

УДК 681.3

Г.И. Грездов, д-р техн. наук, проф.,

Т.К. Филиппенко, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.
Институт проблем моделирования в энергетике
им. Г.Е.Пухова НАН Украины, г. Киев

Новые аналитические способы построения траектории сварки различных поверхностей

Рассматриваются способы построения траектории сварки различных поверхностей. Предложен алгоритм для построения траекторий сварки поверхностей тел, представленных в неявной или параметрической форме.

Ключевые слова: траектория сварки, линии пересечений, сеточная модель.

При построении аналитических моделей создания траекторий сварки различных поверхностей будем рассматривать два варианта сварки.

Первый случай – траектория сварки находится на основном теле при пересечении его поверхностью сварки.

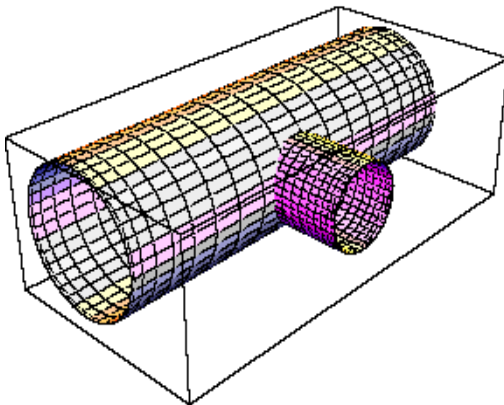


Рисунок 1 – Магистраль и цилиндрическое сопло

Второй случай – свариваются два или более тел. Траектория сварки проходит по линии пересечения тел, сварочная площадка представляет собой ребро с примыкающими к ним площадками свариваемых тел. Здесь тела предварительно отсечены: находится линия пересечения одного тела поверхностью другого и наоборот, внутренние части пересечений удаляются.

Магистральная труба и сопло представляются круговыми цилиндрами радиуса R и r соответственно, $R \geq r$. Рассмотрим задачу в двух постановках: поверхности обоих цилиндров заданы сперва в неявной, а затем в параметрической форме. Здесь используются обозначения для координат точек на поверхности магистрали $\{x_M, y_M, z_M\}$ и сопла $\{x_c, y_c, z_c\}$.

Постановка задачи в неявной форме. Магистраль и сопло описываются уравнениями:

$$x_M^2 + y_M^2 = R^2,$$

$$z_S^2 + y_S^2 = r^2,$$

ось цилиндра-магистрали совпадает с осью Oz , а ось цилиндра-сопла – с осью Ox . Линия их пересечения находится из совместного решения.

$$x^2 + y^2 = R^2,$$

$$z^2 + y^2 = r^2,$$

Удобно для отыскания линии пересечения сделать замену $\{y, z\} = \{r \sin \zeta, r \cos \zeta\}$, тогда

$$x = \pm \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \zeta}, \text{ и уравнение для}$$

линии пересечения с координатами текущей точки $\{x_c, y_c, z_c\}$ в зависимости от параметра ζ представится как

$$\{x_c, y_c, z_c\} = \{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \zeta}, r \sin \zeta, r \cos \zeta\},$$

Постановка задачи в параметрической форме. Магистраль и сопло описываются уравнениями:

$$\{x_c, y_c, z_c\} = \{W_x, W_y, W_z\} =$$

$$= \{R \cos d_w, R \sin d_w, g_w\};$$

$$\{x_s, y_s, z_s\} = \{F_x, F_y, F_z\} =$$

$$= \{g_f, r \sin d_f, r \cos d_f\};$$

Результаты решения, полученные программой (П1) [3] и доработанные оператором, имеют вид

первое решение:

$$\{\{x_n W, y_n W, z_n W\}, \{x_n F, y_n F, z_n F\}, \{x_c, y_c, z_c\}\} =$$

$$\{\{-\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}, r \sin(df), 0\},$$

$$\{0, r \sin(df), r \cos(df)\},$$

$$\{-\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}, r \sin(df), r \cos(df)\}\};$$

