

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ ІНСТИТУТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до контрольної роботи з курсу
«Технічна механіка»
для студентів заочної форми навчання
за напрямом підготовки 6.070101 «Транспортні
технології (автомобільний транспорт)»

Затверджено:
Кафедра «Опір матеріалів і
будівельна механіка»
Протокол № 3 від 03.11.2010

Затверджено:
навчально-методична комісія
факультету «Транспортні
технології»
Протокол № 3 від 10.11.2010

УДК 539.3(07)

Методичні вказівки до контрольної роботи з курсу «Технічна механіка» для студентів заочної форми навчання за напрямом підготовки 6.070101 «Транспортні технології (автомобільний транспорт)» / укл. Чальцев М.М., Хникін Л.М. – Горлівка: ДВНЗ«ДонНТУ» АДІ, 2010. – 36 с.

Містить варіанти завдань і методичні рекомендації, щодо виконання контрольної роботи, приклади розрахунків. Методичні вказівки призначені для студентів автотранспортних спеціальностей.

Укладачі:

Чальцев М.М., к.т.н., проф.
Хникін Л.М., к.т.н., доц.

Відповідальний за випуск:

Хникін Л.М., к.т.н., доц.

Рецензент:

Космак В.А., к.т.н., доц.

ЗМІСТ

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ	4
Задача 1 Розрахунок статично невизначених стрижньових систем	5
Задача 2 Розрахунок статично визначеної балки на міцність	11
Задача 3 Розрахунок статично визначених балок на міцність і жорсткість	17
Задача 4 Розрахунок на міцність при згині з крученням круглого вала.....	23
Задача 5 Розрахунок пружних систем на динамічне навантаження	27
1 Розрахунок на динамічне навантаження при коливаннях	27
2 Розрахунок на динамічне навантаження при ударі	30

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Сучасні вимоги до створення й вдосконалення техніки передбачають вживання заходів по забезпеченню міцності й надійності машин і споруджень протягом усього терміну їхньої експлуатації.

Курс «Технічна механіка» (розділ «Опір матеріалів») вивчає методи інженерних розрахунків на міцність, твердість і стійкість основних елементів конструкцій. Одна з істотних особливостей курсу – його практична спрямованість на рішення практичних задач техніки. При вивченні курсу студентам необхідно розвинути навички самостійної роботи на всіх етапах: складання розрахункової моделі, використання відповідного математичного апарата, аналізу отриманих результатів.

Кожен студент заочної форми навчання виконує контрольну роботу, що включає відповідні задачі.

Студент вибирає вихідні дані відповідно до номера (шифру) своєї залікової книжки і першим трьома буквами російського алфавіту, що розташовуються під останніми трьома цифрами шифру.

Наприклад: шифр – 03-054

букви – ГДЕ.

З кожного вертикального стовпця будь-якої таблиці, позначеного вгорі визначеною буквою, треба взяти тільки одне число, номер рядка якого збігається з номером букви. Роботи, виконані не за своїм варіантом, не зараховуються.

До виконання контрольних робіт варто приступати відразу після вивчення відповідних розділів курсу і самостійного розв'язування рекомендованих задач. У заголовку контрольної роботи повинні бути чітко зазначені: назва дисципліни, повне прізвище, ім'я та по батькові студента, назва факультету і спеціальності, навчальний шифр, дата відправлення роботи, точна поштова адреса одержувача. Необхідно вказати рік видання методичних вказівок, за якими виконувалася контрольна робота.

Кожну контрольну роботу необхідно виконувати в повному обсязі на аркушах, зшитих у зошит стандартного формату, синім чорнилом чи пастою, розбірливим почерком, поле для зауважень залишати не менш 5 см.

Спочатку треба переписати повністю умову задачі з числовими даними, накреслити ескіз в масштабі і вказати в ньому (у числах) усі величини, необхідні для розрахунку, а потім приступити до розв'язування.

Розв'язування задачі необхідно супроводжувати короткими, послідовними (без скорочення слів) поясненнями і кресленнями, на яких усі введені в розрахунок величини повинні бути показані в числах. Треба уникати багатослівних пояснень і переказу матеріалу підручни-

ка. Студент повинен засвоїти, що мова техніки – формула і креслення. При використанні формул чи даних, відсутніх у підручнику, необхідно коротко і точно вказати джерело інформації (автор, назва книги, місце видання, рік видання, номер формули).

Необхідно вказувати одиниці всіх величин і підкреслювати кінцеві результати, що повинні відповідати заданій точності. Виправлення за зауваженнями викладача треба робити на окремих аркушах, що підшиваються до цієї ж контрольної роботи.

Задача 1

Розрахунок статично невизначених стрижневих систем

Визначити зусилля в стрижнях, що підтримують абсолютно жорстку горизонтальну балку. Визначити площі поперечних перерізів по напруженню, що допускається, і граничній вантажопідйомності системи і порівняти їх.

Вихідні дані для розрахунку взяти з табл. 1.1

Таблиця 1.1

Літера	Е	Г	Д	Е	Для всіх варіантів		
					[σ], МПа	σ_t , МПа	К
Номер рядка	Схема	P, кН	q, кН/м	M, кНм			
1	1	4	2	10	160	240	1,5
2	2	6	8	16			
3	3	8	10	20			
4	4	10	16	25			
5	5	12	20	12			
6	6	16	24	8			
7	7	20	30	30			
8	8	30	32	35			
9	9	40	40	40			
10	10	50	50	32			

(для всіх варіантів $a = 2\text{м}$)

Варіанти схем стрижневих систем представлені на рис. 1.1

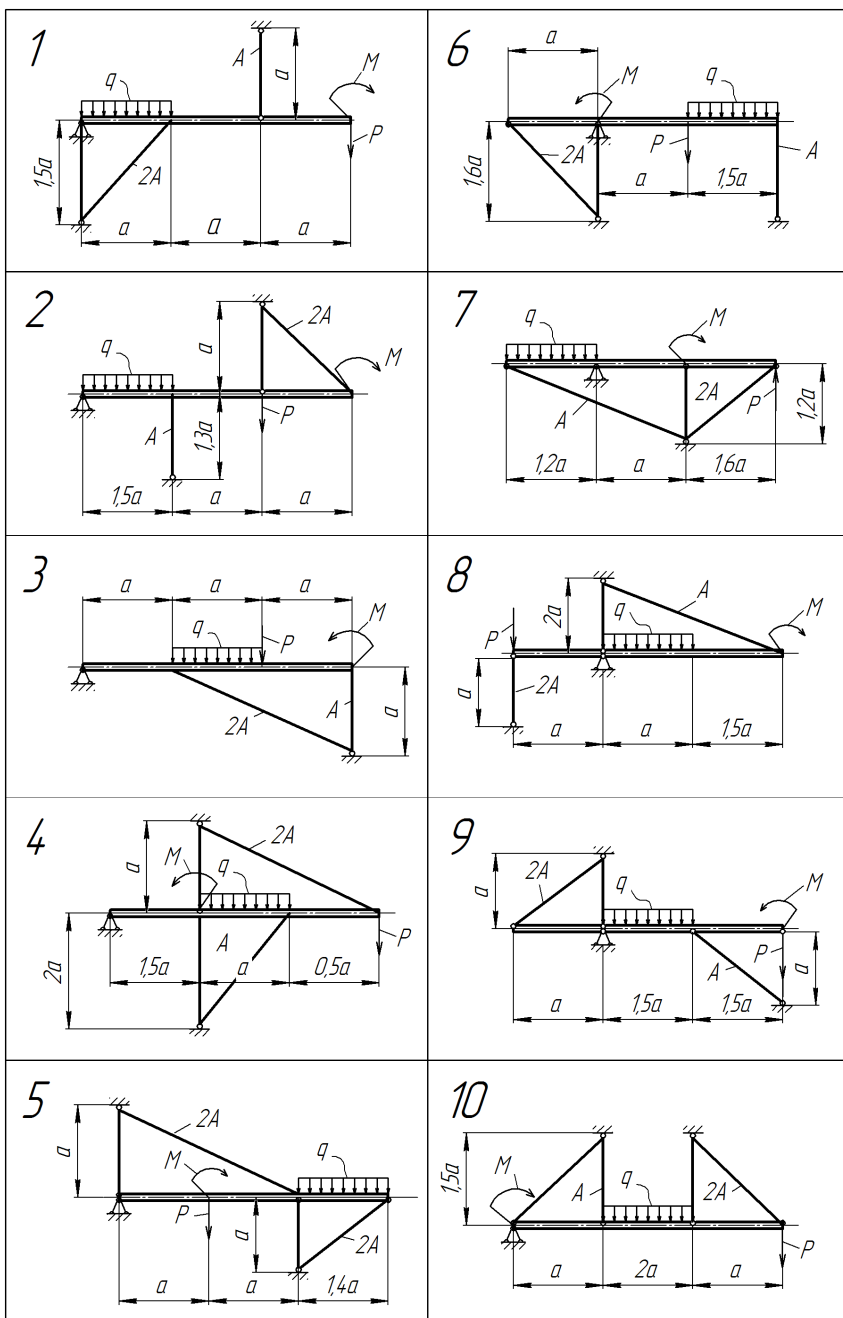


Рисунок 1.1

Порядок розрахунку

1. Записати для пружної балки рівняння рівноваги.
2. Провести аналіз можливих переміщень жорсткої балки під навантаженням і записати рівняння деформацій пружних стрижнів.
3. Виразити деформації стрижнів через зусилля в них і підставити в рівняння деформацій.
4. Визначити внутрішні зусилля в стрижнях, розв'язавши спільно отримані рівняння.
5. Визначити площу поперечного перерізу стрижнів за напругами, що припускаються.
6. Визначити площу поперечного перерізу стрижнів за граничною вантажопідйомністю стрижнів.
7. Порівняти розрахункові величини площ поперечних перерізів.

