

УДК 519.6

Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття

Є.О. Марценюк, М.П. Дивак, Ю.Р. Піговський, Т.М. Дивак
Тернопільський національний економічний університет
ye_martsenyuk@ukr.net, mdy@tneu.edu.ua, pigovsky@gmail.com, dtaras80@mail.ru

Abstract

Martsenyuk Ye., Dyvak M., Pigovsky Yu., Dyvak T. Identification of Dynamic Models of Discrete Processes with Interval Uncertainty in Biogas Devices Processing Organic Waste. In this study the problem of modeling organic waste treatment processes under a limited amplitude measuring errors for parameters of technological process, as the identification problem of discrete dynamic processes under interval uncertainty in the biogas plant processing waste is considered.

Вступ

Одною з основних проблем великих міст є вивезення та переробка органічного сміття. В той же час органічне сміття може бути не лише джерелом забруднення навколишнього середовища, але й джерелом відновлюваної енергії – біогазу (метану), який утворюється при анаеробному мікробіологічному бродінні. Крім того, у відбродженому субстраті зменшується доля твердих домішок і він може бути використаний як добриво при вирощуванні сільськогосподарських культур.

На сьогоднішній день за рубежом широкого застосування набули біогазові установки, придатні для переробки органічного сміття. Найбільшого поширення такі установки набули у Німеччині. Тільки у Баварії сьогодні функціонує більше тисячі таких установок, більшість з яких були побудовані за останні 10 років. В Україні нараховується декілька таких установок. Проте, в зв'язку із збільшенням органічних відходів у великих містах та із потребою розвитку відновлюваних джерел енергії, ця проблема для України залишається актуальною.

Основною компонентою біогазової установки є реактор, у який одноразово або неперервно завантажують органічне сміття та мікроорганізми, які здійснюють процес розкладання вуглеводів на простіші речовини, зокрема, на біогаз. Процес переробки органічного сміття вимагає задання температурних умов, управління біомасою та ін. За цих умов актуальною є організація оптимального управління, яке своєю чергою базується на математичних моделях. Такі моделі, як правило будують на основі експериментальних даних, отриманих в умовах невизначеності. Аналіз невизначеності в таких процесах показав, що неточність

експериментальних даних в основному обумовлена недотриманням технологічних вимог та похибками вимірювальних пристроїв, які для біогазових установок закордонного виробництва є визначальними. За цих умов природним є інтервальна форма представлення експериментальних даних, які характеризують процеси анаеробного бродіння.

Аналіз літературних джерел [1] показує, що природною формою опису цих процесів є дискретні динамічні моделі, що базуються на рівняннях Моно та на їх численних модифікаціях.

Із вищевикладеного витікає, що для управління процесами переробки органічного сміття та вироблення біогазу в біогазових установках актуальною є задача математичного моделювання цих процесів на основі інтервальних даних. Розв'язування даної задачі сприятиме розвитку систем відновлювальної енергетики в Україні та вирішення проблем з утилізацією органічного сміття великих міст.

У даній праці розглядається актуальна задача моделювання процесів анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, розв'язування якої ґрунтується на розроблених авторами методах та алгоритмах ідентифікації дискретних динамічних систем на основі інтервальних даних.

Особливості експериментального дослідження процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічного сміття у біогазових установках

Основним продуктом, який утворюється у результаті переробки органічного сміття в біогазовій установці, є біогаз, який включає до 85% горючого метану CH_4 . Перші дослідження біогазу здійснював італійський дослідник Олександро Вольта ще у 1770 р. Відомий французький бактеріолог Пастер в 1884 р.

практично створив першу біогазову установку і виділив біогаз із органічних відходів. Проте, першу біогазову установку було створено в місті Бомбей, Індія у 1897 р. Найбільш бурхливого розвитку біоенергетика набула у Німеччині, де у 1906 р. Імхоффом була створена біогазові установка. На сьогоднішній день у Німеччині нараховується більше 4 тисячі таких установок. Одним із основних виробників таких установок є німецька фірма Zorg. Усі біогазові установки поділяються на два типи: з періодичним та неперервним завантаженням органічних відходів. У біогазовій установці з періодичним завантаженням органічних відходів, процес анаеробного бродіння від початку до завершення здійснюється без додавання органічних відходів без змінних технологічних умов. Напротивагу, у біогазових установках з неперервним завантаженням маса органічного сміття підтримується на незмінному рівні за рахунок управління завантаженням реактора органічними відходами та підтриманням відповідного рівня концентрації мікроорганізмів у реакторі. Такі установки відзначається високою вартістю та складністю організації процесів управління і їх в основному використовують для вироблення біогазу із органічної маси, спеціально вирощеної для цих цілей. Розглянемо задачу моделювання процесів анаеробного бродіння органічного сміття на основі даних, отриманих у біогазовій установці із періодичним завантаженням органічного сміття.