второе решение:

$$\begin{aligned} & \{\{x_n W, y_n W, z_n W\}, \{x_n F, y_n F, z_n F\}, \{x_c, y_c, z_c\}\} = \\ & \{\{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}, r \sin(df), 0\}, \\ & \{0, r \sin(df), r \cos(df)\}, \\ & \{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}, r \sin(df), r \cos(df)\}\}; \end{aligned}$$

Длина касательной и его орт для второй линии пересечения, полученные программой (П2) [3] и доработанные оператором, имеют вид:

$$\begin{aligned} L_\xi &= \sqrt{\frac{R^2 - r^2 \sin^4(df)}{R^2 - r^2 \sin^2(df)}}; \\ (x_\xi, y_\xi, z_\xi) &= \left\{ -\frac{r \cos(df) \sin(df)}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4(df)}}, \right. \\ & \left. \frac{\cos(df)}{L_\xi}, \frac{\sin(df)}{L_\xi} \right\}; \end{aligned}$$

Нормальные орты для магистрали и сопла, полученные программой (П3) [3] и доработанные оператором, имеют вид:

$$\begin{aligned} & \{x_n W, y_n W, z_n W\} = \\ & = \left\{ \frac{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}}{R}, \frac{r \sin(df)}{R}, 0 \right\}; \\ & \{x_n F, y_n F, z_n W\} = \\ & = \{0, -\sin(df), -\cos(df)\}; \end{aligned}$$

Столбцы сопутствующего триэдра, построенного на биссектрисе угла между нормальными к магистрали и соплу на второй линии пересечения, имеют вид:

$$\begin{aligned} L_\xi &= \sqrt{\frac{R^2 - r^2 \sin^4(df)}{R^2 - r^2 \sin^2(df)}}; \\ \{x_\xi, y_\xi, z_\xi\} &= \left\{ -\frac{r \cos(df) \sin(df)}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}}, \right. \\ & \left. \cos(df), -\frac{\sin(df)}{L_\xi} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{x_n, y_n, z_n\} &= \left\{ -\sqrt{1 - (r/R)^2 \sin^2(df)}, \right. \\ & \left. -\sin(df)(1 + r/R), \right. \\ & \left. -\frac{\cos(df)}{\sqrt{2(1 + \sin^2(df)(r/R))}} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{x_b, y_b, z_b\} &= \left\{ -\sqrt{1 - (r/R)^2 \sin^2(df)}, \right. \\ & \left. \frac{\sin(df)}{1 - r/R}, \frac{\cos(df)}{\sqrt{2(1 - \sin^2(df)(r/R))}} \right\}; \end{aligned}$$

Столбцы сопровождающего триэдра, полученные программой в среде Mathematica [2], после доработки имеют вид:

$$L_\xi = \sqrt{\frac{R^2 - r^2 \sin^4(df)}{R^2 - r^2 \sin^2(df)}};$$

$$L_b = \sqrt{1 + \frac{r^2 (R^4 \cos^6(df)) + (R^2 - r^2)^2 \sin^6(df)}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^3}};$$

$$L_n = \sqrt{\frac{A}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^3} + \sin^2(df) \left(1 + \frac{R^2 r^2 \cos^4(df)}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^2}\right)^2 + \cos^2(df) \left(1 + \frac{r^2 (R^2 - r^2) \sin^4(df)}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^2}\right)^2}$$

$$A = r^2 (R^2 - \cos^2(df) - \sin^2(df)) \times (R^2 - r^2 \sin^2(df))^2;$$

$$(x_\xi, y_\xi, z_\xi) = \left\{ \frac{r \cos(df) \sin(df)}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4(df)}}, \right.$$

$$(x_b, y_b, z_b) = \frac{1}{L_b} \left\{ -1, \frac{r \sin^3(df)(R^2 - r^2)}{\sqrt{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^3}}, -\frac{r \cos^3(df)R^2}{\sqrt{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^3}} \right\};$$

