

8.2 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ДОВГИХ ЛІНІЯХ

8.2.1 Основні теоретичні положення

ПП в ЛРП описуються рівняннями (8.1), але загального розв'язання цих рівнянь не знайдено, тому розглядаються лише ПП в ЛРП без втрат. Вихідними для розрахунків є рівняння лінії без втрат в часткових похідних:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (8.16)$$

Рівняння (8.16) приводяться до виду диференціальних рівнянь другого порядку без правої частини

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{або} \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (8.17)$$

Розв'язання має вигляд накладання двох зустрічних хвиль, прямої та зворотної:

$$u(x;t) = \varphi_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = u_{np} + u_{зв};$$
$$i(x;t) = \frac{1}{Z_C} \cdot [\varphi_1\left(t - \frac{x}{v}\right) - \varphi_2\left(t + \frac{x}{v}\right)] = i_{np} - i_{зв}. \quad (8.18)$$

Оскільки лінії без втрат мають резистивний хвильовий опір, то закон Ома в межах кожної з хвиль (але не для повних u , i) є вірним для миттєвих значень величин:

$$u_{np} = Z_C \cdot i_{np}; \quad u_{зв} = Z_C \cdot i_{зв}; \quad u \neq Z_C \cdot i. \quad (8.19)$$

Рівняння для струму i для напруги хвилі абсолютно однакові, причому в них похідні по координаті пропорційні похідним за часом від тих же величин. Це означає, що в перехідному процесі достатньо знайти залежність або струму, або напруги від часу при фіксованій координаті, а потім, для отримання залежності від координати для фіксованого моменту часу, перейти до аргументу $[t_\phi - x/v]$.

Початком лінії називатимемо місце увімкнення до лінії джерела, а *кінцем* лінії – місце, де розташоване навантаження. Хвилі, що рухаються від початку лінії до кінця, називаються *прямими*. Хвилі, що рухаються назад (у напрямі зростання координати y , яка відлічується від кінця лінії), називаються *зворотними*. Хвилю, яка виникає внаслідок комутації, назвемо *падаючою*, а ту, що виникає внаслідок відбиття падаючої – *відбитою*. Таким чином, якщо комутація відбувається на початку лінії, падаюча хвиля є прямою, а відбита зворотною. У разі комутації в кінці лінії зворотна хвиля є падаючою, а пряма – відбитою.

Розрахунок як падаючих хвиль, так і відбитих, і заломлених, виконується по схемах заміщення, які складаються для перерізів лінії, де ці хвилі виникають. Якщо хвиля викликана комутацією в довільному перерізі лінії, то її розрахунок на підставі принципу накладання зводиться до розгляду перехідного процесу *від увімкнення* відповідного пасивного кола *на еквівалентне джерело* EPC $e_E = u_{PVB}$ (при замиканні рубильника, див. задачі 8.30-8.33) або *струму* $j_E = i_{PVB}$ (при розмиканні рубильника, див. задачі 8.34-8.36). Тут u_{PVB} – напруга на розімкненому рубильнику, i_{PVB} – струм через замкнений

рубильник в докомутаційному режимі. В схему заміщення для відповідного перерізу лінії включаються всі елементи із зосередженими параметрами, які є в даному перерізі, а лінія представляється резистором Z_C . Обчислені в перехідному процесі $i(t)$, $u(t)$ накладаються на усталені значення докомутаційного режиму.

Розрахунок перехідного процесу, що виникає в результаті приходу падаючої хвилі в кінець лінії (у вузол неоднорідності 2-2'), яка навантажена на довільний опір Z (рис. 8.2,а), виконується за еквівалентною

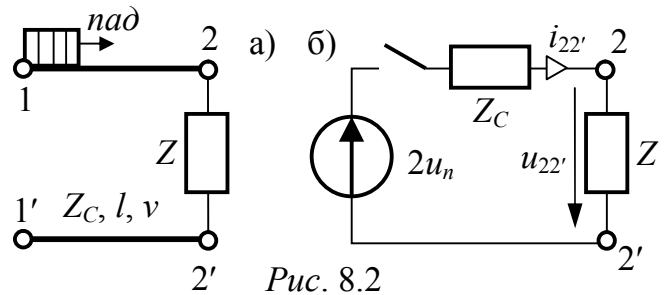


Рис. 8.2

схемою із зосередженими параметрами (рис. 8.2,б) за нульових незалежних початкових умов. Далі, з формул $i_{22'} = i_n - i_e$ і $u_{22'} = u_n + u_e$ із застосуванням параметрів падаючої хвилі можна розрахувати напругу і струм відбитої хвилі у функції часу t для нульової координати $y = 0$ (див. задачу 8.37). Опір Z може включати в себе інші лінії, представлені своїми характеристичними опорами. Розраховані для них струми і напруги за схемою рис. 8.2,б є параметрами заломлених хвиль, які записані у функції часу для нульової координати $x = 0$ (див. задачі 8.44-8.48).

При аналізі багаторазових відбиттів розрахунок подальших хвиль ведеться через коефіцієнти відбиття від внутрішнього опору R_i джерела (n_1) і

$$\text{від навантаження } R_H \text{ (} n_2 \text{): } n_1 = \frac{R_i - Z_C}{R_i + Z_C}; \quad n_2 = \frac{R_H - Z_C}{R_H + Z_C};$$

$$u_{ek} = n_2 \cdot (n_1 \cdot n_2)^{k-1} \cdot u_{n1}; \quad u_{n k+1} = (n_1 \cdot n_2)^k \cdot u_{n1}. \quad (8.20)$$

Повні струм і напруга на будь-який момент часу знаходяться накладанням всіх хвиль, які вже існують на даний момент часу. Перехідний процес може мати аперіодичний або коливальний характер, причому його вважають таким, що закінчився, коли повні струм і напруга досягають 95÷98% від усталених значень, а його час: $T_{III} = k \cdot t_{проб}$, де k – кількість пробігів хвилі.

8.2.2 Розрахунок виникнення хвиль

ЗАДАЧА 8.30. Лінія з параметрами $Z_C = 250 \text{ Ом}$, $l = 140 \text{ км}$, $v = 280 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ вмикається до джерела постійної напруги $E_0 = 120 \text{ кВ}$ з внутрішньою індуктивністю $L_0 = 0,15 \text{ Гн}$. Кінець лінії розімкнений (рис. 8.3,а). Необхідно побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для двох моментів часу: $t_1 = 0,75l/v$ і $t_2 = 1,5l/v$.

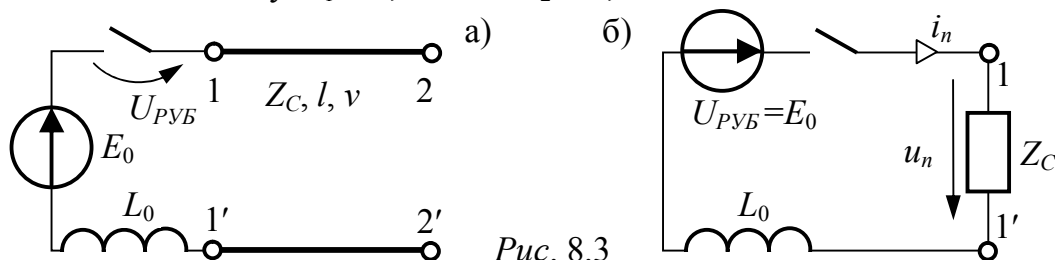


Рис. 8.3

Розв'язання

1. На момент часу $t_\phi = t_1 = 0,75l/v = 0,375 \text{ мс}$ в лінії буде тільки падаюча хвиля. Її параметри розрахуємо за схемою заміщення для перерізу "1-1" (рис. 8.3,б): $i_n(t) = i_y(t) + Ae^{pt}$;

$$i_n(0_+) = i_n(0_-) = 0, \quad i_y(t) = E_0/Z_C = 120 \cdot 10^3/250 = 480 \text{ А},$$

$$A = i_n(0) - i_y(0) = 0 - 480 = -480, \quad p = -Z_C/L_0 = -250/0,15 = -1667 \text{ 1/с.}$$

$$i_n(t) = 480 - 480e^{-1667t} \text{ А};$$

$$u_n(t) = Z_C \cdot i_n(t) = 120 - 120e^{-1667t} \text{ кВ.}$$

Для отримання залежностей струму і напруги від координати, по яких будуть побудовані графіки, переходимо до аргументу $[t_\phi - \frac{x}{v}]$:

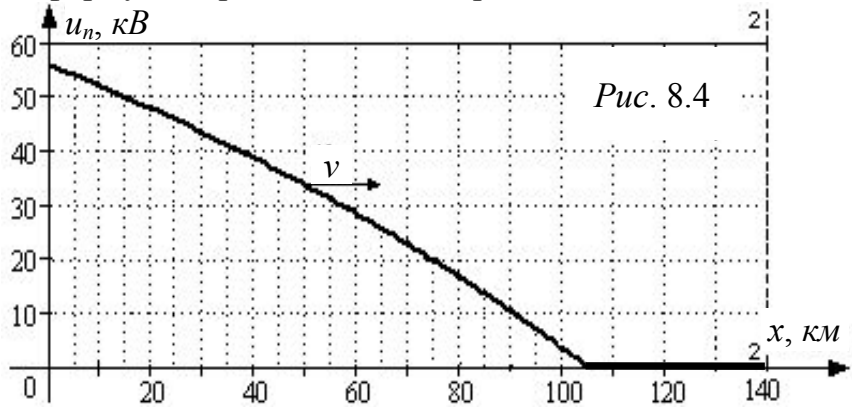
$$i_n(t_\phi; x) = 480 - 480e^{-1667[0,375 \cdot 10^{-3} - x/280 \cdot 10^3]} = 480 - 480e^{-1,667[0,375 - x/280]} \text{ А};$$

$$u_n(t_\phi; x) = 120 - 120e^{-1,667[0,375 - x/280]} \text{ кВ.}$$

При $t_\phi = 0,375 \text{ мс}$ формули справедливі для координати

$$x \leq v \cdot t_\phi = 105 \text{ км.}$$

Графік розподілу напруги $u_n(t_\phi; x)$ уздовж лінії для моменту часу t_1 поданий на рис. 8.4. Крива струму $i_n(t_\phi; x)$ аналогічна, оскільки $i_n = u_n/Z_C$.



2. На момент часу

$t_\phi = t_2 = 1,5l/v = 0,75 \text{ мс}$ в лінії існуватимуть як падаюча, так і відбита хвилі. Оскільки кінець лінії розімкнений, хвиля відбивається повністю без зміни знаку: $n_2 = 1$. Таким чином, формули для побудови графіків наступні:

$$u_n(t_\phi; x) = 120 - 120e^{-1,667[0,75 - x/280]} \text{ кВ}, \quad 0 \leq x \leq 210 \text{ км},$$

$$i_n(t_\phi; x) = 480 - 480e^{-1,667[0,75 - x/280]} \text{ А};$$

$$u_в(t_\phi; y) = 120 - 120e^{-1,667[0,25 - y/280]} \text{ кВ}, \quad 0 \leq y \leq 70 \text{ км},$$

$$i_в(t_\phi; y) = 480 - 480e^{-1,667[0,25 - y/280]} \text{ А.}$$

Зауважимо: час існування падаючої хвилі $t' = t_2 = 0,75 \text{ мс}$, час існування відбитої хвилі $t'' = t_2 - t_{\text{проб}} = 0,75 - 0,5 = 0,25 \text{ мс}$.

Розрахункові значення хвиль в декількох точках лінії подані в табл. 8.1

Таблиця 8.1

$x, \text{ км}$	$u_n, \text{ кВ}$	$i_n, \text{ А}$	$y, \text{ км}$	$u_в, \text{ кВ}$	$i_в, \text{ А}$
210	0	0	35	22,57	90,3
105	55,78	223,1	17,5	32,21	128,9
70	67,86	271,4	0	40,9	163,6
0	85,63	342,5	—	—	—

Графіки падаючої, відбитої хвиль і повних значень напруги u і струму i

рекомендується будувати окремо (рис. 8.5), причому:

$$u = u_n + u_6; \quad i = i_n - i_6.$$

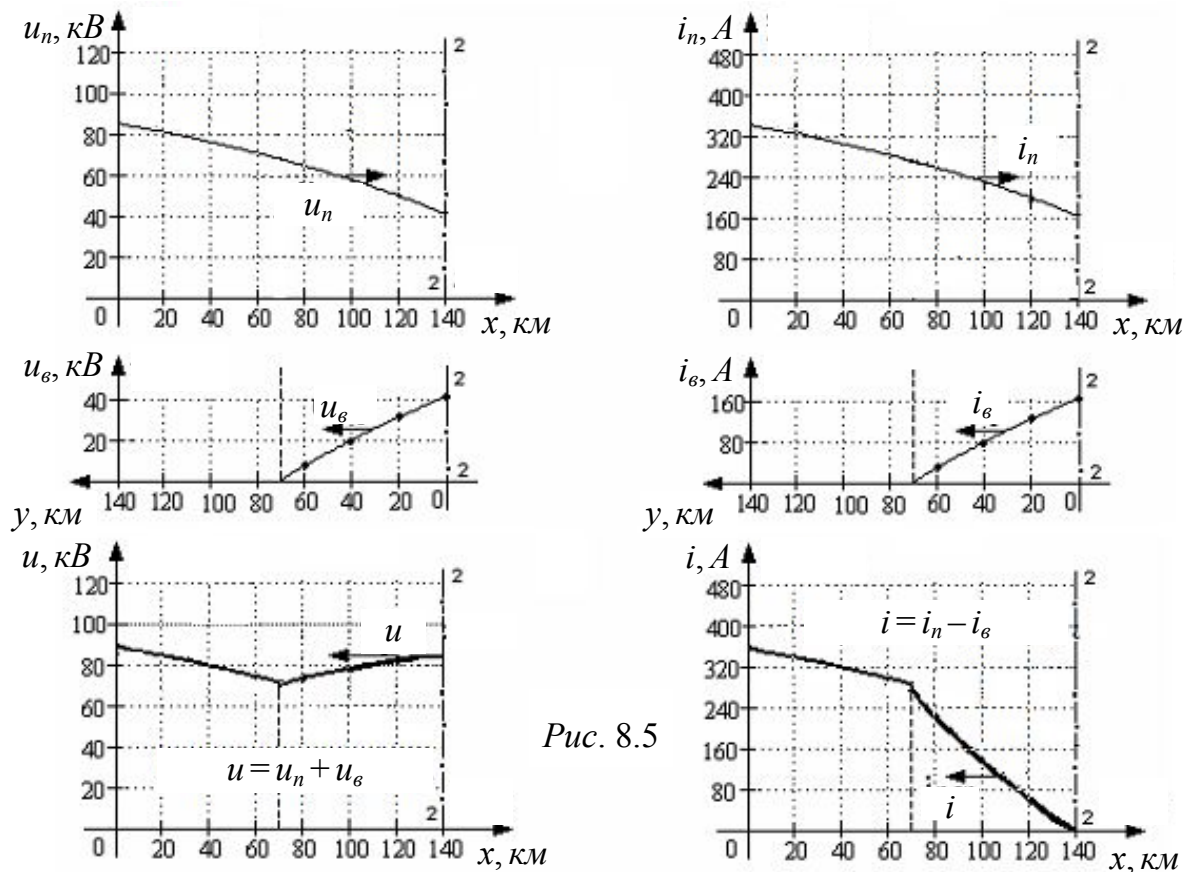


Рис. 8.5

ЗАДАЧА 8.31. До лінії, яка працює в режимі неробочого ходу, вмикається rC -навантаження (рис. 8.6). Визначити параметри зворотної хвилі і побудувати графіки розподілу напруги і струму уздовж лінії через $t_{\phi} = 150 \text{ мкс}$ після увімкнення навантаження. Числові дані: $E_0 = 100 \text{ В}$, $Z_C = 250 \text{ Ом}$, $l = 25 \text{ км}$, $v = 100 \cdot 10^3 \text{ км/с}$, $r_H = 150 \text{ Ом}$, $C_H = 0,125 \text{ мкФ}$.

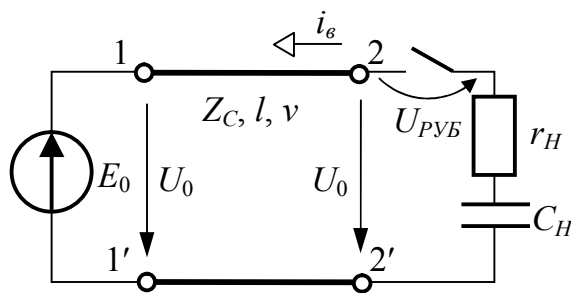


Рис. 8.6

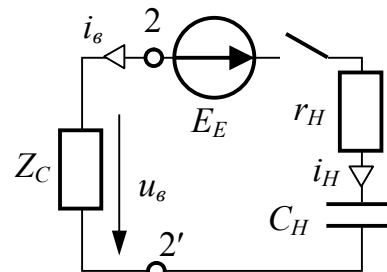


Рис. 8.7

Розв'язання

В докомутаційному усталеному режимі лінії визначаємо величину напруги на рубильнику: $U_{PVБ} = u(t) = U_0 = E_0 = 100 \text{ В}$, $i(t) = 0$.

Для перерізу 2-2' для моменту виникнення зворотної (падаючої) хвилі складемо схему заміщення (рис. 8.7), де $E_E = U_{PVБ}$, а лінія представлена своїм хвильовим опором.

В схемі заміщення розрахуємо струм навантаження.

