МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВОГО ПРОФИЛЯ ВАЛКА ПРОКАТНОГО СТАНА КАК ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ПЛАНШЕТНОСТЬЮ ПРОКАТА

Борисов А.А.
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций
E-mail: alexbor@fcita.dn.ua

Abstract
Borisov A.A. Mathematical model of thermal change structure roll as object with distributed parameters and statement task of strip thickness control. *Mathematical model of thermal change structure roll is based on the theory termoelastic. The condition of a deformable body is defined by fields of movings. The task about definition of pressure movings fields in a body under action of a temperatures field is reduced to a task of the elasticity theory at presence of a volumetric forces field and external normal superficial pressure. The structure roll can be approached to desirable by radial termoelastic of moving a surface roll, which is defined by heat exchange with a cooling liquid being function of the charge.*

Общая постановка проблемы. Улучшение качественных параметров листа на современных прокатных станах является одной из актуальнейших проблем металлургической промышленности. Одним из основных показателей качества является геометрическая форма (планшетность) прокатанного листа. В процессе холодной прокатки полосы выделяется тепло, которое увеличивает температуру валков. Вследствие выделения тепла при прокатке полосы внутри валка образуются температурные перепады, которые приводят к неравномерному тепловому расширению валков вдоль их бочек. Тепловая выпуклость пропорциональна количеству тепловой энергии, поступающей в валки из очага деформации клети, и она может быть близкой по величине к изгибу опорных валков. Кроме того, по мере работы валка его первоначальная поверхность изнашивается и начинает существенно отличаться от цилиндрической поверхности. Хотя абсолютные значения теплового расширения и износа валка невелики, но, поскольку эти величины «интегрируются» по длине прокатываемой полосы, они оказывают существенное влияние на ее форму и могут привести к браку листа, выражающемуся в волнистости краев листа или выпучивании («коробоватости»). Для противодействия этим явлениям на валки подают охлаждающую жидкость и используют их принудительный изгиб. Система охлаждения валков состоит из ряда зон вдоль бочек валков, причем расход охлаждающей жидкости через каждую зону регулируется индивидуально. Благодаря тому, что подачу охлаждающей жидкости можно распределять вдоль бочек валков в соответствии с любым законом распределения, автоматическое управление распределением подачи охлаждающей жидкости вдоль бочек валков может осуществляться либо в функции измеренных искажений формы полосы, либо в соответствии с остаточной функцией искажения формы, если используются другие контуры автоматического управления формой полосы, в частности, контур управления принудительным изгибом валков. Но поскольку система управления принудительным изгибом валков воздействует на шейки рабочих валков, это приводит к значительному сокращению срока службы подшипников рабочих валков. Поэтому представляется целесообразным перенести как можно большую часть корректирующих воздействий из системы управления принудительным изгибом валков на контуры автоматического управления секционированным охлаждением валков. Однако управление тепловым профилем валка представляет более сложную задачу, так как в данном случае предстоит рассматривать данный профиль как объект с распределёнными параметрами и использовать теорию термоупругости [1,4,5].

Постановка задачи. Для разработки методов управления тепловым профилем валка необходимо решить следующие основные задачи:

- выполнить математический анализ теплового профиля валка как объекта управления с распределёнными параметрами;
- определить возмущающие и управляющие воздействия;
- определить задачу компенсации теплового расширения и износа валка и критерии качества компенсации;
- разработать блок-схему процесса управления профилем вала для компенсации его теплового расширения и износа.

Решение задач и результаты исследований. Введём пространственно-временную цилиндрическую систему координат (x,r,φ,t) и разместим в ней валок (рис.1).

