахунку будемо в масштабі епюри внутрішніх зусиль (рисунок 2.2).

2.2.3 Визначення розмірів поперечного перерізу

Визначаємо небезпечний переріз балки:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_z}{W_z} \cdot \left(1 + \frac{M_y \cdot W_z}{W_y \cdot M_z} \right),$$

$$\frac{W_z}{W_y} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\frac{hb^2}{6}} = \frac{b \cdot h^2 \cdot 6}{6 \cdot h \cdot b^2} = \frac{h}{b},$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} \left(1 + \frac{h}{b} \cdot \frac{M_y}{M_z} \right),$$

$$\sigma_{\max}^k = \frac{28,29}{W_z} \cdot \left(1 + 1,8 \cdot \frac{9,77}{28,29} \right) = \frac{45,88}{W_z},$$

$$\sigma_{\max}^c = \frac{26,43}{W_z} \cdot \left(1 + 1,8 \cdot \frac{12,85}{26,43} \right) = \frac{49,56}{W_z}.$$

Небезпечним перерізом є переріз у точці С.

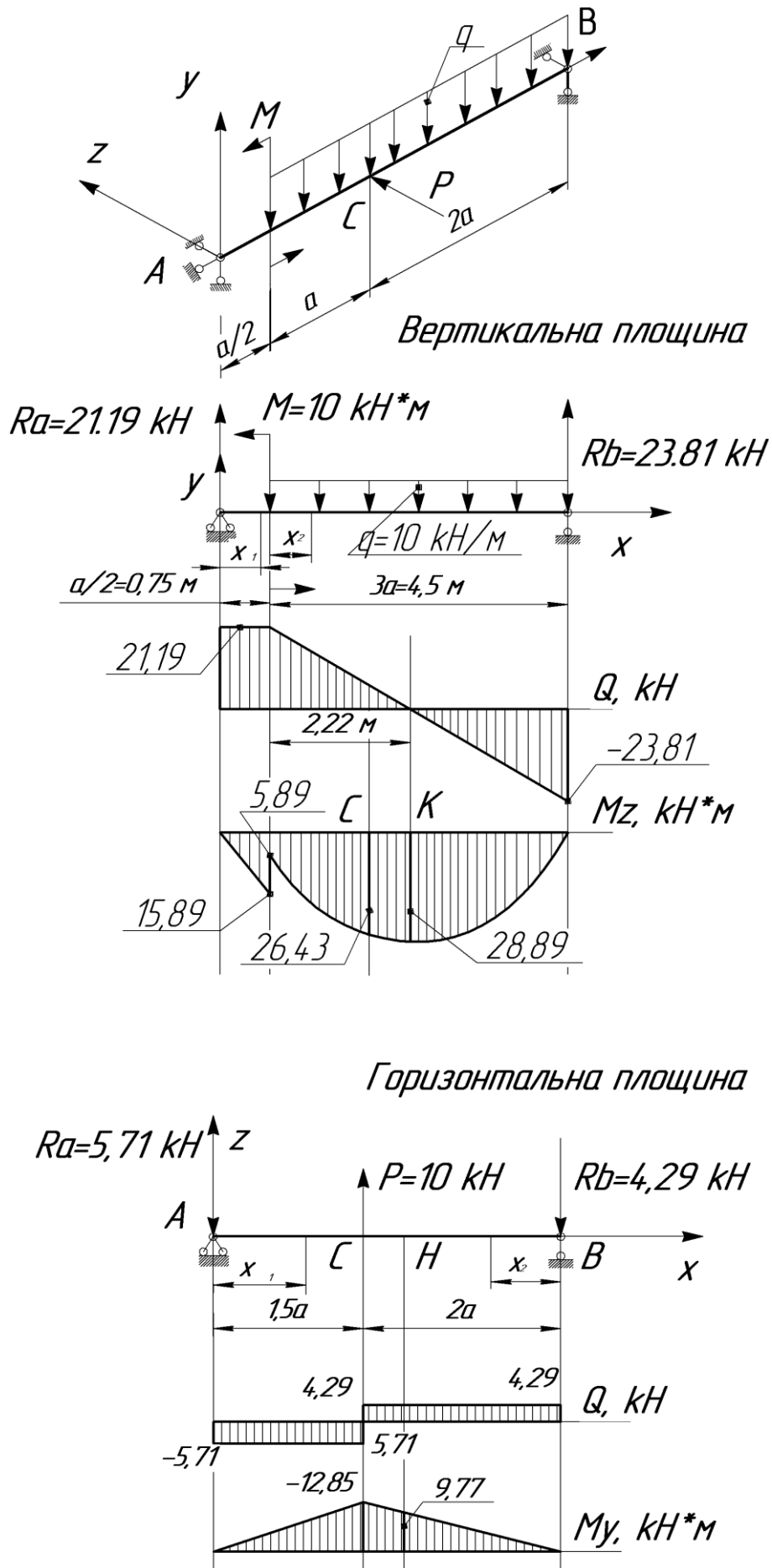


Рисунок 2.2 – До розрахунку балки при косому згинанні

Так як $M_z > M_y$, то сторону перетину h приймаємо паралельно вертикальній осі Oy .

Підбираємо розміри прямокутного поперечного перерізу балки з умови міцності при $R = 160$ МПа:

$$\sigma_{\max}^c = \frac{49,56}{W_z} \leq R,$$

$$W_z \geq \frac{49,56}{R} = \frac{49,56 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 309,75 \cdot 10^{-6} (\text{м}^3) = 309,75 (\text{см}^3),$$

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b \cdot (1,8b)^2}{6} = 0,54b^3,$$

$$0,54b^3 = 309,75 (\text{см}^3),$$

$$b = \sqrt[3]{573,61} = 8,31 (\text{см}),$$

$$h = 1,8 \cdot 8,31 = 14,96 (\text{см}).$$

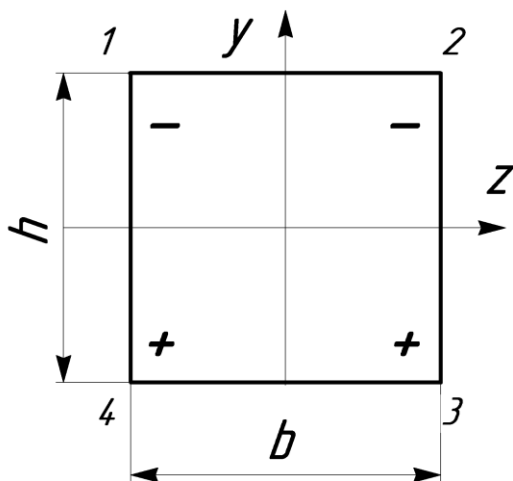
Остаточно приймаємо поперечний переріз балки з розмірами:

$$b = 8,5 \text{ см}; \quad h = 15 \text{ см}; \quad A = b \cdot h = 8,5 \cdot 15 = 127,50 \text{ см}^2.$$

2.2.4 Визначення розподілу нормальних напружень у перерізі балки

Визначаємо напруження в кутових точках поперечного перерізу балки й будуємо просторову епюру напружень.

Вертикальна площина, M_z



Горизонтальна площина, M_y

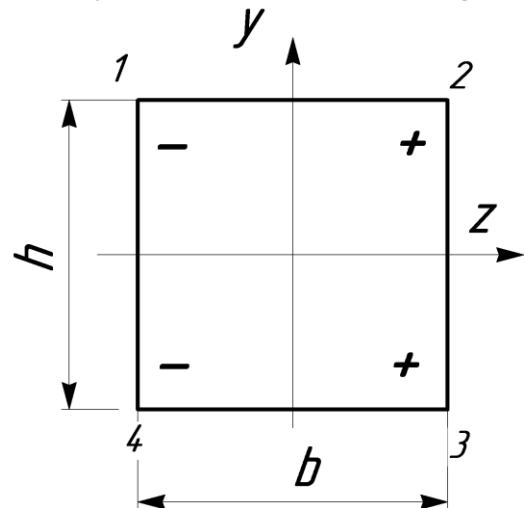


Рисунок 2.3 – Визначення знаку напружень в кутових точках перерізу

$$\sigma_{\text{верт.}} = \frac{M_z}{W_z},$$

$$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{8,5 \cdot 15^2}{6} = 318,75 \text{ (см}^3\text{)},$$

$$\sigma_{\text{верт.}} = \frac{26,43 \cdot 10^{-3}}{318,75 \cdot 10^{-6}} = 82,9 \text{ (МПа)},$$

$$\sigma_{\text{гор.}} = \frac{M_y}{W_y},$$

$$W_y = \frac{h \cdot b^2}{6} = \frac{15 \cdot 8,5^2}{6} = 180,63 \text{ (см}^3\text{)},$$

$$\sigma_{\text{гор.}} = \frac{12,85 \cdot 10^{-3}}{180,63 \cdot 10^{-6}} = 71,1 \text{ (МПа)},$$

$$\sigma_1 = -82,9 - 71,1 = -154 \text{ (МПа)},$$

$$\sigma_2 = -82,9 - 71,1 = -11,8 \text{ (МПа)},$$

$$\sigma_3 = 82,9 + 71,1 = 154 \text{ (МПа)},$$

$$\sigma_4 = 82,9 - 71,1 = 11,8 \text{ (МПа)}.$$

Просторова еюра зображена на рис. 2.4.