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0, \quad p = -1/[(r_H + Z_C) \cdot C_H] = -20 \cdot 10^3 \text{ 1/c},$$

$$i_H(t) = i_y + i_6 = 0 + Ae^{pt} = \frac{E_E}{r_H + Z_C} e^{-20000t} = 0,25e^{-20000t} \text{ A}.$$

Струм і напруга зворотної хвилі запишуться:

$$i_{36}(t, y = 0) = -i_H = -0,25e^{-20000t} \text{ A},$$

$$u_{36}(t, y = 0) = Z_C \cdot i_{36} = -62,5e^{-20000t} \text{ B}.$$

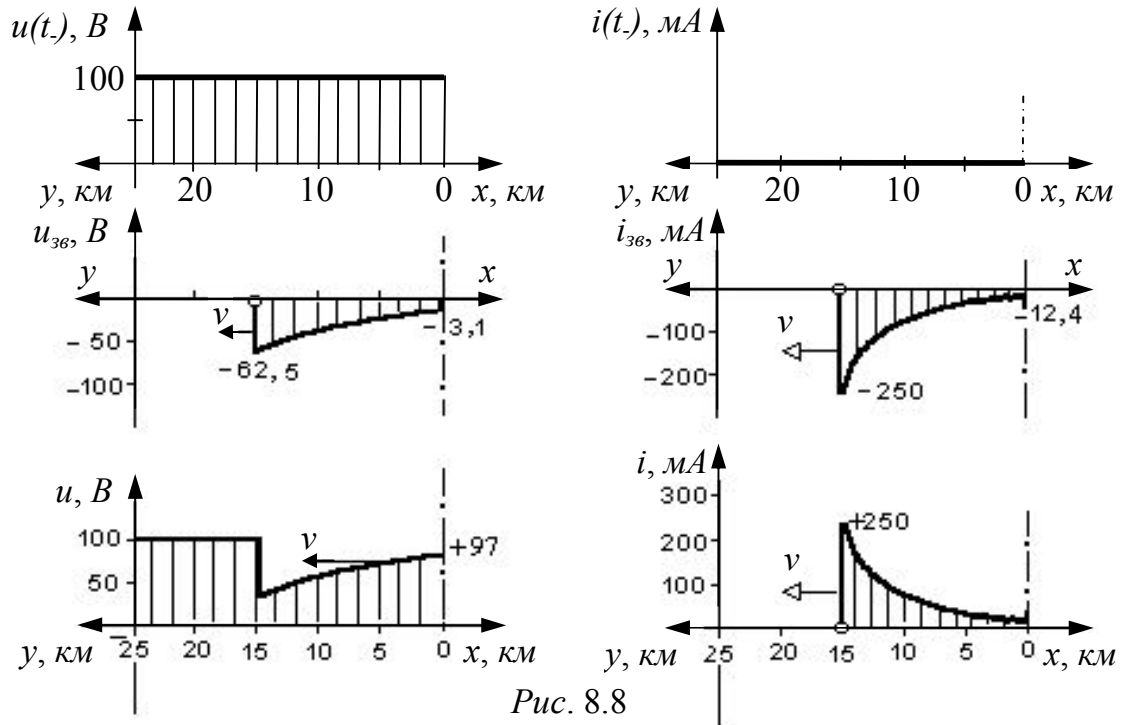


Рис. 8.8

Для побудови графіків струму і напруги у функції координати переходимо до аргументу $[t_\phi - y/v]$.

$$i_{36}(y; t_\phi) = -0,25e^{-20 \cdot [0,15 - y/100]} \text{ A}, \quad y \leq v \cdot t_\phi = 15 \text{ км};$$

$$u_{36}(y; t_\phi) = -62,5e^{-20 \cdot [0,15 - y/100]} \text{ B}.$$

Графіки усталених, зворотних, а потім і повних u , i ($u = u(t) + u_{36}$ і $i = i(t) - i_{36}$) доцільно виконувати роздільно, як це і показано на рис. 8.8.

ЗАДАЧА 8.32. Повітряна лінія ($l = 70 \text{ км}$, $Z_C = 400 \text{ Ом}$), увімкнена до генератора з напругою $U_0 = 100 \text{ кВ}$ ($r_0 = 0$), тривалий час працювала в режимі неробочого ходу.

Побудувати графіки розподілу напруги і струму уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 0,2 \text{ мс}$ після увімкнення до кінця лінії нерозгалуженого активно-індуктивного навантаження: $r = 200 \text{ Ом}$, $L = 100 \text{ мГн}$.

Розв'язання

Для наочності виконаємо рисунок вихідної схеми і складемо розрахункову схему для визначення параметрів зворотної хвилі (рис. 8.9,а і б).

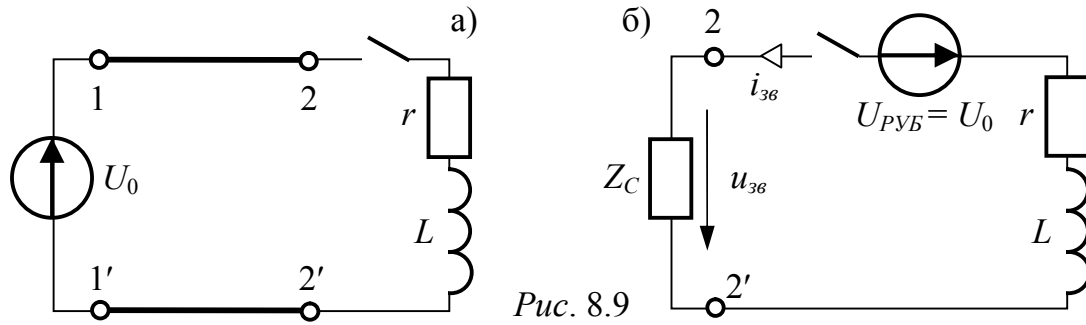


Рис. 8.9

Напряга і струм уздовж лінії до комутації:

$$u(t_-) = U_0 = 100 \text{ кВ}, \quad i(t_-) = 0.$$

Напряга на рубильнику у момент комутації: $U_{PVB} = U_0 = 100 \text{ кВ}$.

Розрахунок зворотної хвилі виконуємо за схемою рис. 8.9,б при нульовій незалежній початковій умові ($i_{36}(0) = 0$):

$$i_{36}(t) = \frac{-U_0}{r + Z_C} (1 - e^{-\frac{r+Z_C}{L}t}) = \frac{-100 \cdot 10^3}{200 + 400} (1 - e^{-\frac{600}{0,1}t}) = -167 + 167 \cdot e^{-6000t} \text{ А},$$

$$u_{36}(t) = Z_C \cdot i_{36} = 400 \cdot (-167 + 167 \cdot e^{-6000t}) \cdot 10^{-3} = -66,7 + 66,7 \cdot e^{-6000t} \text{ кВ}.$$

Формули $u_{36}(t)$ і $i_{36}(t)$ отримані для кінця лінії ($y = 0$). Для переходу від функцій часу до функцій координат при $t_\phi = 0,2 \text{ мс}$ робимо заміну

$$t \rightarrow (t_\phi - y/v): \quad i_{36}(t_\phi, y) = -167 + 167 \cdot \exp[-6000(2 \cdot 10^{-4} - \frac{y}{3 \cdot 10^5})],$$

$$u_{36}(t_\phi, y) = -66,7 + 66,7 \cdot \exp[-6000(2 \cdot 10^{-4} - \frac{y}{3 \cdot 10^5})].$$

Відстань, яку хвиля пройде за заданий фіксований час t_ϕ : $y_\phi = v \cdot t_\phi = 3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 60 \text{ км}$. Тому формули $u_{36}(t_\phi, y)$ і $i_{36}(t_\phi, y)$ справедливі для координат $y \leq y_\phi = 60 \text{ км}$. При $y > y_\phi$ u_{36} і i_{36} дорівнюють нулю.

Повні значення напруги і струму в лінії визначаються накладанням докомутаційного режиму і зворотної хвилі: $u = u(t_-) + u_{36}$; $i = i(t_-) - i_{36}$.

Таким чином,

$$u(y) = \begin{cases} 33,3 + 66,7 \exp(-6000(2 \cdot 10^{-4} - \frac{y}{3 \cdot 10^5})) \text{ кВ} & \text{при } 0 \leq y \leq 60 \text{ км}, \\ 100 \text{ кВ} & \text{при } 60 \text{ км} \leq y \leq 70 \text{ км}. \end{cases}$$

$$i(y) = \begin{cases} 167 - 167 \exp(-6000(2 \cdot 10^{-4} - \frac{y}{3 \cdot 10^5})) \text{ А} & \text{при } 0 \leq y \leq 60 \text{ км}, \\ 0 & \text{при } 60 \text{ км} \leq y \leq 70 \text{ км}. \end{cases}$$

Ешюри напруги і струму для моменту часу $t_\phi = 2 \text{ мс}$ наведені на рис. 8.10.

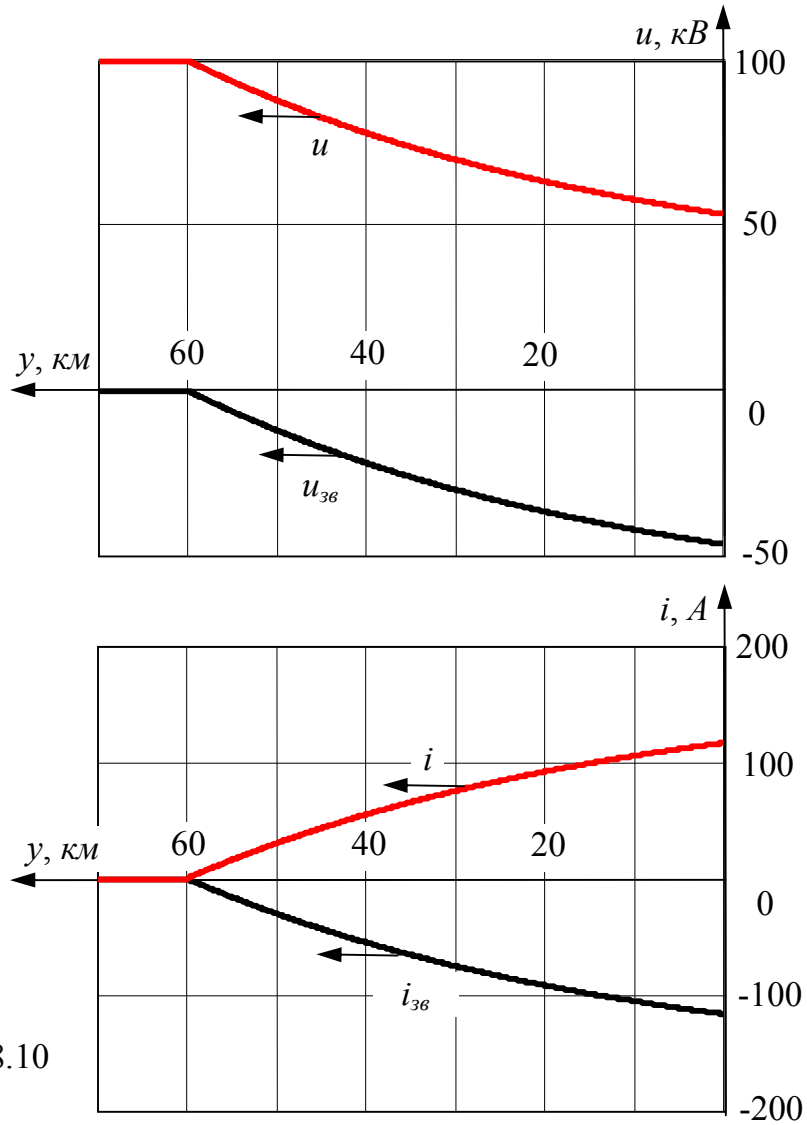


Рис. 8.10

ЗАДАЧА 8.33. Індуктивне навантаження $L = 0,015$ Гн вмикається посередині лінії (рис. 8.11,а) з параметрами $Z_C = 300$ Ом, $v = 240 \cdot 10^3$ км/с, $l = 120$ км. Опір резистивного навантаження і ЕРС джерела: $r = 600$ Ом, $E_0 = 1,2$ кВ. Визначити параметри зворотної і прямої хвиль, які виникають внаслідок комутації, побудувати графіки напруги і струму уздовж лінії через $t_{\phi} = 200$ мкс після комутації.

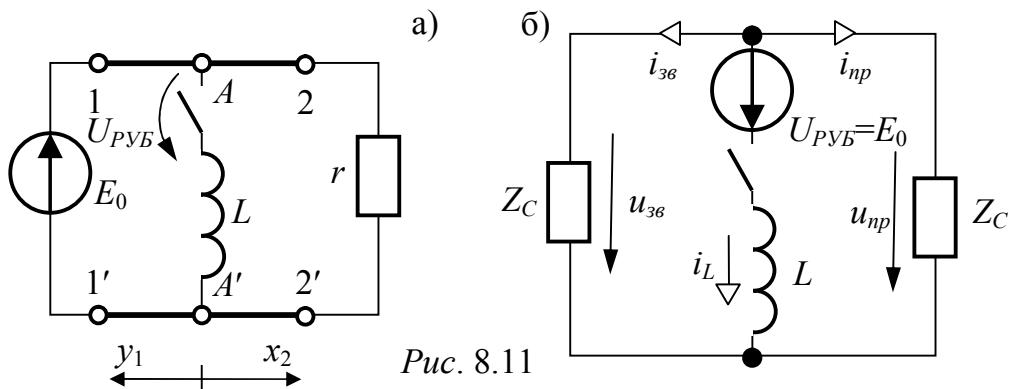


Рис. 8.11

Відповіді: докомутаційний режим:

$$i(t) = E_0/r = 2 \text{ A}, \quad u(t) = E_0 = 1,2 \text{ кВ}, \quad U_{PVB} = 1,2 \text{ кВ};$$

схема заміщення для розрахунку прямої і зворотної хвиль наведена на рис.

$$8.11,б: i_L(t) = 8 - 8e^{-10000t} \text{ A}, \quad i_{np}(t, x_2=0) = i_{зв}(t, y_1=0) = -0,5i_L(t) = -4 + 4e^{-10000t} \text{ A};$$

$$t_\phi = 0,20 \text{ мс}, \quad i_{np}(t_\phi, x_2) = -4 + 4\exp[-10 \cdot (0,2 - x_2/240)] \text{ A}, \quad 0 \leq x_2 \leq 48 \text{ км};$$

$$u_{np}(t_\phi, x_2) = -1,2 + 1,2\exp[-10 \cdot (0,2 - x_2/240)] \text{ кВ}, \quad 0 \leq x_2 \leq 48 \text{ км};$$

$$i_{зв}(t_\phi, y_1) = -4 + 4\exp[-10 \cdot (0,2 - y_1/240)] \text{ A}, \quad 0 \leq y_1 \leq 48 \text{ км};$$

$$u_{зв}(t_\phi, y_1) = -1,2 + 1,2\exp[-10 \cdot (0,2 - y_1/240)] \text{ кВ}, \quad 0 \leq y_1 \leq 48 \text{ км};$$

повні значення струму і напруги в кожній з половин лінії визначаються

$$\text{відповідно до формул: } i_1 = i(t) - i_{зв}, \quad u_1 = u(t) + u_{зв},$$

$$i_2 = i(t) + i_{np}, \quad u_2 = u(t) + u_{np};$$

епюри струму і напруги для моменту часу t_ϕ подані на рис. 8.12.

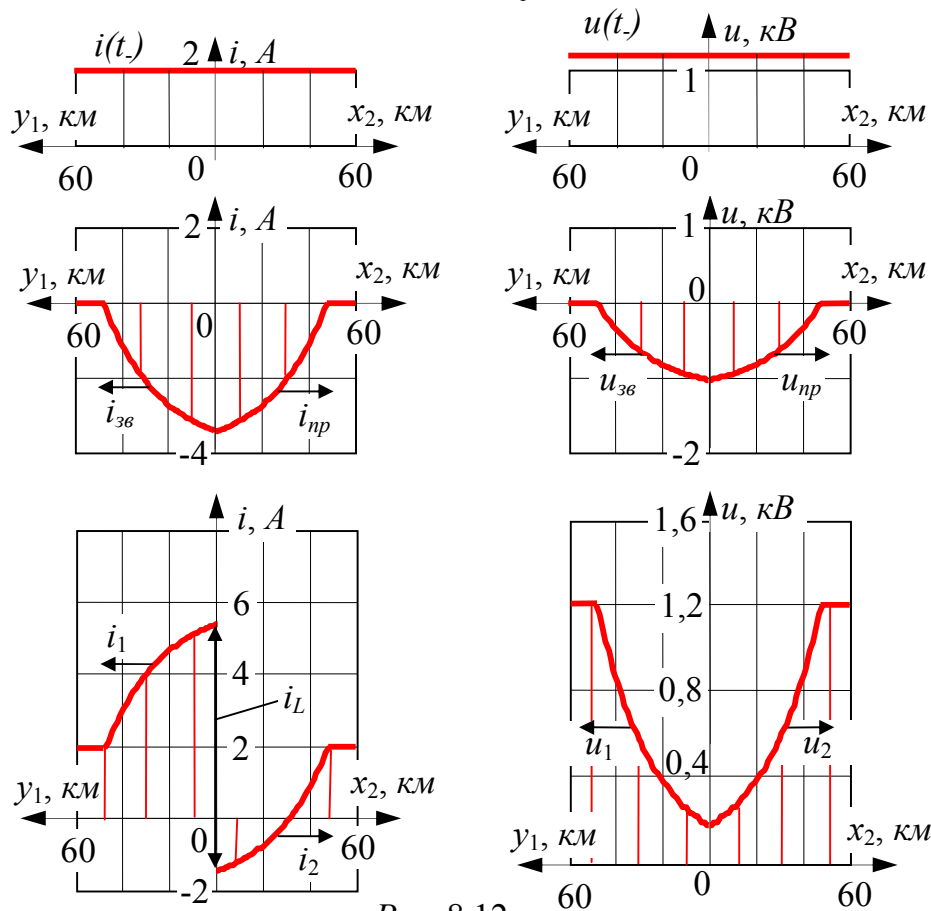


Рис. 8.12

ЗАДАЧА 8.34. Антенний кабель з параметрами $l = 20 \text{ м}$, $L_0 = 0,5 \text{ мкГн/м}$, $C_0 = 90 \text{ нФ/м}$, був навантажений відповідно до рис. 8.13,а: $R_1 = 150 \text{ Ом}$, $R_2 = 50 \text{ Ом}$, $L = 0,01 \text{ мГн}$, напруга на вході кабелю $U = 1 \text{ В}$. В результаті комутації (вимкнення вітки з R_2) в кабелі виникає ПП. Побудувати графіки розподілу напруги u і струму i уздовж кабелю для моменту часу t_ϕ , коли хвиля, що виникла, пройде $3/4$ довжини кабелю.

