УДК 681.3

Исследование сходимости мультистартового субградиентного метода оптимизации в пространстве вейвлет преобразования

Г.Ю. Щербакова, В.Н. Крылов

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса
Galina_onpu @mail.ru victor_krylov@inbox.ru

Abstract

Shcherbakova G. Yu., Krylov V. N. Multi-Start Sub Gradient Optimization Method in the Wavelet Transformed Domains Convergence Investigation*. Multi-start sub gradient iterated optimization method in the wavelet transformed domain convergence is investigated. The convergence of this method in a mean squared sense and with probability one is proved. This method allows noise stability raising, error, local extreme and initial point search sensitiveness reducing.*

Методы оптимизации используются при решении большинства задач науки и техники. При решении задачи оптимизации определяют критерий или функционал качества и метод его оптимизации. Метод оптимизации выбирают в зависимости от особенностей формирования и свойств функционала качества, который может быть явно не известен, может обладать зашумленной, многоэкстремальной поверхностью, поверхностью типа «овраг». Для решения таких задач разработаны итеративные регулярные и субградиентные методы оптимизации. Однако для обоих подходов характерен ряд противоречивых особенностей. Регулярные поисковые методы обладают высокой точностью, но (в связи с особенностями оценки градиента) у них низкая помехоустойчивость, высокая чувствительность к локальным экстремумам и начальной точке поиска. Для субградиентных методов оптимизации характерны высокие погрешность и помехоустойчивость. Для уменьшения влияния помех в субградиентных методах применяют подход, использующий вейвлет преобразование (ВП) [1]. Целевая функция при оптимизации, как правило, пространственно неоднородна, а глобальные и локальные экстремумы представляют собой локализованное явление. Адекватным аппаратом анализа таких функций является ВП [2,3]. Однако разработанный в работе [1] метод имеет высокую погрешность. Для снижения влияния указанных выше недостатков авторами предложен мультистартовый субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве ВП [4,5].

Целью работы является исследование сходимости этого метода оптимизации.

В общем случае критерий оптимальности $J(c) = E\{Q(x, c)\}$ при оптимизации в явной форме не известен, но известны $Q(x, c)$ - реализации функционала качества. Здесь $c = (c_1, \dots, c_N)$ - вектор переменных, $x = (x_1, \dots, x_N)$ - случайный процесс, E - оператор математического ожидания [6].

Если функционал $Q(x, c)$ разрывен, недифференцируем или зависит от c неявно, тогда градиент реализации функционала качества

$$\nabla_c Q(x, c) = \left(\frac{\partial Q(x, c)}{\partial c_1}, \frac{\partial Q(x, c)}{\partial c_2}, \dots, \frac{\partial Q(x, c)}{\partial c_N}\right)$$

в итеративных регулярных методах оценивается приближенно с помощью разности

$$\begin{aligned} &\tilde{\nabla}_{c_-^+} Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1], a[n]) = \\ &= (Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1] + a[n]\mathbf{e}_1), \dots, \\ &Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1] + a[n]\mathbf{e}_N)) / 2a - \\ &(Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1] - a[n]\mathbf{e}_1), \dots, \\ &Q(\mathbf{x}[n], \mathbf{c}[n-1] - a[n]\mathbf{e}_N)) / 2a \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь a - скаляр;

$e_1 = (1,0, \dots, 0), e_2 = (0,1, \dots, 0), \dots, e_N = (0,0, \dots, 1)$ - базисные векторы [6].

Однако такая оценка градиента отличается низкой помехоустойчивостью. Это обусловливает низкую помехоустойчивость регулярных поисковых методов оптимизации. Для повышения помехоустойчивости разработаны субградиентные методы оптимизации с высокими помехоустойчивостью и погрешностью. Для решения проблем этих методов – дальнейшего повышения помехоустойчивости и снижении погрешности - авторами предложен и исследован мультистартовый субградиентный итеративный метод оптимизации в пространстве ВП [4,5]. Условия сходимости этого метода для одномерного случая определяются в этой работе.

Мультистартовый субградиентный метод оптимизации в пространстве ВП формулируется следующим образом.

