УДК 004.272.2:519.63

В.О. Складчиков, О.А. Дмитрієва
Донецький національний технічний університет, м. Донецьк
кафедра прикладної математики та інформатики

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ПІДТРИМКИ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СКЛАДНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Анотація

Складчиков В.О, Дмитрієва О.А. Програмі засоби підтримки паралельних обчислень при моделюванні складних динамічних об’єктів. *Розглянуто підходи до паралельної реалізації методів розв’язання багатовимірних задач Коші, що ґрунтуються на використанні рекурентних схем екстраполяції. Запропоновано модифікацію паралельного екстраполяційного алгоритму. Визначено залежності, що було отримано під час проведення експериментів на паралельній обчислювальній системі.*

Ключові слова: *задача Коші, екстраполяція, динамічний об’єкт, паралельне моделювання, ефективність.*

Постановка проблеми. На сучасному стані розробок в області математичного моделювання сформувалася нова область досліджень - паралельне моделювання, стрімкий розвиток якої стимулюється необхідністю розв’язання проблем моделювання складних динамічних об’єктів, описуваних системами звичайних диференційних рівнянь (СЗДР) [1]. Незважаючи на досягнення технічного прогресу в області розробки високопродуктивних обчислювальних систем, існує багато задач, в яких гостро відчувається проблема нестачі обчислювальних ресурсів. Ефективність паралельних додатків на подібних системах за різними оцінками не перевищує 15% [2]. Виходить, що на даному етапі розроблювачі не в змозі скористатися тими перевагами, які надає сучасна елементна база. Тому ефективне використання багатопроцесорних систем на сьогодні є однією з найбільш актуальних задач.

Мета статті – підвищити ефективність паралельних обчислень за рахунок удосконалення паралельного екстраполяційного алгоритму та проаналізувати результати, що будуть отримані під час проведення експериментів на паралельній обчислювальній системі.

Екстраполяційні методи. Одним із важливіших чисельних підходів до розв’язання задач Коші є екстраполяційні методи Річардсона, які призначені для отримання високоточного розв'язку задачі Коші і інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР) із складними правими частинами. Практичне застосування екстраполяційних методів обмежене у зв'язку з великою обчислювальною складністю їх послідовних реалізацій. Тому побудова ефективних паралельних неявних блокових методів локальної екстраполяції Річардсона - один з найбільш реальних способів скорочення часу інтегрування багатовимірних жорстких початкових задач.

Розв’язання задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} \dfrac{d\overline{y}(x)}{dx} = \overline{f}\left(x, \overline{y}(x)\right), \\ \overline{y}(x_0) = \overline{y_0} \end{cases} \tag{1}$$

розглядається при переході з точки x_n в точку $x_{n+1} = x_n + H$, де H – базова довжина шагу. Обирається ряд натуральних чисел $N_i = \{n_1, n_2, \ldots, n_k \ldots\}$, $n_1 < n_2 < \ldots < n_k < \ldots$, послідовність кроків інтегрування $h_1 > h_2 > \ldots > n_{k-1} > \ldots$, де $h_i = H / n_i$,задається опорний чисельний метод порядку r_0 та обчислюються приблизні розв'язки початкової задачі Коші у точці $x_{n+1} : T_{i+1} = \overline{y_{hi}}(x_n + H) = \overline{y}^{(i)}_{n+1}, i = \overline{1,k}$. За рекурентними співвідношеннями визначають значення для довільних i, j за схемою локальної поліноміальної екстраполяції Эйткена-Невіла

$$T_{i,j+1} = T_{i,j} + \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\dfrac{n_i}{n_{i-j}} - 1} \tag{2}$$

Паралелізм можна використати у наслідок:

1) обмеження розмірності СЗДР;
2) обмеження розміру таблиці екстраполяції;
3) паралелізм опорного метода.

Існують різні варіанти організації паралельних обчислень екстраполяційної таблиці за схемою Эйткена-Невілла при рівномірному розподілі. Після паралельного обчислення k апроксимацій розв’язання на k групах процесорів, перша група процесорів містить вектор $T_{11,j}; j = \overline{1,m}$, друга- $T_{21,j}; j = \overline{1,m}$ та, відповідно, k - та – $T_{k1,j}; j = \overline{1,m}$, кожен процесор в групах містить однакове m_i число компонент.

Для обчислень елементів екстраполяційної таблиці можуть бути реалізовані декілька варіантів. Перший полягає у використанні системного паралелізму (обмеження розмірності СЗДР), кожен процесор групи передає відповідному процесору сусідньої групи усі компоненти свого вектору апроксимації розв'язання. Тобто перший процесор першої групи передасть першому процесору другої групи підвектор: $T_{11,j}, j=\overline{1,m_1}$ для обчислення такого ж підвектору екстрапольованого значення: $T_{22,j}, j=\overline{1,m_2}$, перший процесор $(k-1)$ групи передає першому процесору k групи значення підвектора $T_{k-1,1,j}\, j=\overline{1,m_{k-1}}$ для обчислення $T_{k2,j}, j=\overline{1,m_k}$. Висота такого паралельного алгоритму дорівнює: $k-1$ [4].