У реактор завантажують органічні відходи, а також відповідний об'єм популяції мікроорганізмів. Мікроорганізми в ході бродіння розщеплюють органічні речовини, утворюючи мікробіологічну біомасу та інші прості речовини включно з водою, двоокисом вуглецю та метаном. Такий процес відбувається практично при відсутності кисню. Отриманий біогаз, у складі якого є до 85% метану, піднімається у верхню частину реактора і збільшення його об'єму створює тиск, що призводить до відкриття спеціального клапану і заповнення біогазом балону ззовні реактора. Далі отриманий газ використовують як джерело відновлюваної енергії. Процес бродіння органічного сміття у такому реакторі продовжується до повного його розкладу на протязі, переважно від 60 до 180 діб, залежно від технологічних умов, розміру біогазової установки, тощо.

У результаті бродіння крім біогазу утворюється вуглекислий газ, який споживається рослинами та відброджений субстрат, що є якісним органічним добривом. Після завершення процесу бродіння отриманий субстрат вивантажується із реактора, а на його місце завантажуються нова частка органічного сміття.

Практична відсутність в Україні біогазових установок, орієнтованих на переробку органічного сміття унеможливує проведення натурних експериментів з метою моделювання цих процесів. В той же час в Україні існує зацікавленість в створенні таких біогазових установок, особливо разом із створенням заводів по сортуванню і переробці сміття. Кількісне обґрунтування щодо створення біогазових установок для переробки сміття в містах можна здійснити на основі математичного моделювання процесів переробки сміття та вироблення біогазу із застосуванням експериментальних даних, отриманих на діючих біогазових установках вказаного типу, наведених у працях [2, 3].

Проведений аналіз цих експериментальних даних уможливив встановити, що основними похибками при їх отриманні є вимірювальні, обмежені за амплітудою похибки, які сягають 5%, а також спостерігається несуттєвий вплив похибок, пов'язаних з порушенням технологічних умов для біогазових установок з періодичним завантаженням органічного сміття. Зокрема, температура оточуючого середовища, за якого отримувалися експериментальні дані змінювалася в межах від 18 до 30°C. При цьому використовувалися мезофільні штами бактерій, для яких оптимальним температурним режимом є 25-45°C. Слід зауважити, що коливання температури від 2 до 5°C для цих бактерій практично не впливають на процес їх розмноження. Досліджувався процес бродіння від початку завантаження органічного сміття на протязі 60 днів. Вимірювання маси мікроорганізмів та мікробіологічної маси здійснювалося вимірювальними засобами з відносною похибкою вимірювань до 5%.

Вимірювання процесу опишемо такими рівняннями:

$$\tilde{y}_{k+1} = C \cdot \tilde{x}_{k+1} + \tilde{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (1)$$

де $\tilde{x}_{k+1} = (x_{1k+1}, x_{2k+1})^T$ – вектор змінних стану системи (маси мікроорганізмів, маси сміття) в $k+1$ -й дискретний момент часу;

$\tilde{y}_{k+1} = (y_{1,k+1}, y_{2,k+1})^T$ – вектор вимірних значень „виходів” (маси мікроорганізмів, маси сміття); C – квадратна (2×2) матриця виходів, вигляд якої наведено у праці [2]; $\tilde{e}_{k+1} = (e_{1,k+1}, e_{2,k+1})^T$ – вектор випадкових, обмежених за амплітудою похибок.

Із урахуванням 5% похибки в каналі вимірювання: $|e_{1,k+1}| \leq 0,05 \cdot y_{1k+1}$,

$|e_{2,k+1}| \leq 0,05 \cdot y_{2k+1}, \quad \forall k = 1, \dots, 20$, на основі результатів праці [2] та перетворення, отриманого із (1) у вигляді

$$\begin{pmatrix} [z_{1,k+1}] \\ [z_{2,k+1}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+] \\ [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+] \end{pmatrix} = \\ = C^{-1} \begin{pmatrix} [y_{1k+1} - 0,05y_{1k+1}; y_{1k+1} + 0,05y_{1k+1}] \\ [y_{2k+1} - 0,05y_{2k+1}; y_{2k+1} + 0,05y_{2k+1}] \end{pmatrix}$$

отримаємо таблицю 1 експериментальних даних.

