УДК 531

АНАЛІЗ ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЗОБРАЖЕННЯ ПРОФІЛЮ ПОВЕРХНІ ДЕТАЛЕЙ

Ільченко В.М.
Національний авіаційний університет,
E-mail: ibm@nau.edu.ua

Для контролю якості профілю деталей застосовують оптичні фур'є-перетворювачі з використанням фур'є- перетворюючих об'єктивів. Отриманий аналітичний вираз похибок та досліджені їх диференціальні характеристики, які залежать від координат у площині зображення.

For control of quality of type of details apply optical fur'e- transformers with the use of fur'e- of convertings lenses. Analytical expression of errors is got and investigational them differential descriptions which depend on co-ordinates inplane image.

Вступ

У сучасній техніці контролю топології поверхні широке використання знайшли фур'є-перетворюючі об'єктиви (ФПО), які при певних умовах можна вважати лінзами, які перетворюють світлове поле.

Аналіз публікацій

Робота ФПО заснована на можливості відновлення фур'є-образу об'єкта по заданому вхідному розподіленню амплітуди. При цьому виникають похибки, пов'язані з неточністю опису розподілу поля у фокальній площині лінзи за допомогою фур'є-перетворення. Ці похибки можна трактувати як абераційні та когерентні. Для оцінки їх впливу бажано отримати аналітичні вирази у вигляді функції координат у площині просторово-частотного спектру.

Актуальність

Розглянемо похибки, які виникають внаслідок хвильових аберацій. Як відомо [1], розподіл комплексних амплітуд поля у фокальній площині лінзи звичайно виражається інтегралом Фур'є, який має вигляд:

$$\tilde{E}(\nu_x,\nu_y)=\frac{1}{i\lambda f}\exp\left[i\pi f\lambda\left(\nu_x^2+\nu_y^2\right)\right]\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E_0(x_0,y_0)P(x_0,y_0)\exp\left[i2\pi\left(\nu_x x_0+\nu_y y_0\right)\right]dx_0dy_0, \quad (1)$$

де ν_x, ν_y – просторові частоти, які для отримання координатної залежності замінюються виразами $\nu_x = x/\lambda f$, $\nu_y = y/\lambda f$, λ – довжина хвилі падаючого променя; f – задня фокусна відстань лінзи; $E_0(x_0,y_0)$ – розподіл поля у площині лінзи; $P(x_0,y_0)$ – функція зіниці лінзи.

Те ж поле може бути описане більш точною формулою з використанням представлення лінзи як квадратичного фазового коректора та дифракційного інтеграла Кірхгофа

$$E(x,y)=\frac{k}{i2\pi f}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E_0(x_0,y_0)P(x_0,y_0)exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda f}\left(x_0^2+y_0^2\right)\right]\frac{e^{ikr}}{r}dx_0dy_0, \quad (2)$$

де $r=\sqrt{f^2+(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}$. Формула (1) може бути отримана з (2) при розкладанні $r\approx f+\dfrac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2f}$.

Представимо поле E_0 у вигляді двох точкових випромінювачів

$$E_0=\delta(x_0)\delta(y_0-y_{00})+\delta(x_0)\delta(y_0+y_{00}) \tag{3}$$

δ – дельта-функція Дірака. Розклавши у (2) у показнику експоненти r за степенями відношень $(x-x_0)^2/f^2$ та $(y-y_0)^2/f^2$ по аналогії з урахуванням аберацій лінзи аж до членів четвертого порядку за вказаними вище параметрами малості, для нормованої на одиницю інтенсивності випромінювання у фокальній площині отримаємо

$$I_1(x,y)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left\{kf\left[-\frac{2y_{00}y}{f^2}-\frac{1}{8}\left(\left(\frac{x^2+(y-y_{00})^2}{f^2}\right)^2-\right.\right.\right.$$
$$\left.-\left(\frac{x^2+(y+y_{00})^2}{f^2}\right)\right)+\frac{1}{16}\left(\left(\frac{x^2+(y-y_{00})^2}{f^2}\right)^3-\left(\frac{x^2+(y+y_{00})^2}{f^2}\right)^3\right)-$$
$$\left.\left.-\frac{5}{128}\left(\left(\frac{x^2+(y-y_{00})^2}{f^2}\right)^4-\left(\frac{x^2+(y+y_{00})^2}{f^2}\right)^4\right)\right]\right\}. \tag{4}$$

Другий та наступні члени під знаком косинуса можна трактувати як абераційні фазові викривлення, обумовлені проходженням випромінювання шару вільного простору між лінзою та фокальною площиною.

Використовуючи (1) з тим же розподілом поля (3) у площині лінзи, для нормованої на одиницю інтенсивності випромінювання у фокальній площині отримаємо

$$I_0(x,y)=\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(-\frac{2ky_{00}y}{f}\right)\right]. \tag{5}$$

Оскільки (1) справедлива у параболічному наближенні, (5) має сенс тільки у безпосередній близькості від оптичної вісі системи, і тільки в цій області можна порівнювати отримані вище результати. Нормована похибка вимірювань інтенсивності $\Delta I(x,y)$ з використанням (1) складає

$$\Delta I_1(x,y)=I_1(x,y)-I_0(x,y). \tag{6}$$

На рисунку представлені дві залежності $\Delta I_1=\Delta I_1(x=0,y)$ розраховані по (4), (6) при $f=3$ см та $\lambda=0{,}63$ мкм. Крива 1 відповідає $y_{00}=3$ мм, а крива 2 – $y_{00}=4$ мм.

