

А.А. Щерба
В.Х. Антамонов
І.А. Курило
О.В. Корощенко
В.Ф. Денник

**ТЕОРЕТИЧНІ
ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ**
Збірник задач олімпіад

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник
для студентів вищих технічних
навчальних закладів*

Київ – 2014

УДК 621.3.01 (075.3)

ТЗЗ

*Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(лист від 15.04.2014 р. № 1/11-5525)*

Автори:

А.А. Щерба, чл.-кор. НАН України, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної електротехніки НТУУ «КПІ»;

В.Х. Антамонов, кандидат технічних наук, доцент кафедри «Електромеханіка і ТОЕ» ДонНТУ;

І.А. Курило, кандидат технічних наук, професор кафедри теоретичної електротехніки НТУУ «КПІ»;

О.В. Корощенко, кандидат технічних наук, доцент кафедри «Електромеханіка і ТОЕ» ДонНТУ;

В.Ф. Денник, кандидат технічних наук, доцент; професор кафедри «Електромеханіка і ТОЕ» ДонНТУ.

Рецензенти:

О.Л. Резинкін, завідувач кафедри теоретичних основ електротехніки Національного технічного університету "ХПІ", д.т.н.;

М.В. Мислович, завідувач відділу теоретичної електротехніки Інституту електродинаміки НАН України, д.т.н., професор;

Л.І. Мазуренко, завідувач кафедри електротехніки та електроприводу Київського національного університету будівництва і архітектури, д.т.н., професор

Теоретичні основи електротехніки. Збірник задач олімпіад: Навчальний посібник / *А.А. Щерба, В.Х. Антамонов, І.А. Курило, О.В. Корощенко, В.Ф. Денник.* – Київ: НТУУ «КПІ», Донецьк: ДонНТУ, 2014. – 135 с.: іл.

ISBN _____

Посібник призначений для організації самостійної роботи і підготовки студентів до олімпіад з ТОЕ. Він може бути використаний викладачами на практичних заняттях задля підсилення самостійної складової в навчанні студентів вищих навчальних закладів усіх форм навчання, які вивчають дисципліну «Теоретичні основи електротехніки». Навчальний посібник містить кращі задачі творчого олімпіадного характеру з основних розділів теорії електричних кіл: 1) лінійні кола постійного струму; 2) лінійні кола синусоїдного струму; 3) кола з індуктивним зв'язком; 4) трифазні кола; 5) перехідні процеси в лінійних колах; 6) нелінійні кола; 7) чотириполюсники; 8) кола несинусоїдного струму; 9) кола з розподіленими параметрами.

УДК 621.3.01 (075.3)

© *А.А. Щерба, В.Х. Антамонов, І.А. Курило,
О.В. Корощенко, В.Ф. Денник, 2014*

ISBN _____

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Лінійні кола постійного струму	5
2 Лінійні кола синусоїдного струму	25
3 Кола з індуктивним зв'язком	36
4 Трифазні кола	49
5 Перехідні процеси	69
6 Нелінійні кола	97
7 Чотириполюсники	104
8 Кола несинусоїдного струму	110
9 Кола з розподіленими параметрами	127
Література	135

ВСТУП

Курси ТОЕ і «Основи теорії електричних кіл» – це фундаментальні електротехнічні дисципліни. Без них неможлива підготовка інженерів-електриків. На жаль, навчальний час є обмеженим, тому протягом навчального процесу не вдається приділити достатньо уваги розв'язанню задач творчого характеру, нестандартних, таких, що розвивають інтуїцію студента.

Частково цей недолік навчального процесу виправляється участю студентів у олімпіадах з дисципліни ТОЕ. Досвід проведення предметних олімпіад свідчить, що дух змагання разом з об'єктивністю і наочністю результатів забезпечують стійкий інтерес до них з боку студентів.

Даний навчальний посібник містить кращі задачі творчого олімпіадного характеру з основних розділів теорії електричних кіл. Розв'язання таких задач потребує не тільки доброго знання теоретичних положень, вмілого використання своїх знань, але значною мірою і кмітливості, інтуїції, нестандартного практичного підходу.

Розв'язання олімпіадних задач сприяє розвитку творчого мислення студента, вміння враховувати особливості явищ, самостійно вибрати раціональне рішення, тобто сприяє формуванню кваліфікованого спеціаліста.

Збірник містить задачі, згруповані за темами. Більшість задач, що розглядаються, були запропоновані під час проведення певних олімпіад.

Нумерація рисунків збігається з нумерацією задач.

Збірник задач розрахований на читача, який вже має певний рівень знань з курсу ТОЕ і бажає його підвищити. Тому розв'язання задач подані у дещо стислому вигляді, очевидні технічні моменти опущені.

Посібник є узагальненням досвіду проведення різного рівня олімпіад з теоретичних основ електротехніки (ТОЕ) у першу чергу в Донецькому національному технічному університеті, а також в інших ВНЗ, і головною метою має допомогу студентам, що готуються до олімпіади, або бажають перевірити та підвищити свій особистий рівень самостійно. Посібник може бути корисним також викладачам дисциплін, пов'язаних з ТОЕ.

Під час розв'язання складних задач збірника потрібні не лише самі знання того чи іншого розділу курсу ТОЕ, але й вміння сконцентруватися, створити певну творчу атмосферу. Наведемо кілька рекомендацій, які, сподіваємось, допоможуть успішній роботі над задачами, що пропонуються у збірнику:

- вихідні умови задачі повинні бути ретельно проаналізовані. Для цього слід прочитати умови, як мінімум, двічі: спочатку нашвидкоруч, щоб охопити завдання у цілому, а потім дуже уважно, щоб помітити деталі;
- схему доцільно перерисувати у звичному для себе вигляді, позначивши спочатку всі її вузлові точки, щоб запобігти помилкам. На розрахунковій схемі не слід зображати вимірювальні прилади;
- остаточний результат повинен бути оцінений і перевірений.

Наостанок, автори бажають успіху всім, хто вирішив попрацювати з цим збірником.

1 ЛІНІЙНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1-1. Параметри кола: $E_0 = 12$ В, $E_4 = 18$ В, $J_1 = 0.1$ А, $J_2 = 0.2$ А, $C = 40$ мкФ, $R_1 = R_2 = 6$ Ом, $R_3 = R_4 = 4$ Ом.

Визначити напругу на конденсаторі.

Відповіді. Струм у першому резисторі за методом накладання або за методом контурних струмів

$$I_1 = \frac{E_0 - E_4 + R_3 J_2}{R_1 + R_4 + R_3} = 1/7 \text{ А,}$$

шукана напруга

$$U_C = E_0 - R_1 I_1 - R_2 J_2 = 9.94 \text{ В.}$$

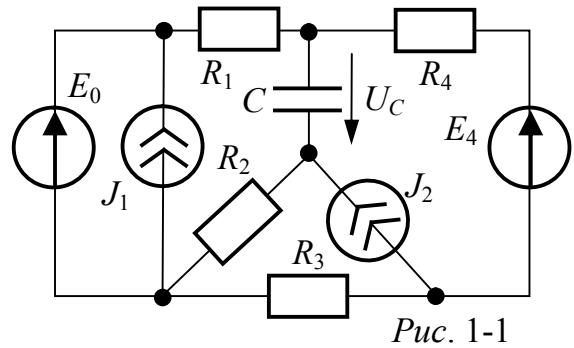


Рис. 1-1

1-2. У колі з двома однаковими вольтметрами у разі замкненого ключа S показ першого вольтметра становить $U_{V1} = 0.8E$.

Визначити покази вольтметрів з урахуванням внутрішніх опорів елементів кола, якщо ключ розімкнений.

Розв'язання. Ключ S замкнений:

$$U_{V1} = \frac{E}{r_V + r_{\text{вн}}} \cdot r_V = 0.8E, \text{ тобто } \frac{r_V}{r_V + r_{\text{вн}}} = 0.8, r_{\text{вн}} = 0.25r_V.$$

Ключ S розімкнений:

$$U_{V1} = U_{V2} = \frac{E}{2r_V + r_{\text{вн}}} \cdot r_V = \frac{r_V}{2r_V + 0.25r_V} \cdot E = 0.444E.$$

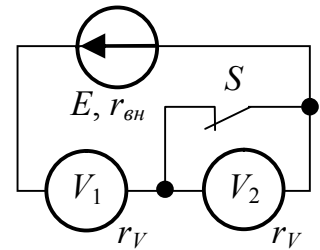


Рис. 1-2

1-3. Для визначення опору R за методом вольтметра-амперметра виконані виміри за двох положень перемикача. Результати вимірів наступні: $U_{1V} = 2.88$ В, $I_{1A} = 0.9$ А, $U_{2V} = 0.576$ В, $I_{2A} = 0.72$ А.

Визначити опори резистора R , амперметра r_A та вольтметра r_V .

Розв'язання. За перемикача у другому положенні маємо:

$$r_A \cdot I_{2A} = U_{2V}, r_A = 0.8 \text{ Ом.}$$

За перемикача у першому положенні

$$\frac{r_V \cdot R}{r_V + R} = U_{1V}/I_{1A} = 3.2 \text{ Ом; } U = \frac{r_V \cdot R}{r_V + R} \cdot I_{1A} + r_A \cdot I_{1A} = 3.6 \text{ В; } R = \frac{3.2r_V}{r_V - 3.2}.$$

Повертаючись до другого стану кола, запишемо:

$$U = R \cdot (I_{2A} + I_V) + U_{2V} = \frac{3.2r_V}{r_V - 3.2} \cdot \left(0.72 + \frac{0.576}{r_V} \right) + 0.576 = 3.6 \text{ В.}$$

Звідси визначаємо спочатку опір вольтметра, а потім і опір резистора:

$$r_V = 16 \text{ Ом, } R = 4 \text{ Ом.}$$

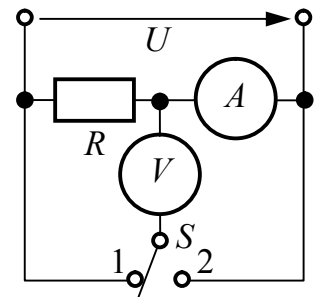


Рис. 1-3

1-4. У заданому колі джерело струму J споживає потужність 10 Вт. Параметри елементів відомі: $J = 1$ А, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $R_4 = 80$ Ом.

Визначити ЕРС E .
Відповідь. – 250 В.

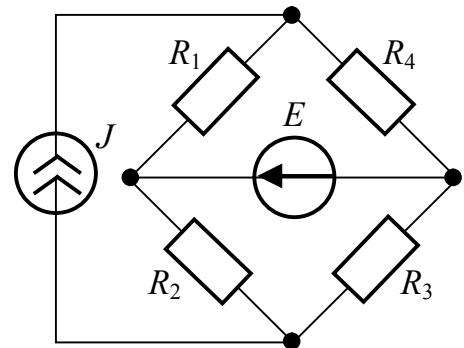


Рис. 1-4

1-5. Параметри кола: $E = 4$ В, $R_1 = R_2 = 6$ Ом, $R_3 = R_4 = 2$ Ом, причому резистор R споживає максимальну можливу потужність.

Визначити опір R та його потужність P_{max} .
Відповідь. 4 Ом, 1 Вт.

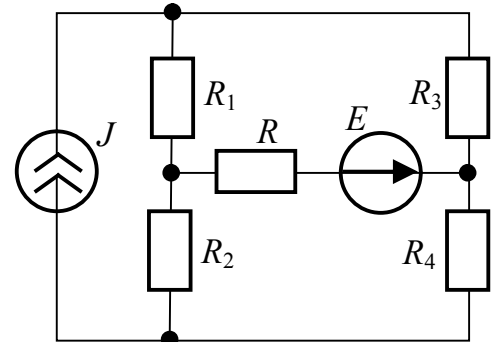


Рис. 1-5

1-6. Параметри кола: $J = 0.26$ А, $E_2 = 12.6$ В, $E_3 = 8.5$ В, $R_0 = 2$ Ом, $R_1 = 10$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 20$ Ом.

Визначити струми методом вузлових потенціалів.

Розв'язання. Прийmemo $\varphi_a = 0$, тоді $\varphi_c = E_3 = 8.5$ В.

Для перерізу, що містить вітки R_1 , R_5 , R_4 , J , складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа, причому струми виразимо через потенціали. Маємо:

$$(\varphi_e - \varphi_a)/R_1 + (\varphi_d - \varphi_a)/R_5 + (\varphi_d - \varphi_c)/R_4 = J.$$

$$\text{Додаткове рівняння } (\varphi_e - \varphi_d) = E_2.$$

Систему з двох рівнянь розв'язуємо відносно потенціалів φ_e і φ_d : $\varphi_e = 14.6$ В, $\varphi_d = 2$ В.

Струми у колі отримаємо за законом Ома та першим законом Кірхгофа:

$$I_1 = (\varphi_e - \varphi_a)/R_1 = 1.46 \text{ А}, \quad I_4 = (\varphi_d - \varphi_c)/R_4 = -1.3 \text{ А}, \quad I_5 = (\varphi_d - \varphi_a)/R_5 = 0.1 \text{ А},$$

$$I_2 = I_1 - J = 1.2 \text{ А}, \quad I_3 = -I_4 + J = 1.56 \text{ А}.$$

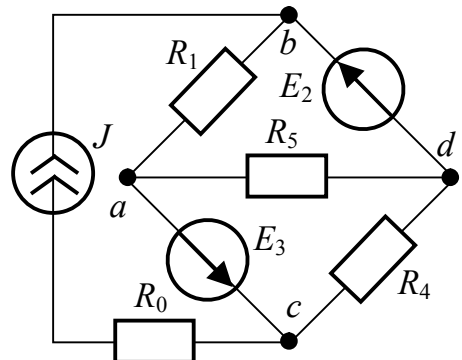


Рис. 1-6

1-7. Параметри кола: $J = 1$ А, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 5$ Ом.

Визначити ЕРС E , якщо струм $I_5 = 2$ А.

Розв'язання виконуємо за законами Кірхгофа:

$$I_2 = I_5 - J = 1 \text{ А},$$

$$I_3 = (R_2 I_2 + R_5 I_5)/R_3 = 4 \text{ А},$$

$$I_4 = I_3 + I_5 = 6 \text{ А}, \quad I_1 = I_4 - J = 5 \text{ А},$$

$$E = R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = 50 \text{ В}.$$

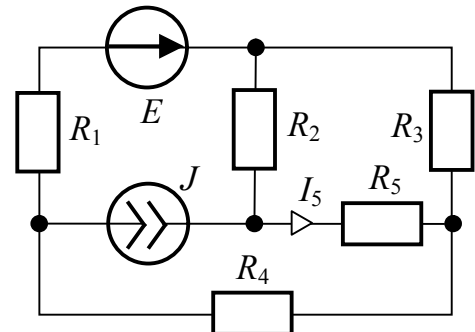


Рис. 1-7

1-8. Коло для заряду акумулятора має параметри: $E = 10 \text{ В}$, $J = 0.4 \text{ А}$, $R_1 = R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_5 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $E_{ак} = 3.6 \text{ В}$.

Визначити, яким повинен бути опір R_6 у вітці з акумулятором, щоб струм заряду $I_{зар}$ не перевищував 25 мА .

Відповідь. $R_6 \geq 6 \text{ Ом}$.

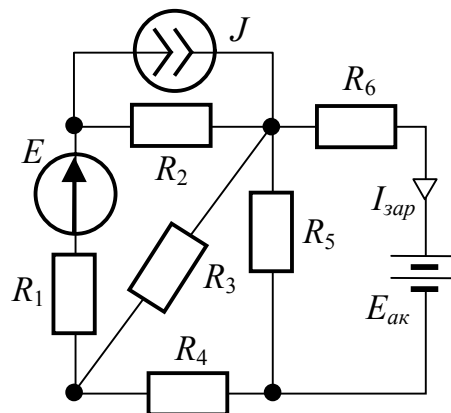


Рис. 1-8

1-9. У наведених колах (рис. 1-9,а та рис. 1-9,б) покази амперметрів однакові, відома ЕРС $E_3 = 1 \text{ В}$.

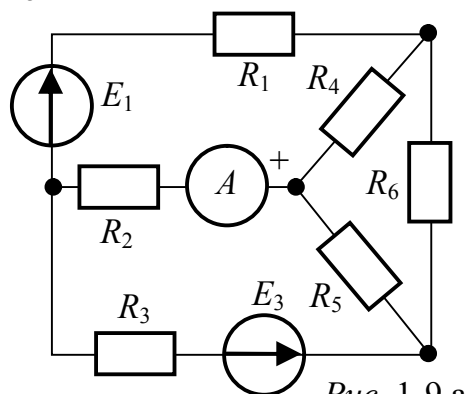


Рис. 1-9,а

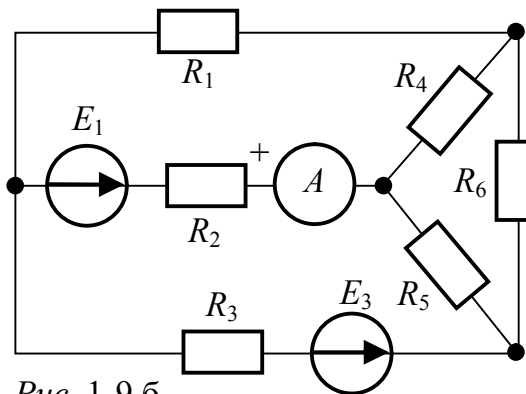


Рис. 1-9,б

Визначити ЕРС E_1 .

Розв'язання. У колі на рис. 1-9,б винесемо ЕРС E_1 за вузол з вітки 2 до віток 1 та 3 (рис. 1-9,в). Покази амперметрів у колах, показаних на рис. 1-9,а і 1-9,б,в будуть однаковими, якщо виконується очевидна умова: $E_3 - E_1 = -E_3$, тобто $E_1 = 2E_3 = 2 \text{ В}$.

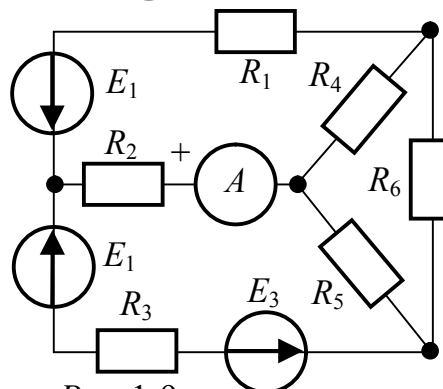


Рис. 1-9,в

1-10. За умови роботи тільки джерела E_1 ($E_2 = 0$) коло споживає потужність 55 Вт , а за умови роботи другого джерела E_2 ($E_1 = 0$) ця потужність складає 176 Вт .

Визначити потужність, яку споживає коло за умови одночасної роботи джерел. Опори резисторів: $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$.

Розв'язання. Розглянемо коло за умови роботи першого джерела.

$$R_{\text{вх}}' = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 2.2R, \quad P' = \frac{E_1^2}{2.2R} = 55 \text{ Вт}, \quad E_1 = 11\sqrt{R}.$$

Струми від джерела E_1 :

$$I_1' = \frac{E_1}{R_{\text{вх}}'} = \frac{11\sqrt{R}}{2.2R} = \frac{5}{\sqrt{R}}, \quad I_2' = 0.6 \cdot I_1' = \frac{3}{\sqrt{R}}, \quad I_3' = 0.4 \cdot I_1' = \frac{2}{\sqrt{R}}.$$

Коло за умови роботи другого джерела розглядається аналогічно:

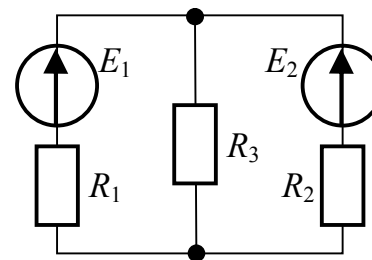


Рис. 1-10

$$R_{\text{ex}}'' = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 2.75R, \quad P'' = \frac{E_2^2}{2.75R} = 176 \text{ Вт}, \quad E_2 = 22\sqrt{R},$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{\text{ex}}''} = \frac{22\sqrt{R}}{2.75R} = \frac{8}{\sqrt{R}}, \quad I_1'' = 0.75 \cdot I_2'' = \frac{6}{\sqrt{R}}, \quad I_3'' = 0.25 \cdot I_2'' = \frac{2}{\sqrt{R}}.$$

Повні струми віток:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = \frac{-1}{\sqrt{R}}; \quad I_2 = I_2' - I_2'' = \frac{-5}{\sqrt{R}}; \quad I_3 = I_3' + I_3'' = \frac{4}{\sqrt{R}}.$$

Потужність кола за умови роботи обох джерел:

$$P = R \cdot I_1^2 + 2R \cdot I_2^2 + 3R \cdot I_3^2 = 1 + 50 + 48 = 99 \text{ Вт}.$$

1-11. Коло загалом споживає $P = 148$ Вт, а резистор $R_6 - P_6 = 20$ Вт. Відомі наступні струми та опори: $I_3 = 2$ А, $I_5 = 1$ А, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 20$ Ом.

Визначити R_1, R_6, E_0, E_2 .

Розв'язання виконується застосуванням законів Кірхгофа, Ома, Джоуля-Ленца.

$$I_6 = I_3 - I_5 = 1 \text{ А}, \quad R_6 = P_6 / I_6^2 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_5 \cdot I_5 - R_4 \cdot I_4 - R_6 \cdot I_6 = 0 \Rightarrow I_4 = 0;$$

$$I_2 = I_6 - I_4 = 1 \text{ А};$$

$$E_2 = R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_6 \cdot I_6 = 44 \text{ В},$$

$$E_0 = R_3 \cdot I_3 + R_6 \cdot I_6 + R_4 \cdot I_4 = 40 \text{ В};$$

$$I_0 = (P - E_2 \cdot I_2) / E_0 = 2.6 \text{ А};$$

$$I_1 = I_6 - I_5 = 1.6 \text{ А},$$

$$R_1 = E_0 / I_1 = 25 \text{ Ом}.$$

1-12. У колі всі опори $R = 1$ Ом, а ЕРС джерел від вітки до вітки збільшуються на 1 В.

Визначити кількість віток n , яка достатня, щоб отримати струм у першій вітці $I = 6$ А.

Розв'язання. Ідея задачі полягає в тому, щоб записати вузлову напругу, а далі скористатися формулою суми членів арифметичної прогресії $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$.

Вузлова напруга з урахуванням $R = 1$ Ом за методом двох вузлів:

$$U_V = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{n-1}}{n \cdot 1} = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n - 1}{n} = \frac{\frac{1 + n - 1}{2} \cdot (n - 1)}{n} = \frac{n - 1}{2} = R \cdot I = 6 \text{ В}.$$

$$\text{Звідси } n = 2 \cdot 6 + 1 = 13.$$

1-13. На кільцевій схемі електропостачання населеного пункту вказані струми споживачів і опори ділянок лінії в Ом.

Визначити, на якому споживачі буде найменша напруга, знайти її значення, а також ККД такої схеми постачання, якщо напруга джерела 120 В.

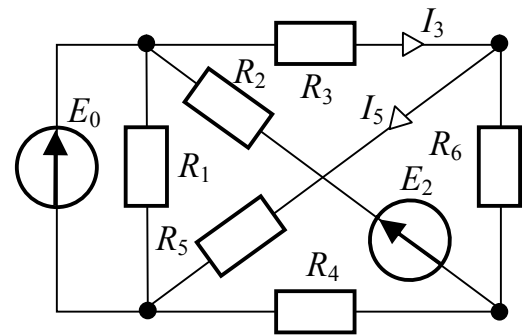


Рис. 1-11

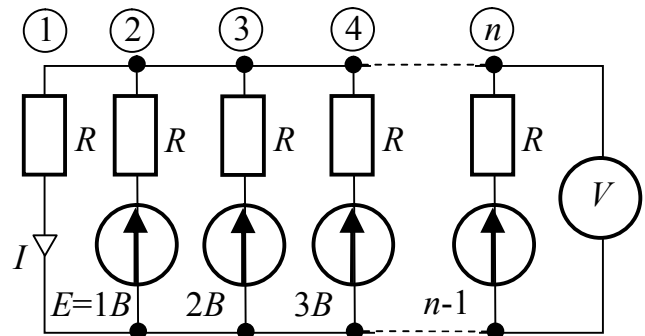
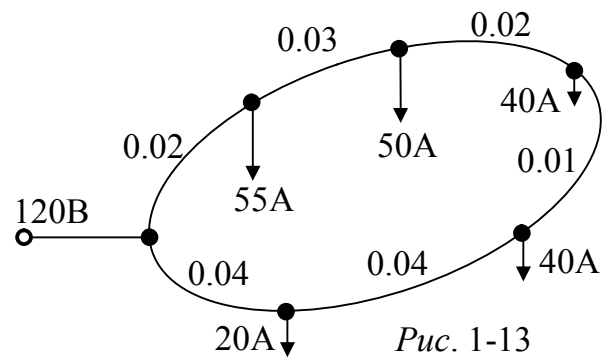


Рис. 1-12

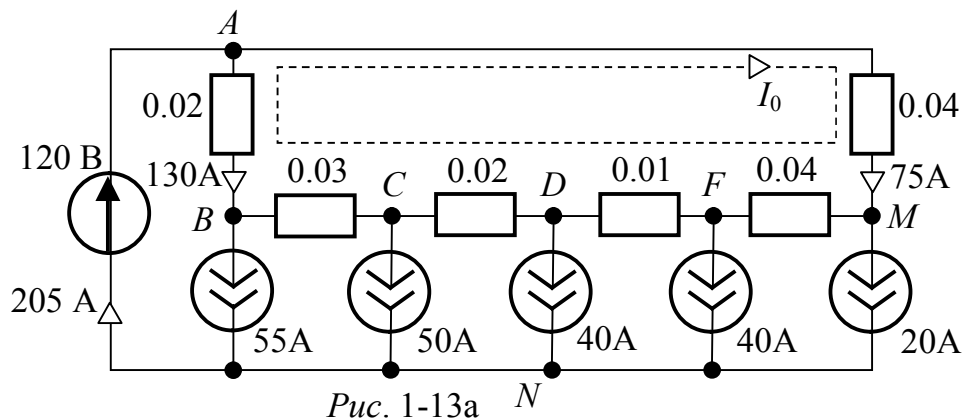
Розв'язання. Складаємо розрахункову схему кола (рис. 1-13а), в якій струми навантаження подамо джерелами струму.



Запишемо рівняння для нульового контуру за методом контурних струмів:

$$I_0 \cdot (0.04 + 0.04 + 0.01 + 0.02 + 0.03 + 0.02) - 20 \cdot (0.02 + 0.03 + 0.02 + 0.01 + 0.04) - 40 \cdot (0.02 + 0.03 + 0.02 + 0.01) - 40 \cdot (0.02 + 0.03 + 0.02) - 50 \cdot (0.02 + 0.03) - 55 \cdot 0.02 = 0;$$

$$I_0 = 75 \text{ A.}$$



Розраховуємо потенціали (напруги) у точках A, B, C, D, F, M, N : приймемо $\varphi_N = 0$. Тоді $\varphi_A = 120 \text{ В}$, $\varphi_M = 120 - 0.04 \cdot 75 = 117 \text{ В}$, $\varphi_B = 117.4 \text{ В}$, $\varphi_C = 115.15 \text{ В}$, $\varphi_D = 114.65 \text{ В}$, $\varphi_F = 114.8 \text{ В}$.

Таким чином, найменша напруга величиною $\varphi_D = 114.65 \text{ В}$ спостерігається на споживачі D .

Визначаємо потужність джерела, потужність втрат у лінії ΔP та ККД лінії η :

$$P_{\text{джер}} = 120 \cdot 205 = 24600 \text{ Вт},$$

$$\Delta P = 130^2 \cdot 0.02 + 75^2 \cdot 0.03 + 25^2 \cdot 0.02 + 15^2 \cdot 0.01 + 55^2 \cdot 0.04 + 75^2 \cdot 0.04 = 862 \text{ Вт},$$

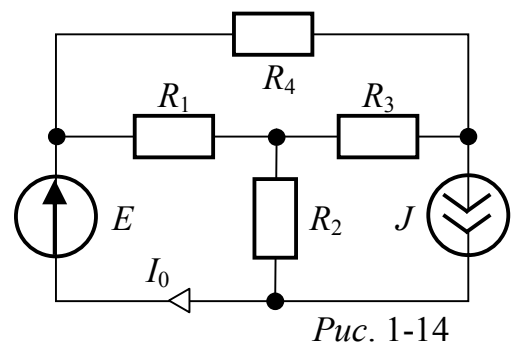
$$\eta = \frac{24600 - 862}{24600} \cdot 100 = 96.5\%.$$

1-14. Параметри кола: $E > 0$, $J = 1.2 \text{ А}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 4 \text{ Ом}$, $P_E = 2.76 \text{ Вт}$.

Визначити ЕРС E .

Розв'язання. Запишемо струм вітки з джерелом ЕРС за методом накладання.

$$I_0' = \frac{E}{R_1 \cdot (R_3 + R_4) / (R_1 + R_3 + R_4) + R_2} = 0.15E;$$



$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 2 + 4 = 6 \text{ Ом},$$

$$I_4'' = J \cdot \frac{R_{123}}{R_{123} + R_4} = 0.72 \text{ А}, \quad I_3'' = J - I_4'' = 0.48 \text{ А},$$

$$I_1'' = 0.5 \cdot I_3'' = 0.24 \text{ А}, \quad I_0'' = I_1'' + I_4'' = 0.24 + 0.72 = 0.96 \text{ А};$$

$$I_0 = I_0' + I_0'' = 0.96 + 0.15E.$$

ЕРС джерела E визначаємо з формули для його потужності:

$$P_E = E \cdot I_0 = E \cdot (0.96 + 0.15E) = 0.15E^2 + 0.96E = 2.76.$$

Звідси $E = 2.152 \text{ В}$.

1-15. Потужність, що виробляється джерелом струму J_1 , складає 1.8 Вт . Інші джерела в колі: $E = 16 \text{ В}$, $J_2 = 4 \text{ А}$.

Визначити J_1 , U_{J1} , U_{J2} , якщо $R = 1 \text{ Ом}$.

Розв'язання. Замінімо праву від джерела J_1 частину кола, яка є незмінною, еквівалентною віткою, внаслідок чого коло набуває вигляду рис. 1-15а:

$$E_{\text{екв}} = E - J_2 R = 12 \text{ В}.$$

Виразимо напругу U_{ab} , струми I_4 та I_5 через струм та потужність джерела J_1 :

$$U_{J1} = P_1 / J_1; \quad U_{ab} = P_1 / J_1 - 3R J_1;$$

$$I_4 = U_{ab} / R = P_1 / (J_1 R) - 3J_1;$$

$$I_5 = I_4 - J_1 = P_1 / (J_1 R) - 4J_1.$$

Рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U_{ab} + 3R \cdot I_5 = E_{\text{екв}}; \quad R \cdot \left(\frac{P_1}{J_1 R} - 3J_1 \right) + 3R \cdot \left(\frac{P_1}{J_1 R} - 4J_1 \right) = E_{\text{екв}}; \quad 7.2 / J_1 - 15J_1 = 12.$$

Отримане рівняння другого порядку має два корені $J_1 = 0.4 \text{ А}$ та $J_1 = -1.2 \text{ А}$.

Розраховуємо значення інших шуканих величин:

- за першим варіантом

$$U_{J1} = P_1 / J_1 = 1.8 / 0.4 = 4.5 \text{ В}, \quad U_{ab} = 3.3 \text{ В}, \quad I_4 = 3.3 \text{ А}, \quad I_5 = 2.9 \text{ А},$$

$$U_{J2} = -U_{ab} - 2R \cdot I_5 = -9.1 \text{ В};$$

- за другим варіантом $U_{J1} = -1.5 \text{ В}$, $U_{ab} = 2.1 \text{ В}$, $I_4 = 2.1 \text{ А}$, $I_5 = 3.3 \text{ А}$, $U_{J2} = -8.7 \text{ В}$.

1-16. Параметри кола: $J_1 = 0.4 \text{ А}$, $J_2 = 0.8 \text{ А}$, $P_{J2} = 4.12 \text{ Вт}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

Визначити ЕРС E .

Відповідь. Задача розв'язується за законами Кірхгофа: $U_{J2} = 5.15 \text{ В}$, $I_4 = 1.95 \text{ А}$, $I_3 = 1.15 \text{ А}$, $I_5 = 1.55 \text{ А}$, $E = 12 \text{ В}$.

1-17. Параметри кола: $J_1 = J_2 = 1 \text{ А}$, $J_3 = J_4 = 2 \text{ А}$, $R_1 = R_3 = R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$.

Визначити напругу U_{ab} .

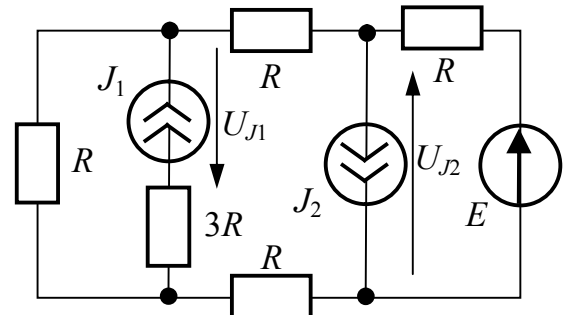


Рис. 1-15

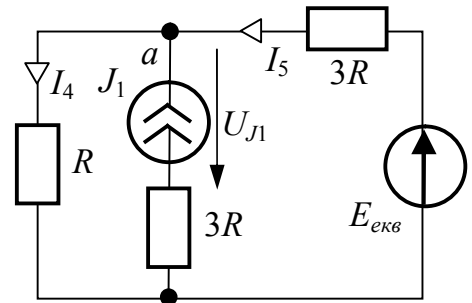


Рис. 1-15а

Відповідь. Задача розв'язується за допомогою одного рівняння за методом контурних струмів; $U_{ab} = 0.4 \text{ В}$.

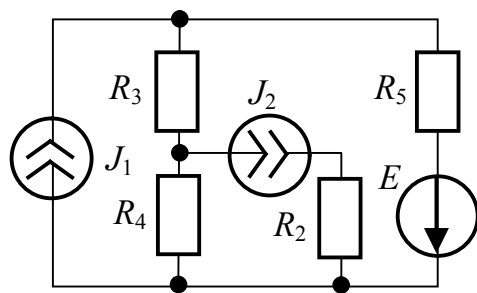


Рис. 1-16

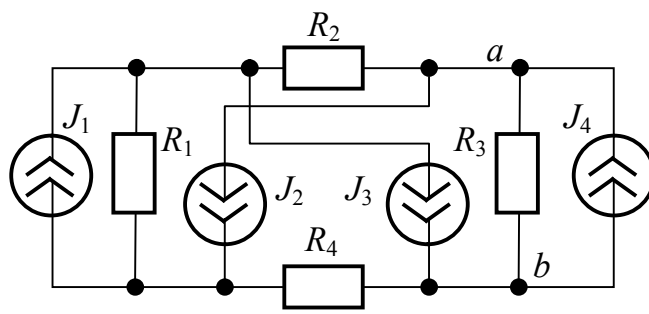


Рис. 1-17

1-18. Величини опорів кола $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$. За двох розімкнених ключів S_1 і S_2 показ амперметра 1.2 А; у разі замкненого ключа S_1 – 3 А.

Визначити показ амперметра у разі замкненого ключа S_2 і розімкненого S_1 .

Розв'язання. Напряга на виході

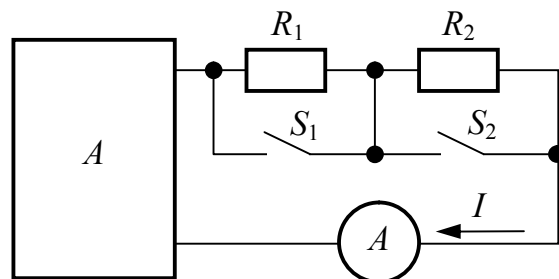


Рис. 1-18

двополюсника у першому режимі становить $U_{вих}' = (R_1 + R_2) \cdot I' = 72 \text{ В}$; у другому режимі – $U_{вих}'' = R_2 \cdot I'' = 60 \text{ В}$. Зовнішня характеристика активного двополюсника у загальному випадку має вигляд $U_{вих} = E - r_{вн} \cdot I$, де E і $r_{вн}$ – ЕРС і внутрішній опір двополюсника.

Таким чином, маємо два рівняння, з яких отримуємо параметри активного двополюсника:

$$\begin{cases} E - r_{вн} \cdot 1.2 = 72, \\ E - r_{вн} \cdot 3 = 60; \\ E = 80 \text{ В}, r_{вн} = 6.667 \text{ Ом}. \end{cases}$$

Шуканий струм у разі замкненого ключа S_2 :

$$I = \frac{E}{r_{вн} + R_1} = 1.714 \text{ А}.$$

1-19. Якщо $R_1 = 10 \text{ Ом}$, струми $I_1 = 2 \text{ А}$, $I_2 = 1 \text{ А}$.

Якщо $R_1 = R_x$ $I_1 = 1.6 \text{ А}$, $I_2 = 1.2 \text{ А}$.

Визначити опір R_x і струм джерела J .

Відповідь. $J = 4 \text{ А}$, $R_x = 15 \text{ Ом}$.

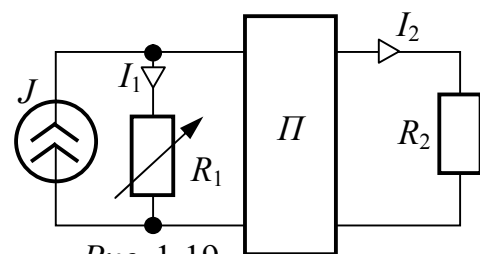


Рис. 1-19

1-20. Пасивний двополюсник, опір якого 40 Ом, живиться від двох джерел напруги, причому $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $I = 2.5 \text{ А}$. За умови збільшення опору R_1 на 40 Ом струм зменшується до значення $I = 2.25 \text{ А}$.

Визначити ЕРС джерел E_1 і E_2 .

Розв'язання. Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$R_1 \cdot I_1 + 2.5 \cdot 40 = E_1 \quad \text{або} \quad I_1 = 0.05 \cdot E_1 - 5;$$

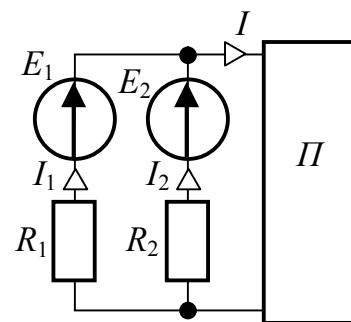


Рис. 1-20

$$\begin{aligned}
 R_2 \cdot I_2 + 2.5 \cdot 40 &= E_2 & I_2 &= 0.025 \cdot E_2 - 2.5; \\
 I_1 + I_2 &= 0.05 \cdot E_1 - 5 + 0.025 \cdot E_2 - 2.5 = 2.5; \\
 0.05 \cdot E_1 + 0.025 \cdot E_2 &= 10. & & (*)
 \end{aligned}$$

Аналогічно після збільшення опору маємо:

$$0.0167 \cdot E_1 + 0.025 \cdot E_2 = 6. \quad (*)$$

Розв'язуємо систему рівнянь (*) і отримуємо $E_1 = 120$ В, $E_2 = 160$ В.

1-21. В електричному колі відомо: $I_n = 0.1$ А, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_5 = 30$ Ом, $R_6 = 78$ Ом, $R_7 = 22$ Ом. За умови зменшення опору навантаження на $\Delta R_n = -50$ Ом струм навантаження збільшується на $\Delta I_n = 0.1$ А.

Визначити ЕРС E і опір навантаження R_n .

Вказівки до розв'язання. По-перше, слід замінити зірку опорів R_1, R_2, R_3 еквівалентним трикутником. Далі за методом еквівалентного генератора скласти два рівняння відносно струму I_n та визначити опір навантаження. Щоб знайти ЕРС джерела, можна скористатися методом вузлових потенціалів, врахувавши, що напруга на навантаженні $U_n = R_n \cdot I_n$ вже відома.

Відповідь. 20 В, 75.7 Ом.

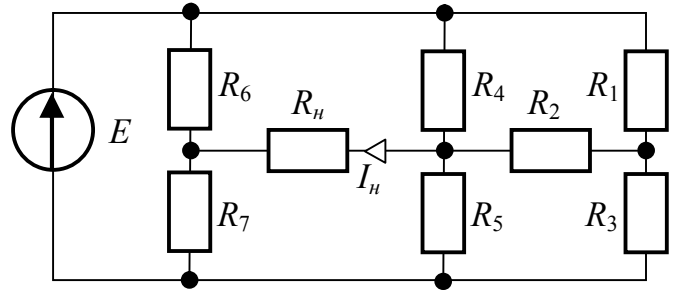


Рис. 1-21

1-22. Визначити показ вольтметра, якщо $E_1 = 11$ В, $E_2 = 22$ В.

Розв'язання. Методом двох вузлів двічі визначаємо вузлову напругу:

$$U_{ba} = \frac{11/R - 22/3R}{R^{-1} + (2R)^{-1} + (3R)^{-1}} = 2 \text{ В,}$$

$$U_{ca} = \frac{11/3R - 22/R}{R^{-1} + (2R)^{-1} + (3R)^{-1}} = -10 \text{ В.}$$

Показ вольтметра $U_{bc} = U_{ba} - U_{ca} = 2 - (-10) = 12$ В.

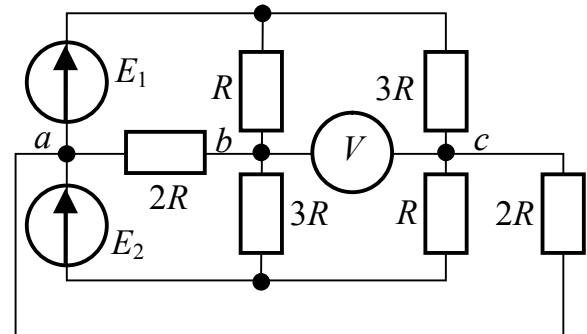


Рис. 1-22

1-23. У колі відомо: $E_1 = 40$ В, $E_2 = 12$ В, $P_W = 22$ Вт, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 12$ Ом, $R_4 = 10$ Ом, $R_5 = 16$ Ом, $R_6 = 11$ Ом, $R_7 = 1$ Ом.

Визначити R_3 і напругу U_{R5} .

Розв'язання. Застосуємо метод вузлових потенціалів. Хай $\varphi_c = 0$. Тоді $\varphi_d = E_1$, $\varphi_e = E_2$.

$$\begin{cases}
 \varphi_a \cdot (R_2^{-1} + R_3^{-1} + R_5^{-1} + R_7^{-1}) - \varphi_b \cdot R_3^{-1} - \varphi_d \cdot R_2^{-1} - \varphi_e \cdot R_7^{-1} = 0, \\
 -\varphi_a \cdot R_3^{-1} + \varphi_b \cdot (R_1^{-1} + R_3^{-1} + R_4^{-1} + R_6^{-1}) - \varphi_d \cdot R_1^{-1} - \varphi_e \cdot R_4^{-1} = 0.
 \end{cases}$$

Система рівнянь з числовими значеннями:

$$\begin{cases} \varphi_a \cdot (1.1458R_3 + 1) - \varphi_b = 15.33R_3, \\ -\varphi_a + \varphi_b \cdot (0.5242R_3 + 1) = 14.53R_3. \end{cases}$$

Додаючи отримані рівняння, можна позбутись опору R_3 :

$$1.1458\varphi_a + 0.5242\varphi_b = 29.86.$$

$$\text{Звідси } \varphi_a = 26.066 - 0.4575\varphi_b.$$

Перейдемо до показу ватметра. Його струм та напруга:

$$I_W = \frac{\varphi_a}{R_5} = 1.629 - 0.02859\varphi_b,$$

$$U_W = \varphi_b.$$

$$P_W = U_W \cdot I_W = -0.02859\varphi_b^2 + 1.629\varphi_b = 22.$$

$$\text{Звідси } \varphi_b' = 35 \text{ В, } \varphi_b'' = 22 \text{ В.}$$

Перевіримо першу відповідь $\varphi_b' = 35 \text{ В}$:

$$\varphi_a = 10.053 \text{ В, } I_1 = \frac{E_1 - \varphi_b}{R_1} = 1.667 \text{ А, } I_4 = \frac{E_2 - \varphi_b}{R_4} = -2.3 \text{ А, } I_6 = \frac{\varphi_b}{R_6} = 3.182 \text{ А,}$$

$$I_3 = I_1 + I_4 - I_6 = -3.182 \text{ А, } R_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{I_3} = -6.539 \text{ Ом.}$$

Від'ємне значення опору R_3 свідчить про неприпустимість першого значення потенціалу φ_b . Тому вірною є друга відповідь $\varphi_b'' = 22 \text{ В}$, для якої результати розрахунків наступні:

$$\varphi_a = 16 \text{ В, } I_1 = 6 \text{ А, } I_4 = -1 \text{ А, } I_6 = 2 \text{ А, } I_3 = 3 \text{ А, } R_3 = 2 \text{ Ом, } U_{R5} = \varphi_b = 22 \text{ В.}$$

1-24. У колі відомо: $E = 100 \text{ В}$, $P_W = 384 \text{ Вт}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 16 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$.

Визначити R_x і I_x .

Розв'язання. Застосуємо метод накладання разом з теоремою компенсації: замінимо резистор із струмом I_x джерелом струму і визначимо струми першої та третьої віток:

$$I_1 = I_1' + I_1'' = \frac{E}{R_1 + R_2} + I_x \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 + 0.2I_x,$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = \frac{E}{R_3 + R_4} + I_x \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 5 + 0.2I_x.$$

$$\text{Струм та напруга ватметра } I_W = I_1 = 10 + 0.2I_x, \quad U_W = R_3 \cdot I_3 = 80 + 3.2I_x.$$

$$\text{Показ ватметра } P_W = U_W \cdot I_W = 0.64 \cdot I_x^2 + 48 \cdot I_x + 800 = 384 \text{ Вт.}$$

З двох відповідей (-65 А і -10 А) вірним є тільки значення $I_x = -10 \text{ А}$, оскільки навіть за короткого замикання ($R_x = 0$) струм у вітці не перевищує 12.5 А .

Значення опору R_x визначаємо з рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$I_1 = 10 + 0.2I_x = 8 \text{ А, } I_3 = 5 + 0.2I_x = 3 \text{ А,}$$

$$R_x I_x + R_1 I_1 + R_3 I_3 = E, \quad R_x = 1.2 \text{ Ом.}$$

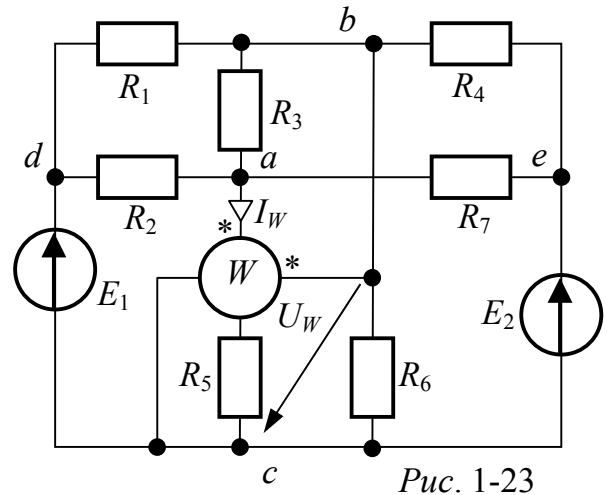


Рис. 1-23

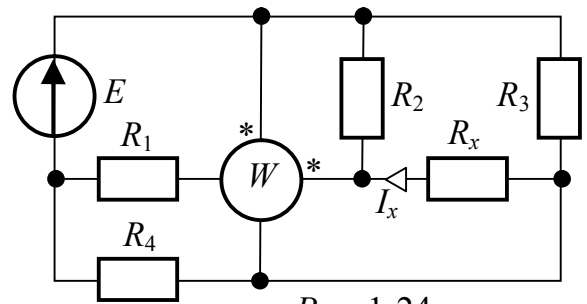


Рис. 1-24

1-25. У колі $J = 2.4 \text{ А}$, $R = 4 \text{ Ом}$. Відношення потужності, що виробляється джерелом E у разі замкненого ключа, до його ж потужності у разі розімкненого ключа дорівнює 3.5. Визначити ЕРС джерела E .

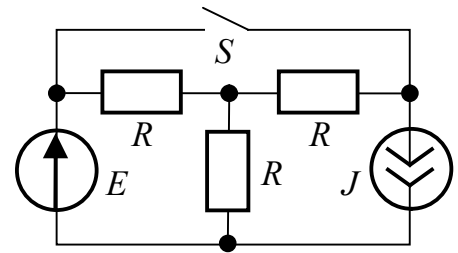


Рис. 1-25

Розв'язання. За розімкненого ключа струм та потужність джерела ЕРС:

$$I_E' = \frac{E}{2R} + J/2 = 0.125E + 1.2, \quad P_E' = E \cdot I_E' = 0.125E^2 + 1.2E.$$

У разі замкненого ключа $I_E'' = \frac{E}{1.5R} + J = E/6 + 2.4, \quad P_E'' = E \cdot I_E'' = 0.167E^2 + 2.4E.$

За умовами задачі $P_E'' = 3.5P_E'$, тобто $0.167E + 2.4 = 3.5 \cdot (0.125E + 1.2)$. Звідси $E = -6.63 \text{ В}$.

1-26. У колі з параметрами $J_1 = J_2 = 2 \text{ А}$, $R = 10 \text{ Ом}$ потужність джерела ЕРС $P_E = 240 \text{ Вт}$.

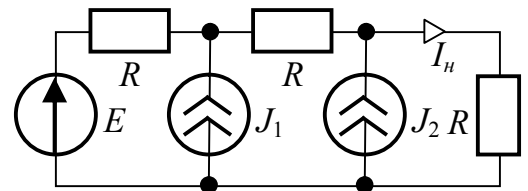


Рис. 1-26

Визначити ЕРС E і струм навантаження I_n .

Розв'язання. Складаємо рівняння за методом контурних струмів:

$$I_E \cdot 3R + J_1 \cdot 2R + J_2 \cdot R = E, \quad I_E = (E - 60)/30.$$

Потужність джерела ЕРС $P_E = E \cdot I_E = E \cdot (E - 60)/30 = 240$ або $E^2 - 60E - 7200 = 0$.

Рівняння має два корені $E' = 120 \text{ В}$ і $E'' = -60 \text{ В}$.

У першому випадку $I_E' = 2 \text{ А}, \quad I_n' = I_E' + J_1 + J_2 = 6 \text{ А}$.

У другому випадку $I_E'' = -4 \text{ А}, \quad I_n'' = I_E'' + J_1 + J_2 = 0$.

1-27. Два генератори постійного струму з ЕРС $E_5 = 207 \text{ В}$, $E_6 = 200 \text{ В}$ і внутрішніми опорами $R_5 = R_6 = 0.1 \text{ Ом}$ через лінії з опорами $R_1 = R_4 = 0.1 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 0.15 \text{ Ом}$ живлять два навантаження R_x і R_y . Струми в опорах навантаження $I_x = 100 \text{ А}$, $I_y = 50 \text{ А}$.

Визначити опори навантажень R_x і R_y .

Відповідь. $R_x = 1.85 \text{ Ом}$, $R_y = 3.76 \text{ Ом}$.

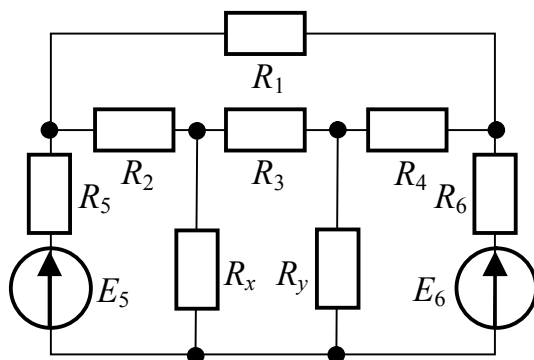


Рис. 1-27

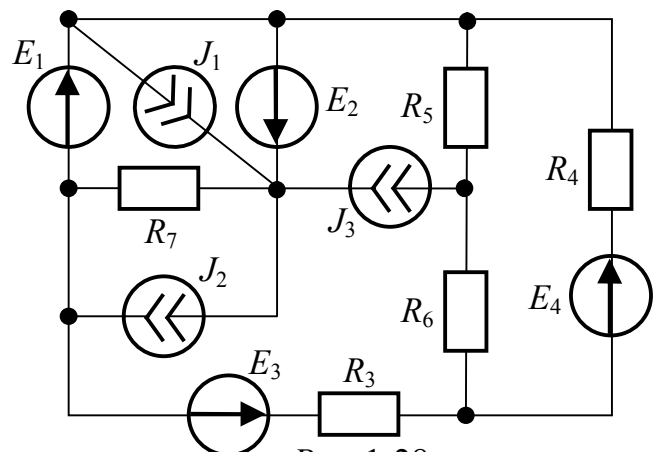


Рис. 1-28

1-28. Параметри кола: $E_1 = E_3 = E_4 = 20 \text{ В}$, $E_2 = 40 \text{ В}$, $J_1 = J_2 = J_3 = 2 \text{ А}$, $R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 10 \text{ Ом}$.

