

ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

РЕКОНСТРУКЦИЯ РАССЛОЕНИЙ В КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ
НА ОСНОВЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ИНТРОСКОПИИ

Соловьев А.Н., Спожакин А.С., Макарьчик Н.С.
(каф. «СМ», ДГТУ, г. Ростов-на-Дону, Россия)

В работе предложен метод реконструкции трещин в слоистых композиционных материалах, основанный на моделировании их внутренними источниками тепла и измерении температурного портрета тела. С помощью использования теорем взаимности для тела с дефектами и без них, а также некоторых аналитических пробных решений получены формулы для определения номера интерфейсной границы, содержащей дефект и координат внутренней точки дефекта. Проведенные численные расчеты показали высокую точность разработанного метода.

Введение. Основой реконструкции внутренних дефектов в упругих и теплопроводных телах могут служить механические или температурные поля, измеренные на поверхности тела. В случае вибрационного воздействия на элементы конструкций внутренние дефекты являются зонами повышенного тепловыделения, и это служит основой их определения с помощью температурного портрета поверхности элемента. Ранее в литературе [1] были разработаны методы такой идентификации для однородных тел, основанные на применении теорем взаимности для поврежденного и неповрежденного состояния с применением набора пробных аналитических решений однородного уравнения теплопроводности. В случае неоднородных тел, например, слоистых композитов, набор таких решений ограничен, однако если рассматривать частный случай дефектов, а именно интерфейсных расслоений, то с помощью этой методики удастся провести их частичную реконструкцию.

Постановка обратной задачи

Пусть конечное составное упругое теплопроводное тело, занимающее область $V = \bigcup_{i=1}^L V_i$ с границей S (подобласти V_i представляют собой слои), совершает колебания под действием некоторой механической нагрузки, изменяющейся по гармоническому закону с круговой частотой ω , причем тело ослаблено системой трещин $\Gamma = \bigcup_{p=1}^M \Gamma_p$ ($\Gamma_p = \Gamma_p^+ \cup \Gamma_p^-$), которые расположены на внутренних поверхностях (расслоения). Берега трещин взаимодействуют между собой, в результате чего происходит их разогрев. Таким образом, трещины могут моделироваться неизвестными источниками тепла. Предположим, что через некоторое время после начала колебаний в теле установился стационарный температурный режим, который определяется неизвестным источником тепла $W(\underline{x}, \omega)$. Заметим, что источники тепла имеют компактный носитель, а формулировка прямой задачи по нахождению температуры в рассматриваемом теле определяется краевой задачей несвязанной теории термоупругости, причем для определения распределения температуры в теле получается обобщенное уравнение теплопроводности

$$k^{(i)} \Theta_{,ii} = -W, \quad i = 1, 2, 3, \quad l = 1, 2, \dots, L, \quad \underline{x} \in V_l \quad (1)$$

где $k^{(i)}$ - тензор коэффициентов теплопроводности слоев составного тела.

ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Краевые условия на внешней границе S , на которой происходит свободный теплообмен с окружающей средой, имеющей температуру Θ_0

$$\phi = k^{(l)} \Theta_{,i} n_i |_S - h(\Theta - \Theta_0) |_S \quad (2)$$

При постановке обратной задачи, в которой определяется геометрия «трещины-источника», будем считать, что на границе S известна температура Θ

$$\Theta |_S = \psi \quad (3)$$

Регистрация трещин

Трещины в теле могут быть обнаружены по несогласованности между граничными распределениями температуры для тела с "трещинами-источниками" и без них. В качестве меры этой несогласованности введем в рассмотрение линейный функционал

$$F(\Theta^*) = \int_S (k^{(l)} \Theta_{,i}^* n_i \psi - \Theta^* \phi) dS \quad (4)$$

на множестве пробных решений Θ^* , удовлетворяющих однородному уравнению (1) в области V без трещин и без источников

$$k^{(l)} \Theta_{,ii}^* = 0, \quad x \in V \quad (5)$$

Применяя теорему взаимности в термоупругости, нетрудно показать, что

$$\int_{\Gamma^+} W(x, \omega) \Theta^* dS = F(\Theta^*) \quad (6)$$

В случае, когда "трещины-источники" отсутствуют, функционал $F(\Theta^*)$ тождественно равен нулю.