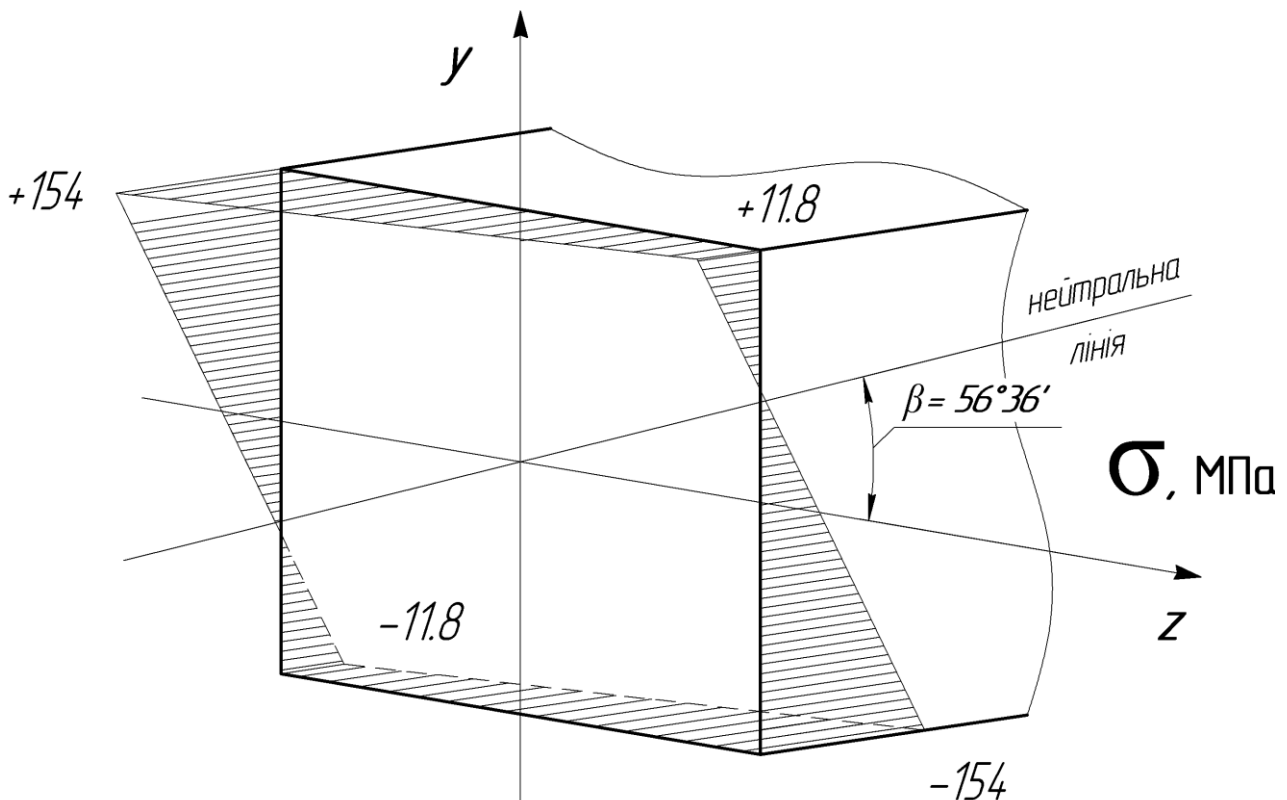


Рисунок 2.4 – Просторова еюра нормальних напружень

2.2.5 Аналітичне визначення положення нульової лінії

$$\operatorname{tg}\beta = -\operatorname{tg}\alpha \frac{I_z}{I_y} = -\frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{I_z}{I_y},$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{8,5 \cdot 1,5^3}{12} = 2390,625 \text{ (см}^4\text{)},$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{15 \cdot 8,5^3}{12} = 767,656 \text{ (см}^4\text{)},$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{-12,86 \cdot 2390,625}{26,43 \cdot 767656} = -1,5141,$$

$$\beta = -56^\circ 36'.$$

2.2.6 Визначення переміщень перерізу балки

При визначенні переміщення (прогину) у кожній площині за способом Верещагіна необхідно скласти дві розрахункові схеми: одиничну й вантажну для розглянутої площини.

При складанні одиничної схеми необхідно прикласти в перерізі C одиничну силу $\bar{P} = 1$ для балки з заданими опорами і, визначивши опорні реакції, побудувати одиничну епюру \bar{M} (рисунок 2.5).

$$f_C = \sqrt{f_{\text{верт.}}^2 + f_{\text{гор.}}^2},$$

$$\begin{aligned} f_{\text{верт.}} &= \frac{1}{EI_z} \left[\frac{0,75}{6} \cdot 2 \cdot 0,43 \cdot 15,89 + \right. \\ &+ (2 \cdot 0,43 \cdot 5,89 + 2 \cdot 1,28 \cdot 26,43 + 1,28 \cdot 5,89 + 0,43 \cdot 26,43) + \\ &+ \left. \frac{10 \cdot 8 \cdot 1,5^3 \cdot 0,86}{12} + \frac{3}{6} \cdot 2 \cdot 1,28 \cdot 26,43 + \frac{10 \cdot 8 \cdot 1,5^3 \cdot 0,64}{12} \right] = \\ &= \frac{1}{EI_z} [1,71 + 22,91 + 2,42 + 33,83 + 14,4] = \\ &= \frac{75,27}{EI_z} = \frac{57,27 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2390,625 \cdot 10^{-8}} \cdot 10^2 = 1,57 \text{ (см)}, \\ f_{\text{гор.}} &= \frac{1}{EI_z} \left[\frac{2,25}{6} \cdot (-2 \cdot 1,28 \cdot 12,85) + \frac{3}{6} \cdot (-2 \cdot 1,28 \cdot 12,85) \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{EI_z} [-12,34 - 16,45] = - \frac{28,79 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2390,625 \cdot 10^{-8}} \cdot 10^2 = -0,6 \text{ (см)},$$

