РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИЕМАТИКИ 3-SPS - ПАРАЛЛЕЛЬНОГО РОБОТА

Перекопский С.П. *(*ДонНТУ, г. Донецк, Украина)*

Главной целью промышленного производства было и остается улучшение качества продукции при снижении стоимости ее изготовления. Перед современным производством стоят задачи создания эффективного оборудования, обладающего высокой производительностью, надежностью и точностью. Значительно повысить эти характеристики позволяет оборудование на базе механизмов с параллельной кинематикой. Одним из наиболее часто встречающихся применений механизмов с параллельной кинематикой являются параллельные роботы. Поэтому в настоящее время одна из самых бурно развивающихся отраслей робототехники является отрасль, изучающая механизмы с параллельными кинематическими связями или параллельные манипуляторы. Интерес к данному типу манипуляторов вызван рядом преимуществ, которыми они обладают по сравнению с традиционными промышленными роботами. Параллельные роботы представляют собой замкнутые кинематические цепи, что обеспечивает более высокую жесткость всей конструкции и меньшие нагрузки на каждый привод, это в свою очередь приводит к повышению точности позиционирования рабочего органа робота. Также за счет незначительности перемещаемых масс достигается высокое ускорение рабочего органа.

Параллельные роботы с активными цепями SPS-типа привлекают всё больше внимания исследователей, так как активные SPS-цепи обладают большей несущей способностью, чем другие типы активных цепей.

Одной из основных трудностей при проектировании параллельных манипуляторов считается их очень сложный математический анализ из-за замкнутой кинематической структуры. Кроме того, для каждой механической конструкции приходится отыскивать свое, связанное с особенностями конструкции, математическое описание объекта. Поэтому объектом исследования выбрана конкретная конструкция параллельного робота с тремя активными SPS-цепями. Актуальность решения подобной задачи обусловлена тем, что на сегодняшний день имеется незначительное количество научных работ посвященных данной проблеме.

Исследованию параллельных роботов посвящено множество научных работ и проектов. Первоначально параллельные механизмы были созданы для применения не в области робототехники. Первая механическая система такого типа была машиной для проверки шин самолетов, построенной Gough [1] в 1949. После этого, Stewart [2] применил подобную структуру, применив её как лётный тренажер. Однако, фактически идея использовать параллельные структуры в робототехнике является очень новой. Hunt [1] идентифицировал параллельную архитектуру, которая имеет наиболее существенный потенциал для использования в робототехнике. Позже несколько исследователей, таких как Merlet [1] и Reboulet [3] исследовали и проанализировали эту архитектуру.

Для создания наиболее эффективной модели параллельного робота с тремя степенями свободы, обеспечивающего перемещения вдоль осей координат, возникает необходимость в решении обратной задач кинематики робота.

На рис.1 представлен пространственный параллельный манипулятор SPS-типа с тремя степенями свободы. Три одинаковых цепи соединяют подвижную платформу

*- Работа выполнена под руководством проф. Горобца И.А.

$B_1B_2B_3$ неподвижной платформой $A_1A_2A_3$. При этом используются сферические шарниры, как для подвижной, так и для неподвижной платформы. Также каждая цепь содержит призматический шарнир, который позволяет изменять длину цепи. Эти три призматических шарнира используются как входные изменяемые параметры манипулятора.

Так как цепи соединяются с подвижной и неподвижной платформой с помощью сферических шарниров, не возникают изгибающие и крутящие моменты в цепях. Сила, действующая на каждую цепь, направлена вдоль продольной оси цепи. Следовательно, эти цепи могут быть сделаны в виде полых цилиндрических стержней для получения легкого, высокопрочного, жесткого манипулятора.