Вказівки

1. До рішення задачі приступити після вивчення теми «Статично невизначені системи при розтяганні і стисканні».
2. Накреслити розрахункову схему з указанням всіх розмірів і навантажень (включаючи внутрішні сили, що діють у поперечних перерізах стрижнів, опорні реакції) і схему деформації.
3. Для розкриття статичної невизначеності скласти рівняння статички, тобто розглянути статичну сторону задачі. Потім скласти рівняння деформації за її схемою, виходячи з умов роботи системи, тобто розглянути геометричну сторону задачі. Подовжні деформації елементів системи виразити через внутрішні зусилля в них N_i за законом Гука, тобто розглянути фізичну сторону задачі. Визначити внутрішні сили N_i , вирішивши отриману систему рівнянь спільно.
4. Площі поперечних перерізів по граничній вантажопідйомності системи визначити з рівнянь статички, вважаючи, що напруга в стрижнях досягне границі текучості з урахуванням коефіцієнта запасу міцності.

Приклад розрахунку

Абсолютно жорстка балка опирається на шарнірно-нерухому опору і прикріплена шарнірно до двох стрижнів.

Початкові дані: $a = 2\text{ м}$, $P = 30\text{ кН}$, $q = 20\text{ кН/м}$, $M = 40\text{ кНм}$, $[\sigma] = 160\text{ Мпа}$, $\sigma_T = 240\text{ Мпа}$, $K = 1,5$.

Розв'язок

1. Накреслюємо розрахункову схему (рис. 1.2).
2. Визначаємо подовжні сили в стрижнях.

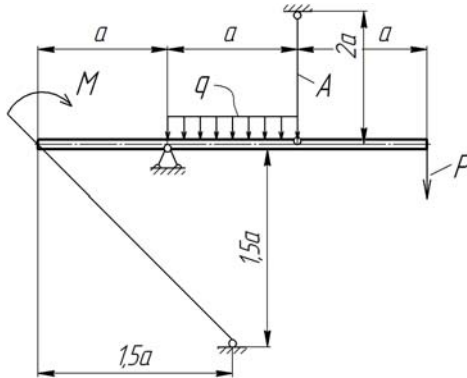


Рисунок 1.2

Статична сторона задачі

Розсікаємо стрижні і замінюємо дію відсічених елементів внутрішніми зусиллями N_1 і N_2 , приймаючи їх розтягуючими. Розподілене навантаження приводимо до її статичного еквівалента, зосередженій силі qa , прикладеної на середині ділянки дії розподіленого навантаження (рис. 1.3),

$$qa = 20 \cdot 2 = 40\text{ кН/м}.$$

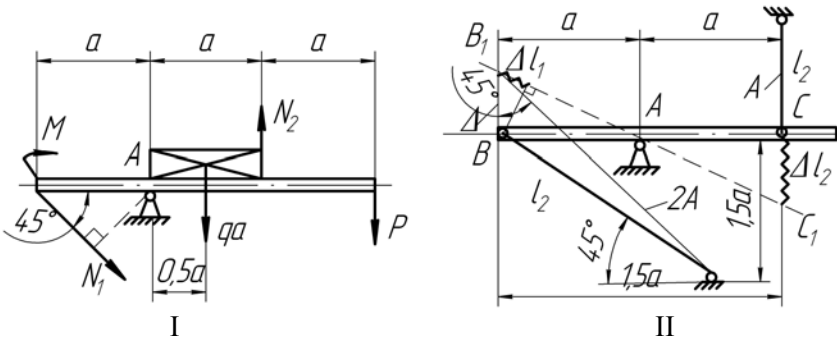


Рисунок 1.3

Складемо рівняння моментів щодо шарнірно-нерухомої опори А

$$\Sigma M_A = 0, N_1 \cdot a \cdot \sin 45^\circ - M - qa \cdot \frac{a}{2} + N_2 \cdot a - P \cdot 2a = 0, \quad (1.1)$$

Використовувати рівняння $\Sigma P_x = 0$ і $\Sigma P_y = 0$ недоцільно, тому що в них увійдуть складові опорної реакції в опорі А. Маємо одне рівняння з двома невідомими N_1 і N_2 . Задача один раз статично невизначена.

Геометрична сторона задачі

Розглядаємо систему в деформованому стані, установлюємо зв'язок між деформаціями і переміщеннями окремих елементів.

$$\text{З подібності } \Delta BB_1A \text{ и } \Delta ACC_1 \frac{BB_1}{CC_1} = \frac{BA}{AC} \text{ або } \frac{\Delta}{\Delta \ell_2} = \frac{a}{a},$$

тобто $\Delta = \Delta \ell_2$.

$$\text{З } \Delta BB_1B_2 \Delta = \frac{\Delta \ell_1}{\cos 45^\circ}. \text{ Тоді } \Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 \cdot \cos 45^\circ. \quad (1.2)$$

Фізична сторона задачі

На підставі закону Гука виражаємо деформації через діючі невідомі зусилля

$$\Delta \ell_1 = \frac{\ell_1 \cdot N_1}{E \cdot 2A}; \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot 1,5a}{E \cdot 2A \cdot \cos 45^\circ}; \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot A} = \frac{N_2 \cdot 2a}{E \cdot A}. \quad (1.3)$$

Синтез. Вирішуючи спільно статичні, геометричні і фізичні рівняння, знаходимо невідомі зусилля.

З (1.2) і (1.3) одержимо:

$$\frac{N_1 \cdot 1,5a}{E \cdot 2A \cdot \cos 45^\circ} = \frac{N_2 \cdot 2a}{E \cdot A} \cdot \cos 45^\circ;$$

$$N_1 = \frac{2N_2 \cdot \cos^2 45^\circ}{1,5} = \frac{4N_2 \cdot 2}{1,5 \cdot 4};$$

$$N_2 = \frac{1,5}{2} \cdot N_1 = 0,75 \cdot N_1.$$

Підставимо в (1.1)

$$N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 40 - 20 \cdot 2 \cdot 1 + 0,75 \cdot N_1 - 30 \cdot 2 \cdot 2 = 0;$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 0,75 \right) \cdot N_1 = 40 + 40 + 120 ;$$

$$N_1 = \frac{200}{2,164} = 92,42 \text{кН} ;$$

$$N_1 = 92,42 \text{кН} ;$$

$$N_2 = 0,75 \cdot 92,42 = 69,3 \text{кН} ;$$

$$N_2 = 69,3 \text{кН} .$$

Визначаємо площу поперечного перерізу стрижнів за умов міцності по напруженнях, що допускаються, $[\sigma] = 160 \text{МПа}$.

Для першого (I) стрижня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} \leq [\sigma],$$

$$A \geq \frac{N_1}{2 \cdot [\sigma]} = \frac{92,42 \cdot 10^3}{2 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,88 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,88 \text{ см}^2 .$$

Для другого (II) стрижня

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} \leq [\sigma],$$

$$A \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{69,3 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 4,33 \text{ см}^2 .$$

Міцність визначається другим (II) стрижнем, тому приймаємо $A^{\text{дон}} = 4,33 \text{ см}^2$, тоді перший (I) стрижень буде мати площу поперечного перерізу $2A = 2 \cdot 4,33 = 8,66 \text{ см}^2$.

