5 ПАСИВНІ ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ І ФІЛЬТРИ

5.1 ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ

5.1.1 Основні теоретичні положення

Чотириполюсник – це частина електричного кола, в якого обособлені чотири затискачі (полюси) для увімкнення до решти схеми.

У цій главі розглядаються лінійні пасивні чотириполюсники, що мають пару вхідних і пару вихідних затискачів і які працюють в усталеному режимі при гармонійній дії або в колах постійного струму (окремий випадок гармонійних).

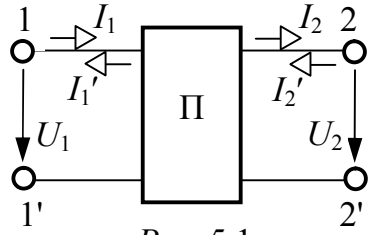


Рис. 5.1

Існують 3 *режими роботи* пасивних чотириполюсників (рис. 5.1):

1. Режим *прямої передачі* енергії: джерело вмикається до затискачів 1-1', а приймач – до 2-2'. Режим характеризується системою $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2$.

2. Режим *зворотної передачі* енергії: вхід – 2-2', вихід – 1-1'. Режим характеризується системою $\underline{U}_2, \underline{U}_1, \underline{I}_2', \underline{I}_1'$.

3. Режим живл*ення з двох сторін*. До затискачів 1-1' та 2-2' увімкнені джерела. Режим характеризується системою $\underline{I}_1, \underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_2'$.

Чотириполюсник може бути охарактеризований у такі способи: а) схемою та її параметрами; б) параметрами однієї з форм основних рівнянь; в) характеристичними параметрами; г) еквівалентною *Т*- або *П*-схемою; д) опорами НХ і КЗ. Для випадків б)-д) існують формули однозначного еквівалентного переходу від одного способу опису до будь-якого іншого.

Два чотириполюсники вважаються *еквівалентними*, якщо вони мають однакові: а) параметри однієї з форм основних рівнянь, або б) характеристичні параметри, або в) опори схем заміщення, або г) опори неробочого ходу і короткого замикання.

Системи основних рівнянь. Залежно від режиму живлення і типу пристрою застосовуються 6 форм *основних рівнянь* чотириполюсника, що зв'язують величини $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_1, \underline{I}_2$: A, B, Z, Y, H, G-форми рівнянь.

Для 1 режиму використовується А-форма рівнянь, коефіцієнти $\underline{A}_{11}, \underline{A}_{12}, \underline{A}_{21}, \underline{A}_{22}$ (або $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$)[*)] які є комплексними числами з різною розмірністю:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = f(\underline{U}_2, \underline{I}_2), \\ \underline{I}_1 = f(\underline{U}_2, \underline{I}_2); \end{cases} \text{ або } \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}_{11}\cdot\underline{U}_2 + \underline{A}_{12}\cdot\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 = \underline{A}_{21}\cdot\underline{U}_2 + \underline{A}_{22}\cdot\underline{I}_2; \end{cases} \text{ або } \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 + \underline{B}\cdot\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 = \underline{C}\cdot\underline{U}_2 + \underline{D}\cdot\underline{I}_2. \end{cases}$$

Коефіцієнти мають властивість:

$$\underline{A}\cdot\underline{B} - \underline{C}\cdot\underline{D} = 1 \quad \textit{– рівняння зв'язку}.$$

Для режиму 2 використовується В-форма:

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = \underline{B}_{11}\cdot\underline{U}_1 + \underline{B}_{12}\cdot\underline{I}_1', \\ \underline{I}_2' = \underline{B}_{21}\cdot\underline{U}_1 + \underline{B}_{22}\cdot\underline{I}_1'; \end{cases} \text{ або } \begin{cases} \underline{U}_2 = \underline{D}\cdot\underline{U}_1 + \underline{B}\cdot\underline{I}_1', \\ \underline{I}_2' = \underline{C}\cdot\underline{U}_1 + \underline{A}\cdot\underline{I}_1'. \end{cases}$$

Решта форм використовується для третього режиму:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\cdot\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\cdot\underline{I}_2', \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\cdot\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\cdot\underline{I}_2'; \end{cases} \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11}\cdot\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\cdot\underline{U}_2, \\ \underline{I}_2' = \underline{Y}_{21}\cdot\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\cdot\underline{U}_2; \end{cases} \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{H}_{11}\cdot\underline{I}_1 + \underline{H}_{12}\cdot\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2' = \underline{H}_{21}\cdot\underline{I}_1 + \underline{H}_{22}\cdot\underline{U}_2; \end{cases} \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{G}_{11}\cdot\underline{U}_1 + \underline{G}_{12}\cdot\underline{I}_2', \\ \underline{U}_2 = \underline{G}_{11}\cdot\underline{U}_1 + \underline{G}_{12}\cdot\underline{I}_2'. \end{cases}$$

[*)] Тут і далі у дужках наведено альтернативні позначення і назви, що зустрічаються у літературі.

У підручниках наводяться формули, по яких здійснюється перехід від коефіцієнтів однієї форми до коефіцієнтів будь-якої іншої форми. Найчастіше використовується А-форма.

Характеристичні параметри чотириполюсника включають:

1. *Характеристичний* (хвильовий) *опір* з боку затискачів на вході:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A}\cdot\underline{B}}{\underline{C}\cdot\underline{D}}} = \sqrt{\underline{Z}_{1HX}\cdot\underline{Z}_{1K3}}\ .$$

2. *Характеристичний* (хвильовий) *опір* з боку затискачів на виході:

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{D}\cdot\underline{B}}{\underline{C}\cdot\underline{A}}} = \sqrt{\underline{Z}_{2HX}\cdot\underline{Z}_{2K3}}\ .$$

3. *Стала передачі* $\underline{\Gamma} = \frac{1}{2}\,ln\frac{\underline{U}_1\cdot\underline{I}_1}{\underline{U}_2\cdot\underline{I}_2}\Big|_{\underline{Z}_2=\underline{Z}_{2C}} = ln\left(\sqrt{\underline{AD}}+\sqrt{\underline{BC}}\right),$

причому $\underline{\Gamma} = a + jb$ $(\underline{\Gamma} = A + jB,\ g = a + jb)$ і

коефіцієнт згасання (стала послаблення) *a* вимірюється у *неперах (Нп)*, а *коефіцієнт фази* (стала фази) *b* – у *радіанах* або *град*.

Основні рівняння чотириполюсника з характеристичними параметрами мають наступну редакцію:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \sqrt{\dfrac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}}\cdot(\underline{U}_2\cdot ch\underline{\Gamma} + \underline{Z}_{C2}\cdot\underline{I}_2\cdot sh\underline{\Gamma}) = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 + \underline{B}\cdot\underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 = \sqrt{\dfrac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1}}}\cdot(\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{C2}}\cdot sh\underline{\Gamma} + \underline{I}_2\cdot ch\underline{\Gamma}) = \underline{C}\cdot\underline{U}_2 + \underline{D}\cdot\underline{I}_2, \end{cases}$$

звідки для прямого живлення $\underline{Z}_{1HX} = \dfrac{\underline{U}_{1HX}}{\underline{I}_{1HX}} = \dfrac{\underline{Z}_{1C}}{th\underline{\Gamma}}, \quad \underline{Z}_{1K3} = \dfrac{\underline{U}_{1K3}}{\underline{I}_{1K3}} = \underline{Z}_{1C}\cdot th\underline{\Gamma},$

для зворотного живлення $\underline{Z}_{2HX} = \dfrac{\underline{U}_{2HX}}{\underline{I}_{2HX}} = \dfrac{\underline{Z}_{2C}}{th\underline{\Gamma}}, \quad \underline{Z}_{2K3} = \dfrac{\underline{U}_{2K3}}{\underline{I}_{2K3}} = \underline{Z}_{2C}\cdot th\underline{\Gamma},$

$th\underline{\Gamma} = \sqrt{\dfrac{\underline{Z}_{1K3}}{\underline{Z}_{1HX}}} = \sqrt{\dfrac{\underline{Z}_{2K3}}{\underline{Z}_{2HX}}} = \dfrac{e^{2\underline{\Gamma}}-1}{e^{2\underline{\Gamma}}+1}.$ Тоді $e^{2\underline{\Gamma}} = \dfrac{1+th\underline{\Gamma}}{1-th\underline{\Gamma}} = M\cdot e^{j\mu} = e^{2a}\cdot e^{j2b}$

і $a = ½\cdot lnM, \quad b = ½\cdot(\mu + 2\pi n)$, де *n* – будь-яке ціле число.

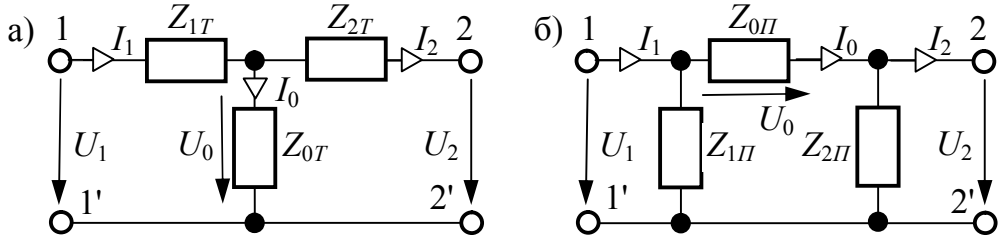


Рис. 5.2

T- (рис. 5.2,а) і *П*-схеми (рис. 5.2,б) – *основні еквівалентні схеми заміщення чотириполюсників*. Зв'язок між опорами еквівалентних схем і коефіцієнтами А-форми наступний:

$\underline{A}_{11} = 1 + \underline{Z}_{1T}\cdot\underline{Y}_{0T}, \quad \underline{A}_{12} = \underline{Z}_{1T} + \underline{Z}_{2T} + \underline{Z}_{1T}\cdot\underline{Z}_{2T}\cdot\underline{Y}_{0T}, \quad \underline{A}_{21} = \underline{Y}_{0T}, \quad \underline{A}_{22} = 1 + \underline{Z}_{2T}\cdot\underline{Y}_{0T};$

$$\underline{Z}_{0T} = 1/\underline{A}_{21}, \qquad \underline{Z}_{1T} = \frac{\underline{A}_{11} - 1}{\underline{A}_{21}}, \qquad \underline{Z}_{2T} = \frac{\underline{A}_{22} - 1}{\underline{A}_{21}};$$

$$\underline{A}_{11} = 1 + \underline{Z}_{0П} \cdot \underline{Y}_{2П}, \quad \underline{A}_{12} = \underline{Z}_{0П}, \quad \underline{A}_{21} = \underline{Y}_{1П} + \underline{Y}_{2П} + \underline{Z}_{0П} \cdot \underline{Y}_{1П} \cdot \underline{Y}_{2П}, \quad \underline{A}_{22} = 1 + \underline{Z}_{0П} \cdot \underline{Y}_{1П};$$

$$\underline{Z}_{0П} = \underline{A}_{12}, \qquad \underline{Z}_{2П} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11} - 1}, \qquad \underline{Z}_{1П} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22} - 1}.$$

Опори прямого *неробочого ходу і короткого замикання* $\underline{Z}_{1НХ}$ і $\underline{Z}_{1КЗ}$ і опори зворотного неробочого ходу і короткого замикання $\underline{Z}_{2НХ}$ і $\underline{Z}_{2КЗ}$ чотириполюсника пов'язані з коефіцієнтами А-форми таким чином:

$$\underline{Z}_{1НХ} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{21}}, \quad \underline{Z}_{1КЗ} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22}}, \quad \underline{Z}_{2НХ} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{21}}, \quad \underline{Z}_{2КЗ} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}}.$$

Звідси важливе співвідношення $\dfrac{\underline{Z}_{1НХ}}{\underline{Z}_{2НХ}} = \dfrac{\underline{Z}_{1КЗ}}{\underline{Z}_{2КЗ}}$.

$$\underline{A}_{11} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1НХ}}{\underline{Z}_{2НХ} - \underline{Z}_{2КЗ}}} \quad \text{або} \quad \underline{A}_{11} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1НХ}\,\underline{Z}_{1КЗ}}{\underline{Z}_{2КЗ}(\underline{Z}_{1НХ} - \underline{Z}_{1КЗ})}};$$

$$\underline{A}_{12} = \underline{Z}_{2КЗ} \cdot \underline{A}_{11}; \quad \underline{A}_{21} = \underline{A}_{11}/\underline{Z}_{1НХ}; \quad \underline{A}_{22} = (\underline{Z}_{2НХ}/\underline{Z}_{1НХ}) \cdot \underline{A}_{11}.$$

Вхідні опори чотириполюсника:

1. З боку входу

$$\underline{Z}_{1вх} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{A}_{11}\underline{U}_2 + \underline{A}_{12}\underline{I}_2}{\underline{A}_{21}\underline{U}_2 + \underline{A}_{22}\underline{I}_2} = \frac{\underline{A}_{11}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{22}}, \quad \text{де} \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}.$$

2. З боку виходу

$$\underline{Z}_{2вх} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2'} = \frac{\underline{A}_{22}\underline{U}_1 + \underline{A}_{12}\underline{I}_1'}{\underline{A}_{21}\underline{U}_1 + \underline{A}_{11}\underline{I}_1'} = \frac{\underline{A}_{22}\underline{Z}_1 + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_1 + \underline{A}_{11}}, \quad \text{де} \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1'}.$$

У *симетричного чотириполюсника*

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}; \quad \underline{Z}_{1НХ} = \underline{Z}_{2НХ}; \quad \underline{Z}_{1КЗ} = \underline{Z}_{2КЗ}; \quad \underline{Z}_{1С} = \underline{Z}_{2С}.$$

Схеми з'єднання чотириполюсників показані на рис. 5.3:

а) паралельне, при цьому матричне рівняння параметрів складного 4П:
$$[\underline{Y}] = [\underline{Y}'] + [\underline{Y}''];$$
б) послідовне, при цьому $[\underline{Z}] = [\underline{Z}'] + [\underline{Z}'']$;
в) послідовно-паралельне, $[\underline{H}] = [\underline{H}'] + [\underline{H}'']$;
г) паралельно-послідовне, $[\underline{G}] = [\underline{G}'] + [\underline{G}'']$;
д) каскадне, $[\underline{A}] = [\underline{A}'] \cdot [\underline{A}'']$.

Комплексною передатною функцією (КПФ) $H(j\omega)$ (або $W(j\omega)$) називається відношення комплексних амплітуд (або діючих значень) електричних величин на виході та вході чотириполюсника:

$$H(j\omega) = \frac{X_{вих}(j\omega)}{X_{вх}(j\omega)} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = B(\omega) + jM(\omega).$$

У електрозв'язку, телебаченні, у теорії автоматичного управління чотириполюсники працюють у широкому діапазоні частот, тому КПФ розглядають як функції частоти, тобто як частотні характеристики ланки або системи. У зв'язку з цим розрізняють:

- $H(j\omega)$ – амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ)

- $H(\omega) = |H(j\omega)|$ – амплітудна частотна характеристика (АЧХ),
- $\varphi(\omega)$ – фазова частотна характеристика (ФЧХ),
- $B(\omega)$ – дійсна частотна характеристика,
- $M(\omega)$ – уявна частотна характеристика.
- годограф вектора $H(j\omega)$ на комплексній плоскості – діаграма Найквіста.

Зазвичай характеристики будують в логарифмічному масштабі, для чого вираз передатної функції логарифмують:

$$lgH(j\omega) = lg[H(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}] = lgH(\omega) + j\varphi(\omega)lge.$$

При цьому виділяють логарифмічну амплітудну частотну характеристику (ЛАЧХ) $L(\omega) = 20lgH(\omega)$ *дБ*, яку будують в масштабі $L(\omega) = f_1(lg\omega)$, і логарифмічну фазову частотну характеристику (ЛФЧХ) як $\varphi(\omega) = f_2(lg\omega)$, причому логарифмічні характеристики будують як асимптотичні (відрізки прямих) (див. задачі 5.37, 5.38).

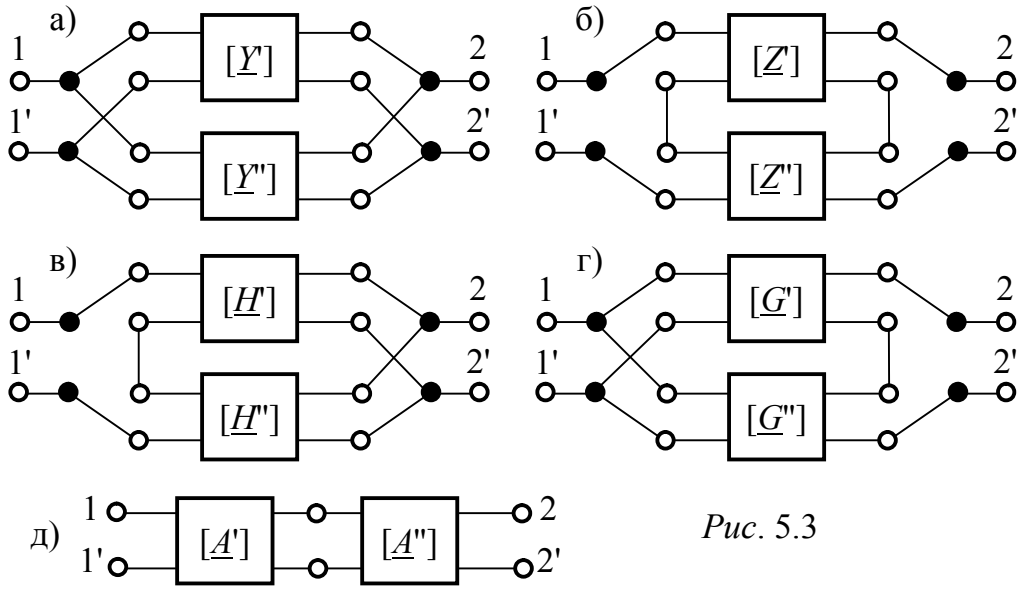


Рис. 5.3

5.1.2 Застосування рівнянь чотириполюсників з коефіцієнтами

ЗАДАЧА 5.1. Розрахувати *ABCD*–коефіцієнти чотириполюсника рис. 5.4,а, якщо $r = 10$ *Ом*, $x_C = 10$ *Ом*, $x_L = 20$ *Ом*. З використанням основних рівнянь чотириполюсника визначити вхідний опір $\underline{Z}_1$ за навантаження $\underline{Z}_2 = r_2 = 20$ *Ом*.