$$f_C = \sqrt{0,6^2 + 1,57^2} = \sqrt{0,36 + 2,46} = 1,68 \text{ (см)}.$$

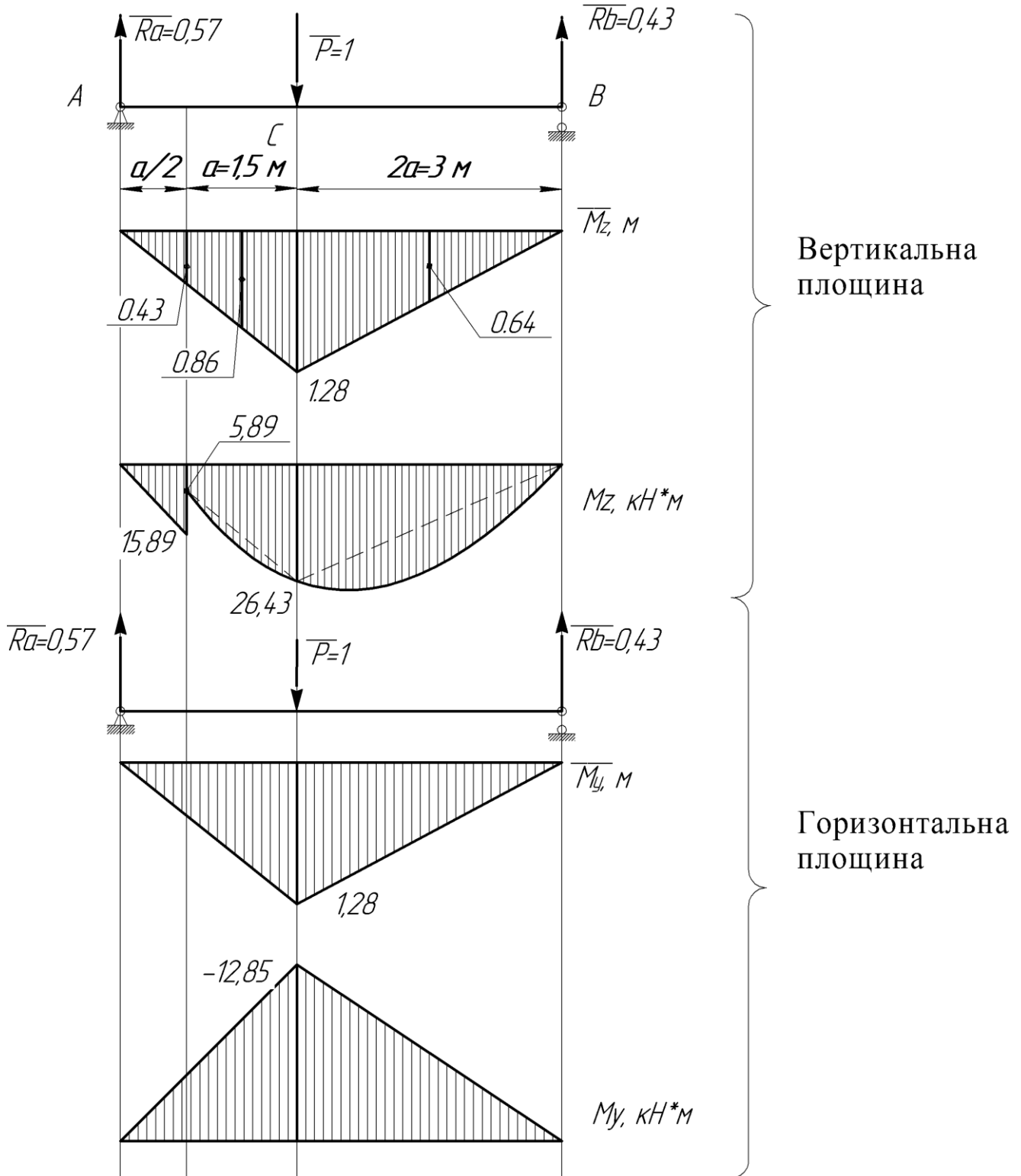


Рисунок 2.5 – Схема розрахунку балки для визначення переміщень перерізу C

3 ПОЗАЦЕНТРОВЕ РОЗТЯГНЕННЯ (СТИСКАННЯ) ПРЯМОГО БРУСА

3.1 Вказівки

При розгляданні такого виду деформації необхідно врахувати, що довжина розглядуваного бруса невелика у порівнянні з поперечними розмірами й при прикладанні статистичної сили, втрата його стійкості неможлива.

Для загального випадку несиметричного перерізу отримана формула, за якою слід розраховувати напруження:

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{I_z} y \pm \frac{M_y}{I_y} z, \quad (3.1)$$

де N – поздовжня сила, Н;

A – площа поперечного перерізу, м²;

M_z, M_y – згинаючі моменти у вертикальній і горизонтальній площинах відповідно, Н·м;

I_z, I_y – осьові моменти інерції перерізу, м⁴;

y, z – координати шуканої (заданої) точки, м.

Перевірка міцності при позацентровому стисканні крихких матеріалів при значних ексцентриситетах (нульова лінія перетинає переріз) здійснюється по стисненому й розтягнутому шарам та відповідними розрахунковими опорами R_-, R_+ .

Для визначення положення нульової лінії згинаючі моменти у формулі (3.1) виражають через поздовжню силу та $R_{сж} = R_-$ ексцентриситети її прикладання:

$$\sigma = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{y_p \cdot A}{I_z} \cdot a_y + \frac{z_p \cdot A}{I_y} \cdot a_z \right) = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{y_p}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_p}{i_y^2} \cdot z \right). \quad (3.2)$$

Якщо положення нейтральної лінії задано (торкається контуру перерізу), це означає, що величини a_z, a_y відомі. Шуканими величинами в даному випадку є координати прикладання стискаючої сили y_p, z_p , що відсікаються прямою лінією на осях координат:

$$y_p = -\frac{i_z^2}{a_y}, \quad z_p = -\frac{i_y^2}{a_z}, \quad (3.3)$$

де i_z, i_y – радіус інерції поперечного перерізу, см⁴,

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A}, \quad i_y^2 = \frac{I_y}{A}.$$

До рішення задачі слід приступати після вивчення наступних розділів із теорії:

- 1) згин з розтягненням (стисканням);
- 2) напруження у поперечному перерізі бруса при позацентровому розтягненні (стисканні). Умова міцності;
- 3) рівняння нейтральної лінії;
- 4) побудувати ядра перерізу.

3.2 Приклад розрахунку

3.2.1 Умова задачі

Короткий чавунний стержень, поперечний переріз якого зображено на рисунок 3.1, розмірами $a = 0,9$ м, $b = 1,2$ м, $c = 0,2$ м, $d = 0,8$ м, стискається поздовжньою силою, що прикладена в точці K .

Необхідно:

- 1) викреслити заданий переріз у масштабі з указанням всіх розмірів у числах;
- 2) знайти положення головних центральних осей z_C і y_C ;
- 3) обчислити моменти інерції I_z , I_y і площу перерізу K ;
- 4) обчислити відстань (a_y , a_z) від точки прикладення сили K до головних осей, знайти положення нейтральної лінії та провести її на рисунку;
- 5) обчислити найбільші розтягуючі й стискаючі напруження в поперечному перерізі, виразивши їх через силу P і розміри перетину;
- 6) з умови міцності для стиснутих і розтягнутих волокон обчислити допустимі навантаження $[P]$;
- 7) побудувати епюру розподілу нормальних напружень по поперечному перерізу в аксонометрії при значенні сили $[P]$.
- 8) обкочуючи нейтральну лінію по контуру навколо перетину, побудувати ядро перетину.

3.2.2 Розв'язання

Для заданого перетину обчислюємо центр ваги перетину й напрямки головних осей перетину.

Розбиваємо перетин на 3 елементи й обчислюємо їхні геометричні характеристики.

1 елемент:

$$A_1 = 1,8 \cdot 0,8 = 1,44 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$I_{z_1} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,8 \cdot 1,8^3}{12} = 0,0768 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{y_1} = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{0,8 \cdot 1,8^3}{12} = 0,3888 \text{ (м}^4\text{)}.$$

2 елемент:

$$A_2 = 2,4 \cdot 1,2 = 2,88 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$I_{z_2} = \frac{2,4 \cdot 1,2^3}{12} = 0,3456 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{y_2} = \frac{1,2 \cdot 2,4^3}{12} = 1,3824 \text{ (м}^4\text{)}.$$

3 елемент:

$$A_3 = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$I_{z_3} = \frac{0,4 \cdot 0,3^3}{12} = 0,0009 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{y_3} = \frac{0,3 \cdot 0,4^3}{12} = 0,0016 \text{ (м}^4\text{)}.$$

3.2.3 Визначаємо координати центру ваги перетину

Оскільки перетин симетричний щодо осі y , визначаємо координату y_c :

$$y_c = \frac{\sum S_{z_0}}{\sum A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + (-A_3 \cdot y_3)}{A_1 + A_2 - A_3},$$

$$y_1 = 1,2 + 0,4 = 1,6 \text{ (м)},$$

$$y_2 = \frac{1,2}{2} = 0,6 \text{ (м)},$$

$$y_3 = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ (м)},$$

$$y_c = \frac{1,44 \cdot 1,6 + 2,88 \cdot 0,6 - 0,12 \cdot 0,15}{1,44 + 2,88 - 0,12} = \frac{4,014}{4,2} = 0,955 \text{ (м)}.$$