Визначаємо площу поперечного перерізу стрижнів за умови граничної вантажопідйомності:

$$N_1 = 2A \cdot \frac{\sigma_T}{k} ;$$

$$N_1 = A \cdot \frac{\sigma_T}{k} .$$

Підставимо граничні значення N_1 і N_2 у рівняння (1.1) статичної рівноваги:

$$2A \cdot \frac{\sigma_T}{k} \cdot a \cdot \sin 45^\circ - M - \frac{q \cdot a^2}{2} + A \cdot \frac{\sigma_T}{k} \cdot a - P \cdot 2A = 0 ;$$

$$A \cdot \frac{\sigma_T}{k} \cdot (2 \sin 45^\circ + 1) = \frac{M}{a} + \frac{qa}{2} + 2P ;$$

$$A = \frac{\left(\frac{M}{a} + \frac{qa}{2} + 2P\right) \cdot k}{\sigma_T(2\sin 45^\circ + 1)} = \frac{\left(\frac{40}{2} + \frac{20 \cdot 2}{2} + 2 \cdot 30\right) \cdot 1,5}{240 \cdot \left(2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) \cdot 10^3} =$$

$$= 0,2589 \cdot 10^{-3} = 2,589 \text{ см}^2.$$

Площа другого (II) стрижня за умов граничної вантажопідйомності:

$$A^{np} = 2,589 \text{ см}^2.$$

Порівнюємо отримані результати

$$\frac{A^{don}}{A^{np}} = \frac{4,33}{2,589} \approx 1,67 \text{ рази.}$$

Площа поперечного перерізу, визначена за напругами, що допускаються, у 1,67 рази більше площі, обумовленої по граничній вантажопідйомності.

Метод граничної вантажопідйомності економічніший ніж метод напружень, що допускаються.

Задача 2

Розрахунок статично визначеної балки на міцність

Для схем прямого бруса (рис 2.1) при заданих навантаженнях, параметрах і поперечному перерізі потрібно:

- а) побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів;
- б) підібрати за умовою міцності двотавровий перетин прокатного профілю;
- в) виконати перевірку напруг за третьою (III) теорією міцності в небезпечному перерізі підбраного двотавра.

Вказівки до розрахунку

1. Виконати ескіз заданої балки в масштабі з зазначенням навантажень і довжин прольотів;
2. Визначити реакції опор. Скласти вираження поперечних сил (Q) і згинальних моментів (M) для кожної ділянки балки.
3. Побудувати епюри Q і M під ескізом балки з зазначенням величин у всіх характерних точках по довжині балки.

4. По найбільшому згинальному моменту підібрати поперечний переріз двотавра за умовою міцності.

5. Перевірити підібраний двотавр за третьою (III) теорією міцності:

а) накреслити двотавровий перетин у масштабі;

б) вибрати небезпечний переріз балки, в якому згинальний момент найбільший і разом з ним існує поперечна сила;

в) обчислити значення нормальних і дотичних напружень по висоті перетину балки і побудувати їхні епюри з зазначенням значень на поверхні, нейтральному шарі й у місці переходу від стінки до полиці;

г) виконати перевірку міцності балки за формулою:

$$\sigma_{расч}^{III} = \sqrt{\sigma_{ш}^2 + 4\tau_Q^2} \leq [\tau].$$

Вихідні дані відповідно до варіантів беруться з табл. 2.1 і з рис.2.1.

Таблиця 2.1

Номер рядка	Е	Г	Д	Е	Г	Д	До завд.3
Номер стовця	Номер схеми	P, кН	q, кН/м	M, кНм	a, м	[σ]Мпа	Переріз за схемою
1	1	10	20	20	1,2	160	Для всіх варіантів
2	2	15	25	30	1,4	170	
3	3	20	30	40	1,6	180	
4	4	25	35	30	1,8	190	
5	5	30	40	20	2	200	
6	6	35	20	10	2,2	210	
7	7	25	35	45	2,4	220	
8	8	20	25	15	2	230	
9	9	45	20	25	1	240	
10	0	40	15	35	1,6	260	

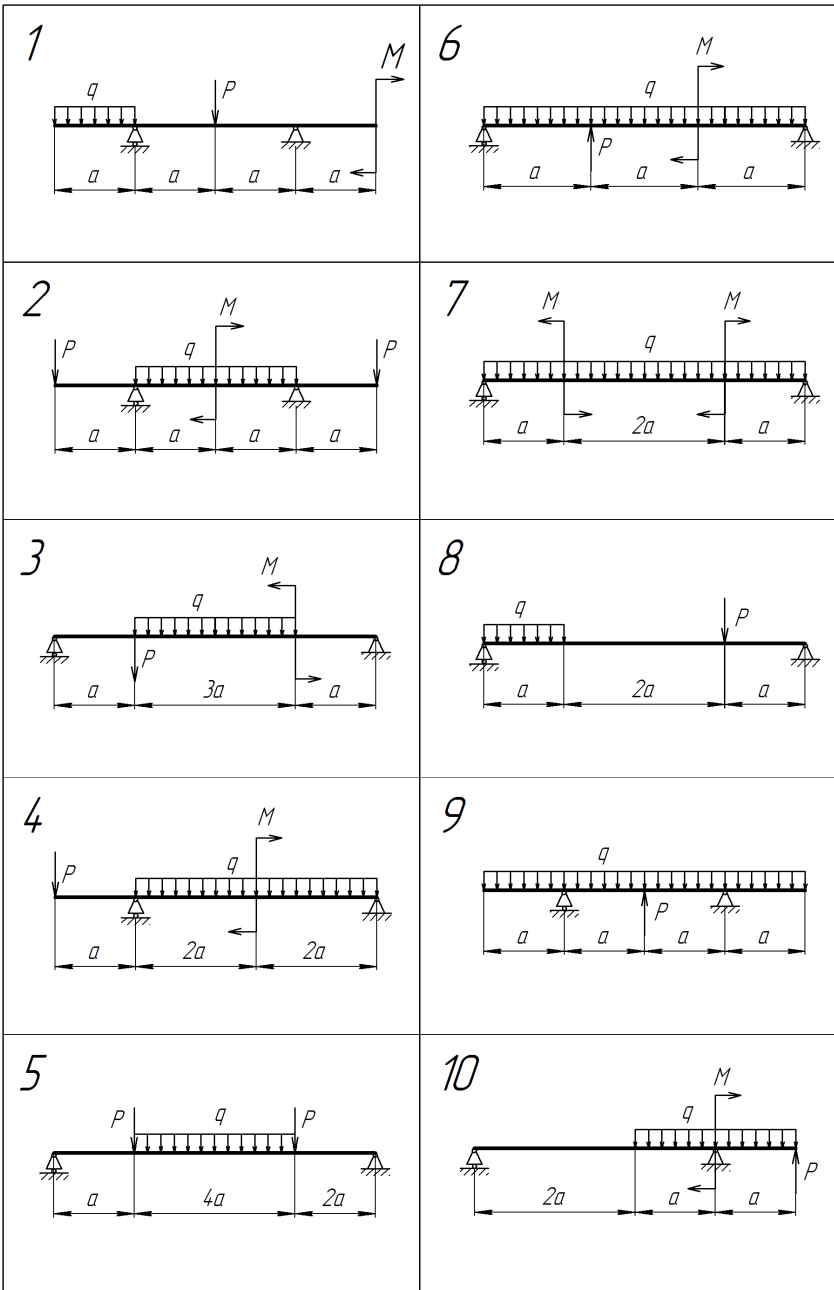


Рисунок 2.1

Приклад розрахунку

Умова задачі. Для двохопорної балки з консолями і зовнішнім навантаженням $P=12\text{кН}$, $q=20\text{кН/м}$, $M=30\text{кНм}$, $a=20\text{м}$; визначити розміри двотаврового перерізу з умови міцності $[\sigma]=160\text{МПа}$. Перевірка перетину по третій (III) теорії міцності.

Розв'язок

1. У визначеному масштабі накреслюємо балку з чисельним зазначенням всіх сил і розмірів (рис.2.2).

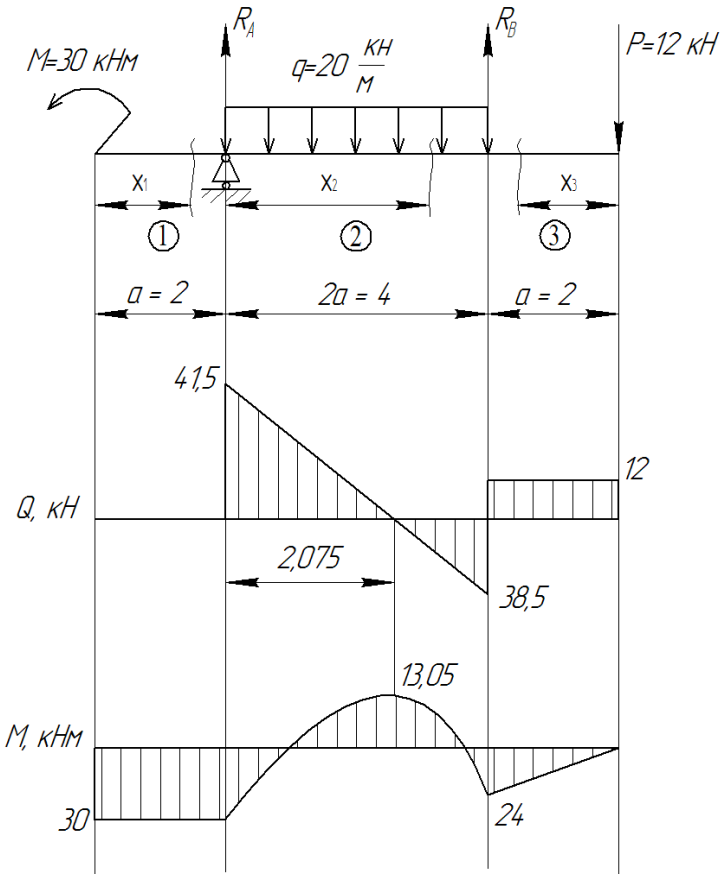


Рисунок 2.2

2. Визначаємо реакції опор:

$$\sum M_A = 0; \quad M - q \cdot 2a \cdot a + R_B \cdot 2a - P \cdot 3a = 0;$$

$$R_B = \frac{-M + 2qa^2 + 3Pa}{2a} = \frac{-30 + 2 \cdot 20 \cdot 2^2}{4} = 50,5 \text{ kH};$$

$$\sum M_A = 0; \quad M - R_A \cdot 2a + q \cdot 2a \cdot a - Pa = 0;$$

$$R_A = \frac{M + 2qa^2 - Pa}{2a} = \frac{30 + 2 \cdot 20 \cdot 2^2}{4} = 41,5 \text{ kH}.$$