Выбор пробных решений и определение местоположения дефекта

Из равенства (6) при различном выборе пробных решений может быть получена система уравнений для нахождения носителя $W(x, \omega)$ источников тепла, моделирующих трещины с взаимодействующими берегами. Первым этапом этой процедуры является определение номера интерфейсной границы с дефектом (расстояния от начала координат до этой границы), вторым - координат центра тяжести теплового источника.

В качестве пробных решений, в случае, когда ось Ox_3 направлена перпендикулярно границам слоев, могут быть использованы следующие линейно независимые решения уравнения (5):

$$\Theta_1^* = 1, \Theta_2^* = x_1, \Theta_3^* = x_2, \Theta_4^* = f(x_3) \quad (7)$$

Функция $f(x_3)$ является кусочно-линейной, причем температура по слоям распределена по следующей зависимости

$$T_i = a_i x_3 + b_i \quad \text{при } x_3 = V_i \quad (8)$$

условия стыковки на интерфейсных границах имеют вид:

- равенство температур

$$T_{i+1} |_{S_{\text{int}}} = T_i |_{S_{\text{int}}} \quad (9)$$

- поток тепла от слоя к слою одинаков

ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

$$-k^{(i+1)} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial n} - k^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial n} \quad (10)$$

Условия (9),(10) определяют следующие зависимости между параметрами a_i, b_i

$$a_{i+1} = a_i \frac{k^{(i)}}{k^{(i+1)}} \quad (11)$$

$$b_{i+1} = b_i - h_i(a_{i+1} - a_i)$$

где h_i - расстояние от начала координат до i -ой интерфейсной границы.

Подставим пробные решения (7) используя теорему взаимности в (6) и обозначим

$$H_1 = \int_{\Gamma^+} W ds, \quad H_2 = \int_{\Gamma^+} W x_1 ds, \quad H_3 = \int_{\Gamma^+} W x_2 ds, \quad H_4 = \int_{\Gamma^+} W f(x_3) ds \quad (12)$$

тогда координаты внутренней точки («центра тяжести» теплового источника)

$$x_1^0 = \frac{H_2}{H_1}, \quad x_2^0 = \frac{H_3}{H_1} \quad (13)$$

а значение пробного решения Θ_4^* на интерфейсной границе $x_3 = c$, содержащей дефект, выразится с помощью отношения H_4 / H_1 , таким образом, равенство

$$f(c) = \frac{H_4}{H_1} \quad (14)$$

служит уравнением для определения координаты c .

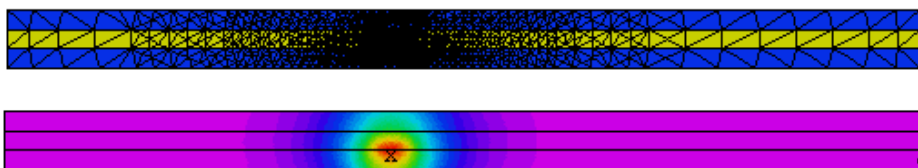
Численный пример реконструкции трещин

В качестве численной реализации предложенного метода рассматривается реконструкция «трещины-источника» в трехслойном композитном прямоугольнике размера 0.05×0.003 (м) при толщине слоев 0.001 м в плоской постановке. Неизвестный источник находится на первой интерфейсной границе и определяется отрезком $x_1 \in [0.02, 0.022]$, интенсивность источника задана функцией

$$W = W_0 \exp(-s(x_3 - h_1)^2) \quad (15)$$

На верхней и нижней границах области происходит теплообмен с окружающей средой, на боковых сторонах задана постоянная температура равная температуре внешней среды.

Прямая задача решается с помощью конечно-элементного пакета FlexPDE и моделирует измерение температурного портрета – функций ϕ, ψ (2), (3). Так на рис.1 (сверху) представлена конечно-элементная модель, содержащая 6911 узлов при квадратичных треугольных элементах, на рис. 1 (снизу) представлено распределение температуры в теле.



ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Рис.1. Конечно-элементная модель и распределение температуры

На рис.2 представлены распределения температуры на верхней (слева) и нижней (справа) сторонах, моделирующие процесс измерения температурного портрета.