Таблиця 1. Оцінки вимірних значень концентрацій мікробіологічної маси та маси органічного сміття

| № дискрети k | доба t | $z_{1,k+1}^-$ | $z_{1,k+1}^+$ | $z_{2,k+1}^-$ | $z_{2,k+1}^+$ |
|--------------|---------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0 | 0,000 | 0,950 | 1,050 | 9,500 | 10,500 |
| 1 | 3,000 | 1,186 | 1,311 | 9,423 | 10,415 |
| 2 | 6,000 | 1,475 | 1,631 | 9,327 | 10,308 |
| 3 | 9,000 | 1,828 | 2,021 | 9,207 | 10,176 |
| 4 | 12,000 | 2,255 | 2,492 | 9,059 | 10,013 |
| 5 | 15,000 | 2,765 | 3,056 | 8,878 | 9,812 |
| 6 | 18,000 | 3,365 | 3,719 | 8,656 | 9,567 |
| 7 | 21,000 | 4,059 | 4,486 | 8,387 | 9,270 |
| 8 | 24,000 | 4,844 | 5,354 | 8,065 | 8,914 |
| 9 | 27,000 | 5,708 | 6,309 | 7,683 | 8,492 |
| 10 | 30,000 | 6,626 | 7,323 | 7,237 | 7,999 |
| 11 | 33,000 | 7,558 | 8,353 | 6,724 | 7,431 |
| 12 | 36,000 | 8,451 | 9,341 | 6,145 | 6,791 |
| 13 | 39,000 | 9,244 | 10,217 | 5,505 | 6,085 |
| 14 | 42,000 | 9,868 | 10,907 | 4,816 | 5,322 |
| 15 | 45,000 | 10,267 | 11,348 | 4,091 | 4,521 |
| 16 | 48,000 | 10,401 | 11,496 | 3,349 | 3,702 |
| 17 | 51,000 | 10,257 | 11,336 | 2,613 | 2,888 |
| 18 | 54,000 | 9,851 | 10,888 | 1,902 | 2,103 |
| 19 | 57,000 | 9,228 | 10,200 | 1,246 | 1,377 |
| 20 | 60,000 | 8,449 | 9,338 | 0,645 | 0,713 |
| 21 | 63,000 | 7,585 | 8,383 | 0,170 | 0,188 |
| 22 | 66,000 | 6,725 | 7,433 | 0,003 | 0,003 |
| 23 | 69,000 | 5,952 | 6,578 | 0,000 | 0,000 |
| 24 | 72,000 | 5,267 | 5,821 | 0,000 | 0,000 |
| 25 | 75,000 | 4,661 | 5,151 | 0,001 | 0,001 |
| 26 | 78,000 | 4,124 | 4,558 | 0,000 | 0,000 |
| 27 | 81,000 | 3,650 | 4,034 | 0,000 | 0,000 |
| 28 | 84,000 | 3,230 | 3,569 | 0,000 | 0,000 |
| 29 | 87,000 | 2,858 | 3,159 | 0,000 | 0,000 |
| 30 | 90,000 | 2,529 | 2,795 | -0,001 | -0,001 |
| 31 | 93,000 | 2,238 | 2,473 | 0,001 | 0,001 |
| 32 | 96,000 | 1,980 | 2,189 | 0,000 | 0,000 |
| 33 | 99,000 | 1,755 | 1,940 | 0,000 | 0,000 |
| 34 | 102,000 | 1,553 | 1,717 | 0,000 | 0,000 |
| 35 | 105,000 | 1,374 | 1,519 | 0,000 | 0,000 |
| 36 | 108,000 | 1,215 | 1,343 | 0,000 | 0,000 |
| 37 | 111,000 | 1,074 | 1,187 | 0,000 | 0,000 |
| 38 | 114,000 | 0,950 | 1,050 | 0,000 | 0,000 |
| 39 | 117,000 | 0,840 | 0,928 | 0,000 | 0,000 |
| 40 | 120,000 | 0,743 | 0,821 | 0,000 | 0,000 |
| 41 | 123,000 | 0,657 | 0,726 | 0,000 | 0,000 |

| | | | | | |
|----|---------|-------|-------|-------|-------|
| 42 | 126,000 | 0,582 | 0,643 | 0,000 | 0,000 |
| 43 | 129,000 | 0,515 | 0,569 | 0,000 | 0,000 |
| 44 | 132,000 | 0,456 | 0,503 | 0,000 | 0,000 |
| 45 | 135,000 | 0,403 | 0,446 | 0,000 | 0,000 |
| 46 | 138,000 | 0,357 | 0,394 | 0,000 | 0,000 |
| 47 | 141,000 | 0,316 | 0,349 | 0,000 | 0,000 |
| 48 | 144,000 | 0,279 | 0,309 | 0,000 | 0,000 |

В таблиці 1 t означає часову дискрету з інтервалом 3 дні, $[z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+]$, $[z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+]$ - відповідно інтервальні оцінки вимірної маси мікроорганізмів та маси сміття.