Перевірка:

$$\sum y = 0; \quad 50,5 + 41,5 - 12 - 204 = 0 \quad - \text{в т.ч. реакції знайдені вірно.}$$

3. Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів. Розбиваємо балку на ділянки I, II, III і складаємо вираження Q і M для кожної ділянки:

I ділянка $0 \leq x_1 \leq 2$;

$$Q_{x_1} = 0; \quad M_{x_1} = -M = -30 \text{ k}$$

II ділянка $0 \leq x_2 \leq 4$;

$$Q_{x_2} = R_A + qx_2; \quad x_2 = 0 \quad Q_{x_2} = R_A = 41,5 \text{ kH}$$

$$x_2 = 4 \quad Q_{x_2} = 41,5 - 20 \cdot 4 = -38,5 \text{ kHm}$$

$$M_{x_2} = -M + R_A x_2 - \frac{qx_2^2}{2}; \quad x_2 = 0 \quad M_{x_2} = -30 \text{ kHm}$$

$$x_2 = 4 \quad M_{x_2} = -30 + 41,5 \cdot 4 - \frac{20 \cdot 4^2}{2} = -24 \text{ kHm}$$

Оскільки поперечна сила змінює знак на другій (II) ділянці, то на епюрі M буде екстремум у перетині, де $Q_{x_2} = 0$;

$$R_A - qx_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{R_A}{q} = \frac{41,5}{20} = 2,075 \text{ м.}$$

$$\text{Тоді } M_{\max} = -30 + 41,5 \cdot 2,075 - \frac{20 \cdot 2,075^2}{2} =$$

$$= 86,1125 - 30 - 43,056 = 13,056.$$

III ділянка $0 \leq x_3 \leq 2$ (праворуч)

$$Qx_3 = P = 12kH$$

$$Mx_3 = -Px_3; \quad x_3 = 0 \quad Mx_3 = 0$$

$$x_3 = 2 \quad Mx_3 - 12 \cdot 2 = -24kHm.$$

4. Будуємо епюри Q і M за результатами обчислень.
5. Вибираємо небезпечний переріз (перетин А при підході праворуч)

$$Q_{\max} = 41,5kH \quad M_{\max} = 30kHm.$$

За моментом $M_{\max}=30kHm$ вибираємо двотавровий перетин

$$[\sigma] = \frac{M_{\max}}{W_z}; \Rightarrow W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 0}{160 \cdot 10^3} = 0.1875 \cdot 10^3 m^3 = 187.95 cm^3$$

Із таблиць сортаменту вибираємо двотавр №20^a із найближчим більшим значенням $W_z = 203 cm^3$.

$h=20 cm$; $b=11 cm$; $d=0,52 cm$; $t=0,86 cm$; $S=114 cm$; $W_z=203 cm^3$; $I_z=2030 cm^4$; $A=22,7 cm^2$.

6. Перевіряємо міцність "стілки" балки №20^a в небезпечному перерізі за третьою (III) теорією міцності. Будуємо епюри σ і τ (рис. 2.3).

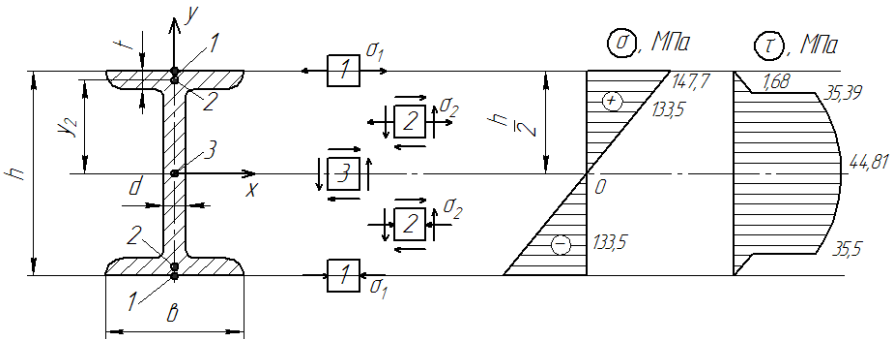


Рисунок 2.3

Значення напруження в точках 1,2,3 перерізу:

$$\sigma_1 = \frac{M}{I_z} \cdot y_1 = \frac{30 \cdot 10 \cdot 10^2}{2030 \cdot 10^{-8}} = 0,1477 \cdot 10^6 \frac{kH}{m^2} = 147,7 MPa;$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{I_z} \cdot y_2 = \frac{30(10 - 0,86) \cdot 10^{-2}}{2030 \cdot 10^{-8}} = 0,1335 \cdot 10^6 \frac{kH}{m^2} = 133,5 MPa;$$

$$\sigma_3 = 0;$$

$$\tau_1 = \frac{Q \cdot S_{z_2}}{b \cdot I_z}; \quad \tau_1 = 0, \text{ тому що } S_{z_1} = 0;$$

$$\tau_2 = \frac{Q \cdot S_{z_2}}{b \cdot I_z} = \frac{41,5 \cdot 90,532}{11,0 \cdot 2030} = 0,168 \frac{kH}{cm^2} = 1,68 MPa,$$

де
$$S_{z_2} = bt \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = 11 \cdot 0,86(10 - 0,43) = 90,532 \text{ см};$$

$$\tau'_2 = \frac{Q \cdot S_{z_2}}{d \cdot I_{z_2}} = \frac{41,5 \cdot 90,532}{0,52 \cdot 2030} = 3,559 \frac{kH}{cm^2} = 35,59 MPa;$$

$$\tau_3 = \frac{Q \cdot S_z}{d \cdot I_z} = \frac{41,5 \cdot 114}{0,52 \cdot 2030} = 4,4818 \frac{kH}{cm^2} = 44,81 MPa.$$

Перевіряємо в небезпечній точці "2" (рис. 2.3) міцність стінки двотавра.

$$\sigma_{расч}^3 = \sqrt{\sigma_2^2 + 4\tau_2^2} = \sqrt{133,5^2 + 4 \cdot 35,59^2} = 151,29 MPa < [\sigma] = 160 MPa.$$

Таким чином двотавровий перетин балки №20^a задовольняє умові міцності.

Задача 3

Розрахунок статично визначених балок на міцність і жорсткість

Сталева балка на двох опорах навантажена у вертикальній площині (рис.3.1). Підібрати параметри двотаврового перетину балки за умовою міцності і твердості. Дані взяти з табл. 3.1 і рис. 3.1.