Розв'язання

Попередні обчислення:

- фазова швидкість хвилі $v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{-11}}} = 1,49 \cdot 10^8 \text{ м/с};$
- характеристичний опір $Z_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-11}}} = 74,54 \text{ Ом};$
- тривалість часу пробігу хвилі $t_{\text{проб}} = \frac{l}{v} = \frac{20}{1,49 \cdot 10^8} = 0,134 \cdot 10^{-6} \text{ с} = 0,134 \text{ мкс};$
- заданий фіксований момент часу $t_\phi = \frac{3}{4} t_{\text{проб}} = 0,1 \text{ мкс}.$

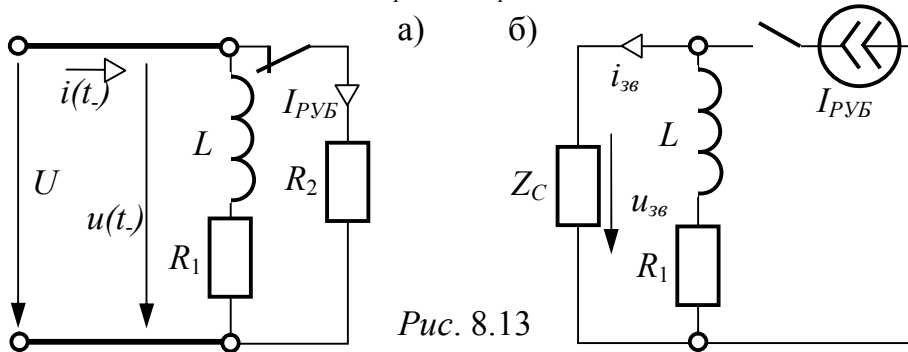


Рис. 8.13

Аналізуємо докомутаційний стан кола:

$$u(t) = U = 1 \text{ В}, \quad R_H = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{150 \cdot 50}{150 + 50} = 37,5 \text{ Ом},$$

$$i(t) = u(t)/R_H = 1/37,5 = 0,0267 \text{ А}, \quad I_{PVБ} = u(t)/R_2 = 1/50 = 0,02 \text{ А}.$$

Напругу і струм зворотної хвилі розраховуємо за схемою рис. 8.13,б при нульовій незалежній початковій умові $i_L(0) = 0$. Звертаємо увагу, що незалежна початкова умова вважається нульовою, не дивлячись на те, що до комутації струм в індуктивності мав місце (це враховано в $i(t)$).

$$i_{36}(t) = i_y + A e^{pt}; \quad i_y = I_{PVБ} \cdot \frac{R_1}{R_1 + Z_C} = 0,02 \cdot \frac{150}{150 + 74,54} = 0,01336 \text{ А},$$

$$p = \frac{-R_1 - Z_C}{L} = \frac{-150 - 74,54}{10^{-5}} = -2,245 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Стала часу кола і тривалість перехідного процесу:

$$\tau = |p|^{-1} = 4,45 \cdot 10^{-8} \text{ с}, \quad T_{III} = 4\tau = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ с} = 0,2 \text{ мкс}.$$

Початкове значення струму $i_{36}(0)$ з урахуванням $i_L(0) = 0$:

$$i_{36}(0) = I_{PVБ} = 0,02 \text{ А}.$$

Тоді постійна інтегрування $A = i_{36}(0) - i_y = 0,02 - 0,01336 = 6,639 \cdot 10^{-3}$.

Струм і напруга зворотної хвилі у функції часу при нульовій координаті:

$$i_{36}(t) = 13,36 + 6,639 e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ мА}, \quad u_{36}(t) = Z_C \cdot i_{36} = 0,996 + 0,495 e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ В}.$$

Струм і напруга зворотної хвилі у функції координати при фіксованому моменті часу t_ϕ :

$$i_{36}(t_\phi, y) = 13,36 + 6,639 \exp[-2,245 \cdot 10^7 \cdot (10^{-7} - y/v)] = 13,36 + 6,639 \exp[-2,245 \cdot (1 - y/14,9)] \text{ мА},$$

$$u_{36}(t_\phi, y) = 0,996 + 0,495 \exp[-2,245 \cdot (1 - y/14,9)] \text{ В}.$$

Останні формули справедливі для $y \leq v \cdot t_{\phi} = 15 \text{ м}$. При $y \geq 15 \text{ м}$ зворотна хвиля відсутня.

Повні напруга і струм в лінії: $u = u(t.) + u_{зв}$, $i = i(t.) - i_{зв}$. Епюри струму і напруги наведені на рис. 8.14.

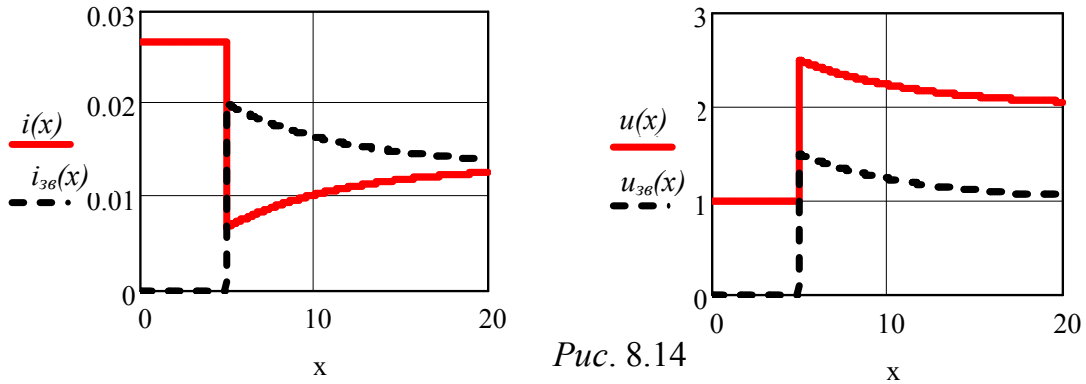


Рис. 8.14

ЗАДАЧА 8.35. Розв'язати задачу 8.34 за умови, що на вході кабелю діє джерело змінної напруги $u(t) = \sin(10^8 t) \text{ В}^*$.

Розв'язання

Скористаємося результатами попередніх обчислень задачі 8.34:

$$v = 1,49 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \quad Z_C = 74,54 \text{ Ом}; \quad t_{\text{проб}} = 0,134 \text{ мкс}; \quad t_{\phi} = 0,1 \text{ мкс}.$$

Додатково знаходимо коефіцієнт фази:

$$\beta = \omega/v = 10^8 / (1,49 \cdot 10^8) = 0,671 \text{ рад/м}.$$

Усталений режим до комутації, зважаючи на синусоїдне джерело, розрахуємо символічним методом.

$$x_L = \omega L = 10^8 \cdot 10^{-5} = 1000 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_1 = R_1 + jx_L = 150 + j1000 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_H = \frac{\underline{Z}_1 R_2}{\underline{Z}_1 + R_2} = \frac{(150 + j1000) \cdot 50}{150 + j1000 + 50} = 49,58 \cdot e^{j2,78^\circ} \text{ Ом}.$$

Значення комплексних амплітуд струму і напруги в кінці кабелю отримаємо за допомогою основних рівнянь ЛБВ в комплексній формі з урахуванням закону Ома $\underline{U}_{2m} = \underline{Z}_H \cdot \underline{I}_{2m}$:

$$\underline{U}_{1m} = \underline{U}_{2m} \cdot \cos(\beta l) + j \cdot Z_C \underline{I}_{2m} \sin(\beta l) = \underline{U}_{2m} \cdot (\cos(\beta l) + j \cdot \frac{Z_C}{\underline{Z}_H} \sin(\beta l)), \quad \text{звідси}$$

$$\underline{U}_{2m} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\cos(\beta l) + j \frac{Z_C}{\underline{Z}_H} \sin(\beta l)} = \frac{1}{\cos 13,42 + j \frac{74,54}{49,58 e^{j2,78}} \sin 13,42} = 0,749 \cdot e^{-j57,65^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{I}_{2m} = \underline{U}_{2m} / \underline{Z}_H = 0,749 \cdot e^{-j57,65^\circ} / 49,58 \cdot e^{j2,78^\circ} = 0,0151 \cdot e^{-j60,43^\circ} \text{ А}.$$

Струм рубильника знайдемо за законом Ома:

$$\underline{I}_{\text{РВБм}} = \frac{\underline{U}_{2m}}{R_2} = \frac{0,749 \cdot e^{-j57,65}}{50} = 0,015 \cdot e^{-j57,65^\circ} \text{ А}.$$

*) Якщо тривалість пробігу хвилі значно менше періоду змінної напруги, то при розрахунку ПП ЕРС джерела приймають постійним, рівним амплітуді; але в цій задачі це не виконується, що значно ускладнює розв'язання задачі.

Зворотну хвилю, яка виникає, розрахуємо за схемою рис. 8.13,б:

$$\underline{I}_{ym} = \underline{I}_{PVБm} \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_C} = 0,015 \cdot e^{-j57,65^\circ} \cdot \frac{150 + j1000}{150 + j1000 + 74,54} = 0,01478 \cdot e^{-j53,52^\circ} \text{ A.}$$

$$i_y(t) = 0,01478 \sin(\omega t - 53,52^\circ) \text{ A, } i_y(0) = 0,01478 \sin(-53,52^\circ) = -0,01188 \text{ A,}$$

$$p = -2,245 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}, \quad i_{36}(0) = i_{PVБ}(0) = 0,015 \sin(-57,65^\circ) = -0,01265 \text{ A,}$$

$$A = i_{36}(0) - i_y(0) = -0,01265 + 0,01188 = -0,00077,$$

$$i_{36}(t) = i_y(t) + Ae^{pt} = 0,01478 \sin(\omega t - 53,52^\circ) - 0,00077 e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ A,}$$

$$u_{36}(t) = Z_C \cdot i_{36} = 1,101 \sin(\omega t - 53,52^\circ) - 0,057 e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ B.}$$

Струм і напруга зворотної хвилі у функції координати y при фіксованому моменті часу t_ϕ :

$$i_{36}(t_\phi, y) = 0,01478 \sin(10 \cdot (1 - y/14,9) - 53,52^\circ) - 0,00077 \exp[-2,245 \cdot (1 - y/14,9)] \text{ A,}$$

$$u_{36}(t_\phi, y) = 1,101 \sin(10 \cdot (1 - y/14,9) - 53,52^\circ) - 0,057 \exp[-2,245 \cdot (1 - y/14,9)] \text{ B.}$$

Останні формули справедливі для $y \leq v \cdot t_\phi = 15 \text{ м}$. При $y \geq 15 \text{ м}$ зворотна хвиля відсутня.

Миттєві значення напруги і струму усталеного режиму до комутації в будь-якому місці лінії можна розрахувати за наступними формулами:

$$\underline{U}_m(y) = \underline{U}_{2m} \cdot \cos(\beta y) + j \cdot Z_C \underline{I}_{2m} \sin(\beta y),$$

$$\underline{I}_m(y) = j \cdot \frac{\underline{U}_{2m}}{Z_C} \sin(\beta y) + \underline{I}_{2m} \cdot \cos(\beta y),$$

$$u(t, y) = \text{Im}(\underline{U}_m(y) \cdot e^{j\omega t}), \quad i(t, y) = \text{Im}(\underline{I}_m(y) \cdot e^{j\omega t}).$$

Значення напруги і струму усталеного режиму у фіксований момент часу t_ϕ у функції координати y : $u(t_\phi, y)$, $i(t_\phi, y)$. Представлення цих значень у вигляді формул – складна задача, тому для побудови епюр напруги і струму визначимо їх числовим способом за допомогою комп'ютерної математичної системи MathCAD:

$$U_{2m} := 0.749 \cdot e^{-j57.65 \text{ deg}} \quad I_{2m} := 0.0151 \cdot e^{-j60.43 \text{ deg}}$$

$$\beta := 0.671 \quad Z_C := 74.54 \quad tf := 1 \cdot 10^{-7}$$

$$U(y) := U_{2m} \cdot \cos(\beta \cdot y) + j \cdot Z_C \cdot I_{2m} \cdot \sin(\beta \cdot y)$$

$$I(y) := j \cdot \frac{U_{2m}}{Z_C} \cdot \sin(\beta \cdot y) + I_{2m} \cdot \cos(\beta \cdot y)$$

Відповідь для $\underline{U}_m(y)$:

$$U(y) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float,4} \end{array} \right. \rightarrow .4007 \cdot \cos(.671 \cdot y) + .9790 \cdot \sin(.671 \cdot y) +$$

$$+ .5556 \cdot i \cdot \sin(.671 \cdot y) - .6325 \cdot i \cdot \cos(.671 \cdot y)$$

$$uust(t, y) := \text{Im}(U(y) \cdot e^{j\omega t}) \quad iust(t, y) = \text{Im}(I(y) \cdot e^{j\omega t})$$

Напруга і струм зворотної хвилі:

$$izv(x) :=$$

$$:= \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$:= \begin{cases} 14.78 \cdot \sin[10 - (l - x)/1.49 - 0.934] - 0.77 \cdot \exp[-2.245 \cdot (1 - (l - x)/14.9)] & \text{if } 5 \leq x \leq 20 \text{ MA} \end{cases}$$

$$uzv(x) := Z_C \cdot izv(x)$$

Повні значення напруги і струму у функції координати:

$$i(x) := iust(tf, l-x) - izv(x) \quad u(x) := uust(tf, l-x) + uzv(x)$$

Епюри струму і напруги для фіксованого моменту часу подані на рис. 8.15.

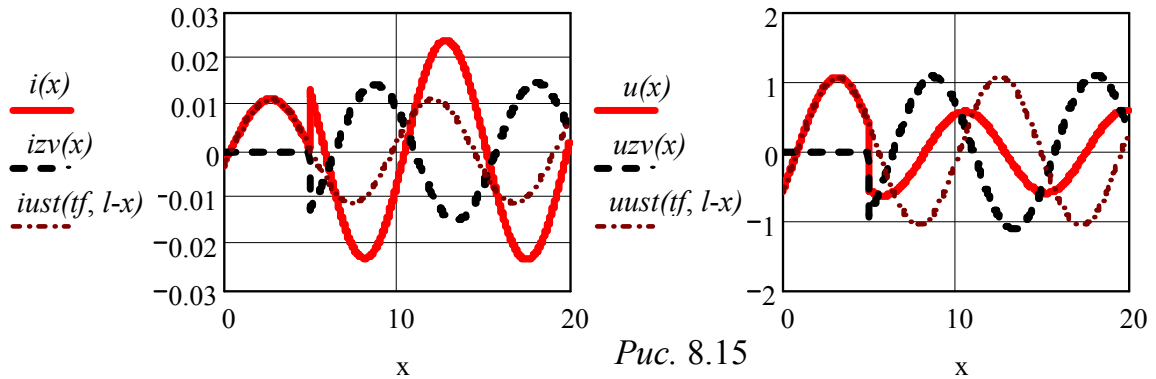


Рис. 8.15

ЗАДАЧА 8.36. В колі рис. 8.16,а з параметрами $E = 10 \text{ кВ}$, $r_0 = 100 \text{ Ом}$, $C = 0,4 \text{ мкФ}$, $R = 400 \text{ Ом}$, $L = 0,09 \text{ Гн}$, $Z_C = 500 \text{ Ом}$, $l = 10 \text{ км}$, $v = 100 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ відбувається комутація. Побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, x)$ і струму $i(t_\phi, x)$ уздовж лінії для моменту часу t_ϕ , коли падаюча хвиля досягне середини лінії.

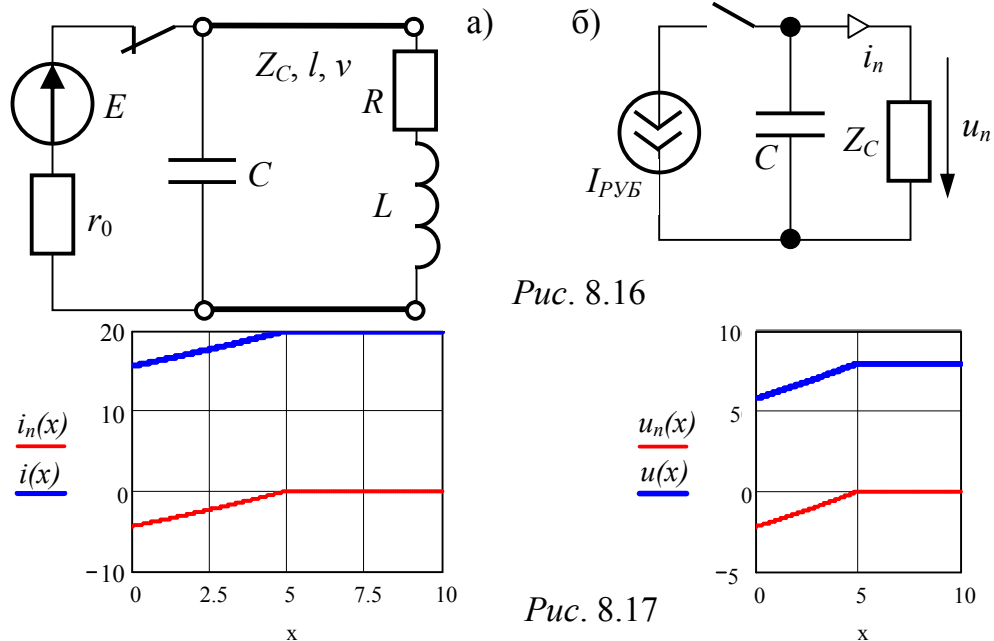


Рис. 8.16

Рис. 8.17

Відповіді: $I_{руБ} = i(t) = 20 \text{ А}$, $u(t) = 8 \text{ кВ}$; схема для розрахунку падаючої хвилі наведена на рис. 8.16,б: $u_n(t) = -10 + 10e^{-5000t} \text{ В}$, $i_n(t) = -20 + 20e^{-5000t} \text{ А}$;

$$t_\phi = 0,05 \text{ мс},$$

$$u_n(t_\phi, x) = -10 + 10 \exp[-5 \cdot (0,05 - x/100)] \text{ В}, \quad 0 \leq x \leq 5 \text{ км},$$

$$i_n(t_\phi, x) = -20 + 20 \exp[-5 \cdot (0,05 - x/100)] \text{ А};$$

$$u(t_\phi, x) = u(t) + u_n(t_\phi, x), \quad i(t_\phi, x) = i(t) + i_n(t_\phi, x);$$

Епюри струму і напруги на рис. 8.17.

8.2.3 Розрахунок відбитих хвиль

ЗАДАЧА 8.37. Навантажена лінія без втрат з параметрами $Z_C = 250 \text{ Ом}$, $l = 140 \text{ км}$, $v = 280 \cdot 10^3 \text{ км/с}$, вмикається до ідеального джерела постійної

напруги $E_0 = 120 \text{ кВ}$ (рис. 8.18,а). Параметри навантаження: $R_H = 750 \text{ Ом}$, $C_H = 1,066 \text{ мкФ}$. Виконати наступне:

1. Побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 0,75 \text{ мс}$ після вмикання лінії;
2. Побудувати графік зміни напруги $u_A(t)$ в перерізі AA' посередині лінії протягом $2,5$ пробігів хвилі: $0 \leq t < 2,5 t_{\text{проб}}$.

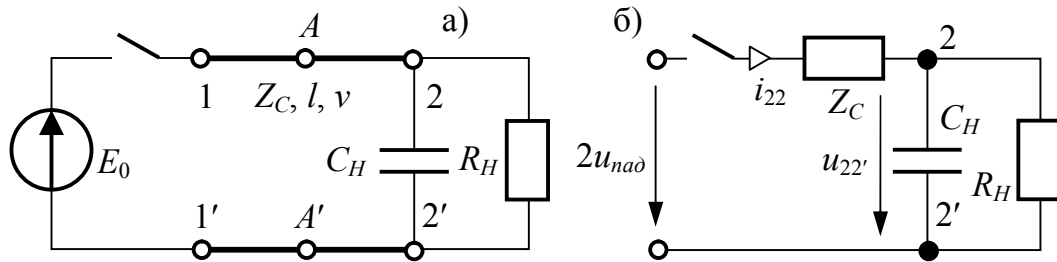


Рис. 8.18

Розв'язання

1. Час пробігу хвилі $t_{\text{проб}} = l/v = 0,5 \text{ мс}$. Отже, на момент часу $t_\phi = 0,75 \text{ мс}$ в лінії існують падаюча і відбита хвилі, причому час існування відбитої хвилі $t'_\phi = 0,25 \text{ мс}$. Розрахуємо їх.