Обґрунтування вибору структури математичної моделі

Математичному моделюванню процесу утворення біогазу присвячено ряд робіт. Ці моделі відрізняються як набором змінних стану, що враховані при їх побудові так типом і порядком рівнянь, на яких вони базуються. Найпростіші моделі [4] побудовані на базі алгебраїчних рівнянь, що дозволяють прогнозувати динаміку утворення метану. Однак ці прості моделі дають не завжди адекватний прогноз, оскільки їх рівняння ґрунтуються на емпіричних співвідношеннях, виведених для конкретних умов. Коли процес виходить за межі дії цих умов, прогноз моделей втрачає сенс.

Складніші моделі побудовані як на основі задач Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь [5] так і на основі початково-крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних [3]. Останні описують не лише динаміку кількості речовин, але й їх просторовий розподіл. Ці складніші моделі ґрунтуються на фундаментальних дослідженнях біохімічних реакцій і містять більше змінних стану, тому їх прогноз є адекватним на широкій області зміни умов процесу [3]. Проте, незважаючи на свою універсальність, область застосування складних моделей обмежена. Це пов'язано з тим, що задача їх ідентифікації є дуже складною і розв'язана лише в лабораторних умовах, а тому згадані моделі потребують доопрацювання для моделювання промислових технологічних процесів, які характеризуються суттєвішою невизначеністю.

Згідно з [1] стан ізотермічного процесу бродіння сміття можна описати задачею Коші для автономної системи нелінійних диференціальних рівнянь Моно (Monod) виду

$$\begin{cases} X'(t) = \left(A_1 \frac{S(t)}{A_2 + S(t)} - A_3 \right) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1'(t) = A_5 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_1(t)}{P_{1,\max}} \right), \\ P_2'(t) = A_6 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_2(t)}{P_{2,\max}} \right), \\ X(0) = X_0 > 0, S(0) = S_0 > 0, \\ P_1(0) = P_2(0) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де $X(t)$ – маса мікробіологічної біомаси, $S(t)$ – маса органічного сміття, $P_1(t)$ – маса метану, $P_2(t)$ – маса відброженого субстрату (органічного добрива), $P_{1,\max}$ – максимальна маса метану, $P_{2,\max}$ – максимальна маса відброженого субстрату, $A_1 - A_6 \geq 0$ – коефіцієнти.

Динаміка кількості сміття $S(t)$ залежить від багатьох входів, які в автономній моделі враховуються в коефіцієнтах $A_1 - A_6 \geq 0$. До цих входів, згідно з [3] слід віднести тривалість гідралічного відставання (hydraulic retention time), початкову концентрацію летючих твердих домішок (initial volatile solids concentration), швидкість росту біомаси, об'єм реактора, швидкість потоку сміттевої суміші та швидкості проходження біохімічних реакцій. Останні залежать від температури, тиску і лужності середовища в реакторі.

Слід зауважити, що описану систему Моно (2) переважно використовують для моделювання процесів бродіння загалом, без врахування специфіки органічних відходів.

Як видно з табл.1, динамічний процес зміни мікробіологічної біомаси є наростаючим на проміжку до 40 днів. Причому інтенсивність наростання далі сповільнюється, а після 45 днів за рахунок обмеженості поживних речовин в середовищі бродіння маса мікроорганізмів зменшується. Такий процес складно описати рівнянням у вигляді

$$X'(t) = \left(A_1 \frac{S(t)}{A_2 + S(t)} - A_3 \right) X(t) \quad (4)$$

у випадку, коли коефіцієнт A_2 виявиться достатньо малим у порівнянні із значенням маси органічного сміття, оскільки вказане рівняння практично перетворюється в лінійне диференціальне рівняння. В той же час зміна мікробіологічної маси в певних межах мало впливає на динаміку процесу зменшення маси органічного сміття, оскільки природній процес

його розщеплення призводить до повного перетворення цієї маси у відброжений субстрат.