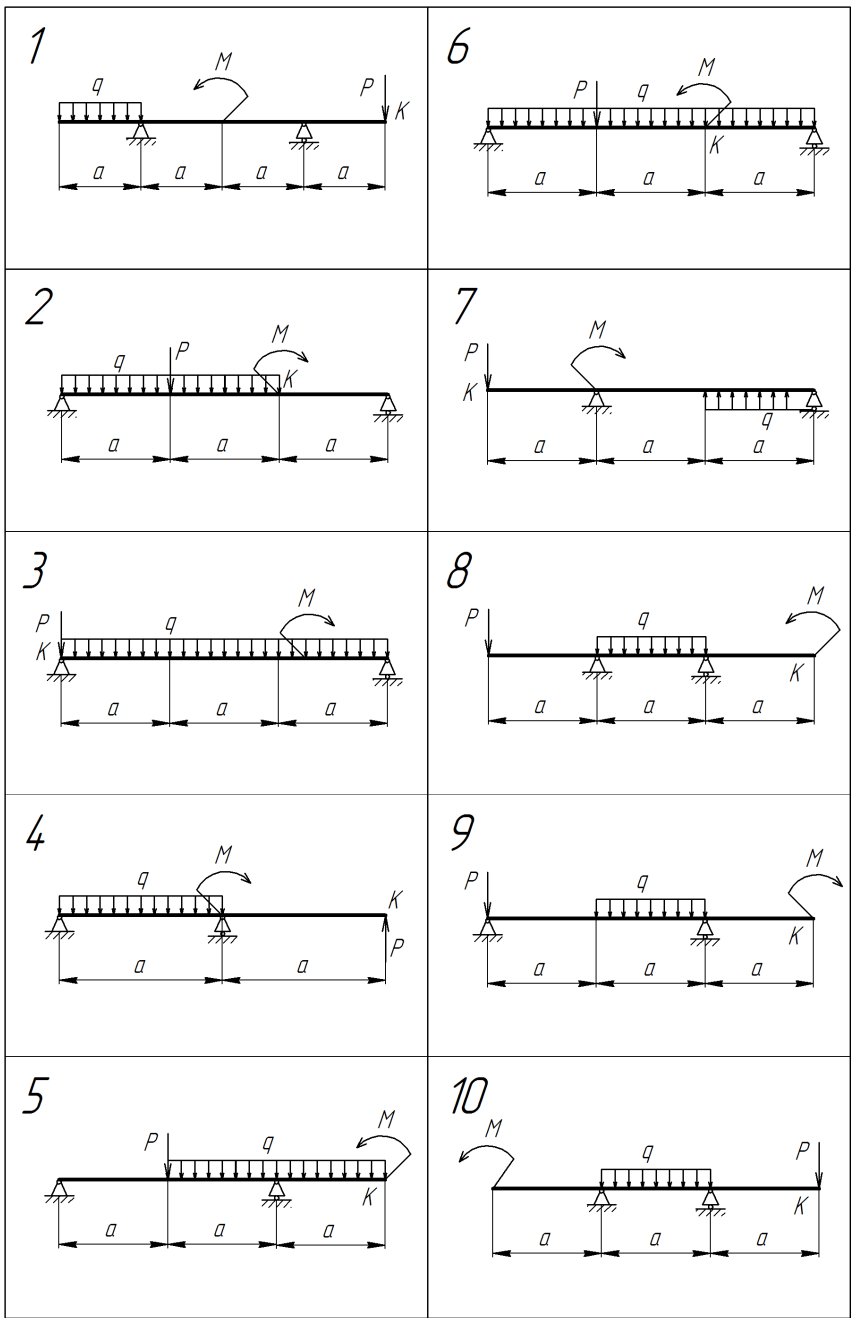


Рисунок 3.1

Таблиця 3.1

Номер рядка	Номер схеми	Зовнішні навантаження			а, м	[σ], Мпа	[γ], 1
		M, кНм	P, кН	q, кН/м			
		Е	Г	Д			
1	1	10	55	10	1	260	l/400
2	2	15	50	12	2	180	l/300
3	3	20	45	14	1	200	l/400
4	4	25	40	16	2	220	l/300
5	5	30	35	18	2	240	l/200
6	6	35	30	20	1	220	l/300
7	7	40	25	22	2	260	l/400
8	8	45	20	24	1	180	l/500
9	9	50	15	26	2	160	l/600
0	10	55	10	28	1	140	l/400

1. Накреслити розрахункову схему відповідно до вихідних даних шифру.

2. Визначити опорні реакції. Побудувати епюру поперечних сил (Q) і моментів (M), що згинають балку.

3. Підібрати двотавровий перетин балки за умовою міцності.

4. Використовуючи метод початкових параметрів, визначити прогини і кути повороту балки в 3-4 перетинах у прольоті та на кінцях консолі.

5. Перевірити отриманий результат прогину і кута повороту балки для перерізу консолі (т. К) (рис. 3.2), використовуючи при цьому метод Мора з інтегруванням його за правилом Верещагіна.

6. Підібрати перетин балки за умовою жорсткості.

Вказівки

1. Реакції в опорах, з обов'язковою перевіркою їх значень, знайти за допомогою рівнянь статки.

2. Використовуючи метод перерізів, знайти значення поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балки. Побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів.

3. По найбільшій величині згинаючого моменту за умовою міцності знайти небезпечний переріз балки.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{z_{\max}}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (3.1)$$

де W_z – момент опору, см^3 .

Визначити Wz і, порівнявши його з найближчим більшим значенням із сортаментних таблиць, підібрати переріз двотаврового профілю.

4. Визначити прогини балки за допомогою універсального рівняння пружної лінії балки:

$$EI_z y_x = EI_z y_0 + EI_z \theta_0 x + \frac{\sum M_i (x - a_M)^2}{2} + \frac{\sum P_i (x - a_p)^3}{6} + \frac{\sum q_i (x - a_q)^4}{24}, \quad (3.2)$$

де y_0 і θ_0 – початкові параметри (прогин і кут повороту балки на початку координат), що приймаються тільки на кінці балки;

x – координата перетину, в якій визначається прогин балки;

a_M і a_q – координати точок додатка, зосереджених M , P і q відповідно.

Як початковий перетин необхідно приймати такий перетин балки, для якого y_0 і θ_0 відомі (випадок закладення кінця балки), або відомий один з них (шарнірне обпирання). Якщо балка двох консольна (рис.3.2), то визначення y_0 і θ_0 зводиться до рішення системи двох алгебраїчних рівнянь, отриманих за умов закріплення балки в опорних перетинах.

5. Підставити знайдені значення y_0 і θ_0 в універсальне рівняння пружної лінії, задаючи значенням $X=1,2,3,4\text{м}...$, при відповідній навантаженості балки, знайти прогини в шуканих перерізах.

6. Перевірити прогин в т. К по методу Мора з інтегруванням за правилом Верещагіна в наступному порядку:

а) прикласти силу $P=1$ у т. К в напрямку шуканого переміщення;

б) побудувати епюру згинальних моментів \bar{M} від сили $\bar{P}=1$;

в) перемножити отриману епюру \bar{M} на епюру згинальних моментів від заданого навантаження M_p (попередньо розбивши епюри на ділянки по точках зламу) за формулою:

$$y_x = \bar{m} \times M_p = \frac{1}{EI} \sum_{i=1}^n \omega_i y_c, \quad (3.3)$$

де ω_i – площа епюри вантажного стану i -ї ділянки;

y_c – координата одиничної епюри \bar{M} відповідної ділянки, узята під центром ваги вантажної епюри M_p .

7. Визначити найбільший прогин балки по епюрі вигинів. Підбір балки із умови жорсткості варто виконати по допустимому прогину $[y]$

$$EI_{mp}[y] \geq y_{\max}^0, \quad (3.4)$$

де y_{\max}^0 – найбільша координата епюрі прогинів. Звідки

$$I_{mp} = \frac{y_{\max}^0}{E[y]} \quad (3.5)$$

Для сталеві балки I_{mp} порівняти з найближчим більшим значенням із сортаментних таблиць і підібрати перетин двотавра, що задовольняє умові жорсткості.

Приклад: Розрахунок статично визначеної балки на міцність і жорсткість.

Сталева балка на 2-ох опорах навантажена у вертикальній площині (рис 3.2).

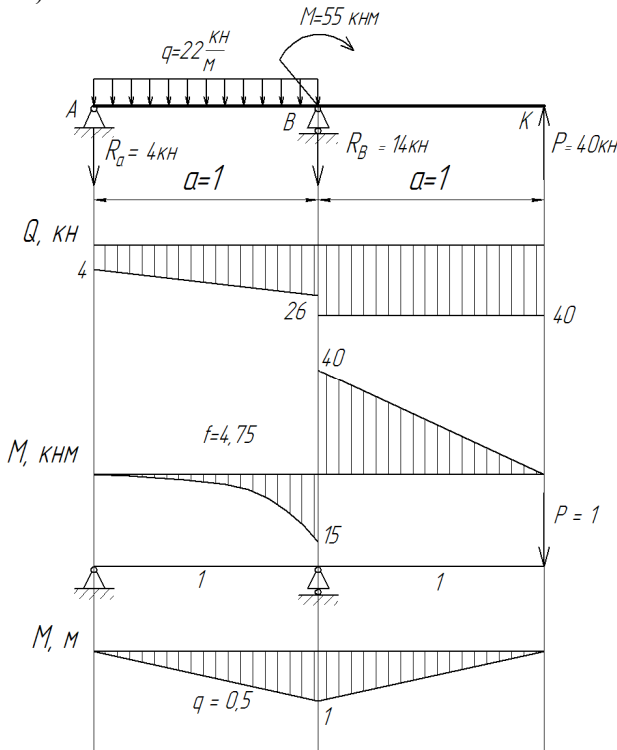


Рисунок 3.2

Підібрати параметри двотаврового перерізу за умовою міцності і жорсткості

Дані:

$M=55\text{кНм}$, $P=40\text{кН}$, $q=22\text{кН/м}$, $a=1\text{м}$, $[\sigma]=220\text{МПа}$, $[Y]=1/40\text{ м}$.

