ПРОГНОЗУВАННЯ ГОЛОВНИХ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Гордєєв О.Ф., Полінкевич Р.М., Апанасенко О.В., Гейса В.В.
(каф. КПВ та ТМ, ЛНТУ, м. Луцьк, Україна)

Метод статистичного моделювання полягає у відтворенні з допомогою ЕОМ функціонування імовірнісної моделі проектованого верстату. Метод дозволяє врахувати вплив всіх випадкових параметрів і забезпечує можливість прогнозування розвитку подій в майбутньому.

Найбільш повною характеристикою випадкової величини є закон її розподілу. Розподіл діаметрів опор, частот обертання і корисної потужності приводу, а також ряду експлуатаційних характеристик стенду при певних умовах можуть апроксимуватися лог-нормальною функцією розподілу:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(x - E_x\right)^2}{2\sigma_x^2}}, \qquad (1)$$

де x – логарифм випадкової величини;

E_x – середнє значення величини х;

σ_x – середнє квадратичне відхилення величини x від E_x.

На рис. 1 показані результати аналізу чисельної статистичної вибірки діаметрів досліджених опор *d*, використовуваних колових швидкостей *v* та вживаних частот обертання шпинделя приводу *n* при дослідженні ГСП. На графіках емпіричних розподілів апроксимуючи лог-нормальні криві та їх параметри. Гіпотези про лог-нормальний розподіл досліджуваних параметрів підтверджуються перевіркою їх адекватності за критерієм Пірсона χ^2 на довірчому рівні $\alpha(\chi^2) = 0{,}05$. В результаті аналізу встановлено, що між характеристиками наявний кореляційний зв'язок. Глибина цього зв'язку оцінюється коефіцієнтом кореляції *R*, який може приймати значення в межах ±1. При $R = 1$ – зв'язок між досліджуваними величинами функціональний; значення *R*, близьке або рівне нулю, означає незалежність випадкових величин. В наведеному прикладі між логарифмами швидкості та діаметрів досліджених опор встановлено прямий кореляційний зв'язок $R = 0{,}7128$.

Використання для розв'язку задачі, що розглядається, лог-нормального розподілу має ряд переваг. По-перше, він обґрунтований способом формування випадкових величин при розрахунку режимів обробки за прийнятими в даний час нормативними документами. У них основу оптимальних режимів складає нормативний коефіцієнт, залежний від виду обробки, матеріалів деталі та ріжучого інструменту. Вплив всіх інших факторів є мультиплікативним. Тому для режимів різання наявна тенденція зміни в геометричній прогресії. Це положення можна продемонструвати на прикладі відомої формули теорії різання:

$$P = C_p t^{x_p} S^{y_p} K_p ,$$

де P – сила різання;

C_p – коефіцієнт, що враховує адитивне діючі фактори;
t і S – відповідно, глибина різання та подача;
K_p – коефіцієнт, що враховує мультиплікативне діючі фактори, $K_p = \prod K_j$.

Якщо прологарифмувати вказаний вираз, то отримаємо те, що випадкова величина ln*(P)* буде визначатися сумою багатьох незалежних або слабо залежних випадкових величин. Тому, на основі граничної теореми Ляпунова можна зробити припущення, що випадкова величина ln(*P*) буде мати нормальний розподіл, навіть якщо закон розподілу складових частин невідомий. Ця властивість особливо важлива, оскільки дозволяє значно скоротити об'єм вихідної інформації, необхідної для моделювання експлуатаційних характеристик. Другою перевагою лог-нормального розподілу є простота процедури його прогнозу. Цей розподіл двохпараметричний і визначається математичним сподіванням та дисперсією, які можуть бути знайдені із системи рівнянь:

$$a = e^{\ln(a)+\frac{\sigma^2_{\ln(a)}}{2}}; \qquad \sigma_{\ln(a)} = \frac{\ln(a_{\max}) - \ln(a)}{3},$$

де a – середнє арифметичне значення випадкової величини $a \in (d,v,P)$;
ln*(a)* – середній логарифм випадкової величини;
ln(a_{max}) – логарифм максимального значення випадкової величини;
$\sigma_{\ln(a)}$ – переднє квадратичне відхилення логарифмів випадкової величини.