Параметри падаючої хвилі: $u_n(t; x=0) = E_0 = 120 \text{ кВ}$,
 $i_n(t; x=0) = E_0/Z_C = 120 \cdot 10^3/250 = 480 \text{ А}$.

Через $t_{\text{проб}} = 0,5 \text{ мс}$ хвиля досягне перерізу "2-2", де зустрінє неоднорідність. Хвиля частково перейде у навантаження, а частково відіб'ється. Параметри відбитої хвилі розраховуються через струм i_{22} або напругу $u_{22'}$ в перерізі "2-2" лінії. В схемі заміщення лінії для перерізу "2-2" (рис. 8.18,б) простіше розрахувати напругу на конденсаторі, яка і є шуканою напругою $u_{22'}$:

$$u_{22'}(t) = u_C(t) = u_y + Ae^{pt} = \frac{2u_{\text{над}}}{Z_C + R_H} \cdot R_H + [u_C(0_+) - u_y(0_+)] \cdot e^{pt};$$

$$u_C(0_+) = u_C(0) = 0, \quad u_y = \frac{2 \cdot 120 \cdot 10^3}{250 + 750} \cdot 750 = 180 \text{ кВ}, \quad A = 0 - 180 = -180,$$

$$Z_{\text{вх}}(p) = \frac{1}{pC} + \frac{Z_C \cdot R_H}{Z_C + R_H} = \frac{1}{1,066 \cdot 10^{-6} \cdot p} + \frac{250 \cdot 750}{250 + 750} = 0, \quad p = -5000 \text{ 1/с}.$$

Таким чином, $u_{22'}(t) = 180 - 180e^{-5000t} \text{ кВ}$.

Із співвідношення $u_{22'}(t) = u_n + u_6$, а потім за законом Ома знаходимо:

$$u_6(t) = u_{22'}(t) - u_n(t) = 180 - 180e^{-5000t} - 120 = 60 - 180e^{-5000t} \text{ кВ},$$

$$i_6(t) = \frac{u_6}{Z_C} = \frac{(60 - 180e^{-5000t}) \cdot 10^3}{250} = 240 - 720e^{-5000t} \text{ А}.$$

Для побудови графіків розподілу напруги і струму уздовж лінії переходимо до аргументу $[t_\phi - y/v]$:

$$u_n(t_\phi; x) = 120 \text{ кВ}, \quad i_n(t_\phi; x) = 480 \text{ А}, \quad 0 \leq x < 140 \text{ км};$$

$$u_6(t'_\phi; y) = 60 - 180 \exp[-5 \cdot (0,25 - y/280)] \text{ кВ}, \quad t'_\phi = 0,25 \text{ мс},$$

$$i_6(t'_\phi; y) = 240 - 720 \exp[-5 \cdot (0,25 - y/280)] \text{ А}, \quad 0 \leq y < 70 \text{ км}.$$

По цих формулах на рис. 8.19 побудовані графіки розподілу струму і напруги уздовж лінії згідно з виразами

$$u = u_n + u_6; \quad i = i_n - i_6.$$

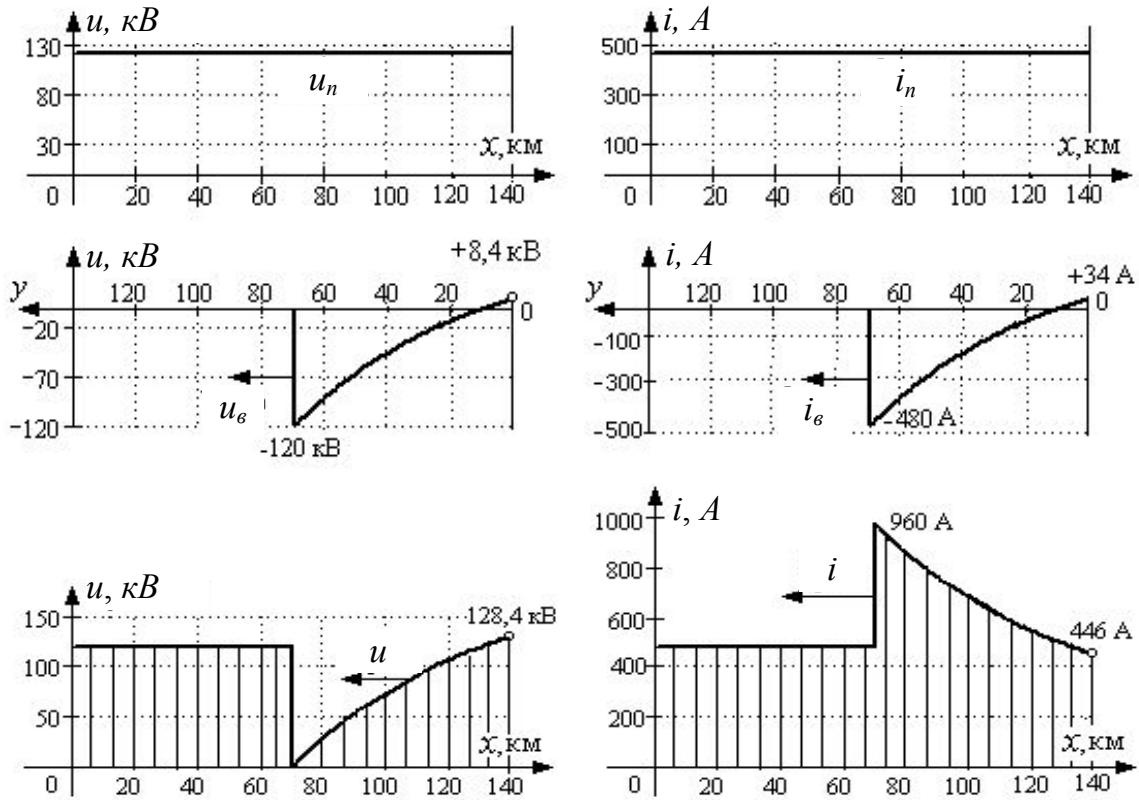


Рис. 8.19

2. Для побудови графіка зміни напруги $u_A(t)$ в перерізі AA' посередині лінії протягом часу рівного $2,5$ пробігів хвили $0 \leq t < 2,5t_{проб}$ скористаємося результатами, отриманими в першій частині розв'язання.

В перерізі AA' до приходу падаючої хвили, тобто протягом часу $t \leq t_1 = 0,5t_{проб} = 0,25 \text{ мс}$ матимемо: $u_A(t) = 0$.

З моменту $t_1 = 0,25 \text{ мс}$ до моменту $t_2 = 0,75 \text{ мс}$, коли падаюча хвиля досягне кінця лінії, а потім відбита хвиля досягне точки A , напруга $u_A(t)$ буде визначатися напругою лише падаючої хвили $u_A(t) = u_n = 120 \text{ кВ}$.

У момент t_2 відбита хвиля приходить в точку A , відбувається накладання падаючої і відбитої хвиль:

$$u_A(t) = u_n + u_6 = 120 + [60 - 180 \exp(-5000(t - 0,75 \cdot 10^{-3}))] \text{ кВ}.$$

Цей закон зміни $u_A(t)$ діятиме протягом часу $t_{проб}$, поки відбита хвиля прийде в початок лінії ($0,25 \text{ мс}$), і поки нова падаюча хвиля, що виникла при відбитті від джерела хвили u_6 , досягне точки A ($0,25 \text{ мс}$): $u_{n2} = n_1 \cdot u_6 = -u_6$.

Процес зміни напруги в часі в точці A лінії поданий на рис. 8.20:

$$\begin{aligned} t = 0 \div 0,25 \text{ м} & \quad u_A(t) = 0; \\ t = 0,25 \div 0,75 \text{ мс} & \quad u_A(t) = 120 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$t = 0,75 \div 1,25 \text{ мс} \quad u_A(t) = 180 - 180 \exp(-5000(t - 0,75 \cdot 10^{-3})) \text{ кВ.}$$

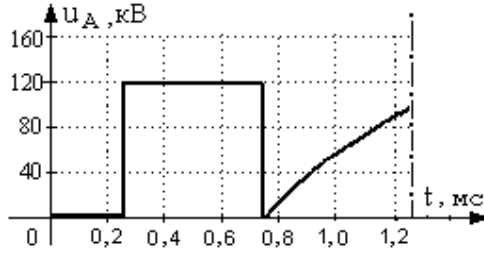


Рис. 8.20

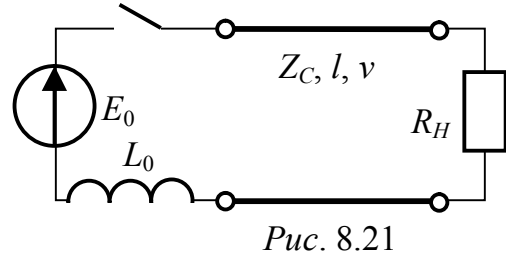


Рис. 8.21

ЗАДАЧА 8.38. До джерела постійної напруги $E_0 = 120 \text{ кВ}$ з внутрішньою індуктивністю $L_0 = 0,15 \text{ Гн}$ вмикається навантажена лінія з параметрами $Z_C = 250 \text{ Ом}$, $l = 140 \text{ км}$, $v = 280 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ (рис. 8.21). $R_H = 750 \text{ Ом}$. Побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 1,5l/v$.

Відповіді: $i_n(t_\phi; x) = 480 - 480 e^{-1,667[0,75-x/280]} \text{ А}$; $u_n(t_\phi; x) = Z_C i_n$;
 $i_s(t'_\phi; y) = -0,5 i_n = -240 + 240 e^{-1,667[0,25-y/280]} \text{ А}$;

Графіки наведені на рис. 8.22.

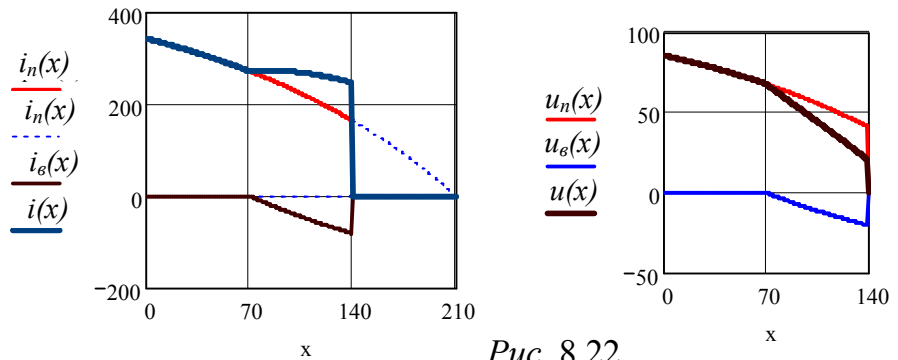


Рис. 8.22

ЗАДАЧА 8.39. Навантажена кабельна лінія з параметрами $Z_C = 75 \text{ Ом}$, $l = 50 \text{ км}$, $v = 125 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ вмикається до джерела постійної напруги ($E_0 = 1,2 \text{ кВ}$, $r_i = 5 \text{ Ом}$). На вході лінія захищена від збурень за допомогою конденсатора $C = 53,33 \text{ мкФ}$ (рис. 8.23). Побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 1,5l/v$. $R_H = 225 \text{ Ом}$.

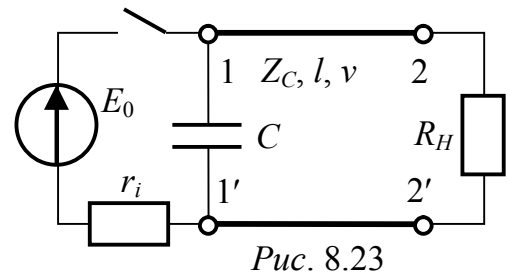


Рис. 8.23

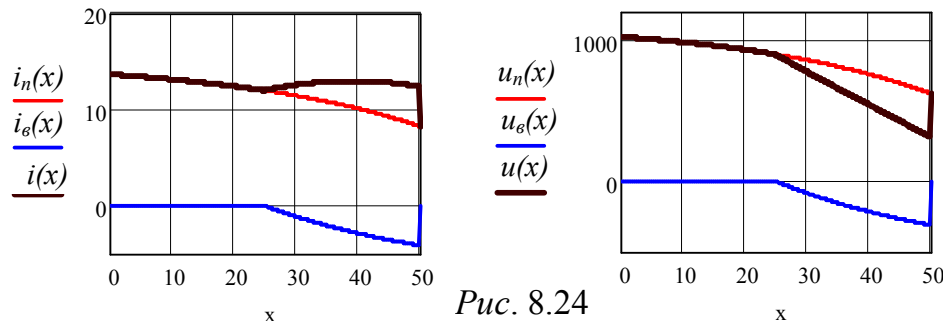


Рис. 8.24

Відповіді: $i_n(t_\phi; x) = 15 - 15e^{-4 \cdot [0,6 - x/125]} A$; $u_n(t_\phi; x) = Z_C i_n$;
 $i_\phi(t'_\phi; y) = -0,5i_n = -7,5 + 7,5e^{-4 \cdot [0,2 - y/125]} A$.

Графіки подані на рис. 8.24.

ЗАДАЧА 8.41. Навантажена лінія без втрат з параметрами $Z_C = 250 \text{ Ом}$, $l = 140 \text{ км}$, $v = 280 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ вмикається до ідеального джерела постійної напруги $E_0 = 120 \text{ кВ}$ (рис. 8.25).

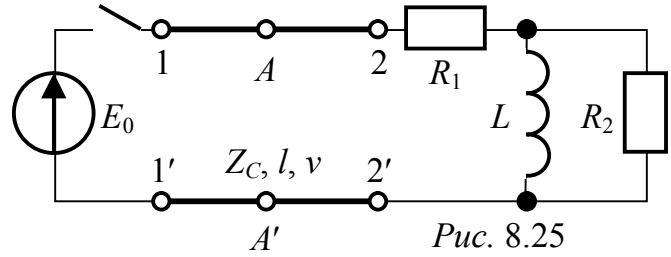


Рис. 8.25

Параметри елементів навантаження: $R_1 = 500 \text{ Ом}$, $L = 37,5 \text{ мГн}$, $R_2 = 250 \text{ Ом}$. Виконати наступне:

- побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 0,9 \text{ мс}$ після вмикання лінії;

- побудувати графік зміни напруги $u_A(t)$ в перерізі AA' посередині лінії протягом часу, рівного двом пробігам хвилі: $0 \leq t < 2t_{\text{проб}}$.

Відповіді: $i_n(t) = 480 A$, $u_n(t) = 120 \text{ кВ}$;

$u_{22}(t) = 160 + 20e^{-5000t} \text{ кВ}$, $i_2(t) = 320 - 80e^{-5000t} A$, $t'_\phi = 0,4 \text{ мс}$,
 $u_\phi(t'_\phi; y) = 40 + 20e^{-5 \cdot [0,4 - y/280]} \text{ кВ}$, $i_\phi(t'_\phi; y) = 160 + 80e^{-5 \cdot [0,4 - y/280]} A$.

Графіки подані на рис. 8.26.

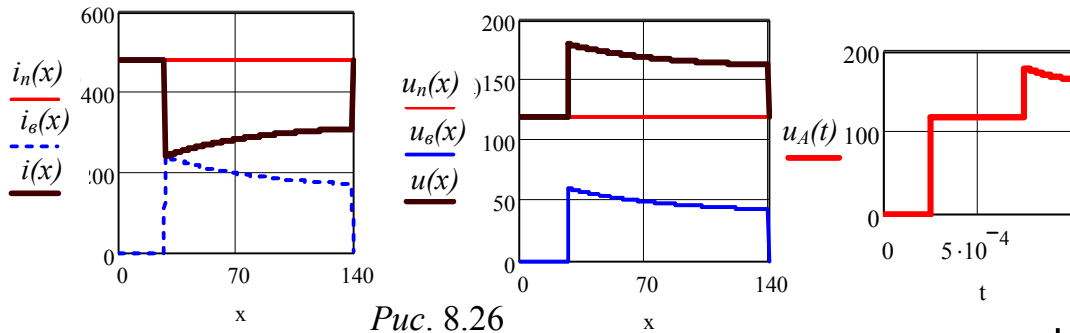


Рис. 8.26

ЗАДАЧА 8.42. Навантажена лінія без втрат з параметрами $Z_C = 300 \text{ Ом}$, $l = 140 \text{ км}$, $v = 280 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ вмикається до ідеального джерела постійної напруги $E_0 = 120 \text{ кВ}$ (рис. 8.27). Параметри елементів навантаження: $R_H = 950 \text{ Ом}$, $C_H = 0,1 \text{ мкФ}$. Побудувати:

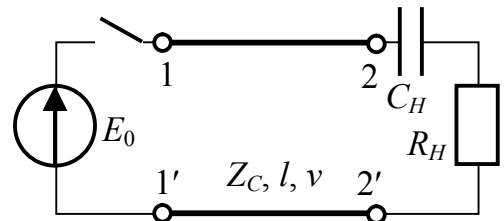


Рис. 8.27

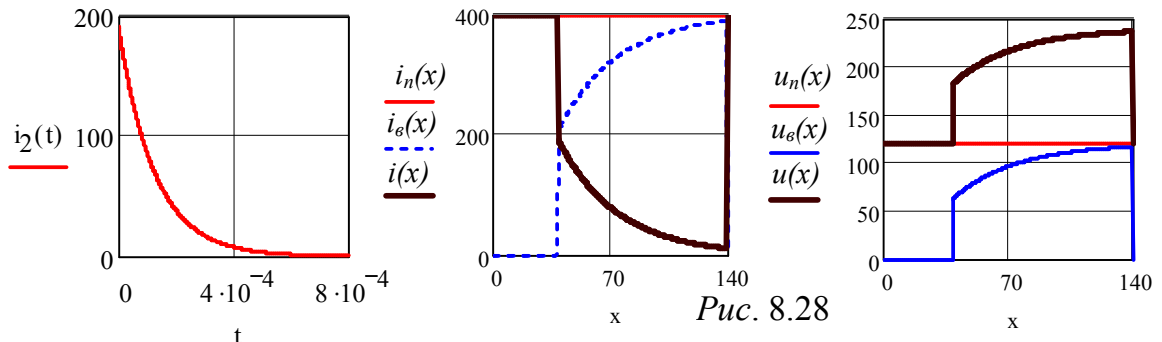


Рис. 8.28

- графік струму i_2 в кінці лінії у функції часу;
- графіки розподілу напруги $u(t_\phi, y)$ і струму $i(t_\phi, y)$ уздовж лінії для моменту часу $t_\phi = 0,86$ мс після вмикання лінії.