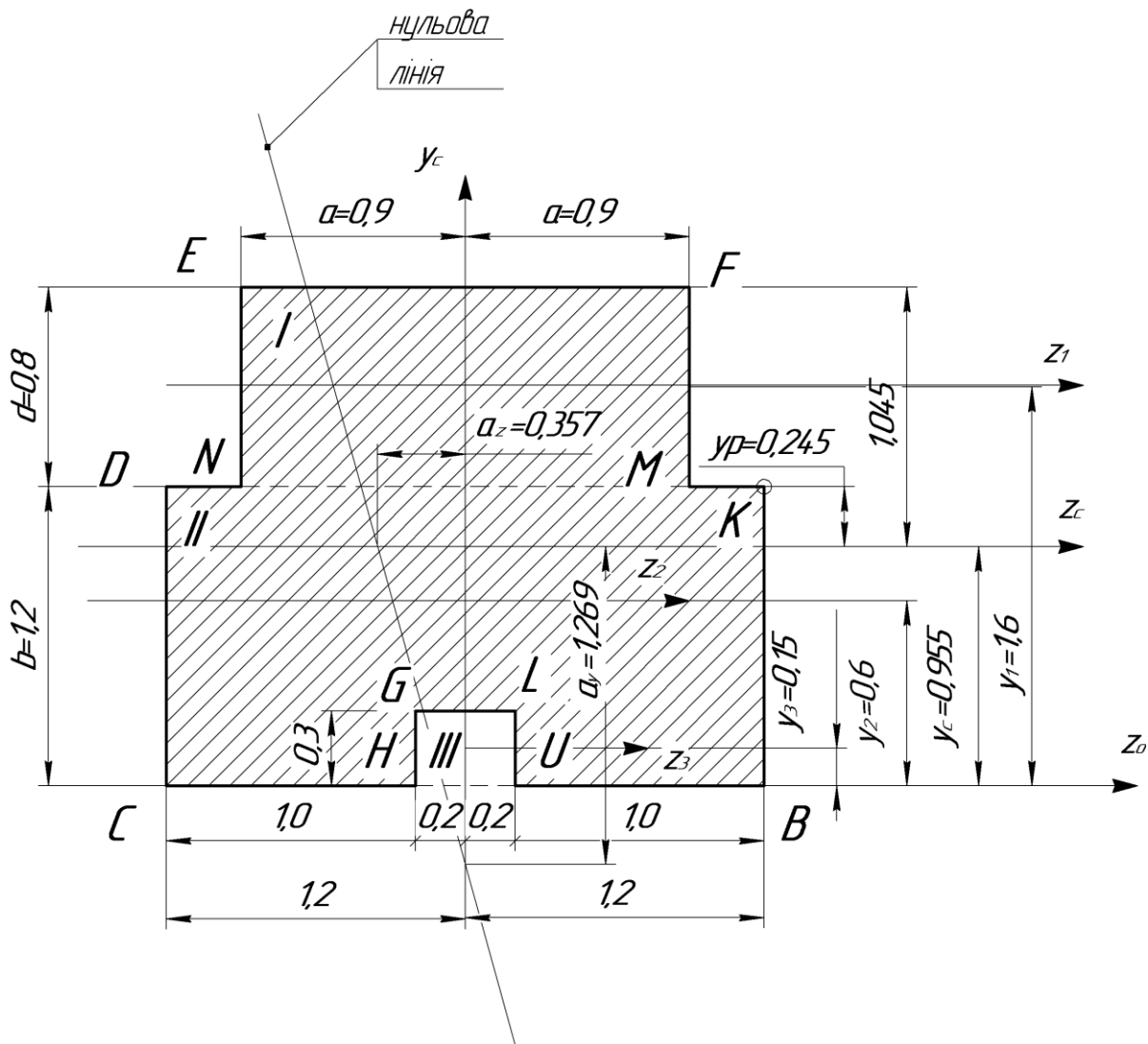


Рисунок 3.1 – Схема розрахунку стержня при відцентрованому стисканні

Через знайдений центр ваги проводимо центральні осі y_c і z_c . Оскільки перетин має вісь симетрії, то головна вісь y_c збігається з центральними осями елементів y_1 , y_2 , y_3 .

3.2.4 Визначення моментів інерції щодо головних центральних осей

$$I_{z_c} = I_{z_c}^I + I_{z_c}^{II} + I_{z_c}^{III};$$

$$I_{z_c}^I = I_{z_1} + A_1(y_1 - y_c)^2 = 0,0768 + 1,44(0,955 - 1,6)^2 = 0,6759 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{z_c}^{II} = I_{z_2} + A_2(y_c - y_2)^2 = 0,3456 + 2,88(0,955 - 0,6)^2 = 0,7085 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{z_c}^{III} = I_{z_3} + A_3(y_c - y_3)^2 = 0,0009 + 0,12(0,955 - 0,15)^2 = 0,7087 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{z_c} = 0,6759 + 0,7085 - 0,7087 = 1,3057 \text{ (м}^4\text{)},$$

$$I_{yC} = I_{yC}^I + I_{yC}^{II} + I_{yC}^{III} = 0,3888 + 1,3834 - 0,0016 = 1,7696 \text{ (м}^4\text{)}.$$

3.2.5 Визначення квадратів радіусів інерції перетину:

$$i_z^2 = \frac{I_{zC}}{A} = \frac{1,3057}{4,2} = 0,3109 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$i_y^2 = \frac{I_{yC}}{A} = \frac{1,7696}{4,2} = 0,4218 \text{ (м}^2\text{)}.$$

3.2.6 Визначення положення нульової лінії

$$z_P = z_K = 1,2 \text{ м, } y_P = y_K = 0,245 \text{ м.}$$

Отримали точку $K(1,2; 0,245)$:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_P} = -\frac{0,1309}{0,245} = -1,269 \text{ (м)},$$

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_P} = -\frac{0,4213}{1,2} = -0,351 \text{ (м)}.$$

3.2.7 Визначення допустимої стискаючої сили

Визначаємо величину стискаючого навантаження, що допускається. Найбільш віддаленою від нейтральної осі є у стиснутій зоні точка K , у розтягнутій – точка C (рисунок 3.1).

З умови міцності на стискання ($R_- = R_{CT} = 60 \text{ МПа}$).

Точка K ($z_K = 1,2 \text{ м; } y_K = 0,245 \text{ м}$):

$$\sigma_K = |\sigma_{\min}| = \left| -\frac{P'}{A} \left(1 + \frac{z_K \cdot z_P}{i_y^2} + \frac{y_K \cdot y_P}{i_z^2} \right) \right| \leq R_-;$$

$$\frac{P'}{4,2} \left(1 + \frac{1,2 \cdot 1,2}{0,4218} + \frac{0,245 \cdot 0,245}{0,3109} \right) \leq 60;$$

$$\frac{4,611}{4,2} P' \leq 60;$$

$$P' = \frac{60 \cdot 4,2}{4,611} = 54,65 \text{ (МН)}.$$

З умови міцності на розтягання ($R_+ = R_p = 20$ МПа).

Точка C ($z_C = -1,2$ м; $y_C = -0,955$ м):

$$\sigma_C = -\frac{P''}{A} \left(1 + \frac{z_P \cdot z_C}{i_y^2} + \frac{y_P \cdot y_C}{i_z^2} \right) \leq R_+,$$

$$\left| \frac{P''}{4,2} \left(1 + \frac{0,245 \cdot (-0,955)}{0,3109} + \frac{1,2 \cdot (-1,2)}{0,4213} \right) \right| \leq 20,$$

$$\frac{P''}{4,2} (1 - 0,7526 - 3,4180) \leq 20,$$

$$P'' = \frac{20 \cdot 4,2}{3,1706} = 26,49 \text{ (МН)}.$$

Отримали $P' = 54,65$ МН, $P'' = 26,49$ МН.

Силою, що допускається, є менше значення, тобто $[P] = 26,49$ МН.

3.2.8 Побудова епюри нормальних напружень від допустимої сили $[P]$

Обчислюємо напруження в характерних точках перетину від сили $[P]$ для побудови просторової епюри розподілу нормальних напружень по перерізу.

$$\sigma = -\frac{[P]}{A} \left(1 + \frac{y_P \cdot y}{i_z^2} + \frac{z_P \cdot z}{i_y^2} \right) = -\frac{26,49}{4,2} \left(1 + \frac{0,245}{0,3109} \cdot y + \frac{1,2}{0,4213} \cdot z \right) =$$

$$= -6,3079 (1 + 0,788 \cdot y + 2,8483 \cdot 1,2 \cdot z),$$

Точка K ($z_K = 1,2$ м; $y_K = 0,245$ м):

$$\sigma_K = -6,3079 (1 + 0,788 \cdot 0,245 + 2,8483 \cdot 1,2) = -29,08 \text{ (МПа)},$$

Точка B ($z_B = 1,2$ м; $y_B = -0,955$ м):

$$R_B = -6,3079 (1 + 0,788 \cdot (-0,955) + 2,8483 \cdot 1,2) = -23,12 \text{ МПа}.$$

Аналогічно визначаємо напруження в інших точках поперечного перерізу.

Результати розрахунків зводимо в таблицю 3.1.

Таблиця 3.1 – Нормальні напруження в характерних точках поперечного перерізу

№ з/п	Точка	Координати		Напруження, МПа
		z , м	y , м	
1	<i>K</i>	1,2	0,245	-29,08
2	<i>B</i>	1,2	-0,955	-23,12
3	<i>U</i>	0,2	-0,955	-5,17
4	<i>L</i>	0,2	-0,655	-6,37
5	<i>G</i>	-0,2	-0,655	0,82
6	<i>H</i>	-0,2	-0,955	2,02
7	<i>C</i>	-1,2	-0,955	20
8	<i>D</i>	-1,2	-0,955	14,07
9	<i>N</i>	-0,9	0,245	8,64
10	<i>E</i>	-0,9	0,245	4,67
11	<i>F</i>	0,9	1,045	27,7
12	<i>M</i>	0,9	1,045	23,72

За цими напруженнями побудована аксонометрична епюра нормальних напружень (рисунок 3.2).

