УДК 004.75

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОЙ ПАМЯТИ С БЛОЧНО-ЦИКЛИЧЕСКОЙ СХЕМОЙ РАССЛОЕНИЯ

О.Р.Абдулина, Л.П.Фельдман, Т.В.Михайлова
Донецкий национальный технический университет
oksufka@gmail.com

Рассмотрена модель памяти с чередованием адресов по блочно-циклической схеме расслоения.

Введение

Современные вычислительные системы имеют сложную организацию оперативной памяти (ОП). Для получения требуемой емкости запоминающего устройства определенным образом объединяют несколько банков памяти меньшей емкости. В функциональном отношении многоблочная ОП рассматривается как одно ОЗУ с емкостью, равной сумме емкостей блоков, и быстродействием, примерно равным быстродействию отдельного блока (нумерация ячеек показана на рис. 1.а). [1]

Для увеличения скорости доступа к ОП применяется метод расслоения памяти. В его основе лежит так называемое чередование адресов (address interleaving), заключающееся в изменении системы распределения адресов между банками памяти. Такое распределение адресов с «горизонтальной» нумерацией ячеек, когда ячейки с идущими подряд номерами расположены в соседних модулях, представлено на рис. 1.б.

Если последующие обращения к ОП адресованы к блокам, не занятым обслуживанием предшествующих запросов, то в такой ОП достигается параллельное во времени функционирование блоков ОЗУ.

В блочно-циклической схеме расслоения памяти каждый банк состоит из нескольких модулей, адресуемых по круговой схеме. Адреса между банками распределены по блочной схеме. Адрес ячейки разбит на три части. Старшие биты определяют номер банка, следующая группа разрядов адреса указывает на ячейку в модуле, а младшие биты адреса выбирают модуль в банке (нумерация ячеек показана на рис. 1.в)[2].

Вероятностная модель блочной памяти рассмотрена в [2]. Построим модель с чередованием адресов с блочно-циклической схемой расслоения.