Відповіді: $i_2(t) = 192e^{-8000t}$ А; $u_6(t'_\phi; y) = 120 - 57,6e^{-8 \cdot [0,36 - y/280]}$ кВ,
 $i_6(t'_\phi; y) = 400 - 192e^{-8 \cdot [0,36 - y/280]}$ А.

Графіки наведені на рис. 8.28.

ЗАДАЧА 8.43. В умовах задачі 8.34 побудувати графіки розподілу напруги u і струму i уздовж кабелю для моменту часу t_ϕ , коли відбита від початку кабелю хвиля пройде $1/2$ довжини кабелю.

Розв'язання

Скористаємося результатами обчислень задачі 8.34:

$$v = 1,49 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \quad Z_C = 74,54 \text{ Ом}; \quad t_{\text{проб}} = 0,134 \text{ мкс}; \quad t_\phi = (1 + 1/2)t_{\text{проб}} = 0,2 \text{ мкс}.$$

$$u(t) = U = 1 \text{ В}, \quad i(t) = 0,0267 \text{ А},$$

$$i_{36}(t) = 13,36 + 6,639e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ мА}, \quad u_{36}(t) = 0,996 + 0,495e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ В}.$$

Струм і напруга зворотної хвилі у функції координати при фіксованому моменті часу t_ϕ : $i_{36}(t_\phi, y) = 13,36 + 6,639 \exp[-2,245 \cdot (2 - y/14,9)]$ мА,

$$u_{36}(t_\phi, y) = 0,996 + 0,495 \exp[-2,245 \cdot (2 - y/14,9)] \text{ В}.$$

Внутрішній опір джерела дорівнює нулю, тому коефіцієнт відбиття від початку лінії $n_1 = \frac{0 - Z_C}{0 + Z_C} = -1$. Тоді формули струму і напруги прямої хвилі для нульової координати у функції часу, причому відлік часу ведеться з моменту відбиття, наступні:

$$i_{\text{np}}(t) = -13,36 - 6,639e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ мА}, \quad u_{\text{np}}(t) = i_{\text{np}}(t) \cdot Z_C = -0,996 - 0,495e^{-2,245 \cdot 10^7 t} \text{ В}.$$

Вони ж у функції координати з урахуванням того, що час існування прямої хвилі становить $t_\phi - t_{\text{проб}} = 0,066$ мкс:

$$i_{\text{np}}(t_\phi, x) = -13,36 - 6,639 \exp[-2,245 \cdot (0,66 - x/14,9)] \text{ мА},$$

$$u_{\text{np}}(t_\phi, y) = -0,996 - 0,495 \exp[-2,245 \cdot (0,66 - x/14,9)] \text{ В}.$$

Формули справедливі для $x \leq v(t_\phi - t_{\text{проб}}) = 10$ м. При $x \geq 10$ м пряма хвиля відсутня.

Повні струм і напругу в лінії знаходимо відповідно до формул:

$$u = u(t) + u_{36} + u_{\text{np}}, \quad i = i(t) - i_{36} + i_{\text{np}}.$$

Епюри струму і напруги наведені на рис. 8.29.

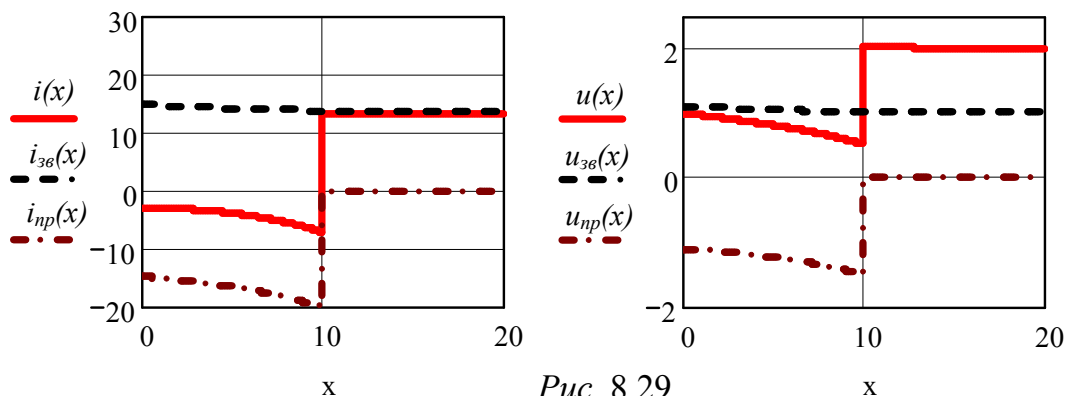


Рис. 8.29

ЗАДАЧА 8.44. В умовах задачі 8.36 побудувати графіки розподілу напруги $u(t_\phi, x)$ і струму $i(t_\phi, x)$ уздовж лінії для моменту часу t_ϕ , коли відбита хвиля досягне середини лінії.

Коментарі і відповіді: $i_y = 0,2 \text{ A}$, $u_y = 80 \text{ B}$;
 $u_n(t) = -100 + 100e^{-5000t} \text{ B}$, $i_n(t) = -0,2 + 0,2e^{-5000t} \text{ A}$.

Відбиту хвилю можна розрахувати двома способами, причому розрахунки виконаємо за допомогою MathCAD. В першому способі застосовуємо коефіцієнт відбиття в операторній формі:

- оригінал і зображення струму падаючої хвилі:

$$i_n(t) := -0.2 + 0.2 \cdot e^{-5000 \cdot t} \quad i_n(t) \left| \begin{array}{l} \text{laplace, } t \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow \frac{-.2000}{s} + \frac{.2000}{s + 5000}$$

$$I_n(p) := \frac{-.2000}{p} + \frac{.2000}{p + 5000}$$

- операторний опір навантаження лінії $Z(p) := R + p \cdot L$

- операторний коефіцієнт відбиття $N(p) := \frac{Z(p) - ZC}{Z(p) + ZC}$

$$N(p) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow .1111 \cdot \frac{(-.1000e5) + 9 \cdot p}{.1000e5 + p}$$

- зображення і оригінал струму відбитої хвилі:

$$I_e(p) := N(p) \cdot I_n(p)$$

$$I_e(p) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow .2222 \cdot e^{(-.1000e5) \cdot t} + .2222e-1 - .2444 \cdot e^{(-5000) \cdot t}$$

В другому способі спочатку розрахуємо струм перехідного процесу в кінці лінії за схемою рис. 8.30. Оскільки напруга джерела $2u_n$ має експоненціальну форму, розрахунок виконаємо за допомогою інтеграла Дюамеля.

$$u(t) := -200 + 200 \cdot e^{-5000 \cdot t}$$

$$g(t) := \frac{1}{R + ZC} - \frac{1}{R + ZC} \cdot \exp\left(-\frac{R + ZC}{L} \cdot t\right)$$

$$g(t) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow .1111e-2 - .1111e-2 \cdot e^{(-.1000e5) \cdot t}$$

$$i(t) := u(0) \cdot g(t) + \int_0^t \left(\frac{d}{d\tau} u(\tau) \right) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

$$i(t) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow .4444 \cdot e^{(-5000) \cdot t} - .2222 - .2222 \cdot e^{(-.1000e5) \cdot t}$$

$$i_e(t) := i_n(t) - i(t)$$

$$i_e(t) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, } 4 \end{array} \right. \rightarrow .2222 \cdot e^{(-.1000e5) \cdot t} + .2222e-1 - .2444 \cdot e^{(-5000) \cdot t}$$

Таким чином, струм і напруга відбитої хвилі для нульової координати $y = 0$:

$$i_e(t) = 0,0222 + 0,2222 \cdot e^{-10000 \cdot t} - 0,2444 \cdot e^{-5000t} \text{ A}$$

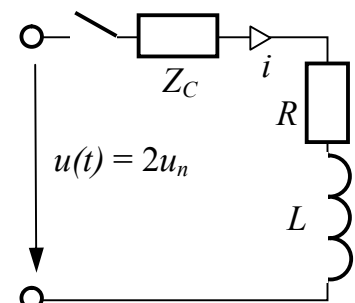
$$u_e(t) = Z_C \cdot i_e(t) = 11,1 + 111,1 \cdot e^{-10000 \cdot t} - 122,2 \cdot e^{-5000t} \text{ B}$$


Рис. 8.30

Причому в цих формулах відлік часу починається з моменту відбиття хвилі. Таким чином, до моменту $t_{\phi} = 1,5t_{\text{проб}} = 0,15 \text{ мс}$ падаюча хвиля існує якраз $0,15 \text{ мс}$, а відбита хвиля – $0,05 \text{ мс}$.

Напруга і струм падаючої і відбитої хвиль у функції координати:

$$u_n(t_{\phi}, x) = -100 + 100 \exp[-5 \cdot (0,15 - x/100)] \text{ В},$$

$$i_n(t_{\phi}, x) = -0,2 + 0,2 \exp[-5 \cdot (0,15 - x/100)] \text{ А};$$

$$u_6(t_{\phi}, x) = 11,1 + 111,1 \exp[-10 \cdot (0,05 - y/100)] - 122,2 \cdot \exp[-5 \cdot (0,05 - y/100)] \text{ В},$$

$$i_6(t_{\phi}, x) = 0,0222 + 0,2222 \exp[-10 \cdot (0,05 - y/100)] - 0,2444 \cdot \exp[-5 \cdot (0,05 - y/100)] \text{ А}.$$

В цих формулах $y = 10 - x \leq 5 \text{ км}$.

Повні струм і напруга в лінії визначаються відповідно до формул:

$$u(t_{\phi}, x) = u(t) + u_n(t_{\phi}, x) + u_6(t_{\phi}, x), \quad i(t_{\phi}, x) = i(t) + i_n(t_{\phi}, x) - i_6(t_{\phi}, x).$$

Епюри струму і напруги на рис. 8.31.

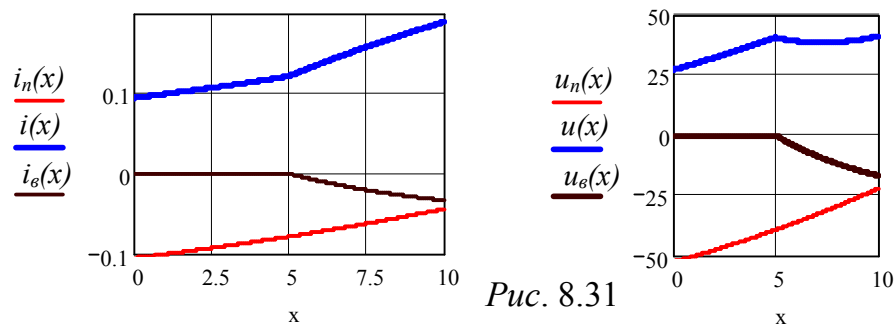


Рис. 8.31

8.2.4 Розрахунок хвиль при їх проходженні через R, L, C-елементи

ЗАДАЧА 8.45. По повітряній лінії з параметрами $Z_{C1} = 220 \text{ Ом}$, $l_1 = 150 \text{ км}$, $v_1 = 300 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ поширюється падаюча хвиля з прямокутним фронтом напругою $u_n(t) = 220 \text{ кВ}$, переходячи потім через елементи корегування $R = 180 \text{ Ом}$, $L = 30 \text{ мГн}$ в кабель з параметрами $Z_{C2} = 88 \text{ Ом}$, $l_2 = 75 \text{ км}$, $v_2 = 150 \cdot 10^3 \text{ км/с}$, кінець якого розімкнений (рис. 8.32).

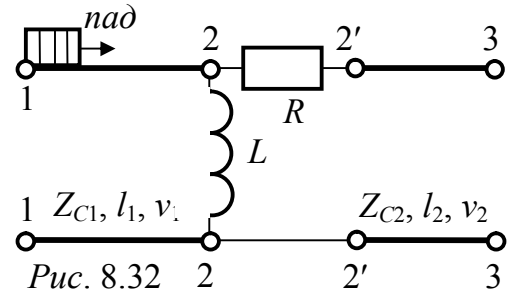


Рис. 8.32

Виконати наступне: побудувати графіки струму $i_{22}(t)$ і напруги $u_{22}(t)$ в кінці першої лінії у функції часу, а також графіки розподілу уздовж обох ліній повних напруг і струмів для моменту часу $t_{\phi} = 0,5l_1/v_1$, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній.

Розв'язання

1. Струм і напруга падаючої хвилі:

$$u_n(t, x_1=0) = 220 \text{ кВ}; \quad i_n(t, x_1=0) = u_n/Z_{C1} = 220 \cdot 10^3 / 220 = 1000 \text{ А}.$$

2. Через час $t_{\text{проб}} = l_1/v_1 = 0,5 \text{ мс}$ хвиля досягне перерізу "2-2", де зустрине неоднорідність. Хвиля частково перейде в індуктивність, частково відіб'ється, а частково, у

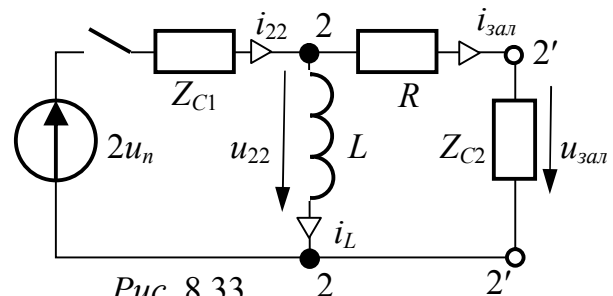


Рис. 8.33

вигляді заломленої хвилі, перейде в другу лінію. Для визначення відбитої і заломленої хвиль необхідно розрахувати або струм i_{22} , або напругу u_{22} в перерізі “2-2”, через які потім можна отримати вирази $u_6, i_6, u_{зал}, i_{зал}$.

Струм $i_{22}(t)$ розраховуємо за схемою заміщення лінії для перерізу “2-2” (рис. 8.33). Розрахунок виконуємо класичним методом:

$$i_{22}(t) = i_y + Ae^{pt}, \quad i_y(t) = 2u_n/Z_{C1} = 2 \cdot 220 \cdot 10^3 / 220 = 2000 \text{ A},$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0, \quad i_{22}(0_+) = \frac{2u_n}{Z_{C1} + R + Z_{C2}} = \frac{2 \cdot 220 \cdot 10^3}{220 + 180 + 88} = 902 \text{ A},$$

$$A = i_{22}(0_+) - i_y(0_+) = 902 - 2000 = -1098 \text{ A};$$

$$pL + \frac{Z_{C1} \cdot (R + Z_{C2})}{Z_{C1} + R + Z_{C2}} = 0, \quad p = -4027 \text{ 1/c}, \quad \tau = -1/p = 0,248 \cdot 10^{-3} \text{ c} \approx 0,25 \text{ мс}.$$

$$\text{Таким чином, } i_{22}(t) = 2000 - 1098e^{-4027t} \text{ A}.$$

Напругу $u_{22}(t)$ знаходимо за другим законом Кірхгофа:

$$u_{22}(t) = 2u_n - Z_{C1} \cdot i_{22}(t) = 440 - 220 \cdot (2 - 1,098e^{-4027t}) = 241,6e^{-4027t} \text{ кВ}.$$

По цих формулах на рис. 8.34 побудовані графіки $u_{22}(t), i_{22}(t)$. Формули справедливі для відрізка часу $t \leq 2t_{проб} = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ мс}$.

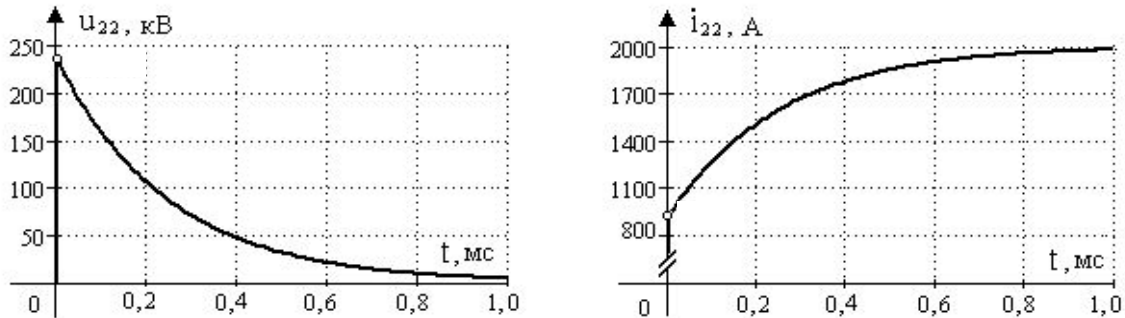


Рис. 8.34

3. Вирази відбитої і заломленої хвиль у функції часу знаходимо через напругу $u_{22}(t)$.

$$\text{Відбита хвиля: } u_6(t, y_1=0) = u_{22}(t) - u_n = -220 + 241,6e^{-4027t} \text{ кВ};$$

$$i_6(t, y_1=0) = u_6/Z_{C1} = -1000 + 1098e^{-4027t} \text{ A}.$$

$$\text{Заломлена хвиля: } i_{зал}(t, x_2=0) = u_{22}/(R + Z_{C2}) = 901,5e^{-4027t} \text{ A};$$

$$u_{зал}(t, x_2=0) = Z_{C2} \cdot i_{зал} = 88 \cdot 0,9015e^{-4027t} = 79,33e^{-4027t} \text{ кВ}.$$

4. Для побудови графіків розподілу струму і напруги уздовж обох ліній (рис. 8.35) формули відбитої і заломленої хвиль перепишемо у функції аргументу $[t_\phi - y_1/v_1]$ або $[t_\phi - x_2/v_2]$. В першій лінії будуть падаюча і відбита хвилі:

$$u_6[t_\phi, y_1] = -220 + 241,6 \cdot \exp[-4,027 \cdot (0,25 - y_1/300)] \text{ кВ},$$

$$i_6[t_\phi, y_1] = -1000 + 1098 \cdot \exp[-4,027 \cdot (0,25 - y_1/300)] \text{ A}, \quad y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 75 \text{ км}.$$

В другій лінії буде тільки заломлена хвиля:

$$u_{зал}[t_\phi, x_2] = 79,33 \cdot \exp[-4,027 \cdot (0,25 - x_2/150)] \text{ кВ},$$

$$i_{зал}[t_\phi, x_2] = 901,5 \cdot \exp[-4,027 \cdot (0,25 - x_2/150)] \text{ A}, \quad x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 37,5 \text{ км}.$$

Для зручності побудови графіків розрахунок окремих значень струму і напруги в обох лініях зведемо до табл. 8.2.