$$\{x_n, y_n, z_n\} = \frac{1}{L_n} \left\{ \frac{r(\sin^2(df) - \frac{R^2 \cos^2(df)}{R^2 - r^2 \sin^2(df)})}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2(df)}}, \frac{\cos(df)}{L_\xi}, -\frac{\sin(df)}{L_\xi} \right\};$$

$$\sin(df) \left(1 + \frac{r^2 R^2 \cos^4(df)}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^2} \right),$$

$$\cos(df) \left(1 + \frac{(R^2 - r^2)r^2 \sin^4(df)}{(R^2 - r^2 \sin^2(df))^2} \right);$$

Ориентация системы координат линии пересечения относительно системы координат исходных поверхностей с использованием сопутствующего триэдра выражается однородной матрицей:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$p_{11} = \frac{r \cos df \sin df}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4 df}};$$

$$p_{12} = -\frac{\sqrt{1 - (r/R)^2 \sin^2 df}}{\sqrt{2(1 + r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{13} = -\frac{\sqrt{1 - (r/R)^2 \sin^2 df}}{\sqrt{2(1 - r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{14} = \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 df};$$

$$p_{21} = \frac{\cos df \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 df}}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4 df}};$$

$$p_{22} = -\frac{(1 + r/R) \sin df}{\sqrt{2(1 + r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{23} = \frac{(1 - r/R) \sin df}{\sqrt{2(1 - r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{24} = r \sin df;$$

$$p_{31} = -\frac{\sin df \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 df}}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4 df}};$$

$$p_{32} = -\frac{\cos df}{\sqrt{2(1 + r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{33} = \frac{\cos df}{\sqrt{2(1 - r/R \sin^2 df)}};$$

$$p_{34} = r \cos df;$$

Сопровождающий триэдр отличается от сопутствующего триэдра на основе биссектрисы угла между нормальными к поверхностям.

Параметр dF при движении по линии пересечения со скоростью v станет изменяться по закону:

$$\frac{ddF}{dt} = v \frac{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 df}}{\sqrt{R^2 - r^2 \sin^4 df}}, dF(t_0) = dF_0.$$

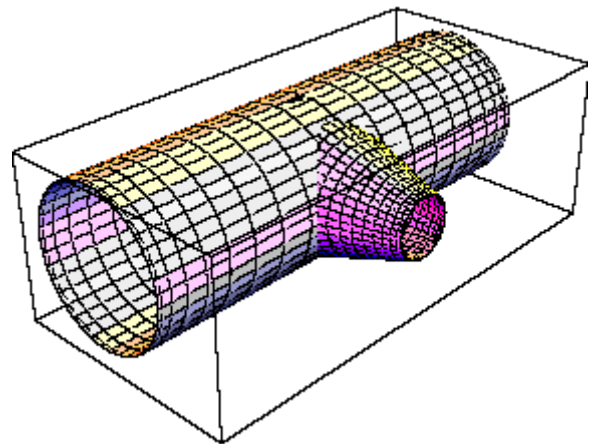


Рисунок 2 – Магистраль и коническое сопло

Магистраль является круговым цилиндром радиуса R , ее ось совпадает с осью Oz . Сопло является круговым конусом с радиусом r в основании и наклоном образующей, определяемым параметром α , ось сопла совпадает с осью Ox .

Рассматривается задача в двух постановках:

обе поверхности заданы в неявной форме,
обе поверхности заданы в параметрической формах.

Здесь используются обозначения для координат точек на поверхности магистрали $\{x_M, y_M, z_M\}$ и сопла $\{x_c, y_c, z_c\}$.