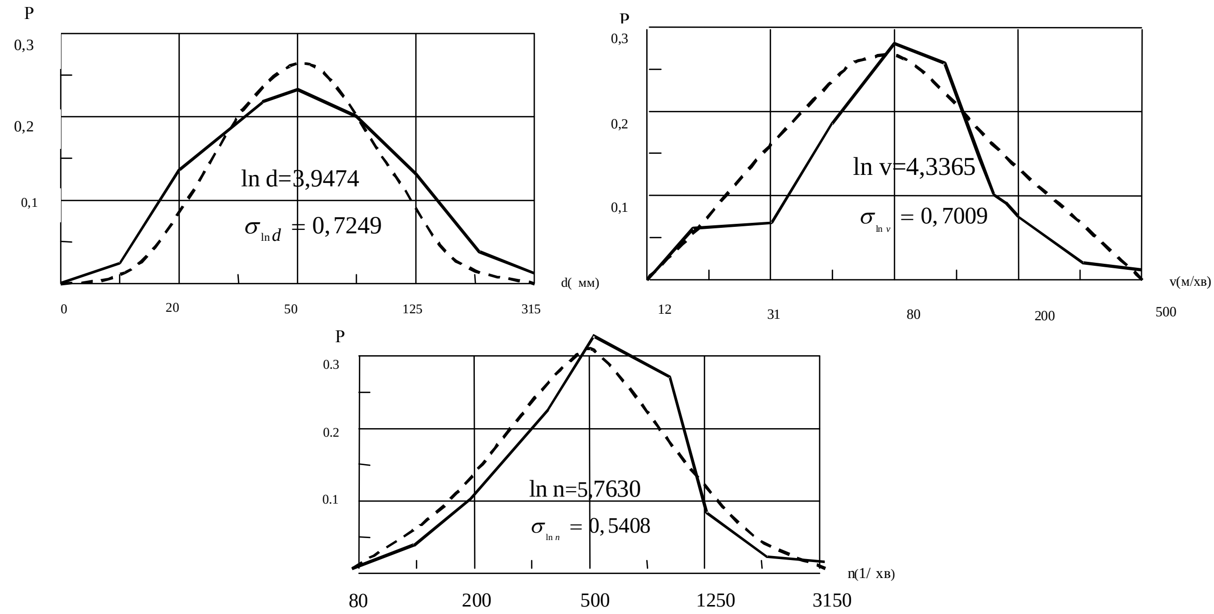

Рис. 1. Емпіричний розподіл параметрів при дослідженнях верстату

Розв'язком цієї системи є:

$$\sigma_{\ln(a)} = 3 - \sqrt{9 - 2\left(\ln\left(a_{\max}\right) - \ln\left(a\right)\right)}; \tag{2}$$

$$\ln(a) = \ln(a_{\max}) - 3\sigma_{\ln(a)}.$$

Із отриманих залежностей випливає, що для прогнозу будь-якого лог-нормального розподілу необхідно передбачити середнє і максимальне значення випадкової величини. Використання для прогнозу тільки названих параметрів розподілу дозволяє підвищити точність обчислень, оскільки надійність визначення емпіричного моменту тим менша, чим вищий його порядок (наприклад, порядок другого моменту розподілу – дисперсії, вищий, ніж першого моменту – вибіркового середнього).

Третьою перевагою даного розподілу являється його стійкість. Це властивість, при якій в результаті композиції двох нормально розподілених випадкових величин (наприклад, ln v і ln d) отримуємо результуючий нормальний розподіл їх похідної ln n. Наприклад, параметри такого сумарного розподілу можна отримати з формули:

$$N = \frac{1000v}{\pi d}, \text{ хв}^{-1}.$$

На основі теорем про математичні сподівання та дисперсії можна записати:

$$\hat{E}_n = \ln(v) - \ln(d) + \hat{C}_n;$$

$$\hat{\sigma}_n = \sqrt{\sigma^2_{\ln(v)} + \sigma^2_{\ln(d)} - 2\hat{R}_n \sigma_{\ln(v)} \sigma_{\ln(d)}}, \quad (3)$$

де $\hat{E}_n$ – математичне сподівання випадкової величини ln(n);

$\hat{\sigma}_n$ – середнє квадратичне відхилення ln(n);

$\hat{C}_n$ – константа, рівна ln (1000/ π);

$\hat{R}_n$ – коефіцієнт кореляції між логарифмами швидкості і діаметра.