Визначити потужність джерела ЕРС E_2 .

Відповіді: $I_7 = \frac{E_1 + E_2}{R_7} = 6 \text{ А}$, $I_2 = I_7 + J_2 - J_1 - J_3 = 4 \text{ А}$, $P_2 = E_2 \cdot I_2 = 160 \text{ Вт}$.

1-29. Параметри кола: $E_1 = 220 \text{ В}$, $E_2 = 105 \text{ В}$, $J_1 = 1 \text{ А}$, $J_2 = 3 \text{ А}$, $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_6 = R_7 = 5 \text{ Ом}$.

Визначити сумарну потужність резисторів кола.

Відповідь. Розв'язується методом контурних струмів; $P = 1570 \text{ Вт}$, $I_1 = 6 \text{ А}$, $I_2 = 1 \text{ А}$, $I_3 = 8 \text{ А}$, $I_4 = 3 \text{ А}$, $I_5 = 5 \text{ А}$.

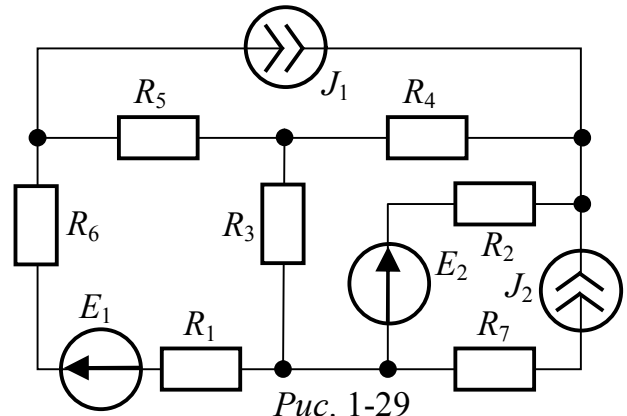


Рис. 1-29

1-30. У колі відомо: $U_{V1} = 80 \text{ В}$, $U_{V2} = 70 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$.

Визначити показ третього вольтметра.

Розв'язання. Розрахункова схема показана на рис. 1-30,а.

За першим законом Кірхгофа для вузла b маємо:

$$I_3 + J = I_4,$$

$$\frac{U_{ab} + J}{R_3} = \frac{U_{V1} - U_{ab}}{R_4},$$

$$U_{ab} + R \cdot J = 80 - U_{ab},$$

$$2U_{ab} = 80 - R \cdot J. \quad (*)$$

Рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру $a-c-R_5-J-b-a$:

$$U_{V1} + R_5 \cdot J - U_{V2} - U_{ab} = 0,$$

$$U_{ab} = 10 + R \cdot J. \quad (*)$$

Додаючи рівняння (*) отримуємо відповідь: $U_{V3} = U_{ab} = 30 \text{ В}$.

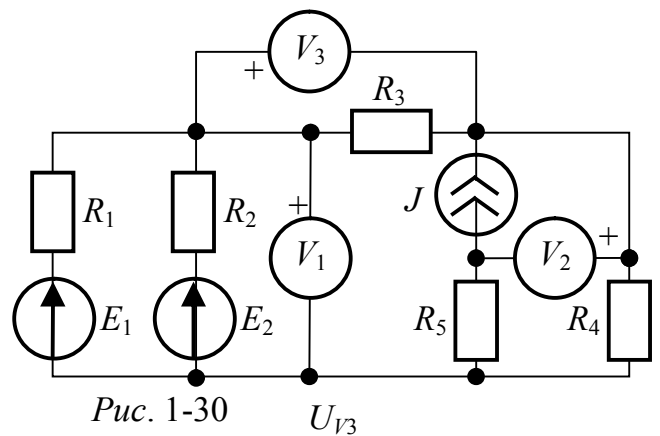


Рис. 1-30

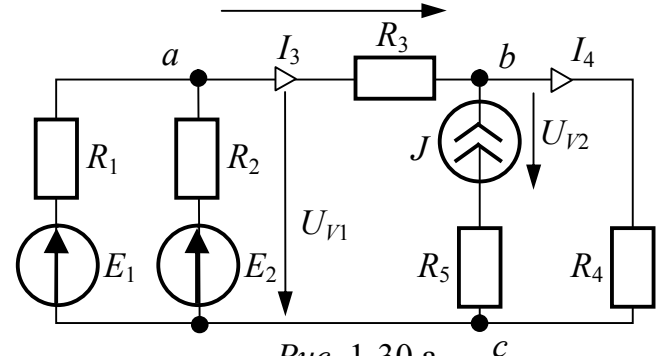


Рис. 1-30,а

1-31. Параметри кола: $E = 48 \text{ В}$, $J = 3 \text{ А}$, $I_A = 2 \text{ А}$, усі опори однакові.

Знайти значення опору R .

Розв'язання. Завдяки амперметру коло розділене на дві окремі автономні частини. Вхідний опір лівої частини кола і складова струму амперметра від джерела ЕРС наступні:

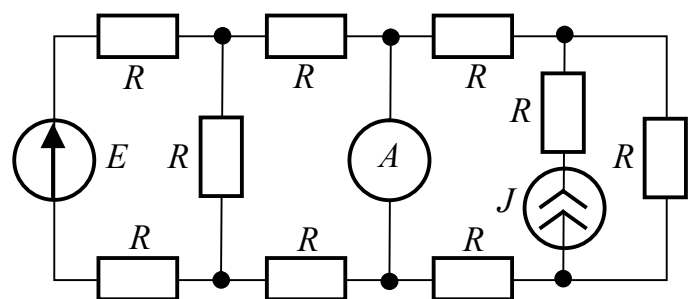


Рис. 1-31

$$R_{\text{ex}} = 2R + \frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = 2.667R, \quad I_A' = \frac{E}{R_{\text{ex}}} \cdot \frac{R}{R + 2R} = \frac{6}{R}$$

Складова цього струму від джерела струму: $I_A'' = J \cdot \frac{R}{R + 2R} = 1 \text{ А}$.

Повний струм $I_A = I_A' + I_A'' = \frac{6}{R} + 1 = 2$, звідки $R = 6 \text{ Ом}$.

1-32. Опори кола: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$. Замикання ключа не змінює показу амперметра $I_A = 1 \text{ А}$.

Визначити ЕРС E_1 і E_4 .

Розв'язання. Розглянемо коло за розімкненого ключа. Система рівнянь за законами Кірхгофа має вигляд:

$$\begin{cases} I_4 = I_1 + I_A, \\ (R_1 + R_2) \cdot I_1 - R_5 \cdot I_A = E_1, \\ (R_3 + R_4) \cdot I_4 + R_5 \cdot I_A = E_4, \end{cases}$$

звідки отримуємо наступне рівняння $E_1 - 1.5E_4 = -13.5$. (*)

Розглянемо коло у разі замкненого ключа. Коло можна подати рис. 1-32,а. Якщо зробити заміну джерел ЕРС на джерела струму, отримаємо коло рис. 1-32,б. Після заміни паралельних резисторів одним еквівалентним і переходу знову до джерел ЕРС, отримаємо коло рис. 1-32,в, за якого дістаємо ще одне рівняння відносно E_1 і E_4 : $-0.6E_1 + 0.8E_4 = 5$. (*)

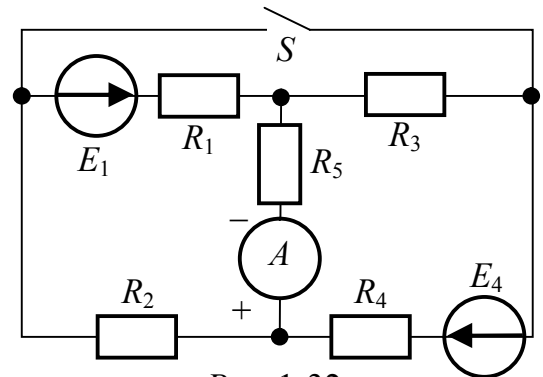


Рис. 1-32

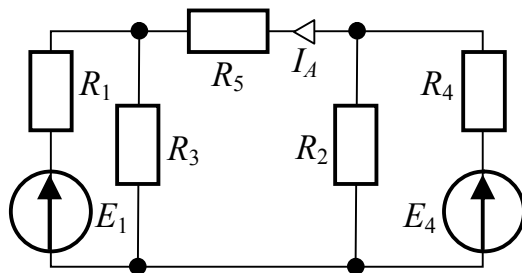


Рис. 1-32,а

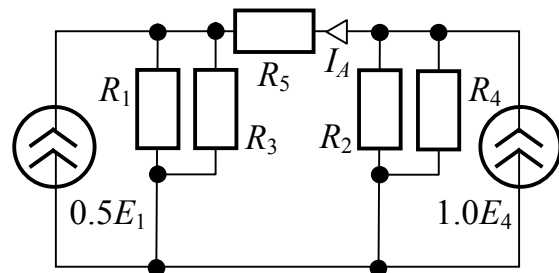


Рис. 1-32,б

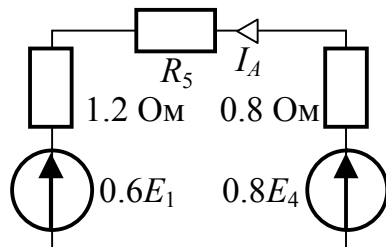


Рис. 1-32,в

Розв'язання системи, що містить рівняння (*), дає відповідь:

$$E_1 = 33 \text{ В}, \quad E_4 = 31 \text{ В}.$$

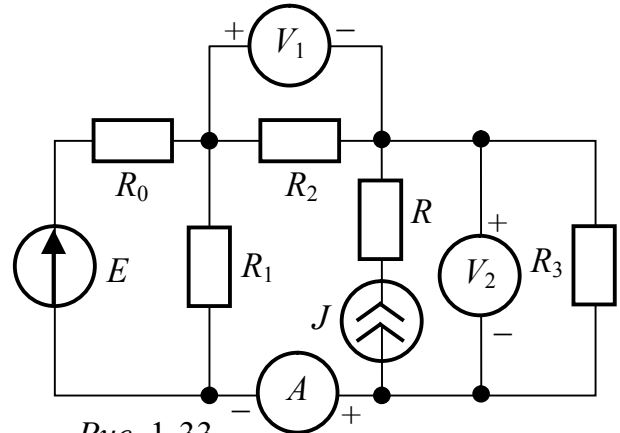


Рис. 1-33

1-33. Коло містить п'ять однакових резисторів з опором R і два джерела енергії. Розрахувати параметри елементів R , E , J , якщо відомі покази приладів $U_{V1} = 8$ В, $U_{V2} = 12$ В, $I_A = 2$ А.

Розв'язання. Задача розв'язується із застосуванням законів Ома та Кірхгофа:

$$\begin{aligned} I_2 &= I_A = 2 \text{ А}, & R_2 &= U_{V1}/I_2 = 4 \text{ Ом} = R, \\ I_3 &= U_{V2}/R = 3 \text{ А}, & J &= I_3 - I_2 = 1 \text{ А}, \\ I_1 &= (U_{V1} + U_{V2})/R = 5 \text{ А}, & I_0 &= I_1 + I_2 = 7 \text{ А}, & E &= R \cdot I_0 + R \cdot I_1 = 48 \text{ В}. \end{aligned}$$

1-34. Електричне коло містить два джерела енергії ($E = 24$ В, $J = 3$ А), п'ять однакових резисторів R_1 , а також резистор R_2 , який споживає потужність $P_2 = 0.8$ Вт.

Розрахувати опори резисторів, якщо відомо, що після замикання ключа показ амперметра збільшився у два рази ($I_A > 0$).

Коментарі та відповіді. У задачі фактично запропоновані два режими роботи еквівалентного генератора – коротке замикання (ключ замкнений) і режим навантаження на резистор R_2 . Тому треба застосувати метод еквівалентного генератора відносно вітки з R_2 . Параметри еквівалентного генератора наступні: $E_{екв} = 4R_1 - 8$, $R_{екв} = 1.667R_1$.

За умови роботи на резистор R_2 :
$$I_A' = \frac{4R_1 - 8}{1.667R_1 + R_2}.$$

За умови короткого замикання:
$$I_A'' = \frac{4R_1 - 8}{1.667R_1} = 2I_A' = 2 \cdot \frac{4R_1 - 8}{1.667R_1 + R_2}.$$

Звідси $R_1 = 0.6R_2$. Тоді
$$I_A' = \frac{1.2R_2 - 4}{R_2}.$$

Потужність резистора $P_2 = R_2 \cdot (I_A')^2 = 0.8$ Вт.

Отримане квадратне рівняння дає два корені для R_2 , а саме 5 та 2.22 Ом. Але умові $I_A > 0$ відповідає лише значення $R_2 = 5$ Ом. Відповідно, $R_1 = 3$ Ом.

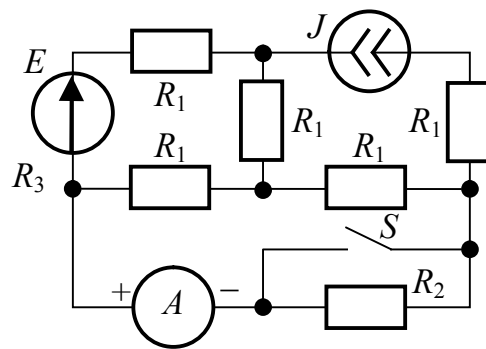


Рис. 1-34

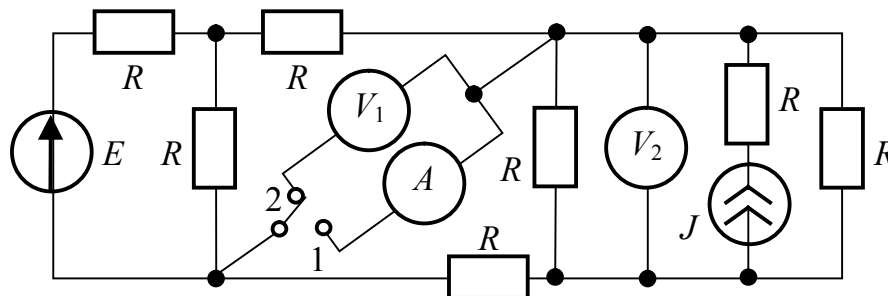


Рис. 1-35

1-35. У колі з однаковими резисторами і двома джерелами енергії визначити параметри елементів R , E , J , якщо відомі покази приладів у положенні ключа 1 – $U_{V2} = 2$ В, $I_A = 3$ А, у положенні 2 – $U_{V1} = 4.5$ В.

Розв'язання. Коло відносно вітки з ключем розглядаємо як еквівалентний генератор. Його вхідний опір $R_{екв} = (R + R/2)/2 = 0.75R$. Струм короткого замикання – $I_A = 3$ А, напруга неробочого ходу – $U_{V1} = 4.5$ В = $R_{екв} \cdot I_A = 2.25R$. Звідси $R = 2$ Ом.

У режимі короткого замикання (перше положення ключа) коло розпадається на дві автономні частини, кожна з яких дає свою частку струму I_A . Розпишемо їх за принципом накладання. Складові струму від джерела ЕРС і джерела струму, відповідно:

$$I_A' = \frac{E}{3R}, \quad I_A'' = \frac{J}{3} = \frac{U_{V2}}{R} = 1 \text{ А},$$

$$\text{Звідси } J = 3 \text{ А}, \quad I_A' = I_A - I_A'' = 2 \text{ А}, \quad E = 3R \cdot I_A' = 12 \text{ В}.$$

1-36. Показ вольтметра, увімкненого до затискачів “a-b”, становить 90 В. Якщо його замінити на амперметр, він покаже 18 А.

Визначити потужність в резисторі R , якщо його увімкнути до вказаних затискачів.

Відповідь. 405 Вт.

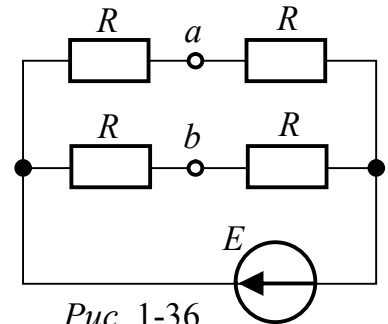


Рис. 1-36

1-37. Відомо, що за умови $E = 20$ В, $J = 2$ А амперметр показує 3 А, а якщо $E = 40$ В, $J = 8$ А, то 10 А.

Що покаже амперметр за умови $E = 10$ В, $J = 4$ А?
Відповідь. 4.5 А.

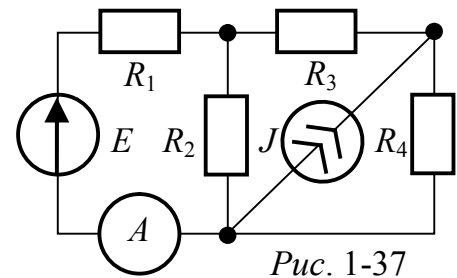


Рис. 1-37

1-38. У колі $E_1 = 110$ В, $E_2 = 60$ В, $R = 10$ Ом.

Визначити потужності джерел.
Розв'язання. Звернімо увагу на те, що схема кола симетрична відносно вертикальної осі, а відносно другого джерела це – мостова схема. Тож застосуємо метод накладання.

Визначимо струми від першого джерела. Через симетрію кола струми I_2', I_3', I_4' відсутні; вхідний опір кола $R_{екв} = 3R + \frac{1}{2} \cdot (2R + R + 2R) = 5.5R$; шуканий струм $I_1' = E_1/R_{екв} = 110/55 = 2$ А.

Визначимо струми від другого джерела. Якщо замінити трикутник опорів $2R-2R-4R$ еквівалентною зіркою, то виявляється, що міст відносно другого джерела врівноважений, тобто струм у діагоналі $I_1'' = 0$. Вхідний опір кола цього разу $R_{екв} = 2R$, шуканий струм $I_2'' = E_2/R_{екв} = 60/20 = 3$ А.

Струми і потужності джерел $I_1 = I_1' = 2$ А, $P_1 = E_1 I_1 = 220$ Вт, $I_2 = I_2'' = 3$ А, $P_2 = E_2 I_2 = 180$ Вт.

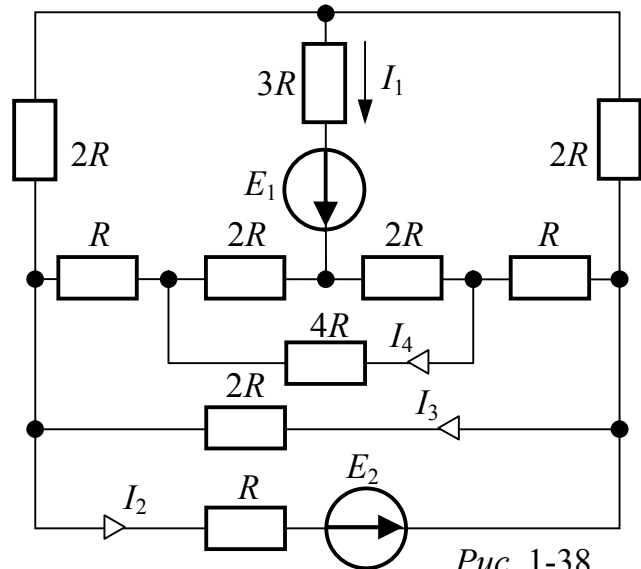
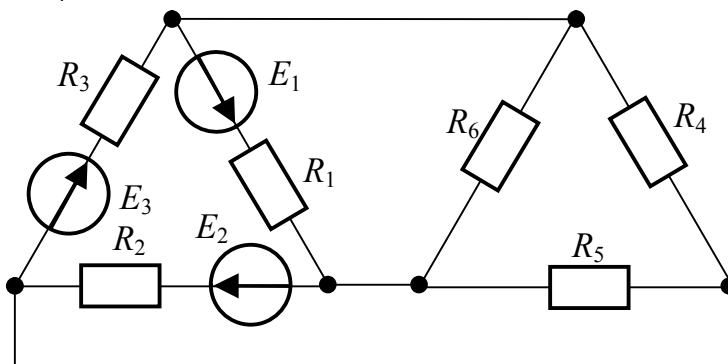
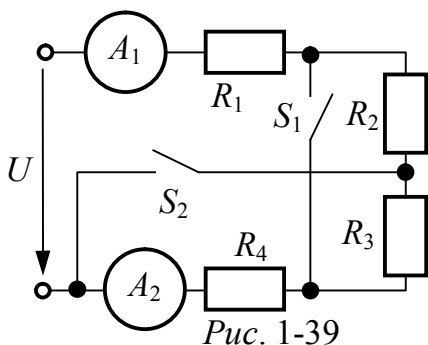


Рис. 1-38

1-39. У колі $R_2 = R_4$. До замикання ключів S_1 і S_2 амперметр A_1 показував 1 А. Після замикання обох ключів амперметри показують, відповідно, 3 і 1 А. При цьому потужність, що споживається резистором R_3 , складає 3 Вт.

Визначити вхідну напругу U і величини опорів R_1, R_2, R_3, R_4 .

Відповідь. $U = 12$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3$ Ом.



1-40. Параметри кола: $E_1 = 1$ В, $E_2 = 2$ В, $E_3 = 3$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 5$ Ом, $R_6 = 6$ Ом.

Запропонувати найбільш простий спосіб визначення струмів кола.

Відповідь. Перехід до джерел струму показує, що у контурі генератора замикається єдиний струм 1 А. Тоді напруги між з'єднувальними проводами генератора і навантаження відсутні, тобто струми навантаження і лінії відсутні.

1-41. У колі усі ЕРС $E = 100$ В, а усі опори – $R = 10$ Ом.

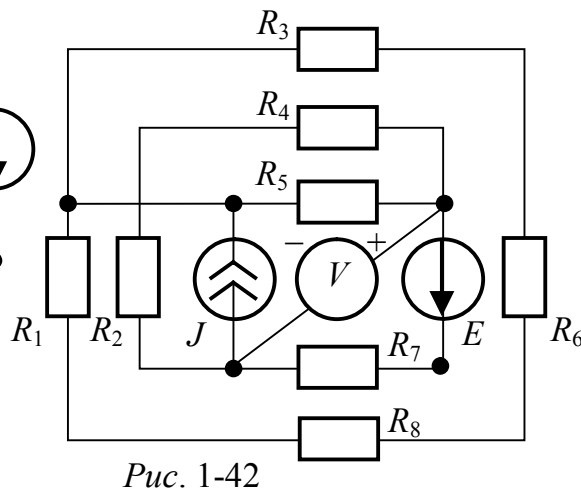
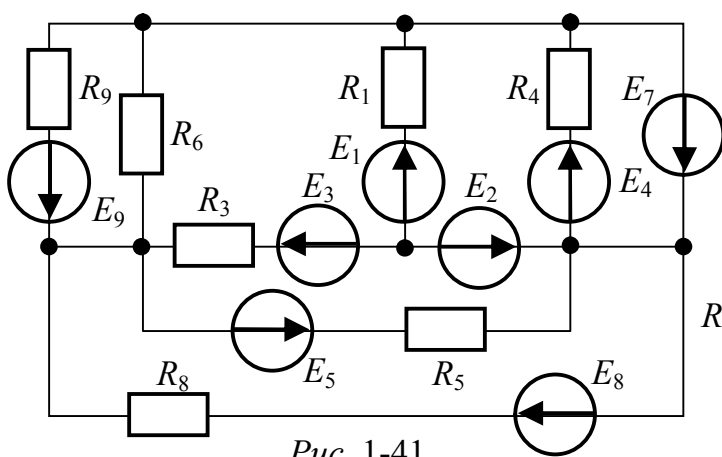
Запропонувати найбільш простий спосіб визначення струмів кола.

Відповідь. Метод вузлових потенціалів; $I_1 = 1$ А, $I_2 = I_8 = 1.2$ А, $I_3 = 0.2$ А, $I_4 = 2$ А, $I_5 = I_6 = 0.8$ А, $I_7 = 3.6$ А, $I_9 = 2$ А.

1-42. Параметри кола: $E = 50$ В, $J = 10$ А, $R_1 = 55$ Ом, $R_2 = 15$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, $R_4 = 15$ Ом, $R_5 = 1$ Ом, $R_6 = 30$ Ом, $R_7 = 20$ Ом, $R_8 = 25$ Ом.

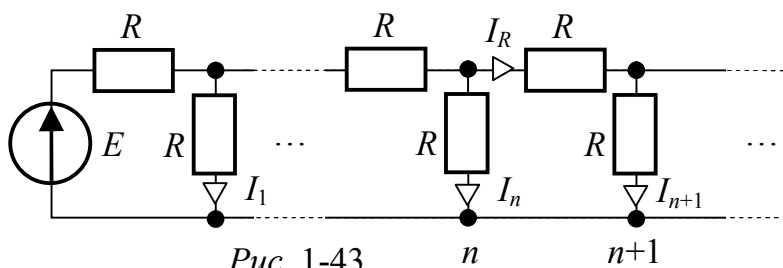
Визначити показ вольтметра.

Відповідь. 90 В.



1-43. Опори кожної вітки нескінченного драбинного кола дорівнюють $R = 1$ Ом. Струм у n -ланці $I_n = 1$ А.

Визначити струм I_{n+1} .
 Розв'язання. Нехай вхідний опір кола дорівнює R_{ex} .
 Позаяк коло нескінченне, додання ще однієї ланки не вплине на значення вхідного опору, тобто



$$R_{ex} = R + \frac{R \cdot R_{ex}}{R + R_{ex}} = 1 + \frac{R_{ex}}{1 + R_{ex}}, \text{ звідки } R_{ex} = 1.618 \text{ Ом.}$$

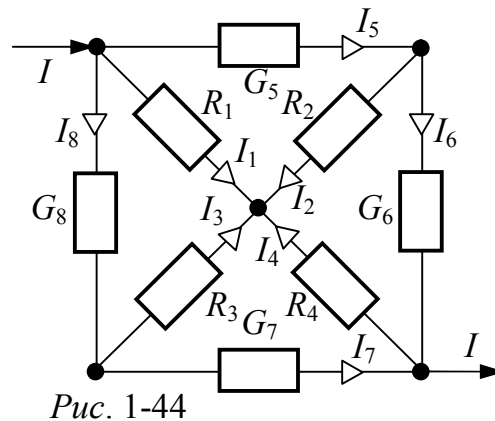
Для n -ланки $I_n = 1$ А, $U_n = R \cdot I_n = 1$ В, $I_R = U_n / R_{ex} = 1 / 1.618 = 0.618$ А.

Для $(n+1)$ -ланки $U_{n+1} = U_n - R I_R = 0.382$ В, $I_{n+1} = U_{n+1} / R = 0.382$ А.

Примітка. Інший спосіб розв'язання задачі пов'язаний з використанням теорії чотириполосників, зокрема їх характеристичних параметрів і каскадного з'єднання ланок.

1-44. Параметри кола: $I = 13$ А, $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, $R_4 = 66.67$ Ом, $G_5 = 0.008$ См, $G_6 = 0.013$ См, $G_7 = 0.015$ См, $G_8 = 0.012$ См.

Визначити всі струми кола.
 Рекомендація та відповідь. Розв'язання базується на перетворенні 4-променевої зірки у повний 4-кутник.
 $I_1 = 8$ А, $I_2 = -1.25$ А, $I_3 = -6$ А, $I_4 = -0.75$ А, $I_5 = 2$ А, $I_6 = 3.25$ А, $I_7 = 3.75$ А, $I_8 = 3$ А.

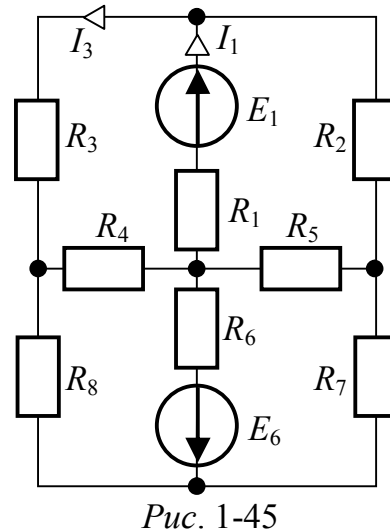


1-45. Параметри кола: $E_1 = 42$ В, $I_1 = 3$ А, $I_3 = 1$ А, $I_7 = 0$, $R_2 = R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_5 = R_7 = 5$ Ом, $R_6 = 4$ Ом, $R_8 = 20$ Ом.

Визначити значення опору R_1 і ЕРС E_6 .
 Відповідь. 4 Ом, 8 В.

1-46. Параметри кола: $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = R_4 = R_6 = 24$ Ом, $R_3 = R_5 = 8$ Ом, $R_7 = R_8 = 24$ Ом, $C = 100$ мкФ, $L_1 = L_2 = L_3 = M = 0.1$ Гн.

Розрахувати статичні (для постійного струму) коефіцієнти передачі за напругою і струмом k_U, k_I .
 Відповідь. $k_U = U_{вих} / U_{вх} = 0.13$, $k_I = I_{вих} / I_{вх} = 0.118$.



1-47. У яких межах необхідно змінювати опір резистора R_1 , щоб струм амперметра змінювався від -2 до $+2$ А, якщо $E = 426$ В, $R_2 = 60$ Ом, $R_3 = 42$ Ом, $R_4 = 60$ Ом?

Відповідь. Залежність струму амперметра від опору R_1 наступна:

$I_A(R_1) = (8946 - 213R_1)/(1260 + 72R_1)$. Граничні значення опору R_1 18 Ом і 166.2 Ом.

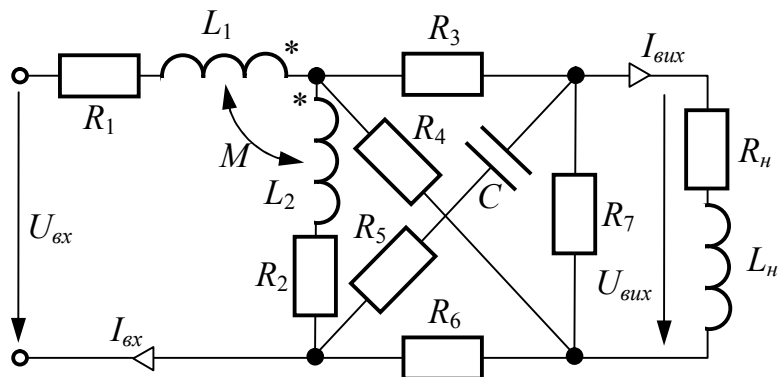


Рис. 1-46

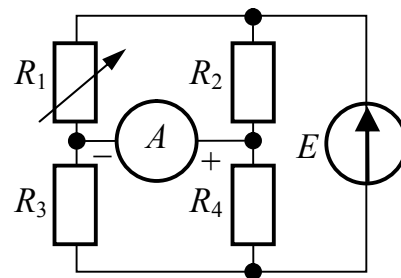


Рис. 1-47

1-48. Подана схема неврівноваженого моста. За напруги $U_{AB} = 6$ В струми $I_5 = 5$ мкА, $I_6 = 3$ А.

Визначити значення струму в діагоналі моста I_5 за умови живлення схеми від джерела ЕРС $E = 6$ В з внутрішнім опором $r_6 = 0.5$ Ом.

Відповідь. 4 мкА.

1-49. У колі $E_1 = 20$ В, $E_4 = 50$ В, $I_5 = 1$ А, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_5 = 10$ Ом.

Визначити показ вольтметра U_V і значення опорів R_1 і R_4 , якщо і за короткого замикання затискачів $a-b$ струм I_5 залишається незмінним.

Відповідь. Розв'язання передбачає застосування методу накладання разом з теоремою компенсації $I_5 = J$.

$R_1 = 3.33$ Ом, $R_4 = 60$ Ом, $U_V = -24.29$ В.

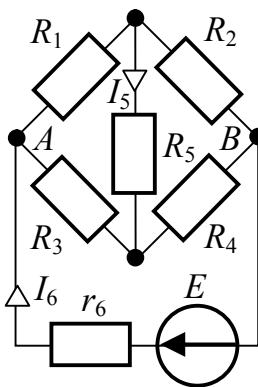


Рис. 1-48

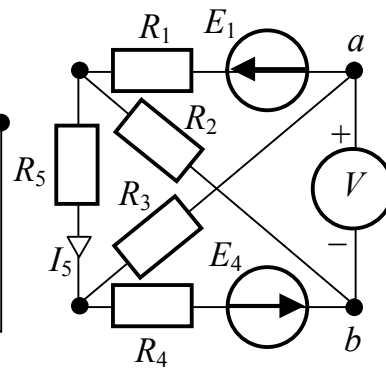


Рис. 1-49

1-50. Параметри кола: $E_1 = 100$ В, $E_2 = 15$ В, $R_1 = R_5 = 40$ Ом, $R_2 = 60$ Ом, $R_3 = R_4 = 20$ Ом.

Знайти значення опору R_x , для якого струм в опорі R_5 відсутній.

Відповідь. 23.18 Ом.

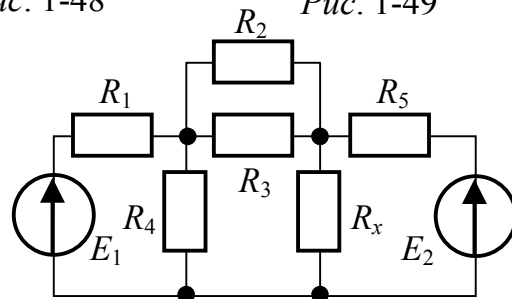


Рис. 1-50

1-51. У колі вважати опір R і струм джерела J відомими. Опір навантаження R_n змінюється від 0 до ∞ . Отримати залежність між напругами на джерелі струму і на навантаженні $U_f(U_n)$.

Відповідь. Шукана залежність є лінійною, коефіцієнти якої можна отримати, розглянувши режими розімкненого кола і короткого замикання.

$U_f(U_n) = 1.333 \cdot R \cdot J + 0.333 \cdot U_n$.

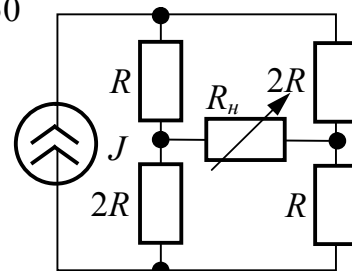


Рис. 1-51

1-52. Параметри кола: $J = 2 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 20 \text{ В}$, $E_3 = 30 \text{ В}$, $E_4 = 40 \text{ В}$, $E_5 = 50 \text{ В}$, $R_3 = R_6 = R_8 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = R_7 = R_9 = 5 \text{ Ом}$.

Визначити покази ватметрів.
Відповідь. $P_{W1} = 60 \text{ Вт}$, $P_{W2} = -50 \text{ Вт}$.

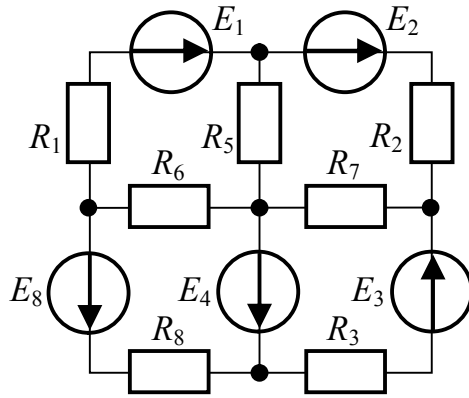


Рис. 1-53

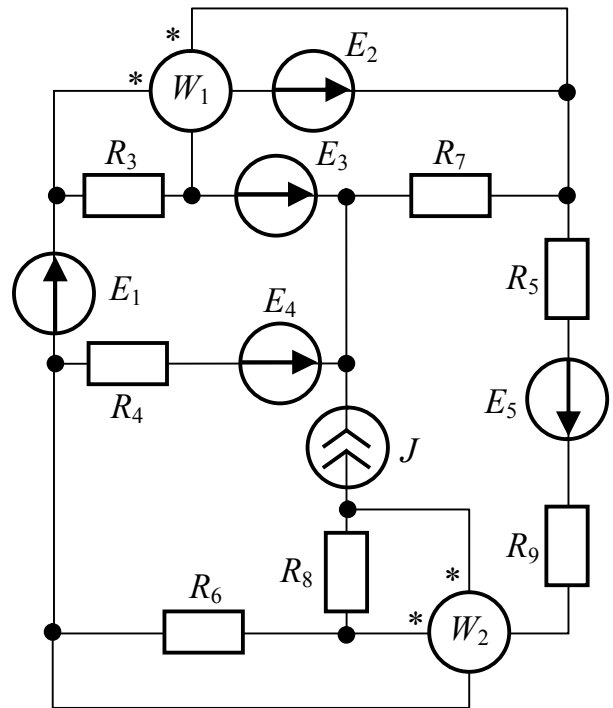


Рис. 1-52

1-53. Параметри кола: $E_1 = E_3 = E_4 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 25 \text{ В}$, $E_8 = 28 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = R_6 = R_7 = 10 \text{ Ом}$. Потужності джерел E_3, E_4 : $P_3 = 6 \text{ Вт}$, $P_4 = 2.4 \text{ Вт}$.

Розрахувати значення опорів R_3 і R_8 .
Відповідь. $R_3 = 14 \text{ Ом}$, $R_8 = 10 \text{ Ом}$.

1-54. Джерело струму J споживає потужність $P_J = 10 \text{ Вт}$. Параметри елементів відомі: $J = 1 \text{ A}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 60 \text{ Ом}$, $R_4 = 80 \text{ Ом}$.

Визначити значення ЕРС E .

Розв'язання. Прийmemo $\varphi_d = 0$. Тоді $\varphi_a = E$. Складаємо рівняння за методом вузлових потенціалів:

$$\begin{cases} \varphi_b \cdot (R_1^{-1} + R_4^{-1}) - \varphi_a \cdot R_1^{-1} = J, \\ \varphi_c \cdot (R_2^{-1} + R_3^{-1}) - \varphi_a \cdot R_2^{-1} = -J. \end{cases}$$

Напруга на джерелі струму

$$U_J = \varphi_b - \varphi_c = P_J / J = 10 \text{ В}.$$

Розв'язання отриманої системи рівнянь відносно потенціалів дає

$$E = \varphi_a = -250 \text{ В}.$$

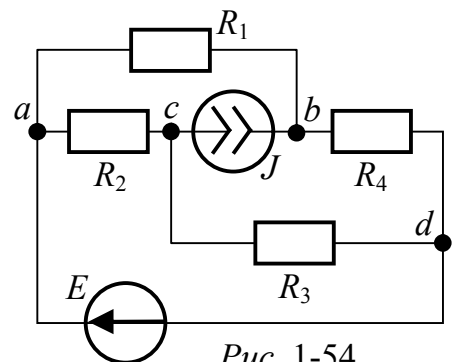


Рис. 1-54

1-55. Відомо, що $E_1 = 59 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 5 \text{ Ом}$. Потужності, які споживаються резисторами: $P_1 = 250 \text{ Вт}$, $P_3 = 27 \text{ Вт}$, $P_4 = 20 \text{ Вт}$.

Визначити потужність P_2 , якщо відомо, що чотириполосники пасивні.

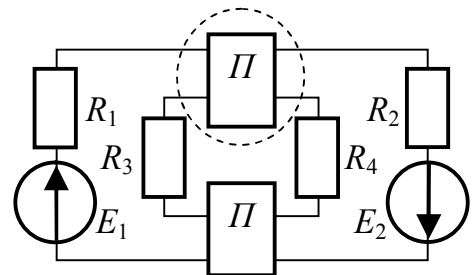
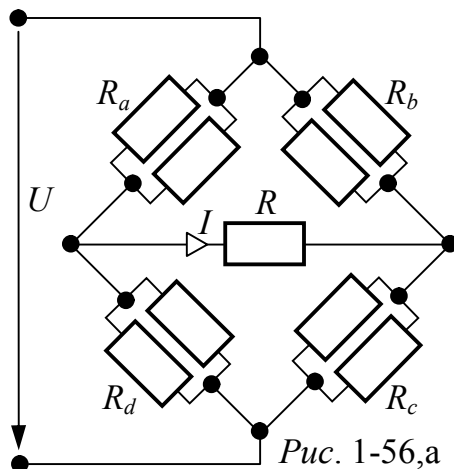
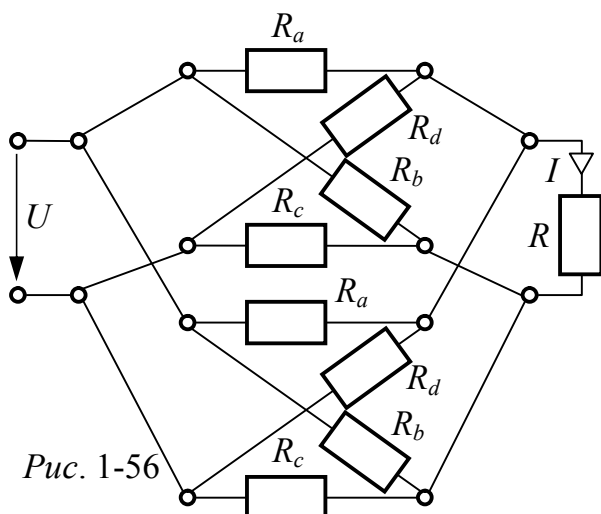


Рис. 1-55

Відповідь. Ідея полягає в тому, щоб застосувати перший закон Кірхгофа до перерізу, який показано на рис. 1-55 пунктиром. Вірний вибір значень струмів цього перерізу робиться на підставі балансу потужностей (потужність джерел має бути більшою ніж сумарна потужність чотирьох резисторів, оскільки чотириполосники також споживають енергію) – $I_2 = 4$ А, $P_2 = 320$ Вт.

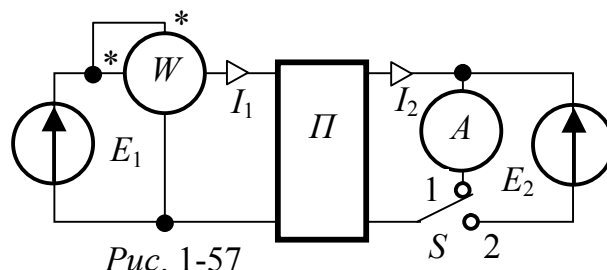
1-56. Значення опорів: $R = 60$ Ом, $R_a = 6$ Ом, $R_b = 4$ Ом, $R_c = 8$ Ом.

Розрахувати значення опору R_d таким чином, щоб струм I за будь-яких значень напруги на вході U залишався незмінним.



Розв'язання. Надана схема є мостовою (рис. 1-56,а). Струм у діагоналі з резистором R не залежить від поданої напруги U за умови збалансованого моста: $R_a \cdot R_c = R_b \cdot R_d$, звідки $R_d = 12$ Ом.

1-57. У колі постійного струму за першого положення ключа $I_2 = 4$ А, ватметр показує 2000 Вт. За другого положення ключа показ ватметра 2300 Вт.



Визначити напругу джерела E_2 .

Розв'язання. За першого положення ключа показ ватметра: $P_W' = E_1 \cdot I_1 = 2000$ Вт,

взаємна провідність між вітками 2 і 1: $G_{21} = \frac{I_2}{E_1} = \frac{4}{E_1}$.

За другого положення ключа показ ватметра:

$$P_W'' = E_1 \cdot (I_1 + G_{12} E_2) = 2300 \text{ Вт.}$$

Оскільки при показаних на рис. 1-57 напрямках ЕРС та струмів $G_{12} = -G_{21}$, то останнє рівняння можна записати так:

$$2300 = 2000 - G_{21} \cdot E_1 \cdot E_2 = 2000 - 4 \cdot E_2,$$

звідки $E_2 = -75$ В.

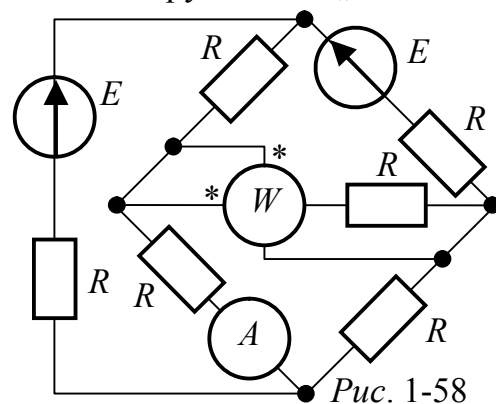
1-58. Відомо: показ ватметра $P_W = 50$ Вт, показ амперметра $I_A = 1$ А.

Визначити R і E .

Роз'яснення. Використовуючи принцип накладання і враховуючи врівноваженість мостових структур у кожному з часткових кіл, знаходимо струми I_A та I_W :

$$I_A = I_W = E/4R = 1 \text{ A.}$$

Оскільки $P_W = RI_W^2 = 50$, остаточно маємо:
 $R = 50 \text{ Ом}$, $E = 200 \text{ В}$.



2 ЛІНІЙНІ КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

2-1. Параметри кола наступні: $U = 120$ В, $I = 4$ А, $X_C = 48$ Ом.

Визначити опори R та X_L , якщо після замикання ключа струм не змінився.

Відповідь. $X_L = 0.5X_C = 24$ Ом, $R = 18$ Ом.

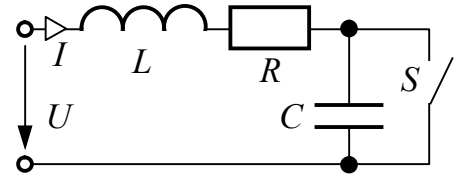


Рис. 2-1

2-2. Відомо: $u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ В, $i_1 = 1.414 \cos(\omega t)$ А, $X_1 = 73.2$ Ом, $X_2 = 50$ Ом.

Визначити опір Z_3 і струми i_2, i_3 .

Відповіді. $Z = 110 - j190.5$ Ом, $U_{23} = 160.8 \cdot e^{j43.15^\circ}$ В,

$I_2 = 2.2 - j2.347$ А, $I_3 = -2.2 + j3.347$ А,

$i_2 = 3.22\sqrt{2} \sin(\omega t - 46.85^\circ)$ А, $i_3 = 4.0\sqrt{2} \sin(\omega t + 123.32^\circ)$ А,

$Z_3 = 6.858 - j39.568$ Ом.

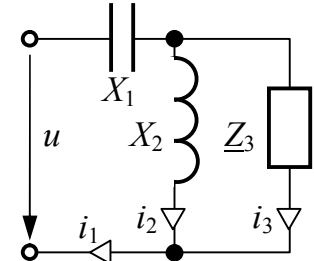


Рис. 2-2

2-3. Покази усіх вольтметрів однакові.

Визначити коефіцієнт потужності кола.

Відповідь. З векторної діаграми рис. 2-3,а видно, що $\varphi = 30^\circ$, тобто $\cos\varphi = \sqrt{3}/2$.

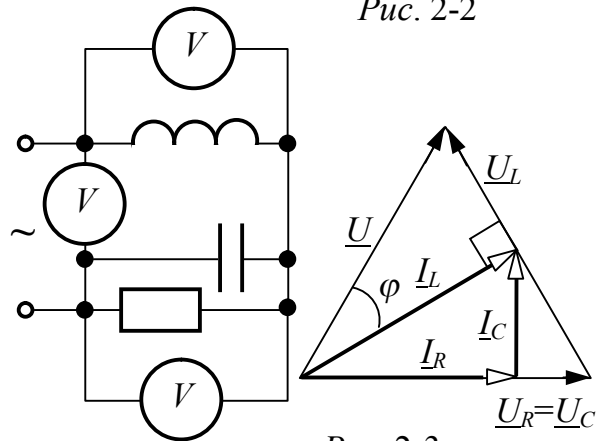


Рис. 2-3

Рис. 2-3,а

2-4. У колі за резонансного режиму $U = 100$ В, амперметр показує 5 А. Після розімкнення вітки з індуктивністю показ прибору не змінився.

Визначити величини R, X_L, X_C .

Розв'язання. Після розімкнення другої вітки маємо:

$$X_C = U/I = 20 \text{ Ом}, \quad B_C = 0.05 \text{ См.}$$

За умови резонансу $B_L = \frac{X_L}{X_L^2 + R^2} = B_C = 0.05 \text{ См.}$

Повна провідність кола $Y = G_2 = \frac{R}{X_L^2 + R^2} = I/U = 0.05 \text{ См,}$

тобто $G_2 = B_L, R = X_L,$

$Y_2 = 0.05\sqrt{2} \text{ См, } Z_2 = 1/Y_2 = 10\sqrt{2} \text{ Ом, тобто } R = X_L = 10 \text{ Ом.}$

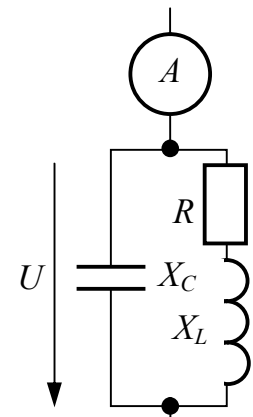


Рис. 2-4

2-5. Параметри кола: $U = 120$ В, $P_W = 50$ Вт, $I_A = 2.5$ А, $I_2 = 2$ А.

Визначити величини R, X_1, X_2 .

Відповідь. $R = 12.5$ Ом, $X_1 = 27.14$ Ом, $X_2 = 58.68$ Ом.

2-6. Відомо: $P_W = 490$ Вт, $I_3 = 3$ А, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 15$ Ом.

Визначити струми I_1, I_2 і ємність C , якщо кутова

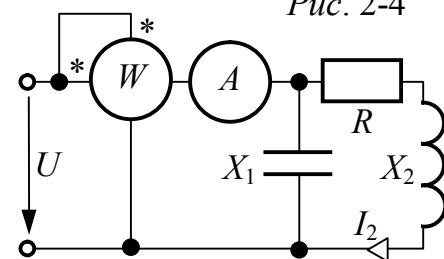


Рис. 2-5

частота $\omega = 5000$ рад/с.

Розв'язання. Прийmemo $I_3 = 3$ А, тоді

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3 = 3X \cdot e^{-j90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / R_2 = -j0.2X \text{ А}, \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 3 - j0.2X \text{ А}.$$

Запишемо формулу для P_W :

$$P_W = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 10 \cdot (3^2 + 0.04X^2) + 15 \cdot 0.04X^2 = 490 \text{ Вт},$$

звідси $X = 20$ Ом, $C = 10$ мкФ.

Визначаємо струми: $\underline{I}_1 = 3 - j4 = 5 \cdot e^{-j53.13^\circ}$ А, $\underline{I}_2 = -j4$ А.

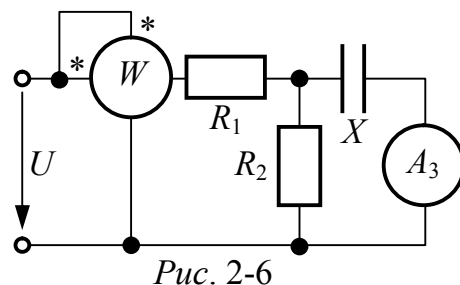


Рис. 2-6

2-7. Частота джерела струму $j(t) = 10\sin(\omega t)$ А може змінюватися у широких межах. На резонансній частоті f_0 $P_W = 50$ Вт, а на частоті $f = 0.8 f_0$ показ ватметра становить 40 Вт.

Визначити резонансну частоту f_0 і індуктивність L , якщо ємність $C = 10$ мкФ.

Розв'язання. Усі опори виразимо через характеристичний опір $\rho = \sqrt{L/C}$. Тоді на частоті

$f = 0.8 f_0$ $X_L = 0.8\rho$, $X_C = 1.25\rho$, $X = X_L - X_C = -0.45\rho$.

Розглянемо покази ватметра. На резонансній частоті

$$P_{W0} = 50 = R \cdot I_W^2 = R \cdot \left(\frac{J_m}{\sqrt{2} \cdot 2} \right)^2 = 12.5R, \quad R = 4 \text{ Ом}.$$

На частоті $f = 0.8 f_0$ опір вітки з ватметром $\underline{Z} = R - j0.45\rho$ Ом,

Струм джерела $\underline{J} = 10/\sqrt{2} = 7.071$ А,

$$\text{струм ватметра } \underline{I}_W = \underline{J} \cdot \frac{R}{2R - j0.45\rho}, \quad I_W = \frac{40}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{64 + 0.2025\rho^2}},$$

$$\text{показ ватметра } P_W = 40 = 4 \cdot I_W^2 = 4 \cdot \frac{800}{64 + 0.2025\rho^2}, \quad \rho^2 = 79.01 = L/C.$$

Таким чином, $L = \rho^2 C = 0.79$ мГн, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L/C}} = 1791$ Гц.

