

В.О. Гутаревич

БОКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ШАХТНОЙ ПОДВЕСНОЙ МОНОРЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

Рассмотрено влияние параметров подвески монорельса на боковые колебания подвижного состава шахтной подвесной дороги. Разработана математическая модель ее бокового раскачивания с учетом сил сопротивлений в точках подвеса. Определены собственные частоты и амплитуды колебаний монорельса и подвижного состава. Ключевые слова: монорельс, горная выработка, подвижной состав, амплитуда колебаний, собственная частота.

Постановка проблемы. Подвесные монорельсовые дороги находят все более широкое применение в горной промышленности. Они обеспечивают бесперегрузочное транспортирование по искривленным горным выработкам знакопеременного профиля.

Во время движения шахтной подвесной дороги по монорельсу ее ходовые тележки описывают сложную волнообразную траекторию. Наряду с прямолинейным движением вдоль монорельса они смещаются поперек продольной оси и поворачиваются вокруг вертикальной оси. При этом возникают силы инерции и моменты сил инерции, вызывающие боковое раскачивание подвижного состава монорельсовой дороги, что приводит к необходимости ограничивать скорость движения или увеличивать поперечные сечения и проходы в горных выработках.

Анализ последних исследований и публикаций. В работах [1, 2] проведено обоснование параметров шахтных подвесных монорельсовых дорог. Исследования [3, 4] посвящены проблемам крепления подвески монорельсового пути. Линейные и нелинейные колебания элементов монорельсовых дорог исследованы в работах [5–8]. Настоящая статья является продолжением указанных исследований.

Цель работы заключается в установлении взаимосвязи между параметрами подвески монорельса и подвижного состава для снижения амплитуды бокового раскачивания шахтной подвесной монорельсовой дороги.

Результаты исследований.

Рассмотрим процесс бокового раскачивания подвижного состава, используя двухмассовую модель шахтной подвесной монорельсовой дороги (рис. 1). Для этого обозначим: m_1 приведенная масса монорельса; m_2 приведенная масса подвижного состава; l_1 длина подвески монорельса; l_2 расстояние от оси подвески монорельса до центра тяжести подвижного состава. Для снижения амплитуды бокового раскачивания подвижного состава к монорельсу

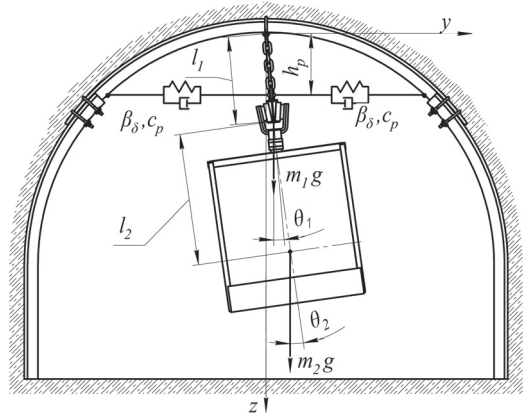


Рис. 1. Схема бокового раскачивания подвижного состава в горной выработке

на расстоянии от точек подвеса h_p прикреплены растяжки, имеющие коэффициент жесткости c_p и коэффициент демпфирования β_δ .

Выберем в качестве обобщенных координат углы θ_1 и θ_2 , которые образуют с вертикалью отрезки l_1 и l_2 соответственно. Координаты y_1 и z_1 можно представить $y_1 = l_1 \sin \theta_1$; $z_1 = l_1 \cos \theta_1$.

Кинетическая энергия монорельса m_1 равна

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2).$$

Отсюда для массы m_1 , имеем:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

Аналогично для кинетической энергии подвижного состава

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2);$$

где $y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2$, $z_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2$.

Тогда

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)).$$

Кинетическая энергия рассматриваемой механической системы будет

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} (m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2))). \quad (1)$$

Установим потенциальную энергию механической системы при ее отклонении на малый угол как сумму потенциальной энергии U_m , соответствующей силам тяжести масс m_1 и m_2 , а также потенциальной энергии U_p , соответствующей силам упругости растяжек.