Розрахунок

1) Реакції в опорах:

$$\sum m_a = 0 \quad R_b \cdot 1 - M - q \cdot a + P \cdot 2a = 0$$

$$R_b = 55 + 22 \cdot 1 \cdot 0,5 - 40 \cdot 2 \cdot 1 = 55 + 11 - 80 = 14 \text{ кН}$$

$$\sum m_b = 0 : Ra \cdot 1 - q \cdot a + M - Pa = 0$$

$$Ra = 11 - 55 + 40 \cdot 1 = -4 \text{ кН}.$$

Перевірка: $\sum y = 0$

$$40 - 14 - 22 - 4 = 0.$$

2) Будуємо епюри Q і M за “характерними” перерізами.

3) Вибираємо двотавр за умовою міцності $[\sigma] = 220\text{МПа}$:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40}{220 \cdot 10^3} = 181,8 \text{ см}^3,$$

Вибираємо, двотавр № 20, $W_z=184\text{см}^3$, $I_z=1840\text{см}^4$,

$$f = -4 \cdot 0,5 - 22 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = -2 - 2,75 = -4,75 \text{ кНм}.$$

4) Визначаємо прогин в точці K за методом початкових параметрів.

$$EIy_n = EIy_1 + EIQ \cdot 2 - \frac{Ra(2-0)^3}{6} - \frac{q \cdot (2-0)^4}{24} + \frac{q(2-1)^4}{24} - \frac{Rb(2-1)^3}{6} + \frac{M(2-1)^2}{2};$$

$EIQ_0 = 0$ – невідома величина, $y_0 = 0$ т. В $y_g = 0$

$$EIQ_0 \cdot 1 = \frac{Ra(1-0)^3}{6} + \frac{q(1-0)^4}{24} = \frac{4 \cdot 1^3}{6} + \frac{22 \cdot 1^4}{24} = 1,586.$$

$$EIy_k = 0 + 15586 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{8}{6} - \frac{22(2-0)^2}{24} + \frac{22(2-1)^4}{24} - \frac{14 \cdot 1^3}{6} + \frac{55(2-1)^2}{2} = 27,5 + 3,173 - 5,33 - 14,67 + 0,916 - 2,333 = 9,256.$$

$$y_k = \frac{9,256}{EI}.$$

5) Перевірити отриманий розрахунок за формулою Верещагіна:

$$y_k = Mp \cdot M1 = \frac{1}{EI} \sum_{\omega y} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{6} (0 + 4 \cdot 4,75 \cdot 0,5 + 15 \cdot 1) - \frac{1}{6} (2,4 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 40 \cdot 0 + 0,40) \right] = \frac{1}{EI} [4,0833 - 13,333] = \frac{9,2493}{EI}.$$

$$\text{Перевірка балки на жорсткість } [Y] = \frac{l}{400}.$$

$$\text{Похибка } \frac{-9,2495 + 9,25}{9,2493} \cdot 100\% = 0,0075\%, \text{ тобто нульова похиб-}$$

ка:

$$[Y] = \frac{l}{400} = 0,0025 \text{ м}$$

$$y_{\text{расч}} = \frac{9,25}{EI} = \frac{9,25}{2 \cdot 10^8 \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = 0,002513 \text{ м}$$

$$y_{\text{расч}} = [Y] \text{ тобто балка задовольняє умовам жорсткості.}$$

Задача 4

Розрахунок на міцність при згині з крученням круглого вала

Визначити діаметр небезпечного перерізу вала по третій теорії міцності за даними табл. 4.1 і схеми рис. 4.1, де N – потужність, передана валом; n – частота його обертання; T_1 і T_2 – сили натягу галузей пасової передачі; D_1 і D_2 – діаметри шківів; α_1 і α_2 – кути нахилу ременів; l, a, b – довжина вала і його ділянок.

Таблиця 4.1

Літери	Г	Д	Е	Е	Е	Е	Г	Д	Е	Д
Номер рядка	$[\sigma]$, МПа	N, кВт	n, об/м	ℓ , мм	a, мм	b, мм	D1, мм	D2, мм	α_1° , град	α_2° , град
1	50	8	1500	900	300	400	150	210	15	70
2	60	10	1200	1000	400	300	140	190	30	50
3	80	12	1000	1100	500	200	160	220	45	40
4	100	14	900	1200	550	150	170	250	60	20
5	120	16	850	1300	600	250	180	300	75	10
6	140	18	800	1400	650	350	200	320	10	75
7	150	20	750	1500	700	450	220	350	20	60
8	160	22	700	1600	800	500	240	400	40	45
9	180	24	600	1800	750	550	250	450	50	30
10	200	30	500	2000	850	650	300	500	70	15

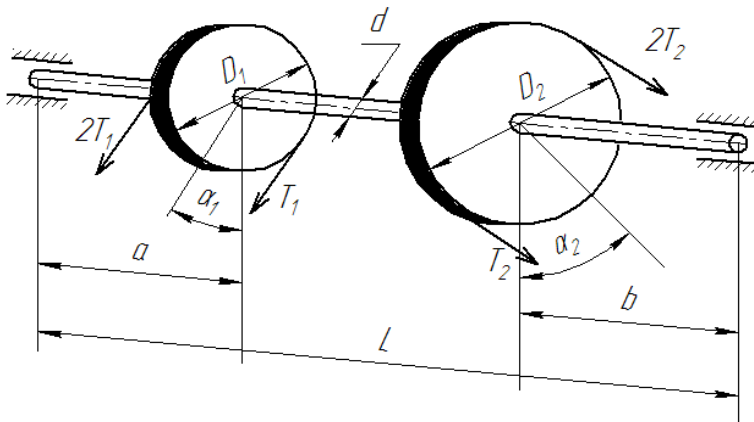


Рисунок 4.1

Порядок розрахунку

1. Накреслити розрахункову схему вала в двох проекціях із усіма числовими даними.
2. Скласти план навантажень і розрахувати їхні величини.
3. Побудувати епюри згинальних моментів у двох взаємно перпендикулярних площинах і епюри моментів, що крутять.
4. Побудувати сумарну епюру згинаючого моменту і визначити приведений момент по третій теорії міцності.
5. Визначити діаметр вала й округлити його до стандартного значення.

Вказівки

1. До рішення задачі варто приступати після вивчення теми «Сумісна для згину та кручення».
2. Визначити обертаючий момент, переданий шківом по формулі

$$M = \frac{N}{\omega}, \quad (4.1)$$

де N – задана величина потужності, кВт,
 ω – кутова швидкість вала, с^{-1} ,

($\omega = \frac{\pi n}{30}$, де n – частота обертання вала, об/хв).

Разом з тим момент, що обертає вал залежить від сил натягу ременів:

$$M = (2T - T) \cdot \frac{D}{2}. \quad (4.2)$$

Сили натягу ременів T призводять до поперечного навантаження вала $P = 3T$ у перерізі, де встановлені шківви, що діють під кутом α до вертикалі.

3. Визначити вертикальні і горизонтальні складові сил P в місцях установки шківвів.
4. Накреслити розрахункову схему навантажень вала у вертикальній площині і визначити опорні реакції в цьому випадку. Визначити згинальні моменти M_B на ділянках вала і побудувати епюру M_B під розрахунковою схемою.
5. Накреслити розрахункову схему навантаження вала в горизонтальній площині і визначити опорні реакції для цього випадку. Ви-

значити згинальні моменти M_g на ділянках вала і побудувати епюру M_g під розрахунковою схемою.

6. Накреслити розрахункову схему вала з моментними навантаженнями, визначити моменти, що крутять, на ділянках вала і Накреслити епюру M_k під розрахунковою схемою.

7. Обчислити значення сумарних згинальних моментів на ділянках вала за формулою $M = \sqrt{M_B^2 + M_r^2}$ і побудувати епюру M під епюрою M_k .

8. Визначити значення приведенного моменту по третій (III) теорії міцності

$$M_{np}^{III} = \sqrt{M^2 + M_K^2} \text{ і знайти небезпечний переріз, де } M_{np}^{III} = \max.$$

9. Визначити діаметр вала в небезпечному перерізі по формулі

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{np}^{III}}{\pi \cdot [\sigma]}}$$

Значення d округлити до стандартного значення (остання цифра закінчується 0, 5, 2, чи 8).

Задача 5

Розрахунок пружних систем на динамічне навантаження

1 Розрахунок на динамічне навантаження при коливаннях

Умова задачі

Визначити розрахунком найбільшу нормальну напругу в балці, що складається з паралельно розташованих двох двотаврів (ДСТУ 8239-72), на яких встановлено двигун з незбалансованою обертаючою частотою, при резонансі вертикальних коливань. Вага двигуна Q , амплітудне значення збуджувальної сили, що візьметься, S , коефіцієнт загасання коливань m , розмір довжини рами a . Вагу балок не враховувати. Якщо динамічна напруга виявиться більше $[\sigma]=160\text{Мпа}$, то необхідно, відповідно, змінити номер двотаврових балок, підтвердивши правильність вибору нового номера повторним розрахунком. Дані взяти з табл.5.1, схему - з рис.5.1.