Другий алгоритм обчислення екстраполяційної таблиці пов'язаний з тим, що в кожній групі процесорів рівно один процесор відповідатиме за передачу даних між групами. Для цього після підрахунку елементів першого стовпця таблиці в кожній групі процесорів здійснюється обмін значеннями за типом "всі-всім", в результаті кожен процесор в групі міститиме увесь вектор апроксимації розв'язання, а не його частину. Потім i-ий процесор кожної групи окрім останньої, передає усім процесорам сусідньої групи вектор розв'язань для підрахунку екстрапольованого значення. Далі кожен процесор кожної групи окрім першої (ширина алгоритму зменшується з кожним кроком) рахує свій підвектор (завдовжки m_i) свого вектору екстрапольованого значення.

Щоб збалансувати завантаження розбивають процесорне поле на таке ж число груп пропорційно числам $n_i, i=\overline{1,k}$: $\sum_{i=1}^{k} p_i = p, \quad p_i = \frac{p}{N(k)} \cdot n_i$. Якщо число процесорів не кратне, то береться $p_i = \left\lfloor \frac{p}{N(k)} \cdot n_i \right\rfloor$, а потім процесори, що залишилися, по одному додаються в кожну з груп, починаючи з останньої. Таким чином, кожна група міститиме тим більше число процесорів, чим більше кроків інтегрування на базовому кроці їй належить виконати для отримання апроксимації розв'язання.

Другий варіант підходить для пропорційного розбиття процесорів. У загальному вигляді проблема розбиття процесорного поля на групи, що забезпечують оптимальне розв'язання задачі балансування завантаження багатопроцесорної системи сформульована в термінах комбінаторної оптимізації.

Скоротити час простою можна при використанні комбінаційного способу. Ідея комбінаційного методу полягає у використанні $\lceil k/2 \rceil$ груп процесорів, при тому що i-а група обчислює i-ту та $(k-i+1)$-ту апроксимації розв'язання. Для отримання i- ї апроксимації необхідно n_i раз виконати звернення до опорного методу розв'язання, для $(k-i+1)$ - ї – n_{k-i+1} раз. Таким чином перша група повинна n_1+n_k раз звернутися до обчислення розв’язання за опорним методом, друга група – $n_2 + n_{k-1}$ та, на сам кінець, $k1 = \lceil k/2 \rceil$ група – $n_{k1} + n_{k1+1}$ [5].

Визначальним параметром для розглянутих обчислювальних схем методів локальної екстраполяції є складність правої частини початкової СЗДР, що забезпечує домінування обчислень над обмінами. Для нескладних правих частин третя обчислювальна схема, що об'єднує паралелізм системи і екстраполяції, має явну перевагу, і цей ефект із зростанням числа процесорів збільшується. Для SIMD - систем, як і раніше, може бути реалізована тільки перша схема, яка має низькі показники прискорення та ефективності.

Висновки. Розглянуто підходи до паралельної реалізації методів розв’язання багатовимірних задач Коші, що ґрунтуються на використанні екстраполяції Річардсона. Удосконалено паралельний екстраполяційний алгоритм. Покращення полягає в розширенні можливостей розгалуження алгоритму, підвищення його показників прискорення та ефективності.

Проаналізовано результати, що було отримано під час проведення експериментів на паралельній обчислювальній системі, на їх ґрунті було визначено певні залежності, що можуть бути корисними для подальшого розвитку паралельних екстраполяційних методів розв’язання СЗДР.

Список літератури

1. Grand Challenges: Science, Engineering and Societal Advances Requiring Networking and Information Technology Research and Development [Электронный ресурс]// Report by Interagency Working Group on Information the Technology Research and Development. - Режим доступа: http://www.grandchallenges.org/Pages/2011_grand_challenges.pdf

2. The Networking and Information Technology Research and Development Program fy 2013. [Электронный ресурс] // Reports National Coordination Office for Networking and Information Technology Research and Development. – Режим доступа: http://www.nitrd.gov/pubs/2013supplement/FY13NITRDSupplement.pdf

3. Суперкомпьютерные технологии в науке, образовании и промышленности / под редакцией: акад. В. А. Садовничего, акад. Г. И. Савина, чл.-корр. Вл. В. Воеводина. – М.: Изд. МГУ, 2012. – 232 с.

4.Фельдман Л.П. Паралельні однокрокові методи чисельного розв’язання задачі Коші: монографія / Л.П. Фельдман, І.А. Назарова. – Донецьк: «ДВНЗ» ДонНТУ, 2011. – 185 с.

5.Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці [Текст]: підручн. для студ. вищ. навч. закл., які навч. за напр. «Комп’ютерні науки», «Комп’ютерна інженерія», «Комп’ютеризовані системи, автоматика і управління»/ Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група BHV, 2006. – 480 с.: іл. – Бібліогр.: с. 471–472. – 3000 пр. – ISBN 966-552-155-1.