Для монорельса имеем:

$$U_1 = -m_1 g z_1 = -m_1 g l_1 \cos \theta_1.$$

Аналогично для ПС

$$U_2 = -m_2 g z_2 = -m_2 g (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2).$$

Отсюда

$$U_m = U_1 + U_2 = -g (m_1 l_1 \cos \theta_1 + m_2 (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2)).$$

При повороте системы на угол θ_1 одна из растяжек удлиняется, а другая укорачивается на длину δ_θ , которая с точностью до величин первого порядка малости будет $\delta_\theta = h_p \theta_1$. Поэтому потенциальная энергия U_p может быть определена как работа суммарной реакции сил, возникающих при деформации двух растяжек, установленных по обе стороны монорельса:

$$U_p = 2 \frac{c_p \delta_\theta^2}{2} = c_p h_p^2 \sin^2 \theta_1.$$

Суммарная потенциальная энергия рассматриваемой системы

$$U = U_m + U_p = -g (m_1 l_1 \cos \theta_1 + m_2 (l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2)) + c_p h_p^2 \sin^2 \theta_1. \quad (2)$$

Кроме того, при повороте системы возникают моменты сил сопротивления, соответствующие обобщенным координатам θ_1 , θ_2 и деформации δ_0 .

Момент сил сопротивления в точке подвеса монорельсового пути считаем пропорциональным скорости $\dot{\theta}_1$ и равным

$$M_{\theta_1} = -\beta_{\theta_1} \dot{\theta}_1,$$

где β_{θ_1} коэффициент сухого трения.

Аналогично момент сопротивления в точке подвеса кузова $M_{\theta_2} = -\beta_{\theta_2} \dot{\theta}_2$. Момент сил сопротивления, соответствующий деформации растяжек, будет

$$M_{\delta} = -\beta_{\delta} h_p \dot{\theta}_1.$$

Окончательно для функции Лагранжа данной системы имеем

$$L = T - U = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2)gl_1 \cos \theta_1 + m_2gl_2 \cos \theta_2 - c_p h_p^2 \sin^2 \theta_1.$$

Используя уравнения Лагранжа, получим нелинейные уравнения колебаний механической системы

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\theta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \\ + (m_1 + m_2)l_1g \sin \theta_1 - 2c_p h_p^2 \cos \theta_1 = -\beta_{\theta_1} \dot{\theta}_1 - \beta_{\delta} h_p \dot{\theta}_1; \\ m_2l_1l_2\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \\ + m_2l_2g \sin \theta_2 = -\beta_{\theta_2} \dot{\theta}_2. \end{cases} \quad (3)$$

Для малых колебаний функцию Лагранжа можно упростить, используя ряд Маклорена и принимая во внимание квадратичные и линейные члены. При этом функции $\cos \theta_1$, $\cos \theta_2$ и $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ представим

$$\cos \theta_1 \approx 1 - \frac{\theta_1^2}{2}; \quad \cos \theta_2 \approx \frac{\theta_2^2}{2} \quad \text{и} \quad \cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1 - \frac{(\theta_1 - \theta_2)^2}{2} \approx 1.$$

Поскольку выражение $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ умножается на произведение малых значений $\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$ второго порядка малости, то при разложении косинусных функций целесообразно ограничиваться только линейными членами.

На основании этого имеем:

$$L = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)gl_1\theta_1^2 + \frac{1}{2}m_2gl_2\theta_2^2 - c_p h_p^2\theta_1^2.$$

Подставив соответствующие производные этой функции в уравнения Лагранжа, получим систему:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\theta}_1 + m_2l_1l_2\ddot{\theta}_2 + (m_1 + m_2)l_1g\theta_1 - 2c_p h_p^2\theta_1 = -\beta_{\theta_1} \dot{\theta}_1 - \beta_{\delta} h_p \dot{\theta}_1; \\ m_2l_1l_2\ddot{\theta}_1 + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 + m_2l_2g\theta_2 = -\beta_{\theta_2} \dot{\theta}_2. \end{cases}$$

Для рассматриваемой системы малых колебаний без учета демпфирования уравнение частот имеет следующий вид:

$$\begin{vmatrix} c_{11} - a_{11}\omega_0^2 & c_{12} - a_{12}\omega_0^2 \\ c_{21} - a_{21}\omega_0^2 & c_{22} - a_{22}\omega_0^2 \end{vmatrix} = 0,$$

где a_{ij} коэффициенты квадратичной формы при $i, j = 1, 2$, связанные с кинетической энергией системы T , описываемой выражением (1); c_{ij} коэффициенты квадратичной формы, связанные с потенциальной энергией системы U , описываемой выражением (2); ω_0 частота боковых колебаний системы.

