**Асимптотическое поведение сферических функций на симметрических пространствах**

**Н.П. Волчкова**

*Донецкий национальный технический университет, Донецк*

volna936@gmail.com

В работе исследуются асимптотические свойства сферических функций

$$\varphi_\lambda^{(\alpha,\beta)}(r) = F\left(\frac{\alpha+\beta+1+i\lambda}{2}, \frac{\alpha+\beta+1-i\lambda}{2}; \alpha+1; -\operatorname{sh}^2 r\right), \ \alpha,\beta\in\mathbb{C}, \alpha\neq -1,-2,\dots$$

на симметрических пространствах ранга один некомпактного типа при $\lambda\to\infty$. Получено разложение для $\varphi_\lambda^{(\alpha,\beta)}(r)$, аналогичное асимптотическому ряду Бесселя.

Положим

$$a_{2k}(r) = -\frac{1}{2(2k)!}, \quad a_{2k-1}(r) = \frac{1}{2(2k-1)!}\operatorname{th} r,$$

$$d_{2k}(r) = \frac{4^k}{(2k+1)!}, \quad d_{2k-1}(r) = -\frac{2^{2k-1}}{(2k)!}\operatorname{cth}(2r),$$

$$\gamma_k = (2\operatorname{sh}2r)^{\alpha-\frac12}\sum_{l_1+2l_2+\dots+kl_k=k}\frac{(-1)^{l_1+\dots+l_k}(\frac12-\alpha)_{l_1+\dots+l_k}}{l_1!\dots l_k!}d_1^{l_1}(r)\dots d_k^{l_k}(r),$$

$$c_k = \sum_{l_1+2l_2+\dots+kl_k=k}\frac{(\alpha+\beta)_{l_1+\dots+l_k}(\alpha-\beta)_{l_1+\dots+l_k}}{l_1!\dots l_k!\,(\frac12+\alpha)_{l_1+\dots+l_k}}a_1^{l_1}(r)\dots a_k^{l_k}(r),$$

$$A_k = \frac{2^{\frac32-\alpha}\Gamma(\alpha+1)\ \operatorname{sh}^{-2\alpha} r}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\alpha+\frac12)\operatorname{ch}^{\alpha+\beta} r}\ k!\sum_{m=0}^{k}\gamma_m c_{k-m},$$

где

$$(a)_k = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} - \text{символ Похгаммера.}$$

**Теорема 1.** *Пусть $\varepsilon\in(0,\pi)$. Тогда при $\lambda\to\infty$, $|\arg\lambda|\le\pi-\varepsilon$ имеет место асимптотическое разложение*

$$\varphi_\lambda^{(\alpha,\beta)}(r)\sim\cos\left(\lambda r-\frac{\pi}{4}(1+2\alpha)\right)e^{i\frac{\pi}{4}(1+2\alpha)}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(2\nu+\alpha+\frac12\right)}{(2\nu)!}\frac{A_{2\nu}}{(i\lambda)^{2\nu+\alpha+\frac12}}+$$

$$+\sin\left(\lambda r-\frac{\pi}{4}(1+2\alpha)\right)e^{i\frac{\pi}{4}(3+2\alpha)}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(2\nu+\alpha+\frac32\right)}{(2\nu+1)!}\frac{A_{2\nu+1}}{(i\lambda)^{2\nu+\alpha+\frac32}}.$$

Относительно различных частных случаев теоремы 1 см., например, [1]–[4].

## Список литературы

1. Гобсон Е.В. *Теория сферических и эллипсоидальных функций.* – М.: ИЛ, 1952. – 476 с.

2. Volchkov V.V. *Integral Geometry and Convolution Equations.* – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Acad. Publ., 2003. – 454 pp.

3. Volchkov V.V., Volchkov Vit.V. *Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group.* – London: Springer., 2009. – 671 pp.

4. Volchkov V.V., Volchkov Vit.V. *Offbeat Integral Geometry on Symmetric Spaces.* – Springer Basel: Birkhäuser., 2013. – 592 pp.