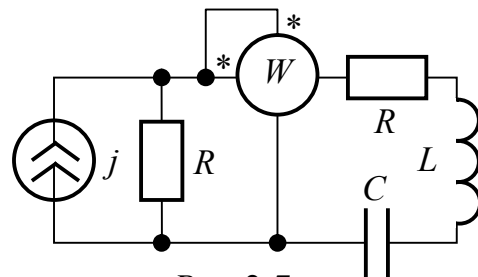


Рис. 2-7

2-8. У колі $U = 193.18$ В, $I = 1$ А, $U_K = 100$ В, $\varphi_K = 30^\circ$, $\cos\varphi_2 = 0.5$.

Визначити напругу U_2 і показ ватметра P_W .

Відповідь. Можливі два варіанти відповіді: 1) 100 В, 136.6 Вт; 2) 165.28 В, 169.24 Вт.

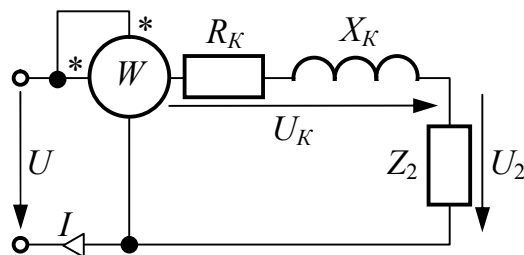


Рис. 2-8

2-9. Відомо: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $X_1 = 40 \text{ Ом}$,
 $R_2 = R_3 = 30 \text{ Ом} = \sqrt{\frac{L_3}{C_2}}$, $C_2 = 141.56 \text{ мкФ}$,

$j(t) = 2.4\sqrt{2} \sin(314t + 90^\circ) \text{ А}$.

Розрахувати струми, напругу на джерелі струму і покази приладів.

Розв'язання. Умова $R_2 = R_3 = \sqrt{\frac{L_3}{C_2}}$ є

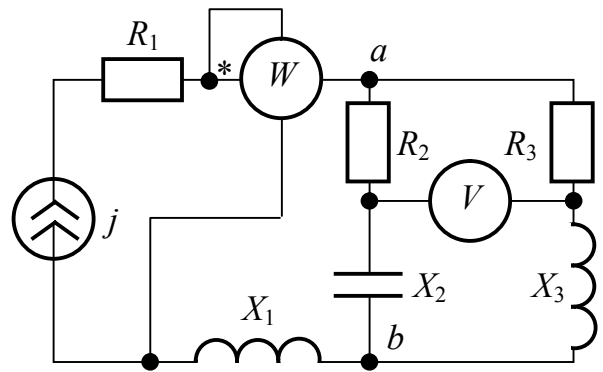


Рис. 2-9

ознакою всечастотного резонансу, коли опір паралельної ділянки $a-b$ за будь-якої частоти є чисто активним і дорівнює $\rho = 30 \text{ Ом}$. Звідси отримуємо показ ватметра: $P_W = \rho \cdot J^2 = 30 \cdot 2.4^2 = 172.8 \text{ Вт}$.

Напруга на джерелі струму $\underline{U}_J = (R_1 + \rho + j \cdot X_1) \cdot \underline{J} = 135.8 \cdot e^{j135^\circ} \text{ В}$.

Розрахуємо струми паралельних віток і показ вольтметра.

$L_3 = C_2 \cdot \rho^2 = 127.4 \text{ мГн}$, $X_2 = 1/(\omega C_2) = 22.5 \text{ Ом}$, $X_3 = \omega L_3 = 40 \text{ Ом}$,

$\underline{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_2 = 30 - j22.5 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_3 = R_3 + j \cdot X_3 = 30 + j40 \text{ Ом}$,

$\underline{I}_2 = \underline{J} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = -1.152 + j1.536 \text{ А}$, $\underline{I}_3 = \underline{J} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 1.152 + j0.864 \text{ А}$,

$\underline{U}_V = R_3 \underline{I}_3 - R_2 \underline{I}_2 = 30 \cdot (\underline{I}_3 - \underline{I}_2) = 72 \cdot e^{-j16.27^\circ} \text{ В}$, вольтметр покаже 72 В .

2-10. Відомо: $\underline{E} = 10 \text{ В}$, $\underline{J} = j2 \text{ А}$, $R_1 = X_2 = 10 \text{ Ом}$,
 $X_3 = X_4 = 5 \text{ Ом}$.

Розрахувати струм і потужність джерела ЕРС.

Розв'язання. Оскільки необхідним є тільки один струм, застосуємо метод еквівалентного генератора відносно резистора R_1 .

$$\underline{U}_p = \underline{E} - jX_2 \cdot \underline{J} \cdot \frac{j \cdot X_4}{j \cdot X_4 - j \cdot X_2 + j \cdot X_3} =$$

$$= \frac{\underline{E} \cdot j \cdot (X_4 - X_2 + X_3) + X_2 \cdot X_4 \cdot \underline{J}}{j \cdot (X_4 - X_2 + X_3)} = \frac{X_2 \cdot X_4 \cdot \underline{J}}{j \cdot (X_4 - X_2 + X_3)},$$

$$\underline{Z}_{екв} = \frac{-j \cdot X_2 \cdot j \cdot (X_3 + X_4)}{j \cdot X_4 - j \cdot X_2 + j \cdot X_3},$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_p}{\underline{Z}_{екв} + R_1} = \frac{X_2 \cdot X_4 \cdot \underline{J}}{X_2 \cdot (X_4 + X_3)} = j1 \text{ А}.$$

Потужність джерела ЕРС $\underline{S}_E = \underline{E} \cdot \underline{I}_1^* = 0$.

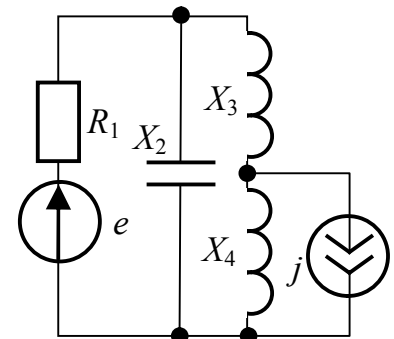


Рис. 2-10

2-11. У колі резонансний режим, причому $P = 30 \text{ Вт}$,
 $U_{X2} = 40 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = X_3$.

Визначити опори X_2 , R_3 і вхідну напругу.

Розв'язання. Виразимо усі величини (струми і опори) через R_3 :

$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = \sqrt{2} R_3$,

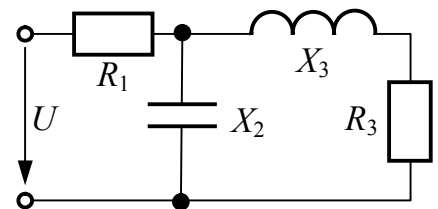


Рис. 2-11

$$I_3 = U_{X2}/Z_3 = 20\sqrt{2}/R_3, \quad I_{3a} = I_{3p} = I_3 \cdot \cos 45^\circ = 20/R_3,$$

$$I_1 = I_{3a} = 20/R_3, \quad I_2 = I_{3p} = 20/R_3.$$

Скористаємося потужністю кола:

$$P = R_1 \cdot I_1^2 + R_3 \cdot I_3^2 = \frac{4000}{R_3^2} + \frac{800}{R_3} = 30.$$

Використовуємо додатний корінь рівняння $R_3 = 4.3$ Ом:

$$I_3 = 6.578 \text{ A}, \quad I_2 = 4.651 \text{ A}, \quad I_1 = 4.651 \text{ A},$$

$$X_2 = 8.6 \text{ Ом}, \quad R_3 = X_3 = 4.3 \text{ Ом}, \quad U = R_1 \cdot I_1 + U_{X2} = 10 \cdot 4.651 + 40 = 86.51 \text{ В}.$$

2-12. Відомо: $U = U_{R1} = 100$ В, $I_0 = 1.5$ А, $I_1 = I_2 = 1$ А.

Визначити опір X_0 і показ ватметра P_W .

Порада і відповіді. Побудова векторної діаграми дозволяє визначити усі необхідні кути. Для X_0 складається квадратне рівняння з однією вірною відповіддю.

$$X_0 = 88.19 \text{ Ом}, \quad P_W = 112.5 \text{ Вт}.$$

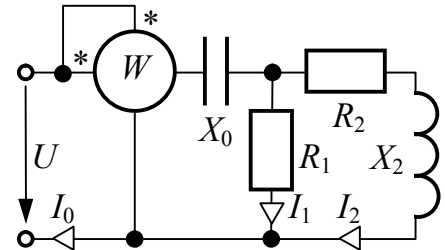


Рис. 2-12

2-13. Відомі реактивна потужність кола і опори усіх елементів: $|Q| = 52.974$ вар, $X_1 = 19.71$ Ом, $X_2 = 12$ Ом, $X_3 = 6$ Ом, $R = 8$ Ом.

Визначити активну потужність кола (показ ватметра), струми і вхідну напругу.

Відповіді. $Z = 11.52 - j16.35 = 20 \cdot e^{-j54.83^\circ}$ Ом,

$$I_1 = \sqrt{\frac{Q}{X}} = 1.8 \text{ А}, \quad U = 36 \text{ В}, \quad \varphi = -54.83^\circ,$$

$$P_W = 37.32 \text{ Вт}, \quad I_2 = 1.8 \cdot e^{-j73.74^\circ} \text{ А}, \quad I_3 = 2.16 \cdot e^{-j53.13^\circ} \text{ А}.$$

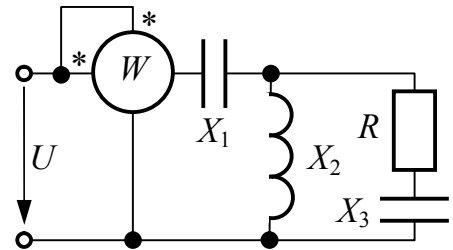


Рис. 2-13

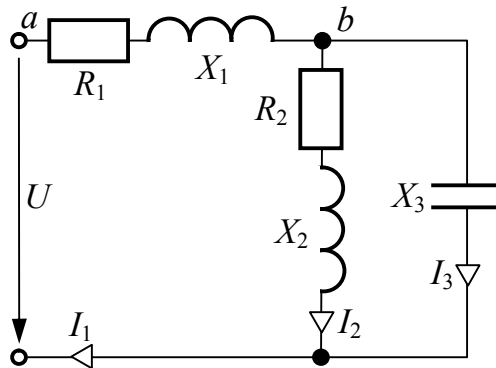


Рис. 2-14

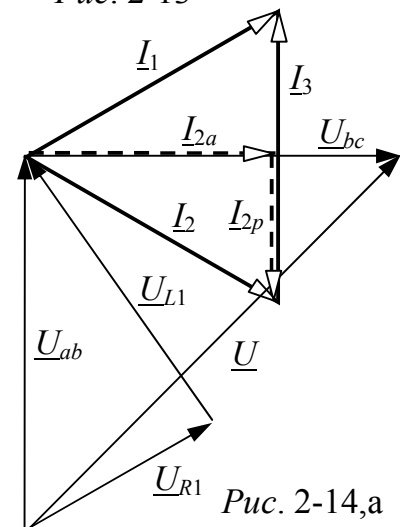


Рис. 2-14,а

2-14. Для визначення параметрів кола виконані наступні виміри: $U = 141.4$ В, $U_{ab} = U_{bc} = 100$ В, $I_1 = I_2 = I_3 = 2$ А.

Визначити опори R_1, X_1, R_2, X_2, X_3 .

Розв'язання. Будуємо векторну діаграму (рис. 2-14,а). Вектори струмів утворюють рівнобічний трикутник; вектор напруги U_{bc} , який є перпендикулярним до вектора струму I_3 , є також медіаною, тобто $I_{2p} = 0.5I_3 = 1$ А.

Прийmemo $\underline{U}_{bc} = 100 \text{ В}$, тоді $\underline{U}_{ab} = j100 \text{ В}$, $\underline{U} = 100 \cdot e^{j45^\circ} \text{ В}$,
 $\underline{I}_2 = 2 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ А}$, $\underline{Z}_2 = 50 \cdot e^{j30^\circ} = 43.3 + j25 \text{ Ом}$,
 $\underline{I}_3 = 2 \cdot e^{j90^\circ} \text{ А}$, $\underline{Z}_3 = 50 \cdot e^{-j90^\circ} = -j50 \text{ Ом}$,
 $\underline{I}_1 = 2 \cdot e^{j30^\circ} \text{ А}$, $\underline{Z}_1 = 50 \cdot e^{j60^\circ} = 25 + j43.3 \text{ Ом}$.

Таким чином, $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $X_1 = 43.3 \text{ Ом}$, $R_2 = 43.3 \text{ Ом}$, $X_2 = 25 \text{ Ом}$, $X_3 = 50 \text{ Ом}$.

2-15. Відомо: $I_2 = 0.8 \text{ А}$, $I_3 = 0.6 \text{ А}$, $X_1 = 42 \text{ Ом}$, $X_2 = 37.3 \text{ Ом}$, $R_2 = 47 \text{ Ом}$.

Визначити опір R_3 і покази приладів.

Відповіді. $\underline{Z}_2 = 47 - j37.3 \text{ Ом}$, $U_V = 36 \text{ В}$; $R_3 = 45 \text{ Ом}$, $I_1 = 1.324 \text{ А}$, $P_W = 45.71 \text{ Вт}$;
 $U = 57.08 \text{ В}$.

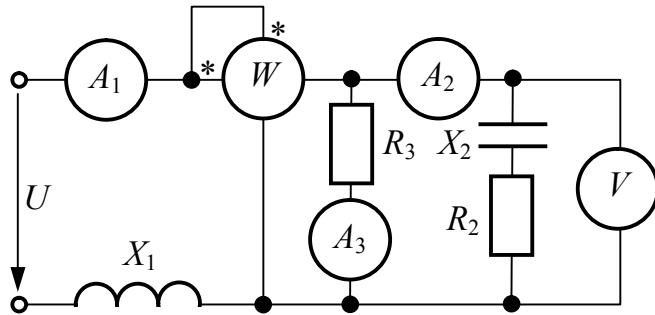


Рис. 2-15

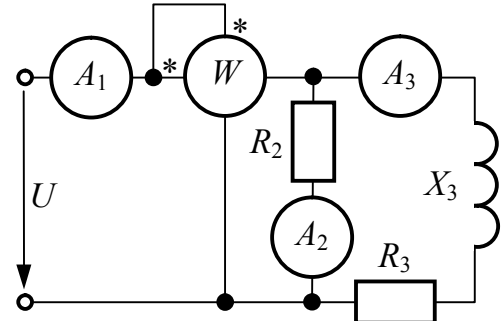


Рис. 2-16

2-16. У колі на частоті $f = 50 \text{ Гц}$ відомо: $I_1 = 6.5 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$, $I_3 = 3.5 \text{ А}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$.

Визначити параметри котушки R_3 , L_3 і активну потужність кола P .

Розв'язання. $U = R_2 \cdot I_2 = 120 \text{ В}$; $Z = U/I_1 = 18.46 \text{ Ом}$,

$Z_3 = U/I_3 = 34.29 \text{ Ом}$.

З векторної діаграми (рис. 2-16,а) за теоремою косинусів визначаємо кути α і φ_3 :

$$\cos \alpha = \frac{I_1^2 - I_2^2 - I_3^2}{-2I_2 I_3} = -0.5, \quad \alpha = 120^\circ, \quad \varphi_3 = 60^\circ.$$

Розраховуємо решту величин:

$R_3 = Z_3 \cdot \cos \varphi_3 = 17.14 \text{ Ом}$, $X_3 = Z_3 \cdot \sin \varphi_3 = 26.69 \text{ Ом}$,

$L_3 = X_3 / \omega = 94.5 \text{ мГн}$, $P = R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 690 \text{ Вт}$.

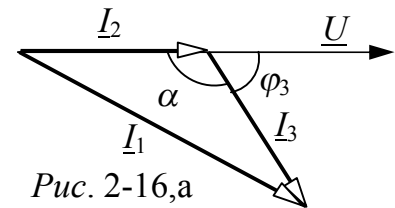


Рис. 2-16,а

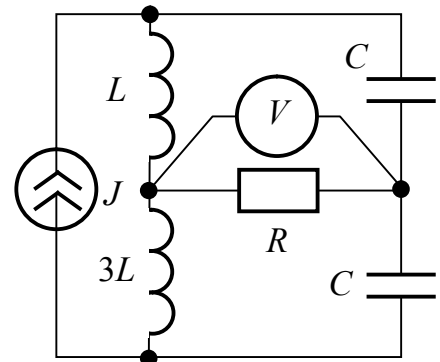


Рис. 2-17

2-17. Відомо: $\omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ом}$, $U_V = 20 \text{ В}$.

Визначити струм джерела J і визначити показ вольтметра, якщо опір R збільшиться в два рази.

Відповідь. $J = 2 \text{ А}$, показ вольтметра не зміниться, оскільки коло відносно опору R є ідеальним джерелом напруги.

2-18. У колі резонанс. Показ ватметра становить 100 Вт , амперметри A_1 і A_2 показують, відповідно, 5 і 4 А . Опори $R_1 = R_3$.

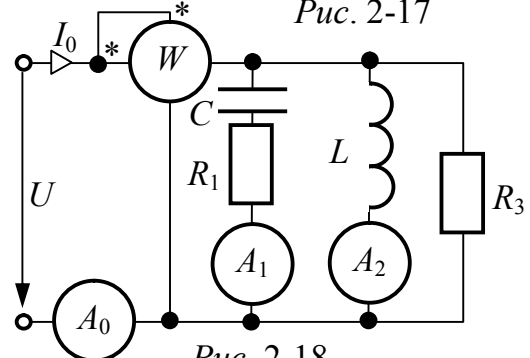


Рис. 2-18

Визначити опори X_L , X_C , а також показ амперметра A_0 .
 Відповіді. $U = 8.824$ В, $I_0 = 11.333$ А, $I_3 = 8.333$ А, $R_1 = R_3 = 1.06$ Ом,
 $X_L = 2.206$ Ом, $X_C = 1.412$ Ом.

2-19. Відомо: $J = 4$ А, $\omega = 10^5$ рад/с, $I_L = 4\sqrt{2}$ А, $P = 32$ Вт, кут зсуву фаз на вході кола 45° .

Визначити величини R , L , C .

Відповіді. $U_J = \frac{P}{J \cos 45} = 8\sqrt{2}$ В; у комплексній формі:

$\underline{J} = 4$ А, $\underline{U}_J = 8\sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ}$ В, $\underline{I}_L = 4\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}$ А, $\underline{I}_C = j4$ А,
 $\underline{Z}_L = jX_L = \underline{U}_J / \underline{I}_L = j2$ Ом, $\underline{Z}_{RC} = R - jX_C = 2 \cdot e^{-j45^\circ}$ Ом,
 $R = X_L = X_C = 2$ Ом, $L = 0.02$ мГн, $C = 5$ мкФ.

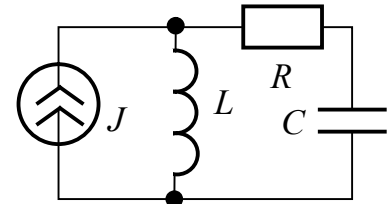


Рис. 2-19

2-20. За умови резонансу $U_{V1} = 12$ В, $U_{V2} = 20$ В, $X_C = 16$ Ом.

Визначити величини R і X_L .

Розв'язання. Розглянемо еквівалентне коло при послідовному з'єднанні елементів (рис. 2-20,а):

$X_{L_{екв}} = X_C = 16$ Ом.

Вхідний струм виражаємо через відомі напруги:

$$I = \frac{U_{V1}}{R_{екв}} = \frac{12}{R_{екв}} = \frac{U_{V2}}{Z_{екв}} = \frac{20}{Z_{екв}},$$

тоді $20R_{екв} = 12\sqrt{R_{екв}^2 + 16^2}$.

Звідси $R_{екв} = 12$ Ом, $Z_{екв} = 20$ Ом.

Значення R і X_L можна знайти, скориставшись формулами еквівалентного перетворення ділянок у колах синусоїдного струму при послідовному та паралельному з'єднанні опорів:
 $R = 33.3$ Ом, $X_L = 25$ Ом.

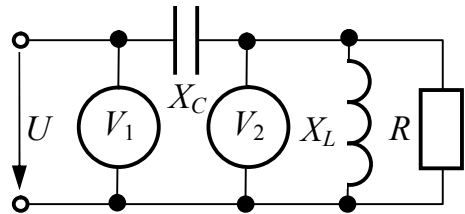


Рис. 2-20

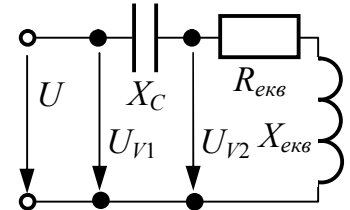


Рис. 2-20,а

2-21. Відомо: $i_L(t) = \sin(10^5 t - \pi/2)$ А,

$$L/R = RC = 10^{-5} \text{ с.}$$

Знайти струм в ємності $i_C(t)$.

Розв'язання. Співвідношення $L/R = RC$ є ознакою всечастотного резонансу, тому на будь-якій частоті виконуються наступні рівності:

$$i_C = i_{R1}, i_L = i_{R2}.$$

$$\text{Тоді } i_C = i_{R1} = u_L/R = \frac{L}{R} \cdot \frac{di_L}{dt} = \sin(10^5 t) \text{ А.}$$

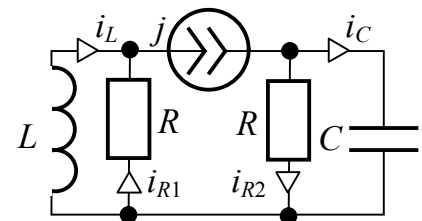


Рис. 2-21

2-22. У колі модулі опорів усіх трьох паралельних віток однакові і дорівнюють $2R$. Покази приладів: вольтметра – 100 В, амперметра – 3.864 А, ватметра – 0.

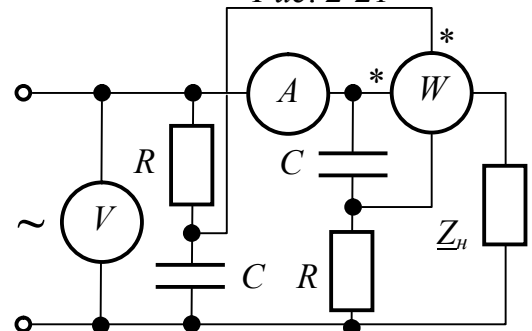


Рис. 2-22

Визначити комплекс опорю навантаження Z_H .
 Відповідь. $Z_H = 25\sqrt{3} - j25$ Ом.

2-23. За нульового показу фазометра і частоти $f = 50$ Гц $P = 300$ Вт, $I_1 = 5\sqrt{2}$ А, $I_2 = 5$ А.

Визначити величини R, L, C , струми I, I_3 .
 Відповідь. $R = 2$ Ом, $L = 6.37$ мГн, $C = 796.2$ мкФ, $I = 15$ А, $I_3 = 10$ А.

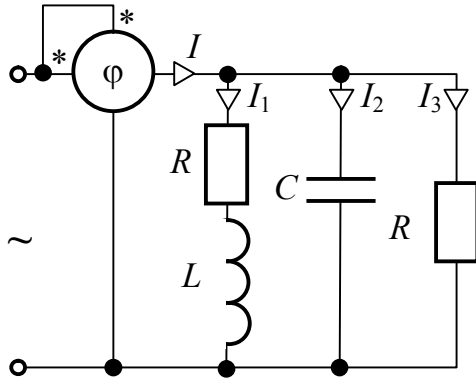


Рис. 2-23

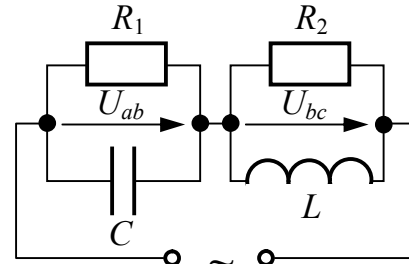


Рис. 2-24

2-24. Визначити співвідношення між параметрами R_1, R_2, L, C , за яких діюче значення струму у загальній частині кола не залежить від частоти, а кут зсуву фаз між напругами U_{ab} і U_{bc} дорівнює 90° . Побудувати векторну діаграму кола.

Відповідь. Усі названі умови відповідають всечастотному резонансу, за якого $R_1 = R_2 = R = \sqrt{L/C}$.

2-25. Відомі опори R_1, X_1, R_2, X_2 .

Визначити опір R_3 , для якого кут зсуву фаз між струмом I_2 і напругою U дорівнює 90° .

Рекомендація і відповідь. За методом еквівалентного генератора або контурних струмів отримати вираз $I_2(U) = \frac{U \cdot R_3}{\Delta}$,

$$\text{де } \Delta = \begin{vmatrix} R_1 + jX_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + jX_2 + R_3 \end{vmatrix};$$

дійсну частину Δ прирівняти до нуля, звідси

$$R_3 = (X_1 \cdot X_2 - R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2).$$

2-26. Параметри кола: $\underline{J}_m = J_m \cdot e^{j\omega t}$, $\underline{E}_m = E_m \cdot e^{j\omega t}$, $R_1 = R_2$, $X_{L2} = X_{C1}$.

Як зміниться показ вольметра V , якщо паралельно йому додати опір R ?

Відповідь. Показ вольметра не зміниться, оскільки вхідний опір кола відносно затискачів вольметра дорівнює нулю.

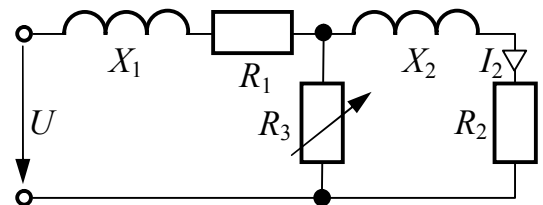


Рис. 2-25

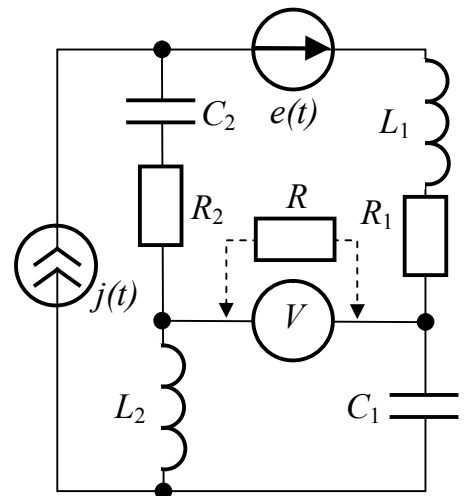


Рис. 2-26

2-27. Необхідно якісно (без розрахунків) побудувати графіки залежності модулів струмів I_1 і I_2 від частоти ω напруги на вході, діюче значення якої не змінюється.

Вказівка. На рисунках особливу увагу звернути на екстремальні значення струмів. Нечітке зображення опуклостей або вгнутостей не буде вважатися за помилку.

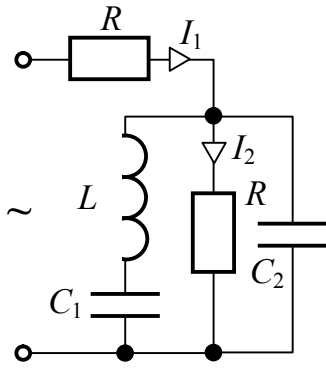


Рис. 2-27

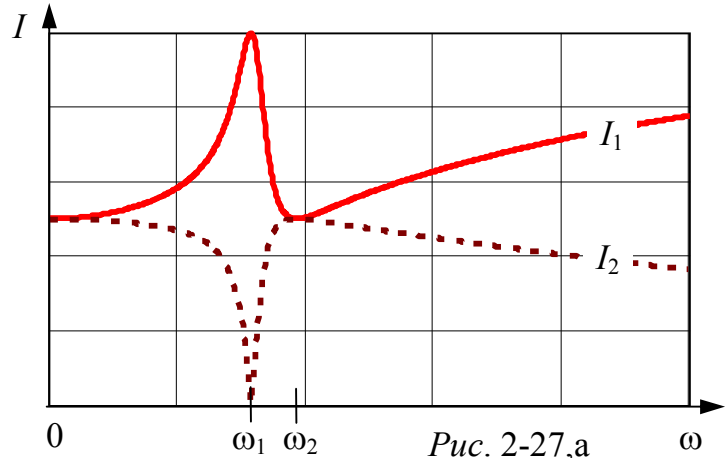


Рис. 2-27,а

Відповідь. Графіки $I_1(\omega)$ і $I_2(\omega)$ подані на рис. 2-27,а.

При $\omega = 0$ обидва струми рівні: $I_1(0) = I_2(0) = U/(2R)$.

За частоти резонансу напруг у першій вітці $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$ струм I_1 має максимум (U/R), а I_2 – мінімум (нуль).

За частоти резонансу струмів $\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$, яка більша за ω_1 , струми знов рівні.

При $\omega \rightarrow \infty$ струм I_1 зростає за рахунок струму через C_2 , а I_2 – зменшується до нуля.

2-28. У двох вітках кола комплекси струмів такі: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = 10$ А. За умови ввімкнення у першу вітку додаткового активного опору $R = 10$ Ом ці струми приймають наступні значення $\underline{I}'_1 = 4 - j2$ А, $\underline{I}'_2 = 6 + j2$ А.

За якого додаткового опору $\Delta Z_1''$ у першій вітці (у порівнянні із вихідним станом) струм \underline{I}_2 обернеться на нуль? Як можна пояснити, що струм $\underline{I}_2 = 0$, хоча вітка і не розімкнена.

Розв'язання. Скористаємося теоремою варіацій: якщо опір першої вітки змінився на ΔZ_1 , то зміни струмів будуть наступними:

$$\Delta \underline{I}_1 = -\underline{I}_1 \cdot \frac{\Delta Z_1 \cdot \underline{Y}_{11}}{1 + \Delta Z_1 \cdot \underline{Y}_{11}}; \quad \Delta \underline{I}_2 = -\underline{I}_2 \cdot \frac{\Delta Z_1 \cdot \underline{Y}_{12}}{1 + \Delta Z_1 \cdot \underline{Y}_{12}}.$$

Тут $\underline{I}_1 = 10$ А, $\Delta Z_1 = R = 10$ Ом, $\Delta \underline{I}_1 = (4 - j2) - 10 = -6 - j2 = 6.325 \cdot e^{-j161.57^\circ}$ А, $\Delta \underline{I}_2 = (6 + j2) - 10 = -4 + j2 = 4.472 \cdot e^{j153.44^\circ}$ А.

Визначаємо комплекси провідностей \underline{Y}_{11} і \underline{Y}_{12} :

$$\underline{Y}_{11} = \frac{-\Delta \underline{I}_1}{\Delta Z_1 \cdot (\underline{I}_1 + \Delta \underline{I}_1)} = 0.1 + j0.1 \text{ См}, \quad \underline{Y}_{12} = \frac{-\Delta \underline{I}_2}{\Delta Z_1 \cdot (\underline{I}_1 + \Delta \underline{I}_1)} = 0.1 \text{ См}.$$

Прийmemo $I_2'' = I_2 + \Delta I_2'' = 0$, тобто $\Delta I_2'' = -10$ А і знайдемо необхідне $\Delta Z_1''$:

$$\Delta Z_1'' = \frac{-\Delta I_2''}{\Delta I_2'' \cdot Y_{11} + I_1 \cdot Y_{12}} = j10 \text{ Ом.}$$

Те, що друга вітка не розімкнена, а струм I_2 зникає, та ще й під час додавання опору $\Delta Z_1'' = jX_L$ у першу вітку, пояснюється тим, що у колі виникає резонанс струмів (див. рис. 2-28).

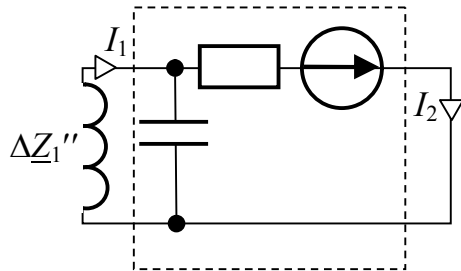


Рис. 2-28

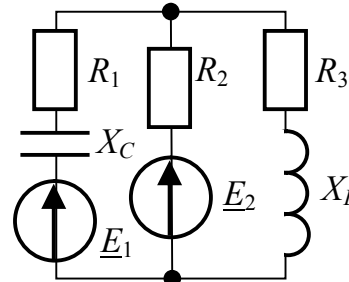


Рис. 2-29

2-29. Параметри кола наступні: $R_1 = X_C = 0.5$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 0.4$ Ом, $X_L = 0.2$ Ом.

Якими повинні бути співвідношення амплітуд і кут зсуву фаз між напругами джерел E_1 і E_2 , щоб обидва ці джерела виробляли лише активну потужність?

Відповідь. $E_2 = 1.414E_1$, $\psi_{E2} = \psi_{E1} + 45^\circ$.

2-30. За якого значення індуктивності L показ амперметра не залежить від величини R ? Яка при цьому залежність фази струму від опору R , якщо $C = 5$ мкФ, $e(t) = 200\sin(100t)$ В.

Розв'язання. Отримаємо залежність $Z(R)$:

$$\underline{Z} = jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{X_L X_C + jR(X_L - X_C)}{R - jX_C} = \frac{j(X_L - X_C) \cdot \left[R - j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right]}{R - jX_C}.$$

За умови $\left| \frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right| = X_C$ вхідний опір кола Z не залежить від R , оскільки модулі виразів з R скорочуються. З двох коренів останнього рівняння ($X_C' = 0$ і $X_C'' = 2X_L$) беремо другий, тобто $2\omega L = 1/(\omega C)$, $L = 1/(2\omega^2 C) = 10$ Гн.

Отримаємо залежність $\psi_i(R) = \psi_e - \varphi = -\varphi$.

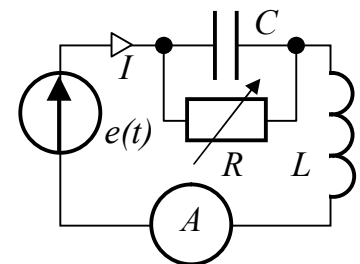


Рис. 2-30

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{X_L X_C + jR(X_L - X_C)}{R - jX_C} = \frac{X_L \cdot 2X_L + jR(X_L - 2X_L)}{R - j2X_L} = \frac{-jX_L \cdot [R + j2X_L]}{R - j2X_L} = \\ &= X_L \cdot e^{j \left[2\arctg \frac{2X_L}{R} - 90 \right]} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Таким чином, $\psi_i(R) = 90^\circ - 2\arctg \frac{2X_L}{R}$.

2-31. На частоті $\omega_0 = 100$ рад/с у колі резонанс, причому $P = 600$ Вт, $U = 60$ В, $R = 3\omega_0 L$.

Визначити частоту, за якої показ ватметра максимальний і знайти цей показ.

Розв'язання. $P = g \cdot U^2 = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} \cdot U^2$. Максимальне

значення потужності можна отримати за нульової частоти: $P_{max} = \frac{U^2}{R}$.

Знайдемо значення опору R з умов резонансного режиму:

$$g = P/U^2 = 0.167 = \frac{R}{R^2 + (R/3)^2} = \frac{9}{10R};$$

$$R = 5.4 \text{ Ом}, P_{max} = 666.7 \text{ Вт}.$$

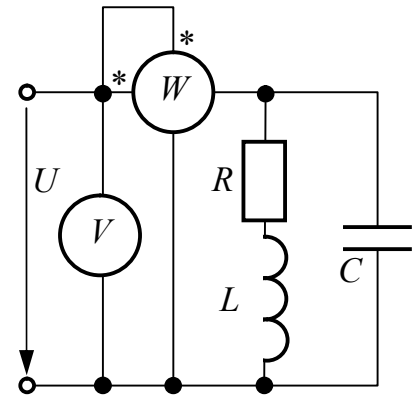


Рис. 2-31

2-32. В електричному колі відомі потужності джерел $\underline{S}_1 = -1000 - j1000$ ВА, $\underline{S}_2 = 2000 + j2000$ ВА, струм першої вітки $\underline{I}_1 = -10 - j10$ А і індуктивний опір $X_L = 10$ Ом.

Визначити комплекси ЕРС і решти струмів, опори R , X_C .
Відповідь. $\underline{E}_1 = j100$ В, $\underline{E}_2 = -40 + j280$ В, $\underline{I}_2 = 6 + j8$ А, $\underline{I}_C = -4 - j2$ А, $R = 10$ Ом, $X_C = 50$ Ом.

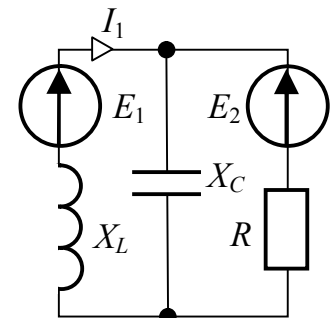


Рис. 2-32

2-33. У колі відомо: $e(t) = 100 \sin(\omega t)$ В, $P = 352.74$ Вт, $I_1 = 5$ А, $I_2 = 4$ А. Після замикання ключа S покази приладів не змінилися.

Визначити опори кола R_1 , R_2 , X_L , X_C .

Розв'язання. Розглянемо коло з еквівалентним послідовним з'єднанням опорів (рис. 2-33,а). Якщо після увімкнення додаткового конденсатора струм I_1 не змінився, то можна припустити, що до комутації було $X_C > X_{екв}$, а після комутації $0.5X_C < X_{екв}$.

За показами приладів до комутації визначаємо:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= 70.71 \text{ В}, \quad \cos \varphi = P/(E \cdot I_1) = 0.9977, \\ \varphi &= 3.89^\circ, \quad \underline{I}_1 = 5 \cdot e^{j3.89^\circ} \text{ А}, \\ \underline{Z} &= \underline{E}/\underline{I}_1 = 14.14 \cdot e^{-j3.89^\circ} = \\ &= 14.107 - j0.959 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Таким чином, «до» і «після» увімкнення додаткового конденсатора можна записати:

$$\begin{cases} X_{екв} - X_C = -0.959 \text{ Ом}, \\ X_{екв} - 0.5X_C = +0.959 \text{ Ом}. \end{cases}$$

Звідси $X_C = 3.834$ Ом, $X_{екв} = 2.876$ Ом.

Розглянемо коло до увімкнення

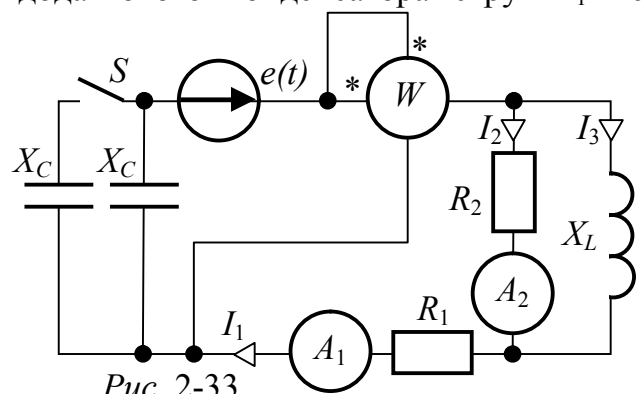


Рис. 2-33

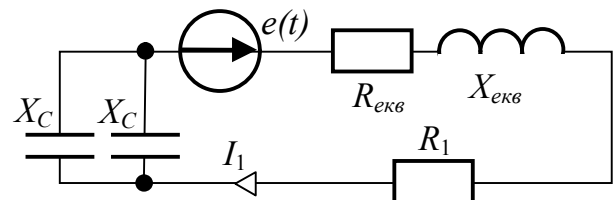


Рис. 2-33,а

конденсатора. Тут $I_3 = \sqrt{I_1^2 - I_2^2} = 3 \text{ А}$,

$$R_1 + R_{екв} = 14.107 \text{ Ом}, X_{екв} = 2.876 \text{ Ом}.$$

Для ділянки з паралельним з'єднанням R_2 і X_L маємо:

$$R_2 \cdot 4 = X_L \cdot 3, R_2 = 0.75 X_L, X_L = 1.333 R_2;$$

$$X_{екв} = \frac{B}{B^2 + G^2} = \frac{1/X_L}{1/X_L^2 + 1/R_2^2} = \frac{0.75/R_2}{0.75^2/R_2^2 + 1/R_2^2} = 0.48 R_2;$$

$$R_2 = X_{екв}/0.48 = 6 \text{ Ом}, X_L = 1.333 R_2 = 8 \text{ Ом}, X_C = X_{екв} + 0.959 = 3.835 \text{ Ом}.$$

Опір R_1 знайдемо через активну потужність кола:

$$R_1 = (P - R_2 \cdot I_2^2)/I_1^2 = 10.27 \text{ Ом}.$$

2-34. У колі за частоти $f = 50 \text{ Гц}$ відомі струми $I_1 = 6.5 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$, $I_3 = 3.5 \text{ А}$ і опір $R_2 = 30 \text{ Ом}$.

Визначити параметри котушки R_3 , L і активну потужність кола P .

Відповідь. $R_3 = 17.14 \text{ Ом}$, $L = 94.5 \text{ мГн}$, $P = 690 \text{ Вт}$.

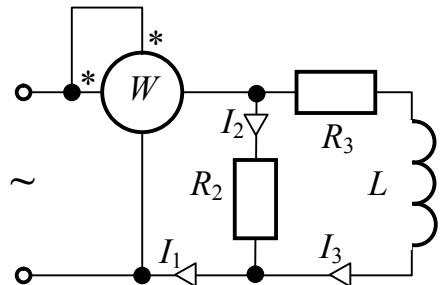


Рис. 2-34

2-35. Параметри кола:

$$e_1(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В},$$

$$e_2(t) = 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В},$$

$$R = X = 10 \text{ Ом}, R_H = 100 \text{ Ом}.$$

Визначити струм навантаження $i_H(t)$.

Відповідь. $i_H(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ А}$.

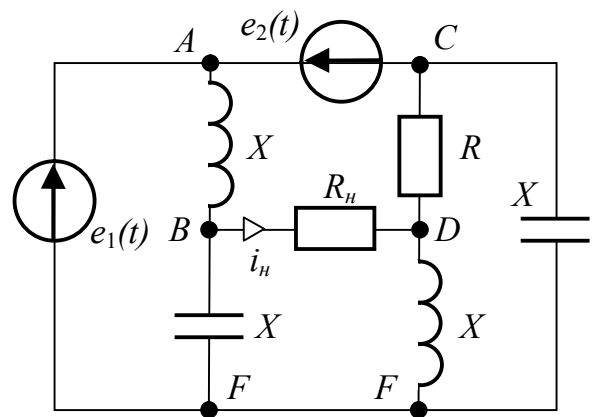


Рис. 2-35

3 КОЛА З ІНДУКТИВНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

3-1. Параметри кола: $U = 120 \text{ В}$, $I = 3 \text{ А}$, $P = 216 \text{ Вт}$,
 $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $X_1 = 12 \text{ Ом}$, $k_3 = 1$.

Визначити параметри R_2 , X_2 , X_M .

Відповіді. $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $X_2 = 4.808 \text{ Ом}$, $X_M = 7.596 \text{ Ом}$.

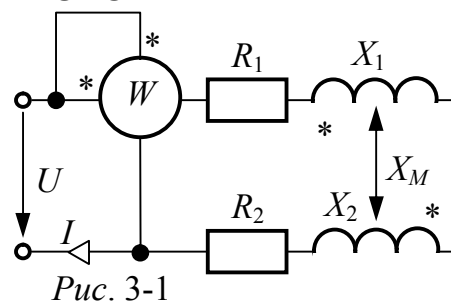


Рис. 3-1

3-2. Дві індуктивно зв'язані котушки ($r_k = 0$) з'єднані паралельно і увімкнені до джерела змінного струму напругою 120 В . За узгодженого з'єднання струм у першій котушці відсутній, а у другій – 6 А . За неузгодженого з'єднання струм у другій котушці у 2.5 рази більший за струм першої.

Визначити коефіцієнт зв'язку котушок, струм кола за неузгодженого з'єднання, а також активну потужність, що передається із другої котушки у першу.

Відповідь. $X_1 = 80 \text{ Ом}$, $X_2 = X_M = 20 \text{ Ом}$, $k_3 = 0.5$, $I_{\text{неузг}} = 14 \text{ А}$, $P_{1-2} = 0$.

3-3. Відомо: $U = 36 \text{ В}$, $U_3 = 24 \text{ В}$,
 $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$,
 $X_1 = 12 \text{ Ом}$, $X_2 = 12 \text{ Ом}$, $X_3 = 14 \text{ Ом}$.

Визначити взаємну індуктивність M і показ вольтметра.

Відповіді. $I = 3 \text{ А}$, $X_M = 8 \text{ Ом}$,

$M = 0.0255 \text{ Гн}$, $U_V = 12\sqrt{5} \text{ В}$.

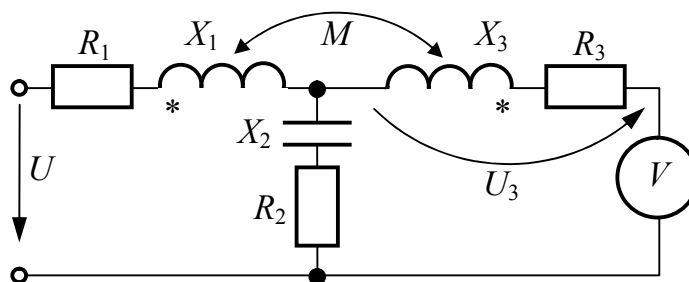


Рис. 3-3

3-4. Відомі наступні параметри кола: $U = 50 \text{ В}$, $I_1 = 2 \text{ А}$, $I_2 = 1 \text{ А}$,
 $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $X_1 = 20 \text{ Ом}$,
 $X_M = 20 \text{ Ом}$.

Визначити показ ватметра P .

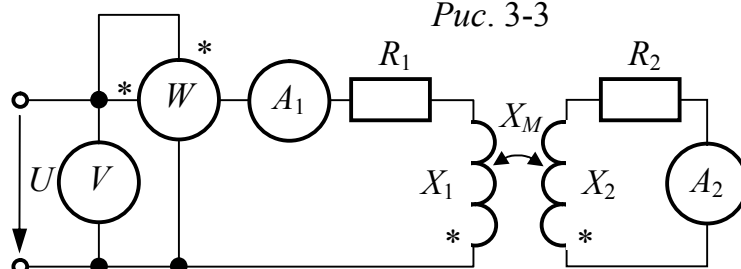


Рис. 3-4

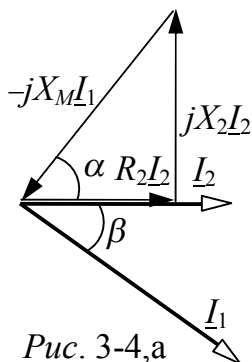


Рис. 3-4,а

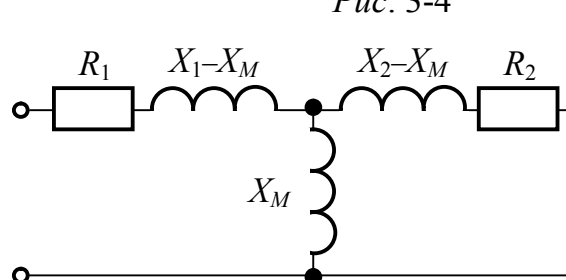


Рис. 3-3,б

Розв'язання. Побудуємо векторну діаграму кола (рис. 3-4,а) і зробимо еквівалентування індуктивного зв'язку (рис. 3-4,б).

За діаграмою знаходимо значення X_2 :

$$X_2 I_2 = \sqrt{(X_M I_1)^2 - (R_2 I_2)^2} = 34.64 \text{ В}, \quad X_2 = 34.64 \text{ Ом}.$$

Повний вхідний опір кола

$$\underline{Z} = R_1 + j(X_1 - X_M) + \frac{jX_M \cdot (R_2 + j(X_2 - X_M))}{jX_M + R_2 + j(X_2 - X_M)} = (R_1 + 5) + j11.34 \text{ Ом},$$

$$Z^2 = (U/I_1)^2 = 25^2 = (R_1 + 5)^2 + 11.34^2.$$

Звідси $R_1 = 17.28 \text{ Ом}$.
Показ ватметра $P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 89.12 \text{ Вт}$.

3-5. Відомо: $i(t) = 10 \sin(500t) \text{ А}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 0.2 \text{ Гн}$, $M = 0.1 \text{ Гн}$,
 $R_1 = R_2 = 50 \text{ Ом}$, $R_3 = 100 \text{ Ом}$.

Визначити показ ватметра.

Розв'язання. Запишемо вихідні дані у

комплексній формі: $\underline{I} = 5\sqrt{2} \text{ А}$,
 $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = R_1 + jX_1 = 50 + j100 \text{ Ом}$,
 $\underline{Z}_3 = R_3 = 100 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_4 = -jX_4 = -j200 \text{ Ом}$,
 $\underline{Z}_M = jX_M = j50 \text{ Ом}$.

Струм ватметра і напруга на ньому:

$$\underline{I}_W = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = 3.162 \cdot e^{j63.44^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{U}_W = \underline{Z}_4 \cdot \underline{I}_W - \underline{Z}_M \cdot \underline{I} = 851.5 \cdot e^{-j48.37^\circ} \text{ В}.$$

Показ ватметра:

$$P = \text{Re}[\underline{U}_W \underline{I}_W^*] = -1000 \text{ Вт}.$$

3-6. Параметри кола: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$,
 $X_1 = X_M = 10 \text{ Ом}$, $X_2 = X_C = 15 \text{ Ом}$, струм амперметра
 $I_A = 2 \text{ А}$.

Визначити показ ватметра.

Відповідь. $P = 70 \text{ Вт}$.

3-7. Відомо: $I_1 = 10\sqrt{2} \text{ А}$, $I_2 = 10/\sqrt{2} \text{ А}$,
 $X = R = 20 \text{ Ом}$, активна потужність навантаження
 $P_n = 1000 \text{ Вт}$. Значення потужності навантаження
максимальне за даних значень струмів.

Розрахувати показ вольтметра, а також параметри решти елементів кола X_M , R_n ,
 X_n .

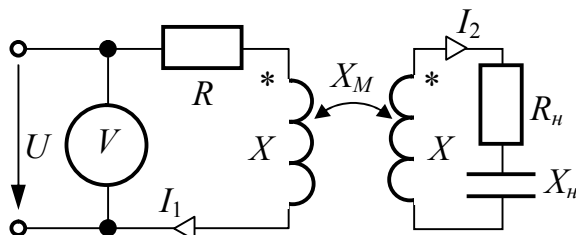


Рис. 3-7

Розв'язання. Активна потужність навантаження дорівнює активній потужності, яка передається із першої обмотки у другу через магнітне поле:

$$P_n = X_M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin(\psi_{i2} - \psi_{i1}).$$

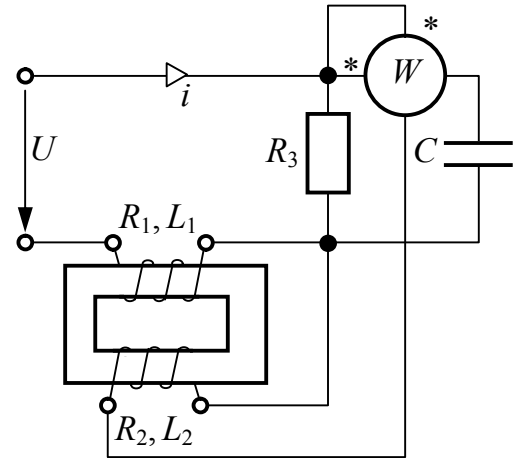


Рис. 3-5

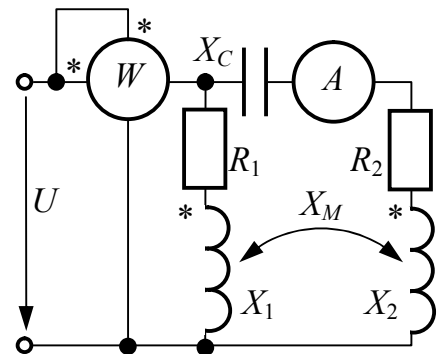


Рис. 3-6

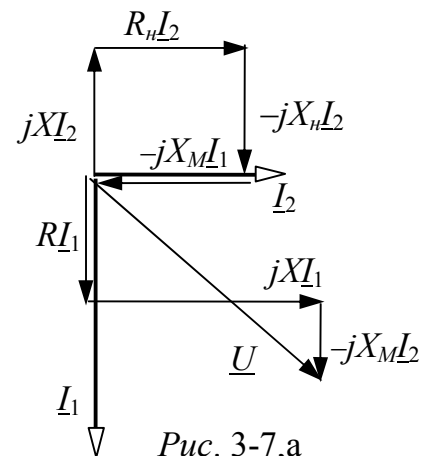


Рис. 3-7,а

Потужність приймає максимальне значення за умови $\psi_{i2} - \psi_{i1} = 90^\circ$, звідси

$$X_M = \frac{P_H}{I_1 \cdot I_2} = 10 \text{ Ом.}$$

З іншого боку, $P_H = R_H \cdot I_2^2$, звідси $R_H = P_H / I_2^2 = 20 \text{ Ом.}$

З векторної діаграми (рис. 3-7,а) очевидно, що $X_H = X = 20 \text{ Ом.}$

Напряга джерела $\underline{U} = (R + j \cdot X) \cdot \underline{I}_1 - j \cdot X_M \cdot \underline{I}_2 = 452.8 \cdot e^{-j51.34^\circ} \text{ В,}$ тобто показ вольметра – 452.8 В.