Непрерывное вейвлет – преобразование (ВП) многомерной реализации функционала качества $\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c})$ по переменной c_i, $i=1,\dots,N$, определяется по формуле

$$(\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c}),\psi^{s,b})=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c}),\psi^{s,b}(c_i)dc_i, \quad (2)$$

где $\psi^{s,b}(c_i)=\frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{c_i-b}{s}\right)$;

s - параметр масштаба; b - параметр сдвига [7].

Предполагается, что в (2) вейвлет $\psi(c_i)$ - нечетная функция [2,8]. Обозначим $s[n]$ - масштаб вейвлета на n - итерации поискового метода оптимизации. Полученная при дискретизации последовательность учитывает нечетность функции $\psi(c_i)$

$$\alpha[n]=(-\alpha_{s_\alpha}[n],\dots,-\alpha_1[n],\alpha_1[n],\dots,\alpha_{s_\alpha}[n]) \quad (3)$$

Тогда выражение (2) будет

$$(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{c}),\psi^{s,c_i[n]})=$$
$$=\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}\mathrm{Q}(\mathrm{x}[n],\mathrm{c}[n-1],a[n-m]),$$

где $\tilde{\nabla}_{c_-^+}\mathrm{Q}(\mathrm{x}[n],\mathrm{c}[n-1],a[n-m])$ определяется формулой (1), а параметр сдвига выбран как $b=c_i[n]$, так как вейвлет-преобразование вычисляется в окрестности приближения к точке оптимума на n-й итерации [2].

Мультистартовый поисковый метод оптимизации в пространстве ВП определяется итерационной схемой

$$\mathrm{c}[n]=\mathrm{c}[n-1]-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}\mathrm{Q}(\cdot), \quad (4)$$

где $\mathrm{Q}(\cdot)=\mathrm{Q}(\mathrm{x}[n],\mathrm{c}[n-1],a[n-m])$.

Здесь $\alpha_m[n]$, $m=1,\dots,s_\alpha$ - компоненты вектора $\alpha[n]$, полученного в результате дискретизации вейвлет-функции, полученной путем снятия ограничений на вид вейвлет-функции в итерационной схеме алгоритма регулярного итерационного поиска в пространстве ВП [2, 9].

В процедуре реализации мультистартового метода оптимизации используется оценка градиента реализации $\tilde{\nabla}_{c_-^+}\mathrm{Q}(\mathbf{x},\mathbf{c})$, которая зависит от случайного процесса $\mathbf{x}$, векторы $\mathbf{c}[n]$ также являются случайными. Оценка значения функционала качества $\mathrm{Q}(\mathrm{x}(\mathrm{c}),\mathrm{c})$ это сумма истинного значения функционала качества $\mathrm{J}(\mathrm{c})$ и помехи $\mathrm{x}(\mathrm{c})$

$$\mathrm{Q}(\mathrm{x}(\mathrm{c}),\mathrm{c})=\mathrm{J}(\mathrm{c})+\mathrm{x}(\mathrm{c}), \quad (5)$$

где c^* - точка оптимума функционала качества $\mathrm{J}(\mathrm{c})$, зависящего от переменной $\mathrm{c}\in[A,B]$; A,B - некоторые постоянные. Для доказательства сходимости процедуры знание значений A,B необязательно, однако показано, что если значение A известно хотя бы приближенно, процесс поиска оптимума может быть ускорен [10].

Оценка значения функционала качества $\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{c})$ вычисленная по результатам измерения с помехами для любого $\mathrm{c}\in[A,B]$ должна быть несмещенной и эффективной [10]. Условие несмещенности формулируется как

$$\mathrm{J}(\mathrm{c})=\mathrm{E}\{\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{c})\}=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{c})\mathrm{p}(\mathrm{x})d\mathrm{x}, \quad (6)$$

где $\mathrm{p}(\mathrm{x})$ - плотность распределения случайного процесса x.

Выполнение этого условия дает возможность (при достаточно большом количестве наблюдений) определить, по какую сторону от точки оптимума c^* по направлению поиска расположено c [10].

Условие эффективности, то есть условие ограниченности дисперсии оценки формулируется как

$$\sigma^2(\mathrm{c})=\mathrm{E}\{(\mathrm{Q}(\mathrm{x},\mathrm{c})-\mathrm{J}(\mathrm{c}))^2\}<\sigma^2<\infty \quad (7)$$

Во всех точках, где это условие нарушается, независимо от числа наблюдений невозможно установить направление дальнейшего поиска [10].