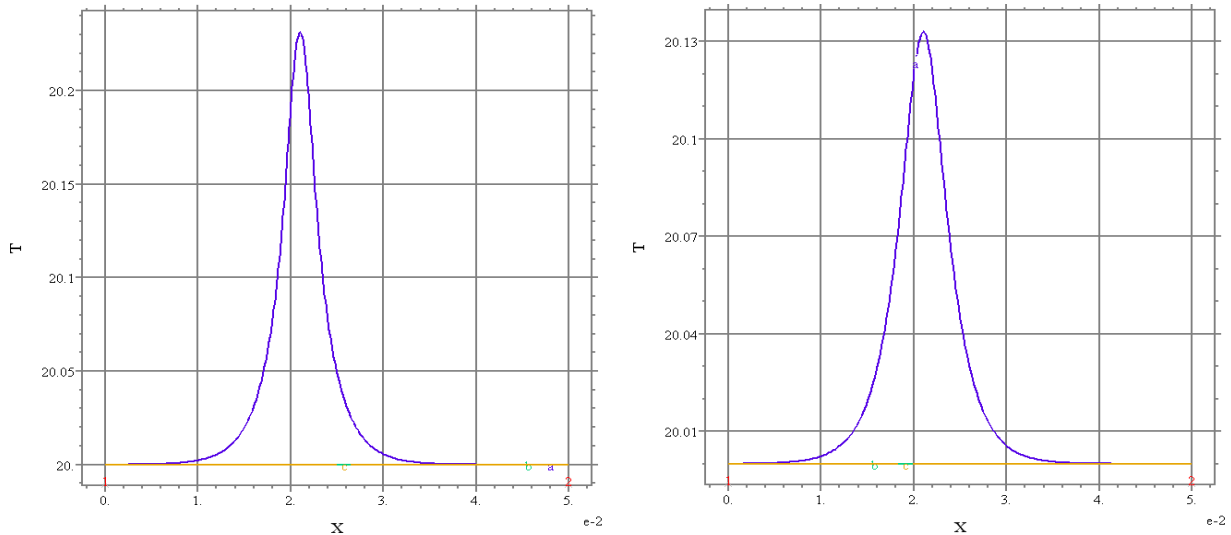


Рис.2. Распределение температуры на верхней и нижней сторонах тела

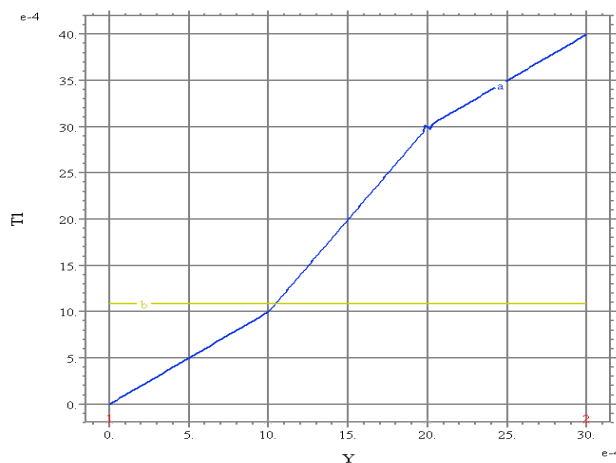


Рис.3. Определение номера интерфейсной границы

помощью аналитических формул, большой точностью указывает на номер интерфейсной границы, содержащей дефект, и определяет его внутреннюю точку, что в случае малых размеров дефекта является достаточными характеристиками его реконструкции.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, № 10-01-00194-а, № 10-08-00093-а).

Определение координат внутренней точки источника $x_1^0 = 0.021$ с помощью соотношения (13) происходит с погрешностью менее 0.01%. Реконструкция интерфейсной границы представлена графически на рис. 3. в виде пересечения линий 1 – заданное пробное решение $f(x_3)$ и прямой 2 – найденное значение температуры (14).

Закключение. В работе предложен метод идентификации «трещин-источников» тепла в слоистых композиционных материалах, который с

ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Список литературы: 1. Ватульян А.О., Соловьев А.Н. О реконструкции трещин с взаимодействующими берегами. // Дефектоскопия 2004. № 10. с. 62-69.