Для малых колебаний из (1), (2) имеем:

$$a_{11} = (m_1 + m_2)l_1^2; \quad a_{12} = m_2l_1l_2; \quad a_{22} = m_2l_2^2;$$

$$c_{11} = (m_1 + m_2)l_1g - 2c_ph_p^2; \quad c_{12} = 0; \quad c_{22} = m_2l_2g.$$

Отсюда уравнение частот будет

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)\omega_0^4 - (a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11} - 2a_{12}c_{12})\omega_0^2 + c_{11}c_{22} - c_{12}^2 = 0$$

или

$$m_1l_1^2l_2\omega_0^4 - [(m_1 + m_2)l_1^2g + l_2((m_1 + m_2)l_1g - 2c_ph_p^2)]\omega_0^2 + [(m_1 + m_2)l_1g - 2c_ph_p^2]g = 0.$$

Полученное выражение является биквадратным уравнением частот. Корнями этого уравнения являются

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{1}{2(1 - \mu_0^2)}(n_{01}^2 + n_{02}^2) - \sqrt{(n_{01}^2 + n_{02}^2)^2 - 4n_{01}^2n_{02}^2(1 - \mu_0^2)}};$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{1}{2(1 - \mu_0^2)}(n_{01}^2 + n_{02}^2) + \sqrt{(n_{01}^2 + n_{02}^2)^2 - 4n_{01}^2n_{02}^2(1 - \mu_0^2)}},$$

где

$$n_{01}^2 = \frac{(m_1 + m_2)l_1g + 2c_ph_p^2}{(m_1 + m_2)l_1^2}; \quad n_{02}^2 = \frac{g}{l_2}; \quad \mu_0^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Полученные выражения учитывают влияние действия растяжек монорельсового пути. В случае отсутствия растяжек, что характерно для его протяженных прямолинейных участков, необходимо принимать в уравнениях частот

$$n_{01}^2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{(m_1 + m_2)l_1}.$$

Введем обозначения коэффициентов, характеризующих соотношения масс и длин элементов системы колебаний

$$\mu_m = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{и} \quad \mu_l = \frac{l_2}{l_1}.$$

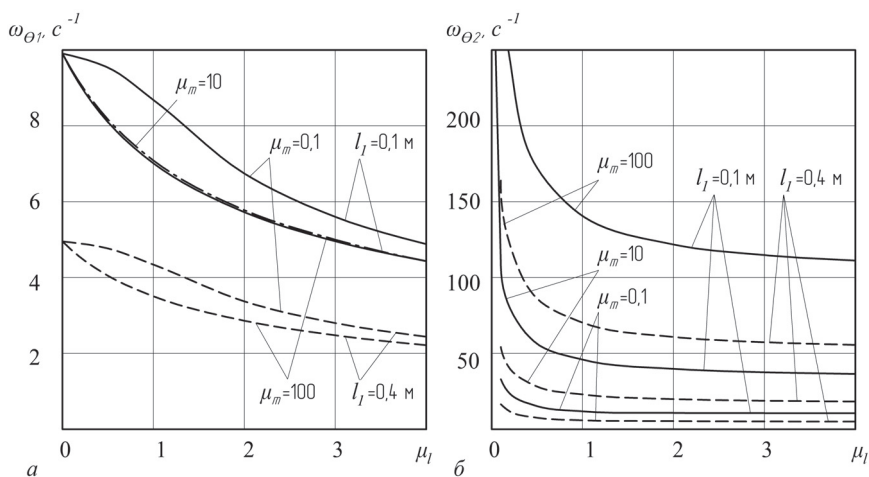


Рис. 2. Графические зависимости: а $\omega_{01} = f(\mu_1)$, б $\omega_{02} = f(\mu_1)$

На рис. 2 приведены графики зависимости частот $\omega_{01} = f(\mu_1)$ и $\omega_{02} = f(\mu_1)$ для различных значений длины подвеса монорельсового пути l_1 и коэффициентов μ_m . Из этих графиков видим, что с увеличением длины подвеса от 0,1 м до 0,4 м первая и вторая частоты колебаний уменьшаются более чем в 2 раза. С ростом значений μ_1 от 0 до 4 наблюдается снижение частоты ω_{01} , и с дальнейшим повышением μ_1 эта частота практически не изменяется. Аналогичный процесс происходит с частотой ω_{02} при увеличении значений μ_m в диапазоне от 0,1 до 100,0 частоты снижаются. Однако для первой частоты снижение составляет не более 10%, а для второй более чем в 2 раза.

Зависимости $\omega_{01} = f(\mu_m)$ и $\omega_{02} = f(\mu_m)$ при различных значениях приведены длины подвеса монорельсового пути l_1 на рис. 3. Из графиков следует, что длина l_1 существенно влияет на частоты. Для $l_1 = 0,1$ м первые частоты при μ_m равном не более 100 изменяются от 9,9 до 7,0 c^{-1} , для $l_1 = 0,4$ м от 4,2 до 3,6 c^{-1} , а для $l_1 = 1,0$ м от 2,8 до 2,2 c^{-1} .