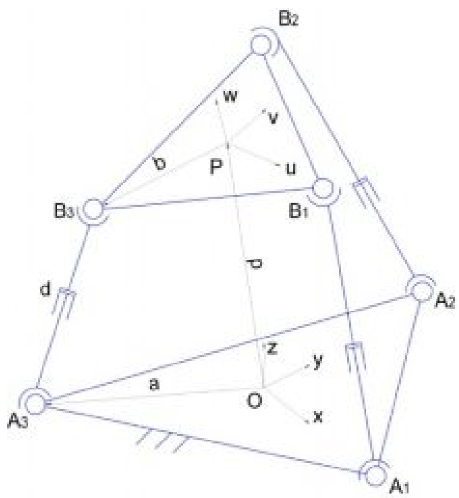

Рис.1. Пространственный SPS-манипулятор с тремя степенями свободы

Для анализа механизма предложены две системы координат: $A(x, y, z)$, связанная с неподвижной платформой, и $B(u, v, w)$, связанная с подвижной платформой как показано на рис.1. Цепи, соединяющие подвижную и неподвижную платформы, располагаются относительно друг друга под углом 120°. Точки $A_1A_2A_3$ лежат в плоскости x-y, а точки $B_1B_2B_3$ лежат в плоскости u-v. Начало координат O зафиксированной системы координат находится в центре тяжести треугольника $A_1A_2A_3$ и отрезок OA_1 лежит на x-оси. Аналогично, начало координат P подвижной системы координат находится в центре тяжести треугольника $B_1B_2B_3$ и отрезок PB_1 лежит на u-оси. Оба треугольника $A_1A_2A_3$ и $B_1B_2B_3$ являются равносторонними треугольниками с $OA_1=OA_2=OA_3=g$ и $PB_1=PB_2=PB_3=h$.

Преобразование от подвижной платформы к неподвижной может быть описано с помощью вектора $p=OP$ и матрицы вращения ${}^{A}R_B$. Пусть a_i вектора направленные из точки O к точкам A_i системы координат неподвижной платформы, а b_i вектора направленные из точки P к точкам B_i системы координат подвижной платформы.

Способ представления матрицы вращения подвижной платформы в данном случае базируется на тригонометрическом преобразовании методом Эйлера [4]. Матрица вращения может быть выражена направляющими косинусами векторов как:

$${}^{A}R_B=\begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix}$$

*- Работа выполнена под руководством проф. Горобца И.А.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma+\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & -\cos\beta\sin\gamma+\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta \\ \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha \\ -\sin\beta\cos\gamma+\sin\alpha\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где α, β и γ – углы поворота относительно осей u, v и w.

Следует обратить внимание на то, что элементы ${}^{A}R_{B}$ должны удовлетворять следующие условия:

$$\begin{gathered} u_x^2+u_y^2+u_z^2=1, \\ v_x^2+v_y^2+v_z^2=1, \\ w_x^2+w_y^2+w_z^2=1, \\ u_x v_x+u_y v_y+u_z v_z=0, \\ u_x w_x+u_y w_y+u_z w_z=0, \\ v_x w_x+v_y w_y+v_z w_z=0. \end{gathered} \quad (2)$$

С помощью замкнутой векторной диаграммы можно получить следующее равенство в векторном виде, определяющее вектор A_iB_i:

$$A_iB_i = p + {}^{A}R_{B}\,{}^{B}b_i - a_i \quad (3)$$

Длина каждой i-той цепи d_i определяется как скалярное произведение вектора A_iB_i на самого себя:

$$d_i^2 = [\,p + {}^{A}R_{B}\,{}^{B}b_i - a_i\,]^{\mathrm{T}}[\,p + {}^{A}R_{B}\,{}^{B}b_i - a_i\,],\ \text{для } i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Записав выражение (4) три раза для каждой из цепей, получим три уравнения характеризующих положение подвижной платформы относительно неподвижной. Векторы ${}^{B}b_i$ и a_i имеют постоянную величину и определяются геометрией манипулятора.

Решение обратной задачи кинематики для данного параллельного механизма заключается в нахождении длин цепей робота при заданных координатах рабочей точки робота. Решение этой задачи для каждой цепи робота из (4) имеет вид:

$$d_i = \pm\sqrt{pp^T + {}^{B}b_i^{T}\,{}^{B}b_i + a_i^T a_i + 2p^T\,{}^{A}R_B\,{}^{B}b_i - 2p^T a_i - 2\left[{}^{A}R_B\,{}^{B}b_i\right]^T a_i} \quad (5)$$

Следовательно, для определения положения подвижной платформы существует два решения для каждой из цепей, положительное и отрицательное. Но получение отрицательных длин цепей физически неосуществимо, поэтому, когда решение d_i принимает комплексный вид, положение подвижной платформы недостижимо.

Выводы. Таким образом, после проведения кинематического анализа параллельного робота можно сделать следующие заключения. Полученные зависимости могут быть использованы при проектировании системы управления робота с такой кинематической структурой. Решение задачи обратной кинематики даёт два результата, один из которых физически нереализуем.

Список литературы: **1**. J.P. Merlet « Les robots parallèles », Hermes, 1990. **2**. D. Stewart « A platform with six degrees of freedom », PROC INSTN MECH ENGRS vol.180, N°15, (1965-66), pp 371-379. **3.** J. P. Merlet et C. Gosselin « Nouvelle architecture pour un manipulateur parallèle à six degrés de liberté ». Mech. Mach. Theory Vol 26, N° =1, 1991, pp 77-99. **4.** Tsai Lung Wen, «Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators», John Wiley & Sons, New York,1999.

*- Работа выполнена под руководством проф. Горобца И.А.