Виходячи з вищевикладеного, при виборі структури моделі було запропоновано вилучити знаменник рівняння (4) і модифікувати систему Моно (2) до такого вигляду

$$\begin{cases} X'(t) = (A_1 S(t) - A_3) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1'(t) = A_5 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_1(t)}{P_{1,\max}} \right), \\ P_2'(t) = A_6 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)} \left(1 - \frac{P_2(t)}{P_{2,\max}} \right), \end{cases} \quad (5)$$

Враховуючи, що при описі процесу бродіння в більшій мірі актуальним є оцінки кінцевих мас продуктів реакції $P_1(t)$, $P_2(t)$, а не їх динаміка, а також те, що маси продуктів не входять в перші два рівняння системи (5), то користуючись умовою (3) і постійністю коефіцієнтів A_5 та A_6 для автономних систем, третє та четверте диференціальні рівняння системи можна з достатньою точністю наблизити алгебричними співвідношеннями

$$\begin{cases} P_1(t) = P_{1,\max} (S_0 - S(t)) / S_0, \\ P_2(t) = P_{2,\max} (S_0 - S(t)) / S_0. \end{cases}$$

В результаті цього система (5) набуде вигляду

$$\begin{cases} X'(t) = (A_1 S(t) - A_3) X(t), \\ S'(t) = -A_4 \frac{S(t)X(t)}{A_2 + S(t)}, \\ P_1(t) = P_{1,\max} (S_0 - S(t)) / S_0, \\ P_2(t) = P_{2,\max} (S_0 - S(t)) / S_0. \end{cases} \quad (6)$$

Після дискретизації моделі (6) за явною схемою Ейлера отримаємо

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + h(A_1 S_k - A_3) X_k, \\ S_{k+1} = S_k - h A_4 \frac{S_k X_k}{A_2 + S_k}, \\ P_{1,k} = P_{1,\max} (S_0 - S_k) / S_0, \\ P_{2,k} = P_{2,\max} (S_0 - S_k) / S_0. \end{cases} \quad (7)$$

Отже структура дискретної динамічної моделі процесу переробки органічного сміття набула вигляду (7). Невідомими у цій системі рівнянь є параметри A_1 , A_2 , A_3 , A_4 . Для ідентифікації параметрів цієї системи використовуватимемо експериментальні дані, наведені в табл.1 та створений і описаний авторами у праці [6] метод ідентифікації параметрів дискретних динамічних систем.

Інтервальна дискретна динамічна модель процесів анаеробного та мікробіологічного бродіння органічного сміття

Позначимо оцінки змінних стану: $\hat{x}_{1,k} = X_k$, $\hat{x}_{2,k} = S_k$, $\hat{x}_{3,k} = P_{1,k}$, $\hat{x}_{4,k} = P_{2,k}$, та $\hat{x}_{3,\max} = P_{1,\max}$, $\hat{x}_{4,\max} = P_{2,\max}$.

Задамо умови для забезпечення прогнозу інтервальних оцінок мікробіологічної маси та маси органічного сміття в процесі переробки в заданих межах, визначених похибками вимірювальних пристроїв

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}] = [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \subseteq [z_{1,k+1}] = [z_{1,k+1}^-; z_{1,k+1}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}] = [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] \subseteq [z_{2,k+1}] = [z_{2,k+1}^-; z_{2,k+1}^+], \end{cases} \quad (8)$$

де $k = 0, \dots, 20$ – часові дискрети.

Користуючись рівняннями системи (7) визначимо структуру рівнянь, за якими розраховуватимемо прогнозовані інтервальні значення маси органічного сміття маси мікроорганізмів, маси біогазу та відбродженого субстрату :

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = (1 + h(A_1[\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - A_3))[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+][\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}, \\ [\hat{x}_{3,k+1}^-; \hat{x}_{3,k+1}^+] = [\hat{x}_{3,\max}^-]([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+], \\ [\hat{x}_{4,k+1}^-; \hat{x}_{4,k+1}^+] = [\hat{x}_{4,\max}^-]([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+], \end{cases} \quad (9)$$

Виходячи із умов (8) структура інтервальної системи алгебричних рівнянь [6] матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1,k+1}^- \leq (1 + h(A_1[\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - A_3))[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+] \leq z_{1,k+1}^+, \\ z_{2,k+1}^- \leq [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - hA_4 \frac{[\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+][\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]}{A_2 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]} \leq z_{2,k+1}^+, \end{cases} \quad (10)$$

$k = 0, \dots, 20$.

На основі структури рівнянь (10) та результатів таблиці 1 складемо інтервальну систему, яка як відомо [6] є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР). При цьому за початкові умови покладемо задані інтервальні оцінки маси мікроорганізмів $[\hat{x}_{1k=0}]$ та маси завантаженого

в реактор сміття $[\hat{x}_{2k=0}]$, вибрані згідно умов (8) і даних таблиці 1 (стрічка для $k=0$).

Отже отримана ІСНАР загалом включає 40 інтервальних рівнянь.

Для знаходження одного розв'язку отриманої ІСНАР використовувався алгоритм, описаний у праці [6]. Програмне забезпечення для реалізації вказаного алгоритму, створено на основі мови програмування С#. Час розв'язування отриманої ІСНАР на ПК із характеристиками: процесор Celeron-2,6 ГГц, об'єм ОЗП -1Гб - склав 22 хв. Крок дискретизації $h=0,01$.