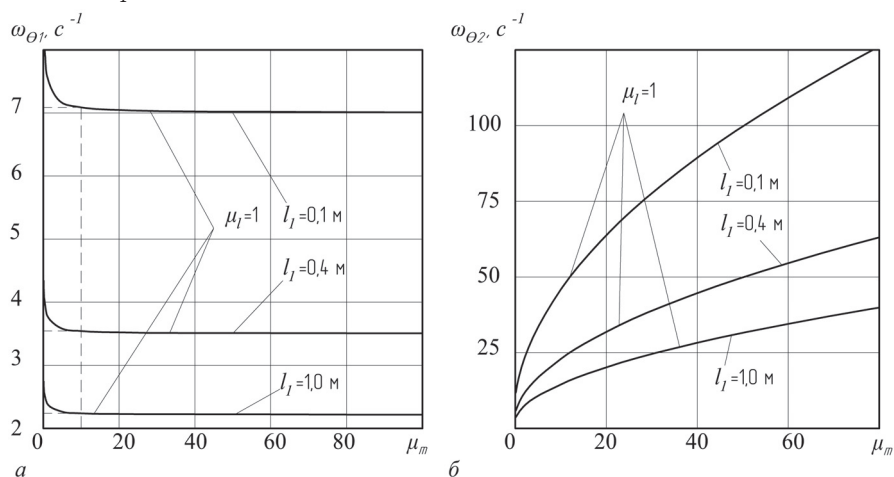


Рис. 3. Графические зависимости: а $\omega_{01} = f(\mu_m)$; б $\omega_{02} = f(\mu_m)$

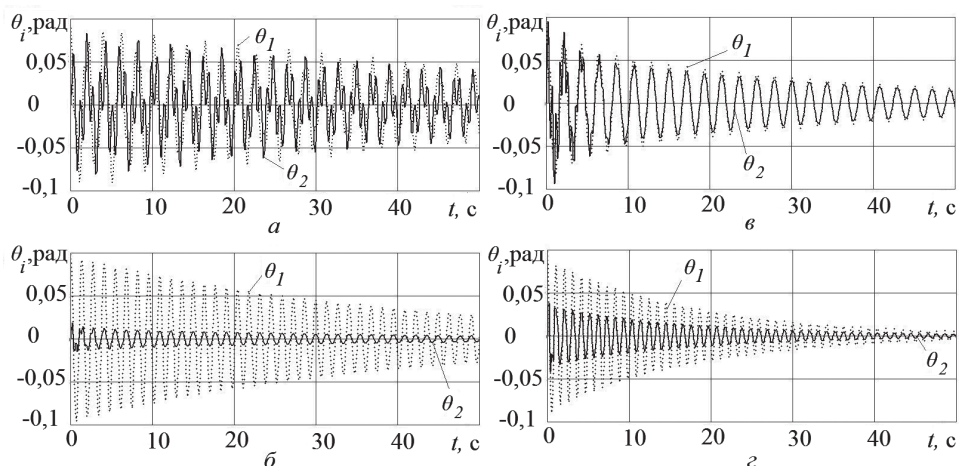


Рис. 4. Амплитуды бокового раскачивания монорельса и экипажа: а, в без применения растяжек; б, г для растяжек, имеющих $c_p = 500$ кН/м

На рис. 3 видно, что для первых частот с увеличением коэффициента m наблюдается снижение ω_{01} , а для вторых увеличение ω_{02} . Так с увеличением коэффициента m в диапазоне от 0,1 до 10,0 первые частоты снижаются и с дальнейшим ростом m практически не изменяются. Вторые частоты наоборот увеличиваются и достигают своего предела при m равном более чем 100.

Для исследования бокового раскачивания во время движения экипажа по подвесному монорельсу воспользуемся методом численного решения Рунге-Кутты четвертого порядка точности с применением пакета прикладных программ Mathcad.

В результате установлено, что в системе происходят биения, связанные с циклическим переходом энергии от раскачивающегося экипажа к подвесному монорельсовому пути. Существуют ситуации, когда во время прекращения бокового раскачивания экипажа амплитуда бокового колебания подвесного пути начинает увеличиваться до своего максимума, после чего она начинает затухать, но при этом начинает нарастать амплитуда колебаний экипажа. Низкочастотные колебания экипажа моделируют высокочастотные колебания монорельсового пути.