Таблиця 5.1

Літера	Е	Г	Е	Д	Г	Д
Номер рядка	Номер схеми	$Q, \text{кН}$	$S, \text{кН}$	$a, \text{м}$	пі. с	Номер двотавра
1	10	8	0,4	1	2	12
2	9	10	0,5	1,2	3	16
3	8	12	0,6	1,4	4	18
4	7	14	0,7	1,5	5	20
5	6	16	0,8	1,6	6	24
6	5	18	0,9	1,8	2	18
7	4	20	0,2	2	3	16
8	3	22	0,3	2,2	4	14
9	2	24	0,6	2,4	5	20
10	1	25	1	2,5	6	24

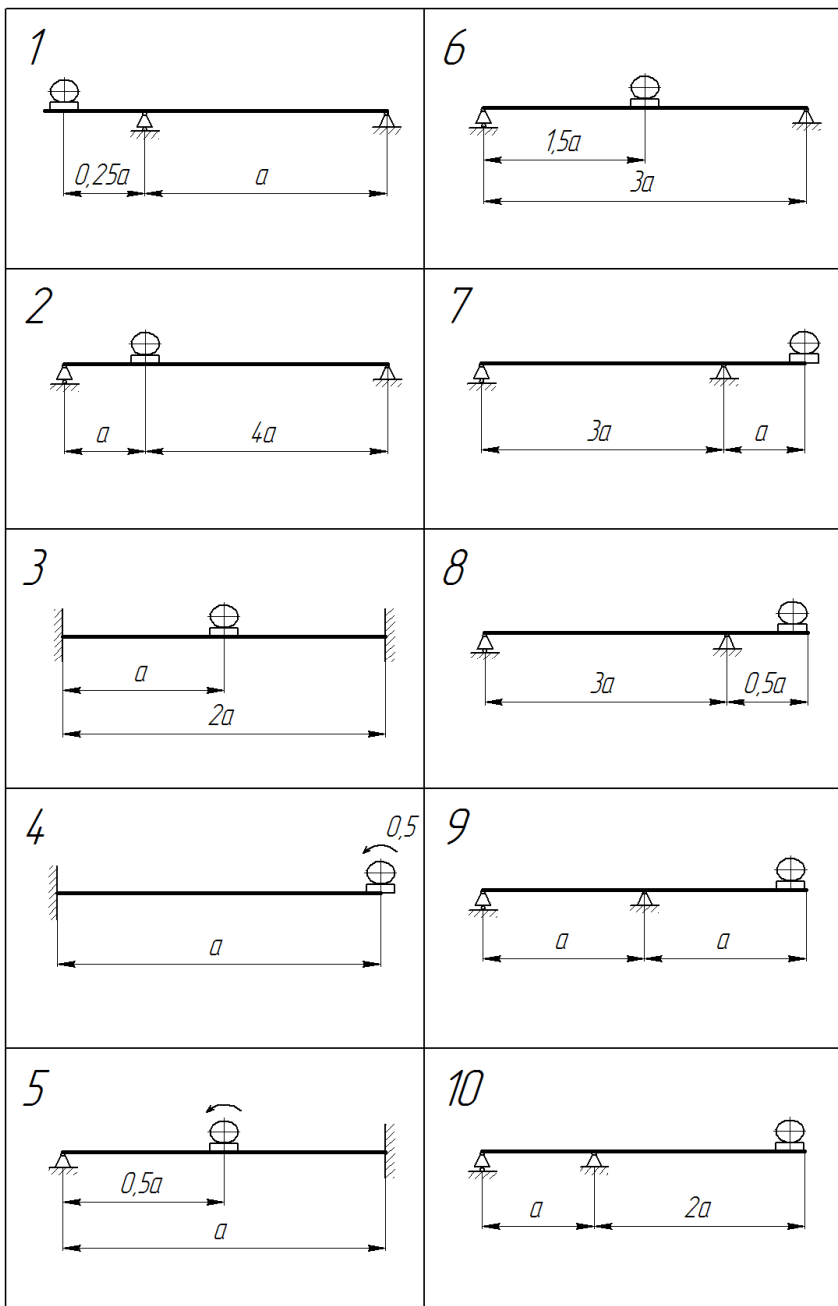


Рисунок 5.1

Порядок розрахунку

1. Накреслити розрахункову схему балки.
2. Побудувати остаточну епюру згинальних моментів М.
3. Визначити вертикальне переміщення точки додатка сили.
4. Визначити частоту власних (вільних) коливань системи з одним ступенем волі без обліку маси системи.
5. Визначити коефіцієнт наростання коливання з урахуванням загасання коливань в умовах розрахунку.
6. Визначити небезпечний переріз балки, найбільшу статичну напругу.
7. Визначити найбільшу напругу в балці при змушених коливаннях.

Вказівки

1. Побудувати епюру згинальних моментів М.
2. Вертикальне переміщення точки додатка сили $Q \cdot \Delta_{ст}$ визначити за методом Мора з застосуванням для обчислення правила Верещагіна (перемножуванням епюр).
3. Кругову частоту власних коливань системи- ω визначити за формулою:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{cm}}}, \text{ де } g = 9,81 \text{ м} / \text{с}^2. \quad (5.1)$$

4. Критична частота обертання двигуна $n_{кр}$ відповідає умові резонансу вертикальних коливань системи:

$$\varphi_{кр} = \omega = \frac{\pi \cdot n_{кр}}{30}, \text{ звідки } n_{кр} = \frac{30\omega}{\pi}. \quad (5.2)$$

5. Коефіцієнт наростання коливань $\psi = \omega$ при резонансі із урахуванням їх загасання:

$$\beta = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\psi}{\omega}\right)^2\right]^2 \cdot 4\left(\frac{m^2}{\omega}\right) \cdot \left(\frac{\psi}{\omega}\right)^2} = \frac{\omega}{2m},$$
$$\beta = \frac{\omega}{2m}, \quad (5.3)$$

де m – коефіцієнт загасання коливань (таб. 5.1)

6. Небезпечний переріз балки визначати за епюрою M , де $M = M_{\max}$

7. Динамічний коефіцієнт при змушених коливаннях без обліку маси системи

$$K_{\text{дин}} = 1 + \frac{S}{Q} \cdot \beta. \quad (5.4)$$

8. Найбільша напруга в балці у небезпечному перерізі при змушених коливаннях

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ст.макс}}^Q \cdot K_{\text{дин}} = \frac{M_{\text{ст.макс}}^Q}{W_z} \cdot \left(1 + \frac{S}{Q} \cdot \beta\right), \quad (5.5)$$

де $M_{\text{ст.макс}}^Q$ – значення $M = M_{\max}$ е у небезпечному перерізі при статичній дії сили Q , W_z – осьовий момент опору поперечного перерізу балки щодо горизонтальної осі.

2 Розрахунок на динамічне навантаження при ударі

Визначити за умовою міцності розміри поперечного перерізу балки, що піддається удару падаючого вантажу P з висоти H , якщо напруга, що допускається, $[\sigma]=160\text{МПа}$, модуль пружності матеріалу при розтяганні $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$, а балку встановлено на підатливих опорах з піддатливістю α_A і α_B . Власну масу балки не враховувати.

Дані взяти з табл. 5.2 і рис. 5.2.

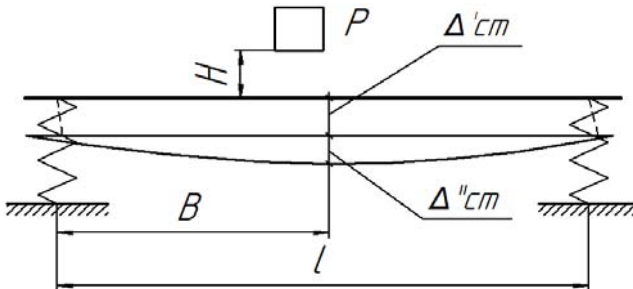
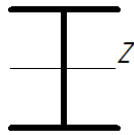

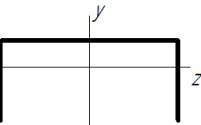
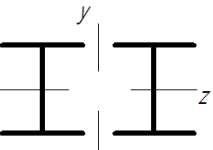
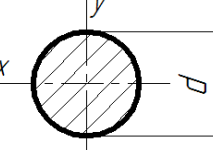
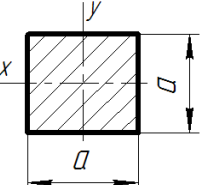
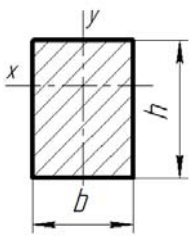
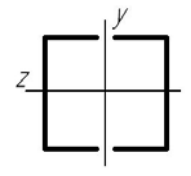
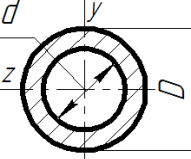
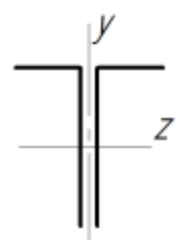


