

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОБОТОВ  
С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Плетенец А.В. (секция «Мехатроника», ДонНТУ, г.Донецк, Украина)

Основной целью при изучении динамики манипулятора и является математическое описание действующих на манипулятор сил и моментов в форме уравнений динамики движения. Также уравнения необходимы для моделирования движения манипулятора с помощью ЭВМ, при выборе законов уравнения и при оценке качества кинематической схемы и конструкции манипулятора. Задача управления включает задачу формирования динамической модели реального манипулятора и задачу выбора законов или стратегий управления, обеспечивающих выполнение поставленных целей.

Динамика играет важную роль при управлении параллельных роботов следующих видов:

1. высокоскоростных или тяжело нагруженных роботов: они имеют относительно большую рабочую зону и работают со скоростью, при которой динамический эффект оказывает существенное влияние на положение исполнительного органа. Примерами являются тренажеры летательных аппаратов и погрузочные роботы.
2. роботы с высокой пропускной способностью: такие роботы работают в очень небольшой рабочей зоне, но с высокой частотой [1].
3. конструктивно-точные роботы: структура этих роботов такова, что динамический эффект, даже при низкой скорости, может существенно изменить их поведение. Типичными примерами роботов этой категории являются проволочные роботы и гибкие роботы. Для высокоскоростных машин динамические ошибки оказывают гораздо более сильное воздействие, чем статические ошибки.

Одним из важнейших вопросов при контроле и управление параллельными роботами является учет динамической модели робота. В некоторой литературе можно найти рекомендации, что динамическая модель манипулятора не должна учитываться, поскольку моделирование ошибки является очень сложным процессом. Некоторые параметры, появляющиеся в динамических соотношениях очень сложно оценить. Эта рекомендация может быть применима к некоторым роботам первой категории. Для остальных параллельных манипуляторов она является менее обоснованной [3].

Другим важным вопросом является учет масс звеньев манипулятора. Часто при расчете динамической модели манипулятора принимают некоторые упрощения. Например Clavel, Pierrot [2] и Codourey пренебрегают силами инерций вращающихся звеньев, предполагая что их массы сосредоточены на концах звеньев. Codourey успешно применил этот принцип при моделирование робота Дельта.

Do [4], предполагая, что центр масс каждого звена находится в середине звена и что подвижная платформа представляет собой диск, упрощает матрицы сил инерций. Изучая влияние сил инерций звеньев пришел к выводу, что инерции звеньев можно отнести к платформе и это означает, что силами инерцией звеньев можно пренебречь.

Основной задачей динамики манипулятора является решения прямой и обратной задач. Прямая задача состоит в том, чтобы по заданным силам и моментам определить обобщенные ускорения, интегрирование которых позволит получить

# **ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ. ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

значения обобщённых координат и скоростей [5]. Обратная задача динамики заключается в том, чтобы по заданным обобщённым координатам, скоростям и ускорениям определить действующие в сочленениях манипулятора силы и моменты.

Классический метод расчета динамических моделей замкнутых цепей заключается в рассмотрении первой эквивалентной структуры, а затем для рассмотрения ограничений системы используют множитель Лагранжа или принцип Даламбера. Другие подходы включают в себя использование принципа виртуальных работ, формализмов Лагранжа, принцип Гамильтона и метод Ньютона-Эйлера. В некоторых случаях используют комбинации нескольких принципов. Динамическая модель манипулятора может быть построена на основе использования известных законов ньютоновой или лагранжевой механики. Результатом применения этих законов является уравнения, связывающие действующие в сочленениях силы и моменты с кинематическими характеристиками и параметрами движения звеньев.

Уравнения динамики движения реального манипулятора могут быть получены методами Лагранжа-Эйлера или Ньютона-Эйлера. Уравнения Лагранжа-Эйлера обеспечивают строгое описание динамики манипулятора.

Среди современных методов моделирования динамики манипуляторов отметим подходы, основанные на использовании нейронных сетей, методов нечеткой логики [6]. Анализ основных достижений в области моделирования динамики роботов, начиная с работ 60-70 годов прошлого века по 2000 г., дан Featherstone и Orin в [7].

В таблице представлены результаты анализа методов описания динамики манипуляторов по форме уравнений, вычислительной эффективности (для манипуляторов с шестью степенями свободы).