Рис. 8.35
Файл «Album»

Таблиця 8.2

$y_1, \text{км}$	$u_6, \text{кВ}$	$i_6, \text{А}$	$x_2, \text{км}$	$u_{\text{зал}}, \text{кВ}$	$i_{\text{зал}}, \text{А}$
75	+21,65	+98,4	37,5	79,33	901,5
60	-22,42	-101,9	30,0	64,86	737,1
45	-58,46	-265,7	22,5	53,03	602,7
30	-87,92	-399,6	15,0	43,36	492,8
15	-112,0	-509,1	0	28,99	329,4
0	-131,7	-598,6	---	---	---

Повні струм і напруга у першій лінії визначаються відповідно до формул: $u = u_n + u_6$, $i = i_n - i_6$.

ЗАДАЧА 8.46. По повітряній лінії з параметрами $Z_{C1} = 220 \text{ Ом}$, $l_1 = 150 \text{ км}$, $v_1 = 300 \cdot 10^3 \text{ км/с}$ поширюється хвиля з прямокутним фронтом, переходячи через елементи корегування $R = 180 \text{ Ом}$, $L = 30 \text{ мГн}$ в кабель з параметрами $Z_{C2} = 88 \text{ Ом}$, $l_2 = 75 \text{ км}$, $v_2 = 150 \cdot 10^3 \text{ км/с}$, кінець якого розімкнений (рис. 8.36).

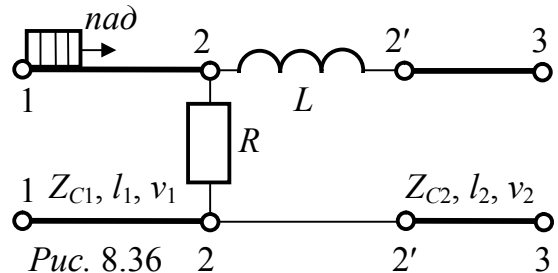


Рис. 8.36

Виконати наступне: побудувати графіки струму і напруги в кінці першої лінії у функції часу, а також графіки розподілу уздовж обох ліній повних напруг і струмів для моменту часу $t_\phi = 0,25 \text{ мс}$, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній. $u_n = 220 \text{ кВ}$.

Пояснення. Щоб розрізнити точки, які належать і першій, і другій лініям, на схемі вони позначені як 2-2 і 2'-2'.

Відповіді: $u_{22}(t) = 93,17 + 104,83e^{-8000t} \text{ кВ}$, $i_{22}(t) = 1576,5 - 476,5e^{-8000t} \text{ А}$;

$$u_6[t_\phi; y_1] = -126,8 + 104,8 \exp[-8 \cdot (0,25 - y_1/300)] \text{ кВ},$$

$$i_6[t_\phi; y_1] = -576,5 + 476,5 \exp[-8 \cdot (0,25 - y_1/300)] \text{ А}, \quad y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 75 \text{ км}.$$

В другій лінії буде тільки заломлена хвиля:

$$u_{\text{зал}}[t_\phi; x_2] = 93,18 - 93,18 \exp[-8 \cdot (0,25 - x_2/150)] \text{ кВ},$$

$$i_{\text{зал}}[t_\phi; x_2] = 1059 - 1059 \exp[-8 \cdot (0,25 - x_2/150)] \text{ А}, \quad x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 37,5 \text{ км}.$$

Графіки на рис. 8.37.

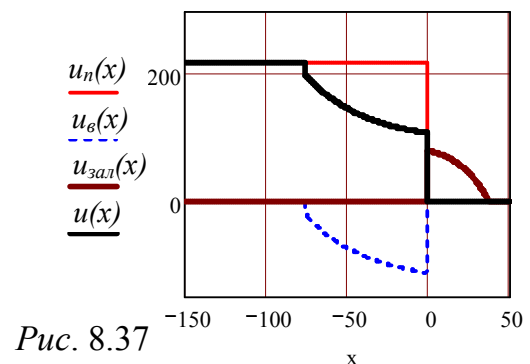
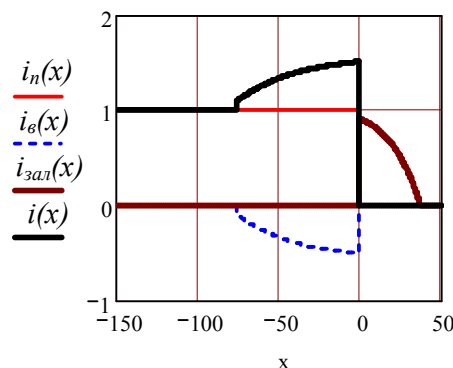


Рис. 8.37

ЗАДАЧА 8.47. Повітряна лінія з параметрами $l_1 = 150$ км, $Z_{C1} = 400$ Ом, $v_1 = 300 \cdot 10^3$ км/с з'єднана з іншою повітряною лінією $l_2 = 150$ км, $Z_{C2} = 250$ Ом, $v_2 = 300 \cdot 10^3$ км/с через елементи корегування $R = 150$ Ом, $C = 2$ мкФ. Вона вмикається на ідеальне джерело $E = 110$ кВ (рис. 8.38). Побудувати графіки розподілу повних напруг і струмів уздовж обох ліній для моменту часу $t_\phi = 0,4$ мс, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній. $L_H = 20$ мГн.

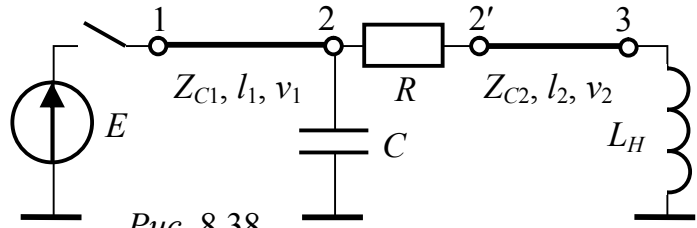


Рис. 8.38

Розв'язання

Параметри падаючої хвилі наступні:

$$u_n(t; x=0) = E = 110 \text{ кВ}, \quad i_n(t; x=0) = u_n/Z_{C1} = 110/0,4 = 275 \text{ А}.$$

Через $t_{\text{проб}} = 0,5$ мс хвиля досягне перерізу 2-2, де зустріне неоднорідність, частково відіб'ється, а частково пройде у вигляді заломленої хвилі в другу лінію. Складаємо схему заміщення для вузла 2-2, по якій класичним методом виконується розрахунок або струму i_{22} , або напруги $u_{22} = u_C$ (рис. 8.39). В нашому випадку простіше знайти напругу u_{22} :

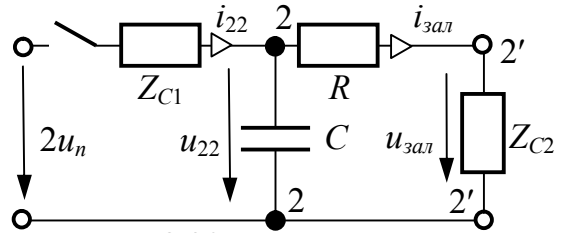


Рис. 8.39

$$u_C(0) = 0, \quad p = -1/\tau,$$

$$\tau = \frac{Z_{C1}(R + Z_{C2})}{Z_{C1} + R + Z_{C2}} \cdot C = \frac{400 \cdot (150 + 250)}{400 + 150 + 250} \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad p = -2500 \text{ с}^{-1}.$$

$$u_C(t) = u_{Cy} + A \cdot e^{pt}; \quad u_{Cy} = 2u_n \cdot \frac{R + Z_{C2}}{Z_{C1} + R + Z_{C2}} = 220 \cdot \frac{150 + 250}{400 + 150 + 250} = 110 \text{ кВ},$$

$$A = u_C(0) - u_{Cy} = -110;$$

$$\text{Остаточно маємо: } u_{22}(t; y=0) = u_C(t) = 110 - 110 \cdot e^{-2500t} \text{ кВ},$$

$$i_{22}(t; y=0) = \frac{2u_n - u_{22}}{Z_{C1}} = \frac{220 - 110 + 110e^{-2500t}}{0,4} = 275 + 275 \cdot e^{-2500t} \text{ А}.$$

Формули справедливі протягом $2t_{\text{проб}}$, тобто протягом часу, поки хвилі дійдуть до кінців своїх ліній, відіб'ються і знов досягнуть перерізу 2-2.

Через вирази струму і напруги в кінці першої лінії визначаємо формули відбитої і заломленої хвиль:

$$u_6(t; y_1=0) = u_{22} - u_n = -110 \cdot e^{-2500t} \text{ кВ}, \quad i_6(t; y_1=0) = i_n - i_{22} = -275 \cdot e^{-2500t} \text{ А}.$$

$$i_{3ал}(t; x_2=0) = \frac{u_{22}}{R + Z_{C2}} = \frac{110 - 110e^{-2500t}}{(150 + 250) \cdot 10^{-3}} = 275 - 275 \cdot e^{-2500t} \text{ А},$$

$$u_{3ал}(t; x_2=0) = Z_{C2} \cdot i_{3ал} = 68,75 - 68,75 \cdot e^{-2500t} \text{ кВ}.$$

Для побудови графіків струму і напруги у функції координати перепишемо отримані формули у функції $[t_\phi - y_1/v_1]$ і $[t_\phi - x_2/v_2]$:

$$u_6(y_1; t_\phi) = -110 \cdot \exp[-2,5 \cdot (0,4 - y_1/300)] \text{ кВ}, \quad 0 < y_1 < v_1 \cdot t_\phi = 120 \text{ км},$$

$$i_6(y_1; t_\phi) = -275 \cdot \exp[-2,5 \cdot (0,4 - y_1/300)] \text{ А};$$

$$u_{заль}(x_2; t_\phi) = 68,75 - 68,75 \cdot \exp[-2,5 \cdot (0,4 - x_2/300)] \text{ кВ}, \quad 0 < x_2 < v_2 \cdot t_\phi = 120 \text{ км},$$

$$i_{заль}(x_2; t_\phi) = 275 - 275 \cdot \exp[-2,5 \cdot (0,4 - x_2/300)] \text{ А}.$$

Результати розрахунків по побудові графіків, що вимагаються, зведені до табл. 8.3, а графіки представлені на рис. 8.40. Зауважимо, що L_H участі в процесі не приймає.

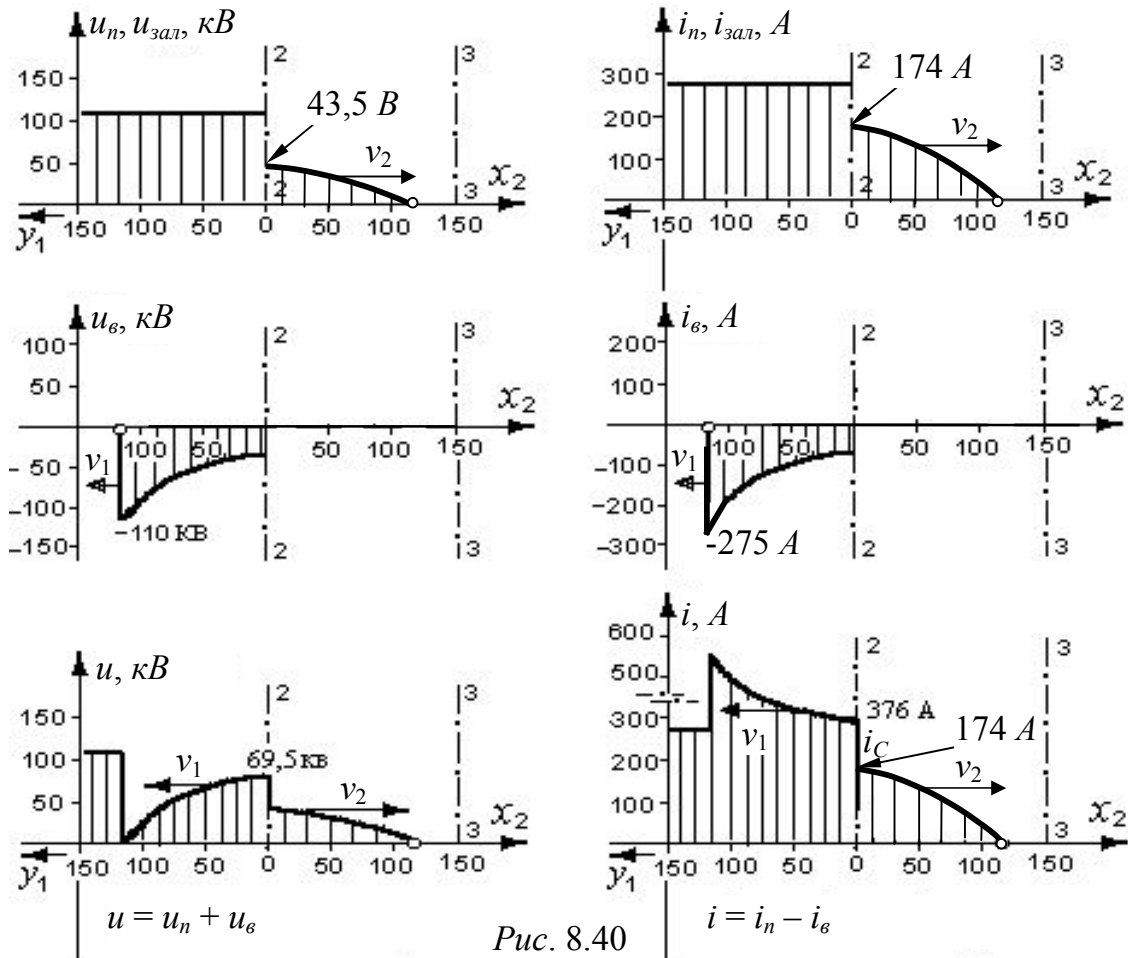


Рис. 8.40

Таблиця 8.3

$y_1, x_2, \text{ км}$	$u_6, \text{ кВ}$	$i_6, \text{ А}$	$u_{заль}, \text{ кВ}$	$i_{заль}, \text{ А}$
120	-110	-275	0	0
90	-85,67	-214,2	15,2	60,83
60	-66,72	-166,8	27,05	108,2
30	-51,96	-129,9	36,25	145,1
0	-40,47	-101,2	43,46	173,8

ЗАДАЧА 8.48. По повітряній лінії рис. 8.41, а з параметрами $Z_C = 220 \text{ Ом}$, $l = 200 \text{ км}$ поширюється падаюча хвиля $U_0 = 220 \text{ кВ}$ з прямокутним фронтом, переходячи через елементи корегування $r = 50 \text{ Ом}$, $L = 20 \text{ мГн}$ у наступну таку ж повітряну лінію.

Виконати наступне: 1) побудувати графіки струму і напруги в кінці першої лінії у функції часу; 2) побудувати графіки розподілу повних напруг і струмів уздовж обох ліній для моменту часу $t_\phi = 0,4 \text{ мс}$, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній.

Відповіді: 1) розрахункова схема для визначення $i_2(t)$ і $u_{22'}(t)$ наведена на рис. 8.41,б, $i_2(t) = 1000 + 200 \cdot e^{-4000t}$ А, $u_{22'}(t) = 220 - 44 \cdot e^{-4000t}$ кВ;

2) $u_6(t, \phi, y_1) = -44 \cdot \exp[-4000 \cdot (5 \cdot 10^{-4} - y_1 / (3 \cdot 10^5))] \cdot \text{кВ}$,

$i_6(t, \phi, y_1) = -200 \cdot \exp[-4000 \cdot (5 \cdot 10^{-4} - y_1 / (3 \cdot 10^5))] \cdot \text{А}$,

$u_{3ал}(t, \phi, x_2) = 220 - 44 \cdot \exp[-4000 \cdot (5 \cdot 10^{-4} - x_2 / (3 \cdot 10^5))] \cdot \text{кВ}$,

$i_{3ал}(t, \phi, x_2) = 1000 - 200 \cdot \exp[-4000 \cdot (5 \cdot 10^{-4} - x_2 / (3 \cdot 10^5))] \cdot \text{А}$,

епюри напруг і струмів наведені на рис. 8.42.

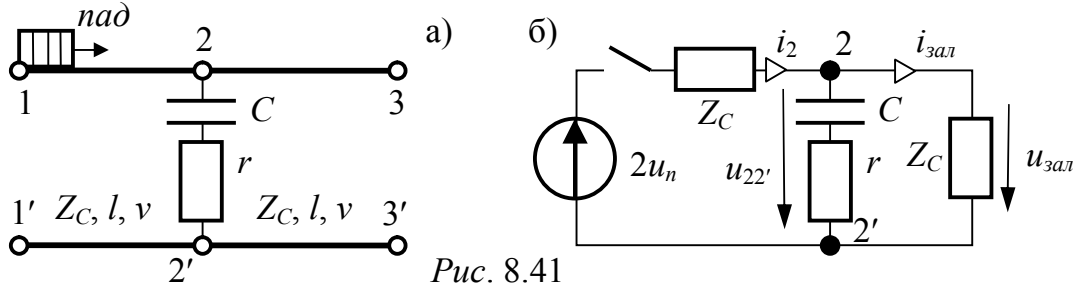


Рис. 8.41

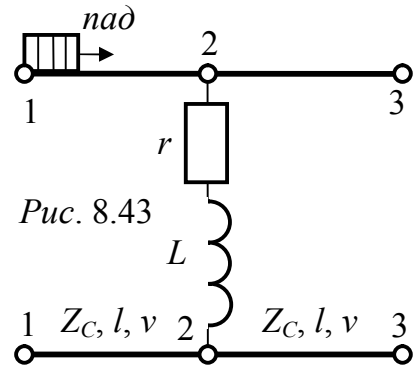
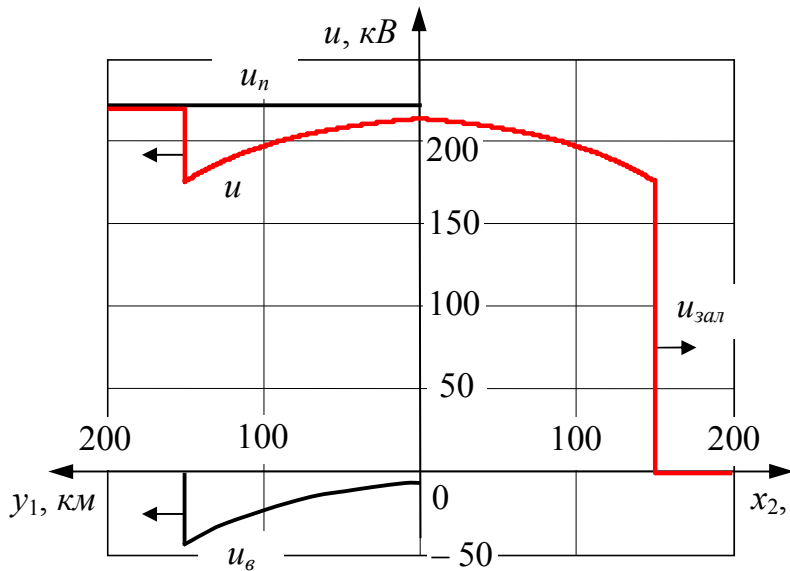


Рис. 8.43

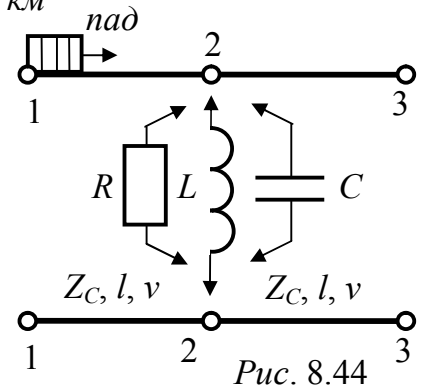
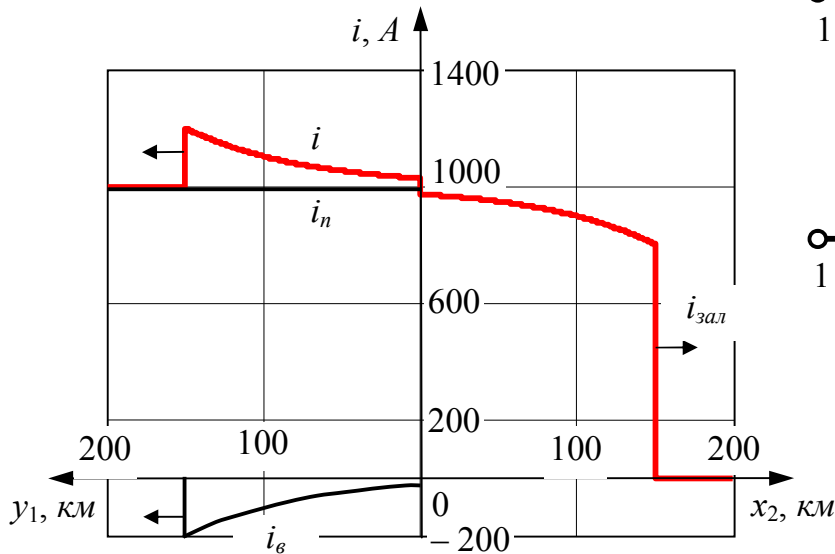


Рис. 8.44

Рис. 8.42

ЗАДАЧА 8.49. По повітряній лінії рис. 8.43 з параметрами: $l = 150 \text{ км}$, $Z_C = 220 \text{ Ом}$ поширюється хвиля $u_n = 220 \text{ кВ}$ з прямокутним фронтом, переходячи мимо елементів корегування $r = 50 \text{ Ом}$, $L = 20 \text{ мГн}$ в наступну таку ж повітряну лінію. Виконати наступне:

- побудувати графіки струму $i_2(t)$ і напруги $u_{22}(t)$ в кінці першої лінії;
- побудувати графіки розподілу повних напруг і струмів уздовж обох ліній для моменту часу $t_\phi = 0,4 \text{ мс}$, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній.

