

ПРО ПРОЕКЦІЇ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ КОНУСА І СФЕРИ

Червоненко А.П., Катькалова О.А., Приходько Н.А.

(ДонНТУ, г. Донецк, Україна)

Анотація – досліджені геометричні характеристики проекцій ліній перетину поверхонь обертання другого порядку, які мають спільну площину симетрії, показана методика побудови їхніх геометричних елементів.

Ключові слова – лінія перетину, площина симетрії, парабола, коло, пряма, пучок кіл.

Постановка проблеми. В практиці проектування і виробництва найбільш широко використовуються поверхні обертання. Проектувальник при розв'язанні задач, як правило, зображує поверхню в найбільш зручному для роботи положенні, наприклад, на площині проекцій, паралельній площині симетрії, оскільки порядок проекції лінії перетинання поверхонь зменшується вдвічі. Так, просторові криві 4-го порядку зображуються плоскими кривими 2-го порядку - еліпсами, колами, гіперболами, параболлами. Однак, якщо конструктор не володіє досить глибокими знаннями в області нарисної геометрії, помилки в його розв'язаннях вищезгаданих задач неминучі.

Аналіз останніх досліджень. У 40-50 роки минулого сторіччя Глазунов Е.А., Рижков В.В. провели аналіз проекцій ліній взаємного перетину поверхонь обертання зі спільною площиною симетрії в різних сполученнях переважно в окремих положеннях [1,2]. У цих дослідженнях бракує прикладів перетину поверхонь за умови їхнього довільного розташування.

Формулювання цілей статті. Виникла потреба в дослідженні прикладів проекціювання ліній перетину поверхонь у вигляді кіл та парабол.

У [5] була розглянута побудова ліній перетину деяких поверхонь другого порядку із спільною площиною симетрії та їх проекцій у вигляді гіпербол та парабол. В даній статті ми розглянемо приклади. Коли лінії перетину поверхонь обертання зі спільною площиною симетрії проекціюється у вигляді кіл та парабол.

На рис 1. показано лінії перетинання конусів обертання з кутами при вершині в 30° , 45° , 60° , 75° зі сферою. Вершина конусів S перебуває на кінці горизонтального діаметра сфери. Конуси обертання й сфера мають дві загальних площини симетрії - фронтальну, що проходить через вісь конусів, і горизонтальну, що проходить через вершину конусів та екватор сфери.

На фронтальну площину проекцій, що паралельна загальній площині симетрії, лінії перетинання сфери й конусів проектується у вигляді парабол [1,2,4,5]. Вершини парабол перебувають у вершині конусів S . Інші елементи парабол знаходять відомим способом. Розглянемо побудови елементів на прикладі перетинання конуса з кутом при вершині 30° . Контурна утворююча конуса перетинається з головним меридіаном сфери в т. 1 (1_1 , 1_2).

Дискримінант параболи дорівнює 0,5. Відстань $S_2 M_2$ дорівнює відстані $S_2 I_2$. Дотична до параболи в т. 1_2 проходить через т. I_2 . Із точки перетинання дотичної 1_2

I_2 параболы відносно фокуса проводимо пряму, що перпендикулярна до дотичної I_2 до перетинання з віссю параболы. Це і є фокус даної параболы. Директриса параболы перебуває на відстані SF ліворуч від вершини S . Інші параболы і їхні елементи побудовані аналогічно.