Розв'язком отриманої системи є вектор параметрів моделі процесу переробки органічних відходів $\vec{A} = (3,862; 0,974; 13,965; 8,803)$.

З врахуванням максимальної питомої маси утворення метану [7], молярних мас глюкози та метану інтервальні оцінки максимальних мас біогазу та відродженого субстрату обчислюємо за формулами

$$[\hat{x}_{3,\max}] = 0,1897 \cdot [\hat{x}_{2k=0}],$$

$$[\hat{x}_{4,\max}] = 0,8103 \cdot [\hat{x}_{2k=0}] + [\hat{x}_{1k=0}].$$

В результаті ідентифікації отримана модель у такому вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{x}_{1,k+1}^-; \hat{x}_{1,k+1}^+] = (1 + 0,01 \cdot (3,862 [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - 13,965)) \times \\ \quad \times [\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+], \\ [\hat{x}_{2,k+1}^-; \hat{x}_{2,k+1}^+] = [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+] - 0,01 \cdot 8,803 \times \\ \quad \times ([\hat{x}_{1,k}^-; \hat{x}_{1,k}^+][\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / (0,974 + [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]), \\ [\hat{x}_{3,k+1}^-; \hat{x}_{3,k+1}^+] = 0,1897 \cdot ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]), \\ [\hat{x}_{4,k+1}^-; \hat{x}_{4,k+1}^+] = (0,8103 \cdot [\hat{x}_{2k=0}] + [\hat{x}_{1k=0}]) \times \\ \quad \times ([\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+] - [\hat{x}_{2,k}^-; \hat{x}_{2,k}^+]) / [\hat{x}_{2,0}^-; \hat{x}_{2,0}^+], \end{cases} \quad (11)$$

Результати прогнозування на основі отриманої моделі наведено на рис.1-4. Зокрема, на рис.1 наведено динаміку зменшення неперобродженого органічного сміття, а рис. 2 ілюструє динаміку зміни концентрації мікроорганізмів. Як видно, коридори побудованих інтервальних моделей знаходяться в межах експериментальних даних, що підтверджує адекватність побудованих моделей.

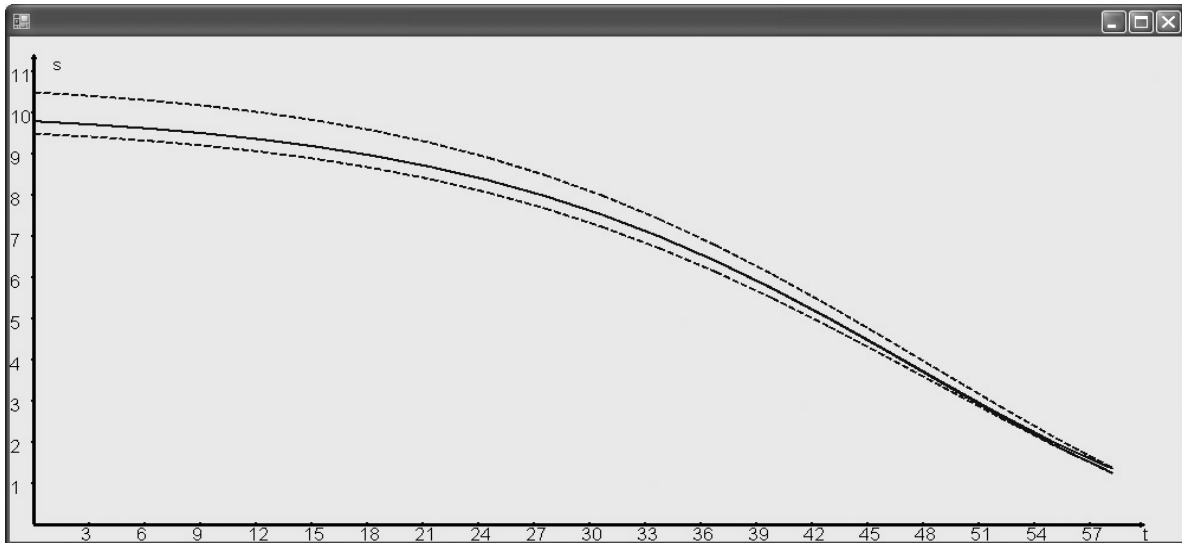


Рисунок 1 – Коридор динаміки маси органічного сміття в реакторі.