3-8. Параметри кола: $\omega = 1000 \text{ рад/с,}$
 $J = 0.1 \text{ А,}$ $L_1 = L_2 = 1 \text{ Гн,}$ $M = 0.5 \text{ Гн,}$
 $C_1 = 1 \text{ мкФ,}$ $C_2 = 2 \text{ мкФ.}$

Визначити покази вольметрів.

Розв'язання. Розрахунки виконуємо символічним методом. Прийнемо $\underline{J} = 0.1 \text{ А.}$

Значення реактивних опорів:

$$X_{C1} = X_{L1} = X_{L2} = 1000 \text{ Ом,}$$

$$X_{C2} = X_M = 500 \text{ Ом.}$$

Струми у вітках з L_1 і L_2 :

$$\underline{I}_{L1} = \underline{J} \cdot \frac{-jX_{C1}}{-jX_{C1} + jX_{L1} - jX_{C2}} = 0.2 \text{ А, } \underline{I}_{L2} = 0.$$

$$\underline{U}_{V1} = j \cdot X_{L2} \cdot \underline{I}_{L2} - j \cdot X_M \cdot \underline{I}_{L1} + j \cdot X_{L1} \cdot \underline{I}_{L1} - j \cdot X_M \cdot \underline{I}_{L2} = j100 \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{V2} = -j \cdot X_{L2} \cdot \underline{I}_{L2} + j \cdot X_M \cdot \underline{I}_{L1} - j \cdot X_{C2} \cdot \underline{I}_{L1} = 0.$$

Отже покази вольметрів $U_{V1} = 100 \text{ В,}$ $U_{V2} = 0.$

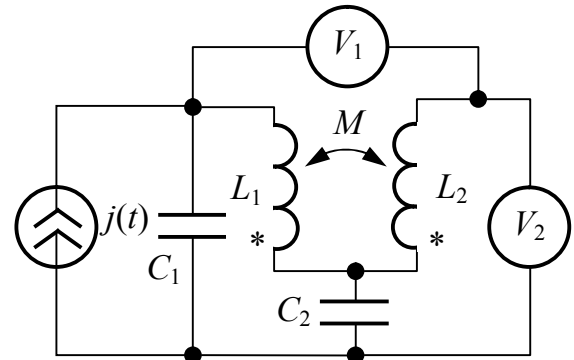


Рис. 3-8

3-9. Параметри кола: $R = 30 \text{ Ом,}$ $X_1 = 40 \text{ Ом,}$
 $X_2 = X_3 = X_M = 20 \text{ Ом,}$ $X_C = 80 \text{ Ом.}$ Показ вольметра $U_V = 120 \text{ В.}$

Визначити показ амперметра і записати миттєве значення напруги на вході $u(t).$

Розв'язання. Прийнемо $\underline{U}_V = 120 \text{ В,}$ тоді

$$\underline{I} = \underline{U}_V \cdot \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2 \cdot \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = j2 \text{ А,}$$

де $\underline{Z}_1 = jX_1 - jX_C = -j40 \text{ Ом,}$ $\underline{Z}_2 = jX_2 = j20 \text{ Ом,}$

$\underline{Z}_M = jX_M = j20 \text{ Ом.}$

Показ амперметра $I = 2 \text{ А.}$

Напряга на вході

$$\underline{U} = \underline{U}_V + (R + jX_3) \cdot \underline{I} = 120 + (30 + j20) \cdot j2 = 100 \cdot e^{j36.87^\circ} \text{ В,}$$

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 36.87^\circ) \text{ В.}$$

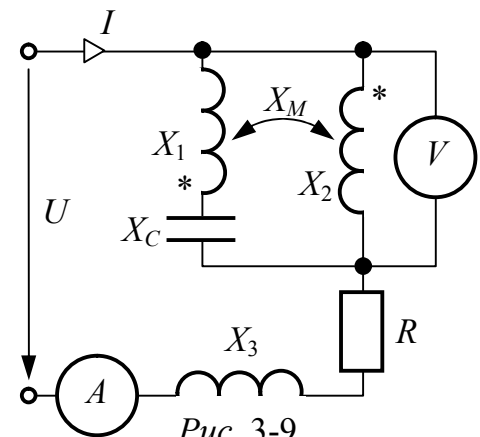


Рис. 3-9

3-10. Відомо: $U = 40 \text{ В,}$ $I = 1.656 \text{ А,}$ $I_2 = 2 \text{ А,}$

$P_W = 40 \text{ Вт,}$ $R = 10 \text{ Ом,}$ $X_C = 40 \text{ Ом.}$

Визначити струм I_1 і опори $X_1, X_2, X_M.$

Відповіді. $I_1 = 1.209 \text{ А,}$ $X_1 = 40 \text{ Ом,}$ $X_2 = 26.8 \text{ Ом,}$

$X_M = 20 \text{ Ом.}$

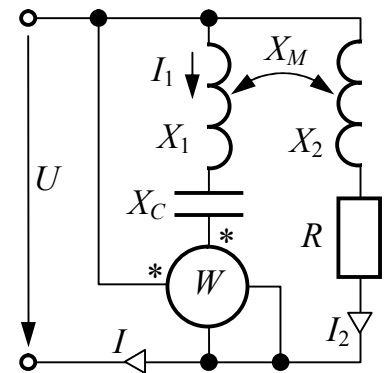


Рис. 3-10

3-11. Визначити ємність конденсатора в електричному колі синусоїдного струму з вольтметрами електромагнітної системи, якщо $e(t) = 13\sqrt{2} \sin(1000t)$ В, $R = 6$ Ом, $L_1 = L_2 = L$, $k_3 = 0.5$, $U_{V1} = 15$ В, $U_{V2} = 10$ В.

Розв'язання. Побудуємо векторні діаграми (рис. 3-11,а). Позначимо індуктивні опори $X_L = 1000L$, $X_M = k_3 \cdot X_L = 500L$.

З рівнянь за другим законом Кірхгофа знаходимо (див. рис. 3-11,а):

$$U_{V1} = U_M + U_L = 1.5U_L = 15 \text{ В}, \quad U_L = 10 \text{ В}, \quad U_M = 5 \text{ В},$$

$$U_{V2} = U_M + U_C = 10 \text{ В}, \quad U_C = 5 \text{ В},$$

$$U_R = \sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2} = \sqrt{13^2 - (10 - 5)^2} = 12 \text{ В}, \quad I = U_R/R = 2 \text{ А},$$

$$X_C = U_C/I = 2.5 \text{ Ом}, \quad C = 10^6/(1000 \cdot 2.5) = 400 \text{ мкФ}.$$

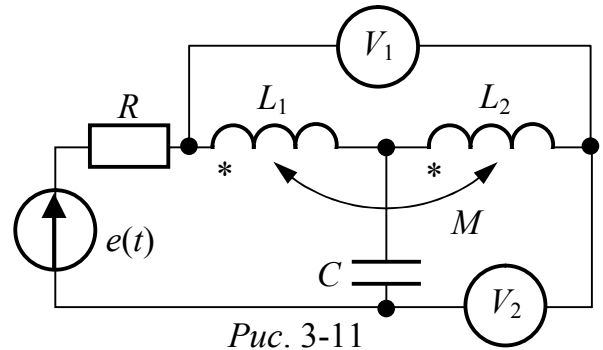


Рис. 3-11

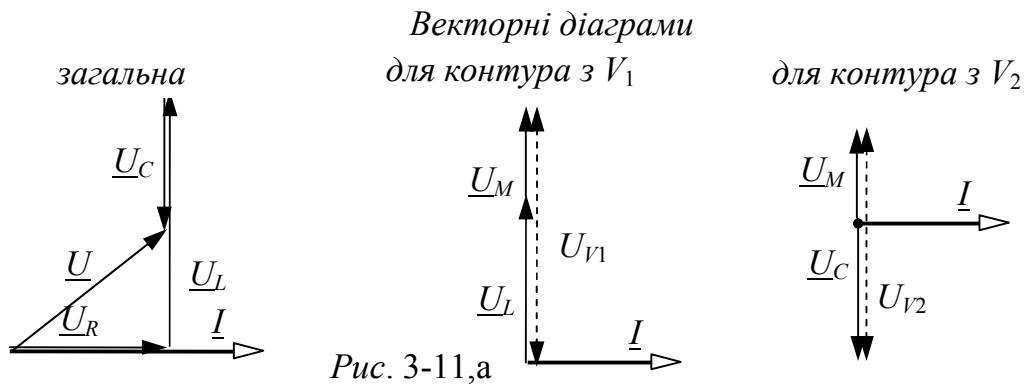


Рис. 3-11,а

3-12. Параметри кола синусоїдного струму частоти $\omega = 1000$ рад/с наступні:

$$R = 10 \text{ Ом}, \quad C = 50 \text{ мкФ},$$

$$L_1 = 20 \text{ мГн}, \quad L_2 = 30 \text{ мГн},$$

$$M = 10 \text{ мГн}, \quad I_1 = 3 \cdot e^{j60^\circ} \text{ А},$$

$$I_2 = 2 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ А}.$$

Визначити покази приладів.

Розв'язання. Виконуємо еквівалентування індуктивного зв'язку. Суттєва частина схеми без індуктивного зв'язку наведена на рис. 3-12,а.

Реактивні опори

$$X_M = 10 \text{ Ом}, \quad X_C = 20 \text{ Ом}, \quad X_1 = X_{L1} - X_M = 10 \text{ Ом},$$

$$X_2 = X_{L2} - X_M = 20 \text{ Ом}.$$

Складаємо систему рівнянь:

$$I_{L1} = I_1 - I_A, \quad I_{L2} = I_2 + I_A,$$

$$jX_1 \cdot I_{L1} - jX_2 \cdot I_{L2} - (-jX_C) \cdot I_A = 0 \text{ або}$$

$$jX_1 \cdot (I_1 - I_A) - jX_2 \cdot (I_2 + I_A) + jX_C \cdot I_A = 0.$$

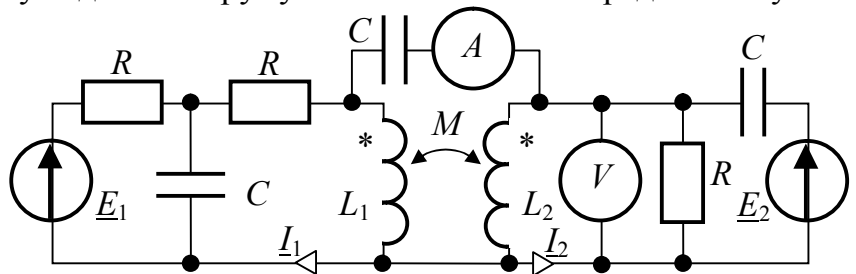


Рис. 3-12

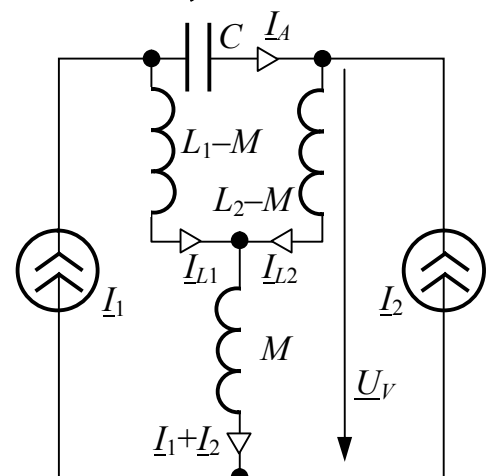


Рис. 3-15,а

Результати розв'язання системи:

$$\underline{I}_A = 5 \cdot e^{j113.13^\circ} \text{ A}, \quad \underline{I}_{L1} = 4 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ A}, \quad \underline{I}_{L2} = 3.605 \cdot e^{j93.69^\circ} \text{ A}.$$

Напруга на вольтметрі $\underline{U}_V = jX_M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + jX_2 \cdot \underline{I}_{L2} = 120 \cdot e^{j150^\circ} \text{ B}.$

Покази приладів: $I_A = 5 \text{ A}, \quad U_V = 120 \text{ B}.$

3-13. У колі синусоїдного струму з параметрами елементів $L_1 = 20 \text{ мГн}, L_2 = L_3 = 15 \text{ мГн}, L_4 = 12 \text{ мГн}, M_{14} = 6 \text{ мГн}, M_{23} = 5 \text{ мГн}, R_1 = R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}, R_4 = 3 \text{ Ом}, C_1 = 40 \text{ мкФ}, C_3 = 100 \text{ мкФ}$ миттєве значення струму $i_3(t) = 2\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ) \text{ A}.$

Визначити миттєве значення ЕРС.

Відповідь. $e(t) = 42.3 \sin(1000t + 17.64^\circ) \text{ B}.$

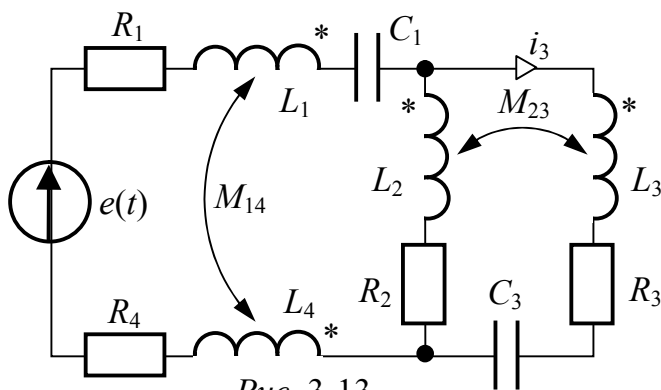


Рис. 3-13

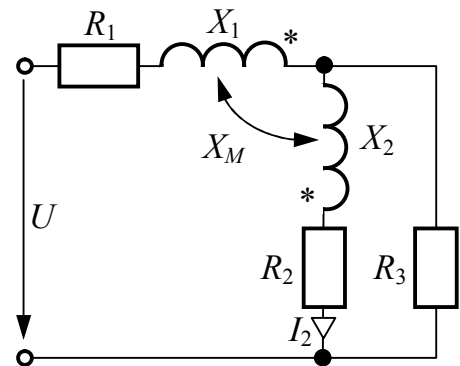


Рис. 3-14

3-14. Параметри кола: $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}, X_1 = X_2 = 8 \text{ Ом}, k_3 = 1.$

Визначити опір R_3 , якщо кут зсуву фаз між напругою на вході і другим струмом дорівнює $\psi_u - \psi_{i2} = 90^\circ.$

Розв'язання. Опір взаємної індукції $X_M = k_3 \cdot \sqrt{X_1 X_2} = 8 \text{ Ом}.$

Комплексні опори віток після еквівалентування індуктивного зв'язку наступні:

$$\underline{Z}_3 = R_3 - j8 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z} = 4 + j16 \text{ Ом}.$$

Прийmemo $\underline{I}_2 = I_2.$

Напруга на паралельних вітках $\underline{U}_{23} = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 = 4\underline{I}_2 + j16\underline{I}_2 \text{ B}.$

Решта струмів і напруга на вході

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_{23} / \underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 / \underline{Z}_3, \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_2 \cdot (1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3),$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_{23} = \underline{I}_2 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3) = \underline{I}_2 \cdot (2\underline{Z} + \underline{Z}^2 / \underline{Z}_3).$$

Для того, щоб кут зсуву фаз був $\psi_u - \psi_{i2} = 90^\circ$, опір $(2\underline{Z} + \underline{Z}^2 / \underline{Z}_3)$ має бути суто реактивним:

$$(2\underline{Z} + \underline{Z}^2 / \underline{Z}_3) = 2 \cdot (4 + j16) + \frac{(4 + j16)^2}{R_3 - j8} = \frac{8R_3^2 - 240R_3 - 512}{R_3^2 + 64} + j \frac{32R_3^2 + 128R_3 + 128}{R_3^2 + 64}.$$

Прирівнюємо чисельник першого дробу до нуля і беремо позитивний корінь рівняння: $R_3 = 32 \text{ Ом}.$

3-15. Відомо: $X_1 = X_2 = X_M = X = 50 \text{ Ом}, R_1 = R_2 = R = 50 \text{ Ом}, P = 80 \text{ Вт}.$

Визначити струм джерела J і показ амперметра $I_A.$

Розв'язання. Якщо другу котушку і другий резистор, які з'єднані паралельно, поміняти місцями, струми в елементах кола не зміняться, а струм через амперметр

стане рівним нулю (з урахуванням симетрії). Тоді можна знайти струм у резисторах:

$$I_R = \sqrt{\frac{P}{2R}} = 0.8944 \text{ А.}$$

Напруги U_{AC} і U_{CB} однакові:

$$U_{AC} = U_{CB} = R \cdot I_R = 50 \cdot 0.8944 = 44.72 \text{ В.}$$

Котушки з'єднані узгоджено, тому їх сумарний опір $X_{\text{ком}} = 2 \cdot (X + X_M) = 200 \text{ Ом.}$

Струм через котушки $I_L = 2U_{AC}/X_{\text{ком}} = 0.4472 \text{ А.}$

Струми I_R і I_L зсунуті за фазою одне до одного на 90° .

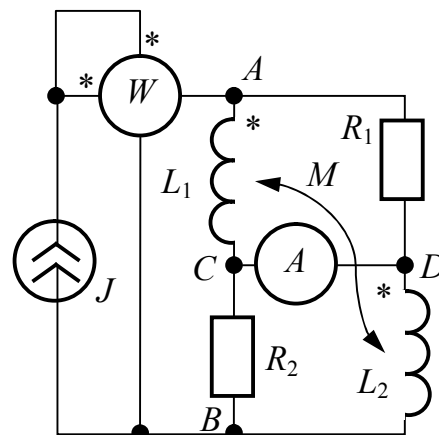


Рис. 3-15

Струм джерела дорівнює векторній сумі цих струмів, тобто $J = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = 1 \text{ А,}$ а струм амперметра дорівнює їх векторній різниці, тобто $I_A = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = 1 \text{ А.}$

3-16. Параметри кола: $R_1 = 100 \text{ Ом, } R_2 = 200 \text{ Ом, } R_3 = 300 \text{ Ом, } C = 10 \text{ мкФ, } f = 50 \text{ Гц.}$

Знайти значення індуктивності L_3 і взаємної індуктивності M , якщо показ вольтметра дорівнює нулю.

Розв'язання. Опір конденсатора $X_C = 318.5 \text{ Ом.}$ Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру з вольтметром:

$$\underline{U}_V = R_3 \underline{I}_2 + jX_3 \underline{I}_2 - jX_M \underline{I} = 0.$$

Векторна діаграма цього контуру подана на рис. 3-16,а.

Прийmemo $\underline{I}_2 = 1 \text{ А.}$ Тоді $\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_2 = 200 \text{ В,}$

$$\underline{U}_C = -jX_C \underline{I}_2 = -j318.5 \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{R1} = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_C = 376 \cdot e^{-j57.87^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{R1}/R_1 = 3.76 \cdot e^{-j57.87^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 4.375 \cdot e^{-j46.71^\circ} \text{ А.}$$

Опори X_3 і X_M , а відповідно, L_3 і M визначаємо з використанням кута β з векторної діаграми.

$$\beta = 90^\circ - (\psi_{i2} - \psi_i) = 90^\circ - (0^\circ + 46.71^\circ) = 43.29^\circ,$$

$$X_3 = R_3 \tan \beta = 282.6 \text{ Ом, } L_3 = 0.9 \text{ Гн,}$$

$$X_M = \frac{R_3 I_2}{I \cdot \cos \beta} = 94.2 \text{ Ом, } M = 0.3 \text{ Гн.}$$

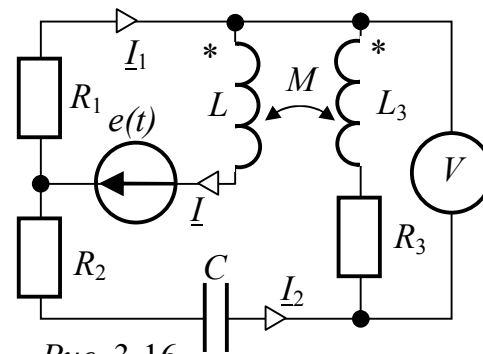


Рис. 3-16

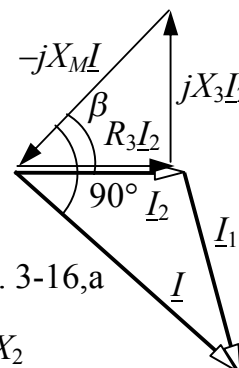


Рис. 3-16,а

3-17. За якого значення опору навантаження Z_H воно отримає максимальну активну потужність від джерела струму $J = 10 \text{ А?}$

Визначити цю потужність за наступних параметрів елементів $X_1 = X_2 = 4 \text{ Ом, } R = X_M = 3 \text{ Ом.}$

Відповідь. $Z_H = 0.12 - j1.84 \text{ Ом, } P_{\text{max}} = 708.4 \text{ Вт.}$

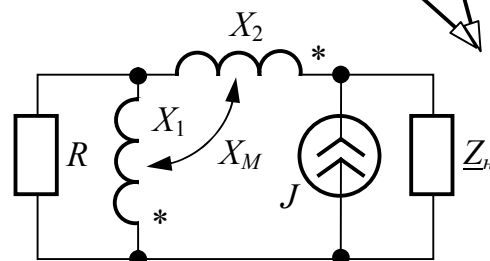


Рис. 3-17

3-18. Дві реальні індуктивно зв'язані котушки з'єднані послідовно і увімкнені до джерела синусоїдної напруги. При цьому з'ясувалося, що напруга на затискачах першої котушки відстає за фазою від струму на 30° , напруга на затискачах другої котушки випереджає струм за фазою на 60° , а напруга усього кола випереджає струм на 45° . Далі те ж коло увімкнули до джерела постійної напруги.

У скільки разів постійна напруга на затискачах другої котушки більша за напругу на першій котушці.

Відповідь. $U_{R2}/U_{R1} = 2.155$.

3-19. Параметри кола: $X_{L1} = 10$ Ом, $X_{C1} = 15$ Ом, $X_{L2} = 30$ Ом, $X_{C2} = 10$ Ом.

Розрахувати співвідношення модулів напруг U_2/U_1 , якщо $X_M = 10$ Ом. Вказати, у яких межах можна змінювати це співвідношення, якщо змінювати просторове положення котушок, не змінюючи схеми з'єднання. Які при цьому межі зміни значення X_M ?

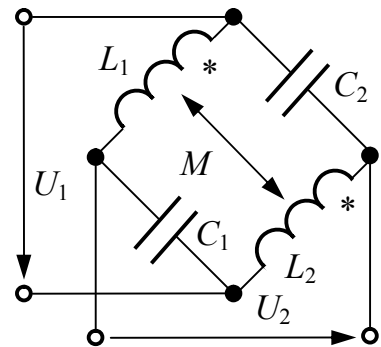


Рис. 3-19

Відповіді. $U_2/U_1 = \left| \frac{X_M^2 \pm a \cdot X_M + b}{c - X_M^2} \right|$, (*)

де $a = X_{C1} + X_{C2} = 25$, $b = X_{C1}X_{C2} - X_{L1}X_{L2} = -150$, $c = (X_{L1} - X_{C1}) \cdot (X_{L2} - X_{C1}) = -100$.

Повертаючи котушку, можна змінювати коефіцієнт зв'язку k_3 у межах від 0 до 1. Відповідно, опір $X_M = k_3 \sqrt{X_{L1} \cdot X_{L2}}$ може приймати значення від 0 до $10\sqrt{3}$ Ом, причому може бути узгоджене (у формулі (*) знак «+») або неузгоджене з'єднання (в (*) знак «-»).

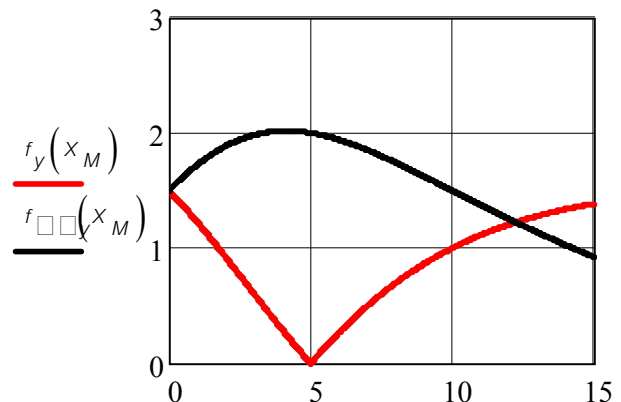


Рис. 3-19,а

Щоб визначити межі зміни співвідношення U_2/U_1 , рекомендується побудувати графік $U_2/U_1 = f(X_M)$ (рис. 3-19,а). За графіком знаходимо, що U_2/U_1 може приймати значення від 0 до 2.018.

3-20. Параметри кола: $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $L_1 = 50$ мГн, $L_2 = 10$ мГн, $M = 20$ мГн, $f = 50$ Гц. Показ ватметра $P = -51.55$ Вт.

Визначити величини ЕРС і струмів.

Відповіді. $E = 100$ В, $I = 11.35$ А, $I_1 = 4.65$ А, $I_2 = 8.26$ А.

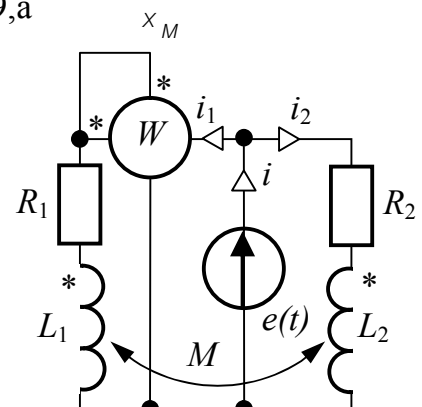


Рис. 3-20

3-21. Коло містить дві однакові неідеальні індуктивно зв'язані котушки K_1 і K_2 і ідеальний конденсатор. Коли ключ у положенні 1, у колі режим резонансу, а вольтметри

показують $U_{V1} = 62.5$ В, $U_{V2} = 50$ В, $U_{V3} = 12.5$ В.

Знайти значення струму джерела до і після перемикання ключа, якщо $X_C = 10$ Ом.

Відповідь. $Z_k = 10 + j10$ Ом, $I_1 = 6.25$ А, $I_1' = 6$ А.

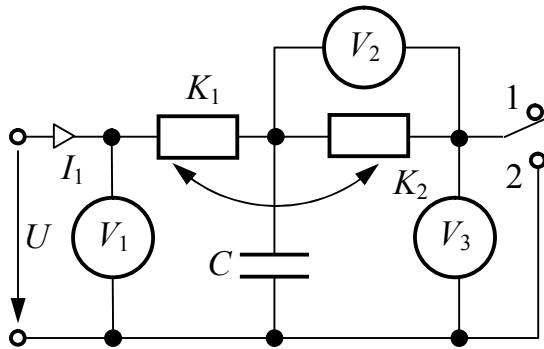


Рис. 3-21

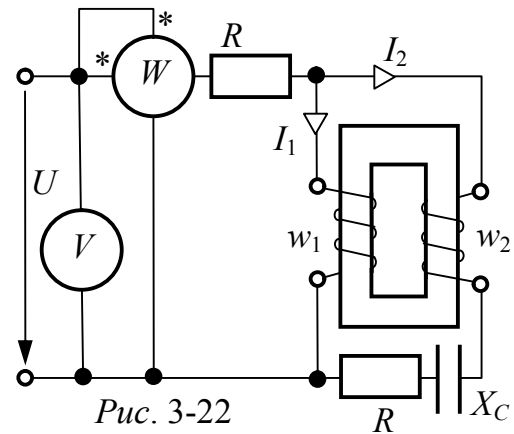


Рис. 3-22

3-22. Визначити струм I_2 і покази приладів за наступних даних: $I_1 = 5$ А, $R = X_C = 20$ Ом, $X_1 = 50$ Ом, $w_1 = 5w_2 = 100$ витків, котушки вважати ідеальними.

Відповідь. За ненасиченого осердя у випадку ідеальних котушок можна прийняти $L = m \cdot w^2$, $k_3 = 1$; $\underline{I}_1 = 5 \cdot e^{j0^\circ}$ А, $\underline{I}_2 = 13.93 \cdot e^{j111.8^\circ}$ А, $\underline{U}_V = 574.3 \cdot e^{j77.34^\circ}$ В, $P_W = 7224$ Вт.

3-23. Котушка із загальною індуктивністю L ($r_k \rightarrow 0$) має відвід 2. У вашому розпорядженні є джерело синусоїдної ЕРС E з частотою ω і вольтметр електромагнітної системи.

Які виміри та розрахунки необхідно провести, щоб визначити діюче значення струму I_3 у перемишці 2-3 за короткого замикання нижньої частини котушки, якщо джерело з діючим значенням ЕРС E увімкнене між затискачами 1-3?

Відповідь. Потрібні два експерименти. Спочатку джерело вмикається між затискачами 1-2, а вольтметр – між затискачами 2-3, потім – навпаки. Записуються три рівняння ($X_1 + X_2 + 2X_M = \omega L$,

$E/X_1 = U_2/X_M$, $E/X_2 = U_1/X_M$), з яких знаходимо $X_M = \frac{\omega L}{E/U_1 + E/U_2 + 2}$,

$X_1 = E \cdot X_M / U_2$, $X_2 = E \cdot X_M / U_1$. Далі можна розрахувати шуканий

струм $I_3 = E \cdot \frac{X_2 + X_M}{X_1 X_2 - X_M^2}$.

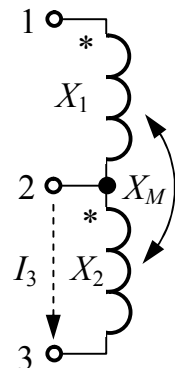


Рис. 3-23

3-24. Відомо: $U_{V2} = 100$ В, $k_3 = 0.8$, $R_1 = R_2 = X_1 = X_2 = 10$ Ом.

Визначити струм амперметра I_A і напругу на вольтметрі U_{V1} .

Відповіді. $X_M = 8$ Ом, рівняння за другим законом Кірхгофа: $\underline{U}_{V2} + Z_M I = \underline{U}_{V1}$, $Z_1 \cdot I = \underline{U}_{V1}$;
 $I = 9.806 \cdot e^{-j11.31^\circ}$ А, $\underline{U}_{V1} = 138.7 \cdot e^{j33.69^\circ}$ В.

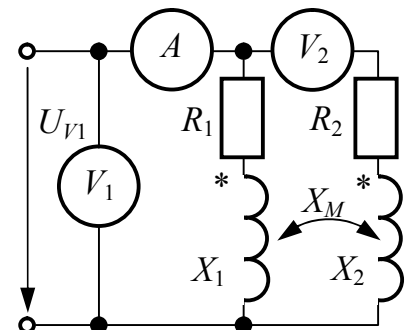


Рис. 3-24

3-25. Відомо: $R = X_M = 10 \text{ Ом}$,
 $X_1 = 2X_2$, $P_W = 50 \text{ Вт}$, $I_1 = 2 \text{ А}$,
 $I_2 = 1 \text{ А}$.

Визначити коефіцієнт зв'язку k_3 і показ вольтметра.
 Відповідь. $U = 65.6 \text{ В}$, $k_3 = 0.408$.

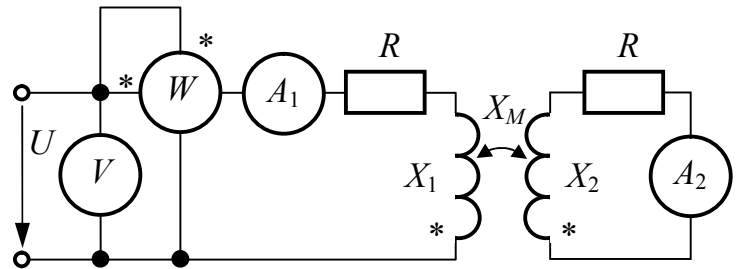


Рис. 3-25

3-26. Вхідна напруга

$u(t) = 110\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ В}$. До автотрансформатора з параметрами $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $L_1 = 36 \text{ мГн}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $L_2 = 60 \text{ мГн}$, $M = 36 \text{ мГн}$ увімкнене навантаження, опір якого $R_3 = 56 \text{ Ом}$.

Визначити величину ємності конденсатора C , який необхідно увімкнути послідовно з навантаженням, щоб струм I_3 випереджав струм I_1 на 90° .

Розв'язання. Вирази для струмів після еквівалентування індуктивного зв'язку наступні:

$$I_1 = \frac{U \cdot \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1},$$

$$I_3 = \frac{U(Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1} \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}.$$

Але за умовами задачі

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = \frac{104 \cdot e^{j67.38}}{\sqrt{96^2 + (60 - X_C)^2} \cdot e^{j \arctg[(60 - X_C)/96]}} = M \cdot e^{j90^\circ}.$$

Таким чином, $67.38^\circ - \arctg[(60 - X_C)/96] = 90^\circ$, $X_C = 100 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$.

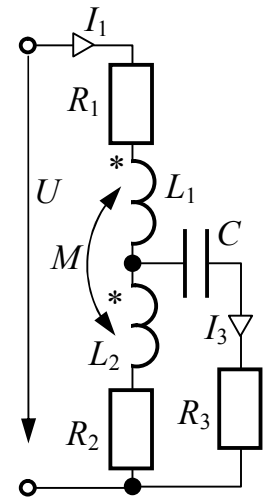


Рис. 3-26

3-27. Активна потужність джерела ЕРС частотою 50 Гц становить $P_E = 400 \text{ Вт}$, причому $I_2 = 0$. Опори кола: $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $X_1 = 15 \text{ Ом}$, $X_2 = 30 \text{ Ом}$, $X_3 = 60 \text{ Ом}$, $X_{M12} = 3 \text{ Ом}$, $X_{M23} = 4 \text{ Ом}$, $X_{M31} = 12 \text{ Ом}$.

Визначити величини ємності C , ЕРС E і показ вольтметра U_V .

Відповіді. $C = 1061 \text{ мкФ}$, $E = 100 \text{ В}$, $U_V = 75 \text{ В}$.

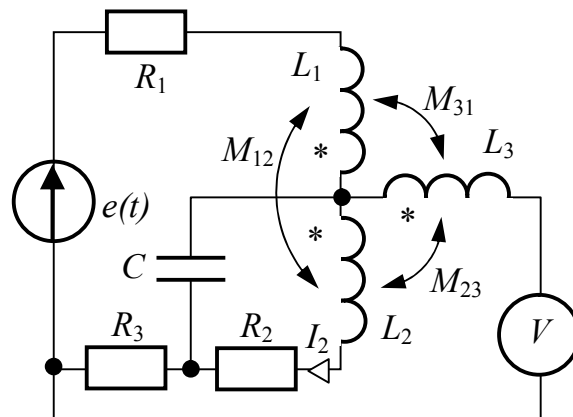


Рис. 3-27

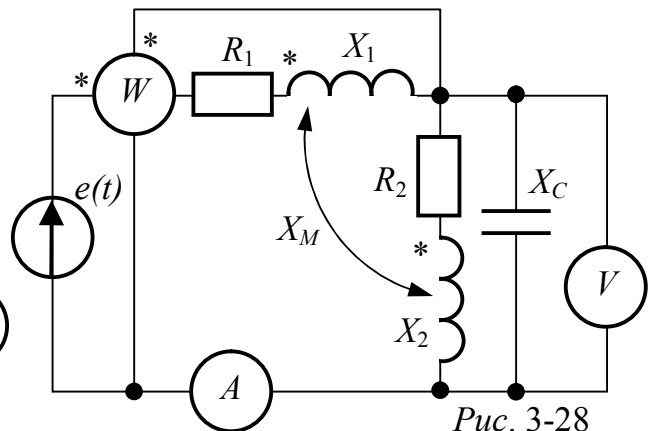


Рис. 3-28

3-28. У колі синусоїдного струму покази приладів: $U_V = 120$ В, $I_A = 3$ А, $P_W = 360$ Вт. Опори кола $X_C = 30$ Ом, $X_M = 7.5$ Ом, $R_1 = R_2$, $X_1 = X_2$.

Визначити R_1 , R_2 , X_1 , X_2 і активну потужність джерела P_E .
Відповідь. $R_1 = R_2 = 18$ Ом, $X_1 = X_2 = 16.5$ Ом, $P_E = 612$ Вт.

3-29. Відомо: $E_1 = 100$ В, $L_4 = L_5 = L_6$, $k_{345} = 0.7$, $k_{356} = 0.5$, $k_{346} = 0.1$, $I_{A1} = I_{A2} = I_{A3}$, $P_W > 0$.

Визначити показ вольтметра.
Розв'язання. Будуємо векторну діаграму, враховуючи, що вектори струмів створюють рівнобічний трикутник, а кут між струмом I_2 і напругою на ватметрі додатний (рис. 3-29,а). Альтернативний трикутник струмів, зображений штриховою лінією не задовольняє умову $P_W > 0$. $\varphi = 30^\circ$.

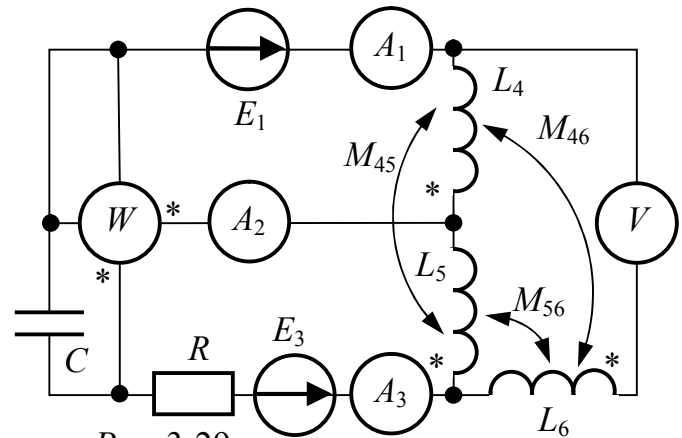


Рис. 3-29

Запишемо струми у комплексній формі:

$$\underline{I}_1 = I \cdot e^{j120^\circ}, \quad \underline{I}_2 = I \cdot e^{j60^\circ}, \quad \underline{I}_3 = I.$$

Запишемо рівняння для напруги на вольтметрі

$$\underline{U}_V + \underline{Z}_6 \underline{I}_6 + \underline{Z}_{46} \underline{I}_1 - \underline{Z}_{56} \underline{I}_3 + \underline{Z}_4 \underline{I}_1 - \underline{Z}_{45} \underline{I}_3 - \underline{Z}_5 \underline{I}_3 + \underline{Z}_{45} \underline{I}_1 = 0,$$

де $\underline{Z}_4 = \underline{Z}_5 = \underline{Z}_6 = jX$, $\underline{Z}_{45} = jk_{345} \sqrt{X_4 X_5} = j \cdot 0.7X$,

$$\underline{Z}_{56} = j \cdot 0.5X, \quad \underline{Z}_{46} = j \cdot 0.1X, \quad \underline{I}_6 = 0.$$

$$\underline{U}_V = [-j \cdot 0.1X - jX - j \cdot 0.7X] \cdot \underline{I}_1 + [j \cdot 0.5X + j \cdot 0.7X + jX] \cdot \underline{I}_3 = -j \cdot 1.8X \cdot \underline{I}_1 + j \cdot 2.2X \cdot \underline{I}_3 = 3.47X \cdot I \cdot e^{j63.19^\circ}.$$

Значення добутку $X \cdot I$ знайдемо з рівняння за другим законом Кірхгофа для контуру з першим джерелом:

$$\underline{Z}_4 \cdot \underline{I}_1 - \underline{Z}_{45} \cdot \underline{I}_3 = \underline{E}_1 = 100 \cdot e^{j\psi},$$

$$jX \cdot I \cdot e^{j120^\circ} - j \cdot 0.7X \cdot I = 1.48X \cdot I \cdot e^{-j125.82^\circ} = 100 \cdot e^{j\psi}, \quad X \cdot I = 67.57.$$

Нарешті, показ вольтметра $U_V = 3.47X \cdot I = 234.5$ В.

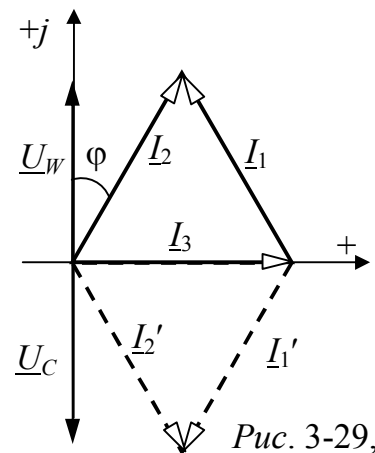


Рис. 3-29,а

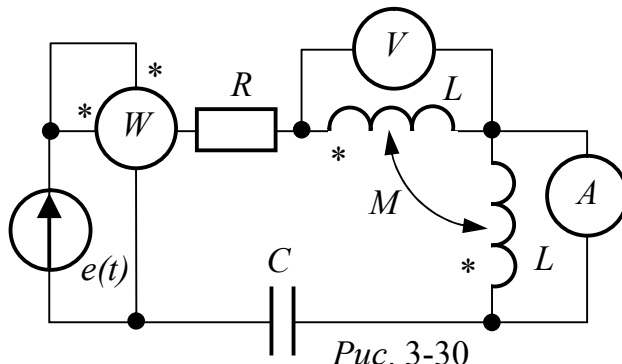


Рис. 3-30

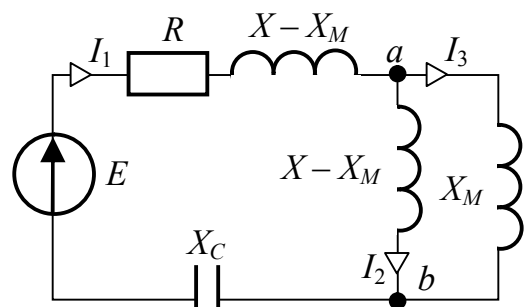


Рис. 3-30,а

3-30. Параметри кола: $k_3 = 0.5$, $e(t) = 282.84 \sin(1000t)$ В. Покази приладів: $U_V = 60$ В, $I_A = 2$ А, $P_W = 480$ Вт.

Визначити параметри R , L , M , C .

Розв'язання. Виконаємо еквівалентування індуктивного зв'язку (рис. 3.34,а). У цій схемі $I_3 = I_A = 2$ А, $Z_3 = jX_M = 0.5jX$, $U_{ab} = Z_3 \cdot I_3 = jX$,
 $Z_2 = -jX_M + jX = j0.5X = Z_3$,
 $I_2 = I_3 = 2$ А, $I_1 = I_2 + I_3 = 4$ А,
 $R = P_W / I_1^2 = 30$ Ом.

Запишемо для початкової схеми рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$jX \cdot I_1 - j0.5X \cdot I_2 - \underline{U}_V = 0.$$

Усі величини співпадають за фазою, тому

$$4X - X - 60 = 0, \text{ звідки } X = 20 \text{ Ом.}$$

Опір кола:

$$\underline{Z} = R - jX_C + jX - j0.5X + j0.25X = 30 + j(0.75X - X_C) = \underline{E} / \underline{I}_1.$$

Ця ж величина за модулем:

$$50^2 = 30^2 + (0.75X - X_C)^2, \text{ або } |15 - X_C| = 40.$$

Оскільки $X_C > 0$, єдина відповідь $X_C = 55$ Ом.

Остаточні відповіді: $L = 0.02$ Гн, $M = 0.01$ Гн, $C = 18.18$ мкФ.

3-31. В електричному колі з синусоїдною ЕРС $e(t) = 40\sqrt{2} \sin(1000t)$ В відомі покази приладів: $I_1 = 4$ А, $I_2 = 0$, $P_W = 96$ Вт, $k_3 = 0.5$.

Визначити ємність конденсатора C , опір резисторів R , індуктивність котушок L .

Розв'язання. Виконаємо еквівалентування індуктивного зв'язку (рис. 3.31,а). У цій схемі $X_M = 0.5X$, $I_2 = 0$, $I = I_1 = 4$ А, тобто у вітці з ємністю має місце резонанс напруг $X_C = X_M = 0.5X$, а вся активна потужність споживається резистором вітки з джерелом: $R = P_W / I^2 = 6$ Ом.

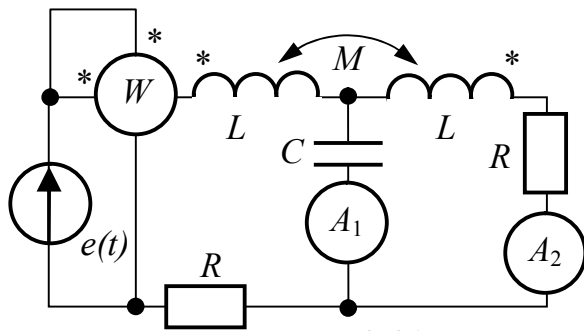


Рис. 3-31

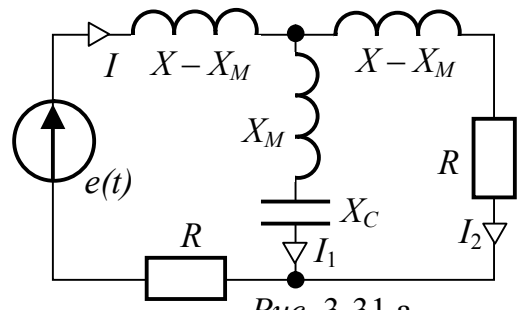


Рис. 3-31,а

Для струму джерела маємо

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X - X_M)^2}} = \frac{40}{\sqrt{6^2 + (0.5X)^2}} = 4 \text{ А,}$$

звідси $X = 16$ Ом, $L = 16$ мГн, $X_C = X_M = 8$ Ом, $M = 8$ мГн, $C = 125$ мкФ.

3-32. В електричному колі з синусоїдною ЕРС $e(t) = 40\sqrt{2} \sin(1000t)$ В відомі покази приладів: $I_A = 2$ А, $P_W = 96$ Вт, причому $L_2 = L_3 = L$, $k_3 = 0.5$. Після застосування магнітного екрану індуктивний зв'язок зник ($k_3' = 0$), але показ амперметра не змінився, а ватметр показав $P_W = 0$.

Визначити параметри елементів (R , C , L_1 , L), якщо реактивна потужність джерела за наявності індуктивного зв'язку $Q > 0$.

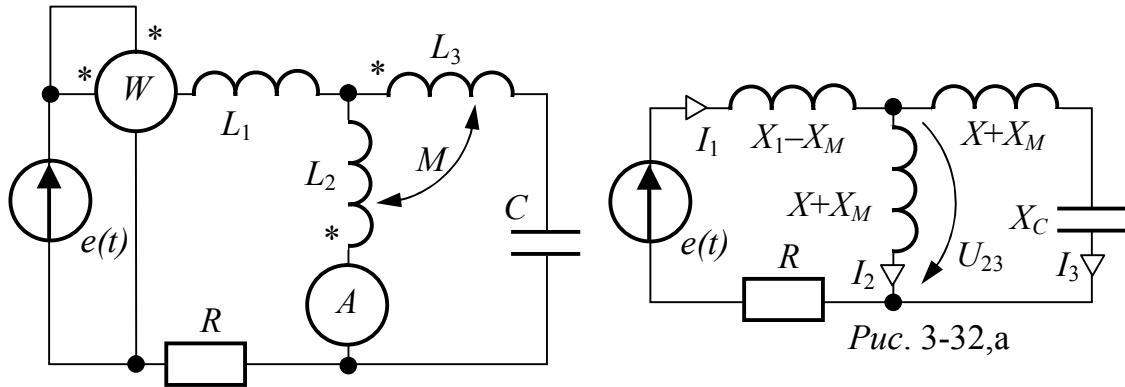


Рис. 3-32

Розв'язання. Розглянемо коло за відсутності індуктивного зв'язку. Нульовий показ ватметра $P_W = 0$ можливий лише за умови $I_1 = 0$, що означає резонанс струмів на паралельній ділянці кола:

$$X_C - X = X, \text{ або } X_C = 2X.$$

З іншого боку, якщо $I_1 = 0$, то $U_{X2} = E = 40$ В. Тоді $X = E/I_A = 20$ Ом, $X_C = 40$ Ом, $X_M = 10$ Ом.

Повертаємося до початкового режиму. Схема після еквівалентування індуктивного зв'язку подана на рис. 3-36,а. Вхідний опір кола

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R + j(X_1 - X_M) + \frac{j(X + X_M) \cdot j(X + X_M - X_C)}{j(X + X_M) + j(X + X_M - X_C)} \\ &= R + j(X_1 - 10) - j15 = R + j(X_1 - 25). \end{aligned}$$

Приймемо $I_2 = I_A = 2$ А. Тоді $\underline{U}_{23} = j(X + X_M) \cdot I_2 = j60$ В,

$$I_3 = \underline{U}_{23}/Z_3 = j60/(-j10) = -6 \text{ А}, \quad I_1 = I_2 + I_3 = -4 \text{ А}.$$

$$R = P_W/I_1^2 = 6 \text{ Ом}, \quad Z = E/I_1 = 40/4 = 10 \text{ Ом}, \quad X_1 - 25 = \pm 8 \text{ Ом},$$

але з урахуванням $Q > 0$ $X_1 = 33$ Ом.

Остаточні відповіді: $R = 6$ Ом, $L_1 = X_1/1000 = 0.033$ Гн, $M = X_M/1000 = 0.01$ Гн, $L = M/k_3 = 0.02$ Гн, $C = 1/(1000X_C) = 25 \cdot 10^{-6}$ Ф = 25 мкФ.

3-33. Відомо: $R_1 = 40$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $X_L = X_C = 40$ Ом, $X_M = 20$ Ом, $U_V = 125$ В, $I_{A1} = 0$.

Визначити покази решти амперметрів і ЕРС E .

Відповіді. Через те, що $I_{A1} = 0$, струм через опори R не тече, і внутрішня частина кола ніякого впливу не має. Струм замикається зовнішнім контуром. Таким

чином, струм $I_{A3} = \frac{U_V}{\sqrt{R_2^2 + X_L^2}} = 2.5$ А, а ЕРС

$$E = I_{A3} \cdot \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_L - X_C)^2} = I_{A3} \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = 200 \text{ В}.$$

Ідеальний коливальний контур не споживає енергії і знаходиться під напругою

$$U = I_{A3} \cdot \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + X_C^2} = 100\sqrt{2} \text{ В}.$$

Струм у цьому контурі (показ другого амперметра):

$$I_{A2} = U/(X_L - X_M) = 5\sqrt{2} \text{ А}.$$

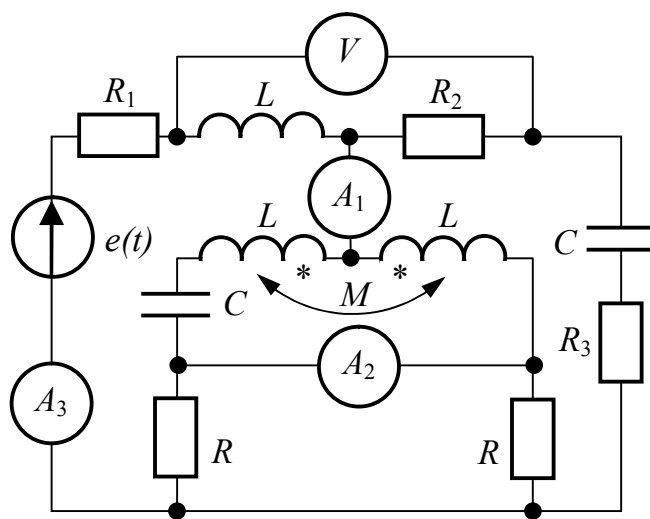


Рис. 3-33

4 ТРИФАЗНІ КОЛА

Зауваження до розділу. За замовчуванням трифазне джерело вважається симетричним з прямою послідовністю чергування фаз частотою 50 Гц, а $\underline{U}_A = U_A$.