Відповіді: $u_{22}(t) = 68,75 + 151,25e^{-8000t} \text{ кВ}$, $i_2(t) = 1688 - 688e^{-8000t} \text{ А}$,
 $u_6(t_\phi, y_1) = -151,3 + 151,3 \exp[-8 \cdot (0,4 - y_1/300)] \text{ кВ}$,
 $i_6(t_\phi, y_1) = -688 + 688 \exp[-8 \cdot (0,4 - y_1/300)] \text{ А}$, $y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 120 \text{ км}$;
 $u_{зал}(t_\phi, x_2) = 68,8 + 151,3 \exp[-8 \cdot (0,4 - x_2/300)] \text{ кВ}$,
 $i_{зал}(t_\phi, x_2) = 313 + 688 \exp[-8 \cdot (0,4 - x_2/300)] \text{ А}$, $x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 120 \text{ км}$.

ЗАДАЧА 8.50. По кабельній лінії рис. 8.44 з параметрами: $l = 60 \text{ км}$, $Z_C = 80 \text{ Ом}$ поширюється хвиля $u_n = 1,2 \text{ кВ}$ з прямокутним фронтом, переходячи через елементи корегування в наступну таку ж кабельну лінію. Побудувати графіки розподілу уздовж обох ліній повних напруги u і струму i для моменту часу $t_\phi = 0,3 \text{ мс}$, який відлічується з моменту приходу хвилі у вузол з'єднання ліній, якщо навантаження:

- а) $R = 120 \text{ Ом}$, б) $L = 5 \text{ мГн}$, в) $C = 6,25 \text{ мкФ}$.

Розв'язання

Випадок а)

Обчислюємо параметри падаючої хвилі $u_n(t, x=0) = 1200 \text{ В}$,
 $i_n(t, x=0) = u_n/Z_C = 1200/80 = 15 \text{ А}$.

При чисто активному навантаженні відбита хвиля може бути виражена

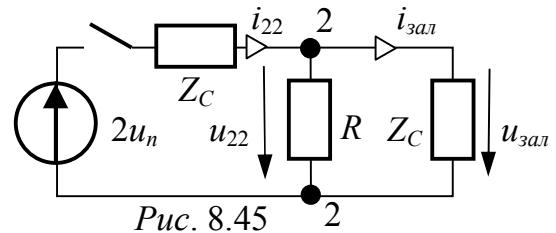


Рис. 8.45

через падаючу за допомогою коефіцієнта відбиття $n = \frac{R_H - Z_C}{R_H + Z_C}$. Для

наочності розрахунку коефіцієнта відбиття хвилі від навантаження, наведемо схему заміщення для перерізу "2-2" лінії (рис. 8.45):

$$R_H = \frac{R \cdot Z_C}{R + Z_C} = \frac{120 \cdot 80}{120 + 80} = 48 \text{ Ом}, \quad n = \frac{48 - 80}{48 + 80} = -0,25.$$

Тоді напруга і струм відбитої хвилі будуть:

$$u_6(t, y_1) = n \cdot u_n = -0,25 \cdot 1200 = -300 \text{ В},$$

$$i_6(t, y_1) = n \cdot i_n = -0,25 \cdot 15 = -3,75 \text{ А}, \quad y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 45 \text{ км}.$$

Напруга і струм в кінці першої лінії:

$$u_{22}(t) = u_n(t) + u_6(t) = 900 \text{ В}, \quad i_{22}(t) = i_n(t) - i_6(t) = 18,75 \text{ А}.$$

Напруга і струм заломленої хвилі (див. схему заміщення):

$$u_{зал}(t, x_2) = u_{22} = 900 \text{ В}, \quad i_{зал}(t, x_2) = u_{зал}/Z_C = 900/80 = 11,25 \text{ А}, \quad x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 45 \text{ км}.$$

Графіки розподілу напруги і струму уздовж ліній для випадку а) наведені на рис. 8.46.

Розрахунок відбитої хвилі у випадках б) і в), зважаючи на наявність

реактивного елемента, виконуємо з використанням коефіцієнта відбиття в операторній формі.

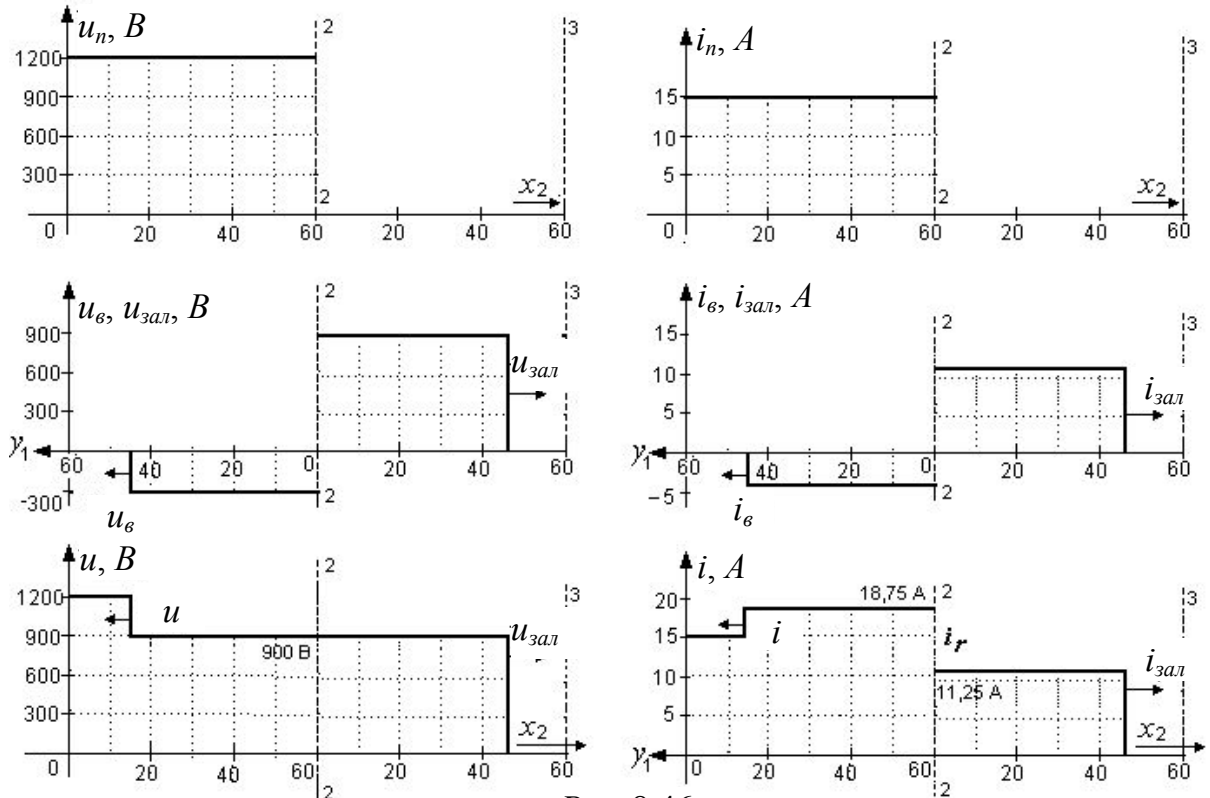


Рис. 8.46

У випадку б): $I_n(p) = \frac{15}{p}$; $Z(p) = \frac{pL \cdot Z_C}{pL + Z_C}$; $N(p) = \frac{Z(p) - Z_C}{Z(p) + Z_C} = \frac{-8000}{p + 8000}$;

$$I_6(p) = N(p) \cdot I_n(p) = \frac{-1,2 \cdot 10^5}{p(p + 8000)} \Rightarrow i_6(t) = -15 + 15e^{-8000t} \text{ A,}$$

$$i_6(t; y_1) = -15 + 15 \exp[-8 \cdot (0,3 - y_1/150)] \text{ A,} \quad y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 45 \text{ км,}$$

$$u_6(t; y_1) = Z_C \cdot i_6(t; y_1) = -1,2 + 1,2 \exp[-8 \cdot (0,3 - y_1/150)] \text{ кВ;}$$

$$u_{22}(t) = u_n(t) + u_6(t) = u_{\text{зал}}(t) = 1,2e^{-8000t} \text{ кВ,}$$

$$i_{22}(t) = i_n(t) - i_6(t) = 30 - 15e^{-8000t} \text{ A;}$$

$$u_{\text{зал}}(t; x_2) = 1,2 \exp[-8 \cdot (0,3 - x_2/150)] \text{ кВ,}$$

$$i_{\text{зал}}(t; x_2) = u_{\text{зал}}(t; x_2)/Z_C = 15 \exp[-8 \cdot (0,3 - x_2/150)] \text{ A,} \quad x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 45 \text{ км.}$$

У випадку в): $I_n(p) = \frac{15}{p}$; $Z(p) = \frac{1/pC \cdot Z_C}{1/pC + Z_C}$; $N(p) = \frac{Z(p) - Z_C}{Z(p) + Z_C} = \frac{-p}{p + 4000}$;

$$I_6(p) = N(p) \cdot I_n(p) = \frac{-15}{p + 4000} \Rightarrow i_6(t) = -15e^{-4000t} \text{ A,}$$

$$i_6(t; y_1) = -15 \exp[-4 \cdot (0,3 - y_1/150)] \text{ A,} \quad y_1 \leq v_1 \cdot t_\phi = 45 \text{ км,}$$

$$u_6(t; y_1) = Z_C \cdot i_6(t; y_1) = -1,2 \exp[-4 \cdot (0,3 - y_1/150)] \text{ кВ;}$$

$$u_{22}(t) = u_n(t) + u_6(t) = 1,2 - 1,2e^{-4000t} \text{ кВ,} \quad i_{22}(t) = i_n(t) - i_6(t) = 15 + 15e^{-4000t} \text{ A;}$$

$$u_{\text{зал}}(t; x_2) = 1,2 - 1,2 \exp[-4 \cdot (0,3 - x_2/150)] \text{ кВ,}$$

$$i_{\text{зал}}(t; x_2) = 15 - 15 \exp[-4 \cdot (0,3 - x_2/150)] \text{ A,} \quad x_2 \leq v_2 \cdot t_\phi = 45 \text{ км.}$$

Відзначимо, між іншим, що задача у випадках **б)** або **в)** може бути розв'язана і за схемою заміщення аналогічно задачам 8.45 – 8.49.

ЗАДАЧА 8.51. По першій лінії з хвильовим опором $Z_{C1} = Z_{C2} = Z_{C3} = 2R$ поширюється хвиля з прямокутним фронтом $U_0 = 120 \text{ В}$, переходячи потім через резистор R в дві інші такі ж лінії. На рис. 8.47 всі три лінії з метою спрощення подано в однолінійному зображенні. Виконати наступне:

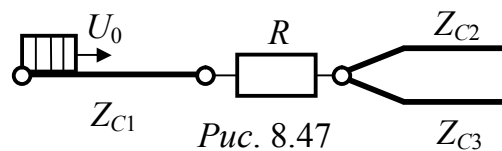


Рис. 8.47

1) визначити напругу $u_{\text{в1}}$ відбитої хвилі в першій лінії, а також заломлені напруги $u_{\text{зал2}}$ і $u_{\text{зал3}}$ в другій і третій лініях;

2) виконати розрахунок при тих же параметрах, якщо хвиля U_0 поширюється по третій лінії в напрямку R .

Методична вказівка. Для наочності розрахунків рекомендується лінії представити в звичайному двопровідному зображенні.

Відповіді: 1) $u_{\text{в1}} = 0$, $u_{\text{зал2}} = u_{\text{зал3}} = 60 \text{ В}$;

2) $u_{\text{в3}} = -30 \text{ В}$, $u_{\text{зал2}} = 90 \text{ В}$, $u_{\text{зал1}} = 60 \text{ В}$.

8.2.5 Багаторазові відбиття хвиль в лінії

ЗАДАЧА 8.52. Повітряна лінія (рис. 8.48) завдовжки l і хвильовим опором Z_C вмикається до ідеального джерела ЕРС E_0 . Розрахувати ПП і побудувати графіки напруги і струму u_{11} , i_{11} на вході і u_{22} , i_{22} – в кінці лінії для двох випадків: 1. $R_H = 4Z_C$ і 2. $R_H = Z_C/3$.

Розв'язання

1. Опір навантаження $R_H = 4Z_C$.

Виконаємо деякі підготовчі розрахунки (коефіцієнти відбиття від початку і кінця лінії, перша падаюча хвиля, усталені значення напруги і струму):

$$n_1 = \frac{0 - Z_C}{0 + Z_C} = -1, \quad n_2 = \frac{4Z_C - Z_C}{4Z_C + Z_C} = +0,6.$$

$$u_{1n} = E_0, \quad i_{1n} = E_0/Z_C = I_0, \quad u_y = E_0, \quad i_y = E_0/(4Z_C) = 0,25I_0.$$

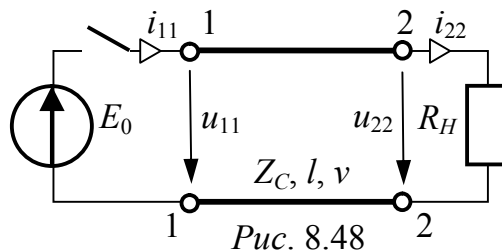


Рис. 8.48

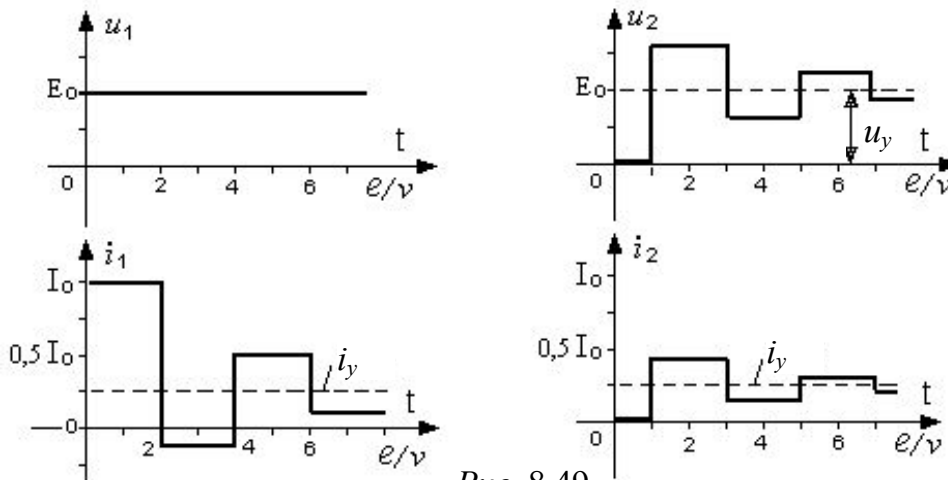


Рис. 8.49

Подальші розрахунки зводимо до табл. 8.4, за якою будуюмо графіки (рис. 8.49).

Таблиця 8.4

№ п/п	Проміжок часу	u_{11}	i_{11}	Хвиля в лінії	u_{22}	i_{22}
1	$0 \div 1l/v$	E_0	I_0	$u_{1n} = E_0 \rightarrow$	0	0
2	$1 \div 2l/v$	E_0	I_0	$\leftarrow u_{1e} = 0,6E_0$	$1,6E_0$	$0,4I_0$
3	$2 \div 3l/v$	E_0	$-0,2I_0$	$u_{2n} = -0,6E_0 \rightarrow$	$1,6E_0$	$0,4I_0$
4	$3 \div 4l/v$	E_0	$-0,2I_0$	$\leftarrow u_{2e} = -0,36E_0$	$0,64E_0$	$0,16I_0$
5	$4 \div 5l/v$	E_0	$0,52I_0$	$u_{3n} = +0,36E_0 \rightarrow$	$0,64E_0$	$0,16I_0$
6	$5 \div 6l/v$	E_0	$0,52I_0$	$\leftarrow u_{3e} = 0,216E_0$	$1,22E_0$	$0,304I_0$
7	$6 \div 7l/v$	E_0	$0,09I_0$	$u_{4n} = -0,216E_0 \rightarrow$	$1,22E_0$	$0,304I_0$
15-й пробіг				$u_{8n} = [-0,6]^7 \cdot u_{1n} = -0,028E_0 = 2,8\%u_y$		
17-й пробіг				$u_{9n} = [-0,6]^8 \cdot u_{1n} = +0,0168E_0 = 1,68\%u_y$		

З табл. 8.4 і графіків рис. 8.49 витікає, що перехідний процес має коливальний характер, оскільки коефіцієнти відбиття на початку і в кінці лінії ($n_1 = -1$ і $n_2 = +0,6$) є різного знаку. В даному випадку ПП триває 14-15 пробігів хвилі (див. табл. 8.4), тобто $t_{ПП} = 15t_{проб}$.