Важными критериями оценки алгоритма является удобство программирования, замкнутость уравнений, возможность применения символьных преобразований. Исходя из приведенной таблицы 1 можно сделать вывод, что описание динамики манипулятора уравнениями Лагранжа имеет существенный недостаток – большое количество вычислительных операций. Тем не менее работах ряда авторов [8] указывается, что во многих случаях (например в задачах управления роботами) наиболее подходящим способом описания динамики являются именно уравнения Лагранжа.

Таблица 1. Сравнение методов описания динамики манипулятора

| Форма Уравнений   | Авторы Алгоритма        | Число операций |       | Замкнутость | Прямая задача |
|-------------------|-------------------------|----------------|-------|-------------|---------------|
|                   |                         | X              | +     |             |               |
| Лагранж (II рода) | Uicker/Kahn             | 66271          | 51548 | +           | +             |
| Ньютон-Эйлер      | Vukobratovic/Stepanenko | 2907           | 2068  | +           | +             |
| Д'Аламбер         | Lee/Lee/Nigam           | 2963           | 2209  | +           | +             |

Рассмотрим подробнее метод Лагранжа-Эйлера, описывающий динамику движения манипулятора.

Полное описание движения манипулятора можно получить, применяя метод Лагранжа-Эйлера для неконсервативных систем. Описав кинематику манипулятора с помощью матричного представления Денавита-Хартенберга, можно получить уравнение динамики. Такое совместное использование Д-Х-представления и метода

# ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ. ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Лагранжа приводит к компактной векторно-математической форме уравнений движения, удобной для аналитического исследования и реализуемое на ЭВМ.

Вывод уравнений динамики движения манипулятора основан на следующем:

1. На описании взаимного пространственного расположения систем координат  $i$ -го и  $(i-1)$ -го звеньев с помощью матрицы преобразования однородных координат  ${}^{i-1}A_i$ . Эта матрица преобразует координаты произвольной точки относительно  $i$ -й системы координаты этой же точки относительно  $(i-1)$ -й системы координат.
2. На использовании уравнения Лагранжа-Эйлера:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где  $L$ -функция Лагранжа ( $L=K-P$ );

$K$ -полная кинетическая энергии манипулятора;

$P$ -полная потенциальная энергия манипулятора

$q_i$ -обобщённые координаты манипулятора;

$\dot{q}_i$ -первая производная по времени обобщённых координат;

$\tau_i$ -обобщённые силы (или моменты), создаваемые в  $i$ -м сочленении для реализации заданного движения  $i$ -го звена.

Для того, чтобы воспользоваться уравнением Лагранжа-Эйлера, необходимо выбрать систему обобщённых координат. Обобщённые координаты представляют собой набор координат, обеспечивающий, полное описание положения рассматриваемой физической системы в абсолютной системе координат. Существуют различные системы обобщённых координат, пригодные для описания простого манипулятора с вращательными и поступательными сочленениями. Однако, поскольку углы поворотов в сочленениях непосредственно доступны измерению с помощью потенциометров или других датчиков, то они составляют наиболее естественную систему обобщённых координат. В этом случае обобщённые координаты совпадают с присоединёнными переменными манипулятора. В частности, если  $i$ -е сочленение вращательное, то  $q_i = \theta_i$ , если же  $i$ -е сочленение поступательное, то  $q_i = d_i$ .

**Список литературы:** 1. McInroy J. E. Modeling and design of flexure jointed Stewart platforms for control purposes. IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, March 2002. 2. Pierrot F., Dauchez P., and Fournier A. Fast parallel robots. Journal of Robotic Systems, December 1991. 3. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1999. 4. Do W.Q.D. and Yang D.C.H. Inverse dynamic analysis and simulation of a platform type of robot. J. of Robotic Systems, 1988. 5. J-P. Merlet. Parallel robots, 2nd Edition. Springer, Heidelberg, 2005. 6. M. Emami, A. Goldenberg, I. Turksen, Fuzzy-Logic Dynamics Modeling of Robot Manipulators, Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, May 1998. 7. R. Featherstone, D. Orin, Robot Dynamics: Equations and Algorithms, Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA, April 2000. 8. Vukobratovic M, Kircanski N, Real-time dynamics of manipulation robots, Springer-Verlag, 1985.