4-1. До трифазного генератора з лінійною напругою $U_l = 380$ В увімкнене навантаження, з'єднане у зірку з нульовим проводом. Потужності фаз наступні: $P_A = 0$, $P_B = 2200$ Вт, $P_C = 4200$ Вт. Після обривання нульового проводу потужність у фазі B дорівнює нулю.

Визначити комплекси опорів \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C , якщо $\varphi_B = -60^\circ$.

Розв'язання. Фазна напруга джерела при з'єднанні у зірку $U_\phi = U_l / \sqrt{3} = 220$ В.

З виразу потужності $P_B = U_\phi I_B \cos \varphi_B$ знаходимо:

$$I_B = \frac{P_B}{U_\phi \cos \varphi_B} = \frac{2200}{220 \cdot 0.5} = 20 \text{ А}, \quad \underline{Z}_B = 11 \cdot e^{-j60^\circ} = 5.5 - j9.526 \text{ Ом}.$$

Після обривання нульового проводу $I_B = 0$, тобто напруга на навантаженні фази B дорівнює нулю. Тоді фазні напруги і струми навантаження наступні:

$$\underline{U}_B' = 0, \quad \underline{U}_A' = \underline{U}_A - \underline{U}_B = \underline{U}_{AB} = 380 \cdot e^{j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_C' = -\underline{U}_{BC} = 380 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A' / \underline{Z}_A, \quad \underline{I}_B = 0, \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C' / \underline{Z}_C, \quad \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0, \quad \text{звідки } \underline{I}_A = -\underline{I}_C,$$

$$\text{або } \frac{380 e^{j30^\circ}}{\underline{Z}_A} = -\frac{380 e^{j90^\circ}}{\underline{Z}_C}, \quad \underline{Z}_C = \underline{Z}_A \cdot e^{-j120^\circ}.$$

$P_A = 0$, тому опір \underline{Z}_A є реактивним: $\underline{Z}_A = \pm jX$, але ємність неможлива, інакше $\underline{Z}_C = X \cdot e^{-j210^\circ}$. Тому $\underline{Z}_A = jX$, $\underline{Z}_C = X \cdot e^{-j30^\circ}$.

Повертаємось до початкового режиму і знаходимо струм I_C , а потім опори фаз C і A :

$$I_C = \frac{P_C}{U_\phi \cos(-30^\circ)} = 22 \text{ А}, \quad \underline{Z}_C = 10 \cdot e^{-j30^\circ} = 8.66 - j5 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_A = j10 \text{ Ом}.$$

4-2. До симетричної трифазної системи з лінійною напругою U_l увімкнені конденсатор з опором X і реактивний двополюсник Π відповідно до схеми рис. 4-2.

Визначити показ ватметра.

Розв'язання. Усе навантаження реактивне, тому активна потужність P кола дорівнює нулю. Активна потужність трифазного трипровідного кола, виражена через лінійні напруги:

$$P = \operatorname{Re}[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^*] + \operatorname{Re}[\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^*] = \operatorname{Re}[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^*] + P_W.$$

Звідси шуканий показ ватметра:

$$\begin{aligned} P_W &= -\operatorname{Re}[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^*] = -\operatorname{Re} \left[U_l \cdot e^{-j30^\circ} \cdot \left(\frac{\underline{U}_{AB}}{-jX} \right)^* \right] = \\ &= -\operatorname{Re} \left[U_l \cdot e^{-j30^\circ} \cdot \frac{U_l \cdot e^{-j30^\circ}}{jX} \right] = -\frac{U_l^2}{X} \cdot \cos(-150^\circ) = 0.866 \frac{U_l^2}{X}. \end{aligned}$$

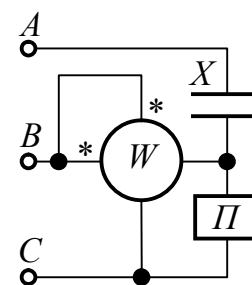


Рис. 4-2

4-3. Опори навантаження трифазної системи $R = X$. Вольтметр показує 100 В, за замкненого ключа амперметр показує 10 А.

Визначити показ ватметра а) за вимкненого ключа; б) за замкненого ключа.

Розв'язання. Задані напруга і струм можуть розглядатися як напруга розімкненого кола і струм короткого замикання кола відносно затискачів ключа: $U_p = 100$ В, $I_k = 10$ А. Вхідний опір кола відносно затискачів ключа з урахуванням резонансу струмів у фазах A і B дорівнює $R = U_p/I_k = 10$ Ом. Напруга неробочого ходу (напруга зміщення нейтралі)

$$\underline{U}_p = \frac{\underline{U}_A/(-jX) + \underline{U}_B/(jX) + \underline{U}_C/R}{(-jX)^{-1} + (jX)^{-1} + R^{-1}} = R \cdot [\underline{U}_A/(-jX) + \underline{U}_B/(jX) + \underline{U}_C/R].$$

Струм короткого замикання

$$\underline{I}_k = \underline{U}_p/R = \underline{U}_A/(-jX) + \underline{U}_B/(jX) + \underline{U}_C/R = \frac{U_\phi}{R} \cdot 2.73e^{j120^\circ},$$

$$\underline{I}_k = \frac{U_\phi}{R} \cdot 2.73, \text{ звідки } U_\phi = \frac{R \cdot I_k}{2.73} = 100/2.73 = 36.6 \text{ В.}$$

Визначаємо покази ватметра. За замкненого ключа

$$I_{W'} = U_\phi/R = 36.6/10 = 3.66 \text{ А, } P_{W'} = R \cdot (I_{W'})^2 = 134 \text{ Вт.}$$

Виконаємо розрахунок за розімкненого ключа. Напруга зміщення нейтралі

$$\underline{U}_p = R \cdot [\underline{U}_A/(-jX) + \underline{U}_B/(jX) + \underline{U}_C/R] = 10 \cdot [36.6/(-j10) + 36.6 \cdot e^{-j120^\circ}/(j10) + 36.6 \cdot e^{j120^\circ}/10] = 100 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Струм ватметра $\underline{I}_{W''} = \frac{\underline{U}_C - \underline{U}_p}{R} = 6.34 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ А.}$

Показ ватметра $P_{W''} = R \cdot (I_{W''})^2 = 402 \text{ Вт.}$

4-4. ЕРС фази A джерела:

$$e_A(t) = 200\sin(\omega t) - 150\sin(2\omega t) + 80\sin(3\omega t - 30^\circ) \text{ В.}$$

Опори кола на частоті ω : $R = 40$ Ом, $\omega L_1 = \omega L_2 = 1/(\omega C_2) = 20$ Ом, $1/(\omega C_1) = 80$ Ом.

Визначити показ амперметра.

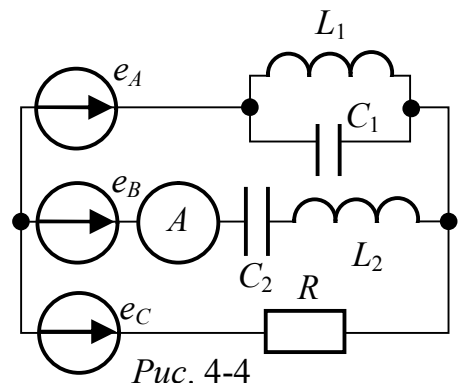
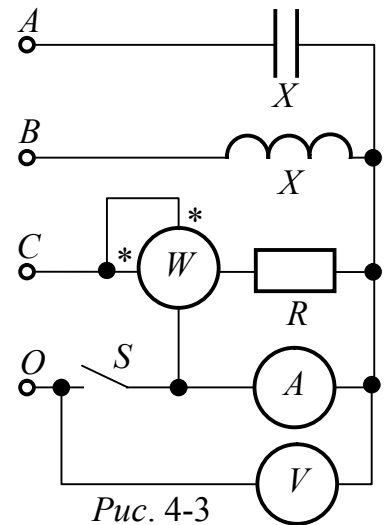
Розв'язання. Виконуємо розрахунок першої гармоніки:

$$\underline{Z}_A^{(1)} = \frac{j20 \cdot (-j80)}{-j60} = j80/3 \text{ Ом, } \underline{Z}_B^{(1)} = 0, \underline{Z}_C^{(1)} = R = 40 \text{ Ом.}$$

У фазі B коротке замикання, тому

$$\underline{I}_A^{(1)} = \frac{\underline{U}_{AB}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = \frac{141.4 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}}{j80/3} = 4.59 - j7.96 \text{ А,}$$

За вимкненого ключа



$$\underline{I}_C^{(1)} = \frac{\underline{U}_{CB}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = \frac{141.4 \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j90}}{40} = j6.12 \text{ A},$$

$$\underline{I}_B^{(1)} = -(\underline{I}_A^{(1)} + \underline{I}_C^{(1)}) = 4.59 - j1.84 = 4.94 \cdot e^{-j21.74^\circ} \text{ A}.$$

Виконуємо розрахунок кола для другої гармоніки, враховуючи зворотний порядок чергування фаз.

$$\underline{Z}_A^{(2)} = \infty, \underline{Z}_B^{(2)} = j30 \text{ Ом}, \underline{Z}_C^{(2)} = R = 40 \text{ Ом}.$$

$$\underline{I}_B^{(2)} = -\underline{I}_C^{(2)} = \frac{\underline{U}_{BC}^{(2)}}{\underline{Z}_B^{(2)} + \underline{Z}_C^{(2)}} = \frac{(150/\sqrt{2}) \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j90}}{j30 + 40} = 3.67 \cdot e^{j53.1^\circ} \text{ A}.$$

Розрахунок третьої гармоніки не потрібен, оскільки за відсутності нейтралі струми не протікають.

Остаточно діюче значення шуканого струму, яке вимірюється амперметром, дорівнює $I_B = \sqrt{[I_B^{(1)}]^2 + [I_B^{(2)}]^2} = \sqrt{4.94^2 + 3.67^2} = 6.16 \text{ A}.$

4-5. Усі фазні струми навантаження дорівнюють 1 А. Додаткова інформація: $R = 20 \text{ Ом}, I_{A1} = 1 \text{ A}.$

Визначити покази другого і третього амперметрів I_{A2} та I_{A3} і активну потужність кола P .

Розв'язання. У рівнянні за першим законом Кірхгофа – $\underline{I}_{A1} - \underline{I}_{AB} + \underline{I}_{CA} = 0$ усі струми дорівнюють 1 А, тому їх вектори утворюють рівнобічний трикутник на векторній діаграмі (рис. 4-5,а). Прийmemo $\underline{I}_{AB} = 1 \text{ A},$ тоді $\underline{U}_{AB} = R \cdot \underline{I}_{AB} = 20 \text{ В},$
 $\underline{U}_{BC} = 20 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В},$ $\underline{U}_{CA} = 20 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В},$
 $\underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC}/R = 1 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ A}.$

Для векторів \underline{I}_{CA} і \underline{I}_{A1} є два варіанти розташування відносно вектора $\underline{I}_{AB} = 1 \text{ A}.$ Перший з них – $\underline{I}_{A1} = 1 \cdot e^{j60^\circ} \text{ A}, \underline{I}_{CA} = 1 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ A}.$ Але у цьому випадку кут між напругою \underline{U}_{CA} і струмом \underline{I}_{CA} буде більшим $90^\circ,$ що неможливо. Тому правильним є другий варіант – $\underline{I}_{A1} = 1 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ A}, \underline{I}_{CA} = 1 \cdot e^{j60^\circ} \text{ A},$ який відображений на векторній діаграмі.

Решта шуканих величин:

$$\underline{I}_{A2} = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 1.732 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ A}, I_{A2} = 1.732 \text{ A},$$

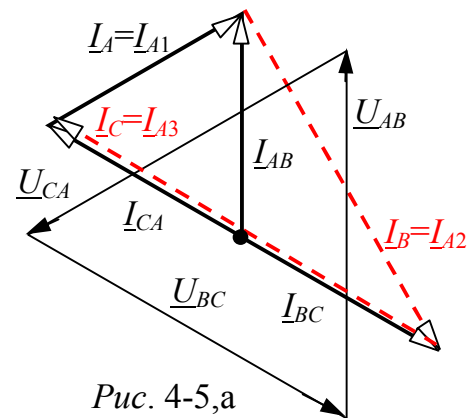
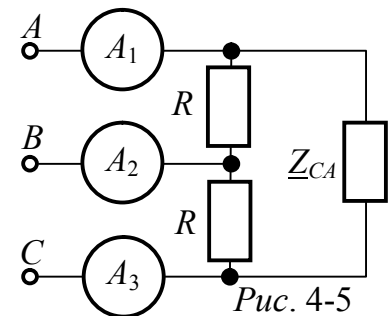
$$\underline{I}_{A3} = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 2 \cdot e^{j60^\circ} \text{ A}, I_{A3} = 2 \text{ A}, \underline{Z}_{CA} = \underline{U}_{CA}/\underline{I}_{CA} = 20 \cdot e^{j60^\circ} = 10 + j17.32 \text{ Ом},$$

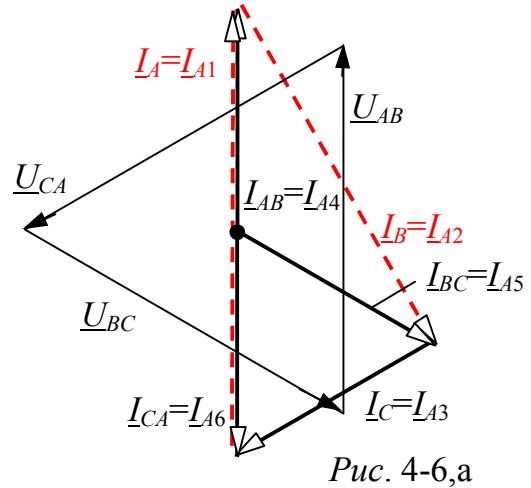
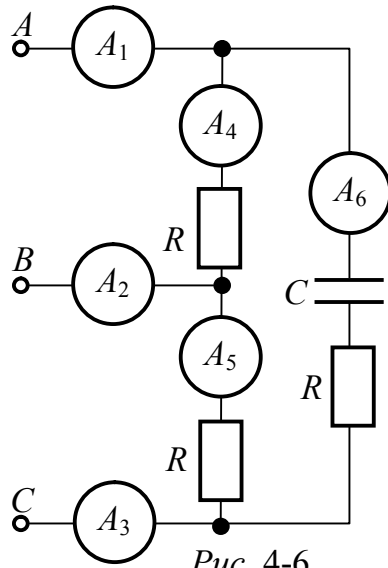
$$P = R \cdot I_{AB}^2 + R \cdot I_{BC}^2 + \text{Re}(\underline{Z}_{CA}) \cdot I_{CA}^2 = 20 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1^2 = 50 \text{ Вт}.$$

4-6. Відомі покази амперметрів трифазного кола: $I_{A1} = 2 \text{ A}, I_{A3} = 1 \text{ A}, I_{A4} = 1 \text{ A}, I_{A5} = 1 \text{ A}.$

Визначити покази амперметрів A_2 і A_6 .

Відповідь. Будуємо векторну діаграму (рис. 4.6,а). З неї знаходимо $I_{A2} = 1.732 \text{ A}, I_{A6} = 1 \text{ A}.$





4-7. Симетричний приймач увімкнений до трифазного генератора з лінійною напругою $U_l = 220$ В. Покази ватметрів: $P_{W1} = 3$ кВт, $P_{W2} = 0$.

Визначити комплекс опору навантаження \underline{Z}_ϕ .

Розв'язання. Комплекси лінійних напруг генератора:

$$\underline{U}_{AB} = 220 \text{ В}, \underline{U}_{BC} = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}, \underline{U}_{CA} = 220 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

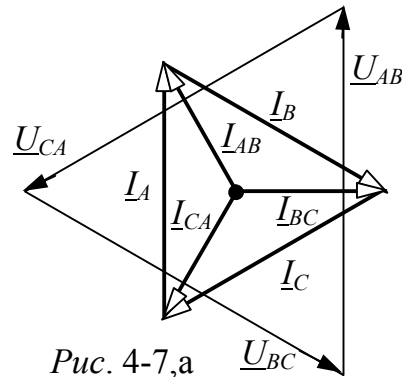
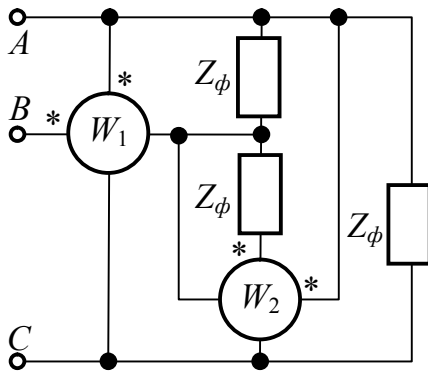


Рис. 4-7

Будуємо векторну діаграму (рис. 4-7,а). Врахуємо, що оскільки $P_{W2} = 0$, то вектор струму \underline{I}_{BC} перпендикулярний до вектора напруги \underline{U}_{AB} .

Запишемо показ першого ватметра. Напруга на ватметрі

$$\underline{U}_{W1} = -\underline{U}_{CA} = 220 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В}.$$

За діаграмою $\underline{I}_{BC} = I_\phi \cdot e^{-j90^\circ}$ А, $\underline{I}_B = \sqrt{3} I_\phi \cdot e^{-j120^\circ}$ А, тоді $\underline{I}_{W1}^* = \underline{I}_B^* = \sqrt{3} I_\phi \cdot e^{j120^\circ}$ А.

Остаточно $P_{W1} = \text{Re}(\underline{U}_{W1} \cdot \underline{I}_{W1}^*) = \text{Re}(220 \cdot e^{-j60^\circ} \cdot \sqrt{3} I_\phi \cdot e^{j120^\circ}) = 3000$ Вт, звідки

$$I_\phi = \frac{3000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot \cos 60} = 15.75 \text{ А}, \underline{I}_{BC} = 15.75 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ А}.$$

$$\text{Шуканий опір } \underline{Z}_\phi = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{I}_{BC}} = \frac{220 e^{-j120}}{15.75 e^{-j90}} = 13.97 \cdot e^{-j30^\circ} = 12.12 - j7 \text{ Ом}.$$

4-8. Покази усіх амперметрів однакові – 10 А, значення опорів – $R = X_L = X_C = 2 \text{ Ом}$.

Визначити комплекси лінійних напруг \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} .

Розв'язання. Перейдемо до розгляду еквівалентної зірки опорів:

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{AB}\underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} = -j2 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_{BC}\underline{Z}_{AB}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} = j2 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{CA}\underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} = 2 \text{ Ом}.$$

Оскільки лінійні струми однакові та їх сума дорівнює нулю, вони утворюють симетричну систему векторів, тобто зсунуті між собою на 120° . Прийmemo $\underline{I}_A = 10 \text{ А}$, тоді за умови прямої послідовності чергування лінійних струмів $\underline{I}_B = 10 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_C = 10 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А}$.

Фазні напруги еквівалентної зірки

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_A \cdot \underline{I}_A = -j20 \text{ В}, \quad \underline{U}_B = \underline{Z}_B \cdot \underline{I}_B = 20 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_C = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_C = 20 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Лінійні напруги за другим законом Кірхгофа

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = 20 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = 38.64 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = 38.64 \cdot e^{j105^\circ} \text{ В}.$$

За умови зворотної послідовності чергування лінійних струмів маємо наступні відповіді: $\underline{I}_A = 10 \text{ А}$, $\underline{I}_B = 10 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_C = 10 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ А}$;

$$\underline{U}_A = -j20 \text{ В}, \quad \underline{U}_B = 20 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_C = 20 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{AB} = 20 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{BC} = 10.35 \cdot e^{j135^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{CA} = 10.35 \cdot e^{j165^\circ} \text{ В}.$$

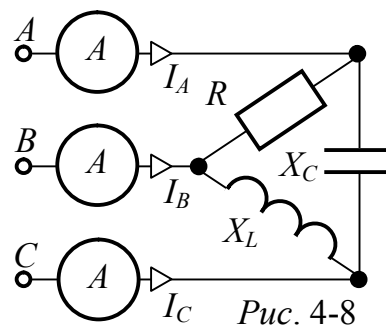


Рис. 4-8

4-9. Лінійна напруга трифазного джерела $U_n = 220 \text{ В}$. Також відомо: $P_W = 0$, $R = X_L = 72 \text{ Ом}$.

Визначити опір X_C і лінійні струми.

Розв'язання. Застосуємо теорему про еквівалентний генератор відносно шуканого опору X_C . Фазна напруга генератора $U_\phi = U_n / \sqrt{3} = 127 \text{ В}$.

Прийmemo $\underline{U}_A = 127 \text{ В}$. Тоді $\underline{U}_{AB} = 220 \cdot e^{j30^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_{AC} = 220 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ В}$,

За розімкненої фази B струми $\underline{I}_{Ap} = -\underline{I}_{Cp} = \underline{U}_{AC} / (2Z_A)$. Напруга розімкненого кола $\underline{U}_p = Z_A \underline{I}_{Ap} - \underline{U}_{AB} = 0.5 \underline{U}_{AC} - \underline{U}_{AB} = 110 \cdot e^{-j30^\circ} - 220 \cdot e^{j30^\circ} = 190.5 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}$.

Опір еквівалентного генератора

$$\underline{Z}_{екв} = 0.5 \underline{Z}_A = 0.5 \cdot (72 + j72) = 50.9 \cdot e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

$$\text{Таким чином, струм у фазі } B \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_p}{\underline{Z}_{екв} + \underline{Z}_B} = \frac{190.5 \cdot e^{-j120^\circ}}{50.9 \cdot e^{j45^\circ} - jX_C}.$$

Показ ватметра буде нульовим за умови:

$$\varphi_W = \psi_{uAB} - \psi_{iB} = \pm 90^\circ \text{ або } \psi_{iB} = 30^\circ \pm 90^\circ.$$

Значення $\psi_{iB} = 120^\circ$ не підходить, оскільки аргумент опору в знаменнику не може бути більше 90° . Залишається прийняти $\psi_{iB} = -60^\circ$. Таким чином,

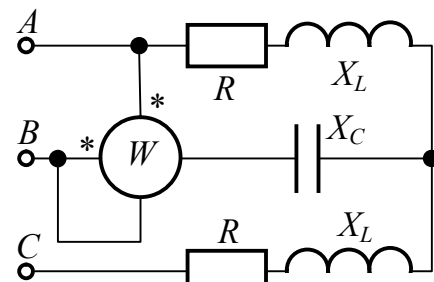


Рис. 4-9

$$36 + j(36 - X_C) = \frac{190.5 \cdot e^{-j120}}{I_B \cdot e^{-j60}} = Z \cdot e^{-j60}.$$

Звідси $Z = 36 / \cos(-60^\circ) = 72 \text{ Ом}$, $36 - X_C = 72 \cdot \sin(-60^\circ) = -62.35 \text{ Ом}$,
 $X_C = 98.35 \text{ Ом}$.

Результати розрахунку кола з відомими опорамі:

$$I_A = 0.395 \cdot e^{-j195^\circ} \text{ А}, \quad I_B = 2.646 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ А}, \quad I_C = 2.383 \cdot e^{j113.26^\circ} \text{ А}.$$

4-10. До трифазного джерела з лінійною напругою $U_n = 220 \text{ В}$ увімкнене навантаження з'єднане у трикутник.

Розрахувати параметри елементів R , $X_L \neq 0$, $X_C \neq 0$, якщо прилади електромагнітної системи показують $I_A = 11 \text{ А}$, $U_V = 0$.

Розв'язання. Побудуємо векторну діаграму (рис. 4-10,а). Вектори напруг на індуктивності та ємності однакові за величиною і спрямовані у протилежні боки, оскільки у сумі вони дають нуль. Тоді вектори струмів I_{AB} і I_{BC} , які перпендикулярні до векторів напруг на індуктивності та ємності, спрямовані вздовж однієї прямої (вектори колінеарні). У сумі два колінеарні вектори напруг на резисторах фаз AB і BC дають лінійну напругу CA . Таким чином, точки схеми m і n , які мають однаковий потенціал завдяки нульовому показу вольтметра, подані на діаграмі точкою, що розташована на стороні CA трикутника ABC . До того ж, ця точка належить перпендикуляру, проведеному із вершини B на сторону CA . Трикутник ABC є рівностороннім, точка m розташована на середині сторони CA . Оскільки резистивні опори фаз AB і BC однакові, це означає рівність струмів $I_{AB} = I_{BC}$. За цієї умови лінійний струм I_B дорівнює нулю. Таким чином, замість трифазного кола маємо однофазне з мішаним з'єднанням трьох однакових резисторів. Виражаємо струми $I_{AB} = I_{BC}$ і I_{CA} через струм $I_A = 11 \text{ А}$: $I_{AB} = I_{BC} = 11/3 \text{ А}$ (два резистори з'єднані послідовно) і $I_{CA} = 22/3 \text{ А}$ (один резистор).

Тоді значення опору резисторів $R = U_n / I_{CA} = 30 \text{ Ом}$. З векторної діаграми маємо: $U_L = U_C = U_n \sqrt{3} / 2$. Реактивні опори: $X_L = X_C = U_L / I_{AB} = 30 \sqrt{3} \text{ Ом}$.

4-11. До симетричного трифазного генератора увімкнене несиметричне навантаження, причому $Z_A = R = 100 \text{ Ом}$. Відомо, що як за замкненого, так і розімкненого ключа струми у колі наступні: $I_A = I_B$, $I_C = \sqrt{2} I_A$.

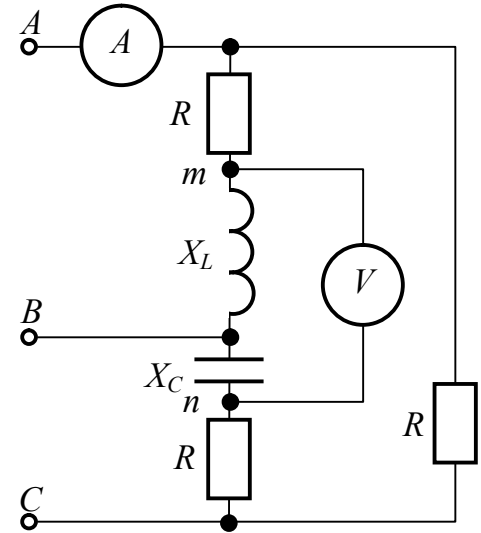


Рис. 4-10

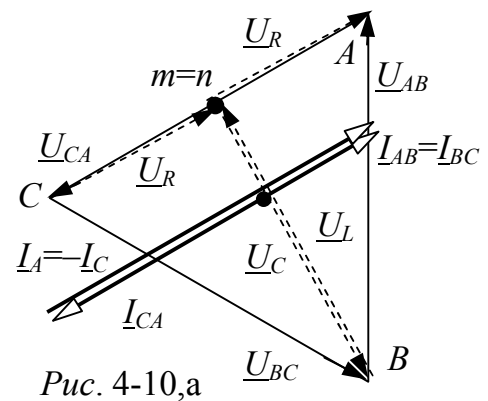
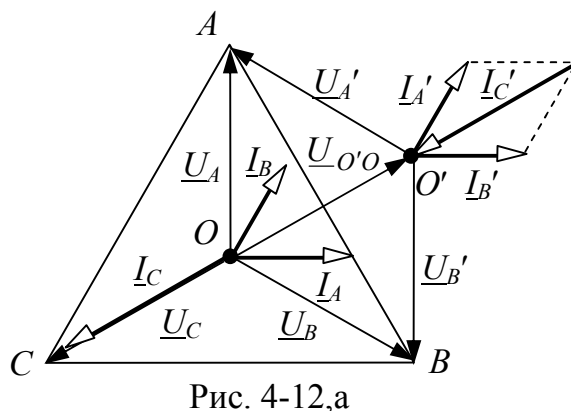
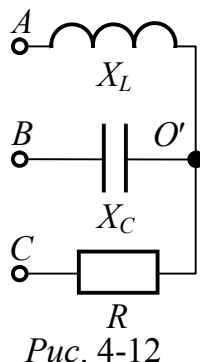
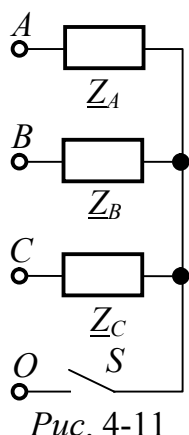


Рис. 4-10,а

Визначити комплексні опори \underline{Z}_B і \underline{Z}_C .
 Відповідь. $\underline{Z}_B = 100 \cdot e^{-j30^\circ}$ Ом, $\underline{Z}_C = 70.71 \cdot e^{-j15^\circ}$ Ом.



4-12. Відомо $I_A = I_B$, $I_C = \sqrt{3} I_A$, $Q_L = 100$ вар.

Визначити потужності кола P і Q .

Розв'язання. За заданих значень струмів їх вектори утворюють трикутник з кутами 30° , 120° , 30° . Таким чином, кут між струмами I_A і I_B дорівнює 60° , а кут між напругами на навантаженні $U_{A'}$ і $U_{B'}$ дорівнює 120° . Лише дві позиції точки O' задовольняють заданим умовам: нейтральна точка навантаження збігається з нейтральною точкою джерела O або вона розташована так, як показано на рис. 4.12,а. Розглянемо обидві можливості.

У першому випадку комплекси струмів: $\underline{I}_A = I \cdot e^{-j90^\circ}$, $\underline{I}_B = I \cdot e^{-j30^\circ}$, $\underline{I}_C = \sqrt{3} I \cdot e^{j120^\circ}$. Співвідношення для опорів: $X_L = X_C = X = \sqrt{3} R$. Потужності кола: $Q_C = Q_L = 100$ вар, $Q = Q_L - Q_C = 0$,

$$P = R \cdot I_C^2 = \frac{X}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} I^2) = \sqrt{3} X I^2 = \sqrt{3} Q_L = 100 \sqrt{3} \text{ Вт.}$$

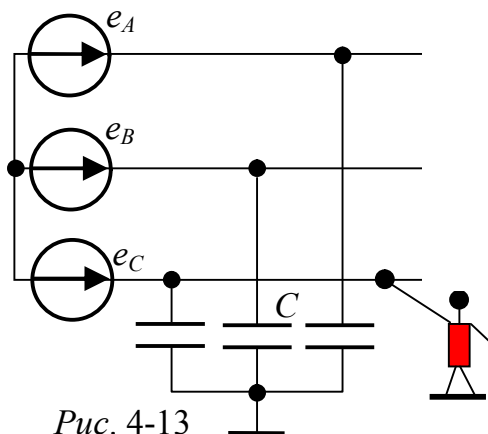
У другому випадку $\underline{I}_{A'} = I \cdot e^{-j30^\circ}$, $\underline{I}_{B'} = I \cdot e^{-j90^\circ}$, $\underline{I}_{C'} = \sqrt{3} I \cdot e^{j120^\circ}$. $U_{A'} = U_{B'}$, тобто $X_L = X_C = X$ і $Q = Q_L - Q_C = 0$. $U_{C'} = 2U_\phi$, тому $R' = 2X/\sqrt{3}$. Значення активної потужності цього разу $P' = R' \cdot (I_{C'})^2 = \frac{2X}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} I^2) = 200 \sqrt{3} \text{ Вт.}$

Таким чином, задача має дві відповіді:

1) $Q = 0$, $P = 100 \sqrt{3}$ Вт, 2) $Q = 0$, $P' = 200 \sqrt{3}$ Вт.

4-13. Трифазний кабель увімкнений до мережі з лінійною напругою 380 В. Ємність жили відносно землі складає 1 мкФ. Вважаючи опір тіла людини рівним 1 кОм, визначити струм через людину у разі торкання до жили кабелю.

Відповіді. По відношенню до людини застосовується теорема про еквівалентний генератор. Напруга розімкненого кола $U_p = 220$ В. Вхідний опір еквівалентного генератора з урахуванням



нульового внутрішнього опору мережі: $X_{екв} = X_C/3 = 1061 \text{ Ом}$. Шуканий струм

$$I = \frac{U_p}{\sqrt{R^2 + X_{екв}^2}} = 0.15 \text{ А.}$$

4-14. Лінійна напруга джерела дорівнює $U_\pi = 380 \text{ В}$, ватметри показують $P_1 = 1718 \text{ Вт}$, $P_2 = 460 \text{ Вт}$.

Визначити опори фаз X_L , X_C , якщо $R = 100 \text{ Ом}$ та фазна напруга приймача $U_{C'} < U_\pi$.

Розв'язання. Комплекси лінійних напруг – $\underline{U}_{AB} = 380 \text{ В}$, $\underline{U}_{BC} = 380 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_{CA} = 380 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$. Сума показів ватметрів дає активну потужність кола: $P = P_1 + P_2 = 2178 \text{ Вт} = R \cdot I_A^2$. Звідси

$$I_A = \sqrt{P/R} = 4.667 \text{ А}, \quad U_a = R \cdot I_A = 466.7 \text{ В.}$$

З виразу $P_1 = U_{AB} \cdot I_A \cdot \cos\phi$ знайдемо кут зсуву фаз між струмом I_A і напругою \underline{U}_{AB} : $\phi = \pm \arccos \frac{P_1}{U_{AB} I_A} = \pm 15^\circ$.

Перевіримо кут $\phi = -15^\circ$:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= 4.667 \cdot e^{j15^\circ} \text{ А}, \quad \underline{U}_A' = 466.7 \cdot e^{j15^\circ} \text{ А}, \\ \underline{U}_{O'O} &= \underline{U}_A - \underline{U}_A' = 220 \cdot e^{-j30^\circ} - 466.7 \cdot e^{j15^\circ} = 347.9 \cdot e^{-j138.4^\circ} \text{ В}, \\ \underline{U}_{C'} &= \underline{U}_C - \underline{U}_{O'O} = 220 \cdot e^{j90^\circ} - 347.9 \cdot e^{-j138.4^\circ} = 520.5 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Це значення $U_{C'} = 520.5 \text{ В}$ не задовольняє умову $U_{C'} < U_\pi$.

Таким чином, беремо кут $\phi = 15^\circ$ і виконуємо ті ж самі розрахунки з наступними результатами:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= 4.667 \cdot e^{-j15^\circ} \text{ А}, \quad \underline{U}_A' = 466.7 \cdot e^{-j15^\circ} \text{ А}, \quad \underline{U}_{O'O} = 260.5 \cdot e^{j177.6^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{C'} = 333.9 \cdot e^{j38.8^\circ} \text{ В}, \\ \underline{U}_B' &= \underline{U}_B - \underline{U}_{O'O} = 139.5 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Струм I_C за ємнісного навантаження випереджає напругу $\underline{U}_{C'}$ на 90° , тому його фаза $\psi_{iC} = 38.8^\circ + 90^\circ = 128.8^\circ$.

Значення струму I_C знайдемо з показу другого ватметра:

$$I_C = \frac{P_2}{U_\pi \cdot \cos(\psi_{uCB} - \psi_{iC})} = \frac{460}{380 \cdot \cos(60^\circ - 128.8^\circ)} = 3.339 \text{ А},$$

а у комплексній формі $\underline{I}_C = 3.339 \cdot e^{j128.8^\circ} \text{ А}$.

Останній лінійний струм $\underline{I}_B = -(\underline{I}_A + \underline{I}_C) = 2.789 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ А}$.

Значення шуканих опорів

$$X_L = U_B' / I_B = 50 \text{ Ом}, \quad X_C = U_{C'} / I_C = 100 \text{ Ом}.$$

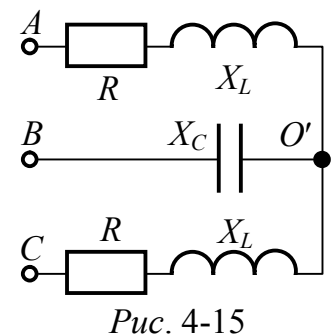
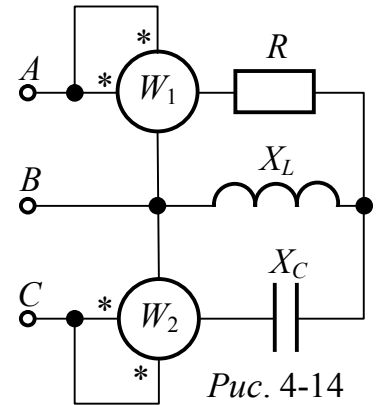
4-15. Відомо: $\underline{I}_B = -\underline{I}_C$, $X_C = 200 \text{ Ом}$.

Визначити опори R і X_L .

Відповідь. $I_A = 0$, на ВД точки A і O' збігаються;

$$R = 100\sqrt{3} \text{ Ом}, \quad X_L = 100 \text{ Ом}.$$

4-16. До трифазного джерела з лінійною напругою $U_\pi = 220 \text{ В}$ увімкнений з'єднаний у зірку несиметричний приймач. Розрахувати параметри елементів R ,



X_L , X_C і напругу між нейтралями, якщо амперметри електромагнітної системи показують однакові значення струмів 10 А, а покази фазометрів нульові.

Розв'язання. Фазні напруги джерела у комплексній формі: $\underline{U}_A = 127 \text{ В}$, $\underline{U}_B = 127 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_C = 127 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$.

Значення струмів однакові, їх сума дорівнює нулю, оскільки нейтраль відсутня, тому вектори струмів утворюють симетричну систему векторів. За нульових показів фазометрів струми \underline{I}_B і \underline{I}_C синфазні з напругами \underline{U}_B і \underline{U}_C , відповідно. Тоді комплекси струмів: $\underline{I}_A = 10 \text{ А}$, $\underline{I}_B = 10 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_C = 10 \cdot e^{j120^\circ} \text{ А}$.

Будуємо векторну діаграму (рис. 4-16,а), з якої знаходимо $\underline{U}_{O'O} = -254 \text{ В}$,

$\underline{U}_A' = 380 \text{ В}$, $\underline{U}_B' = 220 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_C' = 220 \cdot e^{j30^\circ} \text{ В}$.

Опори приймача за законом Ома:

$R = U_A'/I_A = 38 \text{ Ом}$, $X_C = U_B'/I_B = 22 \text{ Ом}$,

$X_L = U_C'/I_C = 22 \text{ Ом}$.

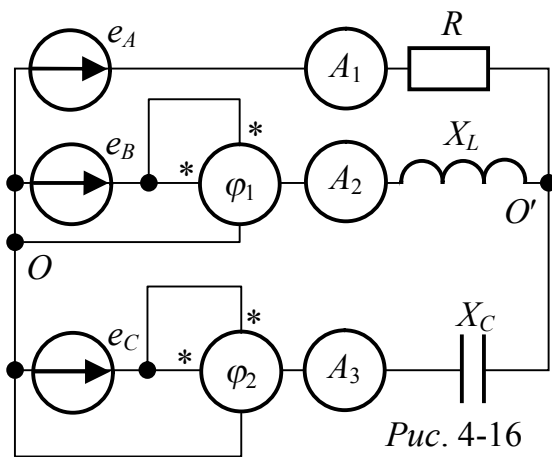


Рис. 4-16

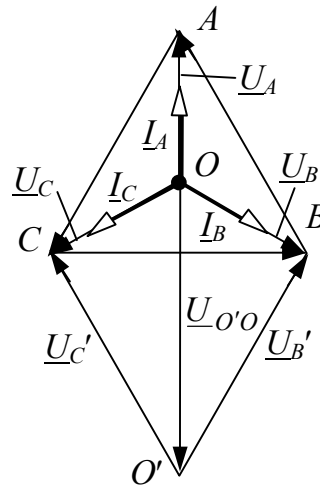


Рис. 4-16,а

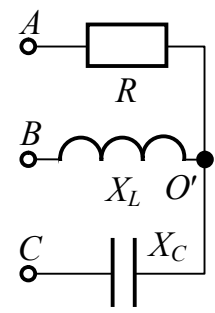


Рис. 4-17

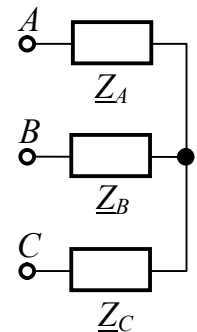


Рис. 4-18

4-17. Відомо: $R = 200 \text{ Ом}$.

Визначити X_L і X_C , за яких лінійні струми утворюють симетричну систему векторів і за фазою збігаються з відповідними фазними напругами генератора.

Відповідь. Див. ВД до задачі 4-16 (рис. 4-16,а); $X_L = X_C = 115.5 \text{ Ом}$.

4-18. До джерела несиметричної системи лінійних напруг увімкнене несиметричне навантаження, з'єднане у зірку. Параметри кола: $\underline{U}_{AB} = 70 \text{ В}$, $\underline{U}_{BC} = -j60 \text{ В}$, $\underline{Z}_A = 10 \cdot e^{j30^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_B = 5 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_C = 10 \text{ Ом}$.

Визначити активну, реактивну і повну потужності навантаження.

Розв'язання. Третя лінійна напруга

$$\underline{U}_{CA} = -(\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC}) = 100 \cdot e^{j143.13^\circ} \text{ В}.$$

Перейдемо до еквівалентного трикутника опорів:

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_B}{\underline{Z}_C} = 15.6 \cdot e^{-j6.74^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{BC} = 15.6 \cdot e^{-j36.74^\circ} \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_{CA} = 31.2 \cdot e^{j53.26^\circ} \text{ Ом}.$$

Фазні струми навантаження визначаємо за законом Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB}/\underline{Z}_{AB} = 5.13 \cdot e^{j6.74^\circ} \text{ А}, \quad \underline{I}_{BC} = 3.85 \cdot e^{-j53.26^\circ} \text{ А}, \quad \underline{I}_{CA} = 3.21 \cdot e^{j89.87^\circ} \text{ А}.$$

Шукані потужності:

$$\underline{S}_{AB} = \underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_{AB}^* = 407.4 - j48.1 \text{ ВА}, \underline{S}_{BC} = 188.7 - j138 \text{ ВА}, \underline{S}_{CA} = 194.9 + j256.9 \text{ ВА},$$

$$\underline{S} = 791.0 + j70.8 \text{ ВА}, P = 791 \text{ Вт}, Q = 70.8 \text{ вар}, S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 794.2 \text{ ВА}.$$

4-19. До джерела несиметричної системи лінійних напруг $U_{AB} = U_{CA} = 220 \text{ В}$, $U_{BC} = 311 \text{ В}$ увімкнене симетричне навантаження, з'єднане у зірку (рис. 4.18), причому $Z_A = Z_B = Z_C = R = 10 \text{ Ом}$.

Визначити струм фази A .

Відповідь. $I_A = 10.37 \text{ А}$.

4-20. Відомо: $E_\phi = 127 \text{ В}$, покази ватметра – 0, вольтметра – $U_V = 176 \text{ В}$, амперметра – $I_A = 11 \text{ А}$.

Визначити параметри навантаження R, R_A, L_A .

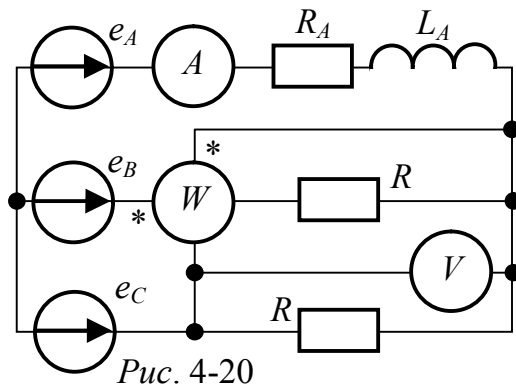


Рис. 4-20

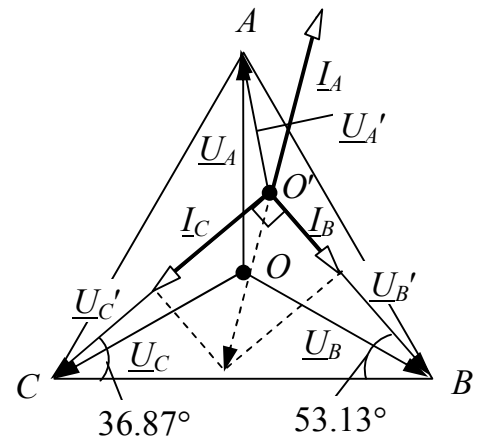


Рис. 4-20,а

Розв'язання. За нульового показу ватметра кут зсуву фаз між напругою $\underline{U}_{C'}$ і струмом \underline{I}_B , а також, враховуючи резистивний характер опору фази B , між напругами $\underline{U}_{C'}$ і $\underline{U}_{B'}$ складає 90° (див. рис. 4-20,а). У прямокутному трикутнику напруг $\underline{U}_{C'}$, $\underline{U}_{B'}$, \underline{U}_{BC} дві напруги відомі: $U_{BC} = 220 \text{ В}$ (лінійна напруга), $U_{C'} = 176 \text{ В}$ (показ вольтметра). Таким чином, значення напруги $U_{B'} = \sqrt{U_{BC}^2 - (U_{C'})^2} = 132 \text{ В}$.

Враховуючи однакове навантаження R фаз B і C , струми I_C і I_B співвідносяться так само, як і напруги, тобто $I_B = 0.75I_C$, або $I_C = 1.333I_B$. Трикутник струмів також прямокутний. Знаючи струм $I_A = 11 \text{ А}$, можна визначити решту струмів:

$$11^2 = I_B^2 + I_C^2 = (0.75I_C)^2 + I_C^2,$$

$$I_C = 8.8 \text{ А}, I_B = 6.6 \text{ А}.$$

Шуканий опір $R = U_{B'}/I_B = 20 \text{ Ом}$.

Запишемо величини у комплексній формі: $\underline{U}_{CA} = 220 \cdot e^{j150^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_{C'} = 176 \cdot e^{j126.87^\circ} \text{ В}$, $\underline{U}_{A'} = \underline{U}_{C'} - \underline{U}_{CA} = 90.34 \cdot e^{j19.93^\circ} \text{ В}$, $\underline{I}_A = 11 \cdot e^{-j16.26^\circ} \text{ А}$, $\underline{Z}_A = \underline{U}_{A'}/\underline{I}_A = 8.213 \cdot e^{j36.19^\circ} = 6.628 + j4.85 \text{ Ом}$, отже, $R_A = 6.628 \text{ Ом}$, $L_A = 15.44 \text{ мГн}$.

4-21. У трифазному приймачі, що живиться від трифазного генератора, усі лампи розжарювання однакової потужності. Після перегорання трьох ламп між показами

амперметрів виникло співвідношення $I_{A1} < I_{A2} < I_{A3}$, а показ третього амперметра став 1.2 А.

Визначити покази решти амперметрів.

Розв'язання. Навантаження чисто активне, і симетричне. Якби лампи перегоріли по одній у кожній з фаз, система залишилась би симетричною. Таким чином, в одній з фаз перегоріли обидві лампи. За умовами задачі найменший струм I_A , найбільший – I_C , тому дві лампи перегоріли у фазі AB , а третя – у фазі CA .

Запишемо напруги і струми у комплексній формі:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= U_{\text{л}}, & \underline{U}_{BC} &= U_{\text{л}} \cdot e^{-j120^\circ}, & \underline{U}_{CA} &= U_{\text{л}} \cdot e^{j120^\circ}, \\ \underline{I}_{AB} &= 0, & \underline{I}_{BC} &= \frac{U_{\text{л}}}{0.5R} \cdot e^{-j120^\circ}, & \underline{I}_{CA} &= \frac{U_{\text{л}}}{R} \cdot e^{j120^\circ}, \end{aligned}$$

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_{CA} = \frac{U_{\text{л}}}{R} \cdot e^{-j60^\circ}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} = \frac{U_{\text{л}}}{0.5R} \cdot e^{-j120^\circ},$$

$$\underline{I}_C = -(\underline{I}_A + \underline{I}_B) = -\frac{U_{\text{л}}}{R} \cdot (e^{-j60^\circ} + 2e^{-j120^\circ}) = \frac{U_{\text{л}}}{R} \cdot 2.646e^{j79.1^\circ} = 1.2 \cdot e^{j79.1^\circ} \text{ А.}$$

Звідси $U_{\text{л}}/R = 0.4535$, а модулі струмів:

$$I_A = 0.4535 \text{ А}, \quad I_B = 0.907 \text{ А}, \quad I_C = 1.2 \text{ А.}$$

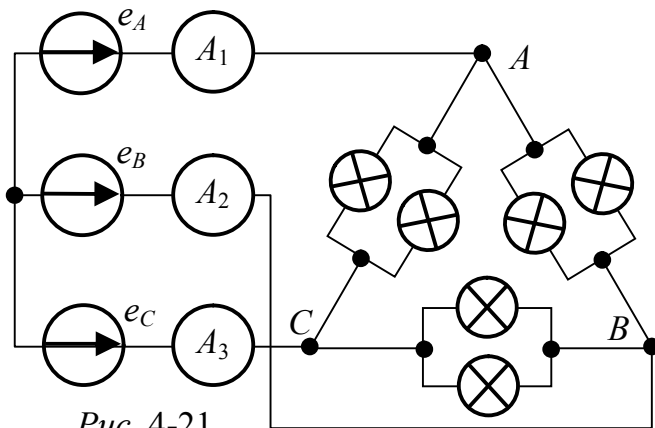


Рис. 4-21

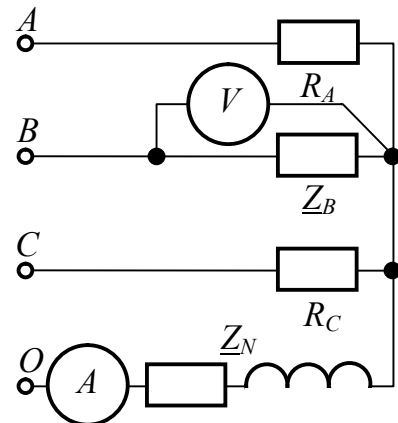


Рис. 4-22

4-22. У трифазному колі $E_\phi = 220 \text{ В}$, $R_A = 20 \text{ Ом}$, $R_C = 10 \text{ Ом}$, $Z_N = 10 \cdot e^{j30^\circ} \text{ Ом}$. Електромагнітні вольтметр і амперметр показують $U_{B'} = 180 \text{ В}$, $I_N = 4 \text{ А}$.

Визначити опір фази B навантаження Z_B .

Розв'язання. Напруга зміщення нейтралі ($U_N = Z_N I_N = 40 \text{ В}$) у сумі з напругою фази B навантаження ($U_{B'} = 180 \text{ В}$) дорівнює фазній напрузі ($E_\phi = 220 \text{ В}$). Це означає, що напруги \underline{U}_N , \underline{U}_B , $\underline{U}_{B'}$ мають однаковий аргумент. Запишемо величини і виконаємо розрахунки у комплексній формі:

$$\underline{U}_A = E_\phi = 220 \text{ В}, \quad \underline{U}_B = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_C = 220 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{B'} = 180 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_N = 40 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{I}_N = \underline{U}_N / Z_N = 4 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_N) / R_A = 12 + j1.732 \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_N) / R_C = -9 + j22.517 = 24.25 \cdot e^{j111.79^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = -(\underline{I}_A + \underline{I}_C) = -6.464 - j26.249 = 27.03 \cdot e^{-j103.83^\circ} \text{ А},$$

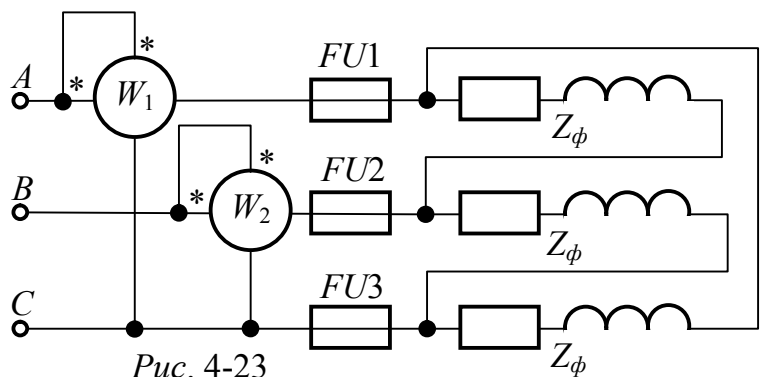
$$Z_B = \underline{U}_{B'} / \underline{I}_B = 6.66 \cdot e^{-j16.17^\circ} \text{ Ом.}$$

4-23. У симетричному трифазному колі для вимірювання активної потужності використані два ватметри за схемою Арона. Якими були покази ватметрів у симетричному колі, якщо після перегорання третього запобіжника $FU3$ вони показують: $P_{W1} = 300$ Вт, $P_{W2} = 0$.