З результатів, наведених на рисунку та формул (4), (5) слідує, що чим менше відношення y_{00}/f, тим менше похибка ΔI_1. При цьому відношенні рівному 0,1, у фокальній площині в радіусі 10 мкм від оптичної вісі похибка не перевищує 5%.

Обрахуємо когерентну похибку. Для цього необхідно врахувати часовий фазовий множник $\exp(i\omega t)$. Розподіл комплексних амплітуд у площині тест-діафрагми, розміщеної безпосередньо перед лінзою, представимо у вигляді

$$E_0 = A_1 + A_2,$$

де $A_1 = \delta(x, y_0 - y_{00})\exp(i\omega t)$, $A_2 = \delta(x, y_0 + y_{00})\exp(i\omega t)$.

Позначимо фур'є-перетворення функції A_i як $F[A_i]$. Тоді розподіл поля у фокальній площині має вигляд

$$E(x,y) = F[A_1] + F[A_1]e^{i\omega\tau},$$

де τ – часова затримка, обумовлена різницею моментів часу приходу сигналів від першого та другого джерел в точку спостереження. Для розподілення інтенсивності в фокальній площині в нашому випадку одержимо

$$I_0'(y) = 2 + 2\cos[2\pi(v_y y_{00} - v_t\tau)], \tag{7}$$

де $v_y = y/\lambda f$, $v_t = \omega/2\pi$. Результат (7) складається з доданків, перший з яких визначає суму інтенсивностей від двох точкових випромінювачів, а другий обумовлений інтерференцією їх випромінювань. В загальному випадку при наявності двох випромінювачів інтенсивність в площині зображення можна записати у вигляді

$$I' = \left|\tilde{A}_1\right|^2 + \left|\tilde{A}_2\right|^2 + 2\operatorname{Re}\Gamma(\tau), \tag{8}$$

де $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ – фур'є-образи комплексних амплітуд кожного з випромінювачів на вході; $\operatorname{Re}\Gamma(\tau)$ – дійсна частина функції когерентності. З порівняння (7) та (8) випливає, що $\operatorname{Re}\Gamma(\tau) = \cos[2\pi(v_y y_{00} - v_t\tau)]$ та є функцією когерентності ідеального когерентного світла від двох точкових джерел.

Для реальних джерел зі скінченою шириною лінії випромінювання

$$\operatorname{Re}\Gamma(\tau) = |\gamma(\tau)|\cos[2\pi(v_y y_{00} - v_t\tau)],$$

де $\gamma(\tau)$ – справ очна величина [2]. З урахуванням того, що форма спектральної лінії випромінювання газових лазерів гаусова через переважання доплеровського уширення,

$$|\gamma_{доп}(\tau)| = \exp[-\frac{(\pi\Delta v_t\tau)^2}{4\ln 2}],$$

Δv_t – ширина спектральної лінії. Тоді для точкових випромінювачів зі скінченою шириною лінії випромінювання вираз для розподілу інтенсивності у фокальній площині можна представити у вигляді

$$I_1'(y) = 2 + 2\exp[-\frac{(\pi\Delta\nu_t\tau)^2}{4\ln 2}]\cos[2\pi(\nu_y y_{00} - \nu_t\tau)].$$

Кожному значенню частоти ν_y, а значить і координаті y в фокальній площині відповідає своя часова затримка τ. Встановимо зв'язок $\tau = \tau(y)$, щоб одержати когерентну похибку, як і абераційну, у вигляді функції координат площини просторово-частотного спектру. З елементарних геометричних міркувань випливає, що

$$\tau(y) = \frac{n}{c}(\sqrt{f^2 + (y + y_{00})^2} - \sqrt{f^2 + (y - y_{00})^2}),$$

де n – показник заломлення середи, c – швидкість світла у вакуумі.

Когерентну похибку, визначену за аналогією з розглянутим вище випадком, для нормованих інтенсивностей можна представити у вигляді

$$I_1' = \frac{1}{4}(I_1' - I_0') = \frac{1}{2}\{\exp[-\frac{(\pi\Delta\nu_t\tau)^2}{4\ln 2}] - 1\}\cos[2\pi(\nu_y y_{00} - \nu_t\tau)] \tag{9}$$

Розрахунки за формулою (9), проведені при вибраних вище значеннях параметрів λ, f, y_{00}, y та характерному значенні $\Delta\nu_t = 1{,}6 \cdot 10^{10}$ Гц, показують, що когерентна похибка $\Delta I_1'$ не перевищує значення $4 \cdot 10^{-8}$.

Висновки.

Наведені вище оцінки дають уявлення про порядки величини та характері похибок, обумовлених просторовими абераціями та скінченою шириною лінії випромінювання, що виникають при використанні фур'є-перетворюючих систем. При цьому, звісно, говорити про кількісне співпадіння одержаних результатів з реальною ситуацією не має смислу через модельний характер вирішеної задачі.

Література.

1. Таланчук П.М., Голубков В.И., Маслов В.П., Лазеры в контрольно-измерительной технике.-К.: Техніка, 1992.-226 с.
2. Застрогин Ю.Ф. Прецизионные измерения параметров движения с использованием лазера.-М.: Машиностроение, 1986.-272с.
3. Васин А.С., Колючкин В.Я., Метелкин А.И., Мосягин Г.М. Лазерный измеритель объектов // Вестник МГТУ. Серия Приборостроение.-1992.-№2.-С. 81-87.
4. Квасников В.П., Ускова З.И. Измерение объектов со сложными пространственными поверхностями лазерной измерительной системой // Технология машиностроения. –Москва.- 2003.- №2.– С.85-89.