Розв'язання

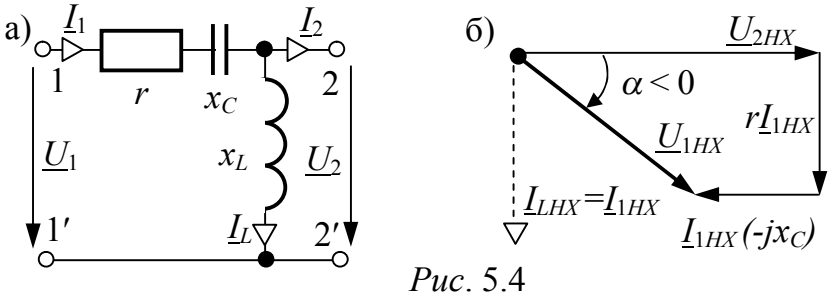


Рис. 5.4

Спосіб 1. Розглядається схема, навантажена довільним опором $\underline{Z}_2$, коли напруга $\underline{U}_2$ і струм $\underline{I}_2$ відмінні від нуля. Отримана схема описується системою

рівнянь Кірхгофа. Методом підстановки позбавляються проміжних струмів і напруг та приводять систему рівнянь до виду: $\begin{cases}\underline{U}_1=\underline{A}\cdot\underline{U}_2+\underline{B}\cdot\underline{I}_2;\\ \underline{I}_1=\underline{C}\cdot\underline{U}_2+\underline{D}\cdot\underline{I}_2.\end{cases}$

При довільному навантаженні у схемі рис. 5.4,а є три невідомі струми: $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_L$. За першим законом Кірхгофа $\underline{I}_1=\underline{I}_L+\underline{I}_2$,
за другим законом Кірхгофа $\underline{U}_2-\underline{I}_L\cdot jx_L=0$,
$\underline{I}_1\cdot(r-jx_C)+\underline{U}_2=\underline{U}_1$.

З цих рівнянь отримуємо:

$$\underline{I}_1=\underline{I}_2+\frac{\underline{U}_2}{jx_L}=\underline{C}\cdot\underline{U}_2+\underline{D}\cdot\underline{I}_2,\quad \text{звідки}\quad \underline{C}=\frac{1}{jx_L}=\frac{1}{j20}=-j0{,}05\ См,\quad \underline{D}=1;$$

$$\underline{U}_1=\underline{U}_2\cdot(1+\frac{r-jx_C}{jx_L})+\underline{I}_2\cdot(r-jx_C)=\underline{A}\cdot\underline{U}_2+\underline{B}\cdot\underline{I}_2,$$

$$\text{звідси}\quad \underline{A}=1+\frac{r-jx_C}{jx_L}=1+\frac{10-j10}{j20}=0{,}5-j0{,}5=0{,}5\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ},$$

$$\underline{B}=r-jx_C=10-j10=10\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\ Ом.$$

Спосіб 2. Коефіцієнти розраховуються за рівняннями Кірхгофа для режимів неробочого ходу і короткого замикання чотириполюсника, коли основні рівняння набирають вигляду:

неробочий хід $\begin{cases}\underline{U}_{1HX}=\underline{A}\cdot\underline{U}_{2HX};\\ \underline{I}_{1HX}=\underline{C}\cdot\underline{U}_{2HX};\end{cases}$ коротке замикання $\begin{cases}\underline{U}_{1K3}=\underline{B}\cdot\underline{I}_{2K3};\\ \underline{I}_{1K3}=\underline{D}\cdot\underline{I}_{2K3}.\end{cases}$

За схемою рис. 5.4,а, відповідно, одержуємо:

$$\underline{I}_{1HX}=\frac{\underline{U}_{2HX}}{jx_L}=\underline{C}\cdot\underline{U}_{2HX};\quad \underline{U}_{1HX}=\underline{I}_{1HX}\cdot(r-jx_C)+\underline{U}_{2HX}=\underline{U}_{2HX}\cdot(1+\frac{r-jx_C}{jx_L})=\underline{A}\cdot\underline{U}_{2HX};$$

$$\underline{I}_{1K3}=\underline{I}_{2K3}=\underline{D}\cdot\underline{I}_{2K3};\qquad \underline{I}_{1K3}\cdot(r-jx_C)=\underline{U}_{1K3}=\underline{B}\cdot\underline{I}_{2K3}=\underline{I}_{2K3}\cdot(r-jx_C).$$

Результати розрахунку коефіцієнтів збігаються з раніше одержаними.

Спосіб 3. Розрахунок коефіцієнтів виконується по опорах неробочого ходу і короткого замикання чотириполюсника (рис. 5.4,а):

$$\underline{Z}_{1HX}=r-jx_C+jx_L=10-j10+j20=10+j10=10\sqrt{2}\cdot e^{j\cdot 45^\circ}\ Ом;$$

$$\underline{Z}_{1K3}=r-jx_C=10-j10=10\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\ Ом;$$

$$\underline{Z}_{2HX}=jx_L=j20=20\cdot e^{j\cdot 90^\circ}\ Ом;$$

$$\underline{Z}_{2K3}=\frac{jx_L\cdot(r-jx_C)}{jx_L+r-jx_C}=\frac{20e^{j90}\cdot 10\sqrt{2}e^{-j45}}{10\sqrt{2}e^{j45}}=20\ Ом.$$

З основних рівнянь для режимів неробочого ходу і короткого замикання

$$\underline{Z}_{1HX}=\underline{A}/\underline{C},\quad \underline{Z}_{2HX}=\underline{D}/\underline{C},\quad \underline{Z}_{1K3}=\underline{B}/\underline{D},\quad \underline{Z}_{2K3}=\underline{B}/\underline{A}.$$

Вибираючи будь-які три співвідношення з урахуванням властивості коефіцієнтів $\underline{A}\cdot\underline{D}-\underline{B}\cdot\underline{C}=1$, одержуємо спочатку один з коефіцієнтів, а потім через вибрані три співвідношення визначаємо решту коефіцієнтів.

Наприклад, $$\underline{A}=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{1HX}}{\underline{Z}_{2HX}-\underline{Z}_{2K3}}}=\sqrt{\frac{10\sqrt{2}e^{j45}}{j20-20}}.$$

Комплексне число, що стоїть у знаменнику, можна в показовій формі записати двояко:

1) $j20 - 20 = 20\sqrt{2}\cdot e^{j\cdot 135°}$; 2) $j20 - 20 = 20\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 225°}$.

Відповідно, отримуємо 2 значення коефіцієнта $\underline{A}$:

$$\underline{A}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\cdot 45°}; \qquad \underline{A}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\cdot 135°}.$$

Коефіцієнт $\underline{A}$ є у загальному випадку комплексним числом, яке у показовій формі має вираз $\underline{A} = a\cdot e^{j\alpha}$.

Модуль коефіцієнта $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ визначається однозначно. А для аргументу α отримуємо два значення:

негативне $\alpha = \alpha_1 = -45°$, позитивне $\alpha = \alpha_2 = +135°$.

Відбір єдиного значення α проведемо на підставі векторної діаграми кола (рис. 5.4,б) для режиму неробочого ходу чотириполюсника, коли

$$\underline{U}_{1HX} = \underline{A}\cdot\underline{U}_{2HX} = a\cdot e^{j\alpha}\cdot\underline{U}_{2HX}.$$

З векторної діаграми одержуємо $\alpha < 0$, тоді

$$\underline{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\cdot 45°}; \qquad \underline{B} = \underline{Z}_{2K3}\cdot\underline{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\cdot 45°}\cdot 20 = 10\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45°}\ Ом;$$

$$\underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1HX}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{e^{-j45}}{10\sqrt{2}e^{j45}} = -j0{,}05\ См; \qquad \underline{D} = \underline{Z}_{2HX}\cdot\underline{C} = 20\cdot e^{j\cdot 90°}(-j0{,}05) = 1.$$

Вхідний опір чотириполюсника при навантаженні $\underline{Z}_2 = 20\ Ом$:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2}{\underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2} = \frac{\underline{A}\underline{Z}_2 + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_2 + \underline{D}} = \frac{(0{,}5 - j0{,}5)20 + 10 - j10}{-j0{,}05\cdot 20 + 1} = \frac{20 - j20}{1 - j} = 20\ Ом.$$

ЗАДАЧА 5.2. Визначити коефіцієнти A, B, C, D несиметричного чотириполюсника, зібраного за T-схемою (рис. 5.5), якщо

$x_1 = 40\ Ом$, $r_2 = 10\ Ом$, $r_0 = x_0 = 40\ Ом$.

З використанням основних рівнянь чотириполюсника у формі A визначити струм I_{1K3} на вході при закорочених вихідних затискачах, якщо $U_1 = 100\ В$.

Відповідь: $\underline{A} = -j$; $\underline{B} = -j50\ Ом$; $\underline{C} = 0{,}025 - j0{,}025\ См$; $\underline{D} = 1{,}25 - j0{,}25$; $I_{1K3} = 2{,}55\ А$.

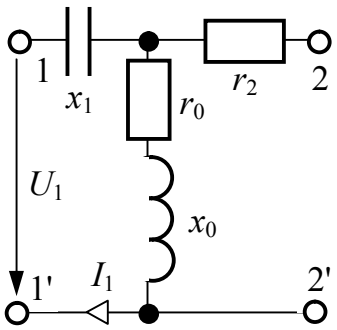


Рис. 5.5

ЗАДАЧА 5.3. Знайти елементи матриці ***[H]*** несиметричного чотириполюсника, зібраного за *П*-схемою (рис. 5.6), якщо:

$r_1 = 10\ Ом$, $r_2 = 20\ Ом$, $x_2 = 20\ Ом$, $x_3 = 40\ Ом$.

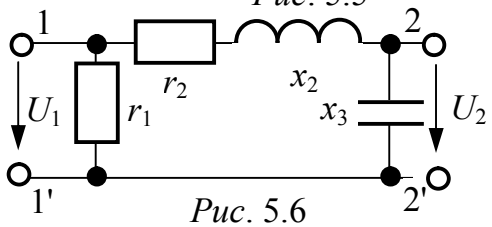


Рис. 5.6

З використанням основних рівнянь чотириполюсника у формі ***[H]*** визначити напругу на вході при розімкнених вихідних затискачах, якщо

$$U_{2HX} = 100\ В.$$

Відповідь: $\underline{H}_{11} = 7{,}69 + j1{,}54\ Ом$; $\underline{H}_{12} = -\underline{H}_{21} = 0{,}231 - j0{,}15$;
$\underline{H}_{22} = -0{,}0231 - j0{,}00962\ См$; $U_{1HX} = 50\sqrt{2}\ В$.

ЗАДАЧА 5.4. Для складання *П-схеми* заміщення ЛЕП (рис. 5.7) і визначення її вхідного опору поставлені досліди неробочого ходу і короткого замикання:

$U_{1HX} = 30\ кВ$, $I_{1HX} = 6\ А$, $P_{1HX} = 27\ кВт$, $\varphi_{1HX} < 0$;
$U_{1K3} = 4{,}5\ кВ$, $I_{1K3} = 30\ А$, $P_{1K3} = 69\ кВт$, $\varphi_{1K3} > 0$.

Визначити вхідний опір ЛЕП $\underline{Z}_{вх}$, якщо

$$\underline{Z}_H = 1000 - j318{,}5\ Ом.$$

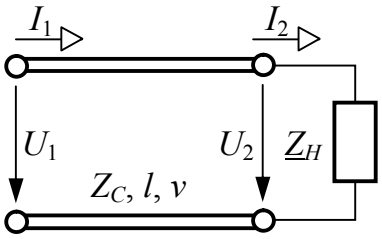


Рис. 5.7

Відповіді: $\underline{A} = \underline{D} = 0{,}9885 \cdot e^{j0{,}53°}$; $\underline{B} = 148{,}3 \cdot e^{j59{,}80°}\ Ом$;
$\underline{C} = 0{,}198 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j81{,}91°}\ См$; $\underline{Z}_{1П} = \underline{Z}_{2П} = 10^4 \cdot e^{-j81{,}64°}\ Ом$;
$\underline{Z}_{0П} = 148{,}3 \cdot e^{j59{,}80°}\ Ом$; $\underline{Z}_{вх} = 986 \cdot e^{-j19{,}75°}\ Ом$.

ЗАДАЧА 5.5. Відомі рівняння *А*-форми чотириполюсника:

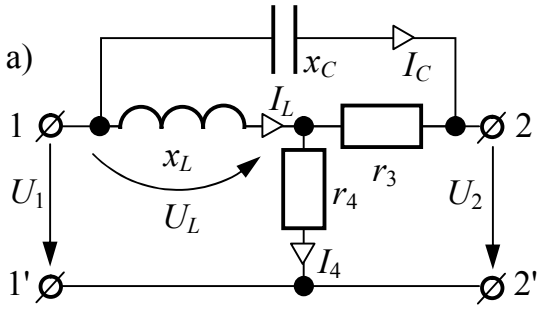
$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -j50 \cdot \underline{I}_2 + 1{,}75 \cdot \underline{U}_2; \\ \underline{I}_1 = 0{,}5 \cdot \underline{I}_2 - j0{,}0025 \cdot \underline{U}_2. \end{cases}$$

Потрібно отримати *Т*-схему заміщення чотириполюсника, а також записати його рівняння у формі ***[H]***.

Відповідь: $\underline{Z}_{1T} = j300\ Ом$, $\underline{Z}_{2T} = -j200\ Ом$, $\underline{Z}_{0T} = j400\ Ом$;
$\underline{H}_{11} = -j100\ Ом$, $\underline{H}_{12} = 2$, $\underline{H}_{21} = -2$, $\underline{H}_{22} = -j0{,}005\ См$.

ЗАДАЧА 5.6. Визначити коефіцієнти A, B, C, D чотириполюсника рис. 5.8,а, якщо $x_L = 80\ Ом$, $x_C = 40\ Ом$, $r_3 = r_4 = 40\ Ом$.

З використанням основних рівнянь чотириполюсника розрахувати струм навантаження $\underline{I}_2$, якщо опір навантаження $\underline{Z}_2 = 60 + j30\ Ом$, а напруга на вході $U_1 = 220\ В$.



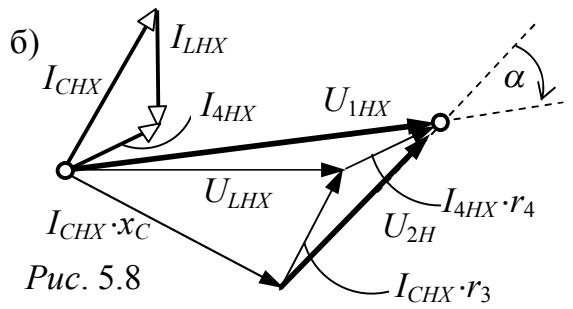


Рис. 5.8

Розв'язання

Розрахунок коефіцієнтів виконаємо за допомогою вхідних опорів.

$$\underline{Z}_{1HX} = r_4 + \frac{jx_L(r_3 - jx_C)}{jx_L + r_3 - jx_C} = 40 + \frac{j80(40 - j40)}{j80 + 40 - j40} = 40 + 80 = 120\ Ом,$$

$$\underline{Z}_{2HX} = r_4 + \frac{r_3(jx_L - jx_C)}{r_3 + jx_L - jx_C} = 60 + \frac{40(j80 - j40)}{40 + j80 - j40} = 60 + j20 = 63{,}25 \cdot e^{j18{,}44°}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_{2K3}=\frac{-jx_C\cdot\left(r_3+\dfrac{r_4jx_L}{r_4+jx_L}\right)}{-jx_C+r_3+\dfrac{r_4jx_L}{r_4+jx_L}}=\frac{-j40\left(40+\dfrac{40\cdot j80}{40+j80}\right)}{-j40+40+\dfrac{40\cdot j80}{40+j80}}=$$

$$=20-j33{,}33=38{,}87\cdot e^{-j59{,}04^\circ}\ Ом.$$

$$\underline{A}=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{1HX}}{\underline{Z}_{2HX}-\underline{Z}_{2K3}}}=\sqrt{\frac{120}{60+j20-20+j33{,}33}}=\pm1{,}342\cdot e^{-j26{,}57^\circ}=\pm(1{,}2-j0{,}6).$$

Отримуємо два головні значення коефіцієнта $\underline{A}=ae^{j\alpha}$:

$$\underline{A}_1=1{,}342\cdot e^{-j26{,}57^\circ};\quad \underline{A}_2=1{,}342\cdot e^{j153{,}43^\circ}.$$

Відбір знаку кута α здійснюємо за допомогою векторної діаграми чотириполюсника для режиму неробочого ходу (рис. 5.8,б), з якої на підставі основного рівняння $\underline{U}_{1HX}=\underline{A}\cdot\underline{U}_{2HX}=a\underline{U}_{2HX}e^{j\alpha}$ витікає $\alpha<0$, тобто

$$\underline{A}=1{,}342\cdot e^{-j26{,}57^\circ}=1{,}2-j0{,}6.$$

Далі

$$\underline{B}=\underline{Z}_{2K3}\cdot\underline{A}=38{,}87\cdot e^{-j59{,}04^\circ}\cdot1{,}342\cdot e^{-j26{,}57^\circ}=52{,}16\cdot e^{-j85{,}61^\circ}=4-j52\ Ом,$$

$$\underline{C}=\frac{1}{\underline{Z}_{1HX}}\cdot\underline{A}=\frac{1{,}342e^{-j56{,}57}}{120}=0{,}0112\cdot e^{-j26{,}57^\circ}=0{,}01-j0{,}005\ См,$$

$$\underline{D}=\frac{\underline{Z}_{2HX}}{\underline{Z}_{1HX}}\cdot\underline{A}=\frac{63{,}25e^{j18{,}44}}{120}\cdot1{,}342\cdot e^{-j26{,}57^\circ}=0{,}707\cdot e^{-j8{,}13^\circ}=0{,}7-j0{,}1.$$

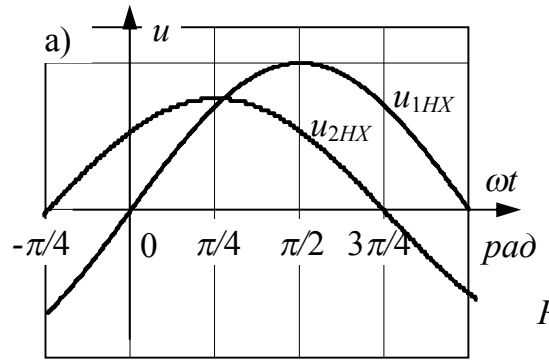
Перше основне рівняння форми A $\underline{U}_1=\underline{A}\cdot\underline{U}_2+\underline{B}\cdot\underline{I}_2=\underline{A}\cdot\underline{I}_2\cdot\underline{Z}_2+\underline{B}\cdot\underline{I}_2$, звідки

$$\underline{I}_2=\frac{\underline{U}_1}{\underline{A}\underline{Z}_2+\underline{B}}=\frac{220}{(1{,}2-j0{,}6)(60+j30)+4-j52}=2{,}05\cdot e^{j29{,}0^\circ}\ A,$$

діюче значення струму $I_2=2{,}05\ A$.

ЗАДАЧА 5.7. При експериментальному дослідженні чотириполюсника виявилось, що

$$\underline{Z}_{1HX}=1000\sqrt{2}\cdot e^{-j45^\circ}\ Ом,\quad \underline{Z}_{1K}=500\sqrt{2}\cdot e^{-j45^\circ}\ Ом,\quad \underline{Z}_{2HX}=1000\sqrt{2}\cdot e^{j45^\circ}\ Ом.$$



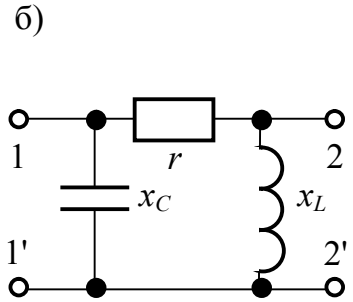


Рис. 5.9

У режимі неробочого ходу були зняті осцилограми напруг на вході і виході; вони наведені на рис. 5.9,а. Потрібно:

1. Визначити коефіцієнти A, B, C, D.