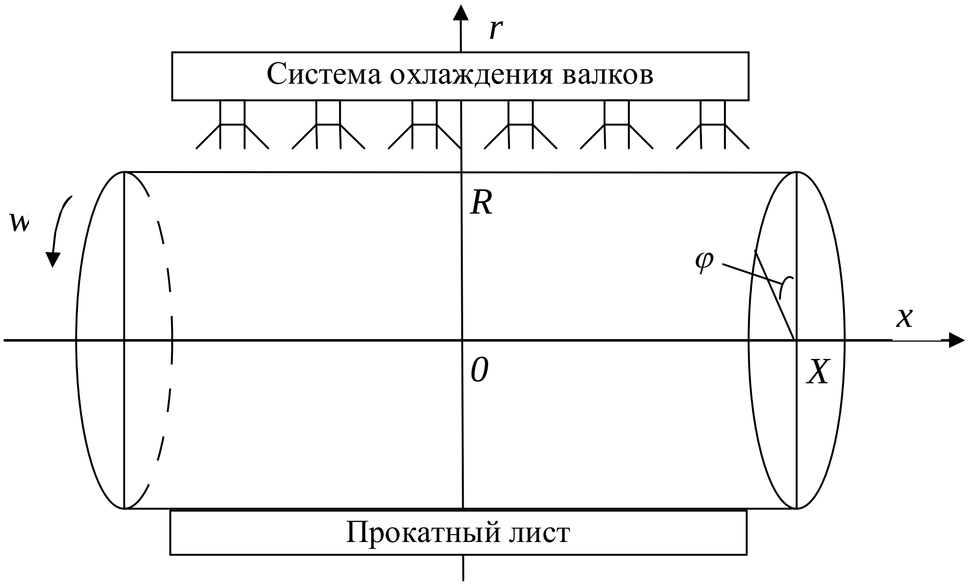

Рисунок 1 – Валок прокатного стана в цилиндрической системе координат

Здесь x – координата вдоль ширины валка, r – координата вдоль радиуса валка, φ – координата угла поворота валка, R – радиус валка, X – половина ширины валка,w – угловая скорость валка.

Температурное поле $C(x,r,\varphi,t)$ внутри валка должно удовлетворять уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} = \beta\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 C}{\partial \varphi^2}\right), \qquad (1)$$

где С – температура,

β - температуропроводность валка.

Теплообмен поверхности валка прокатного стана включает:

- теплообмен с полосой металла через площадь соприкасания;
- теплообмен с охлаждающей жидкостью;
- свободный теплообмен всей поверхности валка с окружающей средой, включая торцы.

Аналитически можно предположить, что влияние теплообмена с окружающей средой на торцах валка прокатного стана на тепловой профиль его рабочей поверхности относительно мало и наиболее выражено вблизи торцов, а его учёт наиболее сложен.

Учитывая также, что ширина прокатываемой полосы, как правило, уже ширины валка, т.е. торцы относительно удалены от листопроката, данную составляющую теплообмена валка целесообразно не учитывать.

Таким образом, теплообмен валка может быть описан системой уравнений:

$$\lambda_П \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R} = \chi_П\left[C_П(x,t) - C(x,r,\varphi,t)\right], \qquad (2)$$

$$\lambda_Ж \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R} = \chi_Ж\left[C_Ж(x,t) - C(x,r,\varphi,t)\right], \qquad (3)$$

$$\lambda_C \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R} = \chi_C\left[C_C(x,t) - C(x,r,\varphi,t)\right], \qquad (4)$$

где уравнение (2) определяет теплообмен с металлической полосой, (3) - с охлаждающей жидкостью, (4) – с окружающей средой (воздухом).

Управление $u = \chi_Ж$, т.е. коэффициент теплообмена между поверхностью валка и охлаждающей жидкостью, является функцией расхода жидкости *q*, т. е. $u = f(q)$ [2] . Расход *q*, а следовательно, и управление *u* являются функциями времени *t* и координаты *x*. На функцию *u (x, t)* накладываются естественные ограничения:

$$\chi_{\min} \le u \le \chi_{\max} \qquad (5)$$

где $\chi_{\max}$ и $\chi_{\min}$ - соответственно наибольшее и наименьшее значение коэффициента χ.