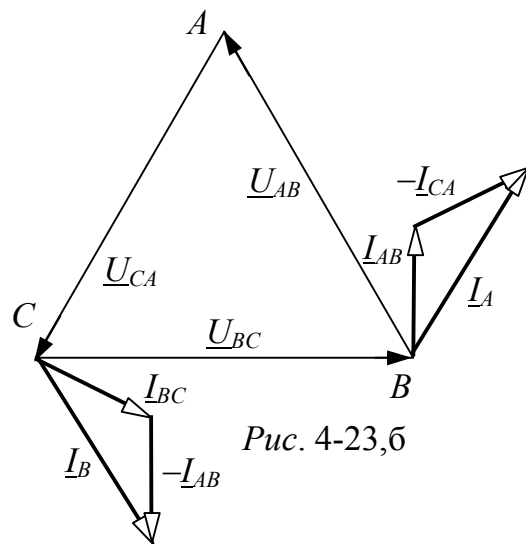
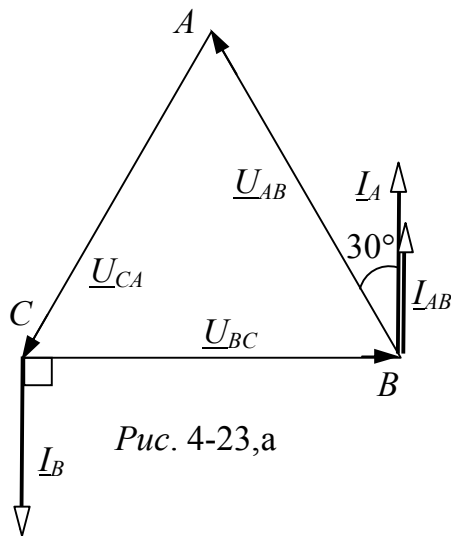
Розв'язання. Спочатку розглянемо коло після перегорання запобіжника. Коло виявляється простим з паралельним з'єднанням опорів Z_ϕ і $2Z_\phi$, тому струми наступні:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB}/Z_\phi, \quad \underline{I}_A = -\underline{I}_B = 1.5\underline{I}_{AB}$$

або $I_A = 1.5I_\phi$.



З формули $P_{W2} = U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos\varphi_{W2} = 0$ отримуємо $\varphi_{W2} = \pm 90^\circ$, тобто вектори \underline{U}_{BC} і \underline{I}_B перпендикулярні. З урахуванням індуктивного характеру навантаження слід прийняти кут $\varphi_{W2} = +90^\circ$ (див. рис. 4-23,а). За векторною діаграмою визначаємо кут зсуву фаз для навантаження – $\varphi_n = 30^\circ$ (кут між напругою \underline{U}_{AB} і струмом \underline{I}_{AB}).



Розглянемо вираз для першого ватметра $P_{W1} = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos\varphi_{W1} = 300$ Вт. З діаграми $\varphi_{W1} = -30^\circ$. Таким чином, $P_{W1} = U_\phi \cdot 1.5I_\phi \cdot (\sqrt{3}/2) = 300$ Вт. Звідси $U_\phi I_\phi = 230.9$.

Тепер розглянемо початкове симетричне коло. Векторна діаграма для цього випадку подана на рис. 4-23,б. За симетричного навантаження $\varphi_{W1} = 0$, $\varphi_{W2} = 60^\circ$.

Остаточно визначаємо шукані покази ватметрів:

$$P_{W1} = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos\varphi_{W1} = U_\phi I_\phi \sqrt{3} = 400 \text{ Вт},$$

$$P_{W2} = U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos\varphi_{W2} = U_\phi I_\phi \sqrt{3} \cos 60^\circ = 200 \text{ Вт}.$$

4-24. До симетричного трифазного джерела увімкнений з'єднаний зіркою несиметричний приймач.

Розрахувати параметри елементів R , X і ЕРС джерела, якщо покази приладів: $P_W = 0$, $I_N = 63.5$ А, $U_V = 190$ В.

Розв'язання. Задля наочності будуюмо векторну діаграму (рис. 4-24,а). Оскільки $P_W = 0$, то вектор струму I_C перпендикулярний до вектору напруги U_A .

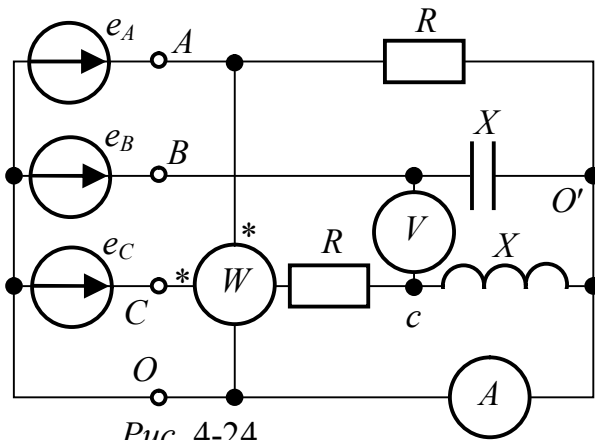


Рис. 4-24

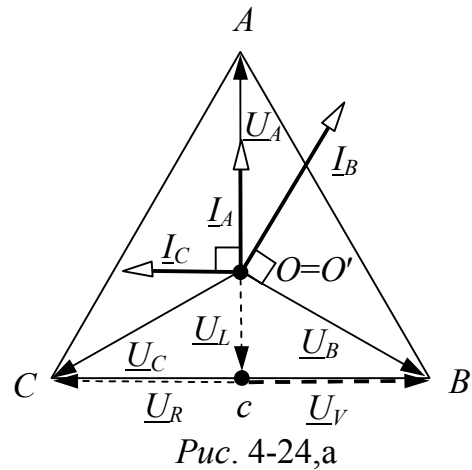


Рис. 4-24,а

Відносно струму I_C будуюмо напруги U_L і U_R і отримуємо точку c .

Запишемо всі величини у комплексній формі згідно з векторною діаграмою.

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= U_\phi, & \underline{U}_B &= U_\phi \cdot e^{-j120^\circ}, & \underline{U}_C &= U_\phi \cdot e^{j120^\circ}, \\ \underline{U}_L &= -0.5U_\phi, & \underline{U}_R &= 0.5\sqrt{3} U_\phi \cdot e^{j90^\circ}, & \underline{U}_V &= 0.5\sqrt{3} U_\phi \cdot e^{-j90^\circ}. \end{aligned}$$

Таким чином, $U_V = 0.5\sqrt{3} U_\phi = 190$ В, звідки $U_\phi = 220$ В.

Аргумент комплексного опору фази C $\varphi_C = \arctg(U_L/U_R) = 30^\circ$,

опір фази C :

$$\underline{Z}_C = Z_C \cdot e^{j30^\circ} = 0.866Z_C + j0.5Z_C = R + jX, \text{ звідки } R = 0.866Z_C, X = 0.5Z_C.$$

Комплекси струмів:

$$\underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C = \frac{220 \cdot e^{j120^\circ}}{Z_C e^{j30^\circ}} = jI_C, \text{ де } I_C = 220/Z_C,$$

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / R = 220 / (0.866Z_C) = 1.155I_C,$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}_B / (-jX) = 220 \cdot e^{-j120^\circ} / (0.5Z_C \cdot e^{-j90^\circ}) = 2I_C \cdot e^{-j30^\circ},$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 1.155I_C + 2I_C \cdot e^{-j30^\circ} + jI_C = 2.887I_C = 63.5, \text{ звідки } I_C = 22 \text{ А.}$$

Таким чином, значення струмів і опорів:

$$I_C = 22 \text{ А}, I_A = 25.4 \text{ А}, I_B = 44 \text{ А},$$

$$Z_C = U_\phi / I_C = 10 \text{ Ом}, R = 8.66 \text{ Ом}, X = 5 \text{ Ом}.$$

4-25. Трифазний генератор ($E_\phi = 127$ В) живить трифазний приймач. Показ ватметра $P_W = 1905$ Вт, струми $I_B = I_C = 10$ А, $R_B = 16$ Ом.

Визначити величини C_A, R_A, R_C .

Порада і відповідь. Через показ ватметра знайти фазу струму ψ_{iB} , причому з двох можливих відповідей вибрати одну вірну, а потім записати комплекси усіх струмів і напруг. $C_A = 912$ мкФ, $R_A = 8.76$ Ом, $R_C = 11.4$ Ом.

4-26. У колі відомо: $X = 20$ Ом, $P_W = 0$.

Визначити опір R .

Розв'язання. Векторна діаграма кола наведена на рис. 4-26,а. За нульового показу ватметра вектори струму I_C та напруги U_B' взаємно перпендикулярні. За вказаних

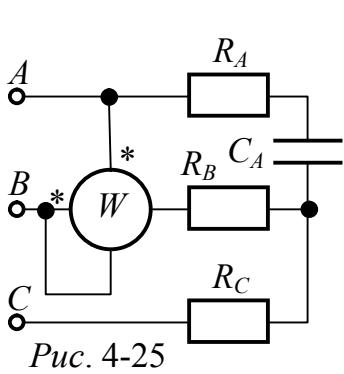


Рис. 4-25

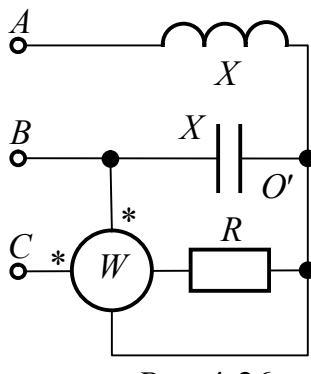


Рис. 4-26

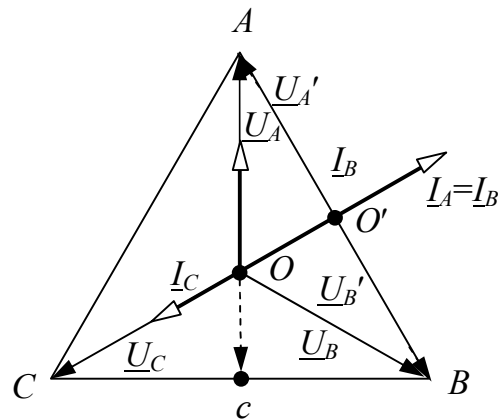


Рис. 4-26,a

параметрів кола струм фази C : $I_C = (U_n/X) \cdot e^{j2\pi/3}$. Отже, точка O' повинна знаходитися на середині сторони AB трикутника лінійних напруг (див. рис. 4-26,a).

Таким чином, $U_{A'} = U_{B'} = U_n/2 = 0.866U_\phi$, $I_A = I_B = 0.866U_\phi/X = 0.0433U_\phi$, $U_{C'} = 1.5U_\phi$, $I_C = 2I_A = 0.0866U_\phi$, $R = U_{C'}/I_C = 1.5U_\phi/0.0866U_\phi = 17.32$ Ом.

4-27. У трифазному колі симетричне джерело і симетричне навантаження. Реактивний опір фази навантаження складає $1/\sqrt{3}$ Ом. Покази ватметрів $P_1 = 200$ Вт, $P_2 = 100$ Вт.

Визначити опір навантаження Z , лінійні струм I_n і напругу U_n .

Розв'язання. Активна і реактивна потужності кола:

$$P = P_1 + P_2 = 300 \text{ Вт}, \quad Q = \sqrt{3} \cdot (P_1 - P_2) = 100\sqrt{3} \text{ вар.}$$

Оскільки $Q > 0$, характер навантаження індуктивний.

Потужності однієї фази:

$$P_\phi = P/3 = 100 \text{ Вт}, \quad Q_\phi = Q/3 = 100/\sqrt{3} \text{ вар}, \quad S_\phi = \sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2} = 200/\sqrt{3} \text{ ВА.}$$

$$\text{Коефіцієнт потужності } \cos\varphi = P_\phi/S_\phi = \sqrt{3}/2, \quad \varphi = 30^\circ.$$

Комплексний опір фази

$$\underline{Z} = \frac{X}{\sin\varphi} \cdot e^{j\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 0.5} \cdot e^{j30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{j30^\circ} = 1 + j\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ Ом.}$$

$$\text{Лінійний струм } I_n = \sqrt{\frac{S_\phi}{Z}} = \sqrt{\frac{200 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2}} = 10 \text{ А.}$$

$$\text{Фазна і лінійна напруги } U_\phi = Z \cdot I_n = 20/\sqrt{3} \text{ В}, \quad U_n = \sqrt{3} U_\phi = 20 \text{ В.}$$

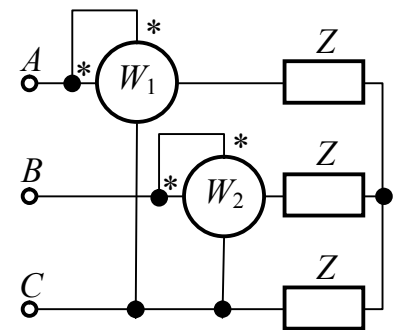


Рис. 4-27

4-28. Для трифазного кола відомо: $X = R\sqrt{3}$, $U_V = 90\sqrt{3}$ В.

Визначити фазну напругу джерела.

Розв'язання. Перетворимо трикутник опорів приймача у еквівалентну зірку. З урахуванням того, що індуктивність і ємність взаємно компенсуються, маємо $R_a = R_b = R_c = \frac{1}{3}R$.

$$\underline{U}_A = U_\phi, \underline{U}_B = U_\phi \cdot e^{-j120^\circ}, \underline{U}_C = U_\phi \cdot e^{j120^\circ},$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_\phi}{R + R/3} \cdot e^{j120^\circ} = \frac{U_\phi}{1.333R} \cdot e^{j120^\circ},$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{I}_C}{\sqrt{3} \cdot e^{-j30^\circ}} = \frac{U_\phi}{2.309R} \cdot e^{j150^\circ}.$$

Напряга на вольтметрі

$$\underline{U}_V = R \cdot \underline{I}_C + (-jR\sqrt{3}) \cdot \underline{I}_{CA} = \frac{U_\phi}{1.333} \cdot e^{j120^\circ} + \frac{U_\phi \sqrt{3}}{2.309} \cdot e^{j60^\circ} = 0.75 \sqrt{3} U_\phi \cdot e^{j90^\circ},$$

$$U_V = 0.75 \sqrt{3} U_\phi = 90 \sqrt{3} \text{ В, звідки } U_\phi = 120 \text{ В.}$$

4-29. Фазна напруга генератора несинусоїдна

$$u_A(t) = 27\sqrt{2} \sin(2\omega t + 30^\circ) + 30\sqrt{2} \sin(3\omega t) \text{ В.}$$

Відомо: $2\omega L = R\sqrt{3}$.

Визначити показ електромагнітного вольметра.

Відповідь. $U_V = 0$.

4-30. Навантаження симетричне. Показ амперметра

$I_A = 2 \text{ А}$, а прилади, які увімкнені до середин опорів, дають наступні покази: $U_V = 190 \text{ В}$, $P_W = 0$.

Визначити комплекс фазного опору навантаження

\underline{Z}_ϕ .

Відповіді. Векторна діаграма подана на рис. 4-30,а. Напруги на ватметрі і на вольтметрі геометрично є середніми лініями трикутника ABC . Вектори \underline{I}_{AB} і \underline{U}_W взаємно перпендикулярні. Оскільки $|\varphi| < 90^\circ$, то $\varphi = 30^\circ$.

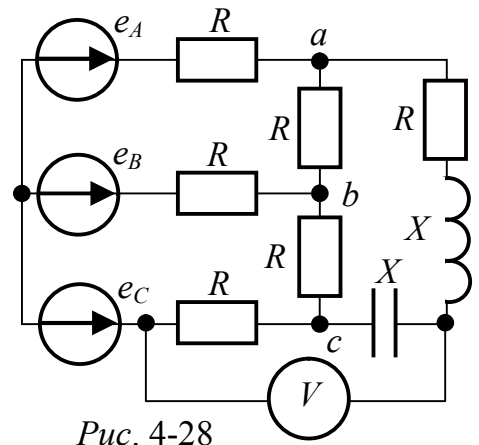


Рис. 4-28

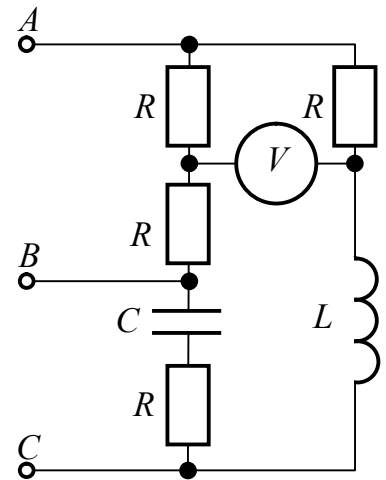


Рис. 4-29

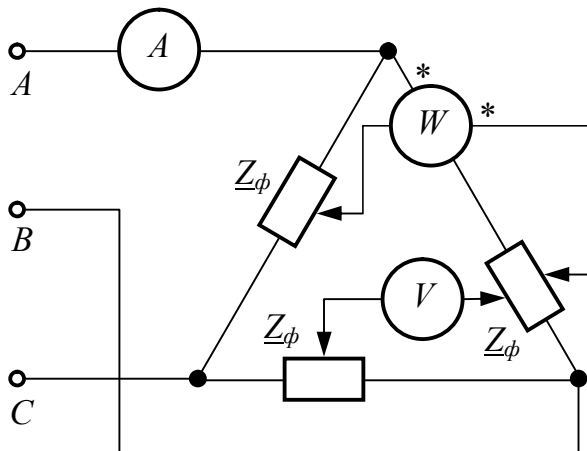


Рис. 4-30

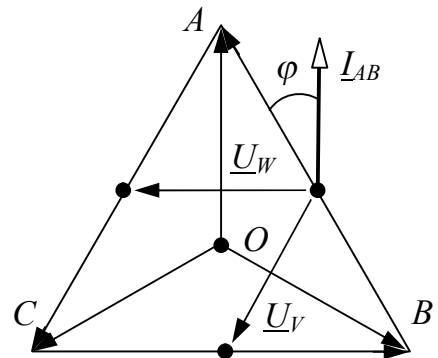


Рис. 4-30,а

$$U_n = 2U_V = 380 \text{ В}, I_\phi = I_n/\sqrt{3} = I_A/\sqrt{3} = 2/\sqrt{3} \text{ А},$$

$$Z_\phi = U_n/I_\phi = \frac{380\sqrt{3}}{2} = 330 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_\phi = Z_\phi \cdot e^{j\varphi} = 330 \cdot e^{j30^\circ} = 285 + j165 \text{ Ом}.$$

4-31. Відомі покази приладів: $U_\phi = 127 \text{ В}$, $I_B = 2 \text{ А}$, $P_W = 110\sqrt{3} \text{ Вт}$.

Визначити струм проводу A .

Відповіді. $R = 63.5 \text{ Ом}$, $X = 110 \text{ Ом}$, $I_A = 1 \text{ А}$.

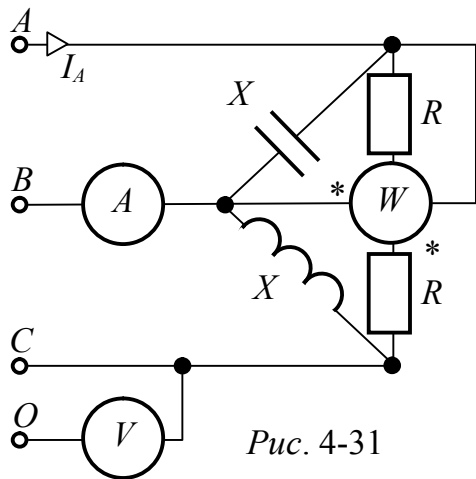


Рис. 4-31

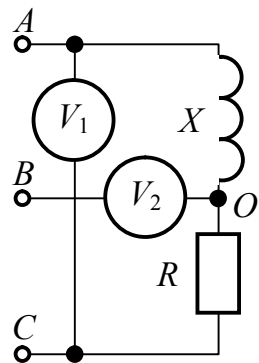


Рис. 4-32

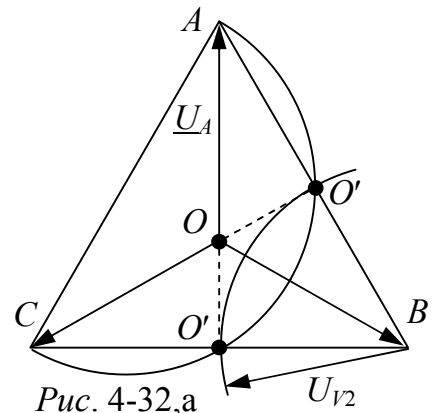


Рис. 4-32,а

4-32. Відомо: $R = 10 \text{ Ом}$, показ першого вольтметра вдвічі більший за показ другого вольтметра ($U_{V1} = 2U_{V2}$).

Визначити X .

Розв'язання. Побудуємо векторно-топографічну діаграму (рис. 4-32,а). Визначимо місце знаходження нейтральної точки навантаження O' .

З одного боку, напруга між точками B і O' визначається другим вольтметром, показ якого вдвічі менший за лінійну напругу (показ першого вольтметра), тобто відстань між цими точками на діаграмі дорівнює половині сторони трикутника ABC . Таким чином, точка O' міститься на дузі радіусом $1/2 U_n$ з центром у точці B .

З іншого боку, опори R і X утворюють послідовне з'єднання, а трикутник $AO'C$ (трикутник напруг) на діаграмі є прямокутним. Тож будуємо дугу на стороні AC як на діаметрі.

Дві побудовані дуги мають дві точки перетину, тобто в задачі дві відповіді. З трикутників $AO'C$ з гострими кутами 30° і 60° отримуємо:

$$1) X = R\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ Ом або } 2) X = R/\sqrt{3} = 10/\sqrt{3} \text{ Ом}.$$

4-33. В колі $U_n = 220 \text{ В}$, $R = X_L = X_C$.

Визначити показ вольтметра.

Відповідь. Під час розв'язання задачі звернути увагу на резонанс напруг на ділянці BC , а також на те, що R -опори утворюють симетричну зірку, завдяки чому нейтральні точки приймача і джерела мають однаковий потенціал. $U_V = 304 \text{ В}$.

4-34. За якого значення R показ ватметра буде дорівнювати нулю, якщо опір ємності $X = 90\sqrt{3} \text{ Ом}$? Що покаже вольтметр, якщо показ амперметра 2 А ?

Роз'яснення і відповіді. До вітки з резистором застосовуємо метод еквівалентного генератора, параметри якого $\underline{U}_p = \underline{U}_A = U_\phi$, $\underline{Z}_{екв} = -jX/3$; струм резистора за нульового показу ватметра $\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_p}{R - jX/3} = \frac{U_\phi}{R - jX/3} = 2 \cdot e^{j60^\circ}$ А, звідси $R = 30$ Ом.

$$U_\phi = 2 \cdot \sqrt{R^2 + (X/3)^2} = 120 \text{ В}, U_V = \sqrt{3} U_\phi = 120\sqrt{3} \text{ В}.$$

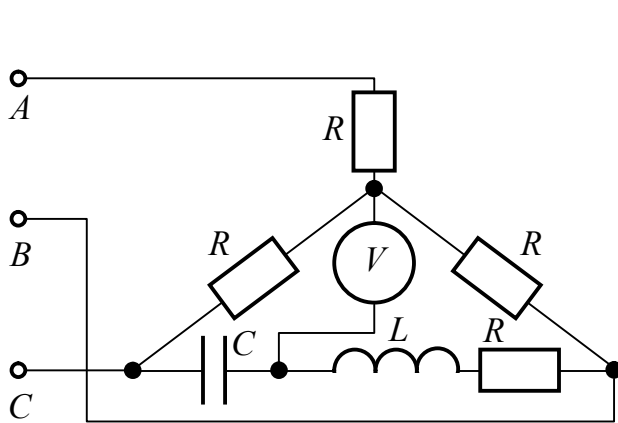


Рис. 4-33

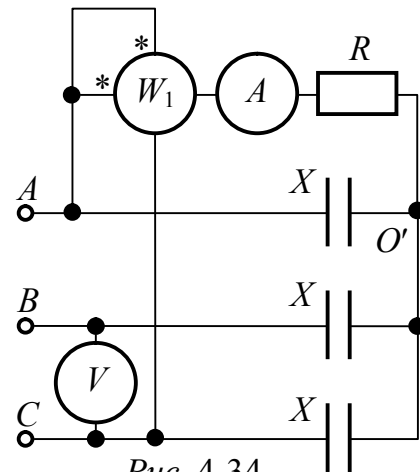


Рис. 4-34

4-35. У колі діє трифазне джерело струму. Опори навантаження мають однакові значення $R = X$. Покази приладів: $P_W = 90$ Вт, $I_A = 1$ А.

Визначити фазний струм джерела J_ϕ і реактивну потужність конденсатора.
Відповідь. Застосувати еквівалентне перетворення трикутника опорів на зірку; $J_\phi = 1.932$ А, $R = X = 180$ Ом, $Q_C = 180$ вар.

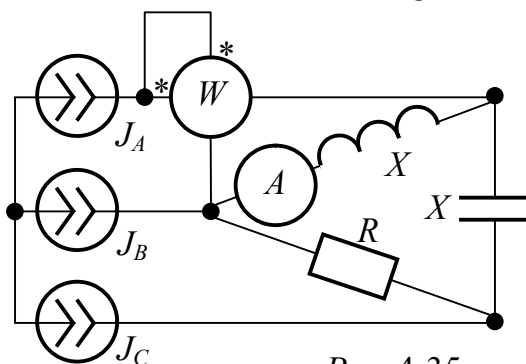


Рис. 4-35

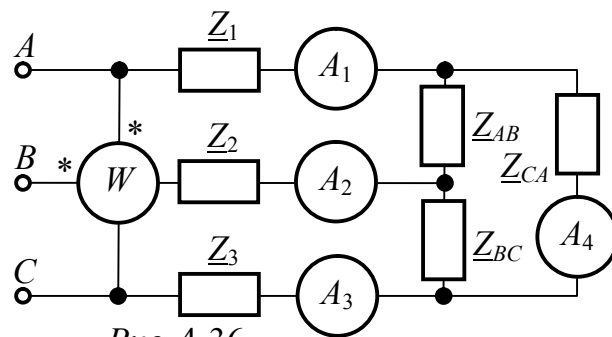


Рис. 4-36

4-36. Параметри кола: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{BC} = j10$ Ом, $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{AB} = 10$ Ом, $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{CA} = -j10$ Ом; покази амперметрів: $I_1 = I_2 = 10$ А, $I_3 = 10\sqrt{3}$ А.

Визначити покази ватметра P_W і амперметра I_4 .
Відповідь. Застосувати еквівалентне перетворення трикутника опорів на зірку і побудувати діаграму лінійних струмів; $P_W = 2366$ Вт, $I_4 = 23.94$ А.

4-37. У колі з асинхронним двигуном лінійною напругою 380 В увімкнені два ватметри, покази яких наступні: $P_{W1} = 401$ Вт, $P_{W2} = 2683$ Вт.

Визначити опори фазних обмоток двигуна, які

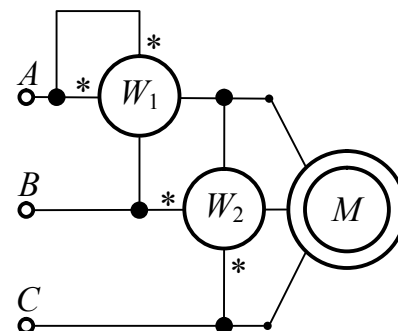


Рис. 4-37

з'єднані зіркою, і знайти потужність двигуна P .
Відповідь. $\underline{Z}_\phi = 15 + j20$ Ом, $P = 3485$ Вт.

4-38. Покази приладів у колі: $P_{W1} = 380$ Вт, $P_{W2} = -380$ Вт, $U_{V1} = 400$ В, $I_A = I_B = I_C = 2$ А.

Визначити опори X , \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C , а також показ вольтметра U_{V2} .
Відповідь. $X = 11.5$ Ом, $\underline{Z}_A = j121.5$ Ом, $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = j110$ Ом, $U_{V2} = 380$ В.

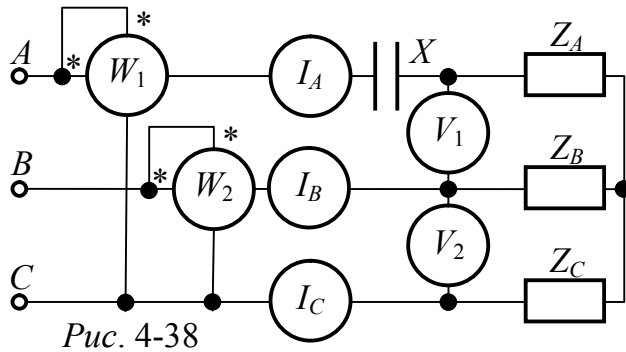


Рис. 4-38

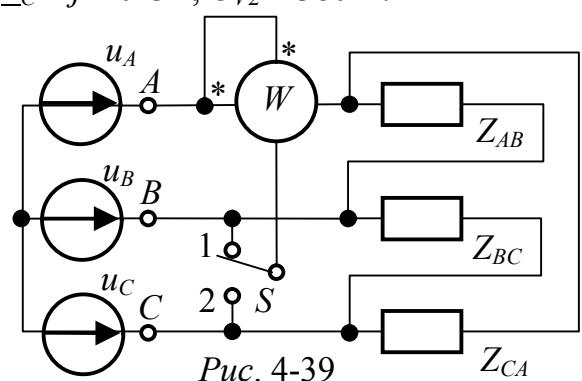


Рис. 4-39

4-39. До трифазного генератора з фазними напругами $\underline{U}_A = j60$ В, $\underline{U}_B = 60$ В, $\underline{U}_C = -80$ В увімкнений приймач, з'єднаний трикутником. Опір $\underline{Z}_{CA} = 40 - j30$ Ом.

Визначити опори \underline{Z}_{AB} , \underline{Z}_{BC} , якщо відомо, що фазні струми приймача утворюють симетричну систему струмів прямого порядку чергування фаз. Знайти покази ватметра для двох положень ключа S .

Відповідь. $\underline{Z}_{AB} = 49.33 + j8.16$ Ом,
 $\underline{Z}_{BC} = 77.71 - j19$ Ом, $P_{W1} = 267.7$ Вт,
 $P_{W2} = 136.1$ Вт.

4-40. У трифазному колі $E_\phi = 220$ В. Покази приладів: $U_{V1} = 440$ В, $U_{V2} = 220$ В, $P_W = 0$. Опори: $X_L = 10\sqrt{3}$ Ом, $r = 1$ Ом, $R_N = 5$ Ом.

Визначити опори R_A , R_B і ємність конденсатора C .

Відповідь. З векторної діаграми $\underline{U}_{O'O} = 220$ В, далі можна визначити струми і опори. $R_A = 20$ Ом, $R_B = 2.33$ Ом, $C = 827.4$ мкФ.

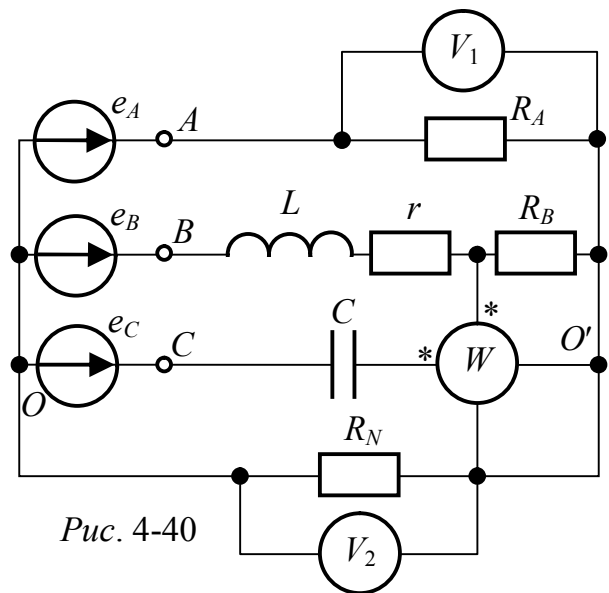


Рис. 4-40

4-41. Три опори навантаження ($\underline{Z}_A = R$, $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$, $\phi_B = -\phi_C = 15^\circ$) з'єднані у зірку без нейтралі і живляться від симетричного трифазного генератора. Діючі значення лінійних струмів наступні: $I_A = 1$ А, $I_B = I_C = 1/\sqrt{3}$ А.

Визначити діюче значення струму I_N , якщо будуть з'єднані нейтральні точки джерела і навантаження.

Відповідь. З векторної діаграми $I_N = 0.911$ А.

4-42. У фазі A увімкнений резистор R , у фазах B і C – реактивні опори, однакові за величиною. Струм у резисторі – $I_A = 2$ А, покази вольтметрів однакові – 127 В.

Визначити опори R , Z_B і Z_C .

Відповідей дві: 1) $R = 63.5$ Ом, $Z_B = j63.5$ Ом, $Z_C = -j63.5$ Ом, $\underline{U}_{O'O} = -53.68$ В, $I_A = +2$ А, 2) $R = 63.5$ Ом, $Z_B = -j63.5$ Ом, $Z_C = j63.5$ Ом, $\underline{U}_{O'O} = 200.3$ В, $I_A = -2$ А.

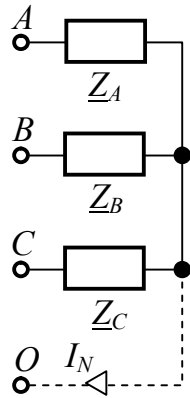


Рис. 4-41

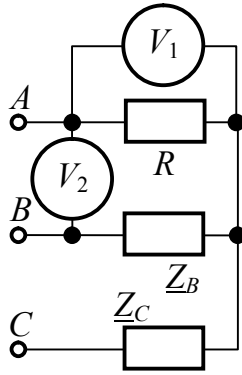


Рис. 4-42

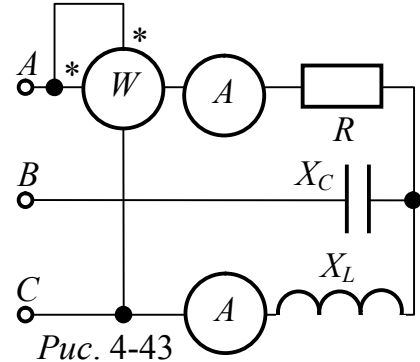


Рис. 4-43

4-43. У трифазному колі покази амперметрів однакові – по 10 А, показ ватметра – $P_W = -10U_n$ Вт (напруга U_n береться у вольтах), опір резистора $R = 10$ Ом.

Визначити напругу U_n і опори X_L і X_C .

Відповідь. З показу ватметра встановлюємо, що вектори I_A і \underline{U}_{CA} синфазні. Далі в масштабі будується ВД (рис. 4-43,а); з неї з урахуванням $U_{A'} = 100$ В отримують $U_n = 273.2$ В, $U_{B'} = 334.6$ В, $U_{C'} = 373.2$ В; $X_L = 37.32$ Ом, $X_C = 23.66$ Ом.

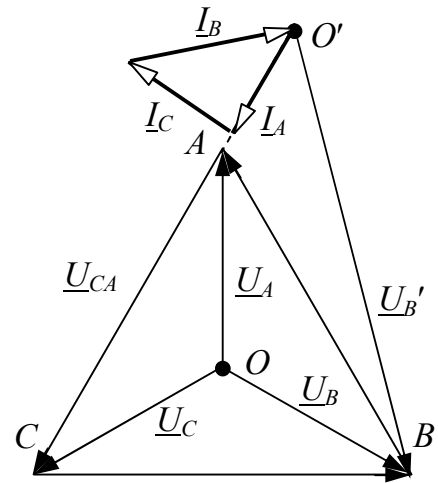


Рис. 4-43,а

4-44. Відомо: $U_{AB} = 200$ В, $U_{BC} = 100$ В, $U_{CA} = 173.2$ В, $Z_1 = -j57.735$ Ом, $Z_2 = 20$ Ом, $Z_3 = Z_{AB} = j51.96$ Ом, $X_C = 51.96$ Ом.

Визначити покази вольтметрів V_1 і V_2 .

Відповідь. $U_{V1} = 0$, $U_{V2} = 173.2$ В.

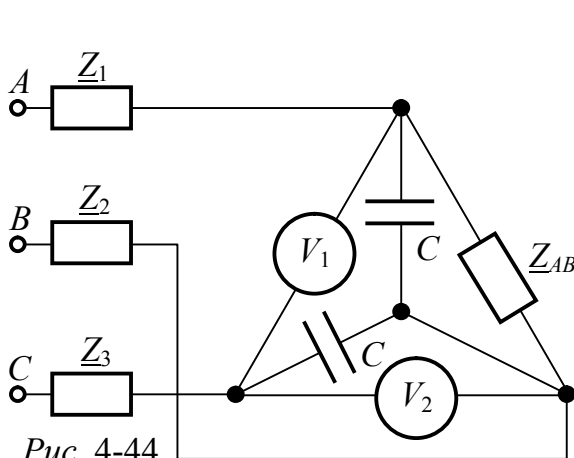


Рис. 4-44

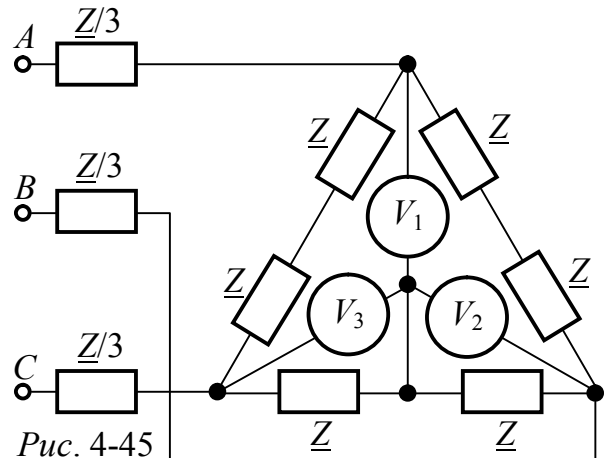


Рис. 4-45

4-45. Відомо: $U_L = 225.25 \text{ В}$, $\underline{Z} = 9 + j12 \text{ Ом}$.

Визначити покази вольтметрів V_1 , V_2 і V_3 .

Відповідь. $U_{V1} = 130 \text{ В}$, $U_{V2} = U_{V3} = 75 \text{ В}$.

4-46. Відомо: $U_{AB} = 200 \text{ В}$, $U_{BC} = 210 \text{ В}$, $U_{CA} = 180 \text{ В}$, $\underline{Z} = 20 + j40 \text{ Ом}$,
 $\underline{Z}_{AB} = 120 + j40 \text{ Ом}$.

Визначити покази вольтметрів V_1 і V_2 .

Відповідь. За умови прямого порядку чергування фаз лінійних напруг $U_{V1} = 170.7 \text{ В}$, $U_{V2} = 188 \text{ В}$; за умови зворотного порядку чергування фаз $U_{V1} = 148.7 \text{ В}$, $U_{V2} = 205.9 \text{ В}$.

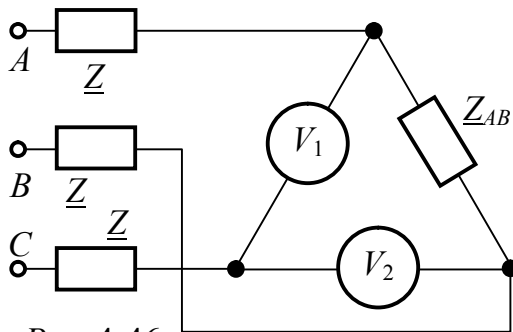


Рис. 4-46

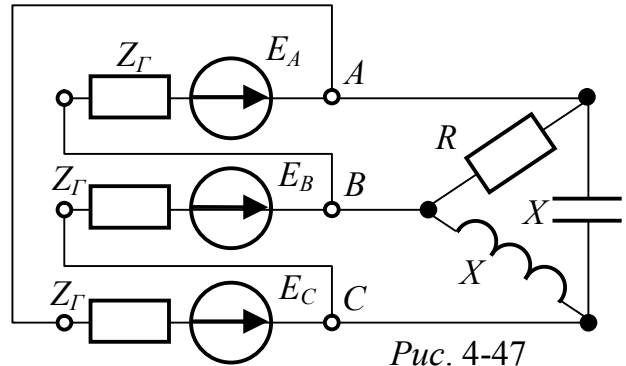


Рис. 4-47

4-47. Опір фаз генератора Z_G значно менший за опір навантаження. Генератор живить несиметричне навантаження. Параметри кола: $E_\phi = 100 \text{ В}$, $R = X = 20 \text{ Ом}$.

Визначити лінійні і фазні струми як генератора, так і навантаження.

Коментарі і відповіді. Фазні ЕРС: $\underline{E}_A = 100 \text{ В}$, $\underline{E}_B = 100 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В}$, $\underline{E}_C = 100 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$; струми навантаження: $\underline{I}_{AB} = 5 \text{ А}$, $\underline{I}_{BC} = 5 \cdot e^{j150^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_{CA} = 5 \cdot e^{-j150^\circ} \text{ А}$; лінійні струми: $\underline{I}_A = 9.66 \cdot e^{j15^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_B = 9.66 \cdot e^{j165^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_C = 5 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ А}$; для визначення фазних струмів генератора складається система рівнянь за законами Кірхгофа: $\underline{I}_{BA} - \underline{I}_{AC} = \underline{I}_A$, $\underline{I}_{CB} - \underline{I}_{BA} = \underline{I}_B$, $\underline{I}_{BA} + \underline{I}_{CB} + \underline{I}_{AC} = 0$; фазні струми генератора за несиметричного навантаження також несиметричні: $\underline{I}_{BA} = 6.22 \text{ А}$, $\underline{I}_{CB} = 4 \cdot e^{j141.2^\circ} \text{ А}$, $\underline{I}_{AC} = 4 \cdot e^{-j141.2^\circ} \text{ А}$. Активну потужність генерує лише джерело фази A .

4-48. У трифазному колі лінійна напруга джерела $U_L = 173.2 \text{ В}$, покази амперметрів однакові і дорівнюють 10 А , показ ватметра $P_W = 0$.

Визначити комплекси опорів навантаження.

Відповідь. Навантаження симетричне,

$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_\phi = 30 \cdot e^{j30^\circ} \text{ Ом}$.

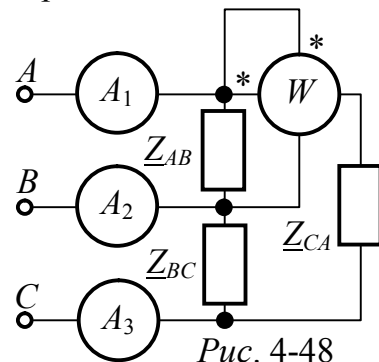


Рис. 4-48

5 ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ

Зауваження до розділу. За замовчуванням комутація відбувається у момент часу $t=0$, а джерела – постійного струму.

5-1. Після розмикання ключа відбувається перехідний процес $u_C(t) = 120 - 80e^{-10t}$ В.

Визначити величину напруги джерела U , ємності C , записати вираз струму $i(t)$, якщо $R_2 = 1$ кОм.

Розв'язання. Шукана напруга джерела

$$U = u_{Cy} = 120 \text{ В.}$$

З урахуванням другого закону комутації $u_C(0_-) = u_C(0_+) = 40$ В струм джерела до комутації $i(0_-) = u_C(0_-)/R_2 = 40$ мА.

Напруга джерела $U = i(0_-) \cdot (R_1 + R_2) = 120$ В, звідки $R_1 = 2$ кОм.

Стала часу кола $\tau = R_1 C = 1/p = 0.1$ с, звідки $C = 50$ мкФ.

$$\text{Вираз струму } i(t) = (U - u_C)/R_1 = 40e^{-10t} \text{ мА.}$$

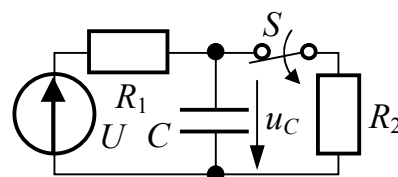


Рис. 5-1

5-2. У колі по рубильниках S_1 і S_2 , відстань між якими 0.44 м, відбувається постріл. До пострілу електростатичний вольтметр V (вхідна ємність $C_V = 0.005$ мкФ) показував 200 В, а після пострілу – 121 В. Також відомо: $R = 10$ кОм, $C = 0.075$ мкФ.

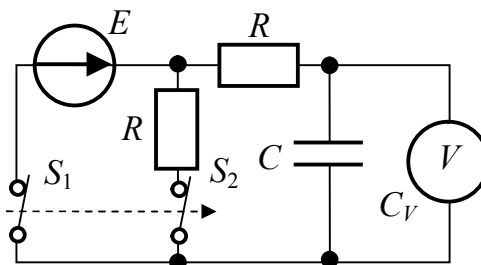


Рис. 5-2

Визначити швидкість кулі, якщо вважати її рух рівномірним.

Розв'язання. Конденсатор і вольтметр розглядаємо як еквівалентну ємність $C_{екв} = 0.08$ мкФ. За замкнених рубильників ємність заряджена до напруги джерела $u_C(0_-) = 200$ В.

Коли куля розмикає рубильник S_1 , починається розряд ємності через опір $2R$, який триває протягом часу t_1 , доки куля пролітає відстань $l = 0.44$ м від S_1 до S_2 .

$$u_C(t) = 200e^{-t/\tau} \text{ В, } \tau = 2R \cdot C_{екв} = 1.6 \text{ мс, } p = -625 \text{ с}^{-1}, u_C(t) = 200e^{-625t} \text{ В.}$$

Розряд припиняється в момент t_1 , коли розмикається рубильник S_2 . Напруга на вольтметрі в цей час 121 В, тобто $u_C(t_1) = 200e^{-625t_1} = 121$ В, $t_1 = 0.8$ мс.

$$\text{Швидкість кулі } v = l/t_1 = 550 \text{ м/с.}$$

5-3. Відомо: $U = 5$ В, $L = 0.02$ Гн, $R_1 = 37.5$ Ом, $u_L(t) = u_L(0_+) \cdot e^{-625t}$ В.

Отримати вираз струму $i(t)$ у перехідному процесі.

Відповіді. $R_2 = |p| \cdot L = 12.5$ Ом, $i(0_+) = U/(R_1 + R_2) = 0.1$ А, $i_y = U/R_2 = 0.4$ А, $i(t) = 0.4 - 0.3e^{-625t}$ А.

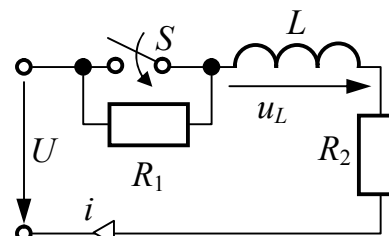


Рис. 5-3

5-4. Ключ S_2 замикається через 1 с після замикання ключа S_1 .

Чому дорівнює струм через ключ S_2 ще через 1 с, якщо $E = 1$ В, $R = 1$ Ом, $L = 1$ Гн?

Розв'язання. Після замикання ключа 1 струм у колі $i_1^1(t) = 0.5 - 0.5e^{-t}$ А.

$$\text{Наприкінці першого інтервалу } i_1^1(t_1=1\text{с}) = 0.316 \text{ А.}$$

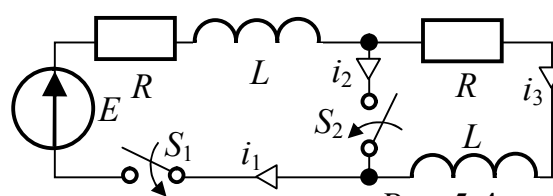


Рис. 5-4

Після замикаання ключа 2 відбуваються два окремі перехідні процеси – 1) подовжиться зростання струму у першій частині котушки і 2) відбудеться загасання струму у другій частині котушки. Обидва струми почнуть змінюватись від значення $i_1^I = 0.316$ А.

Таким чином, $i_1^{II}(t) = 1 - 0.684 e^{-1(t-t_1)}$ А, $i_3(t) = 0.316 e^{-1(t-t_1)}$ А,

$i_2(t) = i_1^{II}(t) - i_3(t) = 1 - 1 e^{-1(t-t_1)}$ А.

Шукане значення струму $i_2(t_2=2c) = 0.632$ А.

5-5. Безпосередньо після замикаання ключа струм $i(0_+) = 2$ А, через 50 мс – $i(t_1) = 3.73$ А, в усталеному режимі $i_{ycm} = 4$ А. Напруга на вході $U = 12$ В.

Визначити параметри кола L, R_1, R_2 .

Розв'язання. У початковий момент перехідного процесу $i_2(0_+) = 0$, тому $R_1 = U/i(0_+) = 6$ Ом.

В усталеному режимі $i_{ycm} = 4$ А, $i_{ycm1} = 2$ А, $i_{ycm2} = 2$ А, $R_2 = R_1 = 6$ Ом.

Загальний вираз струму джерела $i(t) = 4 - 2e^{pt}$ А.

У момент $t_1 = 50$ мс $i(t_1) = 4 - 2e^{p \cdot 0.05} = 3.73$ А,

звідси $p = -40$ с⁻¹, $L = -R_2/p = 0.15$ Гн.

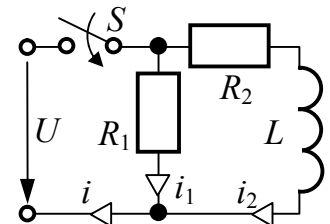


Рис. 5-5

5-6. Відомо: $E = 60$ В, $J = 2$ А, $C = 5$ мкФ, $R_1 = R_2 = 1.6$ кОм, $R_3 = 1.2$ кОм.

Визначити закони зміни у часі струму і напруги конденсатора після комутації.

Розв'язання. Незалежна початкова умова:

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = u_{R2}(0_-) = \frac{1}{2}E = 30$ В.

Усталений режим: $i_{2ycm} = E/(R_1 + R_2) = 18.75$ мА, $u_{R2ycm} = 30$ В,

$i_{3ycm} = J = 2$ А, $u_{R3ycm} = 120$ В,

$u_{Cycm} = u_{R2ycm} - u_{R3ycm} = -90$ В.

Характеристичне рівняння і його корінь

$1/(pC) + R_3 + R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 0$, $p = -100$ с⁻¹.

Відповіді $u_C(t) = -90 + 120 \cdot e^{-100t}$ В, $i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = -60 \cdot e^{-100t}$ мА.

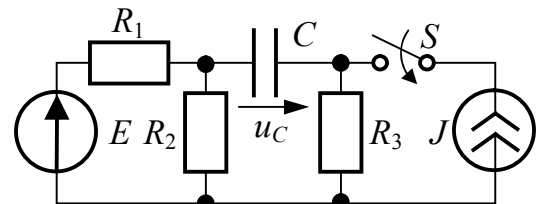


Рис. 5-6

5-7. До конденсатора $C_1 = 1$ мкФ, що заряджений до 1500 В, через резистор $R = 2$ кОм вмикається незаряджений конденсатор $C_2 = 0.5$ мкФ.

Розрахувати напруги на конденсаторах $u_{C1}(t), u_{C2}(t)$ і знайти енергію W_R , що має розсіятися з резистору під час перерозподілу заряду між конденсаторами; вказати, як вона залежить від величини опору.

Розв'язання. Незалежні початкові умови – $u_{C2}(0_+) = 0$, $u_{C1}(0_+) = 1500$ В; $W_C(0_+) = \frac{1}{2}C_1 \cdot (u_{C1}(0_+))^2 = 1.125$ Дж.

Початкове значення струму $i(0_+) = u_{C1}(0_+)/R = 0.75$ А.

Корінь характеристичного рівняння

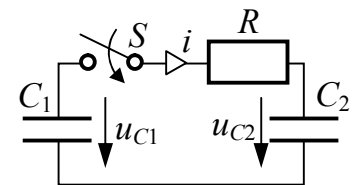


Рис. 5-7

$$p = -1/(R \cdot C_{екв}) = \frac{-1}{R \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} = -1500 \text{ с}^{-1}.$$

Остаточно маємо $i(t) = 0.75e^{-1500t}$ А.

Напруги на конденсаторах:

$$u_{C1}(t) = u_{C1}(0_+) - \frac{1}{C_1} \int_0^t i dt = 1500 + 500 \cdot (e^{-1500t} - 1) = 1000 + 500 \cdot e^{-1500t} \text{ В},$$

$$u_{C2}(t) = u_{C2}(0_+) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i dt = 0 - 1000 \cdot (e^{-1500t} - 1) = 1000 - 1000 \cdot e^{-1500t} \text{ В}.$$

Енергія, що витрачається у резисторі протягом перехідного процесу:

$$W_R = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = \int_0^{\infty} 2000 \cdot 0.75^2 \cdot e^{-3000t} dt = 0.375 \text{ Дж}.$$

Як залежить ця енергія від значення опору R ? Її можна знайти як різницю енергій у конденсаторах на початку і наприкінці перехідного процесу. Початкове значення енергії $W_C(0_+) = 1.125$ Дж. Кінцеве значення –

$$W_C(t=\infty) = \frac{1}{2}(C_1 \cdot u_{C1\text{уст}}^2 + C_2 \cdot u_{C2\text{уст}}^2) = \frac{1}{2} \cdot (1 + 0.5) \cdot 10^{-6} \cdot 1000^2 = 0.75 \text{ Дж}.$$

$$W_R = W_C(0_+) - W_C(t=\infty) = 1.125 - 0.75 = 0.375 \text{ Дж} - \text{від опору } R \text{ не залежить}.$$

5-8. Відомо: $E = 72$ В, $L = 0.9$ Гн, $R_1 = R_2 = 12$ Ом, $R_3 = R_4 = 24$ Ом.