Постановка задачи в неявной форме. Магистраль и сопло описываются уравнениями:

$$\begin{aligned}x_w^2 + y_w^2 &= R^2, \\z_f^2 + y_f^2 &= (\alpha x_f + r)^2,\end{aligned}$$

Линия их пересечения находится из совместного решения:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= R^2, \\z^2 + y^2 &= (\alpha x + r)^2,\end{aligned}$$

Для отыскания линии пересечения делается замена $\{x, y\} = \{R \sin \zeta, R \cos \zeta\}$; после чего

$$z = \pm \sqrt{(\alpha R \sin \zeta + r)^2 - R^2 \cos^2 \zeta},$$

и уравнение для линии пересечения с координатами текущей точки $\{x_c, y_c, z_c\}$ в зависимости от параметра ζ представится как

$$\begin{aligned}\{x_c, y_c, z_c\} &= \{R \sin \zeta, R \cos \zeta, \\&\pm \sqrt{(\alpha R \sin \zeta + r)^2 - R^2 \cos^2 \zeta}\}.\end{aligned}$$

Постановка задачи в параметрической форме. Магистраль и сопло описываются уравнениями:

$$\begin{aligned}\{x_M, y_M, z_M\} &= \{W_x, W_y, W_z\} = \\&= \{R \cos d_w, R \sin d_w, g_w\}; \\ \{x_s, y_s, z_s\} &= \{F_x, F_y, F_z\} = \\&= \{g_f, (ag_f + r) \sin d_f, (ag_f + r) \cos d_f\};\end{aligned}$$

Результаты решения, полученные программой (П1) [3] и доработанные оператором, имеют вид

первое решение:

$$\begin{aligned}R_r &= \sqrt{R^2 + ((aR \sin(df))^2 - r^2)}; \\ \{\{x_n W, y_n W, z_n W\}, \{x_n F, y_n F, z_n F\}, \\ \{x_c, y_c, z_c\}\} &= \\ &= \frac{1}{1 + (a \sin(df))^2} \times \\ &\times \{-ar \sin^2(df) + R_r,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\sin(df)(r - aR_r), 0\}, \\ &\{a(r - aR_r), \sin(df)(aR_r - r), \\ &\cos(df)(aR_r - r)\}, \\ &\{-ar \sin^2(df) + R_r, \sin(df)(r - aR_r), \\ &\cos(df)(r - aR_r)\};\end{aligned}$$

второе решение:

$$\begin{aligned}R_r &= \sqrt{R^2 + (-r^2 + (aR \sin(df))^2)}; \\ \{\{x_n W, y_n W, z_n W\}, \{x_n F, y_n F, z_n F\}, \\ \{x_c, y_c, z_c\}\} &= \\ &\{\{R_r - ar \sin^2(df), \sin(df)(r + aR_r), 0\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\{a(r + aR_r), -\sin(df)(r + aR_r), \\ &-\cos(df)(r + aR_r)\}, \\ &\frac{1}{1 + (a \sin(df))^2} \{R_r - ar \sin^2(df), \\ &\sin(df)(r + aR_r), \cos(df)(r + aR_r)\};\end{aligned}$$

Длина касательной и его орт, полученные программой (П2) [3] и доработанные оператором, имеют вид

для 1 линии пересечения:

$$\begin{aligned}R_r &= \sqrt{R^2 + ((aR)^2 - r^2) \sin^2(df)}; \\ (x_\zeta, y_\zeta, z_\zeta) &= \\ &= \frac{1}{(1 + (a \sin(df))^2)^2 R_r} \times \\ &\times \{-\cos(df) \sin(df)(r + aR_r)^2, \\ &-\cos(df)(aR_r - r)(R_r + ar \sin^2(df)), \\ &\sin(df)(aR_r - r)(R_r(1 + a^2) - ar \cos^2(df))\};\end{aligned}$$