Разработка математической модели теплового изменения профиля валка должна базироваться на теории упругости, в частности на теории термоупругости., в которой состояние деформируемого тела определяется полями перемещений и описывается тремя функциями перемещения: $w_x(x,r,\varphi)$- перемещение по координате *x*, $w_r(x,r,\varphi)$- перемещение по координате *r*, $w_\varphi(x,r,\varphi)$- перемещение по координате φ. Эти функции являются координатами вектора перемещений $w(x,r,\varphi)$.

Рассмотренные выше функции перемещений и напряжений квазистационарны, т.е. не зависят непосредственно от времени *t*. Зависимость их от времени *t* будет лишь постольку, поскольку температурное поле, вызывающее эти перемещения и напряжения, зависит от *t*.

В теории термоупругости показывается, что задача об определении полей перемещений напряжений в теле под действием поля температур сводится к сложной, но обычной (довольно общей) задаче теории упругости при наличии поля объемных сил и внешнего нормального поверхностного давления.

Можно сделать упрощающее предположение о том, что температурное поле в валке осесимметрично, т. е. функция $C = C\ (x,\ r,\ t)$ не зависит от координаты полярного угла φ. Это предположение может базироваться на том, что при скорости вращения валков, когда период обращения валка значительно меньше постоянной времени нагрева валка, действительное распределение температуры в валке очень близко к осесимметричному распределению за исключением небольшой области вблизи поверхности валка.

В этом случае в теории температурных напряжений [3] показывается, что термонапряженное состояние определяется двумя функциями (потенциалами): *F(x,r)* и Ф*(x,r)*. В терминах этих функций напряжения вычисляются по следующим формулам:

$$\sigma_{rr} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} - \frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}T + \mu\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi - \frac{\partial^3\Phi}{\partial r^2\partial x},$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}T + \mu\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right),$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial r\partial x} - \frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}T + (2-\mu)\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi - \frac{\partial^3\Phi}{\partial x^3},$$

$$\sigma_{rx} = \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial x} - \frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu} T + (1-\mu)\frac{\partial}{\partial r}\Delta\Phi - \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r \partial x^2},$$

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi x} = 0,$$

где G – модуль сдвига,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

F- функция, удовлетворяющая уравнению Пуассона внутри валка

$$\Delta F = 2G\frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha T,$$

Φ - функция, удовлетворяющая бигармоническому уравнению

$$\Delta^2 \Phi = 0.$$

Для температурных перемещений формулы имеют вид

$$w_{rr} = \frac{1}{2G}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{1}{2G}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial x},$$

$$w_x = \frac{1}{2G}\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1-\mu}{G}\Delta\Phi - \frac{1}{2G}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2},$$

$$w_\varphi = 0.$$

Решение этих уравнений однозначно определяется заданием граничных условий

$$\sigma_{rr}(R,x) = \sigma_{rx}(R,x) = 0,$$

$$\sigma_{xx}(r,X) = \sigma_{rx}(r,X) = 0.$$

Оценка профиля полосы при прокатке, например, с помощью стрессометра, позволяет определить в каждый момент времени t величину теплового изменения профиля и износа валка в виде некоторой функции $f(x,t)$ при заданных внешних возмущениях теплового характера на валок. При этом данный профиль может быть приближен к желаемому путём радиального термоупругого перемещения $w_r(x, R, t)$ поверхности валка, которое определяется управлением $u(x,t)$. Идеальная компенсация изменения профиля ставит *задачу управляемости,* которая в данном случае сводится к выполнению равенства

$$w_r(x,R,t) = f(x,t), \tag{6}$$

что означает определенную управляемость объекта с распределёнными параметрами. При отсутствии такой управляемости может быть поставлена *задача о наилучшей в определенном смысле компенсации теплового изменения профиля и износа валка.* В качестве критерия компенсации можно взять, например, следующий функционал:

$$J = \max \int_{-X}^{X} \left| w_r(x,R,t) - f(x,t) \right|^{\nu} dxdt \tag{7}$$

где ν —некоторое положительное число.