Визначити струм в індуктивності у перехідному процесі.

Відповідь. $i_L(t) = 1 - 2.5e^{-40t}$ А.

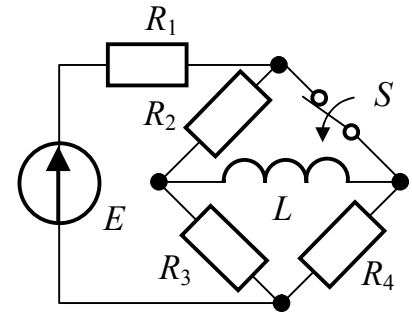


Рис. 5-8

5-9. Аперіодичний контур R, L, C у момент $t = 0$ вмикається на постійну напругу U , а в момент $t = t_1$

перемикається на розряд. Тут t_1 – це момент часу, коли після першої комутації струм досягне максимального значення. До першої комутації енергія в елементах L і C відсутня.

Якісно побудувати криві i , u_L , u_C , пояснивши міркування, застосовані при їх побудові.

Розв'язання. Початкові умови нульові. При вмиканні на постійну напругу U і аперіодичному характері процесу графіки i , u_L , u_C подані на рис. 5-9,а. Струм, напруги на індуктивності і ємності пов'язані між собою наступними

співвідношеннями: $u_C(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$, $i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}$, $u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$.

У момент t_1 , коли струм досягне максимального значення, відбувається перемикавання ключа. Крива $u_C(t)$ у цей момент має точку перегину. Далі за рахунок позитивного струму напруга u_C ще деякий час незначно зростає, а далі спадає до нуля, не змінюючи знаку. У цій частині крива $u_C(t)$ має ще одну точку перегину при t_2 .

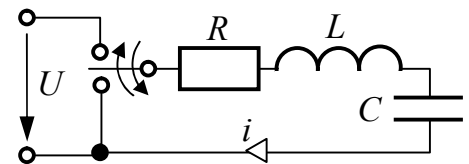
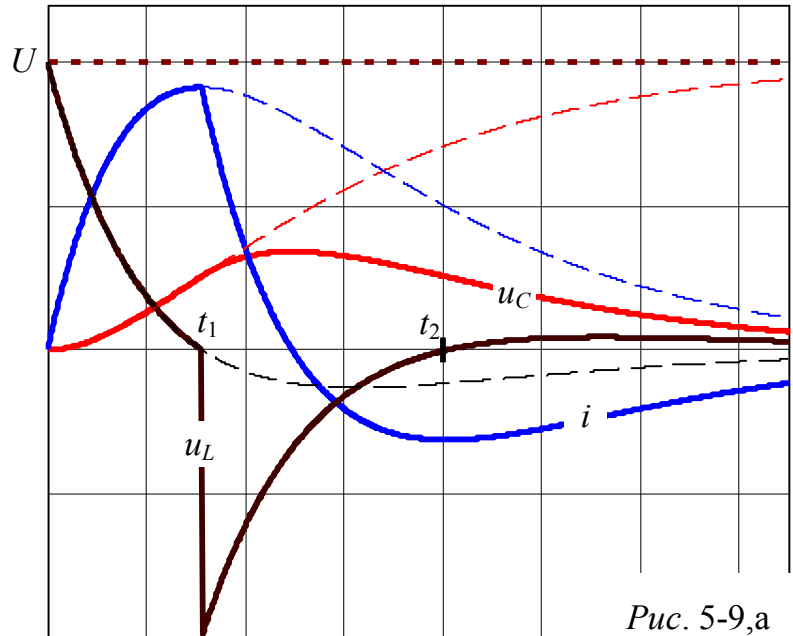


Рис. 5-9

Крива струму $i(t)$ з моменту t_1 спадає, а при t_2 має від'ємний максимум, після чого знову наближається до нуля.

Крива напруги $u_L(t)$ у момент першої комутації стрибком зростає до значення U , після чого у момент t_1 досягає нульового значення. У цей момент за умови другої комутації напруга миттєво змінюється до значення $-[u_C(t_1)+Ri(t_1)]$. Далі напруга спадає, а в момент t_2 , коли струм досягає від'ємного максимуму, вона проходить через нуль. Після цього ще деякий час незначно зростає, а далі спадає до нуля.



5-10. Автотрансформатор з параметрами $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}$, $L_1 = L_2 = 0.285 \text{ Гн}$, $M = 0.215 \text{ Гн}$ увімкнений до джерела постійної напруги $U = 120 \text{ В}$.

Розрахувати струм $i_1(t)$ і напругу $u_S(t)$ на ключі після розмикання ($t > 0$).

Розв'язання. Струми і потокозчеплення до комутації

$$i_1(0_-) = U/R_1 = 30 \text{ А}, \quad i_2(0_-) = 0, \quad \Psi(0_-) = L_1 i_1(0_-) + M i_2(0_-) + L_2 i_2(0_-) + M i_1(0_-) = 15 \text{ Вб}.$$

Початкова умова у відповідності до узагальненого першого закону комутації і з урахуванням узгодженого з'єднання котушок

$$\Psi(0_+) = (L_1 + L_2 + 2M) \cdot i_1(0_+) = \Psi(0_-) = 15 \text{ Вб},$$

звідси $i_1(0_+) = 15 \text{ А}$.

Корінь характеристичного рівняння $p = -(R_1 + R_2)/(L_1 + L_2 + 2M) = -8 \text{ с}^{-1}$.

Усталене значення струму $i_{1\text{уст}} = U/(R_1 + R_2) = 15 \text{ А}$.

Стала інтегрування $A = i_1(0_+) - i_{1\text{уст}} = 15 - 15 = 0$.

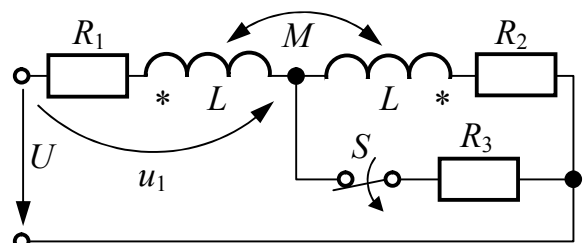
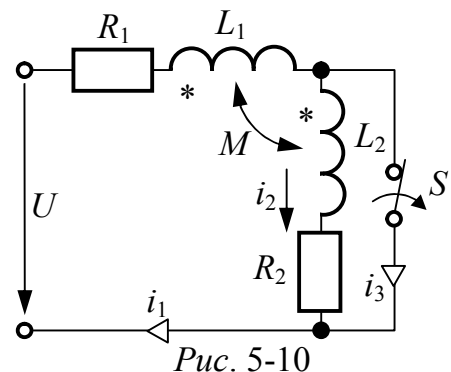
Остаточно формула струму $i_1(t) = 15 \text{ А} = \text{const}$ – це значить, що усталений режим настає одразу, без перехідного процесу.

Напруга на ключі:

$$u_S(t) = R_2 \cdot i_1(t) + (L_2 + M) \cdot di_1/dt = 60 \text{ В}.$$

5-11. Відомо: $U = 30 \text{ В}$, $M = 0.025 \text{ Гн}$, $L = 0.1 \text{ Гн}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$.

Визначити напругу на першій котушці $u_1(t)$.



Відповіді. $i_1(0_-) = 3 \text{ A}$, $i_2(0_-) = 1.5 \text{ A}$, $\Psi(0_+) = \Psi(0_-) = 0.3375 \text{ Вб}$.
 $i(0_+) = 2.25 \text{ A}$, $p = -100 \text{ с}^{-1}$,
 $i_{ycm} = 2 \text{ A}$, $i(t) = 2 + 0.25e^{-100t} \text{ A}$.
 $u_1(t) = 10 - 0.625e^{-100t} \text{ A}$.

5-12. До комутації у колі існував усталений режим, $U = 100 \text{ В}$.

Знайдіть значення напруги на затискачах ключа у перший момент після комутації. Які співвідношення між R , L_1 , L_2 , C_1 , C_2 , M мають виконуватися, щоб одразу після комутації почався спад цієї напруги за модулем?

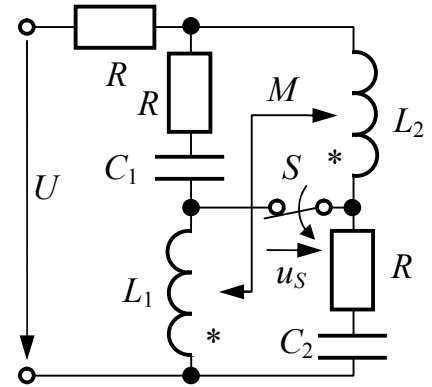


Рис. 5-12

Розв'язання. До комутації постійний струм тече через загальний резистор R і обидві індуктивності, а напруги на конденсаторах дорівнюють нулю.

У перший момент після розмикання ключа у відповідності до законів комутації струми i_1 , i_2 не зміняться, а загальний струм дорівнює їх сумі. Зберігаються напруги на ємностях:

$$u_{C1}(0_+) = u_{C2}(0_+) = 0, \quad i_1(0_+) = i_2(0_+) = U/R, \quad i(0_+) = 2U/R.$$

Тоді за другим законом Кірхгофа напруга на ключі наступна:

$$u_S(0_+) = -R \cdot i(0_+) - R \cdot i_1(0_+) - u_{C1}(0_+) - R \cdot i_2(0_+) - u_{C2}(0_+) + U = -300 \text{ В}.$$

Визначимо значення похідної від напруги на ключі у початковий момент перехідного процесу $u_S'(0_+)$:

$$u_S'(0_+) = -R \cdot i'(0_+) - R \cdot i_1'(0_+) - R \cdot i_2'(0_+) - \frac{i_1(0_+)}{C_1} - \frac{i_2(0_+)}{C_2},$$

$$u_{L1}(0_+) = L_1 i_1'(0_+) + M i_2'(0_+) = U - R \cdot i(0_+) - R \cdot i_1(0_+) - u_{C1}(0_+) = -2U,$$

$$u_{L2}(0_+) = L_2 i_2'(0_+) + M i_1'(0_+) = U - R \cdot i(0_+) - R \cdot i_2(0_+) - u_{C2}(0_+) = -2U,$$

$$i_1'(0_+) = \frac{2U \cdot (M - L_2)}{L_1 L_2 - M^2}, \quad i_2'(0_+) = \frac{2U \cdot (M - L_1)}{L_1 L_2 - M^2},$$

$$i'(0_+) = i_1'(0_+) + i_2'(0_+) = \frac{2U \cdot (2M - L_1 - L_2)}{L_1 L_2 - M^2},$$

$$u_S'(0_+) = \frac{4UR \cdot (L_1 + L_2 - 2M)}{L_1 L_2 - M^2} - \frac{U \cdot (C_1 + C_2)}{RC_1 C_2}.$$

Оскільки сама напруга на ключі у початковий момент від'ємна, то для його спаду за модулем похідна має бути позитивною. Відомо, що $L_1 + L_2 - 2M > 0$ завжди, тому остаточне співвідношення параметрів наступне

$$\frac{4R \cdot (L_1 + L_2 - 2M)}{L_1 L_2 - M^2} > \frac{C_1 + C_2}{RC_1 C_2}.$$

5-13. Відомо: $U = 200 \text{ В}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $i_{1ycm} = 20 \text{ А}$.

Визначити струм $i_3(t)$, якщо швидкість зростання першого струму у початковий момент дорівнює $20 \cdot 10^3 \text{ А/с}$.

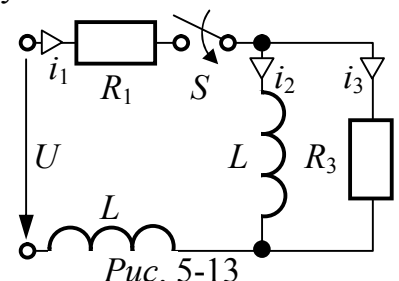


Рис. 5-13

Розв'язання. Початкові умови: $i_1(0_+) = i_2(0_+) = i_3(0_+) = 0$, $u_{L2}(0_+) = 0$,

$u_{L1}(0_+) = L \cdot i_1'(0_+) = L \cdot 20 \cdot 10^3 = 200$ В, звідки $L = 0.01$ Гн.

Усталені складові струмів $i_{3ycm} = 0$, $i_{1ycm} = i_{2ycm} = U/R_1 = 20$ А, звідки $R_1 = 10$ Ом.

Характеристичне рівняння і його корені:

$$pL + R_1 + \frac{pL \cdot R_3}{pL + R_3} = 0, \quad p_1 = -438.5 \text{ с}^{-1}, \quad p_2 = -4561.6 \text{ с}^{-1}.$$

Остаточно значення струму $i_3(t) = 5.068 \cdot e^{-438.5t} - 5.068 \cdot e^{-4561.6t}$ А.

5-14. Відомо: $e(t) = 100 \sin(1000t + 45^\circ)$ В,

$R = 12.5$ Ом, $L = 0.025$ Гн, $C_1 = C_2 = 40$ мкФ.

Визначити струм $i_1(t)$.

Розв'язання. Реактивні опори $X_1 = X_2 = X_L = 25$ Ом;

комплекси струмів і напруг до комутації $I_{1m} = 0$,

$I_m = I_{2m} = 8 \cdot e^{j45^\circ}$ А, $U_{C1m} = 0$, $U_{C2m} = 200 \cdot e^{-j45^\circ}$ В;

напруги на ємностях безпосередньо перед

комутацією $u_{C1}(0_-) = 0$, $u_{C2}(0_-) = 200 \cdot \sin(-45^\circ) = -141.4$ В;

початкові умови з урахуванням «некоректної» комутації і у відповідності до

узагальненого другого закону комутації $u_{C1}(0_+) = u_{C2}(0_+) = \frac{C_2 u_{C2}(0_-)}{C_1 + C_2} = -70.7$ В,

$$i(0_+) = \frac{e(0) - u_{C1}(0_+)}{R} = 11.312 \text{ А}, \quad i_1(0_+) = 0.5 \cdot i(0_+) = 5.656 \text{ А}.$$

Розрахунок вимушеного режиму: $Z = 12.5 - j12.5$ Ом,

$I_{my} = j4\sqrt{2}$ А, $I_{1my} = j2\sqrt{2}$ А, $i_{1y}(t) = 2\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$ А, $i_{1y}(0_+) = 2\sqrt{2}$ А.

Характеристичне рівняння і його корінь $R(C_1 + C_2) \cdot p + 1 = 0$, $p = -1000 \text{ с}^{-1}$.

Стала інтегрування $A = i_1(0_+) - i_{1y}(0_+) = 2.828$.

Шукане значення струму $i_1(t) = 2\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ) + 2.828 \cdot e^{-1000t}$ А.

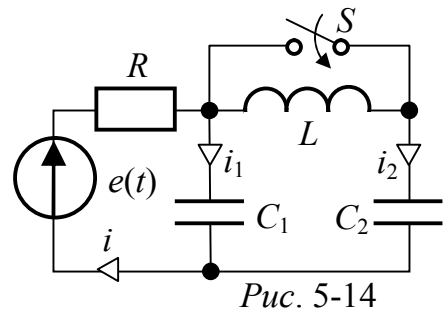


Рис. 5-14

5-15. Відомо: $E = 300$ В, $R = 10$ Ом, $C_1 = C_2 =$

$= 100$ мкФ, $C_3 = 200$ мкФ. До комутації схема

складена одночасним ввімкненням джерел до незаряджених конденсаторів.

Отримати закон зміни напруги $u_{C2}(t)$.

Розв'язання. Незалежні початкові умови

здобуємо розрахунком кола до комутації

методом накладання. Значення напруг на

ємностях від дії лівого джерела: $u_{C2}'(0_-) = 0$

(конденсатор C_2 шунтується резистором),

$u_{C1}'(0_-) = \frac{2}{3}E$, $u_{C3}'(0_-) = \frac{1}{3}E$ (за послідовного

з'єднання конденсаторів напруги

розподіляються обернено пропорційно

ємностям). Напруги від дії правого джерела:

$u_{C2}''(0_-) = E$, $u_{C1}''(0_-) = \frac{2}{3}E$, $u_{C3}''(0_-) = \frac{1}{3}E$.

Повні напруги на ємностях до комутації

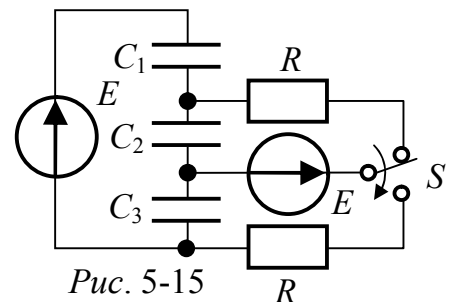


Рис. 5-15

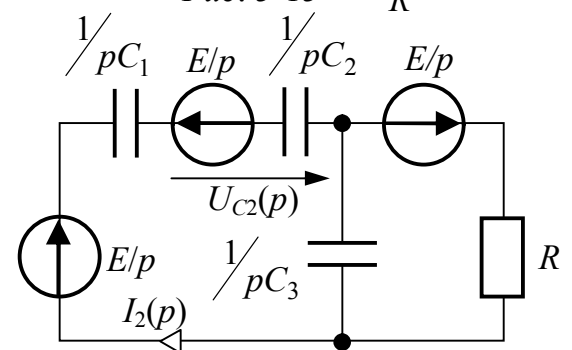


Рис. 5-15,а

(незалежні початкові умови):

$$u_{C1}(0_-) = u_{C1}'(0_-) - u_{C1}''(0_-) = 0,$$

$$u_{C2}(0_-) = u_{C2}'(0_-) + u_{C2}''(0_-) = E = 300 \text{ В},$$

$$u_{C3}(0_-) = u_{C3}'(0_-) - u_{C3}''(0_-) = 0,$$

$$u_{C1}(0_+) = 0, \quad u_{C2}(0_+) = 300 \text{ В}, \quad u_{C3}(0_+) = 0.$$

Операторна схема наведена на рис. 5-15,а. Оскільки необхідно розрахувати лише одну напругу $u_{C2}(t)$, застосуємо метод еквівалентного генератора.

$$U_p(p) = \frac{E}{p} - \frac{E}{p} + \frac{E}{p} - \frac{ER}{p \cdot \left(R + \frac{1}{pC_3} \right)} = \frac{E}{p(RC_3p + 1)};$$

$$Z_{\text{екв}}(p) = \frac{1}{pC_1} + \frac{R \cdot \frac{1}{pC_3}}{R + \frac{1}{pC_3}}, \quad \text{з урахуванням } C_3 = 2C_1 \quad Z_{\text{екв}}(p) = \frac{3Rp + \frac{1}{C_1}}{p \cdot (2RpC_1 + 1)};$$

$$I_2(p) = \frac{U_p(p)}{Z_{\text{екв}}(p) + \frac{1}{pC_2}} = \frac{E \cdot C_2}{5RC_2p + 2};$$

$$U_{C2}(p) = \frac{u_{C2}(0_+)}{p} + \frac{1}{pC_2} \cdot I_2(p) = \frac{E + u_{C2}(0_+) \cdot (5RC_2p + 2)}{p \cdot (5RC_2p + 2)} = \frac{300p + 180 \cdot 10^3}{p(p + 400)}.$$

Остаточно шукана напруга $u_{C2}(t) = 450 - 150 \cdot e^{-400t}$ В.

5-16. Визначити струм джерела у момент вмикання ємності C_3 , попередньо зарядженої до 200 В, якщо $E = 200$ В, $R_0 = 100$ Ом, $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 75$ Ом, $C_1 = C_2 = C_3 = 10$ мкФ.

Розв'язання. Визначаємо значення напруг на ємностях перед комутацією.

$$i(0_-) = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 1 \text{ А}, \quad u_{C3}(0_-) = 200 \text{ В},$$

$$u_{C1}(0_-) = R_1 \cdot i(0_-) = 25 \text{ В}, \quad u_{C2}(0_-) = R_2 \cdot i(0_-) = 75 \text{ В}.$$

У момент комутації залишається незмінним сумарний заряд конденсаторів, з'єднаних у вузлі. Отже, враховуючи, що $C_1 = C_2 = C_3$:

$$u_{C1}(0_-) + u_{C3}(0_-) = u_{C1}(0_+) + u_{C3}(0_+),$$

$$u_{C2}(0_-) - u_{C1}(0_-) = u_{C2}(0_+) - u_{C1}(0_+).$$

Підставляючи числові значення, отримуємо:

$$u_{C1}(0_+) + u_{C3}(0_+) = 225,$$

$$u_{C2}(0_+) - u_{C1}(0_+) = 50.$$

За другим законом Кірхгофа для контуру, який складається з трьох конденсаторів:

$$u_{C3}(0_+) - u_{C1}(0_+) - u_{C2}(0_+) = 0.$$

Розв'язуючи останні три рівняння, отримуємо:

$$u_{C1}(0_+) = 58\frac{1}{3} \text{ В}, \quad u_{C2}(0_+) = 108\frac{1}{3} \text{ В}, \quad u_{C3}(0_+) = 166\frac{2}{3} \text{ В}.$$

Шукане значення струму $i(0_+) = (E - u_{C3}(0_+))/R_0 = (200 - 166.67)/100 = 0.333$ А.

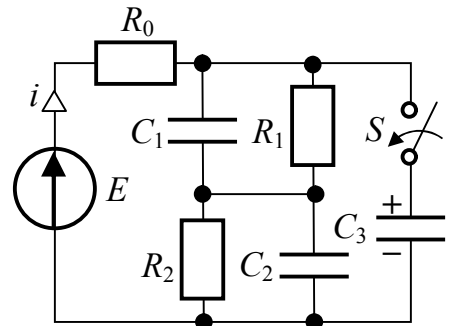


Рис. 5-16

5-17. На рис. 5-17 подана схема високовольтного конденсатора з двошаровою недосконалою ізоляцією. В цій схемі $R_1 = 1$ МОм, $R_2 = 2$ МОм, $C_1 = 10$ мкФ, $C_2 = 20$ мкФ. Конденсатор був увімкнений до напруги $U = 30$ кВ і заряджений до усталеного стану. Для розряду конденсатор був закорочений (комутація S_1), а через час t_1 коротке замикання було розірване (комутація S_2).

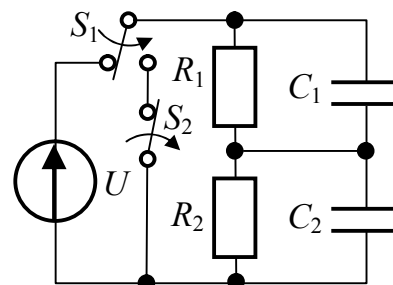


Рис. 5-17

Знайдіть мінімальне значення часу t_1 , після якого коротке замикання можна розірвати, щоб напруга на конденсаторі $u_C(t)$ не перевищила за модулем безпечну напругу 12 В.

Розв'язання. До комутації в усталеному режимі напруга джерела розподіляється прямо пропорційно до значень опорів резисторів: $u_{C1}(0_-) = 10$ кВ, $u_{C2}(0_-) = 20$ кВ.

Після першої комутації ємності C_1 і C_2 виявляються увімкненими паралельно, причому із зворотною полярністю. Розрахунок початкових умов за некоректної комутації виконується у відповідності до узагальненого другого закону комутації:

$$\Sigma q(0_-) = -C_1 \cdot u_{C1}(0_-) + C_2 \cdot u_{C2}(0_-) = 0.3 \text{ Кл},$$

$$\Sigma q(0_+) = (C_1 + C_2) \cdot u_{C12}(0_+) = 30 \cdot 10^{-6} \cdot u_{C12}(0_+) = \Sigma q(0_-) = 0.3 \text{ Кл}, \quad u_{C12}(0_+) = 10 \text{ кВ}.$$

Після того, як напруги на ємностях вирівнюються, піде спільний розряд конденсаторів через паралельне з'єднання резисторів за законом:

$$u_{C12}(t) = u_{C12}(0_+) \cdot e^{pt}, \quad p = -\frac{1}{R_{екв} C_{екв}} = -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 (C_1 + C_2)} = -0.05 \text{ с}^{-1},$$

$$u_{C12}(t) = 10 \cdot e^{-0.05t} \text{ кВ}. \quad (*)$$

Після другої комутації коло розпадається на два незалежних кола, але спочатку, оскільки напруги на ємностях залишаються зустрічними і рівними, загальна напруга на високовольтному конденсаторі дорівнює нулю. Далі кожен з конденсаторів розряджається із своєю сталою часу:

$$\tau_1 = R_1 C_1 = 10 \text{ с}, \quad p_1 = -0.1 \text{ с}^{-1}, \quad \tau_2 = R_2 C_2 = 40 \text{ с}, \quad p_2 = -0.025 \text{ с}^{-1}.$$

$$\text{Загальна шукана напруга } u_C(t) = u_{C2}(t_1) \cdot e^{-0.025t} - u_{C1}(t_1) \cdot e^{-0.1t} = A \cdot (e^{-0.025t} - e^{-0.1t}).$$

Щоб отримати екстремум, який не повинен бути більше 12 В, від останнього виразу візьмемо похідну і прирівняємо її до нуля:

$$-0.025A \cdot e^{-0.025t_m} - (-0.1)A \cdot e^{-0.1t_m} = 0, \quad 0.1 \cdot e^{-0.1t_m} = 0.025 \cdot e^{-0.025t_m},$$

звідси час, який відповідає екстремуму становить $t_m = 18.45$ с, максимальне значення напруги в цей момент $u_{Cm} = A \cdot (e^{-0.025t_m} - e^{-0.1t_m}) = 12$ В, звідси $A = u_{C1}(t_1) = u_{C2}(t_1) = 25.42$ В.

Повертаємось до формули (*), і знаходимо остаточну відповідь:

$$u_{C12}(t_1) = 10 \cdot 10^3 \cdot e^{-0.05t_1} = 25.42, \quad t_1 = 119.5 \text{ с} \approx 2 \text{ хв}.$$

5-18. Розрахувати струми перехідного процесу в резисторах і через ключ у колі з параметрами: $R_1 = 5$ кОм, $R_2 = 10$ кОм, $C_1 = 50$ мкФ, $C_2 = 100$ мкФ, яке живиться від джерела напруги $U = 1.5$ кВ.

Відповіді. Напруги на конденсаторах до комутації

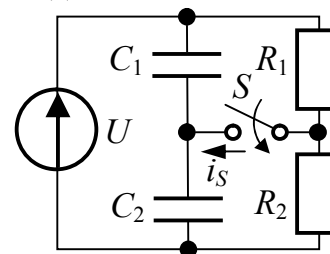


Рис. 5-18

$$u_{C1}(0.) = \frac{U \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 1 \text{ кВ}, \quad u_{C2}(0.) = 0.5 \text{ кВ}.$$

Струми: $i_{R1}(t) = 0.1 + 0.1 \cdot e^{-4000t}$ А, $i_{R2}(t) = 0.1 - 0.05 \cdot e^{-1000t}$ А,
 $i_S(t) = i_{R1}(t) - i_{R2}(t) = 0.1 \cdot e^{-4000t} + 0.05 \cdot e^{-1000t}$ А.

5-19. Відомо: $E_1 = 1.5$ В, $E_2 = 4.5$ В, $R = 6.3$ Ом, $L = 2.8$ Гн,
 $C = 3.2$ мкФ. Ключ перемикається із положення 1 в положення 2.

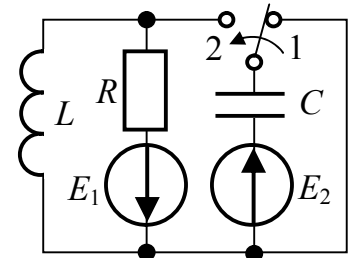


Рис. 5-19

Знайти струм через конденсатор через 3.14 с після комутації.
 Відповідь. $i_C(t) = 0$, оскільки у колі не відбувається перехідного процесу.

5-20. У колі постійного струму з джерелом ЕРС $E = 10$ В у момент $t = 0$ замикається ключ. Часова діаграма струму в ключі подана на рис. 5-20.

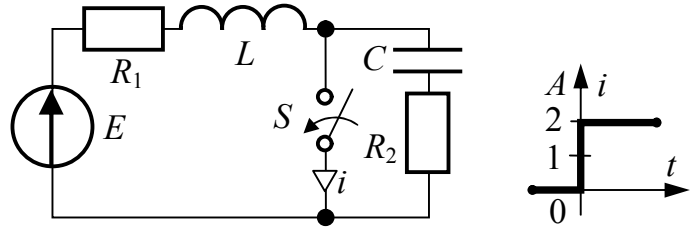


Рис. 5-20

Визначити параметри елементів кола (R_1 , R_2 , L , C), якщо відомо, що у контурі $R_1-L-C-R_2$ за дії синусоїдної ЕРС частотою $\omega = 1000$ рад/с виникає резонанс напруг.

Розв'язання. За умови резонансу напруг $LC = \omega^{-2} = 10^{-6}$. (*)

Незалежні початкові умови $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$, $u_C(0_+) = u_C(0_-) = E = 10$ В.

Звідси у відповідності до осцилограми

$$i(0_+) = i_C(0_+) = u_C(0_+)/R_2 = 2 \text{ А}, \quad R_2 = 10/2 = 5 \text{ Ом}.$$

В усталеному режимі $i_{Cy} = 0$, $i_y = i_{Ly} = E/R_1 = 2$ А, $R_1 = 10/2 = 5$ Ом.

Завдяки ключу коло розпадається на два незалежні кола R_1, L і R_2, C , в яких відбуваються незалежні перехідні процеси – заряд кола R_1, L і розряд у колі R_2, C . Струм через ключ дорівнює сумі струмів вказаних кіл. Для того, щоб струм через ключ не залежав від часу, вільні складові струмів перехідних процесів у вказаних колах повинні бути однакові, але протилежні за знаком, тобто однакові сталі часу:

$$\tau_1 = L/R_1 = \tau_2 = R_2 C, \text{ або } 0.2L = 5C.$$

З урахуванням рівняння (*), знаходимо $L = 5$ мГн, $C = 200$ мкФ.

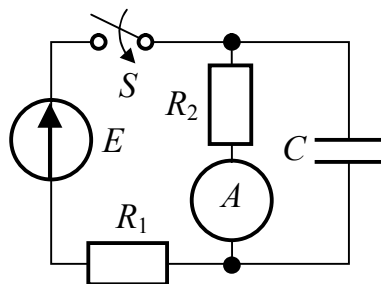
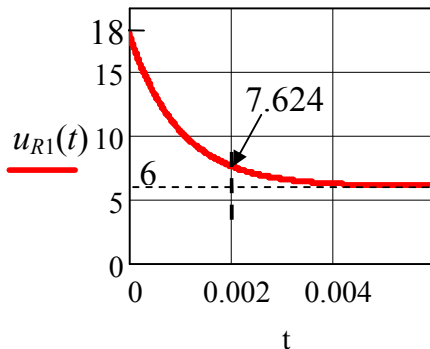


Рис. 5-21



5-21. Під час вмикання кола під дію ЕРС E знята осцилограма напруги на резисторі R_1 .

Визначити параметри елементів кола (E , R_1 , R_2 , C), якщо амперметр в усталеному режимі показує 2 А.

Відповідь. $E = 18 \text{ В}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $C = 500 \text{ мкФ}$.

5-22. Під час перехідного процесу у колі зняті осцилограми двох напруг.

Визначити параметри елементів кола (E , R_2 , R_3 , C), якщо $R_1 = 4 \text{ Ом}$.

Відповідь. $E = 20 \text{ В}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $C = 200 \text{ мкФ}$.

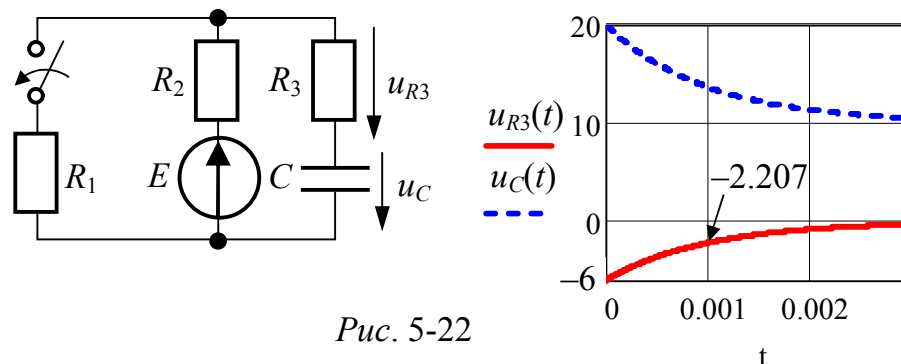


Рис. 5-22

5-23. Під час увімкнення трансформатора до джерела постійної напруги U_1 знята осцилограма вторинної напруги $u_2(t)$, подана на рис. 5-23. Також відомо, що $L_1 = L_2 = 2 \text{ М}$, $R = R_{кр} = 100 \text{ Ом}$.

Визначити максимальне значення струму i_{max} у перехідному процесі.

Розв'язання. За умови $R = R_{кр}$ маємо межу аперіодичного процесу у послідовному колі R , L , C при вмиканні його на постійну напругу. Таким

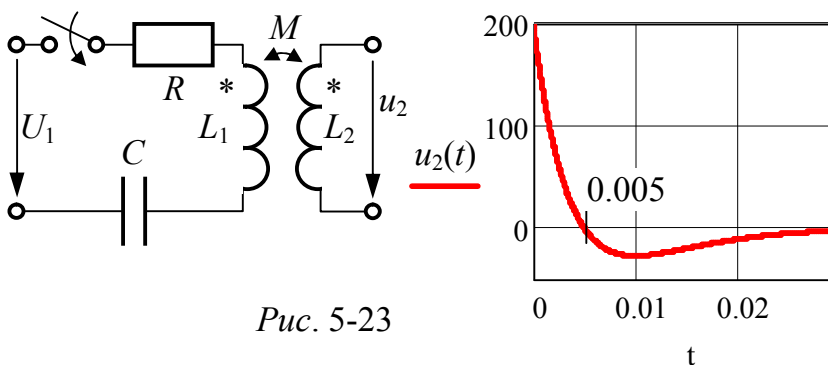


Рис. 5-23

чином, формула струму у загальному вигляді наступна: $i(t) = A_1 \cdot e^{pt} + A_2 t \cdot e^{pt}$.

Початкове і кінцеве значення струму нульові: $i(0_+) = i_y = 0$, тому $A_1 = i(0_+) - i_y = 0$.

Початкове значення похідної від струму $i'(0_+) = pA_1 + A_2 = A_2 = u_L(0_+)/L = U_1/L$.

Таким чином, формула струму набуває вигляду $i(t) = \frac{U_1}{L} t \cdot e^{pt}$.

Напруга на виході $u_2(t) = M \frac{di}{dt} = 0.5L \cdot \left(\frac{U_1}{L} e^{pt} + p \frac{U_1}{L} t e^{pt} \right) = 0.5U_1 \cdot (1 + pt) \cdot e^{pt}$.

З осцилограми: $u_2(0_+) = 200 \text{ В}$, звідки $U_1 = 400 \text{ В}$;
 $u_2(t_1=5\text{мс}) = 0$, звідки $p = -200 \text{ с}^{-1}$.

$$p = -\frac{R_{кр}}{2L}, \quad L = -\frac{R_{кр}}{2p} = 0.25 \text{ Гн.}$$

Таким чином, $i(t) = 1600t \cdot e^{-200t} \text{ А}$.

Максимум струму спостерігається у момент t_1 , коли $u_2(t_1) = 0$:

$$i_{max} = 1600 \cdot 0.005 \cdot e^{-1} = 2.943 \text{ А.}$$

5-24. Під час перехідного процесу у колі отримані осцилограми двох напруг. Графік $u_{R_2}(t)$ поданий на рис. 5-24, а напруга $u_{ab}(t) = 0$.

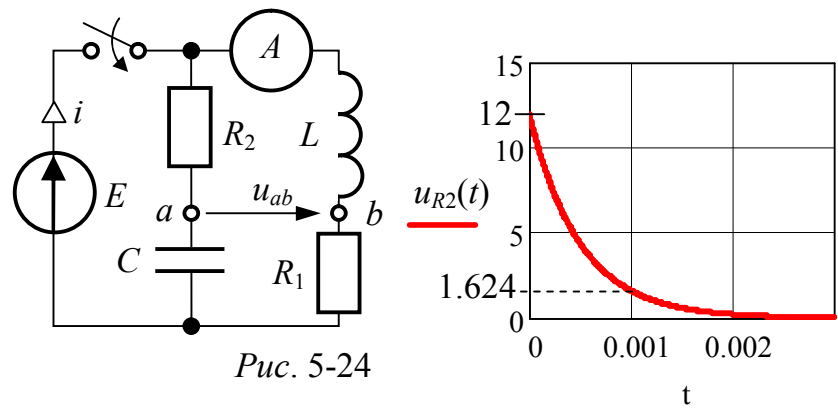


Рис. 5-24

Визначити параметри елементів кола (E , R_1 , R_2 , L , C), якщо амперметр в усталеному режимі показує 3 А, а початкове

значення струму у вітці з ідеальним джерелом ЕРС $i(0_+) = 6$ А.

Розв'язання. Початкові значення струмів $i_L(0_+) = 0$, $i_C(0_+) = i(0_+) = 6$ А.

$R_2 = u_{R_2}(0_+)/i_C(0_+) = 12/6 = 2$ Ом, $E = u_{R_2}(0_+) = 12$ В, $R_1 = E/i_{Ly} = 12/3 = 4$ Ом.

Протягом перехідного процесу вітки ведуть себе автономно, тому записуємо:

$$i_L(t) = 3 - 3e^{-t/\tau_1} \text{ А, } u_{R_1}(t) = 12 - 12e^{-t/\tau_1} \text{ В;}$$

$$u_C(t) = 12 - 12e^{-t/\tau_2} \text{ В; } i_C(t) = 6e^{-t/\tau_2} \text{ А.}$$

За умовами $u_{ab}(t) = 0$. Це означає, що вирази $u_C(t)$ і $u_{R_1}(t)$ повністю збігаються, тобто $\tau_1 = \tau_2$. З осцилограми $1.624 = u_{R_2}(t=2\tau_2) = u_{R_2}(t=1\text{мс})$, звідки $\tau_1 = \tau_2 = 0.5$ мс.

$$L = R_1 \cdot \tau_1 = 2 \text{ мГн, } C = \tau_2/R_2 = 250 \text{ мкФ.}$$

5-25. Відомо: $R_1 = 10$ Ом, $L = 0.1$ Гн, $C = 50$ мкФ, $p_2 = 2p_1$, $u_{abmax} = 25$ В.

Визначити струми $i_1(t)$ і $i_2(t)$ і максимальну швидкість накопичення енергії в магнітному полі.

Розв'язання. Перехідні процеси у кожній вітці відбуваються незалежно, але не всі параметри відомі.

Для першої вітки $p_1 = -R_1/L = -100 \text{ с}^{-1}$, для другої $p_2 = -200 = -1/(R_2C)$, звідси $R_2 = 100$ Ом.

Струми у вітках у загальній формі наступні:

$$i_1(t) = \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_1} \cdot e^{-100t} = 0.1U - 0.1U \cdot e^{-100t}, \quad i_2(t) = \frac{U}{R_2} \cdot e^{-200t} = 0.01U \cdot e^{-200t}.$$

Значення напруги $u_{ab}(t)$ за другим законом Кірхгофа

$$u_{ab}(t) = L di_1/dt - R_2 i_2 = U \cdot e^{-100t} - U \cdot e^{-200t}.$$

Похідна від напруги $u_{ab}'(t) = -100U \cdot e^{-100t} + 200U \cdot e^{-200t}$. Для знаходження максимуму функції, прирівнюємо її похідну до нуля:

$$-100U \cdot e^{-100t_m} + 200U \cdot e^{-200t_m} = 0, \text{ звідки шуканий момент часу } t_m = 6.93 \text{ мс.}$$

У відповідності до умов задачі

$$u_{abmax} = u_{ab}(t_m) = U \cdot e^{-100 \cdot 0.00693} - U \cdot e^{-200 \cdot 0.00693} = 0.5U - 0.25U = 0.25U = 25 \text{ В,}$$

звідки $U = 100$ В.

Остаточні $i_1(t) = 10 - 10 \cdot e^{-100t}$ А, $i_2(t) = 1 \cdot e^{-200t}$ А, $u_{ab}(t) = 100 \cdot e^{-100t} - 100 \cdot e^{-200t}$ В.

Швидкість накопичення енергії в магнітному полі – це миттєве значення потужності $p_L = u_L \cdot i_1 = L(di_1/dt) \cdot i_1 = 1000 \cdot e^{-100t} - 1000 \cdot e^{-200t}$ ВА.

$$p_{Lmax} = p_L(t_m) = 1000 \cdot 0.5 - 1000 \cdot 0.25 = 250 \text{ ВА.}$$

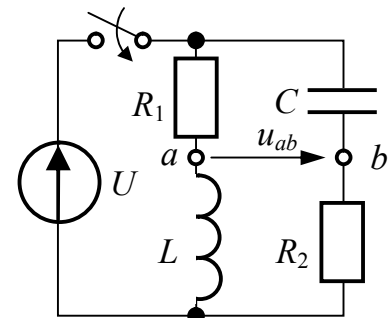


Рис. 5-25

5-26. У колі відбувається критичний режим перехідного процесу. Додаткові дані: $E = 100$ В, $L = 0.2$ Гн, коефіцієнт згасання $\delta = 50$ с⁻¹.

Визначити величини $R, C, u_C(t)$.

Розв'язання. Характеристичне рівняння кола:

$$\frac{1}{pC} + R + \frac{R \cdot pL}{R + pL} = \frac{R + pL + R^2 Cp + 2RLCp^2}{pC(R + pL)} = 0,$$

$$p^2 + \frac{R^2 C + L}{2RLC} \cdot p + \frac{1}{2LC} = 0, \quad p_{1,2} = -\frac{R^2 C + L}{4RLC} \pm \sqrt{\left(\frac{R^2 C + L}{4RLC}\right)^2 - \frac{1}{2LC}}.$$

Отримуємо систему рівнянь:
$$\delta = \frac{R^2 C + L}{4RLC} = 50,$$

за критичного режиму дискримінант
$$D = \delta^2 - \frac{1}{2LC} = 50^2 - \frac{1}{0.4C} = 0,$$

звідки отримуємо дві відповіді: $C = 1000$ мкФ, $R = 34.14$ Ом або $R = 5.86$ Ом.

Відповіді для напруги на конденсаторі:

при $R = 34.14$ Ом

$$u_{C1}(t) = 100 - (100 + 3535.5t) \cdot e^{-50t} \text{ В},$$

при $R = 5.86$ Ом

$$u_{C2}(t) = 100 + (-100 + 3535.5t) \cdot e^{-50t} \text{ В}.$$

На рис. 5-26,а подані графіки шуканої напруги за двох значень резистивного опору.

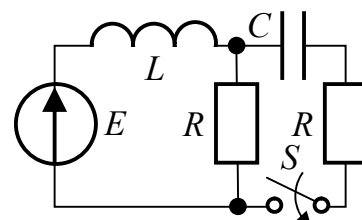


Рис. 5-26

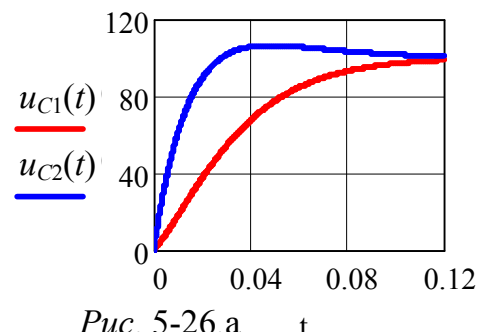


Рис. 5-26,а

5-27. У колі з ЕРС $E = 120$ В відбувається перехідний процес.

Визначити максимальне значення струму i_{max} після комутації, якщо $R_1 = 80$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $L = 0.1$ Гн, $C = 62.5$ мкФ.

Відповіді. $p_1 = -200$ с⁻¹, $p_2 = -800$ с⁻¹,

$$i(0_+) = i_y = 0, \quad u_C(0_+) = 40 \text{ В}, \quad u_L(0_+) = 80 \text{ В}, \quad u_{Cy} = 120 \text{ В},$$

$$i'(0_+) = 800 \text{ А/с}, \quad i(t) = 1.333 \cdot e^{-200t} - 1.333 \cdot e^{-800t} \text{ А},$$

$$i'(t) = -266.7 \cdot e^{-200t} + 4 \cdot 266.7 \cdot e^{-800t} \text{ А/с},$$

$$i'(t_1) = 0 \text{ при } t_1 = 2.31 \text{ мс}, \quad i_{max} = i(t_1) = 0.63 \text{ А}.$$

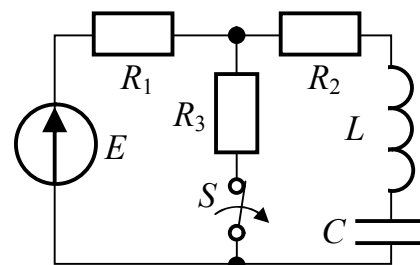


Рис. 5-27

5-28. Параметри кола: $e = 200 \cos(1000t)$ В, $U = 120$ В, $R = 10$ Ом, $L = 0.01$ Гн, $C = 100$ мкФ.

Отримати залежність напруги $u_C(t)$ від часу протягом перехідного процесу.

Відповіді. $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 4$ А, $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 40$ В;

$$u_C(t) = 60 + 89.44 \sin(1000t - 116.57^\circ) + 60e^{-2000t} \text{ В}.$$

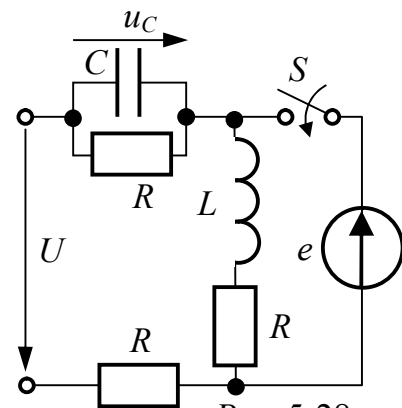


Рис. 5-28

5-29. До комутації резистор і котушка з індуктивністю 10 мГн були увімкнені на джерело постійної ЕРС E_0 . В момент часу $t = 0$ ключ перемкнули з положення 1 у положення 2: до резистора і котушки приєднали джерело синусоїдної ЕРС $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$. Через час $t_1 = 15.184$ мс ключ повернули в попереднє положення 1. На рис. 5-29 подано часову діаграму струму.

Визначити параметри джерел ЕРС (E_0, E_m, ω, ψ), якщо через 1 мс після другої комутації ($t_2 - t_1 = 1$ мс) струм дорівнював 1.264 А.

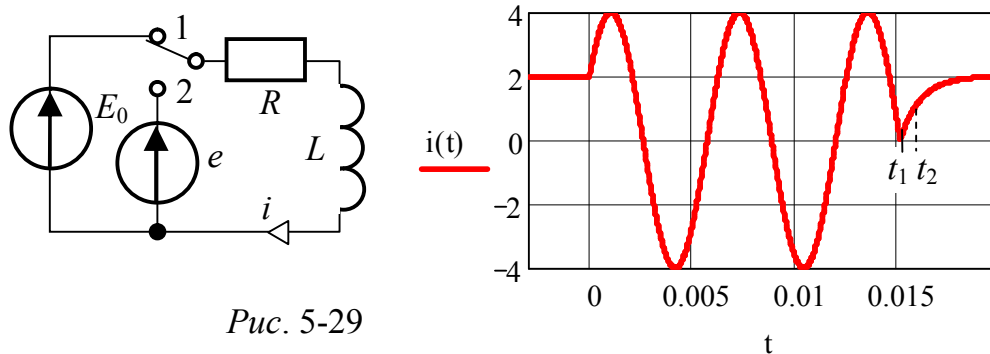


Рис. 5-29

Розв'язання. З часової діаграми видно, що струм у момент першої комутації складає 2 А, причому одразу після перемикавання настає вимушений режим з амплітудою 4 А. Звідси знаходимо:

$$i_y(t) = 4 \sin(\omega t + \psi_i), \quad i_y(0) = 4 \sin(\psi_i) = 2, \quad \sin(\psi_i) = 0.5, \quad \psi_i = \psi - \varphi = 30^\circ.$$

За вказаний час $t_1 = 15.184$ мс на графіку вміщуються 2.5 періоду за вичитанням 30° , тобто 15.184 мс $\rightarrow 2 \cdot 360^\circ + 180^\circ - 30^\circ = 870^\circ$; $T = \frac{15.184}{870} \cdot 360 = 6.283$ мс,

$$f = 159 \text{ Гц}, \quad \omega = 1000 \text{ рад/с}.$$

Після другої комутації струм змінюється від 0 до 2 А за законом

$$i(t) = 2 - 2e^{p(t-t_1)}.$$

В момент t_2 маємо $i(t_2) = 2 - 2e^{p \cdot 0.001} = 1.264$, звідки $p = -1000 \text{ с}^{-1}$.

При $L = 0.01$ Гн опори котушки $R = -pL = 10$ Ом, $X = \omega L = 10$ Ом, $Z = 10\sqrt{2}$ Ом, тобто $\varphi = \arctg \frac{X}{R} = 45^\circ$, $\psi = \psi_i + \varphi = 75^\circ$.

$$\text{ЕРС джерел: } E_0 = R \cdot i(0) = 10 \cdot 2 = 20 \text{ В}, \quad E_m = Z \cdot I_m = 40\sqrt{2} \text{ В}.$$

$$\text{Остаточні відповіді } E_0 = 20 \text{ В}, \quad E_m = 40\sqrt{2} \text{ В}, \quad \omega = 1000 \text{ рад/с}, \quad \psi = 75^\circ.$$

5-30. У колі на рис. 5.29 ключ перемикається із положення 1 у положення 2. $E_0 = 10$ В, $e = 30 \cdot e^{-2t}$ В. Параметри кола: $R = 4$ Ом, $L = 2$ Гн.

Отримати залежність струму від часу і побудувати його графік з позначенням усіх характерних точок.

Розв'язання. Диференціальне рівняння кола $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{1}{L} e$.

Запишемо це рівняння в операторній формі:

$$pI(p) - i(0) + \frac{R}{L}I(p) = \frac{30}{2(p+2)}, \quad \text{де} \quad i(0) = \frac{E_0}{R} = 2.5 \text{ А.} \quad \text{Підставляючи числові}$$

значення, маємо:

$$I(p) = \frac{2.5}{p+2} + \frac{15}{(p+2)^2}.$$

Переходячи до оригіналу, отримуємо остаточну відповідь:

$$i(t) = (2.5 + 15t) \cdot e^{-2t} \text{ А.}$$

Для побудови графіку струму визначаємо характерні точки.

Візьмемо похідну від струму: $i'(t) = 30 \cdot (\frac{1}{3} - t) \cdot e^{-2t}$. Максимум

спостерігається при $t = \frac{1}{3}$ с, при цьому $i_{max} = 3.85$ А. Друга похідна

$$i''(t) = 30 \cdot (2t - 5/6) \cdot e^{-2t}.$$

При $t = 5/6 = 0.833$ с маємо точку перегину, $i_{перез} = 2.83$ А.