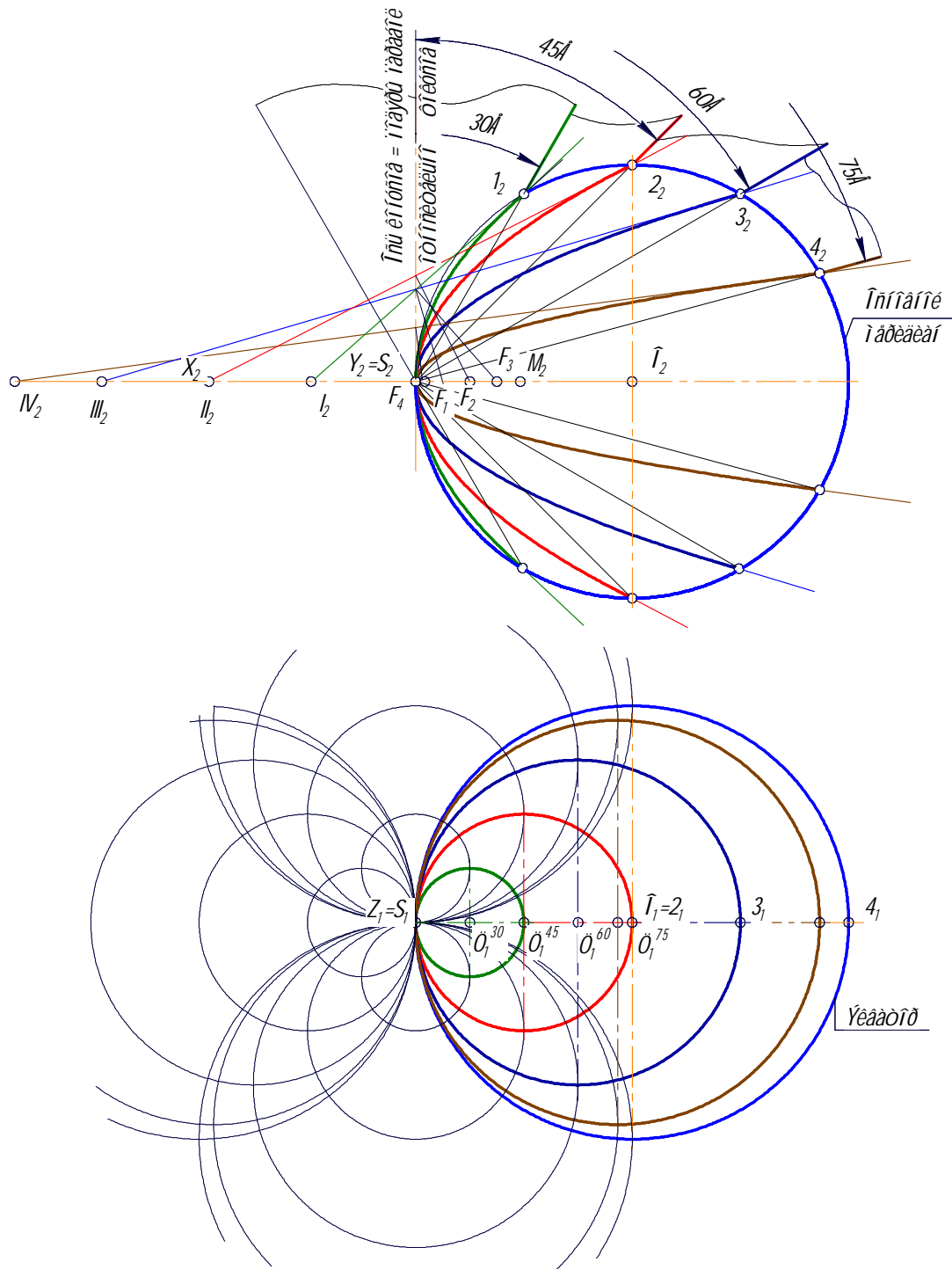


Рис. 1 Перетин конусів та сфери, що мають спільні площини симетрії, паралельні Π_2 та Π_1 . Вершини конусів на кінці профільно-проеціювального діаметра сфери