2. Розрахувати параметри *П*-схеми заміщення чотириполюсника і вирішити питання, чи реалізується вона фізично.

3. Визначити напругу джерела, струм і напругу приймача, якщо

$i_1(t) = 20\sin(\omega t + 90°)$ *мА*, а опір приймача $\underline{Z}_2 = 500$ *Ом*.

4. Визначити ККД чотириполюсника.

Розв'язання

Знайдемо коефіцієнт $\underline{A} = \sqrt{\dfrac{\underline{Z}_{1HX}\,\underline{Z}_{1K3}}{\underline{Z}_{2K3}(\underline{Z}_{1HX} - \underline{Z}_{1K3})}}$.

Невідомий опір

$$\underline{Z}_{2K3} = \underline{Z}_{2HX} \cdot \frac{\underline{Z}_{1K3}}{\underline{Z}_{1HX}} = 1000\sqrt{2}\cdot e^{j45°}\,\frac{500\sqrt{2}e^{-j45}}{1000\sqrt{2}e^{-j45}} = 500\sqrt{2}\cdot e^{j45°}\ Ом,$$

а коефіцієнт

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{1000\sqrt{2}e^{-j45}\ \cdot 500\sqrt{2}e^{-j45}}{500\sqrt{2}e^{j45}\ (1000 - j1000 - 500 + j500)}} = \pm\sqrt{2}\cdot e^{-j45°} = ae^{j\alpha}.$$

Отримуємо два головні значення

$$\underline{A}_1 = +\sqrt{2}\cdot e^{-j45°};\quad \underline{A}_2 = -\sqrt{2}\cdot e^{-j45°} = \sqrt{2}\cdot e^{j135°}.$$

Знак аргументу комплексного числа встановимо за допомогою осцилограми рис. 5.9,а, маючи на увазі, що у режимі неробочого ходу

$$\underline{U}_{1HX} = \underline{A}\cdot\underline{U}_{2HX} \quad \text{і} \quad \underline{A} = \frac{\underline{U}_{1HX}}{\underline{U}_{2HX}} = \frac{U_{1HX}}{U_{2HX}}\,e^{j(\psi_{u1HX} - \psi_{u2HX})} = ae^{j\alpha}.$$

На наведеній осцилограмі $\psi_{u1HX} = 0,\ \psi_{u2HX} = +\dfrac{\pi}{4} = +45°.$

таким чином, $\alpha = \psi_{u1HX} - \psi_{u2HX} = 0 - 45° = -45°$

і єдиний для даного чотириполюсника коефіцієнт $\underline{A} = +\sqrt{2}\cdot e^{-j45°} = 1 - j.$

Відзначимо, що модуль коефіцієнта $|\underline{A}| = a$ також можна було визначити за осцилограмою: $a = U_{1HX\,m}/U_{2HX\,m}$. Однак точність визначення величин по графіках низька.

Решта коефіцієнтів $\underline{B} = \underline{Z}_{2K3}\cdot\underline{A} = 500\sqrt{2}\cdot e^{j45°}\cdot\sqrt{2}\cdot e^{-j45°} = 1000$ *Ом*,

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_{1HX}}\cdot\underline{A} = \frac{\sqrt{2}e^{-j45}}{1000\sqrt{2}e^{-j45}} = 0{,}001\ См,$$

$$\underline{D} = \frac{\underline{B}}{\underline{Z}_{1K3}} = \frac{1000}{500\sqrt{2}e^{-j45}} = \sqrt{2}\cdot e^{j45°} = 1 + j.$$

Параметри *П*-схеми заміщення чотириполюсника:

$\underline{Z}_{1П} = \dfrac{\underline{B}}{\underline{D} - 1} = \dfrac{1000}{1 + j - 1} = -j1000$ *Ом* – ємнісний опір;

$\underline{Z}_{2П} = \dfrac{\underline{B}}{\underline{A} - 1} = \dfrac{1000}{1 - j - 1} = j1000$ *Ом* – індуктивний опір;

$\underline{Z}_{0П} = \underline{B} = 1000$ *Ом* – активний опір.

Всі опори схеми заміщення рис. 5.9,б фізично реалізуються.

Комплекс струму на вході $\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi i} = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ}$ *мА* $= 10^{-2}\sqrt{2} \cdot e^{j90^\circ}$ *А*.

Вхідний опір чотириполюсника разом з навантаженням

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A}\underline{Z}_2 + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_2 + \underline{D}} = \frac{(1-j)500 + 1000}{0{,}001 \cdot 500 + 1 + j} = 877 \cdot e^{-j52{,}13^\circ}\ Ом.$$

Напруга на вході $\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 10^{-2}\sqrt{2} \cdot e^{j90^\circ} \cdot 877 \cdot e^{-j52{,}13^\circ} = 12{,}4 \cdot e^{j37{,}87^\circ}$ *В*.

З основного рівняння форми *А* $\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 = \underline{U}_2 \cdot (\underline{A} + \frac{\underline{B}}{\underline{Z}_2})$ отримуємо

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{A} + \underline{B}/\underline{Z}_2} = \frac{12{,}4e^{j37{,}87}}{1 - j + \frac{1000}{500}} = 3{,}92 \cdot e^{j56{,}31^\circ}\ В.$$

За законом Ома $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{3{,}92e^{j56{,}31}}{500} = 7{,}84 \cdot 10^{-3} e^{j56{,}31^\circ}$ *А*.

Активні потужності:

- на вході чотириполюсника

$P_1 = \mathrm{Re}(\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*) = \mathrm{Re}(12{,}4 \cdot e^{j37{,}87^\circ} \cdot 10^{-2}\sqrt{2} \cdot e^{-j90^\circ}) = 107{,}7 \cdot 10^{-3}$ *Вт*;

- на виході чотириполюсника

$P_2 = I_2^2 r_2 = (7{,}84 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 500 = 30{,}73 \cdot 10^{-3}$ *Вт*.

Коефіцієнт корисної дії $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{30{,}73}{107{,}7} = 0{,}286$.

ЗАДАЧА 5.8. При переході з повітряної лінії в кабельну використана схема, подана на рис. 5.10,а. Параметри схеми: $x_C = 35$ *Ом*, $x_1 = 20$ *Ом*, $x_2 = 60$ *Ом*, $x_M = 10$ *Ом*.

Визначити коефіцієнти *A*, *B*, *C*, *D* чотириполюсника.

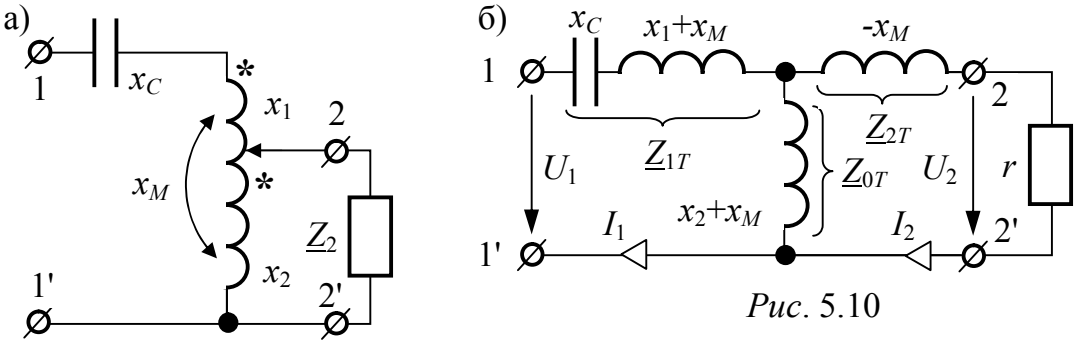


Рис. 5.10

При навантаженні $\underline{Z}_2 = r = 50$ *Ом* потужність $P_2 = 450$ *Вт*. З використанням основних рівнянь розрахувати активну потужність на вході.

Розв'язання

Усунемо індуктивний зв'язок і отримаємо еквівалентну *Т*-схему чотириполюсника (рис. 5.10,б), в якого

$\underline{Z}_{1T} = -jx_C + j(x_1 + x_M) = -j35 + j(20 + 10) = -j5$ *Ом*,

$\underline{Z}_{2T} = -jx_M = -j10$ *Ом*, $\underline{Z}_{0T} = j(x_2 + x_M) = j(60 + 10) = j70$ *Ом*.

Для *T*-схеми чотириполюсника зв'язок між коефіцієнтами і опорами наступний: $\underline{A} = 1 + \dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} = 1 + (-j5)/(j70) = 0{,}928;$

$$\underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} = -j5 - j10 + \frac{-j5 \cdot (-j10)}{j70} = -j15{,}70 \ Ом;$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{j70} = -j0{,}0143 \ См;$$

$$\underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_0} = 1 + \frac{-j10}{j70} = 0{,}857.$$

Струм навантаження $I_2 = \sqrt{\dfrac{P_2}{r}} = \sqrt{\dfrac{450}{50}} = 3 \ A.$

Приймемо $\underline{I}_2 = 3 \ A$; за законом Ома $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 3 \cdot 50 = 150 \ B.$

Далі $\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 = 0{,}928 \cdot 150 + (-j15{,}7) \cdot 3 = 147 \cdot e^{-j18{,}7^\circ} \ B,$

$\underline{I}_1 = \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot \underline{I}_2 = -j0{,}0143 \cdot 150 + 0{,}857 \cdot 3 = 3{,}35 \cdot e^{-j39{,}8^\circ} \ A,$

$P_1 = \mathrm{Re}(\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*) = \mathrm{Re}(147 \cdot e^{-j18{,}7^\circ} \cdot 3{,}35 \cdot e^{j39{,}8^\circ}) = 459 \ Вт \approx P_2 = 450 \ Вт.$

Звернемо увагу, що дана схема чотириполюсника є схемою без втрат (без активних опорів), для якої $P_1 = P_2$. Розбіжність у 9 *Вт* з'явилася внаслідок округлення результатів підрахунків до трьох значущих цифр. При цьому відносна похибка обчислень по потужності склала $\varepsilon\,\% = \dfrac{\Delta P}{P} \cdot 100 = \dfrac{9}{450} \cdot 100 = 2\%,$ що допустимо при виконанні розрахунків.

ЗАДАЧА 5.9. Визначити *A*-коефіцієнти чотириполюсника, поданого на рис. 5.11 (мостова схема), якщо $r = x_L = x_C = 10 \ Ом$.

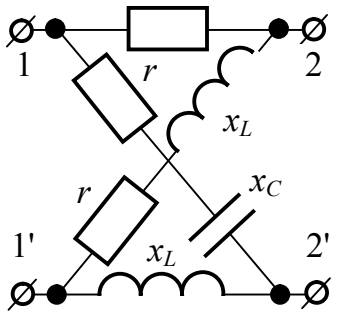


Рис. 5.11

Вказівка. При відборі єдиного значення коефіцієнта $\underline{A}$ рекомендується побудувати діаграму комплексних потенціалів чотириполюсника для режиму неробочого ходу, прийнявши $\varphi_{1'} = 0$.

Відповіді: $\underline{A} = 0{,}6 + j0{,}8$, $\underline{B} = j20 \ Ом$, $\underline{C} = 0{,}1 + j0{,}1 \ См$, $\underline{D} = 1 + j2$.

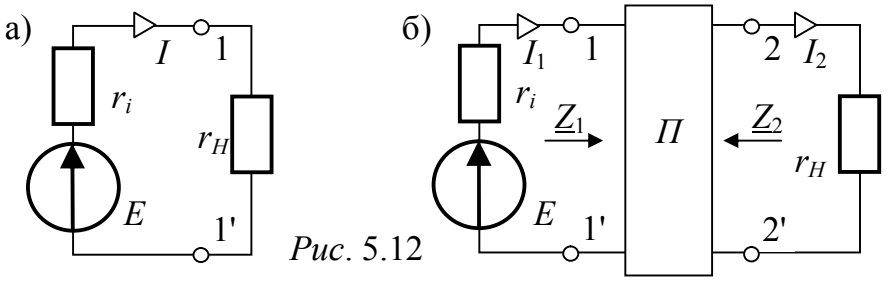


Рис. 5.12

ЗАДАЧА 5.10. На затискачі джерела змінної напруги з ЕРС $E = 100 \ B$ та внутрішнім опором $\underline{Z}_i = r_i = 1 \ Ом$ увімкнене навантаження $\underline{Z}_H = r_H = 9 \ Ом$ (рис. 5.12,а). Виконати наступне:

1. Визначити активну потужність приймача P_H.

2. Визначити параметри чотириполюсника, який вмикається між генератором і навантаженням (рис. 5.12,б) для збільшення потужності останнього за умови передачі від генератора в навантаження максимально можливої потужності P_{2max}.

Розв'язання

1. Струм у колі рис. 5.12,а

$$I = \frac{E}{r_i + r_H} = \frac{100}{1+9} = 10\ A,$$

активна потужність приймача $P_H = I^2 \cdot r_H = 10^2 \cdot 9 = 900\ Bm$.

2. Навантаженням генератора в схемі рис. 5.12,б є чотириполюсник, на затискачі якого на виході увімкнений приймач з опором $\underline{Z}_H = r_H = 9\ Ом$. Задачу передачі максимальної потужності від генератора через чотириполюсник до приймача розв'яжемо в два етапи:

2.1. Підберемо такий опір навантаження на генератор $\underline{Z}_1$, при якому на вхід чотириполюсника поступить максимально можлива потужність P_{1max}.

На підставі основних рівнянь чотириполюсника при навантаженні $\underline{Z}_2 = r_H$ його вхідний опір $\underline{Z}_1 = \dfrac{\underline{A} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{D}}$.

Оскільки чотириполюсник ще потрібно підібрати, то його коефіцієнти можна прийняти будь-якими, змінюючи таким чином навантаження генератора.

Відмітимо, що пристрій, за допомогою якого можна змінити (трансформувати) опір навантаження, називається *трансформатором опору*, а завдання підбору схеми із заданими властивостями (у даному прикладі чотириполюсника) називається *завданням синтезу* електричного кола.

У розділах курсу «Лінійні кола постійного струму», «Лінійні кола синусоїдного струму» вивчено питання про умови передачі максимальної активної потужності від активного двополюсника до пасивного. При повній компенсації реактивній потужності у колі генератора, що має місце в умовах даної задачі 5.10,а, ця умова виражається рівністю $r_i = r_H$.

Таким чином, перше розрахункове рівняння для синтезу чотириполюсника набирає вигляду:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{D}} = r_i. \qquad (5.1)$$

2.2. Розглядаючи ліву частину схеми рис. 5.12,б по відношенню до вихідних затискачів 2-2′ чотириполюсника як еквівалентний генератор з внутрішнім опором $\underline{Z}_2$ пасивної частини схеми, запишемо умову передачі максимальної потужності від еквівалентного генератора в навантаження r_H:

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{D} \cdot r_i + \underline{B}}{\underline{C} \cdot r_i + \underline{A}} = r_H. \qquad (5.2)$$

Для визначення чотирьох коефіцієнтів $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$ потрібна система чотирьох лінійно незалежних рівнянь. Третє розрахункове рівняння визначається властивістю коефіцієнтів чотириполюсника

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1. \qquad (5.3)$$

Бракує четвертого рівняння; це дає нам свободу вибору аж до прийняття одного коефіцієнта будь-яким комплексним числом. Таким чином, задача синтезу чотириполюсника, необхідного для збільшення потужності, що передається до приймача, має нескінченно велике число рішень.

Зазвичай для здобуття четвертого розрахункового рівняння поступають в один з двох способів:

А) Синтезують симетричний чотириполюсник, в якому $\underline{A} = \underline{D}$, і для реалізації приймають найпростіші з схем: *Т*- або *П*-подібну (рис. 5.13).

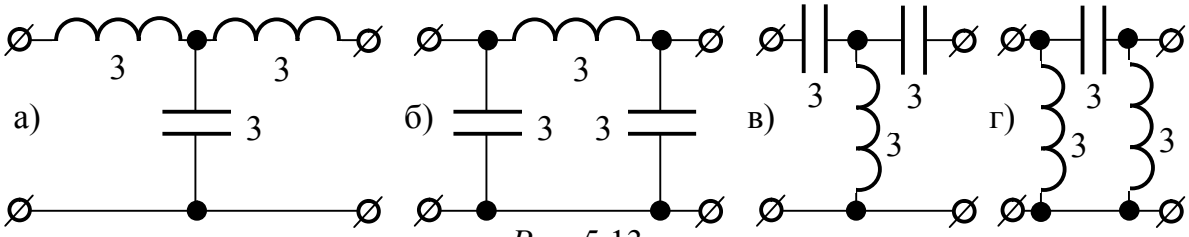


Рис. 5.13

Б) Приймають коефіцієнт $\underline{D} = 1$, і тоді і *Т*-, і *П*-схема перетворюються на несиметричну *Г*-схему виду рис. 5.14,а або б.

Приведемо розбір обох варіантів.

А) *Синтез симетричного чотириполюсника*.

Коефіцієнти шуканого чотириполюсника визначаються системою рівнянь: $\dfrac{\underline{A}\cdot r_H + \underline{B}}{\underline{C}\cdot r_H + \underline{D}} = r_i;\quad \dfrac{\underline{D}\cdot r_i + \underline{B}}{\underline{C}\cdot r_i + \underline{A}} = r_H;\quad \underline{AD} - \underline{BC} = 1;\quad \underline{A} = \underline{D}.$

Наведемо детальне розв'язання системи:

$$\begin{cases} \underline{A}\cdot r_H + \underline{B} = \underline{C}\cdot r_i\cdot r_H + \underline{D}\cdot r_i, & \text{врахуємо } \underline{A} = \underline{D}, \text{ а потім віднімемо друге} \\ \underline{D}\cdot r_i + \underline{B} = \underline{C}\cdot r_i\cdot r_H + \underline{A}\cdot r_H. & \text{рівняння із першого. Отримаємо:} \end{cases}$$

$$\underline{A}\cdot(r_H - r_i) = \underline{A}\cdot(r_i - r_H), \quad \text{звідки } \underline{A} = 0 = \underline{D}.$$

Для визначення двох коефіцієнтів, що залишилися, вирішимо систему рівнянь, в якій враховано $\underline{A} = \underline{D} = 0$:

$$\underline{B} = \underline{C}\cdot r_i\cdot r_H; \quad -\underline{BC} = 1, \quad \text{звідки } \underline{B} = \pm j\sqrt{r_i r_H}, \quad \underline{C} = \pm j\frac{1}{\sqrt{r_i r_H}},$$

причому з урахуванням $-\underline{BC} = 1$ знаки при уявній одиниці j мають бути однаковими для $\underline{B}$ і $\underline{C}$.

Отримуємо два варіанти розв'язання

а) $\underline{A} = \underline{D} = 0$;

$\underline{B} = +j\sqrt{r_i r_H} = j\sqrt{1\cdot 9} = j3$ *Ом*;

$\underline{C} = +j\dfrac{1}{\sqrt{r_i r_H}} = j\dfrac{1}{3}$ *См*.

б) $\underline{A} = \underline{D} = 0$;

$\underline{B} = -j\sqrt{r_i r_H} = -j\sqrt{1\cdot 9} = -j3$ *Ом*;

$\underline{C} = -j\dfrac{1}{\sqrt{r_i r_H}} = -j\dfrac{1}{3}$ *См*.