Точність розглянутого методу визначення параметрів розподілу експлуатаційних характеристик верстату можна оцінити за допомогою підстановки в формули (3) даних проведених досліджень (див. рис 2):

$$\ln(n) = 4{,}3365 - 3{,}9474 + 5{,}7630 = 6{,}1521;$$

$$\sigma_{\ln(n)} = (0{,}7249\ 2 + 0{,}7009\ 2 - 2*0{,}7128*0{,}7249*0{,}7009)^{1/2} = 0{,}5408.$$

Отримані розрахункові дані практично співпадають з даними статистичної вибірки. Незначні відхилення пояснюються обмеженістю об'єму вибірки і використанням методу групування при визначенні параметрів емпіричних розподілів. Звідси можна зробити висновок: точність прогнозування залежить в основному від якості прогнозу параметрів a, $a_{\max}$ та R, які, в свою чергу, залежать від об'єму вхідної статистичної інформації та глибини прогнозу.

Проводячи аналогічні міркування, можна з відомих формул: $M = Pd/2000$ та $N = nM/9554$ отримати залежності для розрахунку параметрів розподілу крутних моментів M та ефективної потужності на шпинделі:

$$\hat{E}_M = \ln(P) - \ln(d) + \hat{C}_M;$$

$$\hat{E}_N = \ln(\hat{n}) - \hat{E}_M + \hat{C}_N;$$

$$\hat{\sigma}_M = \sqrt{\sigma^2_{\ln(P)} + \sigma^2_{\ln(d)} - 2\hat{R}_M \sigma_{\ln(P)} \sigma_{\ln(d)}}; \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}_N = \sqrt{\sigma^2_{\hat{n}} + \sigma^2_{\hat{M}} - 2\hat{R}_N \sigma_{\hat{M}} \sigma_{\hat{n}}}.$$

Сучасні МРВ загального призначення і особливо багатоопераційні верстати відрізняються універсальним характером виконуваних робіт. При цьому, як було раніше встановлено, технічні характеристики цих верстатів залежать від великої кількості випадкових адитивне та мультиплікативне діючих факторів. В цьому випадку узагальнену математичну модель доцільно будувати на базі методу суперпозицій:

$$f\left(x\right)=\sum_{i=1}^{m}P_i f_i\left(x\right), \tag{5}$$

де m – кількість сполучень умов обробки;

P_i – ймовірність i-ї умови обробки;

$f_i\left(x\right)$ – диференціальна функція елементарних (часткових) розподілів, x=ln(n,M,N).

З (5) випливає, що результуючий розподіл отримується шляхом додавання елементарних розподілів $f_i(x)$ з врахуванням їх вагових коефіцієнтів. На рис. 2 графічно показано принцип формування такої сумарної функції розподілу.

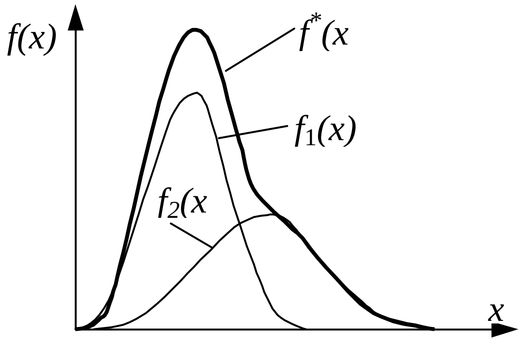

Рис. 2. Схема формування диференціальної функції розподілу $f^*(x)$ випадкової величини x

При значній розбіжності математичних сподівань випадкових величин та малих значеннях їх дисперсій можна отримати полімодальний результуючий розподіл.

Елементарні функції моделюються розглянутим вище методом.

Ймовірність поєднання умов обробки можна отримати з теореми множення ймовірностей:

$$P_l=P_iP_jP_{k/ij}\ , \tag{6}$$

де P_i – ймовірність i-го виду обробки;

P_j – ймовірність обробки деталі з j-го матеріалу;

$P_{k/ij}$ – умовна ймовірність застосування k-го матеріалу ріжучого інструменту при заданих матеріалу і виду обробки.

Сумарна ймовірність всіх умов обробки повинна обов'язково дорівнювати одиниці

$$\sum_{l=1}^{m}p_l=1. \tag{7}$$

Наведена вище математична модель розподілів експлуатаційних характеристик верстата має універсальний характер і може використовуватись для розв'язку задач, пов'язаних з проектуванням нового обладнання .

Список літератури: 1. Кудинов В.А. Динамика станков. - М.: Машиностроение. - 1976.-358с. **2**. Н.Джонсон, Ф.Лион. Статистика и планирования эксперимента в технике и науке. Метод обработки даных. Перевод с английского./ Под ред. Э.К. Лецкого. М.: “Мир”, 1980.