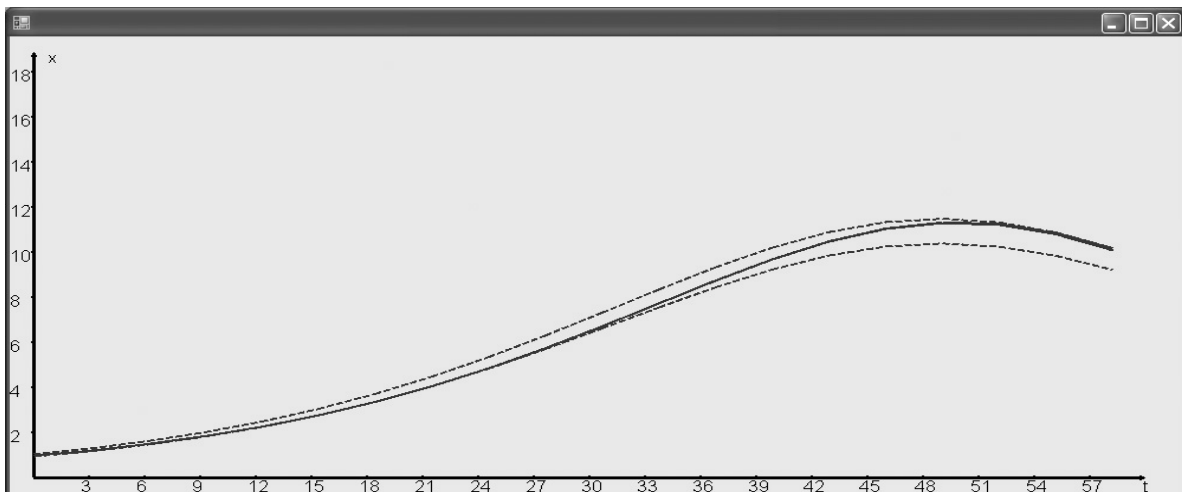


Рисунок 2 – Коридор динаміки мікробіологічної маси мікроорганізмів в реакторі.

Динаміка збільшення об'єму біогазу та відродженого субстрату наведена на рис. 3. та рис.4. Ці залежності розраховані на основі

алгебраїчних залежностей (третього й четвертого рівнянь системи (11)) та відомих співвідношень.

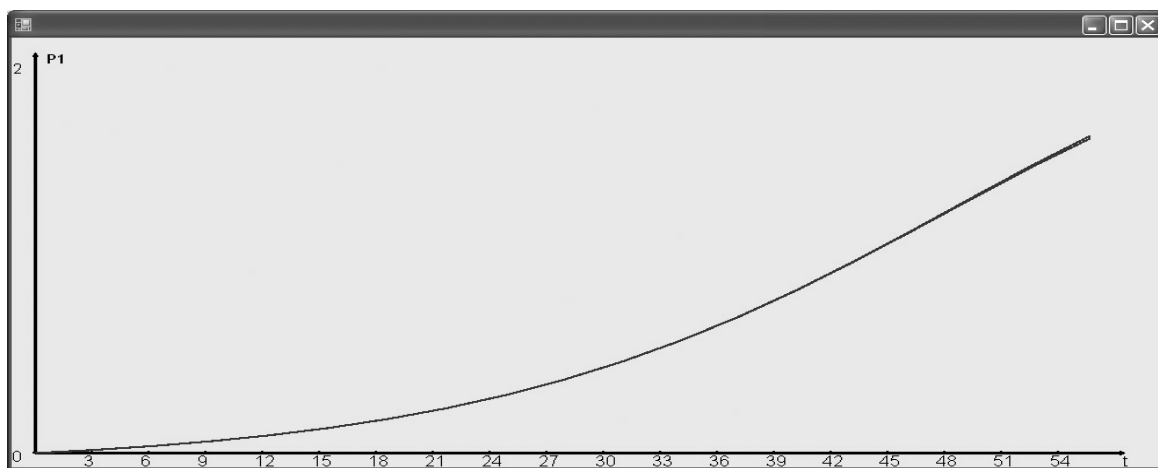


Рисунок 3 – Динаміка накопичення отриманого в реакторі біогазу.