Розраховуємо параметри типових *Т*- і *П*-схем чотириполюсників по відомих коефіцієнтах:

- для *Т*-схеми $\underline{Z}_{1T} = \underline{Z}_{2T} = \dfrac{\underline{A} - 1}{\underline{C}} = \pm j3$ *Ом*, $\underline{Z}_{0T} = \dfrac{1}{\underline{C}} = \quad j3$ *Ом*.

- для *П*-схеми $\underline{Z}_{1П} = \underline{Z}_{2П} = \dfrac{\underline{B}}{\underline{D}-1} = \quad j3\ Ом, \quad \underline{Z}_{0П} = \underline{B} = \pm j3\ Ом.$

У відповідях верхні знаки відносяться до варіанту а), нижні – до варіанту б). Відповідні схеми з вказівкою опорів в *Ом* подані на рис. 5.13.

При використанні будь-якої з цих схем $\underline{Z}_1 = r_i = 1\ Ом$,

струм у колі генератора буде $\underline{I}_1 = \dfrac{E}{r_i + \underline{Z}_1} = \dfrac{100}{1+1} = 50\ A,$

активна потужність на вході чотириполюсника $P_{1max} = I^2 \cdot \underline{Z}_1 = 50^2 \cdot 1 = 2500\ Вт.$

Оскільки чотириполюсник виконаний з реактивних елементів, він не має втрат, тоді активна потужність приймача $P_{2max} = P_{1max} = 2500\ Вт$ замість $P_2 = 900\ Вт$ первинної схеми рис. 5.12,а.

Б) *Синтез Г-схеми чотириполюсника*.

Коефіцієнти шуканої схеми чотириполюсника визначимо розв'язанням системи рівнянь

$$\frac{\underline{A} \cdot r_H + \underline{B}}{\underline{C} \cdot r_H + \underline{D}} = r_i; \qquad \frac{\underline{D} \cdot r_i + \underline{B}}{\underline{C} \cdot r_i + \underline{A}} = r_H; \qquad \underline{AD} - \underline{BC} = 1; \qquad \underline{D} = 1.$$

З цієї системи отримуємо два варіанти розв'язання:

а) $\underline{A} = \dfrac{1}{9}; \quad \underline{B} = j2\sqrt{2}\ Ом; \quad \underline{C} = j\dfrac{2\sqrt{2}}{9}\ См; \quad \underline{D} = 1;$

б) $\underline{A} = \dfrac{1}{9}; \quad \underline{B} = -j2\sqrt{2}\ Ом; \quad \underline{C} = -j\dfrac{2\sqrt{2}}{9}\ См; \quad \underline{D} = 1;$

Цим варіантам відповідають тільки дві *Г*-схеми, наведені на рис. 5.14.

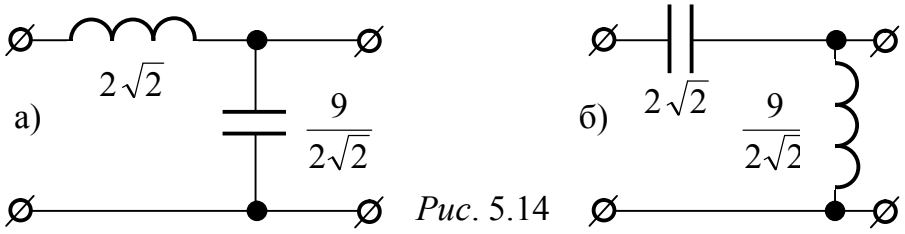


Рис. 5.14

На рис. 5.14 опори індуктивних і ємнісних елементів представлені в *Ом*. Тут так само, як і в разі вживання схем рис. 5.13,

$$P_{1max} = P_{2max} = 2500\ Вт, \qquad \underline{I}_1 = \frac{E}{2r_в} = \frac{100}{2 \cdot 1} = 50\ A.$$

Струм навантаження можна визначити за формулою $\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{I}_1}{\underline{C} r_H + \underline{D}}.$

Наприклад, для схеми рис. 5.14,а він дорівнює

$$\underline{I}_2 = \frac{50}{j\dfrac{2\sqrt{2}}{9} \cdot 9 + 1} = \frac{50}{3} \cdot e^{-j70{,}53^\circ}\ A.$$

ЗАДАЧА 5.11. Опори елементів чотириполюсників на схемах рис. 5.15 задано в *Ом*. Необхідно показати, що подані чотириполюсники еквівалентні.

Вказівка: порівняти значення опорів неробочого ходу і короткого замикання в обох чотириполюсниках.

У нашому прикладі: $\underline{Z}_{1HX} = 100 + j200$ *Ом*, $\underline{Z}_{1K3} = 100 - j200$ *Ом*, $\underline{Z}_{2HX} = +j100$ *Ом*, $\underline{Z}_{2K3} = 80 - j\,60$ *Ом*.

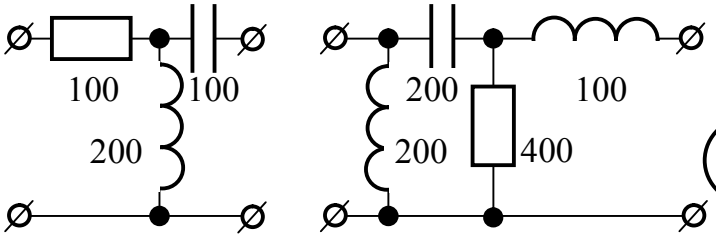


Рис. 5.15

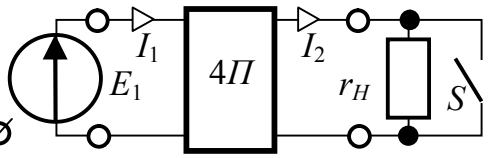


Рис. 5.16

ЗАДАЧА 5.12. Симетричний чотириполюсник з $r_H = 5$ *кОм* живиться від джерела $E_1 = 48$ *В* (рис. 5.16). При замкненому рубильнику *S* струм на вході $I_1 = 3{,}2$ *мА*, на виході $I_2 = 1{,}6$ *мА*.

Визначити *A*-коефіцієнти чотириполюсника і знайти струми при розімкненому рубильнику.

Методичні вказівки: необхідно записати рівняння для режиму КЗ. Це дозволить знайти *A*-коефіцієнти чотириполюсника.

Відповіді: $I_1 = 3$ *мА*, $I_2 = 1{,}2$ *мА*; $A = D = 2$; $B = 30000$ *Ом*; $C = 10^{-4}$ *См*.

ЗАДАЧА 5.13. Чотириполюсник з відомими *A*-параметрами ($\underline{A} = 0{,}5$; $\underline{B} = 10 + j10$ *Ом*; $\underline{C} = -j0{,}05$ *См*) навантажений опором $\underline{Z}_H = j20$ *Ом*. Потрібно розрахувати струми на вході і виході чотириполюсника. $\underline{U}_1 = 100$ *В*.

Відповіді: $\underline{I}_1 = 4 - j18$ *А*; $\underline{I}_2 = 2 - j4$ *А*.

ЗАДАЧА 5.14. Для симетричного чотириполюсника експериментально встановлено, що $\underline{Z}_{1HX} = 10 \cdot e^{+j90^\circ}$ *Ом*, $\underline{Z}_{2K3} = 10 \cdot e^{+j30^\circ}$ *Ом*. Потрібно визначити *A*-параметри чотириполюсника і кут зсуву фаз між вхідною напругою і струмом при узгодженому навантаженні.

Відповіді: $\underline{A} = \underline{D} = 1 \cdot e^{-j30^\circ}$; $\underline{B} = 10$ *Ом*; $\underline{C} = 0{,}1 \cdot e^{-j120^\circ}$ *См*; $\varphi = \varphi_C = 60^\circ$.

5.1.3 Застосування рівнянь пасивних чотириполюсників з характеристичними параметрами

ЗАДАЧА 5.15. На виході симетричного чотириполюсника, що має коефіцієнти $\underline{A} = 1 + j1$, $\underline{B} = 10 + j10$ *Ом* і навантажений на опір $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$, протікає струм $\underline{I}_2 = 2$ *А*. Розрахувати струм і напругу на вході чотириполюсника.

Відповіді: $\underline{U}_1 = 54{,}67 \cdot e^{j38{,}55^\circ}$ *В*, $\underline{I}_1 = 5{,}78 \cdot e^{j51{,}83^\circ}$ *А*, $\underline{Z}_C = 9{,}46 \cdot e^{-j13{,}28^\circ}$ *Ом*.

ЗАДАЧА 5.16. Для схеми задачі 5.1 розрахувати характеристичні параметри $\underline{Z}_{1C}$, $\underline{Z}_{2C}$, $\underline{\Gamma}$, *a*, *b*. При напрузі на затискачах узгодженого навантаження $U_2 = 100$ *В* визначити U_1, I_1 з використанням основних рівнянь чотириполюсника з характеристичними параметрами.

Розв'язання

При розв'язанні задачі 5.1 були визначені коефіцієнти чотириполюсника: $\underline{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45^\circ}$, $\underline{B} = 10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}$ *Ом*, $\underline{C} = 0{,}05 \cdot e^{-j90^\circ}$ *См*, $\underline{D} = 1$.

Скористаємося цими значеннями при розрахунку характеристичних параметрів. Характеристичний опір з боку затискачів на вході

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A}\underline{B}}{\underline{C}\underline{D}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j45} \cdot 10\sqrt{2} e^{-j45}}{0{,}05 e^{-j90} \cdot 1}} = 10\sqrt{2} \cdot e^{j0^\circ} = 10\sqrt{2} \ \text{Ом},$$

з боку затискачів на виході

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{D}\underline{B}}{\underline{C}\underline{A}}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10\sqrt{2} e^{-j45}}{0{,}05 e^{-j90} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j45}}} = 20 \cdot e^{j45^\circ} \ \text{Ом}.$$

Відмітимо, що добуття кореня з комплексного числа призводить до нескінченно великої кількості відповідей. Як відомо з курсу ТОЕ, при позитивному модулі $\underline{Z}_C$ аргумент φ_C комплексного числа не може перевищувати 90°. За цим принципом здійснений відбір наведених числових значень для $\underline{Z}_{1C}$ та $\underline{Z}_{2C}$.

Стала передачі чотириполюсника

$$\underline{\Gamma} = ln\left(\sqrt{\underline{A}\underline{D}} + \sqrt{\underline{B}\underline{C}}\right) = ln\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j45} \cdot 1} + \sqrt{10\sqrt{2} e^{-j45} \cdot 0{,}05 e^{-j90}}\right) =$$

$$= ln\left(\pm 0{,}841 e^{-j22{,}5} \pm 0{,}841 e^{-j67{,}5}\right).$$

У результаті під знаком натурального логарифма можуть знаходитись чотири числа:

1) $1{,}099 - j1{,}099 = 1{,}554 \cdot e^{-j45^\circ}$, 2) $0{,}455 + j0{,}455 = 0{,}64 \cdot e^{j45^\circ}$,

3) $-0{,}455 - j0{,}455 = 0{,}64 \cdot e^{-j135^\circ}$, 4) $-1{,}099 + j1{,}099 = 1{,}554 \cdot e^{j135^\circ}$.

Комплексне число в показниковій формі запису має вигляд $\underline{M} = M \cdot e^{j\mu}$.

Оскільки $\underline{\Gamma} = ln\underline{M}$ і $\underline{\Gamma} = a + jb$, то $a = ln(M)$ *Нп* і $b = \mu$ *рад*. Крім того, коефіцієнт згасання $a > 0$ для схеми з втратами, виходячи з фізичного змісту: при русі хвилі у середовищі з втратами її енергія зменшується.

Для чисел п.2 і п.3 розрахунків $a = ln0{,}64 = -0{,}446 < 0$, що суперечить фізиці процесу.

Залишається єдина відповідь $a = ln1{,}554 = 0{,}441$ *Нп*, яка отримана логарифмуванням модулів чисел п.1 і п.4.

При цьому одержуємо два значення коефіцієнта фази:

$$b_1 = -45^\circ \frac{\pi}{180} = -0{,}785 \ \text{рад} < 0, \qquad b_2 = 135^\circ \frac{\pi}{180} = 2{,}36 \ \text{рад} > 0.$$

Відбір єдиного значення b (позитивного або негативного) виконаємо за допомогою ВД чотириполюсника, узгодженого з навантаженням (рис. 5.17). На векторній діаграмі показані кути між напругами U_2 і U_1: $\frac{\varphi_{1C} - \varphi_{2C}}{2} + b < 0$,

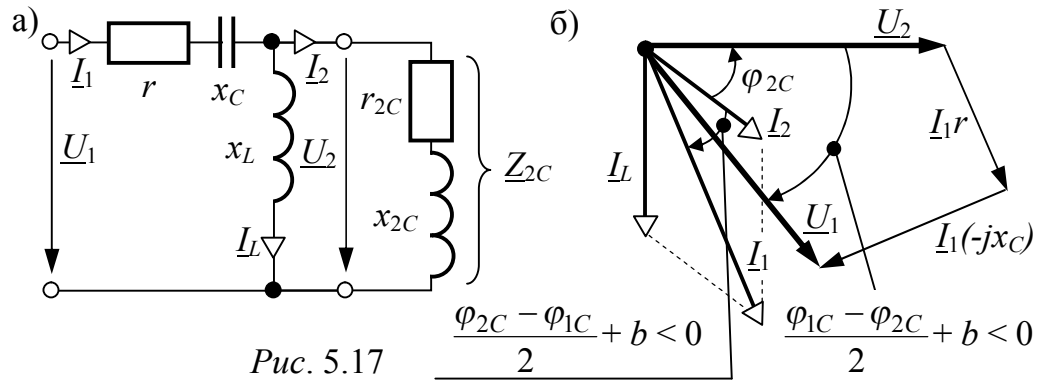


Рис. 5.17

та між струмами I_2 і I_1: $\dfrac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2}+b<0.$

Ці кути відповідають співвідношенням, отриманим з основних рівнянь чотириполюсника для узгодженого режиму:

$$\underline{U}_1=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}}\cdot\underline{U}_2e^{\underline{\Gamma}},\quad \underline{I}_1=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}}\cdot\underline{I}_2e^{\underline{\Gamma}},\quad \text{а}\quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}=\underline{Z}_{2C}.$$

Підрахуємо $\dfrac{\varphi_{1C}-\varphi_{2C}}{2}=\dfrac{0\ -45}{2}=-22{,}5°$, тоді $\dfrac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2}=+22{,}5°.$

Оскільки кут між струмами $\dfrac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2}+b=(+22{,}5°+b)<0$, то $b<0$.

Залишається одна відповідь: $b=b_1=-0{,}785$ *рад*, а стала передачі

$$\underline{\Gamma}=a+jb=0{,}441-j0{,}785.$$

Напруга і струм на вході чотириполюсника при узгодженому навантаженні:

$$\underline{U}_1=\sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}}\cdot\underline{U}_2e^{\underline{\Gamma}}=\sqrt{\frac{10\sqrt{2}}{20e^{j45}}}\cdot100e^{0{,}441}\cdot e^{-j45°}=130{,}7\cdot e^{-j67{,}5°}\ B,$$

$$\underline{I}_1=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1}=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{1C}}=\frac{130{,}7e^{-j67{,}5}}{10\sqrt{2}}=9{,}24\cdot e^{-j67{,}5°}\ A.$$

ЗАДАЧА 5.17. Визначити характеристичні параметри чотириполюсника рис. 5.18,а, якщо $r_1=r_2=10$ *Ом*, $x_L=20$ *Ом*, $x_C=10$ *Ом*.

Розв'язання

Виконаємо розрахунок за допомогою вхідних опорів чотириполюсника.

$$\underline{Z}_{1HX}=\frac{r_1(jx_L-jx_C)}{r_1+jx_L-jx_C}=\frac{10(j20-j10)}{10+j20-j10}=5+j5=5\sqrt{2}\cdot e^{j45°}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_{1K3}=\frac{r_1\underline{Z}}{r_1+\underline{Z}},\quad \text{де}\quad \underline{Z}=jx_L+\frac{r_2(-jx_C)}{r_2-jx_C}=j5+\frac{10(-j10)}{10-j10}=5+j15\ Ом,$$

$$\text{тоді}\quad \underline{Z}_{1K3}=\frac{10(5+j15)}{10+5+j15}=\frac{10\cdot5\sqrt{10}e^{j71{,}56}}{15\sqrt{2}e^{j45}}=\frac{10\sqrt{5}}{3}\cdot e^{j26{,}56°}\ Ом.$$

$$\underline{Z}_{2HX} = r_2 + \frac{(r_1 + jx_L)(-jx_C)}{r_1 + jx_L - jx_C} = 10 + \frac{(10 + j20)(-j10)}{10 + j20 - j10} = 15 - j15 = 15\sqrt{2}\cdot e^{-j45^\circ}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_{2K3} = r_2 + \frac{jx_L(-jx_C)}{jx_L - jx_C} = 10 + \frac{j20)(-j10)}{j20 - j10} = 10 - j20 = 10\sqrt{5}\cdot e^{-j63,44^\circ}\ Ом.$$

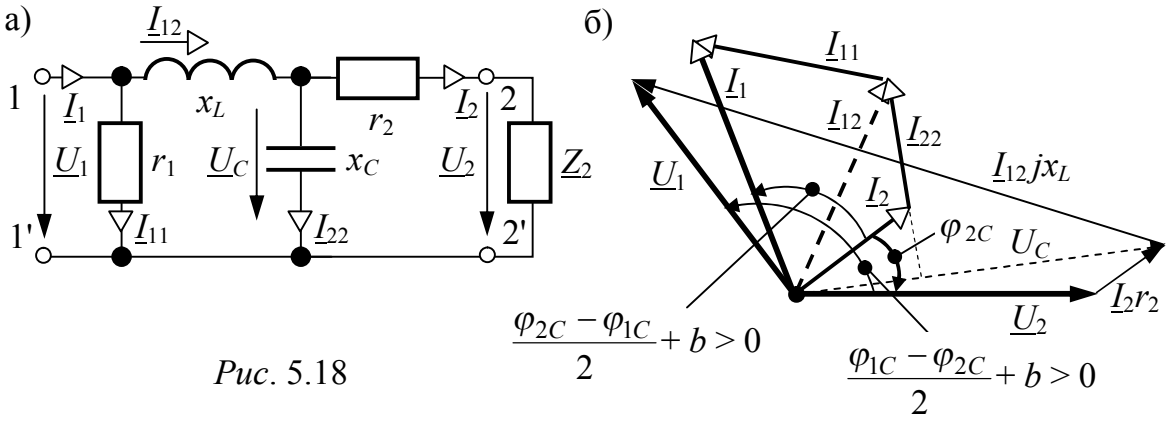


Рис. 5.18

Характеристичні опори

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1HX}\,\underline{Z}_{1K3}} = \sqrt{5\sqrt{2}e^{j45}\ \cdot\frac{10\sqrt{5}}{3}e^{j26,56}} = 7,26\cdot e^{j35,78^\circ}\ Ом,$$

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2HX}\,\underline{Z}_{2K3}} = \sqrt{15\sqrt{2}e^{-j45}\ \cdot 10\sqrt{5}e^{-j63,44}} = 21,78\cdot e^{-j54,22^\circ}\ Ом.$$

Далі $th\underline{\Gamma} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1K3}}{\underline{Z}_{1HX}}} = \sqrt{\frac{10\sqrt{5}e^{j26,56}}{3\cdot 5\sqrt{2}e^{j45}}} = 1,027\cdot e^{-j9,22^\circ} = 1,013 - j0,165,$

$$e^{2\underline{\Gamma}} = e^{2a}\cdot e^{j2b} = \frac{1+th\underline{\Gamma}}{1-th\underline{\Gamma}} = \frac{1+1,013-j0,165}{1-1,013+j0,165} = \frac{2,021e^{-j4,69}}{-0,166e^{-j85,5}} = -12,17\cdot e^{j80,81^\circ}.$$

Цю відповідь необхідно записати з позитивним модулем, оскільки $e^{2a} > 0$, для чого до аргументу потрібно додати $\pm 180^\circ$.