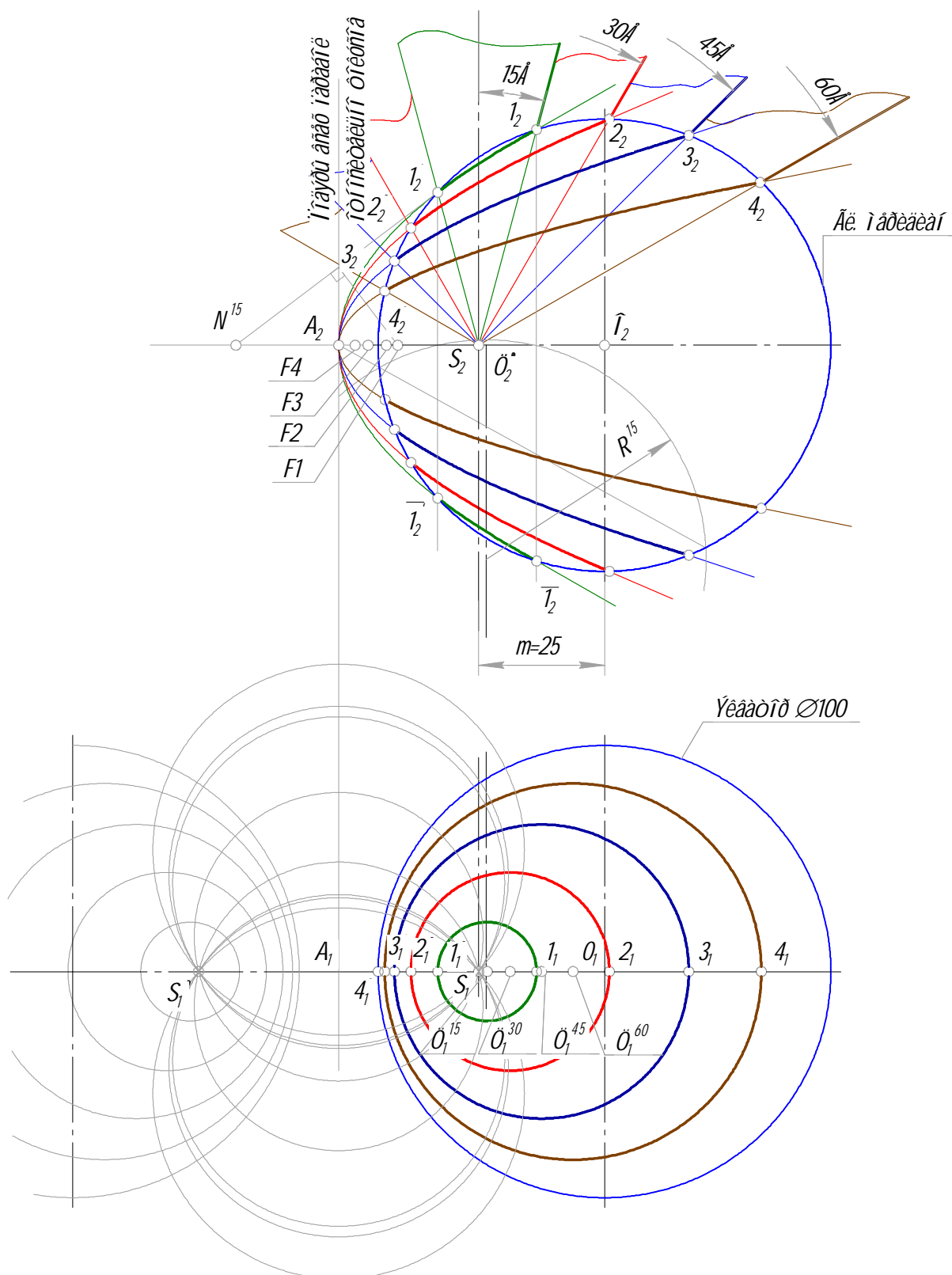


Рис. 2 Перетин конусів та сфери, що мають спільні площини симетрії. Вершини конусів зміщені від центра сфери

ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ. ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

На горизонтальную плоскость проекций линии перетинания сферы и даних конусов проекцируются в пучок кил, що дотикаються у т. S_1 , і перпендикулярних до пучка дотичних окружностей у тій же точці S_1 [4,6].

На рис. 2 показані лінії перетинання конусів обертання з кутами при вершині 15°, 30°, 45°, 60° зі сферою. Вершина конусів S перебуває на профільно-проекціовальному діаметрі, сфери на відстані m (25 мм) від центра сфери. Конуси обертання й сфера мають дві загальні площини симетрії - фронтальну, що проходить через вісь конусів і горизонтальну, що проходить через вершину конусів й екватор сфери.

На фронтальну площину проекції, що паралельна загальній площині симетрії, лінії перетинання сфери й конусів проекциються в параболи [1, 5]. Всі вершини парабол перебувають в одній точці (A_2). Знаходження вершини показане на прикладі перетинання конуса з кутом при вершині 15° зі сферою. Контурні утворюючі цього конуса перетинаються з головним меридіаном сфери в точках $1_2, 1'_2, \bar{1}_2, \bar{1}'_2$. Проводимо через них вертикальні контурні утворюючі циліндра обертання. Через кола цього циліндра, що лежить у площині екватора сфери проводимо довільну сферу радіуса R^{15} з центром, що лежить на осі цього циліндра. Ця сфера перетинається із заданою сферою по колу, що проєциється в пряму лінію. Ця лінія і лінія проекції площини основи циліндра перетинається у вершині A_2 . Фокус цієї параболи знаходиться за допомогою подери в т. A_2 та дотичної до цієї параболи в т. $1'_2$. Оскільки дискримінант параболи дорівнює 0,5, то знаходження дотичної $1'_2 N_{15}$ визначається по відстані n . Фокус цієї параболи F_2^1 визначається за допомогою подери, проведеної у вершині параболи. Інші параболи і їхні елементи знаходяться аналогічно. На горизонтальну площину проекцій лінії перетинання сфери й даних конусів проекциються пучком кил, що не мають загальних точок, і перпендикулярних до пучка кил, що перетинаються та проходять через точки S_1 й S'_1 [4, 6].

Висновок. Проведений аналіз проекцій ліній перетину кривих поверхонь не є вичерпним і може бути поширений на інші задачі, які потребують такого аналізу.

Список літератури: 1. Труды Московского семинара по начертательной геометрии и инженерной графике. М.: «Советская наука», 1958. – 270 с.: ил. 2. В.В. Рыжков. Начертательная геометрия кривых линий и поверхностей. С. 244. – 285. 3. Вопросы современной начертательной геометрии. Сборник статей под ред. Н.Ф. Четверухина. ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва 1947, Ленинград, - 334 с.:ил. 4. Червоненко А. П., Каткалова Е. А. Геометрические характеристики проекций линий пересечения поверхностей второго порядка с общей плоскостью симметрии: Учеб. пособие. ДонНТУ, Донецк: 2006. -28 с.: ил. 5. И.М. Яглом. Геометрические преобразования. II. Линейные и круговые преобразования. Государственное издательство технико-теоретической литературы. Москва 1956, - 611 с.:ил. 6. Червоненко А. П., Каткалова О. А. Про геометричні характеристики проекцій ліній перетину кривих поверхонь. Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции. Современные проблемы геометрического моделирования 13-15 июля 2007, Мелитополь, Украина. Мелитополь, 2007, с. 175 (с.73-78).