Таким образом, задача оптимального управления состоит в том, чтобы найти такое управление $u(x,t)$ с собственными ограничениями (5) и возможными ограничениями на координаты объекта, чтобы выполнить равенство (6) или минимизировать функционал типа (7). В качестве типичных ограничений на координаты объекта могут выступать ограничения величины термонапряжений в валке.

На рис. 2 представлена блок-схема процесса управления профилем валка, которая позволяет перейти к синтезу оптимальной системы автоматического управления планшетностью прокатываемой полосы за счёт термоперемещений.

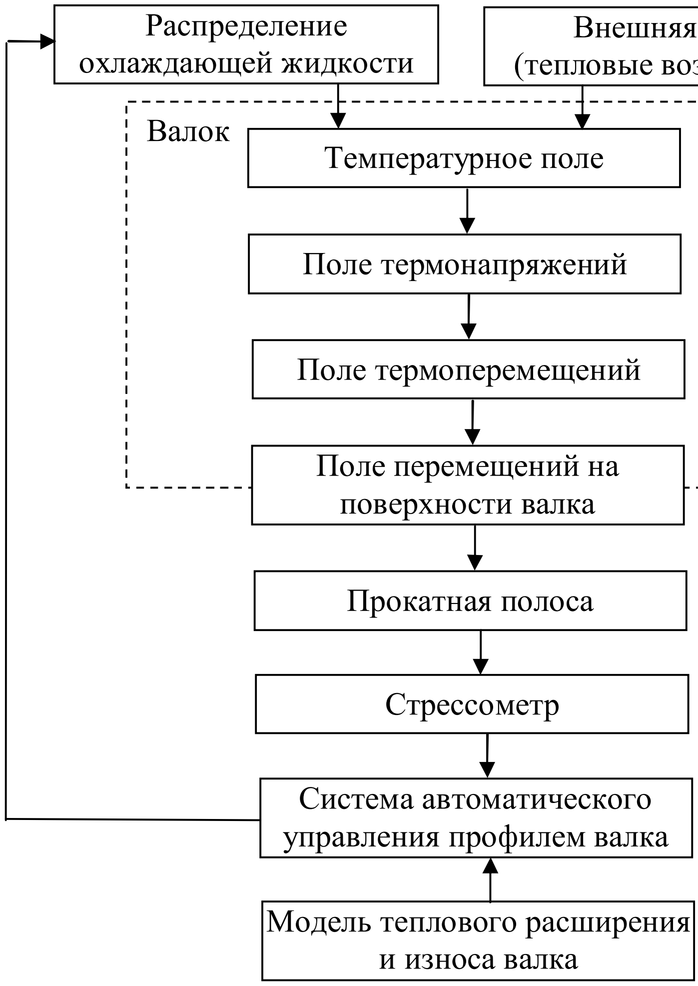

Рисунок 2 – Блок-схема процесса управления профилем вала

Выводы

1. Разработка математической модели теплового профиля валка должна базироваться на теории термоупругости, в которой состояние деформируемого тела определяется полями перемещений, а задача об определении полей перемещений напряжений в теле под действием поля температур сводится к задаче теории упругости при наличии поля объемных сил и внешнего нормального поверхностного давления.

2. Профиль валка может быть приближен к желаемому путём радиального термоупругого перемещения поверхности валка, которое определяется теплообменом с охлаждающей жидкостью, являющимся функцией её расхода.

Литература

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. - 307 с.

2. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределёнными параметрами. – М: Наука, 1975. - 568 с.

3. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. – М: Мир, 1964. - 520 с.

4. Шевченко В. П., Гольцев А. С. Задача термоупругости для ортотропных сферических оболочек, нагреваемых сосредоточенными источниками тепла // Теорет. и прикладная механика: Научно-техн. сб. - Харьков: Основа, 2000. - Вып. 31. - С. 103-108.

5. Кушнір Р. М., Ясінський А. В. Обернена задача термопружності для неоднорідного циліндра за неповної інформації про теплове навантаження // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – 50, № 3. – С. 140–145.