Отримуємо $e^{2a} = 12,17$, звідки коефіцієнт згасання чотириполюсника $a = ½\cdot ln 12,17 = 1,25\ Нп$.

Для визначення коефіцієнта фази маємо два співвідношення

$$e^{j2\cdot b1} = e^{j260,81^\circ};\qquad e^{j2\cdot b2} = e^{-j99,19^\circ},$$

з яких отримуємо $b_1 > 0$, $b_2 < 0$.

Для визначення знаку коефіцієнта фази побудуємо векторну діаграму чотириполюсника при $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2C}$ (узгоджений режим роботи чотириполюсника) (рис. 5.18,б). При цьому основні рівняння чотириполюсника набувають вигляду: $\underline{U}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}}\cdot\underline{U}_2 e^{\underline{\Gamma}}$, $\underline{I}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}}\cdot\underline{I}_2 e^{\underline{\Gamma}}$.

Виконаємо обчислення:

$$\frac{\varphi_{1C}-\varphi_{2C}}{2} = \frac{35,78\ -(-54,22\ )}{2} = +45^\circ,\ \text{а}\quad \frac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2} = -45^\circ.$$

На векторній діаграмі (рис. 5.18,б) кут між векторами струмів $\underline{I}_2$ і $\underline{I}_1$ $\frac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2}+b>0$, отже, $b>0$, оскільки $\frac{\varphi_{2C}-\varphi_{1C}}{2}=-45°<0$.

Таким чином, шукана величина $b = ½\cdot 260{,}81° = 130{,}4° = 2{,}276$ *рад*, а стала передачі $\underline{\Gamma} = a + jb = 1{,}25 + j2{,}276$.

Зауваження. При підрахунку сталої передачі з формули

$$e^{2\underline{\Gamma}} = e^{2a}\cdot e^{j2b} = \frac{1+th\underline{\Gamma}}{1-th\underline{\Gamma}} = M\cdot e^{j(\mu+k\cdot 360°)}$$

для аргументу комплексного числа виникає безкінечне число відповідей:

$$b = ½\cdot\mu + k\cdot 180°.$$

Якщо схема чотириполюсника працює при фіксованій частоті, то практичне значення має лише знак постійної фази за умови, що $|b| < 180°$.

При частотах, що змінюються, потрібно будувати частотні характеристики електричних пристроїв, оскільки залежно від числа реактивних елементів схеми чотириполюсника при зміні частоти $\omega(0 \ldots \infty)$ можлива зміна $b(\omega)$ за межі $\pm 180°$ (див. приклади дослідження в розділі «Електричні фільтри»).

ЗАДАЧА 5.18. Для симетричного чотириполюсника по дослідах НХ і КЗ знайдено: $\underline{Z}_{HX} = 27{,}63\cdot e^{+j26{,}17°}$ *Ом*, $\underline{Z}_{K3} = 45{,}1\cdot e^{+j61°}$ *Ом*.

Потрібно визначити характеристичні параметри чотириполюсника.

Відповідь: $\underline{\Gamma} = a + jb = 0{,}816 + j1{,}13$, $\underline{Z}_C = 35{,}3\cdot e^{j43{,}59°}$ *Ом*.

ЗАДАЧА 5.19. Чотириполюсник задачі 5.17 ($\underline{Z}_{1C} = 7{,}26\cdot e^{j35{,}78°}$ *Ом*, $\underline{Z}_{2C} = 21{,}78\cdot e^{-j54{,}22°}$ *Ом*, $\underline{\Gamma} = a + jb = 1{,}25 + j2{,}276$) навантажений опором $\underline{Z}_2 = 40 + j30$ *Ом*. Напруга на вході $U_1 = 220$ *В*. За допомогою основних рівнянь з характеристичними параметрами, визначити I_1, P_1, U_2, I_2, P_2.

Розв'язання

Вихідні рівняння: $\underline{U}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}}\,(\underline{U}_2\cdot ch\underline{\Gamma} + \underline{I}_2\cdot\underline{Z}_{2C}\cdot sh\underline{\Gamma})$,

$$\underline{I}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}}\,(\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{2C}}\cdot sh\underline{\Gamma} + \underline{I}_2\cdot ch\underline{\Gamma}),\quad \underline{U}_2 = \underline{I}_2\cdot\underline{Z}_2.$$

Розрахуємо числові значення гіперболічних функцій комплексного аргументу: $\underline{\Gamma} = a + jb = 1{,}25 + j2{,}276 = 1{,}25 + j130{,}4°$.

$ch\underline{\Gamma} = ch(a + jb) = ch(a)\cdot cos(b) + jsh(a)\cdot sin(b) =$

$= ch1{,}25\cdot cos130{,}4° + jsh1{,}25\cdot sin130{,}4° = -1{,}225 + j1{,}22 = 1{,}73\cdot e^{j135{,}1°}$,

$sh\underline{\Gamma} = sh(a + jb) = sh(a)\cdot cos(b) + jch(a)\cdot sin(b) =$

$= sh1{,}25\cdot cos130{,}4° + jch1{,}25\cdot sin130{,}4° = -1{,}038 + j1{,}438 = 1{,}77\cdot e^{j125{,}8°}$.

$$\underline{U}_2 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}}\,\frac{\underline{U}_1}{ch\underline{\Gamma} + \frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}sh\underline{\Gamma}} =$$

$$= \sqrt{\frac{21{,}78e^{-j54{,}22}}{7{,}26e^{j35{,}78}}}\ \frac{220}{-1{,}225 + j1{,}22 + \dfrac{21{,}78e^{-j54{,}22}}{40 + j30}\cdot 1{,}77e^{j125{,}8}} = 216{,}4\cdot e^{-j154{,}6^\circ}\ B.$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{216{,}4e^{-j154{,}6}}{50e^{j36{,}87}} = 4{,}33\cdot e^{-j191{,}5^\circ}\ A,$$

$$\underline{I}_1 = \sqrt{\frac{21{,}78e^{-j54{,}22}}{7{,}26e^{j35{,}78}}}\cdot\left(\frac{216{,}4e^{-j154{,}6}}{21{,}78e^{-j54{,}22}}\cdot 1{,}77e^{j125{,}8} + 4{,}33e^{-j191{,}5}\cdot 1{,}73e^{j135{,}1}\right) =$$

$$= 34{,}76\cdot e^{-j41{,}26^\circ}\ A.$$

Активна потужність на вході чотириполюсника

$$P_1 = \mathrm{Re}(\underline{U}_1\cdot \underline{I}_1^*) = Re(220\cdot 34{,}76\cdot e^{j41{,}26^\circ}) = 5749\ Bm;$$

активна потужність на виході $P_2 = I_2^2\cdot \mathrm{Re}(\underline{Z}_2) = 4{,}33^2\cdot 40 = 750\ Bm$.

Фактичне послаблення сигналу по активній потужності

$$a_{факт} = ½\cdot ln\frac{P_1}{P_2} = ½\cdot ln\frac{5749}{750} = 1{,}02\ Hn.$$

ЗАДАЧА 5.20. За допомогою розрахованих у задачі 5.17 характеристичних параметрів визначити A-коефіцієти чотириполюсника рис. 5.18,а.

Розв'язання

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}}\cdot ch\underline{\Gamma} = \sqrt{\frac{7{,}26e^{j35{,}78}}{21{,}78e^{-j54{,}22}}}\cdot 1{,}73\cdot e^{j135^\circ} = 1\cdot e^{j180^\circ} = -1.$$

Цей коефіцієнт легко перевіряється за ВД чотириполюсника для режиму неробочого ходу.

$$\underline{B} = \sqrt{\underline{Z}_{1C}\underline{Z}_{2C}}\cdot sh\underline{\Gamma} = \sqrt{7{,}26e^{j35{,}78}\ \ 21{,}78e^{-j54{,}22}}\cdot 1{,}77\cdot e^{j125{,}8^\circ} = 22{,}3\cdot e^{j116{,}6^\circ}\ Ом,$$

$$\underline{C} = \frac{sh\underline{\Gamma}}{\sqrt{\underline{Z}_{1C}\underline{Z}_{2C}}} = \frac{1{,}77e^{j125{,}8}}{\sqrt{7{,}26e^{j35{,}78}\ \ 21{,}78e^{-j54{,}22}}} = 0{,}14\cdot e^{j135^\circ}\ См,$$

$$\underline{D} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_{1C}}}\cdot ch\underline{\Gamma} = \sqrt{\frac{21{,}78e^{-j54{,}22}}{7{,}26e^{j35{,}78}}}\cdot 1{,}73\cdot e^{j135^\circ} =$$

$$= 3\cdot e^{j90^\circ}.$$

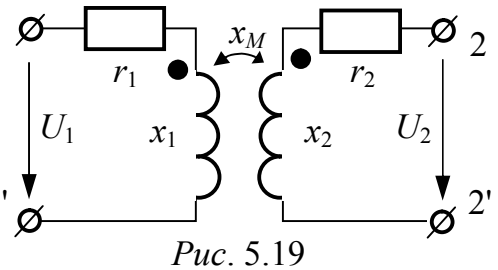


Рис. 5.19

ЗАДАЧА 5.21. Для трансформатора рис. 5.19 визначити коефіцієнти $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$ і характеристичні параметри, якщо:

$$r_1 = 6\ Ом,\quad r_2 = 8\ Ом,\quad x_1 = 20\ Ом,\quad x_2 = 12\ Ом,\quad x_M = 8\ Ом.$$

Відповіді: $\underline{A} = 2{,}61\cdot e^{-j16{,}7^\circ}$; $\underline{B} = 33{,}1\cdot e^{j28{,}9^\circ}\ Ом$; $\underline{C} = -j0{,}125\ См$; $\underline{D} = 1{,}8\cdot e^{-j33{,}7^\circ}$; $\underline{Z}_{1C} = 19{,}6\cdot e^{j67{,}95^\circ}\ Ом$, $\underline{Z}_{2C} = 13{,}5\cdot e^{j50{,}95^\circ}\ Ом$, $\underline{\Gamma} = A + jB = 1{,}434 - j0{,}485$.

ЗАДАЧА 5.22. Для визначення характеристичних параметрів симетричного чотириполюсника в дослідах неробочого ходу і короткого замикання отримано: $\underline{Z}_{1HX} = j10$ *Ом*, $\underline{Z}_{2K3} = 8{,}66 + j5$ *Ом*.

Потрібно визначити характеристичні параметри чотириполюсника.

Відповіді: $\underline{Z}_C = 10 \cdot e^{j60^\circ}$ *Ом*, $\underline{\Gamma} = A + jB = 0{,}658 - j0{,}785$.

ЗАДАЧА 5.23. На виході симетричного чотириполюсника, що має коефіцієнти $\underline{A} = 1 + j1$, $\underline{B} = 10 + j10$ *Ом* і навантаженого опором $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$, протікає струм $I_2 = 2$ *А*. Розрахувати струм і напругу на вході чотириполюсника.

Відповіді: $\underline{Z}_C = 9{,}46 \cdot e^{-j13{,}28^\circ}$ *Ом*, $\underline{U}_1 = 54{,}65 \cdot e^{j38{,}52^\circ}$ *В*, $\underline{I}_1 = 5{,}777 \cdot e^{j51{,}8^\circ}$ *А*.

ЗАДАЧА 5.24. Характеристичні параметри симетричного чотириполюсника відомі: $\underline{Z}_C = 9{,}461 \cdot e^{-j13{,}28^\circ}$ *Ом*, $\underline{\Gamma} = 1{,}061 + j0{,}905 = 1{,}394 \cdot e^{+j40{,}45^\circ}$.

Визначити *А*-коефіцієнти і скласти *Т*-схему заміщення.

Відповіді: $\underline{A} = \underline{D} = ch\underline{\Gamma} = 1 + j1$, $\underline{B} = 10 + j10$ *Ом*, $\underline{C} = 0{,}05 + j0{,}15$ *См*,

$\underline{Z}_{1T} = \underline{Z}_{2T} = (\underline{A} - 1)/\underline{C} = 6 + j2$ *Ом*, $\underline{Z}_{0T} = \underline{C}^{-1} = 2 - j6$ *Ом*.

ЗАДАЧА 5.25. Для послаблення сигналу на $a = 17{,}4$ *дБ* застосований симетричний *Т*-подібний атенюатор (чотириполюсник, що працює на постійному струмі) з характеристичним опором $Z_C = 100$ *Ом*. Розрахувати параметри схеми атенюатора (рис. 5.20) та визначити потужність узгодженого навантаження, якщо потужність джерела живлення 200 *мВт*.

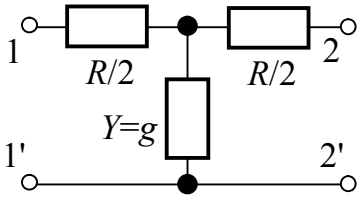


Рис. 5.20

Методичні вказівки: слід скористатися співвідношеннями, справедливими для узгодженого режиму: $Z_1 = Z_C$, ККД $\eta = e^{-2a}$; при роботі чотириполюсника на постійному струмі $b = 0$, $\underline{\Gamma} = a$.

Відповіді: $P_2 = 3{,}66$ *мВт*, $Z_{1T} = Z_{2T} = R/2 = 76{,}1$ *Ом*, $Z_{0T} = g^{-1} = 27{,}8$ *Ом*.

5.1.4 З'єднання чотириполюсників

ЗАДАЧА 5.26. *Г*-подібний чотириполюсник задачі 5.1 ($\underline{A}_1 = 0{,}5\sqrt{2}\, e^{-j\cdot 45^\circ}$, $\underline{B}_1 = 10\sqrt{2}\, e^{-j\cdot 45^\circ}$ *Ом*, $\underline{C}_1 = -j \cdot 0{,}05$ *См*, $\underline{D}_1 = 1$) і чотириполюсник задачі 5.17 ($\underline{A}_2 = -1$, $\underline{B}_2 = 22{,}3 \cdot e^{j\cdot 116{,}6^\circ}$ *Ом*, $\underline{C}_2 = 0{,}14 \cdot e^{j\cdot 135^\circ}$ *См*, $\underline{D}_2 = j \cdot 3$) увімкнені каскадно. Визначити коефіцієнти об'єднаного чотириполюсника (рис. 5.21).

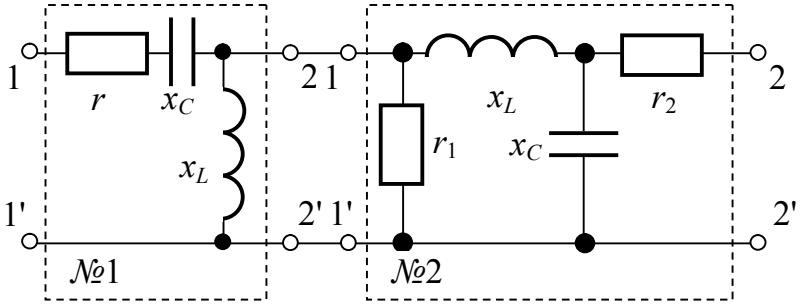


Рис. 5.21

Розв'язання

При каскадному з'єднанні чотириполюсників матриця коефіцієнтів *[A]* об'єднаного чотириполюсника визначається як

$$[A]=\begin{bmatrix}\underline{A} & \underline{B}\\ \underline{C} & \underline{D}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{A}_1 & \underline{B}_1\\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\underline{A}_2 & \underline{B}_2\\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2\end{bmatrix}.$$

Виконуючи перемноження матриць, отримуємо:

$\underline{A}=\underline{A}_1\underline{A}_2+\underline{B}_1\underline{C}_2=0{,}5\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\cdot(-1)+10\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\cdot 0{,}14\cdot e^{j\cdot 135^\circ}=2{,}55\cdot e^{j\cdot 101{,}3^\circ}$;

$\underline{B}=\underline{A}_1\underline{B}_2+\underline{B}_1\underline{D}_2=0{,}5\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\cdot 22{,}3\cdot e^{j\cdot 116{,}6^\circ}+10\sqrt{2}\cdot e^{-j\cdot 45^\circ}\cdot 3\cdot e^{j\cdot 90^\circ}=57\cdot e^{j\cdot 52{,}1^\circ}$ *Ом*;

$\underline{C}=\underline{C}_1\underline{A}_2+\underline{D}_1\underline{C}_2=0{,}05\cdot e^{-j\cdot 90^\circ}\cdot(-1)+1\cdot 0{,}14\cdot e^{j\cdot 135^\circ}=0{,}18\cdot e^{j\cdot 123{,}7^\circ}$ *См*;

$\underline{D}=\underline{C}_1\underline{B}_2+\underline{D}_1\underline{D}_2=0{,}05\cdot e^{-j\cdot 90^\circ}\cdot 22{,}3\cdot e^{j\cdot 116{,}6^\circ}+1\cdot 3\cdot e^{j\cdot 90^\circ}=3{,}64\cdot e^{j\cdot 74^\circ}$.

Результати обчислень перевіримо по співвідношенню $\underline{A}\cdot\underline{D}-\underline{B}\cdot\underline{C}=1$:

$(-0{,}5+j2{,}5)\cdot(1+j3{,}5)-(35+j45)\cdot(-0{,}1+j0{,}15)=-9{,}25+j0{,}75-(-10{,}25+j0{,}75)=1.$

ЗАДАЧА 5.27. Задано схеми і параметри елементів двох *Г*-подібних чотириполюсників, з'єднаних каскадно (рис. 5.22):

$X_1=85$ *Ом*, $X_2=30$ *Ом*,

$X_3=40$ *Ом*, $X_4=80$ *Ом*.

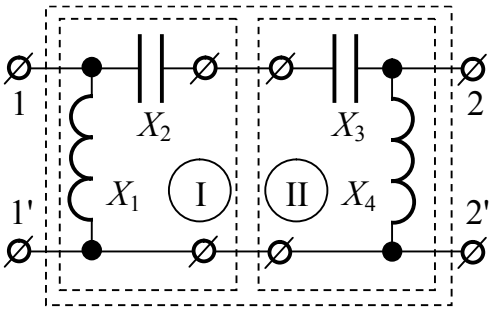


Рис. 5.22

Розрахувати матриці *[A]* обох *Г*-схем чотириполюсників, обчислити матрицю *[A]* їх каскадного з'єднання.