3.2.9 Побудова ядра перерізу

Задаємося положенням нейтральної лінії (рис. 3.3), що торкається точок *D* і *E*. Вони мають координати:

точка *D* ($z = -1,2$ м; $y = 0,245$),

точка *E* ($z = -0,9$ м; $y = 1,045$ м),

аналітично визначаємо відрізки на головних осях перетину за формулами:

$$\frac{z - z_D}{z_E - z_D} = \frac{y - y_D}{y_E - y_D},$$

$$\frac{z + 1,2}{-0,9 + 1,2} = \frac{y - 0,245}{1,045 - 0,245}.$$

Звідки:

$$0,8z - 0,3y = -1,0335;$$

$$y = 0, \quad z = a_z; \quad a_z = \frac{1,0335}{0,8} = -1,37 \text{ м},$$

$$z = 0, \quad y = a_y; \quad a_y = \frac{1,0335}{0,3} = 3,42 \text{ м}.$$

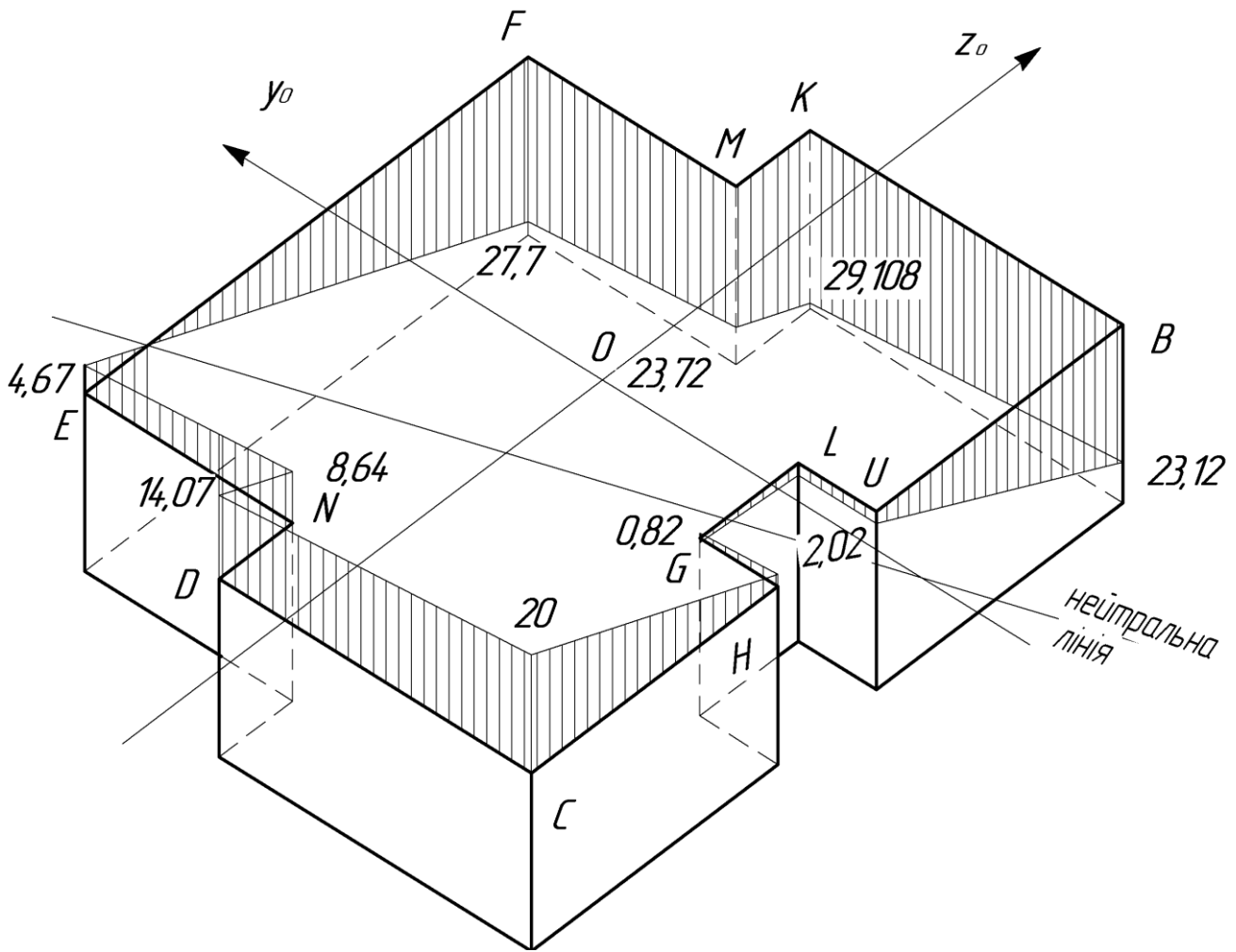


Рисунок 3.2 – Епюра розподілення напруження при відцентровому стисканні, МПа

Тепер знайдемо положення точки, що лежить на контурі ядра перетину:

$$z_{P1} = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{0,4213}{-1,37} = 0,305 \text{ (м)},$$

$$y_{P1} = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{0,3109}{3,42} = -0,0908 \text{ (м)}.$$

Задаємо положення нейтральної лінії $E - F$. При цьому:

$$a_z = \infty, a_y = 1,045 \text{ (м)};$$

$$y_P = -\frac{i_z^2}{a_y} = -\frac{0,3109}{1,045} = -0,298 \text{ (м)}, z_P = 0;$$

Задаємо положення нейтральної лінії $A - B$. При цьому:

$$a_y = \infty, a_z = 1,2 \text{ (м)},$$

$$z_P = -\frac{i_y^2}{a_z} = -\frac{0,4213}{1,2} = -0,351 \text{ (м)}, y_P = 0.$$