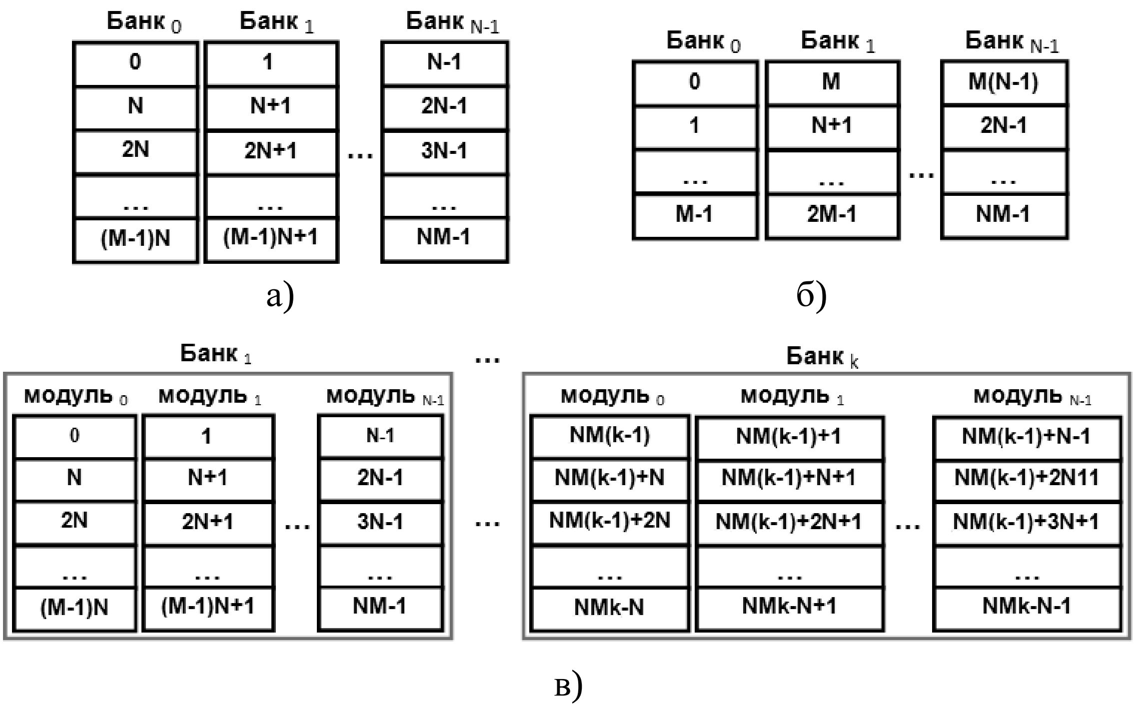

Рисунок 1 – Распределение адресов в ОП: а – на основе блочной схемы; б – с чередованием адресов по циклической схеме расслоения; в – с чередованием адресов по блочно-циклической схеме расслоения

Вероятностная модель с блочно-циклической схемой расслоения памяти

Параллельная организация структуры ОП направлена на повышение производительности, однако, не менее важной характеристикой структуры ОП является ее функциональная надежность.

Количественно функциональную надежность определяют как минимальное число N_0 банков ОП (из общего количества банков N), одновременный отказ которых приводит к невозможности решения всех содержащихся в ОП задач.

При блочно-циклической структуре ОП выход из строя одного модуля приводит к отказу соответствующего банка памяти, однако, на процессорах МВС могут выполняться задачи и фрагменты, размещенные в остальных работоспособных банках ОП. Работоспособность системы в целом сохраняется даже при одновременном отказе R - 1 банков ОП, если в оставшемся исправном банке находится хотя бы один фрагмент задачи, готовый к выполнению. В этот банк может быть перезагружена задача, размещавшаяся в отказавших модулях. Следовательно, мера функциональной надежности блочно-циклической структуры ОП определяется величиной $N_0=R$.

Построим вероятностную модель с блочно-циклической структурой.

Все ограничения, принятые в [3], перенесены на модель, рассматриваемую ниже. Дополнительно будем предполагать следующее:

1) при такой структуре ОП (рис. 1.в) каждый массив оказывается целиком размещенным в одном из банков. Следовательно, каждый поток заявок на запись и при считывании массива поступает в один из R банков ОП;

2) будем считать, что поток заявок от каждого j-го источника к соответствующему массиву с вероятностью $1/R$ требует, обслуживания каждым из банков ОП, а каждая заявка потока с вероятностью $1/n$ требует обслуживания каждым из модулей банка.

Распределение потоков по банкам определяется на основе решения классической задачи размещения L частиц по R ячейкам, а определение для каждого банка среднего числа модулей, занятых обслуживанием, осуществляется на основе модели, рассмотренной в [3].

Приведем решение задачи о распределении L потоков по R банкам памяти.

Общее число возможных распределений может быть подсчитано следующим образом: каждый поток может требовать обслуживания каждым из R блоков, следовательно, L потоков можно распределить по блокам R^L различными способами.

Число способов размещения L различных потоков по R банкам при условии, что в l-м банке обслуживается l_l различных потоков, составит.

$$P(l_1, l_2,\ldots, l_k)=\frac{L!}{l_1!\ l_2! \ldots l_k!}, \quad (l_1 + l_2+\ldots+l_R = L) \tag{1}$$

Используя формулу (1), можно найти следующие вероятности:

1) в одном и том же банке находятся на обслуживании заявки всех L потоков, R - 1 остальных банков свободны от заявок.

Число различных способов выбора одного банка, в котором помещаются заявки от всех потоков, равно $C_{\mathrm{k}}^1 = k$, поэтому искомая вероятность будет равна

$$p_1 = \frac{C_k^1}{k^L} = \frac{1}{\mathrm{k}^{\mathrm{L\ -\ 1}}}; \tag{2}$$

2) в одном банке находятся на обслуживании заявки l_1 -го потоков, другом банке заявки l_2-го потоков ($l_1 + l_2 = L$); остальные банки свободны от заявок.

Число способов размещения заявок от l_1 потоков в одном определенном банке и l_2 потоков в другом определенном банке равно

$$P(l_1, l_2) = \frac{L!}{l_1!\ l_2!}. \tag{3}$$

Выбрать такие два банка возможно C_k^2 способами. Если $l_1 = l_2$ то число способов, по которым можно выбрать такие два банка, необходимо удвоить за счет их перестановки.