Оскільки об'єднана схема є *П*-подібним чотириполюсником, перевірити коефіцієнти каскадного з'єднання за допомогою співвідношень між коефіцієнтами та опорами *П*-схеми чотириполюсника.

Відповіді: $\underline{A}_{\rm I}=1$, $\underline{B}_{\rm I}=-j30$ *Ом*, $\underline{C}_{\rm I}=-j0{,}0118$ *См*, $\underline{D}_{\rm I}=0{,}647$;

$\underline{A}_{\rm II}=0{,}5$, $\underline{B}_{\rm II}=-j40$ *Ом*, $\underline{C}_{\rm II}=-j0{,}0125$ *См*, $\underline{D}_{\rm II}=1$;

$\underline{A}=0{,}125$, $\underline{B}=-j70$ *Ом*, $\underline{C}=-j0{,}014$ *См*, $\underline{D}=0{,}1765$.

ЗАДАЧА 5.28. Скласти матриці *[A]* одноелементних чотириполюсників (рис. 5.23,а і 5.23,б). Визначити матрицю *[A]* об'єднаного чотириполюсника, отриманого при каскадному з'єднанні заданих чотириполюсників: 1) а-б, 2) б-а.

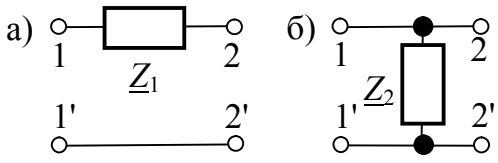


Рис. 5.23

Відповіді: $[A]_a=\begin{bmatrix}1 & \underline{Z}_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, $[A]_б=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1/\underline{Z}_2 & 1\end{bmatrix}$;

$$[A]_1=\begin{bmatrix}1+\underline{Z}_1/\underline{Z}_2 & \underline{Z}_1\\ 1/\underline{Z}_2 & 1\end{bmatrix},\quad [A]_2=\begin{bmatrix}1 & \underline{Z}_1\\ 1/\underline{Z}_2 & 1+\underline{Z}_1/\underline{Z}_2\end{bmatrix}.$$

ЗАДАЧА 5.29. Скласти матриці *[A]* двоелементних резистивних чотириполюсників (рис. 5.24,а і б). Значення опорів:

$r_{1a}=10$ *Ом*, $r_{2a}=20$ *Ом*, $r_{1b}=40$ *Ом*, $r_{2b}=5$ *Ом*.

Визначити матрицю *[A]* об'єднаного чотириполюсника, отриманого при наступних з'єднаннях заданих чотириполюсників: 1) паралельне, 2) послідовне, 3) послідовно-паралельне, 4) паралельно-послідовне, 5) каскадне.

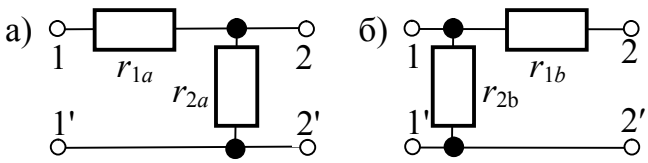


Рис. 5.24

Для кожного випадку накреслити схему об'єднаного чотириполюсника.

Методичні вказівки. По матрицях *[A]* двоелементних чотириполюсників обчислити наступні матриці – *[Y]*, *[Z]*, *[H]*, *[G]*. При паралельному з'єднанні складаються матриці *[Y]*, при послідовному – *[Z]* і так далі. При каскадному – перемножуються матриці *[A]*. Потім по отриманих матрицях об'єднаного чотириполюсника обчислюються відповідні матриці *[A]*.

Відповіді: $[A]_a = \begin{bmatrix} 1{,}5 & 10 \\ 0{,}05 & 1 \end{bmatrix}$, $[A]_б = \begin{bmatrix} 1 & 40 \\ 0{,}2 & 9 \end{bmatrix}$;

$[Y]_a = \begin{bmatrix} 0{,}1 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0{,}15 \end{bmatrix}$, $[Y]_б = \begin{bmatrix} 0{,}225 & -0{,}025 \\ -0{,}025 & 0{,}025 \end{bmatrix}$, $[Y] = \begin{bmatrix} 0{,}325 & -0{,}125 \\ -0{,}125 & 0{,}175 \end{bmatrix}$;

$[Z]_a = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 20 \end{bmatrix}$, $[Z]_б = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 45 \end{bmatrix}$, $[Z] = \begin{bmatrix} 35 & 25 \\ 25 & 65 \end{bmatrix}$;

$[H]_a = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 0{,}05 \end{bmatrix}$, $[H]_б = \begin{bmatrix} 4{,}444 & 0{,}111 \\ -0{,}111 & 0{,}022 \end{bmatrix}$, $[H] = \begin{bmatrix} 14{,}44 & 1{,}111 \\ -1{,}111 & 0{,}072 \end{bmatrix}$;

$[G]_a = \begin{bmatrix} 0{,}033 & -0{,}667 \\ 0{,}667 & 6{,}667 \end{bmatrix}$, $[G]_б = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 1 \\ 1 & 40 \end{bmatrix}$, $[G] = \begin{bmatrix} 0{,}233 & 0{,}333 \\ 1{,}667 & 46{,}67 \end{bmatrix}$;

$[A]_1 = \begin{bmatrix} 1{,}4 & 8 \\ 0{,}33 & 2{,}6 \end{bmatrix}$, $[A]_2 = \begin{bmatrix} 1{,}4 & 66 \\ 0{,}04 & 2{,}6 \end{bmatrix}$, $[A]_3 = \begin{bmatrix} 2{,}05 & 13 \\ 0{,}065 & 0{,}9 \end{bmatrix}$, $[A]_4 = \begin{bmatrix} 0{,}6 & 28 \\ 0{,}14 & 6{,}2 \end{bmatrix}$,

$[A]_5 = \begin{bmatrix} 3{,}5 & 150 \\ 0{,}25 & 11 \end{bmatrix}$.

ЗАДАЧА 5.30. До вхідних затискачів симетричного чотириполюсника, складеного з реактивних елементів $x_L = 2{,}5$ *Ом*, $x_C = 5$ *Ом*, приєднаний резистор $r = 100$ *Ом* (рис. 5.25).

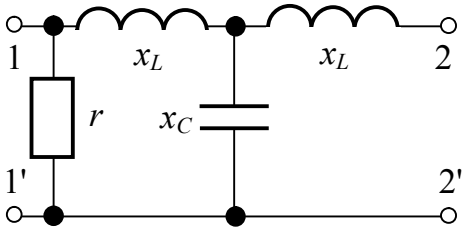


Рис. 5.25

Скласти матрицю *[A]* отриманого чотириполюсника, розглядаючи його як каскадне з'єднання чотириполюсника рис. 5.23,б і симетричного *T*-подібного.

Відповідь: $\underline{A} = 0{,}5$, $\underline{B} = j3{,}75$ *Ом*, $\underline{C} = 0{,}005 + j0{,}2$ *См*, $\underline{D} = 0{,}5 + j0{,}0375$.

ЗАДАЧА 5.31. На рис. 5.26 накреслена одна ланка однорідної ланцюгової схеми, яка утворюється трьома з'єднаними каскадно ланками. У скільки разів відрізняються потужності на вході і виході схеми при узгодженому навантаженні, якщо

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = j50$ *Ом*, $\underline{Z}_0 = 10 - j100$ *Ом*.

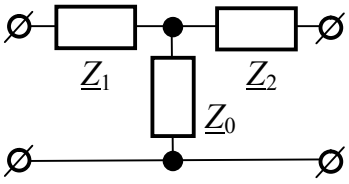


Рис. 5.26

Вказівка. Спочатку визначити коефіцієнт згасання однієї ланки. Коефіцієнт згасання багатоланкового чотириполюсника дорівнює добутку коефіцієнта однієї ланки на кількість ланок. За коефіцієнтом згасання об'єднаного чотириполюсника визначити шукане відношення потужностей.
Відповідь: $P_{вх}/P_{вих} = 28{,}8$ раз.

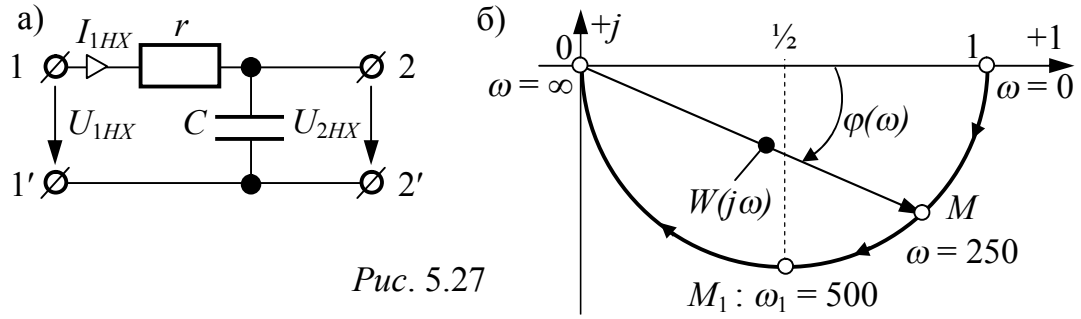


Рис. 5.27

5.1.5 Передатні функції чотириполюсників

ЗАДАЧА 5.37. Для *Г*-схеми чотириполюсника (рис. 5.27,а) розрахувати і побудувати частотні характеристики передатної функції по напрузі у режимі неробочого ходу, якщо $r = 50$ *Ом*, $C = 40$ *мкФ*.

Розв'язання

Шукану передатну функцію можна розрахувати за допомогою основних рівнянь з коефіцієнтами будь-якої форми або за допомогою основних рівнянь з характеристичними параметрами. Проте, для простих схем чотириполюсників цю роботу простіше виконати за допомогою законів Кірхгофа, записавши в комплексній формі вирази струму $\underline{I}_{1HX}$ и напруги $\underline{U}_{2HX}$ у функції ω: $\underline{U}_{2HX} = \underline{I}_{1HX} \cdot \dfrac{1}{j\omega C}$, а $\underline{I}_{1HX} = \dfrac{\underline{U}_{1HX}}{r + 1/j\omega C}$, тоді

$$W(j\omega) = \frac{\underline{U}_{2HX}}{\underline{U}_{1HX}} = \frac{1}{r + (j\omega C)^{-1}} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega rC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau},$$

де $\tau = rC = 50 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-3}$ *с* називається *сталою часу* даної ланки (чотириполюсника) (див. розділ «Перехідні процеси в лінійних електричних колах»), а передатна функція поданого вигляду $W(j\omega) = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$ є передатною функцією однієї з типових ланок систем автоматичного керування (САК) – аперіодичної ланки.

Діаграма Найквіста цієї передатної функції наведена на рис. 5.27,б і є півколом радіусу $R = ½$. Точка M визначає положення кінця вектора $W(j\omega)$ на комплексній площині при фіксованих частотах:

за частоти $\omega = 0$ координатами точки M є (1, 0);

за частоти $\omega = 0{,}5 \cdot \tau^{-1} = \dfrac{0{,}5}{2 \cdot 10^{-3}} = 250\ 1/c$

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 + j0{,}5\tau^{-1}\tau} = \frac{1}{1 + j0{,}5} = 0{,}8 - j0{,}4,$$

$$W(\omega) = \sqrt{0{,}8^2 + 0{,}4^2} = 0{,}894, \quad \varphi(\omega) = arctg\frac{-0{,}4}{0{,}8} = -26{,}56°,$$

ця точка M вказана на рис. 5.27,б.

Положення точки M_1 відповідає частоті $\omega = \tau^{-1} = 500\ c^{-1}$, а при $\omega = \infty$ $W(\omega) = 0$, $\varphi(\omega) = -90° = -\frac{1}{2}\pi$ точка M виявляється на початку координат.

Відмітимо, що при зміні частоти $\omega(0 \ldots \infty)$ точка M переміщується за годинниковою стрілкою і фазовий кут для схеми з одним накопичувачем змінюється на 90°. Це є загальною властивістю діаграм Найквіста: фазовий кут змінюється до $(-n\cdot\frac{1}{2}\pi)$, де n – число різнорідних накопичувачів.

АЧХ $W(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$ є парною функцією частоти, ФЧХ $\varphi(\omega) = -arctg(\omega\tau)$ – непарною функцією, при цьому розмірність $\varphi(\omega)$ – радіани.

Дійсна та уявна частотні характеристики розраховуються за

$$W(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau}\cdot\frac{1-j\omega\tau}{1-j\omega\tau} = \frac{1}{1+(\omega\tau)^2} - j\,\frac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2},$$

де $B(\omega) = \dfrac{1}{1+(\omega\tau)^2}$ – *дійсна* частотна характеристика, парна функція частоти;

$M(\omega) = -\dfrac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}$ – *уявна* частотна характеристика, непарна функція частоти.

Відмітимо, що фазову частотну характеристику можна також розрахувати як $\varphi(\omega) = arctg\dfrac{M(\omega)}{B(\omega)}$.

ЛАЧХ: $L(\omega) = 20lgW(\omega) = -20lg\sqrt{1+(\omega\tau)^2} = -10lg[1+(\omega\tau)^2]$.

Результати розрахунку характеристик передатної функції зведемо у табл. 5.1.

Таблиця 5.1

ω, c^{-1}	$\omega\tau$	$1+(\omega\tau)^2$	$W(\omega)$	$\varphi(\omega)$, *рад*	$L(\omega)$, *дБ*	$lg(\omega)$	$B(\omega)$	$M(\omega)$
0	0	1	1	0	0	$-\infty$	1	0
$\frac{1}{4}\tau^{-1}$=125	0,25	1,063	0,97	– 0,245	– 0,264	2,09	0,94	0,235
$\frac{1}{2}\tau^{-1}$=250	0,5	1,25	0,894	– 0,464	– 0,973	2,4	0,8	0,4
$1\tau^{-1}$=500	1	2	0,707	– 0,785	– 3,01	2,7	0,5	0,5
$1{,}5\tau^{-1}$=750	1,5	3,25	0,555	– 0,983	– 5,12	2,88	0,31	0,462
$2\tau^{-1}$=100	2	5	0,447	– 1,11	– 6,99	3	0,2	0,4
$3\tau^{-1}$=1500	3	10	0,316	– 1,25	– 10	3,18	0,1	0,3
$4\tau^{-1}$=2000	4	17	0,243	– 1,33	– 12,3	3,3	0,06	0,235
$5\tau^{-1}$=2500	5	26	0,196	– 1,37	– 14,1	3,4	0,04	0,192
$10\tau^{-1}$=5000	10	101	0,01	– 1,47	– 20,04	3,7	0,01	0,09

У табл. 5.1 дужкою відмічений діапазон частот, що відповідає *декаді*, в якої частоти ω відрізняються в 10 разів, а різниця $lg(\omega)$ – на одиницю.

Характеристики $W(\omega)$, $B(\omega)$, $-M(\omega)$, $\varphi(\omega)$ подані на рис. 5.28.

Логарифмічні амплітудні частотні характеристики подані на рис. 5.29,а (суцільні лінії), а їх асимптотичні характеристики виконані відрізками прямих (штрихові лінії).

Частота сполучення прямих ліній $\omega_0 = \tau^{-1}$; максимальне відхилення асимптотичних ЛАЧХ від фактичних складає 3,01 *дБ*, кут нахилу прямої складає 20 *дБ/декаду*, що зазвичай позначається як (–1) (відповідно, при 40 *дБ/декаду* буде (–2), при 60 *дБ/декаду* – (–3) и т.д.). ЛФЧХ подана на рис. 5.29,б.

ЗАДАЧА 5.38. Для *Г*-схеми чотириполюсника рис. 5.30,а при $r = 50$ *Ом*, $L = 0{,}5$ *Гн* розрахувати частотні характеристики передатної функції за напругою в режимі неробочого ходу.

Побудувати асимптотичні логарифмічні амплітудну (ЛАЧХ) і фазову (ЛФЧХ) частотні характеристики.

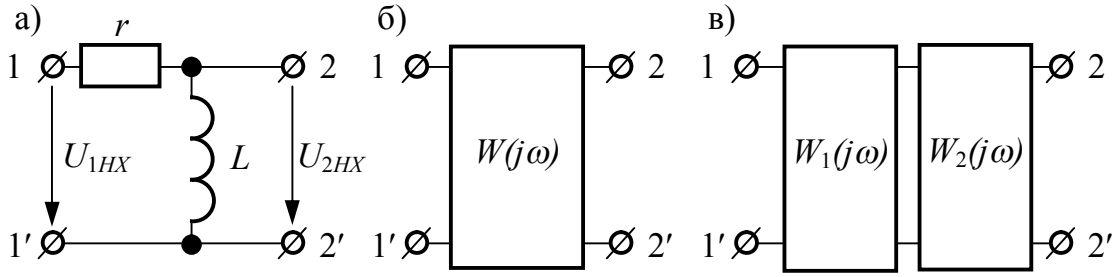


Рис. 5.30

Відповідь: $W(j\omega) = \dfrac{j\omega L}{r + j\omega L} = \dfrac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$, де стала часу ланки $\tau = \dfrac{L}{r}$, структурна схема передачі сигналу подана на рис. 5.30,б.

Передатну функцію $W(j\omega)$ можна представити як добуток двох передатних функцій $W(j\omega) = W_1(j\omega)\cdot W_2(j\omega)$. Цьому добутку відповідає каскадне з'єднання двох чотириполюсників (рис. 5.30,в), для якого $W_1(j\omega) = j\omega\tau$ – передатна функція ідеальної ланки, що диференціює, а $W_2(j\omega) = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$ – передатна функція аперіодичної ланки, характеристики якої побудовані при розв'язанні задачі 5.37.

На рис. 5.31,а наведені ЛАЧХ функцій $W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$ і загальної $W(\omega)$, на рис. 5.31,б показана побудова ЛФЧХ.

ЗАДАЧА 5.39. Для *Г*-подібного чотириполюсника, навантаженого активним опором $r_H = 150$ *Ом* (рис. 5.32), розрахувати передатну функцію за напругою, якщо $r = 50$ *Ом*, $C = 40$ *мкФ*.

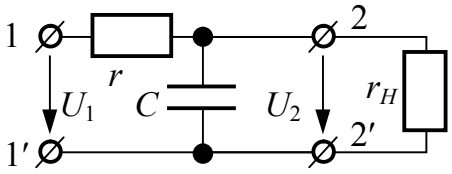


Рис. 5.32

Відповідь: $W(j\omega) = \dfrac{k}{1 + j\omega\tau}$, де $k = \dfrac{r_H}{r + r_H}$, $\tau = \dfrac{r \cdot r_H}{r + r_H} C$.