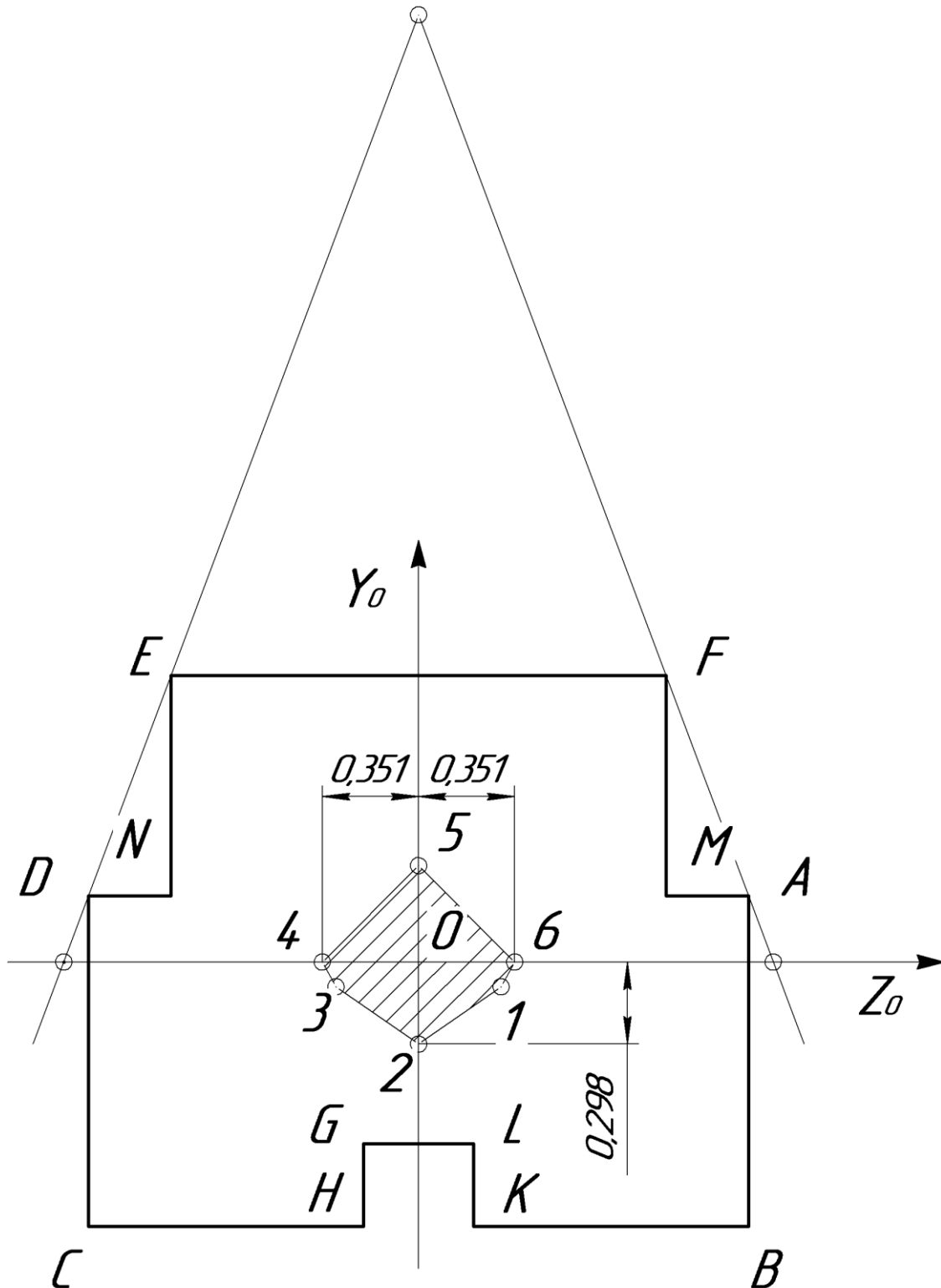


Рисунок 3.3 – Ядро перерізу

Аналогічно визначаємо положення точок ядра перетину, обкочуючи нейтральну лінію по контуру поперечного перерізу. Результати розрахунків зводимо в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2 – Результати розрахунків

Положення нейтральної лінії	Відрізки на осях		Координати точок ядра перетину		Номер то- чок ядра перетину
	a_z , м	a_y , м	z_P , м	y_P , м	
$D-E$	-1,37	3,42	0,305	-0,0908	1
$E-F$	-	1,045	0	-0,2975	2
$F-A$	1,37	-3,42	-0,305	-0,0908	3
$A-B$	1,2	-	-0,351	0	4
$B-C$	-	-0,955	0	0,3255	5
$C-D$	-1,2		0,351	0	6

Положенням нейтральної лінії $D-E$, $E-F$, $F-A$, $A-B$, $B-C$, $C-D$ відповідають точки 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 на контурі ядра перетину (рисунк 3.3).

Варіанти індивідуальних завдань розрахунково-проектувальної роботи видаються викладачем згідно з додатками А, Б.

ПИТАННЯ ДО САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називається косим, чистим і поперечним косим згином?
2. Сполученням яких видів згину є косий згин?
3. Записати формулу визначення нормальних напружень у поперечних перерізах бруса при косому згині? Як встановлюються знаки цих напружень?
4. Як знаходиться положення нейтральної (нульової) осі та як встановлюються небезпечні точки в перетині при косому вигині?
5. Як визначаються переміщення перерізів осі балки при косому згині?
6. Який складний опір називається позацентровим розтягненням (стисненням)?
7. За якими формулами визначаються нормальні напруження в поперечних перерізах бруса при позацентровому розтяганні (стисненні)? Який вид має епюра цих напружень?
8. Як визначається положення нейтральної осі при позацентровому розтяганні (стисненні)?
9. Чому дорівнює нормальне напруження в центрі ваги поперечного перерізу при позацентровому розтяганні чи стиску?
10. Який вид має формула нормальних напружень і як розташована нейтральна вісь у випадку, коли плас знаходиться на одній із головних центральних осей інерції перетину?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Писаренко Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1986. – 775 с.
2. Ободовский Б. А. Сопротивление материалов в примерах и задачах / Б. А. Ободовский, С. Е. Ханин. – Харьков, 1971. – 379 с.

ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Вихідні дані до виконання розрахунково-проектувальної роботи

Номер схеми	$q, \frac{\text{кН}}{\text{м}}$	$P, \text{кН}$	$M, \text{кНм}$	$a, \text{м}$	$\frac{h}{b}$	a	$R_C (R_-)$	$R_p (R_+)$
0	5	-12	-12	1,0	1,1	0,4	100	20
1	6	10	10	1,0	1,2	0,5	110	22
2	10	6	13	1,1	1,3	0,6	120	24
3	12	4	14	1,2	1,4	0,5	130	26
4	-5	10	16	1,0	1,5	0,4	140	28
5	-6	8	20	1,6	1,6	0,3	150	30
6	-8	12	18	1,3	1,7	0,2	160	28
7	10	6	14	1,4	1,8	0,3	150	26
8	8	12	12	1,5	1,9	0,2	140	28
9	6	14	10	1,6	2,0	0,4	130	30
10	4	20	8	1,7	1,1	0,5	120	32
11	3	22	14	1,8	1,2	0,6	110	34
12	8	12	12	1,9	1,3	0,5	100	36
13	10	14	8	2,0	1,4	0,6	110	38
14	12	16	5	1,9	1,5	0,7	120	40
15	16	13	4	1,8	1,6	0,5	130	38
16	14	8	9	1,7	1,7	0,4	140	36
17	13	16	13	1,6	1,8	0,3	150	34
18	15	14	17	1,5	1,9	0,2	170	30
19	-10	20	21	1,4	2,0	0,3	180	28
20	-12	24	20	1,3	2,1	0,4	190	26
21	-14	-20	30	1,2	2,0	0,6	200	24
22	-16	15	25	1,1	1,9	0,5	190	22
23	-8	10	15	1,2	1,8	0,4	180	20
24	-10	20	10	1,3	1,7	0,3	170	22
25	-12	30	12	1,4	1,6	0,2	160	24
26	-14	10	14	1,5	1,5	0,4	150	26
27	6	8	16	1,6	1,4	0,6	140	28

ДОДАТОК Б

Розрахункові схеми до задачі № 1 наведено на рисунку Б.1.