Таким образом,

$$p_2 = \frac{L!}{l_1!\ l_2!} \cdot \frac{C_k^2\ 2!}{k^L} = \frac{L!\,k!}{l_1!\ l_2!\,(k-2)!\,k^L}, \quad \text{если } l_1 \neq l_2; \tag{4}$$

$$p_2 = \frac{L!\,k!}{l_1!\ l_2!\,(k-2)!\ 2!\,k^L}, \quad \text{если } l_1 = l_2;$$

3) в одном из банков находятся на обслуживании заявки l_1 потоков, в другом - заявки l_2 потоков, в третьем из банков - l_3 потоков ($l_1 + l_2 + l_3 = L$), остальные банки пусты.

Чтобы получить общее число таких распределений, необходимо значение $P(l_1, l_2, l_3)$, найденное по (1), умножить на C_k^3 - число всевозможных выборов трех банков из k, и учесть их перестановки при различных l_l $(l = 1, 2, 3)$.

$$p_3 = \frac{L!}{l_1!\ l_2!\,l_3!} \cdot \frac{C_k^3\ 3!}{k^L} = \frac{L!\,k!}{l_1!\ l_2!\,l_3!\,(k-3)!\,k^L}, \quad \text{если } l_1 \neq l_2 \neq l_3, \tag{5}$$

$$p_3 = \frac{L!\,k!}{l_1!\ l_2!\,l_3!\,(k-3)!\ 2!\,k^L}, \tag{6}$$

если $l_1 = l_2 \neq l_3$ или $l_1 \neq l_2 = l_3$, или $l_1 = l_3 \neq l_2$

$$p_3 = \frac{L!\,k!}{l_1!\ l_2!\,l_3!\,(k-3)!\ 3!\,k^L}, \quad \text{если } l_1 = l_2 = l_3;$$

4) в $j \leq k$ банках находятся заявки L потоков, причем в каждом из j могут находиться заявки l_l потоков $l = \overline{1, j}$, остальные $k - j$ свободны от заявок, $\sum_{l=1}^{j} l_l = L$.

Если все l_i ($i = \overline{1, j}$) различны, то искомая вероятность будет равна

$$p_4 = \frac{L!}{l_1!\ l_2! \ldots l_j!} \cdot \frac{k!}{(k - j)!\ k^L}. \qquad (7)$$

Если среди l_i есть одинаковые, то их необходимо объединить в группы. Для каждой такой группы исключить перестановки, соответствующие числу одинаковых l_i в группе.

Пусть среди $\{ l_i \mid l = I, j\}$ можно организовать r групп, в каждой из которых находится k_s ($s = \overline{\mathbf{1}, r}$) одинаковых l_{is} тогда

$$p_4 = \frac{L!}{l_1! l_2! \ldots l_j!} \cdot \frac{k!}{(k-j)! k_1! k_2! \ldots k_r! k^L} \qquad (8)$$

Для оценки производительности ОП с блочно-циклической структурой, содержащей k блоков с n модулями в каждом блоке при поступлении L потоков заявок определяют вероятности различных разбиений с использованием (2-8). Затем определяем среднее число $N_{ср}$ модулей, занятых обслуживанием заявок для каждого из вариантов разбиений и всей памяти.

Ввиду большого объема результаты численного эксперимента приведем в следующей статье.

Выводы

Данную модель можно использовать для определения производительности ОП, имеющая модульную структуру с различным расслоением, также для определения оптимального количества банков памяти и модулей.

Список литературы

1. Халабия Р.Ф. Организация вычислительных систем и сетей: учебное пособие. — М.: МГАПИ-Москва, 2000. — 141 с.
2. Орлов С.А., Цилькер Б.Я. Организация ЭВМ и систем: учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2011. – 668 с.
3. Фельдман Л.П., Михайлова Т.В. Вероятностная модель блочной памяти // Искусственный интеллект.— Донецк: ІПШІ МОН і НАН України "Наука і освіта", 2010.

Получено 10.09.2011