Для доказательства сходимости мультистартового субградиентного поискового итеративного метода оптимизации в пространстве ВП применялась известная методика [10, 11], согласно которой любая процедура стохастической аппроксимации рассматривается как свободный от ошибок метод последовательных приближений, но с наложенной на него случайной составляющей. В соответствии с этой методикой в схеме (4) выделяют случайную составляющую и анализируют независимо от регулярной составляющей.

Тогда с учетом (5) итерационная схема (4) принимает вид

$$c[n] = c[n-1] - \gamma[n] \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(\cdot) =$$
$$= (c[n-1] - \gamma[n] \times$$
$$\times \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1], a[n-m]))) -$$
$$- \gamma[n] \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(x(c[n-1], a[n-m])),$$

где

$$\tilde{\nabla}_{c_-^+}(\cdot) = \tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1], a[n-m]) +$$
$$+ x(c[n-1], a[n-m]),$$

$$\tilde{\nabla}_{c_-^+} x(c[n-1], a) =$$
$$= x(c[n-1] + ae_1, \ldots, c[n-1] + ae_N) -$$
$$- x(c[n-1] - ae_1, \ldots, c[n-1] - ae_N).$$

Обозначим свободное от ошибок (помех) преобразование как $T(c[n-1])$.

Тогда

$$T(c[n-1]) = c[n-1] - \gamma[n] \times$$
$$\times \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1], a[n-m])),$$

а случайную составляющую $-\gamma[n] \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(x(c[n-1], a[n-m]))$ обозначим $r[n]$. Тогда итерационная схема (4) примет вид

$$c[n] = T(c[n-1]) + r[n-1].$$

Для сходимости метода оптимизации в среднеквадратическом смысле и с вероятностью «единица» достаточно выполнения двух условий [10,11]: оценка случайной составляющей должна быть несмещенной, то есть ее математическое ожидание $E\{r[n]\}$ должно быть равно нулю; сумма дисперсий помех должна быть конечной при любой возможной бесконечной процедуре поиска:

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\{r^2[n]\} < \infty. \qquad (8)$$

Из соотношения (6) с учетом, что наблюдения будут несмещенными, только если математическое ожидание оценки равно оцениваемому параметру, следует

$$E\{r[n]\} = E\{-\gamma[n] \times$$
$$\times \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(x(c[n-1], a[n-m]))\} =$$
$$= -\gamma[n] \times$$
$$\times E\{\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+} Q(\cdot) - J(\cdot)\} =$$
$$= -\gamma[n] \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(E\{Q(\cdot)\} - J(\cdot)) = 0.$$

Здесь

$$\tilde{\nabla}_{c_-^+} Q(\cdot) =$$
$$= \tilde{\nabla}_{c_-^+} Q(x(c[n-1], a[n-m]), c[n-1], a[n-m]),$$
$$J(\cdot) = J(c[n-1], a[n-m]).$$

Тогда оценка случайной составляющей удовлетворяет условию несмещенности.

Для доказательства сходимости ряда (8), сумма дисперсий помех представляется [2]

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\{r^2[n]\} = \sum_{n=1}^{\infty} E\{\cdot\} =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2[n] E\{(\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n] \tilde{\nabla}_{c_-^+}(\cdot))^2\}.$$

Здесь

$$\tilde{\nabla}_{c_-^+}(\cdot) = \tilde{\nabla}_{c_-^+}(x(c[n-1], a[n-m])),$$

$$E\{\cdot\} = E\{(-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(\cdot))^2\}.$$

После применения неравенства Коши-Буняковского [2] с учетом (7)

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\{r^2[n]\} \le \sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]E\{\cdot\} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2[n]\times 2\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m^2[n]\times \sum_{\substack{m=-s_a \\ m\ne 0}}^{s_\alpha} E\{x^2(\cdot)\}.$$

Здесь

$$x^2(\cdot) = x^2(c[n-1], \mathrm{sgn}(m)a[n-|m|]),$$

$$E\{\cdot\} = E\{\sum_{\substack{m=-s_a \\ m\ne 0}}^{s_\alpha} \alpha_{|m|}^2[n]\sum_{\substack{m=-s_a \\ m\ne 0}}^{s_\alpha} x^2(\cdot)\}.$$