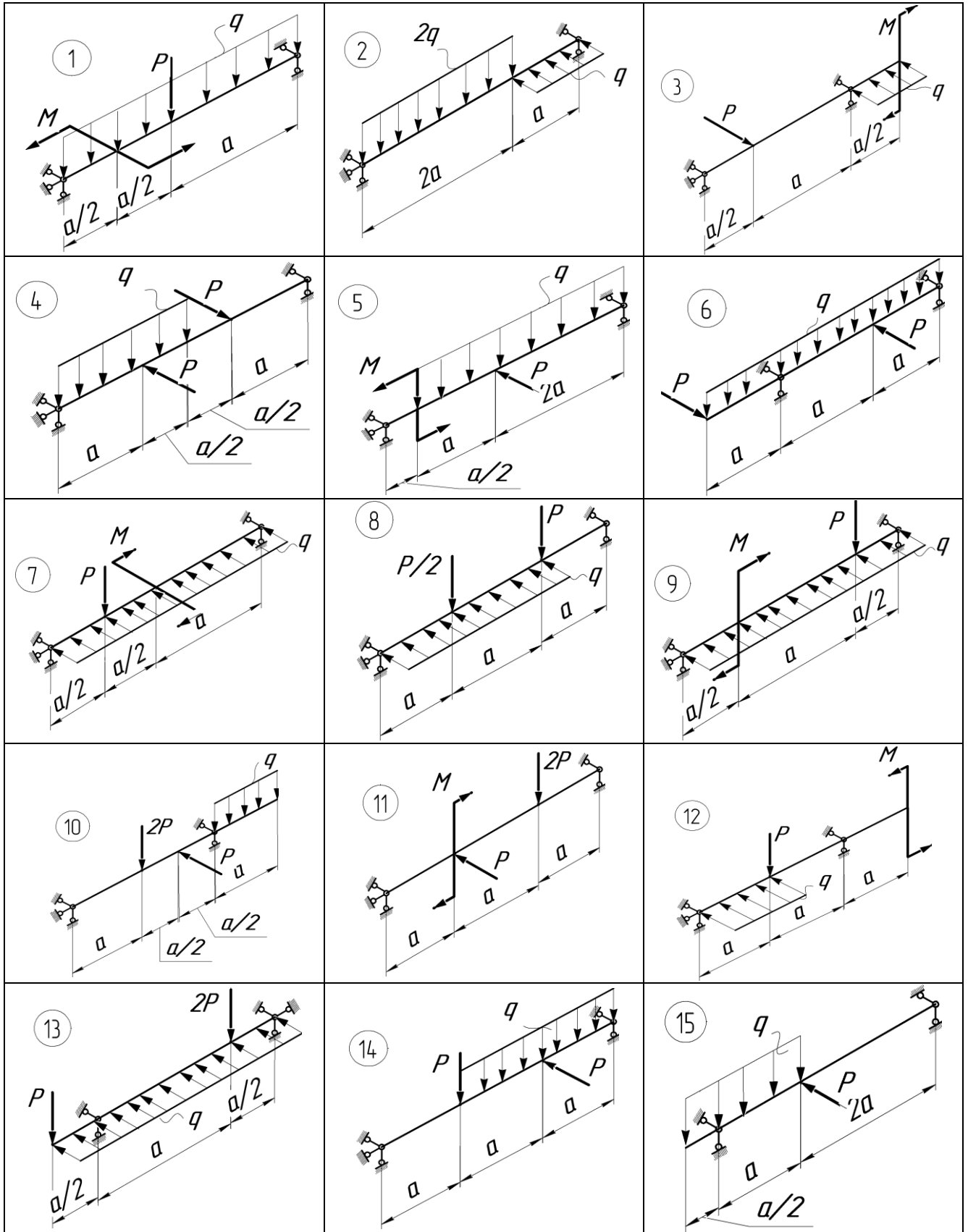


Рисунок Б.1 – Розрахункові схеми до задачі № 1

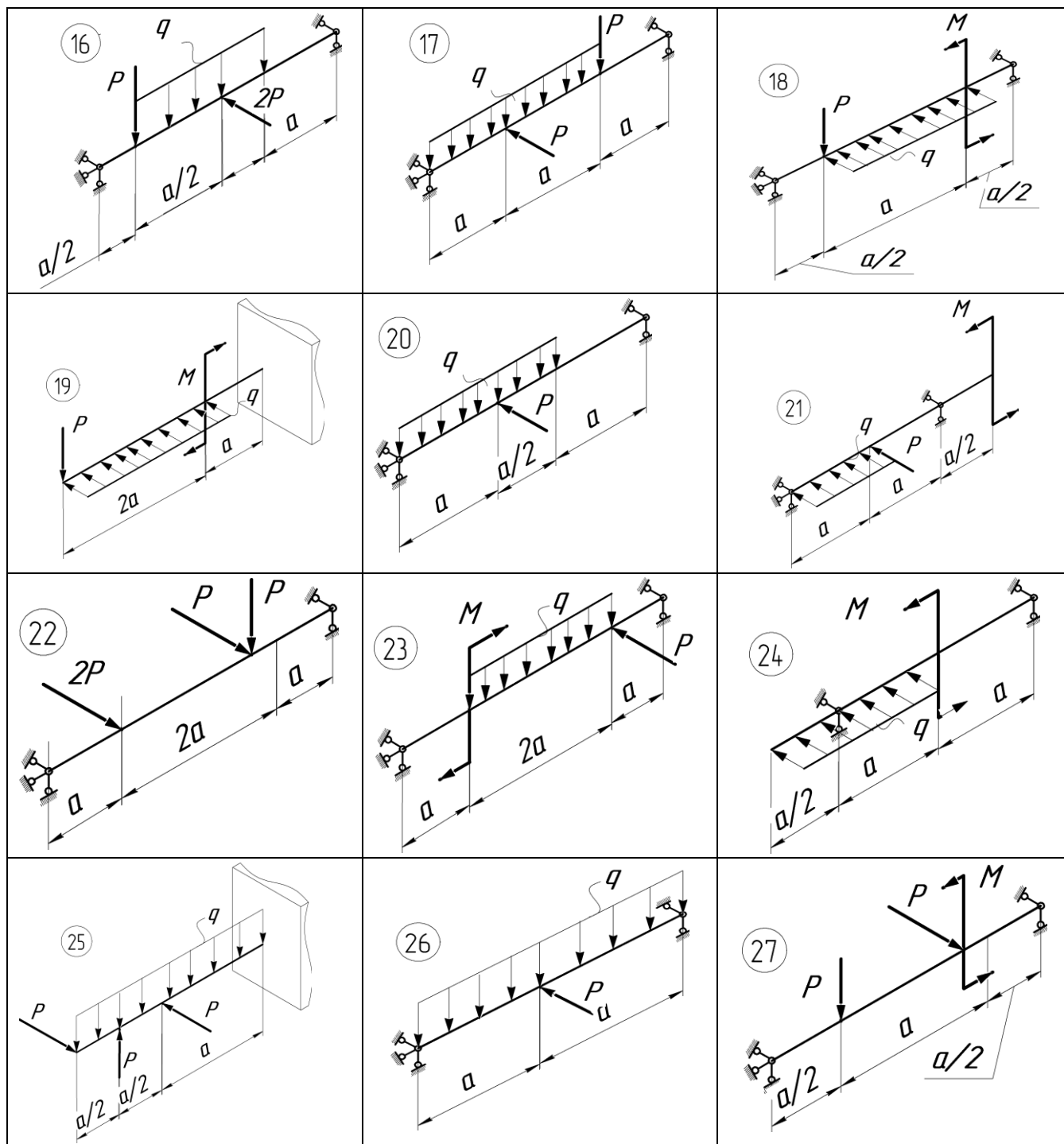


Рисунок Б.1, аркуш 2

ДОДАТОК В

Розрахункові схеми до задачі № 2 наведено на рисунку В.1

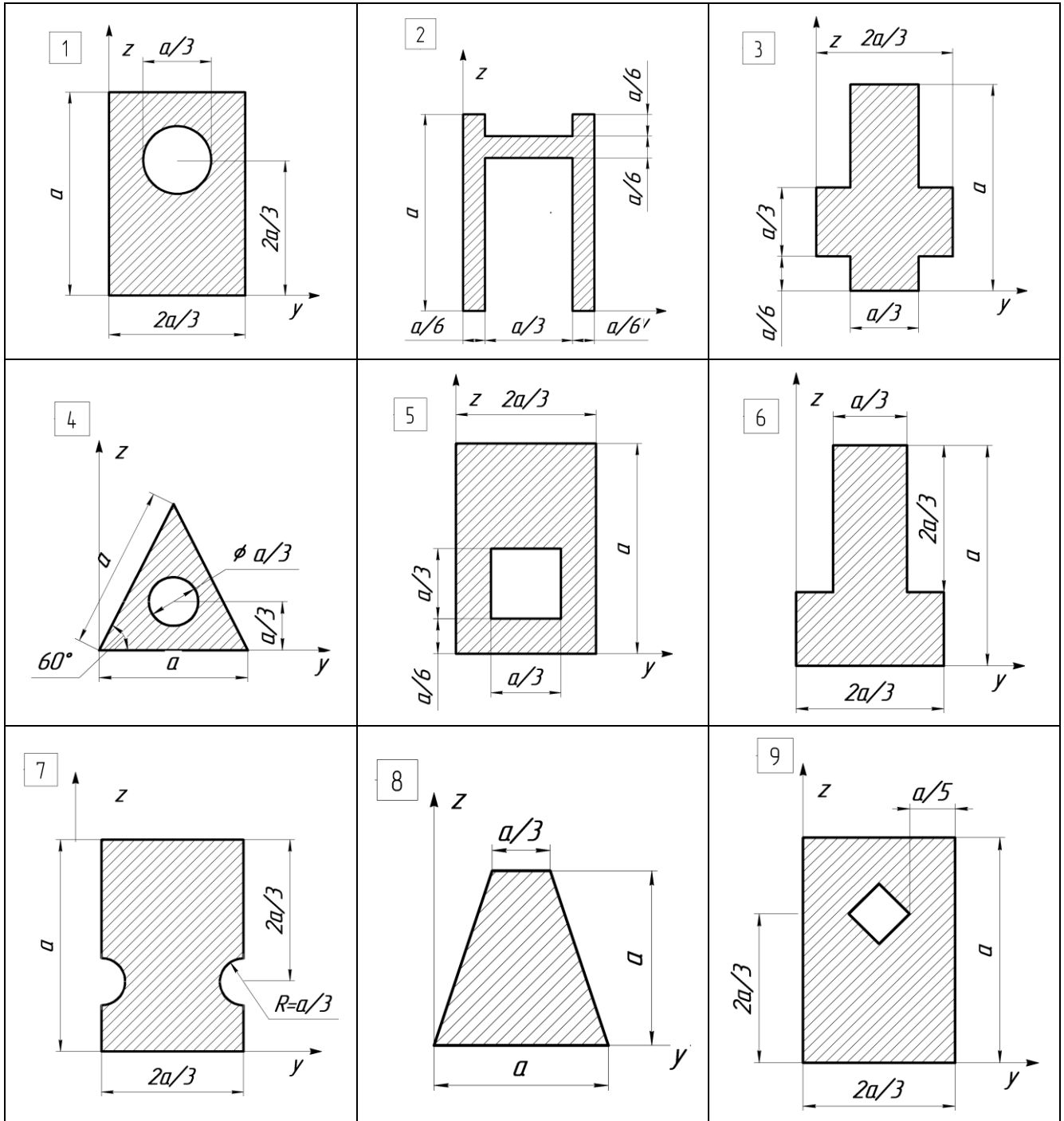


Рисунок В.1 – Розрахункові схеми до задачі № 2

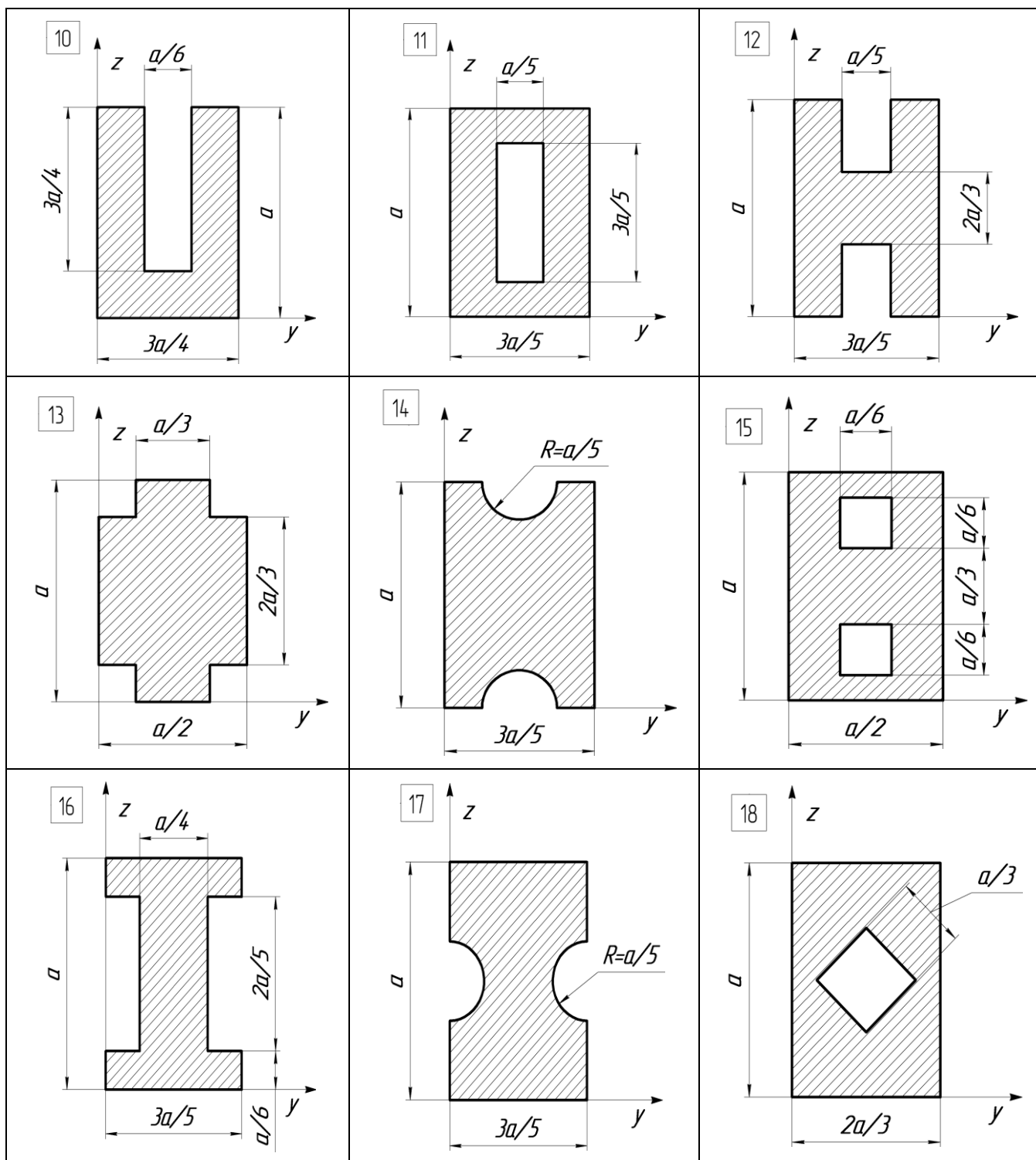


Рисунок В.1, аркуш 2

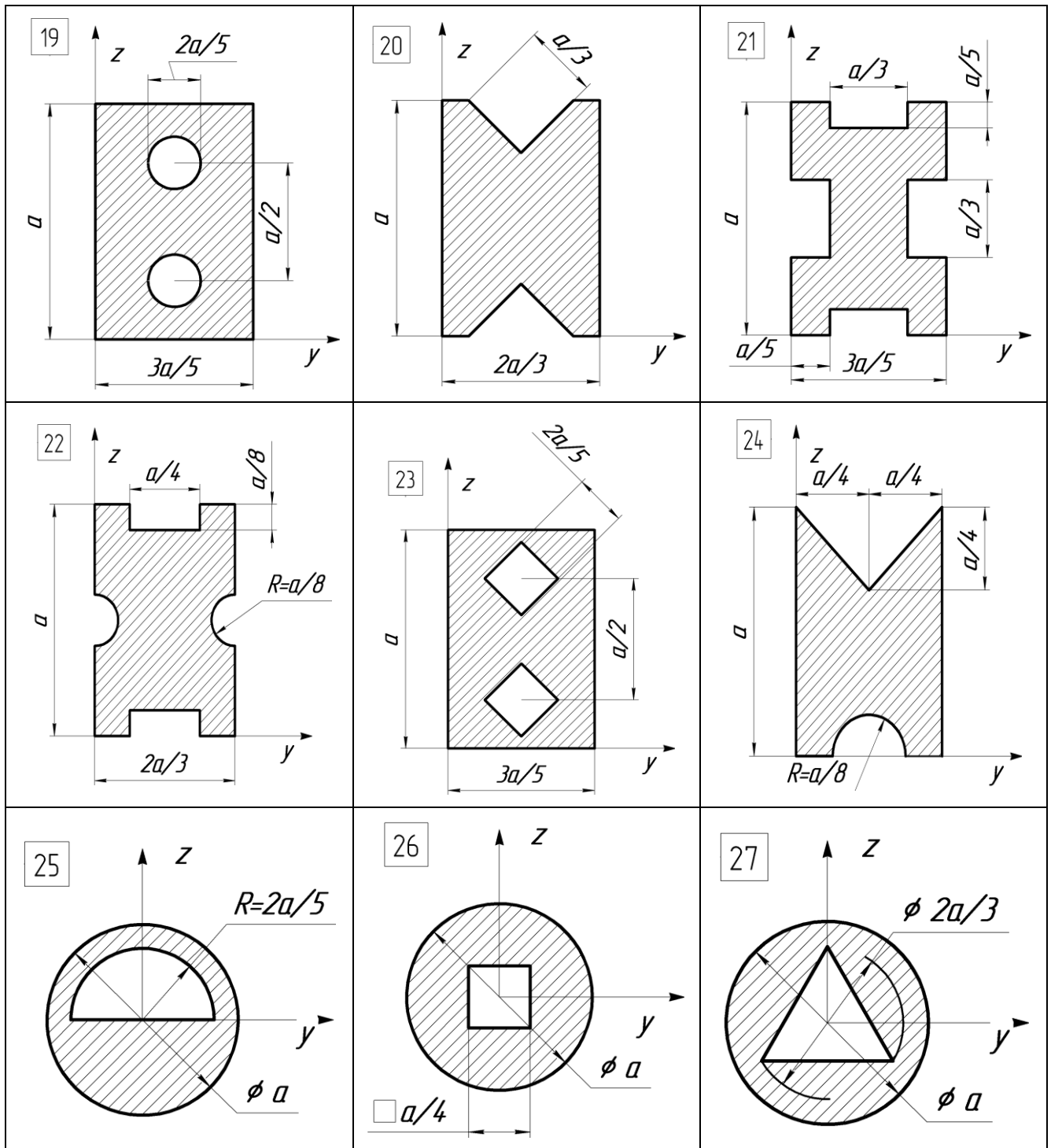


Рисунок В.1, аркуш 3

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Чальцев Михайло Миколайович
Хникін Леонід Михайлович
Космак Володимир Олексійович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ПРОЕКТУВАЛЬНОЇ РОБОТИ
«СКЛАДНИЙ ОПР» І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ
«ОПР МАТЕРІАЛІВ» (ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМІВ
ПІДГОТОВКИ 6.070106 «АВТОМОБІЛЬНИЙ
ТРАНСПОРТ» ТА 6.060101 «БУДІВНИЦТВО»)

Підписано до випуску 22.05.2013р. Гарнітура Times New.
Умов. друк. арк. 1,93. Зам. № 149.

Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51
E-mail: druknf@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів
видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.