На рис. 4, а, б приведены графики колебаний подвесного монорельсового пути и экипажа при $m_1 = 1,0$ т; $m_2 = 1$ т; $l_1 = 0,4$ м; $l_2 = 0,8$ м; $h_p = 0,35$ м и для начальных условий $\theta_1(t=0) = 0$; $\dot{\theta}_2(t=0) = 0,1$ рад; $\dot{\theta}_1(t=0) = 0$; $\dot{\theta}_2(t=0) = 0$. Коэффициенты сухого трения, определяющие моменты сил сопротивления в опорах подвески монорельса, принимались равными $\beta_{01} = 0,025$; $\beta_{02} = 0,025$. Момент сил сопротивлений, соответствующий деформации растяжек ввиду его малости, не учитывался.

Из этих рисунков видно, что использование растяжек позволяет в несколько раз уменьшить амплитуду бокового раскачивания монорельса и снизить период затухания. Зависимости, указанные на рис. 4, в, г, получены при тех же значениях входящих параметров, но масса экипажа m_2 принималась равной 4,0 т. В этом случае колебания затухают более интенсивно, но в начальный период амплитуда колебания монорельса θ_2 принимает более высокие значения, в 1,5 раза выше, чем при $m_2 = 1$ т.

Выводы. Полученные данные результаты, устанавливающие взаимосвязь между параметрами подвески монорельса и боковым раскачиванием подвижного состава, будут использоваться для обоснованного выбора параметров шахтных подвесных монорельсовых дорог.

В дальнейшем планируется провести теоретические исследования пространственных колебаний подвесной монорельсовой дороги, обусловленных извилистым ее движением и действием возмущений от неровностей монорельсового пути.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баус-Нойфанг Б., Великанов Д.В., Русинек Ю. Подвесные и напочвенные дизель-гидравлические локомотивы для переоборудования механизированных комплексов «тяжелого» класса // Уголь. – 2011. – № 2. – С. 19–21.


2. Becker F. Modernisierung der Logistikkette im polnischen Verbundbergwerk «Borynia-Zofiówka» durch leistungsstarke Transportmittel und ein integriertes Steuerungs- und Kommunikationssystem // Mining+geo. – 2012. – No. 2. – Pp. 224–230.

3. Ногих В.Р. Современный формат подвесных монорельсовых транспортных систем // Уголь. – 2006. – № 4. – С. 34–36.

4. Кузнецов Е.В. Метод выбора параметров сталеполимерных анкеров для подвески монорельсовых дорог большой грузоподъемности в выработках // Вестник КузГТУ. – 2005. – № 4. – С. 27–28.

5. Шахтарь П.С. и др. О колебаниях сосудов монорельсовых дорог // Шахтный и карьерный транспорт / Под ред. А.О. Спиваковского. Вып. 7. – М.: Недра, 1981. – С. 199–209.

6. Вербицкий В.Г., Лобас Л.Г. Моделирование динамического поведения монорельсового вагона // Электронное моделирование. – 2000. – Т. 22. – № 1. – С. 86–94.

7. Popp K., Schiehlen W. Ground Vehicle Dynamics. – Berlin: Springer, 2010. – 350 p. 

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Гутаревич Виктор Олегович – кандидат технических наук, доцент,
e-mail: gvodonntu@gmail.com, Донецкий национальный технический университет, Украина.

UDC 622.625.6

SIDE OSCILLATIONS OF ROLLING-STOCK OF MINE SUSPENDED MONORAIL

Gutarevych V.O., Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, e-mail: gvodonntu@gmail.com, Donetsk National Technical University, Ukraine.

There has been examined the influence of monorail suspension parameters onto side oscillations of mine suspended monorail rolling-stock. There has been developed the mathematical model of its side sway taking into account resistance forces in points of suspension. There has been determined the amplitudes and natural oscillation frequencies.

Key words: monorail, mine working, rolling-stock, oscillation amplitude, natural frequency.

REFERENCES

1. Baus-Nojfang B., Velikanov D.V., Rusinek Ju. *Ugol'*, 2011, no 2, pp. 19–21.
2. Becker F. *Mining+geo*, 2012, no. 2, pp. 224–230.
3. Nogih V.R. *Ugol'*, 2006, no 4, pp. 34–36.
4. Kuznecov E.V. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*, 2005, no 4, pp. 27–28.
5. Shahtar' P.S. *Shahtnyj i kar'ernyj transport*, Pod red. A.O. Spivakovskogo (Underground and open pit mine transport, Spivakovskiy A.O. (Ed.)), Issue. 7, Moscow, Nedra, 1981, pp. 199–209.
6. Verbickij V.G., Lobas L.G. *Jelektronnoe modelirovanie*, 2000, vol. 22, no 1, pp. 86–94.
7. Popp K., Schiehlen W. *Ground Vehicle Dynamics*. Berlin: Springer, 2010, 350 p.