для 2 линии пересечения:

$$\begin{aligned}R_r &= \sqrt{R^2 + ((aR)^2 - r^2) \sin^2(df)}; \\ (x_\zeta, y_\zeta, z_\zeta) &= \frac{1}{(1 + (a \sin(df))^3) R_r} \times \\ &\times \{\{r + aR_r - \cos(df) \sin(df)(r + aR_r)\}, \\ &\{\cos(df) R_r - ra \sin^3(df)\}, \\ &\{-\sin(df) R_r(1 + a^2) + ra \cos^3(df)\}\};\end{aligned}$$

Орт биссектрисы угла между нормальями к магистрали и соплу имеют вид

для 1 линии пересечения:

$$L_{\omega} = \frac{\sqrt{(r + aR_r)^2 (\cos(df) \sin(df)(r + aR_r))^2 + \cos(df)(R_r - ra \sin^2(df))^2 + \sin(df)((R_r(1 + a^2) + ra \cos^2(df)))^2}}{(1 + (a \sin(df))^2)R_r};$$

$$L_n = \sqrt{2 + 2 \frac{aR_r(1 + \sin^2(df)) - r(1 + a^2) \sin^2(df)}{L_{\omega} \sqrt{1 + a^2}}};$$

$$\{x_n, y_n, z_n\} = \frac{1}{L_n} \left\{ \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}} + \frac{R_r - ar \sin^2(df)}{L_{\omega}}, -\sin(df) \left(\frac{a}{\sqrt{1 + a^2}} + \frac{aR_r - r}{L_{\omega}} \right), -\frac{\cos(df)}{\sqrt{1 + a^2}} \right\};$$

для 2 линии пересечения:

$$L_n = \sqrt{2 + 2 \frac{(1 + a^2)r \sin^2(df) - aR_r \cos^2(df)}{R(1 + (a \sin(df))^2) \sqrt{1 + a^2}}};$$

$$\{x_n, y_n, z_n\} = \frac{1}{L_n} \left\{ \frac{R_r - ar \sin^2(df)}{R(1 + (a \sin(df))^2)} - \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}}, \frac{\sin(df)(r + aR_r)}{R(1 + (a \sin(df))^2)} + \frac{\sin(df)}{\sqrt{1 + a^2}}, \frac{\cos(df)}{\sqrt{1 + a^2}} \right\}.$$

Заключение

В результате исследования установлено, что строить траекторию сварки различных поверхностей можно различными способами. Предложен алгоритм для построения траектории сварки поверхностей тел, представленных как в неявной, так и в параметрической форме. Рассмотрены программные реализации предложенных моделей.

Список литературы

1. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – Москва: Наука, 1974. - 832 с.
2. Wolfram S. Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer / S. Wolfram. - Addison-Wesley, 1991. – 962 с.
3. Грездов Г.И. Численное вычисление сеточной модели линии пересечения поверхностей / Г.И. Грездов, Т.К. Филиппенко // Наукові праці ДонНТУ Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка". – 2011. – випуск 13 (185). – С. 141-147.

Надійшла до редакції 12.01.2013

Г.И. ГРЕЗДОВ, Т.К. ФІЛІПЕНКО

Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є.Пухова НАН України

НОВІ АНАЛІТИЧНІ СПОСОБИ ПОБУДОВИ ТРАЄКТОРІЇ ЗВАРЮВАННЯ РІЗНИХ ПОВЕРХОНЬ

Розглядаються способи побудови траєкторії зварювання різних поверхонь. Запропоновано алгоритм побудови траєкторій зварювання поверхонь тіл, які представлено в неявному або параметричному вигляді.

Ключові слова: траєкторія зварювання, лінії перетину, сіткова модель.

G.I. GHREZDOV, T.K. FILIPPENKO

Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering of NAS of Ukraine

NEW ANALYTICAL WAYS OF CONSTRUCTING A TRAJECTORY OF DIFFERENT SURFACES WELDING

The paper considers the ways of constructing a trajectory of different surfaces welding. The algorithm of surfaces welding for bodies presented in implicit or parametrical forms is offered.

Key words: welding trajectory, intersection line, net model.