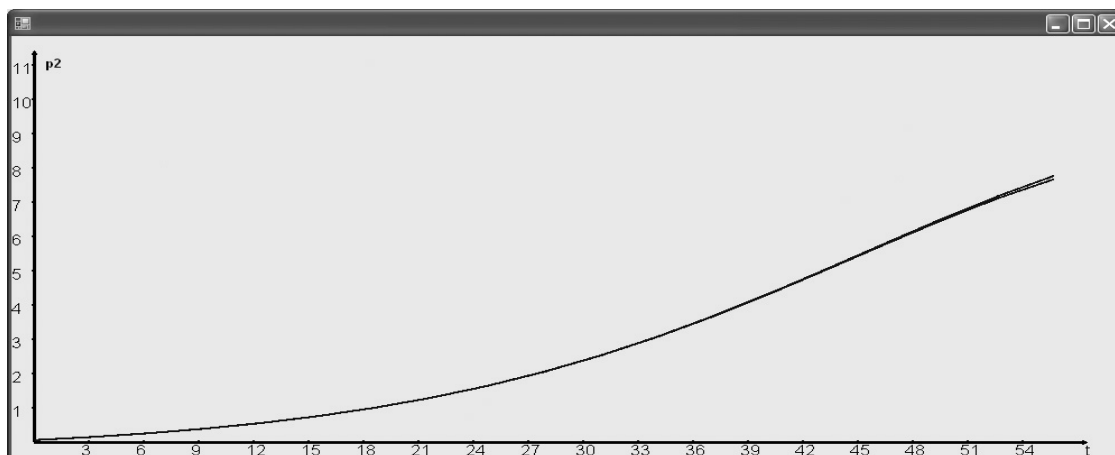


Рисунок 4 – Динаміка наростання об'єму відбродженого субстрату.

Створені моделі уможливають дослідження процесів переробки органічного сміття. Зокрема, вони придатні для розв'язування задач організації управління вказаними процесами, не тільки з метою знаходження високоефективних режимів мінімізації побутових відходів, але й для забезпечення максимального виходу біогазу та високоякісного органічного добрива.

Висновки

Розглянута задача побудови моделей процесів переробки органічного сміття за умов обмежених за амплітудою похибок вимірювань параметрів стану технологічного процесу як задача ідентифікації дискретних динамічних процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки сміття. При цьому отримано такі нові наукові та практичні результати.

1. Запропоновано та обґрунтовано структуру різницевого рівняння для побудови моделей процесів переробки органічного сміття у біогазових установках, яка описує динаміку маси органічного сміття та масу

мікробіологічних організмів у реакторі, динаміку маси виробленого біогазу та відбродженого субстрату. Обґрунтована структура дискретних рівнянь динаміки базується на модифікованих диференціальних рівняннях Моно.

2. Вперше для ідентифікації модифікованих систем Моно, що описують процеси бродіння органічного сміття, використано критерій забезпечення заданого коридору прогнозування на основі цих моделей, що дозволило звести дану задачу до розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь і тим самим уникнути розв'язання складної оптимізаційної задачі параметричної ідентифікації на основі багатоекстремальної функції цілі та використання алгоритмів з низькою збіжністю.

3. На основі аналізу інтервальних даних, отриманих із каналу вимірювань, вперше створено адекватні інтервальні дискретні моделі процесів переробки органічного сміття, які забезпечують коридори прогнозування характеристик процесу із заданою точністю в межах похибок в експериментальних даних.

Література

1. Kinghtes C. D. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for Monod biodegradation kinetics using bivariate data / C. D. Kinghtes, C. A. Petes // *Biotechnology and Bioengineering*. – 2000. – Vol. 69, № 2. – P. 160–170.
2. Mailleret L. Nonlinear adaptive control for bioreactors with unknown kinetics / L. Mailleret, O. Bernard, J. -P. Steyer // *Automatica*. – 2004. – № 40. – P. 1379–1385.
3. Wu B. Three-dimensional numerical simulation model of biogas production for anaerobic digesters / B.Wu, E.L.Bibeau, K.G.Gebremedhin // *Canadian biosystems engineering*. – Volume 51. – 2009. – P. 81-87.
4. Vartak D.R. Low temperature anaerobic digestion response to organic loading rate and bio-augmentation / D.R.Vartak, C.R. Engler, S.C. Ricke, M.J. Mcfarland // *Journal of Environmental Science and Health*. – A34. – 1999. – P. 567-583.
5. Blumensaat F. Modeling of two-stage anaerobic digestion using the IWA Anaerobic Digestion Model No.1 (ADM1) / F.Blumensaat, J. Keller. // *Water Research*. – Vol. 39. – 2005. – P. 171-183.
6. Дивак М.П. Оптимальна процедура налаштування параметрів методу ідентифікації інтервальної дискретної моделі динамічної системи / Дивак М.П., Марценюк Є.О., Матола І.Ф. // *Відбір та обробка інформації*. – 2008. – Вип. 27 (103). – С. 12-23.
7. Xie B. Cogeneration of hydrogen and methane from glucose to improve energy conversion efficiency / B. Xie, J. Cheng, J. Zhou, W. Song, K. Cen. // *International Journal of Hydrogen Energy*. – Vol. 33. – No. 19. – 2008. – P. 5006-5011.

Надійшла до редакції 29.03.2010