Математическое ожидание величины квадрата ошибки на n-й итерации представляет собой дисперсию ошибки $\sigma^2(c)$ в соотношении (6.1), где было обусловлено, что $\sigma^2(c) < \sigma^2 < \infty$, то есть дисперсия помехи ограничена на интервале определения c. Тогда [2]

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\{r^2[n]\} < \infty, \quad \text{и}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\{\cdot\} < \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2[n]\times 2\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m^2[n]\times 2s_\alpha\sigma^2$$

если

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2[n]\times 2\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m^2[n] = \sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\|\alpha[n]\|^2 < \infty.$$

Здесь

$$E\{\cdot\} = E\{r^2[n]\}.$$

То есть сумма дисперсий конечна при любой бесконечной процедуре поиска (второе условие сходимости метода оптимизации в схеме Дворецкого [11] доказано).

При анализе сходимости регулярной составляющей учитывают две возможности:

- точка $c[n]$ удалена от точки оптимума c^* на расстояние большее, чем $\gamma[n]\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1], a[n-m]))\right|$ и нет опасности перехода за нее;

- значение $c[n]$ приблизилось к значению c^* настолько, что при следующей итерации точка $c[n+1]$ перейдет через точку оптимума по направлению поиска на расстояние $|c[n+1]-c^*| > |c[n]-c^*|$ [2,10].

Рассмотрим первую возможность. Обозначим через $\nu[n]$ - абсолютную величину расстояния, на которое $c[n]$ приблизится к c^* на n-й итерации. Для сходимости процесса поиска в этом случае надо, чтобы итерационная схема (4) удовлетворяла условию

$$|c[n]-c^*| = \\ = |T(c[n-1])-c^*| \le |c[n-1]-c^*| - \\ -\nu[n] \qquad (9)$$

При этом требуют, чтобы сумма $\sum_{n=1}^{\infty}\nu[n]$ была неограниченной (ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\nu[n]$ расходился), но $\lim_{n\to\infty}\nu[n]=0$; однако $\nu[n]=0$ нежелательно, ибо процесс поиска может остановиться, не дойдя до цели [10]. При необходимости, когда $c[n]$ стремится к точке, отличной от c^*, суммарное корректирующее воздействие может быть большим [10].

Для доказательства (9) вводятся две последовательности положительных чисел $\{\varepsilon_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\rho_n\}_{n=1}^{\infty}$ такие, что $\lim_{n\to\infty}\varepsilon_n = 0, \lim_{n\to\infty}\rho_n = 0$ [10], причем если $|c[n]-c^*| > \varepsilon_n$, то ρ_n - инфимум множества величин [2,10]

$$\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1], a[n-m]))\right|,$$

то есть

$$\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1],a[n-m]))\right|>\rho_n.$$

Тогда, если $c[n]$ отстоит сравнительно далеко от c^*, то абсолютная величина расстояния, на которое $c[n]$ приблизилось к c^*, будет не меньше $\gamma[n]\rho_n$. Так как сумма $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma[n]$ предполагается бесконечной (ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma[n]$ расходится), ρ_n выбирается таким образом, чтобы ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma[n]\rho_n$ расходился. Так как $c[n]$ удалено от c^* и нет опасности перехода за точку оптимума, то

$$\left|c[n]-c^*\right|>\gamma[n]\times$$
$$\times\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(c[n-1],a[n-m]))\right|.$$

Тогда для доказательства справедливости условия (9) оценивается выражение

$$\left|T(c[n])-c^*\right|=$$
$$=\left|c[n]-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(\cdot))-c^*\right|=$$
$$=\left|c[n]-c^*\right|-$$
$$-\gamma[n]\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(\cdot))\right|<\left|c[n]-c^*\right|-$$
$$-\gamma[n]\rho_n.$$

Здесь
$\nu[n]=\gamma[n]\rho_n$, $J(\cdot)=J(c[n-1],a[n-m])$.