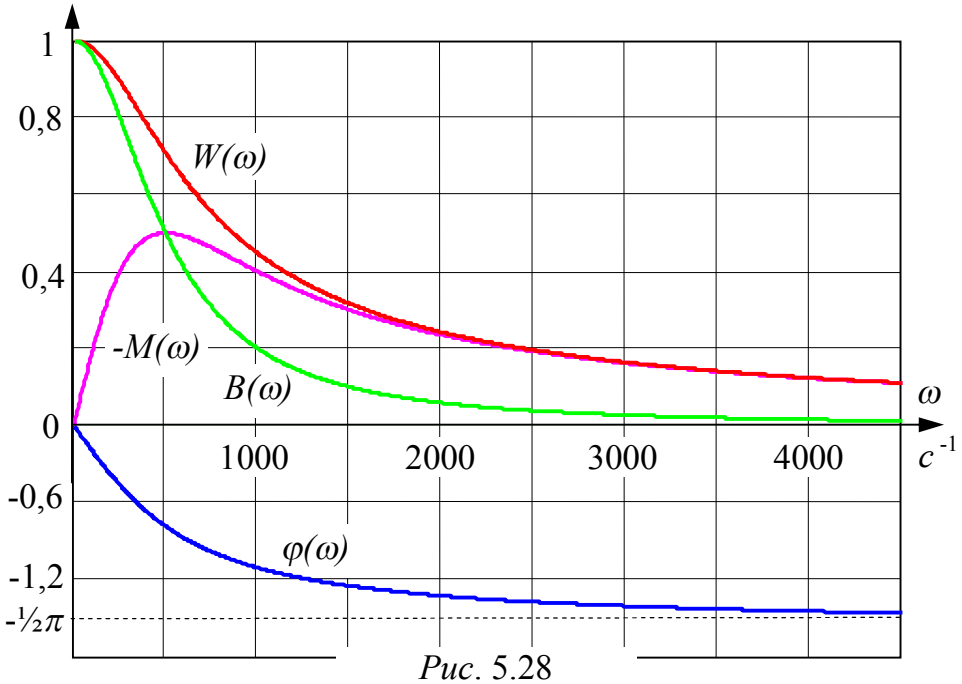
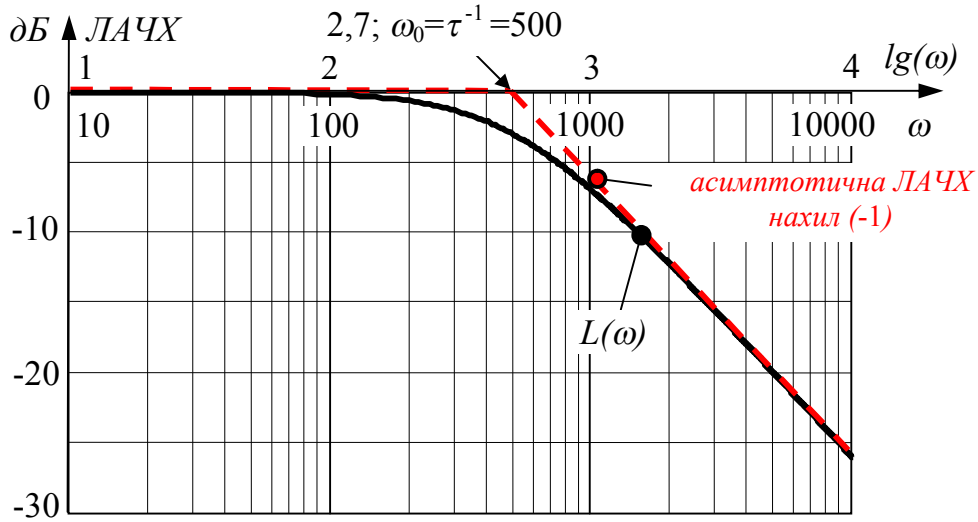


Рис. 5.28

а)



б)

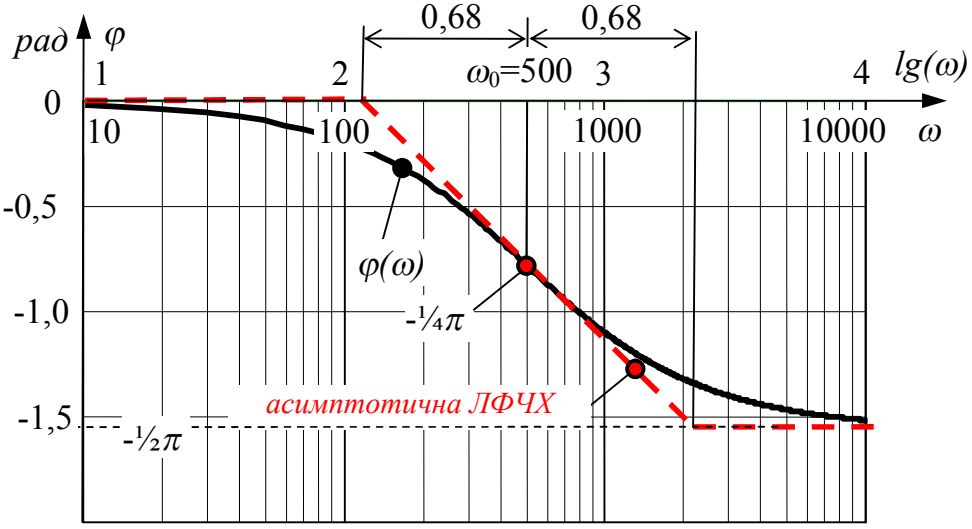


Рис. 5.29

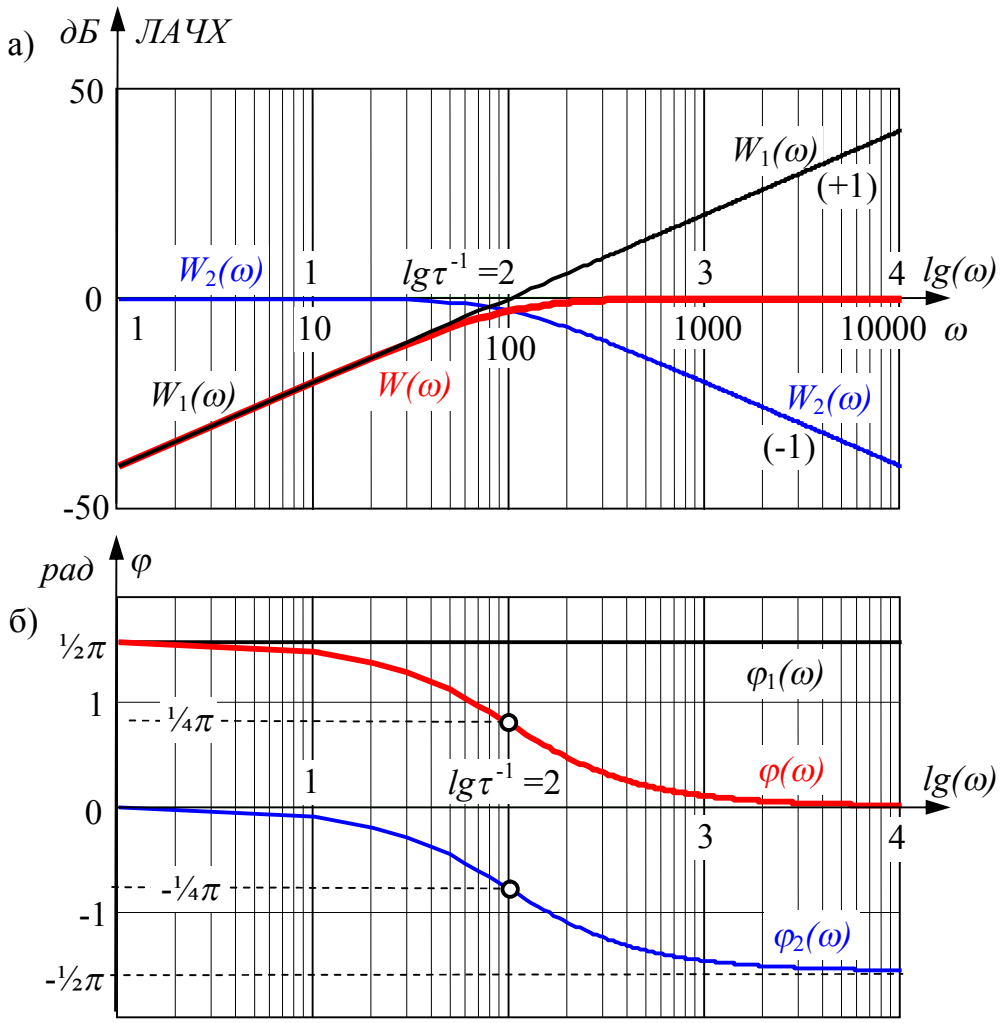


Рис. 5.31

ЗАДАЧА 5.40. Для *Г*-подібного чотириполюсника, навантаженого активним опором $r = 50$ *Ом* (рис. 5.33), розрахувати передатну функцію за напругою, якщо $L = 0{,}5$ *Гн*, $C = 40$ *мкФ*.

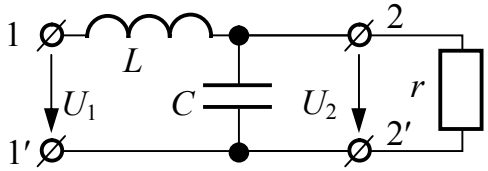


Рис. 5.33

Побудувати асимптотичні логарифмічні частотні характеристики передатної функції за напругою.

Вказівка. При побудові ЛАЧХ і ЛФЧХ представити чотириполюсник вихідної схеми у вигляді каскадного з'єднання двох аперіодичних ланок з передатними функціями

$$W_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \quad \text{і} \quad W_2(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_2}.$$

Відповідь: $W(j\omega) = \dfrac{1}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)}$, де $\tau_{1,2} = \dfrac{L \pm \sqrt{L^2 - 4r^2LC}}{2r}$.

ЗАДАЧА 5.41. Чотириполюсник із зворотним зв'язком (рис. 5.34) має наступні параметри: $x_L = 80$ *Ом*, $x_C = 40$ *Ом*, $r = 40$ *Ом*, $U_1 = 100$ *В*, коефіцієнт зворотного зв'язку $K_{зз} = 0{,}2$. Чотириполюсник навантажений опором $\underline{Z}_2 = 20$ *Ом*.

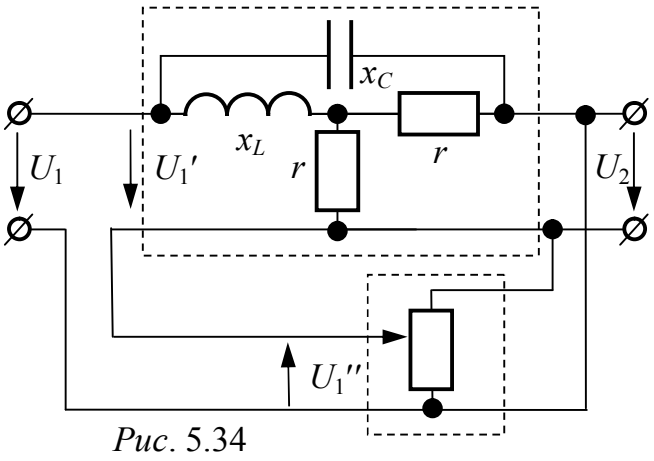


Рис. 5.34

Визначити напругу чотириполюсника на виході за умови зворотного зв'язка та без нього.

Пояснення до розв'язання: для характеристики умов передачі сигналів з врахуванням довільного навантаження користуються так званими *робочими параметрами*, до яких відносяться *згасання* $a_{ВН}$, що вноситься, і *коефіцієнти передачі* за напругою $\underline{K}_U$ та за струмом $\underline{K}_I$, які ще називають *передатними функціями* чотириполюсника $H(j\omega)$.

Коефіцієнти передачі чотириполюсника за напругою без зворотного зв'язку $\underline{K}_U'$ і за його наявності $\underline{K}_U''$ на підставі основних рівнянь чотириполюсника визначаються виразами:

$$\underline{K}_U' = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{A}\underline{Z}_2 + \underline{B}}, \qquad \underline{K}_U'' = \frac{\underline{K}_U'}{1 - \underline{K}_{зз}\underline{K}_U'}.$$

A-коефіцієнти чотириполюсника:

$\underline{A} = 1{,}2 - j0{,}6$, $\underline{B} = 4 - j52$ *Ом*, $\underline{C} = 0{,}01 - j0{,}005$ *См*, $\underline{D} = 0{,}7 - j0{,}1$.

Для чотириполюсника без зворотного зв'язку при напрузі $\underline{U}_1 = 100$ *В* знаходимо коефіцієнт передачі за напругою і напругу на виході:

$$\underline{K}_U' = 0{,}286\, e^{j68{,}37^\circ}, \qquad \underline{U}_2 = \underline{K}_U' \cdot \underline{U}_1 = 28{,}6\, e^{j68{,}37^\circ}\ B.$$

Коефіцієнт передачі чотириполюсника за наявності зворотного зв'язку:

$$\underline{K}_U'' = \frac{\underline{K}_U'}{1 - \underline{K}_{зз}\underline{K}_U'} = 0{,}292 e^{j71{,}48^\circ}.$$

Напруга на виході: $\underline{U}_2 = \underline{K}_U'' \cdot \underline{U}_1 = 29{,}2\ \mathrm{e}^{j71{,}48^\circ}\ B$.

У зв'язку з розвитком обчислювальної техніки використання передатних функцій і характеристик для розрахунку реакції кола по відомому впливу довільної форми стає актуальним. У задачах 5.42 і 5.43 на прикладі простого чотириполюсника зроблена спроба проілюструвати застосування передатних функцій. При розрахунках інтенсивно використовувалася математична система MathCAD. На жаль, є деякі розбіжності у позначенні величин, функцій і чисел в системі MathCAD від загальноприйнятих математичних позначень. Так, комплексні величини не підкреслюються, інакше представляються міри числа 10 у відповідях, використання індексації символізує числовий масив. Тому при розв'язанні задач наведені формули як у загальноприйнятому вигляді, так і фрагменти MathCAD-програми. На наш погляд, відзнаки непринципові і на розумінні розв'язання не позначаються. У даному параграфі розглянуті питання здобуття передатних характеристик і їх

використання за умови впливу синусоїдної форми. Використання характеристик у разі інших типів дій буде розглянуто у подальших розділах «Кола несинусоїдного струму» і «Перехідні процеси в лінійних електричних колах».

Різні величини в узагальненому колі чотириполюсника, увімкненого до джерела з ЕРС $\underline{E}$ і внутрішнім опором $\underline{Z}_1$ і навантаженого опором $\underline{Z}_2$, можуть бути обчислені через *A-параметри*:

- напруга на вході $\underline{U}_1 = \underline{E}(\underline{A}_{11}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{12})/\underline{H}_A$;
- струм на вході $\underline{I}_1 = \underline{E}(\underline{A}_{21}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{22})/\underline{H}_A$;
- напруга на виході $\underline{U}_2 = \underline{E}\cdot\underline{Z}_2/\underline{H}_A$;
- струм на вході $\underline{I}_2 = \underline{E}/\underline{H}_A$.

Тут $\underline{H}_A = \underline{A}_{11}\cdot\underline{Z}_2 + \underline{A}_{22}\cdot\underline{Z}_1 + \underline{A}_{12} + \underline{A}_{21}\cdot\underline{Z}_1\cdot\underline{Z}_2$ – допоміжна частотна характеристика, виражена через *A*-параметри чотириполюсника. Відзначимо, що послідовно сполучені $\underline{E}$-$\underline{Z}_1$ можуть бути замінені паралельно з'єднаними $\underline{J}$-$\underline{Z}_1$, тобто вплив може бути як у вигляді напруги $\underline{E}$, так і у вигляді струму $\underline{J} = \underline{E}/\underline{Z}_1$. В цьому випадку наведені формули корегуються відповідним чином.

ЗАДАЧА 5.42. Джерело, представлене схемою заміщення $j(t)$-R_1, живить навантаження R_2 через *Г*-подібний безіндукційний фільтр низької частоти, що є пасивним чотириполюсником (рис. 5.35). Числові значення:

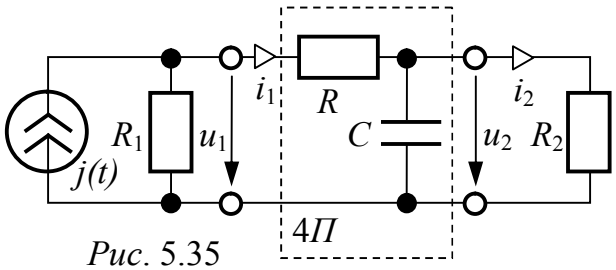


Рис. 5.35

$$R_1 = 5000\ Ом,\ R_2 = 2000\ Ом,\ R = 1000\ Ом,\ C = 10\ мкФ.$$

Обчислити: 1) коефіцієнти форми *A* чотириполюсника; 2) визначити комплексний передатний опір каналу зв'язку; 3) побудувати АЧХ і ФЧХ; 4) накреслити діаграму Найквіста; 5) користуючись комплексним передатним опором, визначити напругу u_2 на виході для наступних випадків –

$j(t) = 0{,}05\ A$, $j(t) = 0{,}05\cdot sin(100t + 45°)\ A$,

$j(t) = 0{,}05\cdot sin(1000t - 100°)\ A$, $j(t) = 0{,}05\cdot sin(10000t + 100°)\ A$.

Розв'язання

1. Позначимо опори віток чотириполюсника як $\underline{Z}_1 = R$ і $\underline{Z}_2 = \dfrac{1}{j\omega C}$. Коефіцієнти *A*-форми визначаємо за відомими формулами *Г*-подібного чотириполюсника:

$$\underline{A}_{11} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2};\ \ \underline{A}_{12} = \underline{Z}_1;\ \ \underline{A}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_2};\ \ \underline{A}_{22} = 1.$$

Коефіцієнти подамо у функції частоти:

$$Z1(j\omega) := R \qquad Z2(j\omega) := \frac{1}{j\omega\cdot C}$$

$$A11(j\omega) := 1 + \frac{Z1(j\omega)}{Z2(j\omega)} \qquad A11(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 1.+.1000e\text{-}1\cdot j\omega$$

$A12(j\omega) := Z1(j\omega$ $\quad A12(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to 1000$

$A21(j\omega) := \dfrac{1}{Z2(j\omega)}$ $\quad A21(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to .1000e\text{-}4\cdot j\omega$

$A22(j\omega) := 1$ $\quad A22(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to 1$

Перевірка: $A11(j\omega)\cdot A22(j\omega) - A12(j\omega)\cdot A21(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to 1.$

Таким чином, значення коефіцієнтів наступні:

$\underline{A}_{11} = 1 + 0{,}01\cdot j\omega$; $\underline{A}_{12} = 1000$ *Ом*; $\underline{A}_{21} = 10^{-5}\cdot j\omega$ *См*; $\underline{A}_{22} = 1$.