2. Опір навантаження $R_H = Z_C/3$.

Виконаємо аналогічні підготовчі розрахунки:

$$u_y = E_0, \quad i_y = E_0/(0,33Z_C) = 3I_0, \quad u_{1n} = E_0, \quad i_{1n} = E_0/Z_C = I_0,$$

$$n_1 = \frac{0 - Z_C}{0 + Z_C} = -1, \quad n_2 = \frac{0,33Z_C - Z_C}{0,33Z_C + Z_C} = -0,5.$$

Подальші розрахунки зводимо до табл. 8.5, за якою будуюмо графіки (рис. 8.50).

Таблиця 8.5

№ п/п	Проміжок часу	u_{11}	i_{11}	Хвиля в лінії	u_{22}	i_{22}
1	$0 \div 1l/v$	E_0	I_0	$u_{1n} = E_0 \rightarrow$	0	0
2	$1 \div 2l/v$	E_0	I_0	$\leftarrow u_{1e} = -0,5E_0$	$0,5E_0$	$1,5I_0$
3	$2 \div 3l/v$	E_0	$2I_0$	$u_{2n} = +0,5E_0 \rightarrow$	$0,5E_0$	$1,5I_0$
4	$3 \div 4l/v$	E_0	$2I_0$	$\leftarrow u_{2e} = -0,25E_0$	$0,75E_0$	$2,25I_0$
5	$4 \div 5l/v$	E_0	$2,5I_0$	$u_{3n} = +0,25E_0 \rightarrow$	$0,75E_0$	$2,25I_0$
6	$5 \div 6l/v$	E_0	$2,5I_0$	$\leftarrow u_{3e} = -0,125E_0$	$0,875E_0$	$2,625I_0$
7	$6 \div 7l/v$	E_0	$2,75I_0$	$u_{4n} = +0,125E_0 \rightarrow$	$0,875E_0$	$2,625I_0$
11-й пробег				$u_{6n} = [n_1 \cdot n_2]^5 \cdot u_{1n} = 0,031E_0 = 3,13\%u_y$		
12-й пробег				$u_{6e} = n_2 \cdot [n_1 \cdot n_2]^8 \cdot u_{1n} = 1,56\%u_y$		

У випадку, якщо коефіцієнти відбиття ($n_1 = -1$ і $n_2 = -0,5$) одного знаку, перехідний процес має аперіодичний характер. В даному випадку він триває 11-12 пробігів хвилі (див. табл. 8.5), тобто $t_{ПП} = 12t_{проб}$.

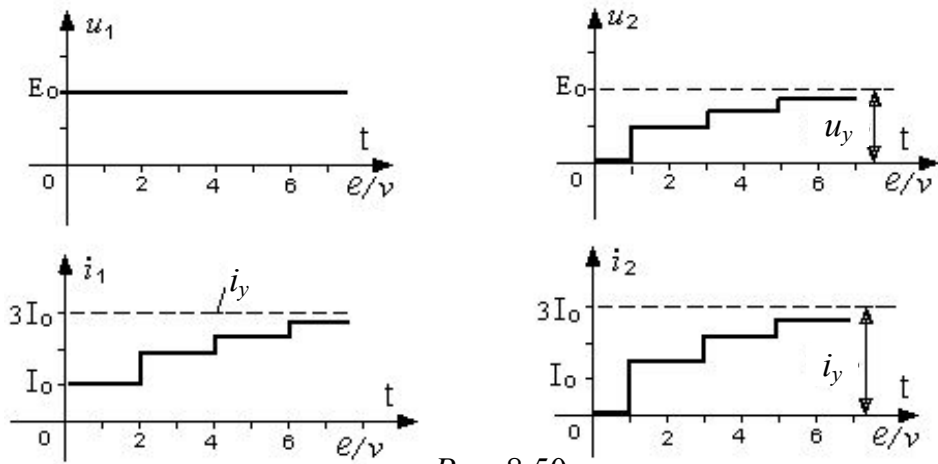


Рис. 8.50

ЗАДАЧА 8.53. Повітряна лінія завдовжки l і хвильовим опором Z_C вмикається до ідеального джерела E_0 (рис. 8.48). Розрахувати перехідний процес і побудувати графіки напруги і струму u_{11}, i_{11} на початку і u_{22}, i_{22} – в кінці лінії для двох випадків: $R_H = \infty$ і $R_H = 0$.

Відповіді: - при $R_H = \infty$ після 4 пробігів хвиль в лінії встановлюються незгасаючі коливання прямокутної форми, амплітуда яких дорівнює $2E_0$, а частота залежить від параметрів лінії: $T = 4 \frac{l}{v}, f = \frac{1}{T} = \frac{v}{4l} = \frac{1}{4l\sqrt{L_0 C_0}}$.

- при $R_H = 0$ в лінії має місце режим короткого замикання. Струм в лінії аперіодично, скачками, рівними $2I_0$, росте до нескінченності.

ЗАДАЧА 8.54. Повітряна лінія ($l = 300$ км, $Z_C = 200$ Ом) була увімкнена до генератора ($E = 100$ кВ, $r_0 = 50$ Ом) і тривалий час працювала на навантаження $R_1 = 950$ Ом. Потім навантаження змінюється за рахунок паралельного увімкнення до резистора R_1 опору $R_2 = 111,8$ Ом. Побудувати графіки зміни в часі струму і напруги в перерізі $A-A'$ посередині лінії.

Розв'язання

Для наочності наведемо рисунок початкової схеми і складемо розрахункову схему для визначення параметрів зворотної хвилі, яка виникає при увімкненні R_2 (рис. 8.51, а і б).

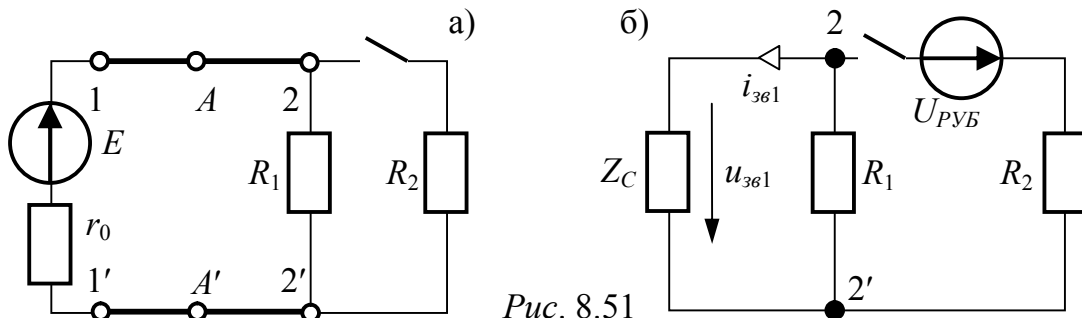


Рис. 8.51

Струм і напруга уздовж лінії до комутації, а також напруга на рубильнику у момент комутації:

$$I(t.) = \frac{E}{r_0 + R_1} = \frac{100 \cdot 10^3}{50 + 950} = 100 \text{ A}, \quad U(t.) = U_{\text{РУБ}} = R_1 \cdot I(t.) = 950 \cdot 0,1 = 95 \text{ кВ}.$$

Виконаємо допоміжні обчислення:

- опір навантаження після комутації

$$R_H = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{950 \cdot 111,8}{950 + 111,8} = 100 \text{ Ом};$$

- коефіцієнти відбиття на початку і в кінці лінії:

$$n_1 = \frac{r_0 - Z_C}{r_0 + Z_C} = \frac{50 - 200}{50 + 200} = -0,6; \quad n_2 = \frac{R_H - Z_C}{R_H + Z_C} = \frac{100 - 200}{100 + 200} = -0,333;$$

- тривалість пробігу хвилі $t_{\text{проб}} = \frac{l}{v} = \frac{300}{3 \cdot 10^5} \text{ с} = 1 \text{ мс};$

- усталений режим в лінії після комутації

$$I_y = \frac{E}{r_0 + R_H} = \frac{100 \cdot 10^3}{50 + 100} = 666,7 \text{ A}, \quad U_y = R_H \cdot I_y = 100 \cdot 0,6667 = 66,67 \text{ кВ};$$

- 5% величини від усталених значень напруги і струму в лінії:

$$5\% I_y = 33,3 \text{ A}, \quad 5\% U_y = 3,33 \text{ кВ}.$$

Розрахунок першої зворотної хвилі виконуємо за схемою рис. 8.51,б:

$$i_{3\phi 1} = \frac{-U_{\text{РУБ}}}{R_2 + \frac{R_1 Z_C}{R_1 + Z_C}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + Z_C} = \frac{-95 \cdot 10^3}{111,8 + \frac{950 \cdot 200}{950 + 200}} \cdot \frac{950}{950 + 200} = -283,3 \text{ A},$$

$$u_{3\phi 1} = Z_C \cdot i_{3\phi 1} = 200 \cdot (-0,2833) = -56,67 \text{ кВ}.$$

Напругу і струм подальших прямих і зворотних хвиль розраховуємо за формулами: $i_{\text{пр } q} = n_1 \cdot i_{3\phi q}; \quad u_{\text{пр } q} = n_1 \cdot u_{3\phi q};$

$$i_{3\phi q+1} = n_2 \cdot i_{\text{пр } q}; \quad u_{3\phi q+1} = n_2 \cdot u_{\text{пр } q}.$$

Розрахунок виконуємо до тих пір, поки напруга і струм нових хвиль не стануть менше 5% усталених значень. Повні значення напруги і струму в перерізі $A-A'$ обчислюємо за формулами:

$$u = U(t.) + \Sigma u_{3\phi} + \Sigma u_{\text{пр}}; \quad i = I(t.) - \Sigma i_{3\phi} + \Sigma i_{\text{пр}}.$$

Розрахунки рекомендується виконувати у вигляді табл. 8.6.

Таблиця 8.6

Інтервал часу, мс	Параметри нових хвиль, A і кВ	Струм в перерізі $A-A'$ i, A	Напруга в перерізі $A-A'$ $u, \text{кВ}$
0÷0,5	$i_{3\phi 1} = -283,3; \quad u_{3\phi 1} = -56,67$	100	95
0,5÷1,5	$i_{\text{пр}1} = 170; \quad u_{\text{пр}1} = 34$	383,3	38,33
1,5÷2,5	$i_{3\phi 2} = -56,67; \quad u_{3\phi 2} = -11,33$	553,3	72,33
2,5÷3,5	$i_{\text{пр}2} = 34; \quad u_{\text{пр}2} = 6,8$	610	61
3,5÷4,5	$i_{3\phi 3} = -11,33; \quad u_{3\phi 3} = -2,27$	644	67,8
4,5÷5,5		655,3	65,53

По результатах табл. 8.6 будуюмо графіки $u(t)$, $i(t)$ (рис. 8.52).

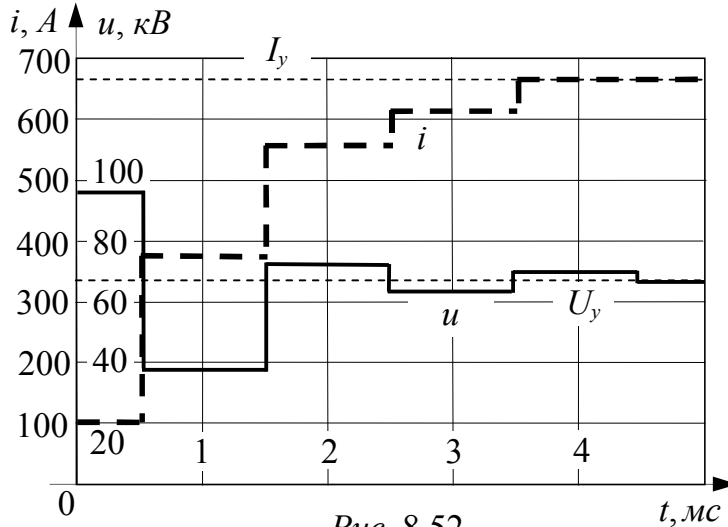


Рис. 8.52

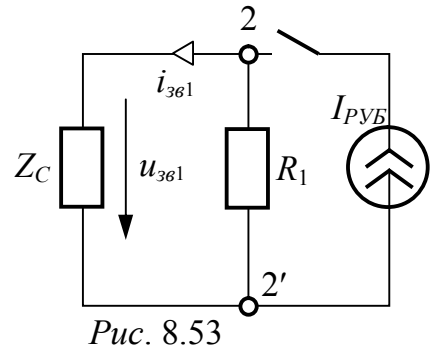


Рис. 8.53

ЗАДАЧА 8.55. Розв'язати задачу 8.54 за умови, що рубильник розмикається при наступних числових даних: $l = 3 \text{ км}$, $Z_C = 20 \text{ Ом}$,

$$v = 1,5 \cdot 10^5 \text{ км/с}, E = 6 \text{ кВ}, r_0 = 2 \text{ Ом}, R_1 = 40 \text{ Ом}, R_2 = 10 \text{ Ом}.$$

Відповіді: $I(t.) = 600 \text{ А}$, $U(t.) = 4,8 \text{ кВ}$, $n_1 = -0,818$, $n_2 = 0,333$;

$$I_{PYB} = 480 \text{ А}; I_y = 142,9 \text{ А}, U_y = 5716 \text{ В};$$

схема для розрахунку першої зворотної хвилі наведена на рис. 8.53;

значення струмів і напруг нових зворотних і прямих хвиль:

$$i_{3\phi} = 320; -87,3; 23,8; -6,5 \text{ А}; \quad u_{3\phi} = Z_C \cdot i_{3\phi} = 6400; -1746; 476; -130 \text{ В};$$

$$i_{np} = -262; 71,3; -19,5 \text{ А}; \quad u_{np} = Z_C \cdot i_{np} = -5240; 1426; -390 \text{ В};$$

послідовність значень, які приймають струм і напруга в перерізі $A-A'$:

$$i_{A-A'} = 600; 280; 18; 105,3; 176,6; 152,8; 133,3; 139,8 \text{ А};$$

$$u_{A-A'} = 4800; 11200; 5960; 4214; 5640; 6116; 5726; 5596 \text{ В}.$$

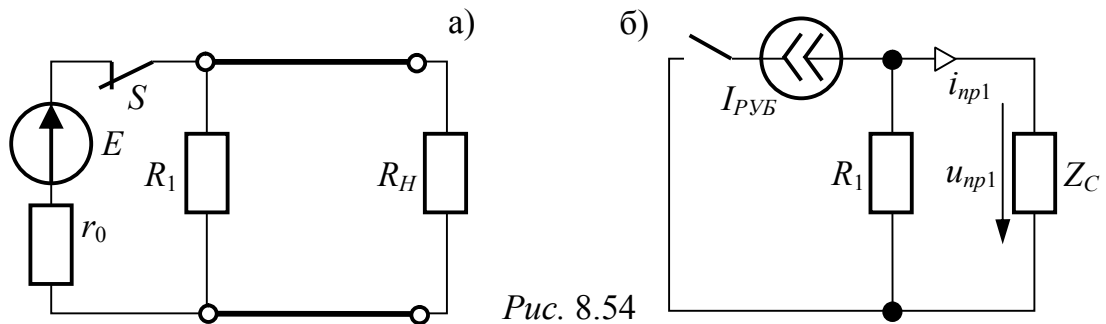


Рис. 8.54

ЗАДАЧА 8.56. В схемі рис. 8.54,а комутація здійснюється розмиканням рубильника S . Числові дані: $l = 75 \text{ км}$, $Z_C = 110 \text{ Ом}$, $v = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$, $E = 110 \text{ кВ}$, $r_0 = 6,111 \text{ Ом}$, $R_1 = 440 \text{ Ом}$, $R_H = 55 \text{ Ом}$.

На протязі 5 пробігів хвиль ($N_{npоб} = 5$) побудувати графіки зміни в часі струму на початку і напруги в кінці лінії.

Відповіді: $t_{npоб} = 0,4 \text{ мс}$, $I_{PYB} = 2 \text{ кА}$, $I(t.) = 1,778 \text{ кА}$, $U(t.) = 97,78 \text{ кВ}$; $I_y = 0$,

$U_y = 0$; $n_1 = 0,6$, $n_2 = -0,333$; схема для розрахунку першої прямої хвилі наведена на рис. 8.54,б;

значення струмів і напруг нових прямих і зворотних хвиль:

$$i_{np} = -1,6; 0,32; -0,064 \text{ кА}; \quad u_{np} = -176; 35,2; -7,04 \text{ кВ};$$

$$i_{зв} = 0,533; -0,107 \text{ кА}; \quad u_{зв} = 58,7; -11,73 \text{ кВ};$$

послідовність значень повних струму і напруги:

$$i = 0,178; -0,035; 0,008 \text{ кА}; \quad u = 97,78; -19,52; 3,95; -3,09 \text{ кВ};$$

графіки подані на рис. 8.55.

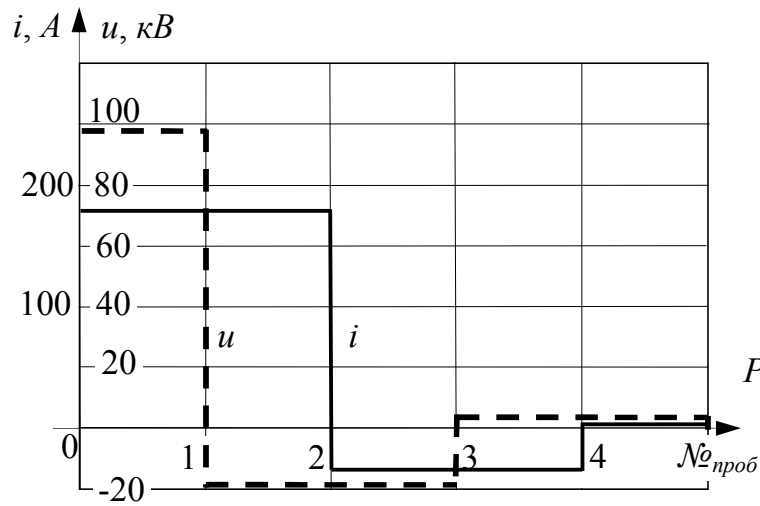


Рис. 8.55