При рассмотрении второй возможности ($c[n]$ близко к оптимальному значению c^*) учитывают, что следующая коррекция может привести к переходу за точку оптимума или даже увеличить расстояние до него [10]. Максимум расстояния до точки оптимума на n - й итерации обозначается через Δ_n [2]. Для сходимости процесса поиска при достаточно больших n должны выполняться условия [2,10]

$$\left|T(c[n-1])-c^*\right|\le\Delta_n \quad \text{и} \quad \lim_{n\to\infty}\Delta_n=0 \tag{10}$$

При доказательстве учитывается, что переход за точку оптимума возникает, если коррекция превосходит по абсолютной величине расстояние $\left|c[n]-c^*\right|$, то есть $\left|\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(\cdot))\right|>\left|c[n]-c^*\right|$,

где $J(\cdot)=J(c[n-1],a[n-m])$.

Предполагается, что

$$\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c_-^+}(J(\cdot))\right|<A\left|c[n]-c^*\right|+ +B<\infty, \tag{11}$$

где A, B - константы (5).

Назначение этого предположения – исключить при возрастании номера итераций n колебания точек $c[n]$ вокруг точки оптимума c^* при поиске. Тогда

$$\left|T(c[n-1])-c^*\right|<(\gamma[n]A-1)\left|c[n]-c^*\right|+ +\gamma[n]B.$$

Далее, повторяя известные выкладки [2,10], можно сделать заключение о том, что при достаточно больших значениях n итерационная схема (4) удовлетворяет условиям (10). Таким образом, если справедливо (11), а также $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\left\|\alpha[n]\right\|^2<\infty$, и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma[n]$ расходится, то итерационная схема (4) мультистартового субградиентного поискового метода оптимизации в пространстве ВП удовлетворяет условиям сходимости в среднеквадратическом смысле и с вероятностью «единица» к точке оптимума c^*.

Мультистартовый субградиентный метод оптимизации в пространстве ВП с параметрами: масштаб ВП; начальное приближение к точке оптимума; пороговые значения для критерия останова и максимального числа итераций заключается в следующем [6].

Инициализируются параметры метода.

Вычисляется ВП в начальной точке и значение шага $\gamma[n]$. На первом этапе для оценки субградиента используется взвешенная сумма значений минимизируемой функции с вейвлет-функцией Хаара в окрестности, определяемой длиной ее носителя N. Такой поиск позволяет достичь окрестности глобального экстремума с погрешностью, определяемой асимметрией целевой функции. Для снижения погрешности на втором этапе оптимизации для оценки субградиента используется взвешенная сумма с гиперболической вейвлет функцией $\Psi(i) = \frac{1}{\alpha x}$, регуляризованной по лифтинговой схеме [12]. В качестве начальной точки используется результат предыдущего этапа. Вычисляют гиперболическую функцию $\Psi(i)$ для $i = \overline{1, N}$, и минимизируемая функция $J[x]$ взвешивается с функцией $\Psi(i)$

$$HWT(x) = J[x] * \Psi(i), \qquad (12)$$

где $*$ – операция взвешенного суммирования.

Если найденная на этом этапе координата минимума отличается от результата предыдущего этапа не более чем на δ (заданное значение точности поиска координат оптимума), процесс поиска оптимума заканчивается. Если координата минимума отличается от результата предыдущего этапа более чем на δ, масштаб α увеличивается на 1, пока не выполнится условие окончания поиска оптимума. При таком поиске последовательно переходят от оптимизации с помощью вейвлета Хаара, способного обеспечить высокую помехоустойчивость, к оптимизации с помощью дифференциатора, способного дать максимальную точность (так как при $\alpha \to \infty$ взвешивающая функция $\frac{1}{\alpha x}$ стремится к дифференциатору).

Разработанный метод оптимизации был проверен экспериментально [5].

Оценка увеличения скорости сходимости относительно метода градиентного спуска проводилась с помощью функционала качества в виде «оврага Розенброка». Разработанный метод позволил достичь оптимума в 1,7 раза быстрее (по количеству итераций) по сравнению с методом градиентного спуска.

Оценка пониженной чувствительности разработанного метода оптимизации к локальным экстремумам и стартовой точке поиска проводилась с помощью функции Швефеля. Точка старта выбиралась случайным образом. Метод градиентного спуска отыскивал ближайший к стартовой точке минимум. Разработанный метод оптимизации обеспечивает вероятность обнаружения глобального минимума 0,8.