2. Величиною на вході (впливом) в даній задачі виступає $j(t)$, на виході (реакція) – напруга на навантаженні $u_2(t)$. Тому комплексна передатна функція (КПФ) $H(j\omega) = X_{вих}(j\omega)/X_{вх}(j\omega)$ тут є комплексним передатним опором, який позначимо як

$$Z(j\omega) = U_2(j\omega)/J(j\omega).$$

Обчислимо $Z(j\omega)$ двома способами. У першому способі використовуються отримані коефіцієнти форми A. Спочатку обчислюємо допоміжну частотну функцію

$$HA(j\omega) := A11(j\omega)\cdot R2 + A22(j\omega)\cdot R1 + A12(j\omega) + A21(j\omega)\cdot R1\cdot R2$$

$$HA(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to 8000. + 120.\cdot j\omega,$$

Шуканий опір $Z(j\omega) := \dfrac{R1\cdot R2}{HA(j\omega)}$ $\quad Z(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to \dfrac{.2500e6}{200. + 3.\cdot j\omega}.$

Виконаємо перевірочний розрахунок у інший спосіб, задавшись напругою на виході $\underline{U}_2 = 1$ і визначивши струм на вході $\underline{J}$ за допомогою законів Ома і Кірхгофа:

$$I1(j\omega) := \frac{1}{R2} + j\omega\cdot C \qquad U1(j\omega) := 1 + R\cdot I1(j\omega) \qquad J(j\omega) := I1(j\omega) + \frac{U1(j\omega)}{R1}$$

$$Z(j\omega) := \frac{1}{J(j\omega)} \qquad Z(j\omega)\left|\begin{matrix}simplify\\float,4\end{matrix}\right. \to \frac{.2500e6}{200. + 3.\cdot j\omega}.$$

Таким чином, відповідь для комплексного передатного опору наступна:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{b1\cdot j\omega + b0}{j\omega + a0} = \frac{250000}{3j\omega + 200} = \frac{83333}{j\omega + 66{,}67}\ Ом.$$

Значення коефіцієнтів в даній задачі: $b_1 = 0$, $b_0 = 83333$, $a_0 = 66{,}67$.

3. АЧХ і ФЧХ каналу зв'язку будуються за наступними формулами:

$$Z(\omega) = |\underline{Z}(j\omega)| = \sqrt{\frac{(b_1\cdot\omega)^2 + b_0^2}{\omega^2 + a_0^2}} = \sqrt{\frac{83333^2}{\omega^2 + 66{,}67^2}};$$

$$\varphi(\omega) = arg(\underline{Z}(j\omega)) = arctg\frac{b_1\omega}{b_0} - arctg\frac{\omega}{a_0} = arctg\,0 - arctg\frac{\omega}{66{,}67}.$$

Графіки АЧХ і ФЧХ подані на рис. 5.36,а і б.

4. Діаграма Найквіста є графіком залежності $Z(\omega) = f(\varphi(\omega))$ у полярній системі координат. Розрахунки по побудові графіка зведемо в табл. 5.2. Сама діаграма представлена на рис. 5.37.

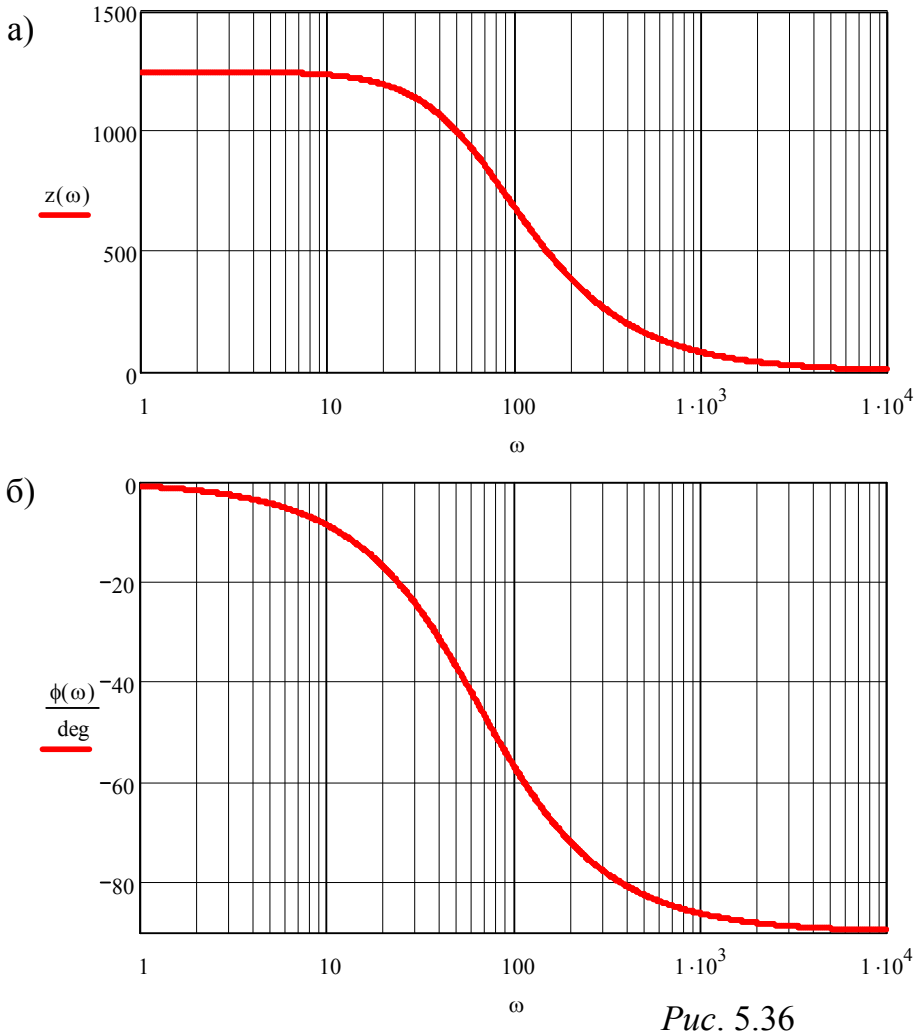


Рис. 5.36

Таблиця 5.2

ω, c^{-1}	0	10	50	100	150	200	500	1000	∞
φ, *град*	0	– 8,5	– 36,9	– 56,3	– 66,0	– 71,6	– 82,4	– 86,2	– 90
Z, *Ом*	1250	1236	1000	690	507,7	395	165,2	83,1	0

5. Значення комплексного передатного опору на заданих в умові задачі частотах наступні:

$Z(0) = 1250$ *Ом*, $\underline{Z}(j100) = 693{,}4 \cdot e^{-j56{,}31^\circ}$ *Ом*,

$\underline{Z}(j1000) = 83{,}15 \cdot e^{-j86{,}19^\circ}$ *Ом*, $\underline{Z}(j10000) = 8{,}33 \cdot e^{-j89{,}62^\circ}$ *Ом*.

Комплексні амплітуди впливу $J(j\omega)$ і реакції $U_2(j\omega) = Z(j\omega) \cdot J(j\omega)$ на цих же частотах: $J(0) = 0{,}05$ *A*, $U_2(0) = 62{,}5$ *B*,

$J(j100) = 0{,}05 \cdot e^{j45^\circ}$ *A*, $U_2(j100) = 34{,}7 \cdot e^{-j11{,}31^\circ}$ *B*,

$J(j1000) = 0{,}05 \cdot e^{-j100^\circ}$ *A*, $U_2(j1000) = 4{,}16 \cdot e^{j173{,}81^\circ}$ *B*,

$J(j10000) = 0{,}05 \cdot e^{j100^\circ}$ *A*, $U_2(j10000) = 0{,}42 \cdot e^{j10{,}38^\circ}$ *B*.

Миттєві значення напруги на виході:

$u_2(t) = 62{,}5\ B$, $u_2(t) = 34{,}7 \cdot sin(100t - 11{,}31°)\ B$,

$u_2(t) = 4{,}16 \cdot sin(1000t + 173{,}81°)\ B$, $u_2(t) = 0{,}42 \cdot sin(10000t + 10{,}38°)\ B$.

Звертаємо увагу на те, як нестримно убувають амплітуди напруги u_2 із зростанням частоти при тому, що амплітуда впливу зберігається незмінною 0,05 *А*. Тут проявляються властивості даного чотириполюсника як фільтра.

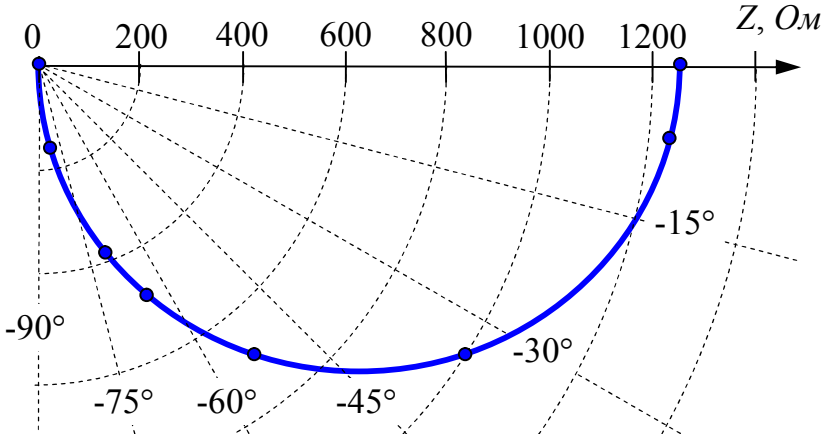


Рис. 5.37

ЗАДАЧА 5.43. Розв'язати задачу 5.42 після заміни резистора *R* індуктивністю $L = 10\ Гн$ (рис. 5.38). Взяти значення ємності $C = 1\ мкФ$.

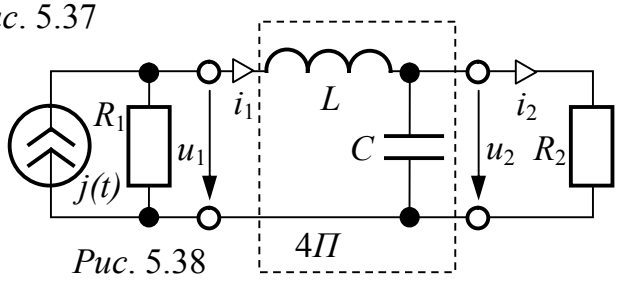


Рис. 5.38

Розв'язання

Порядок розв'язання задачі 5.43 такий самий, як і задачі 5.42. Тому наведемо відповіді.

1. $Z1(j\omega) := j\omega \cdot$ $\qquad Z2(j\omega) := \dfrac{1}{j\omega \cdot C}$

$A11(j\omega) := 1 + \dfrac{Z1(j\omega)}{Z2(j\omega)}$ $\qquad A11(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 1.+.1000e\text{-}4 \cdot (j\omega)^2$

$A12(j\omega) := Z1(j\omega)$ $\qquad A12(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 10. \cdot j\omega$

$A21(j\omega) := \dfrac{1}{Z2(j\omega)}$ $\qquad A21(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow .1000e\text{-}5 \cdot j\omega$

$A22(j\omega) := 1$ $\qquad A22(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 1$

Перевірка: $A11(j\omega) \cdot A22(j\omega) - A12(j\omega) \cdot A21(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 1.$

Таким чином, значення коефіцієнтів наступні:

$\underline{A}_{11} = 1 + 10^{-5} \cdot (j\omega)^2$; $\underline{A}_{12} = 10 j\omega\ Ом$; $\underline{A}_{21} = 10^{-6} \cdot j\omega\ \ См$; $\underline{A}_{22} = 1$.

2. *Перший спосіб* обчислення $Z(j\omega)$.

$$HA(j\omega) := A11(j\omega)\cdot R2 + A22(j\omega)\cdot R1 + A12(j\omega) + A21(j\omega)\cdot R1\cdot R2$$

$$HA(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow 7000. + .2000e\text{-}1\cdot(j\omega)^2 + 20.\cdot j\omega,$$

$$Z(j\omega) := \frac{R1\cdot R2}{HA(j\omega)} \qquad Z(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow \frac{.5000e9}{.3500e6 + (j\omega)^2 + 1000\cdot j\omega}.$$

Другий спосіб обчислення $Z(j\omega)$.

$$I1(j\omega) := \frac{1}{R2} + j\omega\cdot C \qquad U1(j\omega) := 1 + Z1(j\omega)\cdot I1(j\omega) \qquad J(j\omega) := I1(j\omega) + \frac{U1(j\omega)}{R1}$$

$$Z(j\omega) := \frac{1}{J(j\omega)} \qquad Z(j\omega)\left|\begin{matrix} simplify \\ float,4 \end{matrix}\right. \rightarrow \frac{.5000e9}{.3500e6 + (j\omega)^2 + 1000\cdot j\omega}.$$

Таким чином, відповідь для комплексного передатного опору наступна:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{5\cdot 10^8}{(j\omega)^2 + 1000\cdot j\omega + 3{,}5\cdot 10^5}\ Ом.$$

3. АЧХ і ФЧХ каналу зв'язку будуються за наступними формулами:

$$Z(\omega) := \left|\frac{5\cdot 10^8}{(j\cdot\omega)^2 + 1000\cdot j\cdot\omega + 3.5\cdot 10^5}\right|;$$

$$\varphi(\omega) := arg\left(\frac{5\cdot 10^8}{(j\cdot\omega)^2 + 1000\cdot j\cdot\omega + 3.5\cdot 10^5}\right).$$

Графіки АЧХ і ФЧХ наведені на рис. 5.39,а і б.

4. Розрахунки щодо побудови діаграми Найквіста зведемо в табл. 5.3. Сама діаграма представлена на рис. 5.40.

Таблиця 5.3

ω, c^{-1}	0	50	100	200	500	1000	2000	5000	∞
φ, *град*	0	-8,19	-16,39	-32,83	-78,69	-123,0	-151,3	-168,5	-180
Z, Ом	1429	1424	1411	1355	981	419	120	19,9	0

5. Значення комплексного передатного опору на заданих в умові задачі частотах наступні:

$Z(0) = 1429\ Ом$, $\underline{Z}(j100) = 1411\cdot e^{-j16{,}39^\circ}\ Ом$,

$\underline{Z}(j1000) = 419{,}2\cdot e^{-j123{,}02^\circ}\ Ом$, $\underline{Z}(j10000) = 4{,}99\cdot e^{-j174{,}27^\circ}\ Ом$.

Комплексні амплітуди впливу $J(j\omega)$ і реакції $U_2(j\omega) = Z(j\omega)\cdot J(j\omega)$ на цих же частотах: $J(0) = 0{,}05\ A$, $U_2(0) = 71{,}43\ B$,

$J(j100) = 0{,}05\cdot e^{j45^\circ}\ A$, $U_2(j100) = 70{,}54\cdot e^{j28{,}61^\circ}\ B$,

$J(j1000) = 0{,}05\cdot e^{-j100^\circ}\ A$, $U_2(j1000) = 20{,}96\cdot e^{j136{,}98^\circ}\ B$,

$J(j10000) = 0{,}05\cdot e^{j100^\circ}\ A$, $U_2(j10000) = 0{,}25\cdot e^{-j74{,}27^\circ}\ B$.

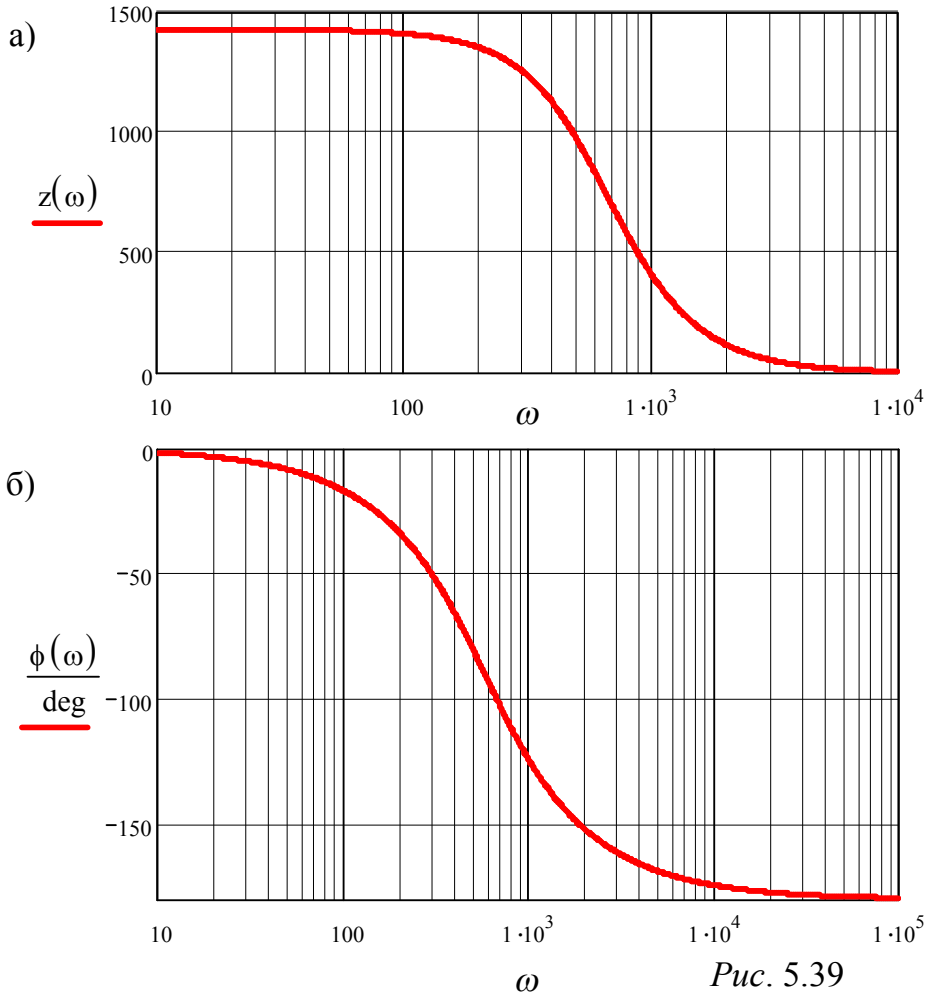


Рис. 5.39

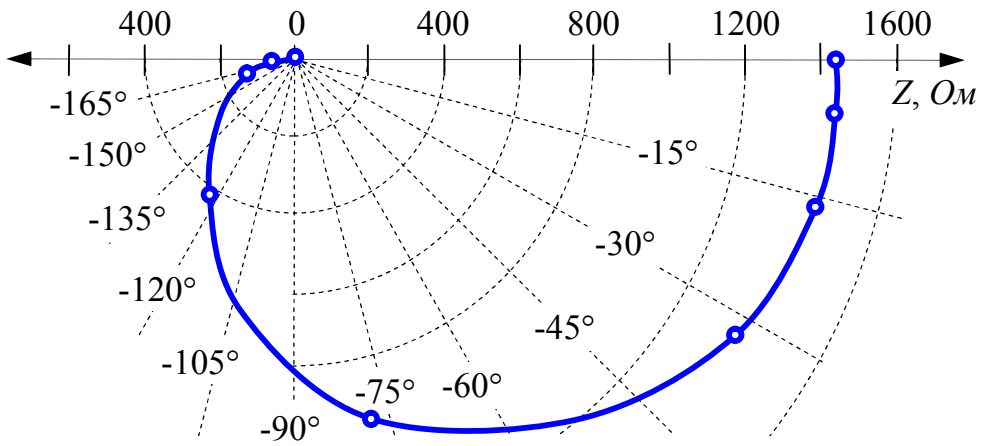


Рис. 5.40

Миттєві значення напруги на виході:

$u_2(t) = 71{,}43\ B$, $u_2(t) = 70{,}54 \cdot sin(100t + 28{,}61°)\ B$,

$u_2(t) = 20{,}96 \cdot sin(1000t + 136{,}98°)\ B$, $u_2(t) = 0{,}25 \cdot sin(10000t - 74{,}27°)\ B$.

Звертаємо увагу на те, як нестримно зменшуються амплітуди напруги u_2 із зростанням частоти, починаючи з $\omega = 500\ рад/с$. Тут проявляються властивості даного чотириполюсника як фільтра.