Рисунок 5.2

Таблиця 5.2

Літера	Е	Д	Е	Г	Д	Е	Г
№строки	Р,Н	Н, см	l , м	β	α_A Н/см	α_{BH} /см	Зріз
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1100	5	2,0	0,1	200	370	
2	1200	6	2,4	0,2	220	350	
3	1400	7	2,6	0,3	240	330	
4	1500	8	2,8	0,4	250	310	
5	1600	9	3,0	0,5	280	290	
6	1800	10	3,2	0,6	300	270	

Продовження таблиці 5.2

1	2	3	4	5	6	7	8
7	2000	18	3,4	0,7	320	250	
8	2200	16	3,6	0,8	340	230	
9*	2400	14	3,8	0,85	360	210	
10	2500	12	4,0	0,9	380	190	

Примітка * $C = \frac{d}{D} = 0,8$

Приклад розрахунку

Для заданої розрахункової схеми (рис. 5.2) визначити переріз балки.

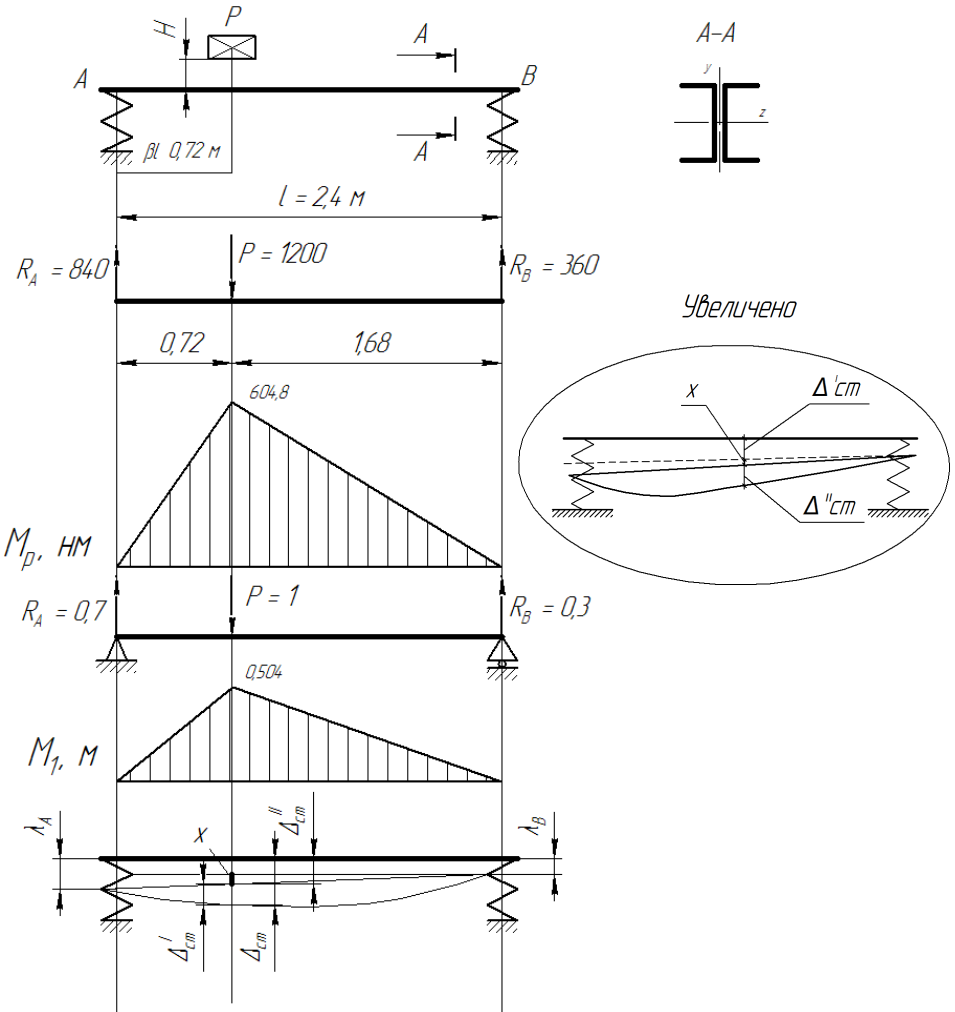


Рисунок 5.2

Вихідні дані:

$$P = 1200 \text{ Н}, \quad H = 7 \text{ см}, \quad l = 2,4 \text{ м},$$

$$\beta = 0,31, \quad \alpha_1 = 380 \frac{H}{M}, \quad \alpha_2 = 330 \frac{H}{cm}$$

Переріз із 2-ох швелерів.

Рівняння міцності при ударі:

$$\sigma_{дин} = \sigma_{ст} \cdot K_{дин} = \frac{M}{W_z} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta st}}\right) \leq [\sigma].$$

$\Delta' st$ – прогин балки у місці удару вантажу;

$\Delta'' st$ – осадка балки за рахунок податливих опор;

H – висота падіння вантажу, см;

M – максимальне статичне значення моменту, що згинає балку, Нм;

W_z – момент опору заданого перерізу, cm^3 ;

EI – жорсткість балки при згині.

Реакції в опорах:

а) для вантажної схеми

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0, \\ P \cdot 0,72 - R_B \cdot 2,4 &= 0, \\ R_B &= \frac{1200 \cdot 0,72}{2,4} = 360 \text{ Н}, \\ R_A &= 840 \text{ Н}; \end{aligned}$$

б) для одиничної схеми

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0, \\ \bar{R}_B \cdot 2,4 - P \cdot 0,72 &= 0, \\ \bar{R}_B &= \frac{1 \cdot 0,72}{2,4} = 0,3 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Момент опору $W_{zc} = 2 \cdot W_z$.

Δst – статичний прогин під вагою P

$\Delta st = \Delta' st + \Delta'' st$ (див. рис 5.2).

$$\lambda_A = \frac{R_A}{\alpha_1} = \frac{840}{380} = 2,210 \text{ см}; \quad \lambda_B = \frac{R_B}{\alpha_2} = \frac{360}{330} = 1,091 \text{ см};$$

$$\Delta cm' = \lambda_B + x;$$

$$\frac{x}{(\lambda_A - \lambda_B)} = \frac{1,68}{2,4}; \quad x = \frac{1,119 \cdot 1,68}{2,4} = 0,783 \text{ см}$$

$$\Delta cm' = 1,091 + 0,783 = 1,874 \text{ см}$$

$$\Delta cm'' = M_{px} \cdot M_1 =$$

$$= \frac{1}{EI} \sum \omega_{yc} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0,72 \cdot 604,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,504 \right] +$$

$$+ \left[\frac{1}{2} \cdot 1,68 \cdot 604,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,504 \right] = \frac{1}{EI} 243,855.$$

Значення отриманих величин підставимо в рівняння міцності (5.5) при ударі.

$$160 \cdot 10^6 \leq \frac{604,8}{2W_z} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}}{1,874 \cdot 10^{-2} + \frac{243,855}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot I_z \cdot 10^{-8}}}} \right).$$

Отримане рівняння розрахувати методом послідовних приближень

Перше приближення взяте для швелера № 10.

$$W_z = 34,8 \text{ см}^3; \quad I_z = 174 \text{ см}^4;$$

Для перерізу:

$$W_{zn} = 2W_z = 2 \cdot 34,8 = 69,6 \text{ см}^3, \quad I_z = 2I_z = 2 \cdot 174 = 348 \text{ см}^4$$

$$160 \cdot 10^6 \leq \frac{604,8}{2 \cdot 69,6 \cdot 10^{-6}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}}{1,874 \cdot 10^{-2} + \frac{243,855}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 198 \cdot 10^{-8}}}} \right).$$

$$\sigma_{дин} = 4,344 \cdot 10^6 \cdot 3,887 = 16,888 \cdot 10^6 = 16,887 \text{ МПа.}$$

$$\text{Запас міцності } K = \frac{160}{16,887} = 9,47.$$

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Чальцев Михайло Миколайович
Хникін Леонід Михайлович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до контрольної роботи з курсу
«Технічна механіка»
для студентів заочної форми навчання
за напрямом підготовки 6.070101 «Транспортні
технології (автомобільний транспорт)»

Комп'ютерна верстка

Трубавін І.А.

Підписано до друку 09.12.2010 р. Формат 70×90/16 Гарнітура Times New Roman.
Друк – ризографія. Тираж 50 прим. Умов. друк. арк. 2,19. Зам № 233.

Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
Автомобільно-дорожній інститут
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і
розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007р