Оценка помехоустойчивости метода проводилась в два этапа с использованием функционала в виде функции Де Ионга 1 $f(x) = x^2$. На первом этапе принималось $x \in (-5{,}12;\ 5{,}12)$, глобальный минимум $f(x) = 0,\ \ x = 0$. При отношении сигнал/шум по амплитуде до $1{,}05$ (помеха распределена по нормальному закону с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением от 0 до 40000, максимальное значение тестируемой функции $f(x) = 42000$) метод позволяет выйти в область глобального минимума.

Метод опробован при классификации реперных знаков в системе автоматизированного позиционирования фотошаблонов (ФШ) интегральных микросхем (ИС) [1, 5, 7, 10, 13].

Выводы

Исследована сходимость мультистартового субградиентного метода оптимизации в пространстве вейвлет преобразования, позволяющего повысить помехоустойчивость и точность при низкой чувствительности к локальным экстремумам.

Литература

1.Крылов В.Н., Щербакова Г.Ю., Козина Ю.Ю., Волошин В.В. Помехоустойчивая классификация реперных знаков в пространстве гиперболического вейвлет-преобразования // Міжнародна наукова конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та прикладні аспекти інформаційних технологій ISDMIT’2007». — Том 3. — Євпаторія. — 2007. — С.153 — 155.

2.Полякова М.В. Исследование субградиентного поискового метода адаптации в пространстве вейвлет-преобразования // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2007.— Вып. 1(27). — С. 207 — 213.

3.Полякова М.В., Крылов В.Н. Характеристика локальной регулярности функций с помощью обобщенных вейвлет-функций // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2005.— Вып. 2(24). — С. 192 — 198.

4.Щербакова Г.Ю., Крылов В.Н. Мультистартовый субградиентный метод обучения нейронных сетей в пространстве вейвлет-преобразования // Сборник научных трудов Донецкого национального технического университета серии «Информатика, кибернетика и вычислительная техника» — Донецк, 2009. — Вып. 10 (153) — С. 202-206.

5.Крылов В.Н., Щербакова Г.Ю. Субградієнтний ітеративний метод оптимізації в просторі вейвлет-перетворення // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Т. Шевченка. К.:ВІКНУ — 2008. — Вип. № 12. — С.56 — 60.

6. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.:Наука, 1968. — 398 с.

7. Krylov V., Antoshchuk S., Shcherbakova G. The integrated circuits photomasks images alignement for automated optical inspection system //DAAAM International Scientific Book 2007. — P.287—294.

8. Антощук С.Г., Николенко А.А., Ткаченко Е.В. Анализ базисных функций вейвлет-преобразования при мультимасштабном контурном представлении изображений // Електромашинобудування та Електрообладнання. К.: Техніка — 2009. — Вип. 72. — С.15 — 19.

9. Антощук С.Г. Теоретичні та реалізаційні основи створення адаптивно-критеріальних систем побудови інформаційних технологій обробки візуальної інформації в АСУ: Автореф. дис. д-ра техн. наук: 05.13.06 / Одес. нац. політехн. ун-т. – Одеса, 2005. – 32 с.

10. Уайлд Д.Д. Методы поиска экстремума. Пер. с англ. А.Н. Кабалевского, Е.П.Маслова, В.Д.Спиридонова. Под ред. А.А. Фельдбаума. М.: Наука., 1967. – 267 с.

11. Dvoretzky A. On stochastic approximation // Proc. 3rd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability / J. Neyman (ed.) — Berkeley: University of California Press, 1956. — V.1. — P. 39 — 55.

12. Krylov V.N., Polyakova M.V. Contour images segmentation in space of wavelet transform with the use of lifting // Optical-electronic informatively-power technologies. — 2007. — №2 (12). — P.48 — 58.

13. Крылов В.Н., Щербакова Г.Ю., Козина Ю.Ю., Волошин В.В. Помехоустойчивая классификация реперных знаков в пространстве гиперболического вейвлет-преобразования // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник праць. — Вип. 6 (52). — Дніпропетровськ, 2007. — С. 125 — 130.

Поступила в редакцию 28.12.2009