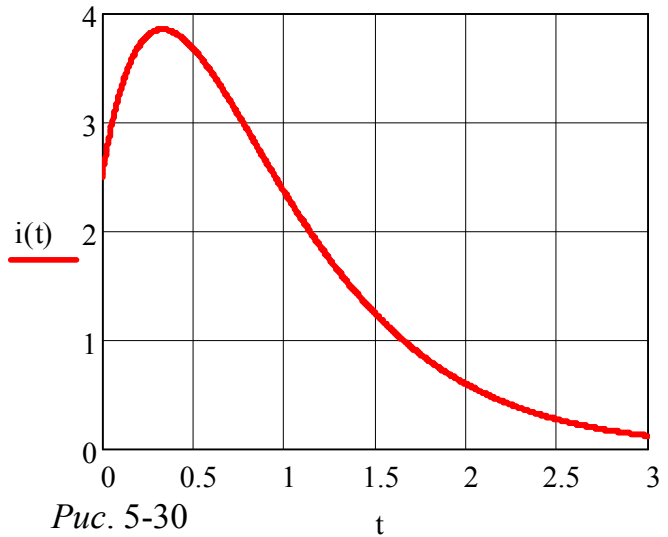


Рис. 5-30

5-31. У перехідному процесі визначити напруги $u_{L1}(0_+)$, $u_{L2}(0_+)$, а також закони зміни у часі напруг на обох котушках $u_{к1}(t)$, $u_{к2}(t)$, якщо $U = 120$ В, $R_1 = 50$ Ом, $L_1 = 0.2$ Гн, $R_2 = 150$ Ом, $L_2 = 0.3$ Гн. Відповіді. $i_1(0_-) = 2.4$ А, $i_2(0_-) = 0$,

$$i(0_+) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \cdot i_1(0_-) = 0.96 \text{ А, } i_y = 0.6 \text{ А,}$$

$$p = -(R_1 + R_2)/(L_1 + L_2) = -400 \text{ с}^{-1},$$

$$i(t) = 0.6 + 0.36 \cdot e^{-400t} \text{ А,}$$

$$u_{L1}(t) = L_1 \frac{di}{dt} = -28.8 \cdot e^{-400t} \text{ В, } u_{L2}(t) = -43.2 \cdot e^{-400t} \text{ В,}$$

$$u_{L1}(0_+) = -28.8 \text{ В, } u_{L2}(0_+) = -43.2 \text{ В,}$$

$$u_{к1}(t) = R_1 i + u_{L1} = 30 - 10.8 \cdot e^{-400t} \text{ В, } u_{к2}(t) = R_2 i + u_{L2} = 90 + 10.8 \cdot e^{-400t} \text{ В.}$$

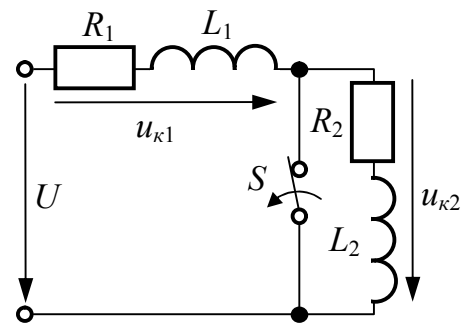


Рис. 5-31

5-32. Відомо: $R_1 = 400$ Ом, $R_2 = 800$ Ом. Після замикання першого ключа струм у колі

$$i_1(t) = 0.5 - 0.5 \cdot e^{-6000t} \text{ А.}$$

Коли струм досягає значення 0.25 А вмикається другий ключ.

Визначити струм $i_C(t)$, якщо корені характеристичного рівняння $p_1 = -2000 \text{ с}^{-1}$, $p_2 = -3000 \text{ с}^{-1}$.

Розв'язання. Вхідну напругу U і індуктивність L

знаходимо з виразу струму після замикання першого ключа:

$$p = -(R_1 + R_2)/L = -6000, \text{ звідси } L = 0.2 \text{ Гн,}$$

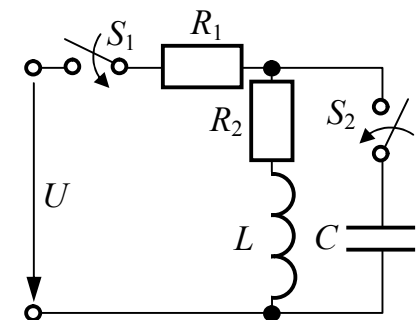


Рис. 5-32

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = 600 \cdot e^{-6000t} \text{ В}, \quad U = u_L(0_+) = 600 \text{ В}.$$

Складемо характеристичне рівняння і розрахуємо значення ємності:

$$pL + R_2 + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{pC}}{R_1 + \frac{1}{pC}} = 0, \quad R_1 LC p^2 + (L + R_1 R_2 C) \cdot p + R_1 + R_2 = 0,$$

за теоремою Вієта $p_1 p_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 LC}$, звідси $C = \frac{R_1 + R_2}{R_1 L p_1 p_2} = 2.5 \text{ мкФ}$.

Напруга на ємності $u_C(t) = u_{Cy} + A_1 \cdot e^{-2000t} + A_2 \cdot e^{-3000t}$ (час t відлічується з моменту другої комутації), причому

$$u_C(0_+) = 0, \quad u_{Cy} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 400 \text{ В}.$$

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = \frac{U - u_C(0_+)}{R_1} - i_2(0_+) = 1.5 - 0.25 = 1.25 \text{ А}.$$

$$u_C'(0_+) = i_C(0_+)/C = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ В/с}.$$

Таким чином,

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = u_C(0_+) - u_{Cy} = -400, & A_1 = -700, \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 = u_C'(0_+) - u_{Cy}' = 0.5 \cdot 10^{-6}, & A_2 = 300. \end{cases}$$

Остаточно маємо $u_C(t) = 400 - 700 \cdot e^{-2000t} + 300 \cdot e^{-3000t} \text{ В}$,

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = 3.5 \cdot e^{-2000t} - 2.25 \cdot e^{-3000t} \text{ А}.$$

5-33. Після замикання ключа S_1 у колі рис. 5.32 струм змінюється за законом $i_2(t) = 1 - e^{-2000t} \text{ А}$. У момент часу, коли $i_2 = 0.5 \text{ А}$ до кола додається незаряджений конденсатор.

Визначити напругу на конденсаторі $u_C(t)$ протягом перехідного процесу, якщо $U = 200 \text{ В}$, $R_1 = 50 \text{ Ом}$, а корені характеристичного рівняння $p_1 = p_2 = -1000 \text{ с}^{-1}$.

Відповіді. $R_2 = 150 \text{ Ом}$, $L = 0.1 \text{ Гн}$, $C = 40 \text{ мкФ}$, $u_C(t) = 150 - (150 + 62500t) \cdot e^{-1000t} \text{ В}$.

5-34. Відомо: $L = 1 \text{ Гн}$, $C = 100 \text{ мкФ}$, $R_1 = 80 \text{ Ом}$, $R_2 = 120 \text{ Ом}$, $u_{Cy} = 160 \text{ В}$, $u_L(0_+) = 160 \text{ В}$.

Визначити закон зміни струму $i_2(t)$ у перехідному процесі.

Розв'язання. Розглянемо послідовно три стану кола – до комутації, у початковий момент після комутації і усталений режим, для чого складаємо рівняння за законами Кірхгофа для вказаних режимів роботи кола.

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = -J_1, \quad u_C(0_+) = u_C(0_-) = -R_1 J_1 = -80 J_1, \\ u_L(0_+) = 160 \text{ В}, \quad i_2(0_+) = i_L(0_+) + J_1 = 0,$$

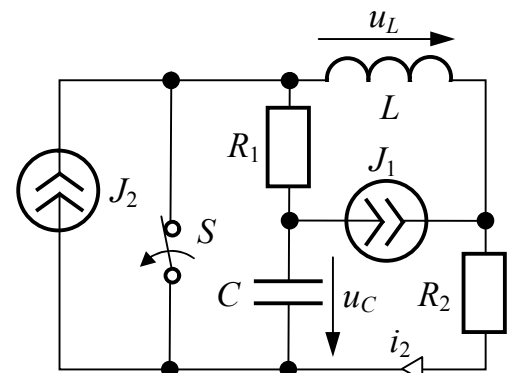


Рис. 5-34

$$\begin{cases} -J_2 + i_1(0_+) + i_L(0_+) = 0, \\ -J_2 + i_C(0_+) + i_2(0_+) = 0, \\ u_L(0_+) + R_2 i_2(0_+) - u_C(0_+) - R_1 i_1(0_+) = 0, \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} i_1(0_+) = J_1 + J_2, \\ i_C(0_+) = J_2, \\ i_1(0_+) = 2 + J_1, \text{ або } 2 + J_1 = J_1 + J_2. \end{cases}$$

Таким чином, $J_2 = i_C(0_+) = 2 \text{ А}$.

$$i_{2y} = J_2 = 2 \text{ А}, \quad u_{Cy} = 160 \text{ В},$$

$$u_{Cy} - R_2 i_{2y} + R_1 i_{1y} = 0, \quad i_{1y} = J_1 = \frac{R_2 i_{2y} - u_{Cy}}{R_1} = 1 \text{ А}.$$

Характеристичне рівняння $\frac{1}{pC} + pL + R_1 + R_2 = 0$, його корені $p_1 = p_2 = -100 \text{ с}^{-1}$.

Вільна складова шуканого струму $i_{2e} = (A_1 + A_2 t) \cdot e^{-100t}$.

Для знаходження постійних інтегрування використовуємо початкові умови:

$$i_2(0_+) = 0, \quad i_{2e}(0_+) = -2 \text{ А}, \quad i_{2e}'(0_+) = i_2'(0_+) = u_L(0_+)/L = 160 \text{ А/с}.$$

Остаточна відповідь $i_2(t) = 2 - (2 + 40t) \cdot e^{-100t} \text{ А}$.

5-35. До комутації коло з параметрами $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$, $\omega = 10 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$, $R = 15 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $L = 2 \text{ мГн}$ було в усталеному режимі.

Визначити значення співвідношення E_0/E_m і момент часу t_1 , коли необхідно зробити перемикання, щоб після комутації всі струми у колі дорівнювали нулю.

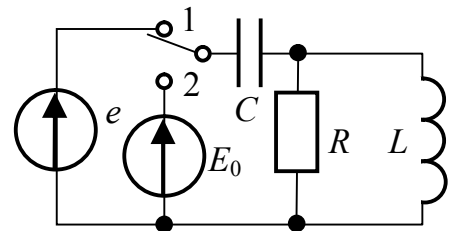


Рис. 5-35

Розв'язання. Струми після комутації дорівнюють нулю, якщо $u_C(t_1) = -E_0$ і $i_L(t_1) = 0$. Виконаємо розрахунок кола до комутації і

незалежних початкових умов.

$$X_L = 20 \text{ Ом}, \quad X_C = 10 \text{ Ом}, \quad \underline{E}_m = E_m, \quad \underline{Z} = -jX_C + \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = 10 \cdot e^{-j16.26^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{I}_{Cm} = \underline{E}_m / \underline{Z} = 0.1 E_m \cdot e^{j16.26^\circ}, \quad \underline{I}_{Lm} = \underline{I}_{Cm} \cdot \frac{R}{R + jX_L} = 0.06 E_m \cdot e^{-j36.87^\circ},$$

$$\underline{U}_{Cm} = -jX_C \cdot \underline{I}_{Cm} = E_m \cdot e^{-j73.74^\circ},$$

$$i_L(t) = 0.06 E_m \cdot \sin(\omega t - 36.87^\circ), \quad i_L(t_1) = 0, \quad \text{звідси } \omega t_1 = 36.87^\circ, \quad t_1 = 64.35 \text{ мкс},$$

$$u_C(t) = E_m \cdot \sin(\omega t - 73.74^\circ), \quad u_C(t_1) = -E_0 = E_m \cdot \sin(\omega t_1 - 73.74^\circ),$$

звідси $E_0/E_m = -\sin(36.87^\circ - 73.74^\circ) = 0.6$.

5-36. У колах на рис. 5-36 до комутації був усталений режим. У другому колі конденсатор не заряджений.

Доведіть, що після вказаних комутацій струми перехідного процесу в обох конденсаторах повністю однакові, якщо U – постійна напруга.

Відповідь. В обох схемах вимушені складові струмів і корені характеристичного рівняння однакові. Початкові значення струмів через конденсатори та їх похідних

$$\text{також однакові: } i_C(0_+) = 0, \quad i_C'(0_+) = \frac{U}{L}, \quad i_C''(0_+) = \frac{-RU}{L^2}.$$

За цих однакових умов струми через конденсатори однакові.

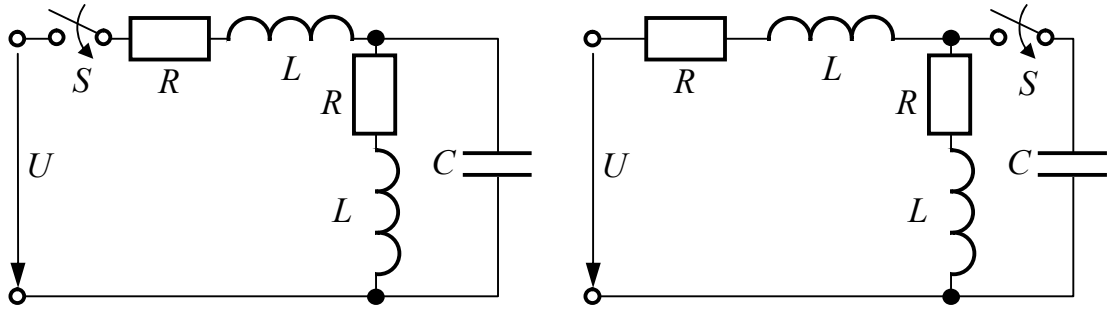


Рис. 5-36

5-37. Відомо: $J_1 = 10$ А, $L = 1$ Гн.

Визначити величини J_2 , R_1 , R_2 , C , якщо після комутації струм через індуктивність

$$i_L(t) = 5 + 10t \cdot e^{-5t} \text{ А.}$$

Розв'язання. Початкові умови $i_C(0_+) = 0$, $i_L(0_+) = 5$ А, тоді $J_2 = i_L(0_+) - i_C(0_+) = 5$ А.

Характеристичне рівняння

$$R_1 + R_2 + pL + 1/(pC) = 0,$$

$$p_{1,2} = -\frac{R_1 + R_2}{2L} \pm \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = -5 \text{ с}^{-1},$$

тобто $R_1 + R_2 = 5 \cdot 2L = 10$ Ом, $\frac{(R_1 + R_2)^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$, $C = 1/25 \text{ Ф} = 40 \cdot 10^3 \text{ мкФ}$.

Отримаємо формулу $u_C(t)$.

$$i_1(t) = J_1 - i_L(t) = 5 - 10t \cdot e^{-5t} \text{ А}, \quad u_L(t) = L \cdot di/dt = 10 \cdot e^{-5t} - 50t \cdot e^{-5t} \text{ В},$$

$$u_C(t) = (R_1 + R_2) \cdot i_1(t) - u_L(t) = 50 - 100t \cdot e^{-5t} - 10 \cdot e^{-5t} + 50t \cdot e^{-5t} =$$

$$= 50 - 10 \cdot e^{-5t} - 50t \cdot e^{-5t} \text{ В.}$$

При $t = 0_+$ $u_C(0_+) = 40 = 5R_1$, звідки $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 2$ Ом.

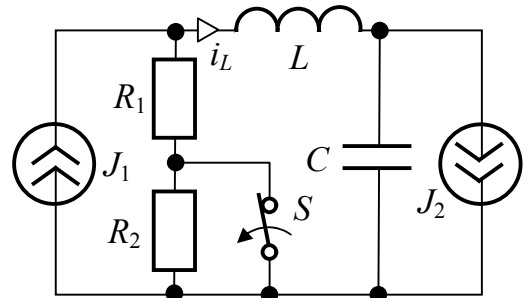


Рис. 5-37

5-38. Послідовний коливальний R , L , C контур з добротністю $Q = 2.5\sqrt{2}$ вмикається за нульових початкових умов на постійну напругу $U = 100$ В. Протягом перехідного процесу в опорі R розсіюється енергія 2 Дж. У момент часу t_1 , коли струм досягає максимального значення $i(t_1) = 23.06$ А, напруга на ємності дорівнює $u_C(t_1) = 76.94$ В.

Визначити закон зміни у часі напруги на індуктивності $u_L(t)$.

Розв'язання. За будь-яких співвідношень R , L та C протягом перехідного процесу одна половина енергії джерела розсіюється у резисторі, а інша – запасється в електричному полі конденсатора, тобто $W_R = W_C = \frac{1}{2}CU^2 = 2$ Дж. Звідси

$$C = 400 \text{ мкФ.}$$

З рівняння за другим законом Кірхгофа для моменту часу t_1 знайдемо опір R :

$$R = \frac{U - u_C(t_1) - u_L(t_1)}{i(t_1)} = \frac{100 - 76.94 - 0}{23.06} = 1 \text{ Ом.}$$

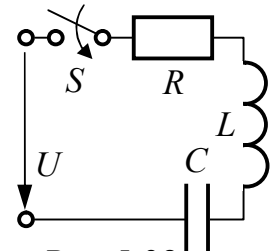


Рис. 5-38

Через добротність $Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$ знаходимо індуктивність:

$$L = (R \cdot Q)^2 \cdot C = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Отримавши усі параметри кола, шукаємо $u_L(t)$.

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = -100 \pm j700 \text{ с}^{-1}, \quad \delta = 100 \text{ с}^{-1}, \quad \omega = 700 \text{ рад/с,}$$

$$u_L(t) = -\frac{U}{\omega \sqrt{LC}} e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t - \arctg \frac{\omega}{\delta}) = 101 e^{-100t} \cdot \sin(700t + 98.13^\circ) \text{ В.}$$

5-39. Відомо: $i_L(t) = 1 + A_1 e^{-1000t} \cdot \sin(1000t + \psi_1) \text{ А,}$
 $u_C(t) = 100 + A_2 e^{-1000t} \cdot \sin(1000t + \psi_2) \text{ В.}$

Визначити параметри елементів кола і записати вирази струму $i_L(t)$ і напруги $u_C(t)$.

Розв'язання. У вимушеному режимі $u_{Cy} = 0.5E = 100 \text{ В,}$
звідси $E = 200 \text{ В; } i_{Ly} = E/(2R) = 1 \text{ А,}$ звідси $R = 100 \text{ Ом.}$

Характеристичне рівняння і його корені:

$$p_{1,2} = -1000 \pm j1000 \text{ с}^{-1},$$

$$\frac{1}{pC} + \frac{R \cdot (R + pL)}{2R + pL} = 0, \quad p^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{RC} \right) \cdot p + \frac{2}{LC} = 0.$$

За теоремою Вієта $\begin{cases} p_1 \cdot p_2 = 2 \cdot 10^6 = \frac{2}{LC}, \\ p_1 + p_2 = -2000 = \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{RC} \right) = \left(\frac{100}{L} + \frac{1}{100C} \right). \end{cases}$

Звідси $L = 0.1 \text{ Гн, } C = 10 \text{ мкФ.}$

Для визначення сталих інтегрування знайдемо початкові умови.

$$i_L(0_+) = E/R = 2 \text{ А, } i_L'(0_+) = u_L(0_+)/L = (u_C(0_+) - Ri_L(0_+))/L = -2000 \text{ А/с;}$$

$$u_C(0_+) = 0, \quad u_C'(0_+) = i_C(0_+)/C = 0;$$

$$\begin{cases} A_1 \cdot \sin(\psi_1) = i_L(0_+) - i_{Ly} = 1, \\ -1000 \cdot A_1 \cdot \sin(\psi_1) + 1000 \cdot A_1 \cdot \cos(\psi_1) = i_L'(0_+) - i_{Ly}' = -2000, \end{cases}$$

Звідси $A_1 = \sqrt{2}, \psi_1 = 135^\circ, i_L(t) = 1 + \sqrt{2} e^{-1000t} \cdot \sin(1000t + 135^\circ) \text{ А.}$

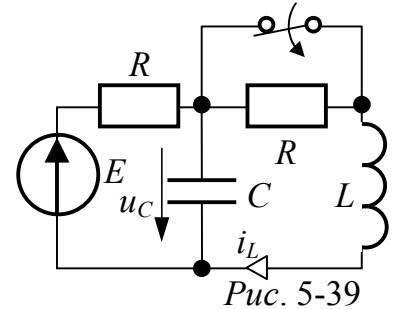
У той же спосіб знаходимо

$$A_2 = 100\sqrt{2}, \psi_2 = -135^\circ, u_C(t) = 100 + 100\sqrt{2} e^{-1000t} \cdot \sin(1000t - 135^\circ) \text{ В.}$$

5-40. Відомо: $u_C(0) = 150 \text{ В, } C = 40 \text{ мкФ, } R_1 = 12 \text{ Ом, } R_2 = 4 \text{ Ом, } L_1 = 0.48 \text{ Гн,}$
 $L_2 = 0.2 \text{ Гн.}$

Отримати аналітичні вирази і числові значення зарядів q_1 і q_2 , які проходять через кожну котушку протягом перехідного процесу.

Розв'язання. Шукані заряди $q_1 = \int_0^\infty i_1(t) dt, \quad q_2 = \int_0^\infty i_2(t) dt.$



Виразимо заряди через напруги на вітках. Рівняння за другим законом Кірхгофа: $R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}$. Інтегруємо це рівняння:

$$R_1 \int_0^{\infty} i_1(t) dt + L_1 i_1|_0^{\infty} = R_2 \int_0^{\infty} i_2(t) dt + L_2 i_2|_0^{\infty}.$$

Оскільки початкові і кінцеві значення струмів нульові, то $L_1 i_1|_0^{\infty} = L_2 i_2|_0^{\infty} = 0$.

Таким чином, $R_1 q_1 = R_2 q_2$. У відповідності до закону збереження заряду $q_1 + q_2 = q = C \cdot u_C(0)$. З двох останніх рівнянь знаходимо:

$$q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C \cdot u_C(0) = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл},$$

$$q_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} C \cdot u_C(0) = 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}.$$

5-41. Відомо: $e(t) = 100 \sqrt{2} \cdot \sin(10^4 t + 45^\circ) \text{ В}$,
 $j(t) = 2 \sqrt{2} \cdot \sin(10^4 t + 135^\circ) \text{ А}$,
 $C = 2 \text{ мкФ}$.

Розрахувати перехідний струм $i(t)$, якщо відомо, що характер перехідного процесу критичний, а в усталеному режимі у колі резонанс.

Розв'язання. З умови резонансу: $\omega L = \frac{1}{\omega C} = 50 \text{ Ом}$, $L = 5 \text{ мГн}$.

Оскільки перехідний процес критичний, то $R = 2 \sqrt{L/C} = 100 \text{ Ом}$.

Далі виконується звичайний розрахунок перехідного процесу.

$$i(0_+) = i(0) = j(0) = 2 \sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ) = 2 \text{ А},$$

$$u_C(0_+) = u_C(0) = 50 \cdot 2 \sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ - 90^\circ) = 100 \text{ В},$$

$$i_y(t) = \frac{E_m}{R} \cdot \sin(10^4 t + 45^\circ) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^4 t + 45^\circ) \text{ А}, i_y(0_+) = 1 \text{ А},$$

$$i_y'(t) = \omega \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + 45^\circ) = 10^4 \sqrt{2} \cdot \cos(10^4 t + 45^\circ) \text{ А/с}, i_y'(0_+) = 10000 \text{ А/с},$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} = -10000 \text{ с}^{-1}, i_0(t) = (A_1 + A_2 t) \cdot e^{-10000t} \text{ А},$$

$$A_1 = 1, A_2 = -40000,$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^4 t + 45^\circ) + (1 - 40000t) \cdot e^{-10000t} \text{ А}.$$

5-42. Відомо: $U = 200 \text{ В}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $C_1 = 50 \text{ мкФ}$,
 $C_2 = 150 \text{ мкФ}$. До комутації конденсатори незаряджені.

Знайти струм $i_2(t)$ перехідного процесу.

Розв'язання. У момент комутації напруга джерела U розподіляється між конденсаторами зворотно пропорційно їх ємностям:

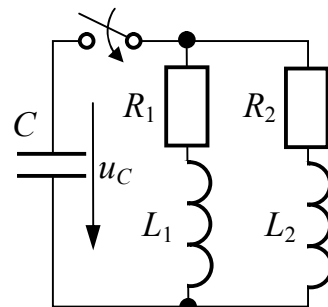


Рис. 5-40

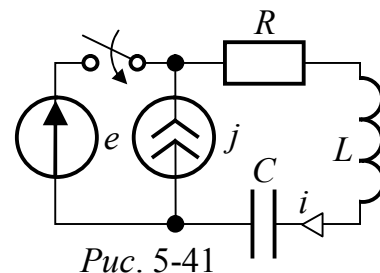


Рис. 5-41

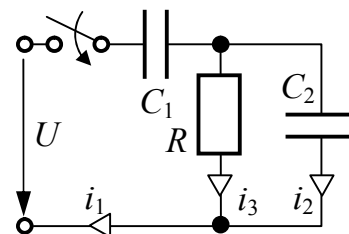


Рис. 5-42

$$u_{C1}(0_+) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U = 150 \text{ В}, \quad u_{C2}(0_+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U = 50 \text{ В}.$$

У вимушеному режимі струми відсутні, тому напруга на резисторі і другому конденсаторі дорівнює нулю, а вся напруга джерела прикладена до першого конденсатора: $u_{C2y} = 0, u_{C1y} = 200 \text{ В}$.

Характеристичне рівняння і його корінь:

$$\frac{1}{pC_1} + \frac{R \cdot \frac{1}{pC_2}}{R + \frac{1}{pC_2}} = 0, \quad R \cdot (C_1 + C_2) \cdot p + 1 = 0, \quad p = -100 \text{ с}^{-1}.$$

Шуканий струм $i_2(t)$ знайдемо через напругу $u_{C2}(t)$, вільна складова якої має вигляд $u_{C2e}(t) = A \cdot e^{-100t}$. Стала інтегрування $A = u_{C2}(0_+) - u_{C2y} = 50$. Отже, $u_{C2}(t) = 50 \cdot e^{-100t} \text{ В}, i_2(t) = C_2 \frac{du_{C2}}{dt} = -0.75 \cdot e^{-100t} \text{ А}$.

5-43. Параметри елементів мостової схеми наступні: $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}, R_3 = R_4 = 40 \text{ Ом}, C = 50 \text{ мкФ}$. На вході схеми діє прямокутний імпульс напруги $U = 150 \text{ В}$ тривалістю $t_1 = 1 \text{ мс}$.

Розрахувати напругу на виході $u_{\text{вих}}(t)$.

Відповідь. Розглядаємо два окремі часові інтервали: 1) $t < t_1$ і 2) $t > t_1$.

На першому інтервалі розраховується перехідний процес при вмиканні кола на постійну напругу U : $u_C^I(t) = 90 - 90 \cdot e^{-1250t} \text{ В}, u_{\text{вих}}^I(t) = 120 - 45 \cdot e^{-1250t} \text{ В}$. Наприкінці інтервалу значення напруги на ємності $u_C^I(t_1) = 64.21 \text{ В}$.

На другому інтервалі розглядається розряд конденсатора за відсутності джерела: $u_C^{II}(t) = 64.21 \cdot e^{-1250(t-t_1)} \text{ В}, u_{\text{вих}}^{II}(t) = 32.11 \cdot e^{-1250(t-t_1)} \text{ В}$.

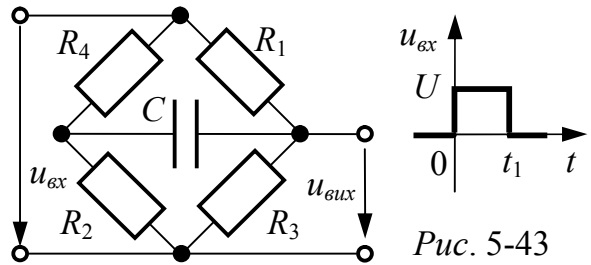


Рис. 5-43

5-44. Відомо: $R = 100 \text{ Ом}, C = 100 \text{ мкФ}$. Через 31.4 мс після перемикавання ключа із положення 1 в положення 2 напруга на конденсаторі u_C має найбільше від'ємне значення.

Визначити це значення у долях від ЕРС E .

Розв'язання. Напруга на ємності до комутації $u_C(0_+) = E$. Після комутації відбувається розряд конденсатора за відсутності джерела. Оскільки мова йде про від'ємні значення напруги на конденсаторі, перехідний процес коливальний, для якого:

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad i(t) = -\frac{E}{\omega L} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t), \quad u_C(t) = \frac{E}{\omega \sqrt{LC}} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \psi).$$

У момент $t_1 = 31.4 \text{ мс}$, коли напруга максимальна, струм дорівнює нулю, тобто $\omega t_1 = 180^\circ = \pi \text{ рад}, \omega = 100 \text{ рад/с}$. З виразу для ω отримуємо $L = 0.5 \text{ Гн}$.

Далі знаходимо $\delta = 100 \text{ с}^{-1}, \psi = \arctg \frac{\omega}{\delta} = 45^\circ$,

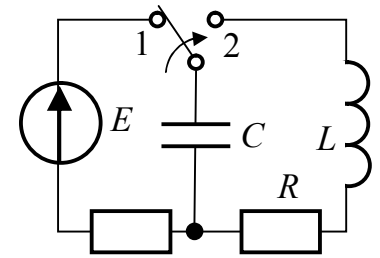
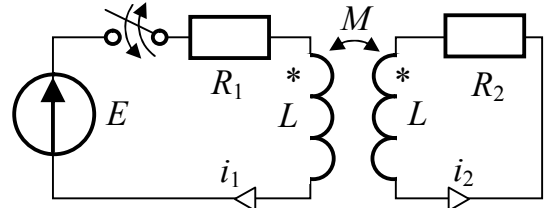


Рис. 5-44

$$u_{Cmax} = u_C(t_1) = \frac{E}{100\sqrt{0.5 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} \cdot e^{-100 \cdot 0.0314} \cdot \sin(100 \cdot 0.0314 + \pi/4) = -0.04328E.$$

5-45. Ключ у момент $t = 0$ – замикається, а у момент $t = T = 0.011$ с – розмикається. Параметри кола: $E = 10$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 100$ Ом, $L = M = 100$ мГн.

Розрахувати струми $i_1(t)$ і $i_2(t)$ в інтервалі $0 < t < 2T$.



Розв'язання. Виконаємо розрахунок струмів на першому інтервалі $0 < t < T$.

Система диференціальних рівнянь кола

$$R_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = E, \quad R_2 i_2 + L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 0.$$

Ця ж система в операторній формі за нульових початкових умов при $t = 0$ ($i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0$):

$$I_1(p) \cdot (R_1 + pL) + I_2(p) \cdot pM = E/p, \quad I_1(p) \cdot pM + I_2(p) \cdot (R_2 + pL) = 0.$$

$$\text{Її розв'язання } I_1(p) = \frac{E \cdot (pL + R_2)}{p(pL(R_1 + R_2) + R_1 R_2)} = \frac{p + 1000}{p(p \cdot 11 + 1000)},$$

$$I_2(p) = \frac{-M \cdot E}{pL(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{-1}{p \cdot 11 + 1000}.$$

Оригінали струмів $i_1(t) = 1 - 0.909 \cdot e^{-90.9t}$ А, $i_2(t) = -0.0909 \cdot e^{-90.9t}$ А.

Коефіцієнт магнітного зв'язку між обмотками: $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1$. Тому в момент

комутації струми i_1 та i_2 змінюються стрибком так, щоб сумарні потокозчеплення контурів залишались незмінними. Коефіцієнт трансформації $n = w_1/w_2 = L_1/M = M/L_2 = 1$. Тому $i_1(0_+) = -i_2(0_+) = E/(R_1 + n^2 R_2) = 0.0909$.

Такі ж значення отримуємо і з виразів для $i_1(t)$ та $i_2(t)$.

Значення струмів у момент другої комутації

$$i_1(T) = 1 - 0.909 \cdot e^{-1} = 0.666 \text{ А}, \quad i_2(T) = -0.0334 \text{ А}.$$

Рівняння кола після другої комутації (за відсутності первинного контуру при $t \geq T_+$):

$$R_2 i_2 + L \frac{di_2}{dt} = 0.$$

У момент комутації $t = T$ сумарне потокозчеплення другого контуру повинно залишитись незмінним. Отже:

$$i_1(T) + i_2(T) = i_2(T_+) + i_1(T_+), \text{ звідки:}$$

$$i_2(T_+) = i_1(T) + i_2(T) - i_1(T_+) = 0.666 - 0.0334 - 0 = 0.6326 \text{ А}.$$

Корінь характеристичного рівняння $p = -\frac{R_2}{L} = -1000 \text{ с}^{-1}$.

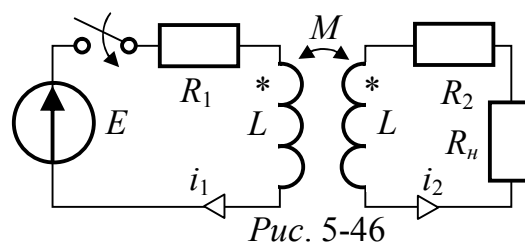
Струм $i_2(t)$ після другої комутації:

$$i_2(t) = i_2(T_+) \cdot e^{p(t-T)} = 0.6326 \cdot e^{-1000(t-0.011)} \text{ А}.$$

5-46. Повітряний трансформатор вмикається до джерела постійної ЕРС E . За допомогою осцилографа отримана крива напруги на навантаженні R_H : $u_H(t) = -50 \cdot e^{-100t} + 50 \cdot e^{-300t}$ В.

Визначити величину ЕРС E і коефіцієнт зв'язку k_3 обмоток трансформатора, якщо $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_H = 10$ Ом.

Відповіді. $E = 300$ В, $L = 0.2$ Гн, $k_3 = 0.5$.

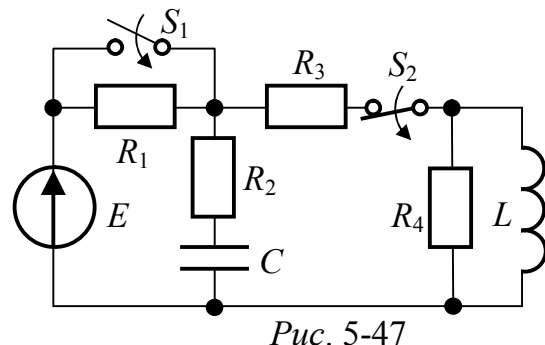


5-47. У колі з ЕРС $E = 30$ В у момент $t = 0$ замикається ключ S_1 , а в момент $t = 1$ мс розмикається ключ S_2 . Параметри елементів наступні: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_4 = 20$ Ом, $L = 4$ мГн, $C = 1$ мкФ.

Визначити максимальне за модулем значення напруги на індуктивності.

Відповіді. Вітка з ємністю не має ніякого впливу на частину кола з індуктивністю. Розраховуємо перехідний процес лише у частині R_3, R_4, L . Незалежна початкова умова $i_L(0_+) = E/(R_1 + R_3) = 2$ А, струм в індуктивності до розмикання ключа S_2 ($t < 1$ мс) $i_L(t) = 6 - 4 \cdot e^{-1000t}$ А, напруга на індуктивності $u_L(t) = 16 \cdot e^{-1000t}$ В, до другої комутації найбільше значення напруги на індуктивності 16 В.

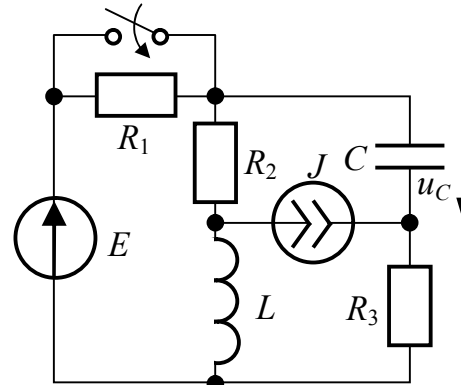
На момент другої комутації струм у вітці з індуктивністю $i_L(t=1\text{мс}) = 4.528$ А. Струм в індуктивності після другої комутації $i_L(t) = 4.528 \cdot e^{-5000(t-0.001)}$ А, напруга $u_L(t) = -90.56 \cdot e^{-5000(t-0.001)}$ В. Тут найбільше значення напруги 90.56 В, що і є відповіддю.



5-48. Параметри кола: $E = 40$ В, $J = 3$ А, $R_1 = R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $L = 2$ мГн, $C = 20$ мкФ.

У який момент часу t_1 миттєве значення напруги на конденсаторі дорівнює нулю?

Відповідь: $u_C(t) = 10 - 20 \cdot e^{-5000t}$ В,
 $u_C(t_1) = 0 \rightarrow t_1 = 0.1386$ мс.

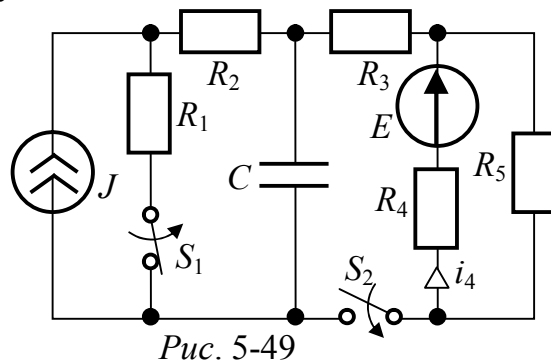


5-49. Параметри кола: $E = 100$ В, $J = 5$ А, $R_1 = R_3 = 16$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 20$ Ом, $C = 100$ мкФ. Комутації відбуваються – S_1 у момент часу $t_1 = 0$, а S_2 – у момент $t_2 = 18$ мс.

Визначити струм $i_4(t)$.
Розв'язання. Початкове значення напруги на ємності $u_C(0_+) = R_1 J = 80$ В. Після першої комутації починається заряд конденсатора постійним струмом:

$$u_C(t) = u_C(0_+) + \frac{1}{C} \int_0^t J dt = 80 + 10^4 \cdot 5t \text{ В.}$$

Шуканий струм $i_4(t)$ до другої комутації



завдяки розімкненому ключу S_2 залишається незмінним

$$i_4^I(t) = E/(R_4 + R_5) = 4 \text{ A.}$$

Значення напруги на конденсаторі у момент t_2 $u_C(t_2) = 80 + 10^4 \cdot 5 \cdot 0.018 = 980 \text{ В}$. Далі струм змінюється за законом: $i_4^{II}(t) = i_{4y} + A \cdot e^{p(t-t_2)}$.

$$\text{Тут } i_{4y} = \frac{E}{R_4 + R_5} - J \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 0.$$

Характеристичне рівняння $\frac{1}{pC} + R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 0$, його корінь $p = -500 \text{ с}^{-1}$.

Початкове значення струму після другої комутації з урахуванням того, що $u_C(t_2) = 980 \text{ В}$ наступне:

$$i_4(t_2) = \frac{E}{R_4 + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5}} - \frac{u_C(t_2)}{R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = \frac{100}{13.89} - \frac{980}{20} \cdot \frac{20}{25} = -32 \text{ A.}$$

Стала інтегрування $A = i_4(t_2) - i_{4y} = -32 \text{ A}$.

Таким чином, $i_4^{II}(t) = -32 \cdot e^{-500(t-0.018)} \text{ A}$.

Остаточно відповідь:

$$i_4(t) = \begin{cases} 4 \text{ A} & \text{при } 0 < t < 18 \text{ мс,} \\ -32 \cdot e^{-500(t-0.018)} \text{ A} & \text{при } t > 18 \text{ мс.} \end{cases}$$

5-50. У перехідному процесі, що виникає завдяки перемиканню ключа в положення 1, напруга на конденсаторі змінюється за законом $u_C(t) = 20 \cdot e^{-100t} + M \cdot e^{-200t} \text{ В}$, а максимальне значення струму $i_{max} = 0.25 \text{ A}$. По закінченні перехідного процесу ключ знову перемикається у положення 2.

Визначити час t_ϕ , за який конденсатор зарядиться до напруги $0.5U$.

Розв'язання. З першого перехідного процесу визначимо усі необхідні параметри кола. Формули для струму, напруги на конденсаторі та індуктивності у послідовному колі $2R, L, C$ мають вигляд:

$$u_C(t) = \frac{U}{p_2 - p_1} \cdot p_2 e^{p_1 t} - \frac{U}{p_2 - p_1} \cdot p_1 e^{p_2 t},$$

$$u_L(t) = \frac{U}{p_1 - p_2} \cdot (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}),$$

$$i(t) = -\frac{U}{L(p_2 - p_1)} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}).$$

$$\frac{U}{p_2 - p_1} \cdot p_2 = \frac{U}{-200 + 100} \cdot (-200) = 20, \quad U = 10 \text{ В}, \quad M = -\frac{U}{p_2 - p_1} \cdot p_1 = -10.$$

У момент, коли струм досягає максимального значення, напруга на індуктивності проходить через нуль, отже

$$u_L(t_m) = 0.1 \cdot (-100 e^{-100t_m} + 200 e^{-200t_m}) = 0; \quad t_m = 0.00693 \text{ с.}$$

Значення струму в цей момент часу

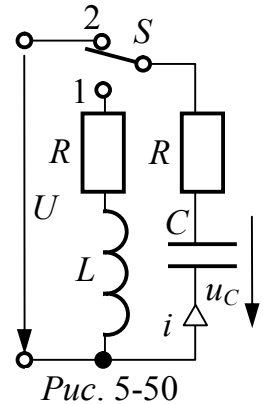


Рис. 5-50

$$i_{max} = \frac{0.1}{L} \cdot (e^{-0.693} - e^{-1.386}) = 0.25 \text{ А}, \quad L = 0.1 \text{ Гн.}$$

$$\text{Характеристичне рівняння: } p^2 + \frac{2R}{L} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0,$$

$$p_1 + p_2 = -\frac{2R}{L} = -300, \quad R = 15 \text{ Ом};$$

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{LC} = 20000, \quad C = 500 \text{ мкФ.}$$

Напруга на конденсаторі після другої комутації, якщо час відраховувати від моменту другої комутації, $u_C(t) = U - U \cdot e^{pt} = 10 - 10 \cdot e^{-133.3t}$ В.

У момент t_ϕ $u_C(t_\phi) = 10 - 10 \cdot e^{-133.3t_\phi} = 5$, звідси $t_\phi = 5$ мс.

5-51. Формула напруги на резисторі ($R = 100$ Ом) під час перехідного процесу наступна:

$$u_R(t) = 150 + (-200 + 40000t) \cdot e^{-200t} \text{ В.}$$

Визначити значення E , U , L , C і знайти перехідний струм $i_L(t)$.

Розв'язання. Початкове значення напруги на ємності $u_C(0_+) = u_R(0_+) = -50 = -E$, звідси $E = 50$ В.

Усталене значення напруги на ємності $u_{Cy} = u_R(\infty) = 150 = U$, звідси $U = 150$ В.

$$\text{Характеристичне рівняння } p^2 + \frac{1}{RC} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0,$$

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}} = -200 \text{ с}^{-1}, \text{ звідси}$$

$$\frac{1}{2RC} = 200, \quad C = 25 \text{ мкФ}; \quad p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{LC} = 40000, \quad L = 1 \text{ Гн.}$$

Визначаємо струми:

$$i_R(t) = 1.5 + (-2 + 400t) \cdot e^{-200t} \text{ А}, \quad i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{du_R}{dt} = (2 - 200t) \cdot e^{-200t} \text{ А},$$

$$i_L(t) = i_R(t) + i_C(t) = 1.5 + 200t \cdot e^{-200t} \text{ А.}$$

5-52. Параметри кола $j(t) = 1 \sin \omega t$ А, $\omega = 100$ рад/с, $R = 100$ Ом, $L = 1$ Гн, $C = 100$ мкФ.

Визначити напругу на конденсаторі у момент $t_\phi = 0.01$ с.

Розв'язання. Розрахунок перехідного процесу виконаємо шляхом зведення його до нульових початкових умов. Розрахуємо режим кола до комутації і позначимо усі величини у цьому режимі індексом 0:

$$i_{R0}(t) = j(t) = 1 \sin \omega t \text{ А}, \quad u_{C0}(t) = u_{R0}(t) = R \cdot i_{R0}(t) = 100 \sin \omega t \text{ В.}$$

Розрахунок перехідного процесу від вмикання кола на джерело $j(t)$ за нульових початкових умов у колі на рис. 5-52,а

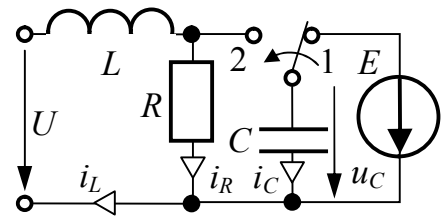


Рис. 5-51

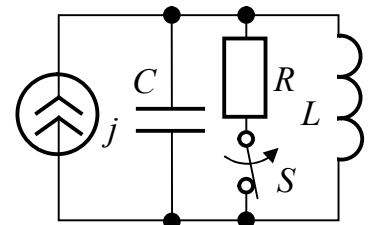


Рис. 5-52

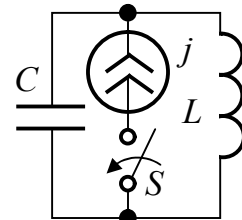


Рис. 5-52,а

виконаємо операторним методом.

$$J(p) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}, \quad U_C'(p) = J(p) \cdot \frac{pL \cdot \frac{1}{pC}}{pL + \frac{1}{pC}} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{pL}{LCp^2 + 1}.$$

Врахуємо, що $\frac{1}{LC} = \omega^2$, отримаємо $\frac{pL}{LCp^2 + 1} = \frac{p}{C \cdot (p^2 + \omega^2)}$,

$$U_C'(p) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{p}{C \cdot (p^2 + \omega^2)} = 10^6 \cdot \frac{p}{(p^2 + \omega^2)^2}.$$

За допомогою таблиці перетворень Лапласу знаходимо оригінал напруги:

$$u_C'(t) = 10^6 \cdot \frac{1}{2 \cdot 100} \cdot t \cdot \sin \omega t = 5000t \cdot \sin \omega t \text{ В.}$$

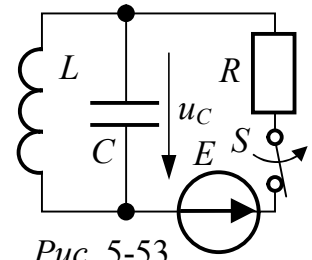
Повна напруга $u_C(t) = u_{C0}(t) + u_C'(t) = 100 \sin \omega t + 5000t \cdot \sin \omega t \text{ В.}$

Шукане значення напруги $u_C(t_\phi) = u_C(0.01) = 126.2 \text{ В.}$

5-53. У колі $L = 9 \text{ мГн}$, $C = 10 \text{ мкФ}$. Після розмикання ключа максимальне значення напруги на конденсаторі дорівнює $1.5E$.

Визначити опір резистора R .

Розв'язання. Значення струму і енергії індуктивності у момент комутації $i_L(0_+) = E/R$, $W_L(0_+) = \frac{1}{2}Li_L(0_+)^2$. Для конденсатора: $u_C(0_+) = 0$, $W_C(0_+) = 0$. За рахунок енергії, накопиченої в магнітному полі індуктивності, після комутації в ідеальному коливальному контурі виникнуть незгасні



коливання з частотою $\omega = 1/\sqrt{LC}$. При цьому максимальне значення енергії, яка періодично накопичується в електричному полі конденсатора і в магнітному полі індуктивності, очевидно, дорівнює $W_L(0_+)$. Отже, можна записати:

$$W_{Cmax} = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = \frac{1}{2}C(1.5E)^2 = W_L(0_+) = \frac{1}{2}Li_L(0_+)^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2.$$

$$\text{Звідси } R = \sqrt{\frac{L}{2.25C}} = 20 \text{ Ом.}$$

5-54. У колі задачі 5-53 ($L = 9 \text{ мГн}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $R = 20 \text{ Ом}$) ЕРС джерела змінної напруги змінюється за законом $e(t) = E_m \sin(2000t + \psi)$.

За якого значення ψ максимальне значення напруги на конденсаторі після розмикання ключа дорівнює $1.3E$?

Розв'язання. Максимальне значення енергії в електричному полі конденсатора після комутації: $W_{Cmax} = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = \frac{1}{2}C(1.3E_m)^2 = 8.45 \cdot 10^{-6} \cdot E_m^2$.

Ця енергія повинна бути накопичена в індуктивності та ємності у момент комутації. Отримаємо формулу для цієї енергії, розрахувавши вимушений режим у колі до комутації.

$$\text{Опори кола: } X_L = 18 \text{ Ом, } X_C = 50 \text{ Ом, } \underline{Z} = R + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L + (-jX_C)} = 34.51 \cdot e^{j54.58^\circ} \text{ Ом;}$$

струми у колі:
$$\underline{I}(\psi) = \frac{E_m \cdot e^{j\psi}}{\underline{Z}} = \frac{E_m}{34.51} \cdot e^{j(\psi - 54.58^\circ)},$$

$$\underline{I}_L(\psi) = \underline{I}(\psi) \cdot \frac{-jX_C}{jX_L + (-jX_C)} = 0.04528 E_m \cdot e^{j(\psi - 54.58^\circ)},$$

$$\underline{I}_C(\psi) = \underline{I}(\psi) \cdot \frac{jX_L}{jX_L + (-jX_C)} = 0.0163 E_m \cdot e^{j(\psi + 125.42^\circ)}.$$

Напруга на ємності $\underline{U}_C(\psi) = -jX_C \cdot \underline{I}_C(\psi) = 0.815 E_m \cdot e^{j(\psi + 35.42^\circ)}$.

Незалежні початкові умови і сумарна енергія, накопичена в конденсаторі та в індуктивності, у момент комутації:

$$i_L(0_+) = 0.04528 E_m \cdot \sin(\psi - 54.58^\circ), \quad u_C(0_+) = 0.815 E_m \cdot \sin(\psi + 35.42^\circ),$$

$$\begin{aligned} W(0_+) &= \frac{1}{2} [L i_L(0_+)^2 + C u_C(0_+)^2] = \\ &= E_m^2 \cdot 10^{-6} \cdot (9.23 \cdot \sin^2(\psi - 54.58^\circ) + 3.32 \cdot \sin^2(\psi + 35.42^\circ)) = \\ &= E_m^2 \cdot 10^{-6} \cdot (9.23 \cdot \cos^2(\psi + 35.42^\circ) + 3.32 \cdot \sin^2(\psi + 35.42^\circ)) = \\ &= E_m^2 \cdot 10^{-6} \cdot (9.23 \cdot (1 - \sin^2(\psi + 35.42^\circ)) + 3.32 \cdot \sin^2(\psi + 35.42^\circ)) = \\ &= E_m^2 \cdot 10^{-6} \cdot (9.23 - 5.91 \cdot \sin^2(\psi + 35.42^\circ)) = 8.45 \cdot 10^{-6} \cdot E_m^2, \end{aligned}$$

звідки $\sin^2(\psi + 35.42^\circ) = 0.132$.

Це рівняння для ψ дає чотири корені:

1) -14.11° , 2) -56.72° , 3) 123.28° , 4) 165.88° .

5-55. Послідовно з котушкою індуктивності з'єднана частина kR опору реостата $R = 1000$ Ом ($0 \leq k \leq 1$). У коло вмикається джерело струму $J = 0.1$ А за нульових початкових умов. Індуктивність L котушки і значення коефіцієнта k такі, що найбільша швидкість зміни струму i_1 у момент $t = 0$ дорівнює 40000 А/с. Кутова частота вільних коливань у контури дорівнює 10^5 рад/с.

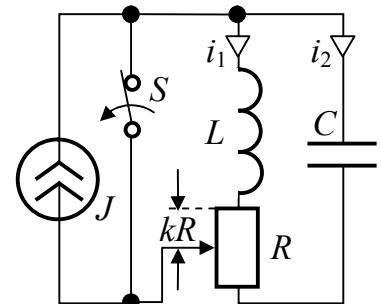


Рис. 5-55

Визначити залежність моменту переходу струму i_2 через нуль від значення коефіцієнта k ($0 \leq k \leq 1$).

Розв'язання. Початкові умови: $i_1(0_+) = 0$, $u_C(0_+) = 0$, $i_2(0_+) = J - i_1(0_+) = 0.1$ А.

За другим законом Кірхгофа: $L \frac{di_1}{dt} + kR i_1 - (1 - k)R \cdot i_2 - u_C = 0$.

Звідси початкова швидкість зміни струму i_1

$$i_1'(0_+) = \frac{(1 - k)RJ}{L}.$$

Максимальна швидкість спостерігається при $k = 0$ і дорівнює 40000 А/с. Звідси $L = \frac{RJ}{i_1'(0_+)} = 2.5$ мГн.

Корені характеристичного рівняння

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = -\delta \pm j\omega \text{ с}^{-1}, \text{ оскільки } \omega = 10^5 \text{ рад/с, то } C = 8 \text{ нФ.}$$

За відомих параметрів кола розрахунок струму i_2 дає:

$$i_2(t) = 0.1 e^{-2 \cdot 10^5 t} [\cos(10^5 t) + (4k - 2) \cdot \sin(10^5 t)] \text{ A.}$$

$$i_2(t) = 0, \text{ якщо } \cos(10^5 t) + (4k - 2) \cdot \sin(10^5 t) = 0,$$

$$t = (n\pi - \arctg \frac{1}{4k - 2}) \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

5-56. Параметри кола: $E = 240 \text{ В}$, $R = 20 \text{ Ом}$,
 $L_1 = 40 \text{ мГн}$, $L_2 = 20 \text{ мГн}$, $L_3 = 10 \text{ мГн}$.

Визначити струм $i_2(t)$.

Розв'язання. Незалежні початкові умови:
 $i_1(0_+) = i_2(0_+) = 6 \text{ А}$, $i_3(0_+) = 0$. Усталені складові
струмів: $i_{1y} = 8 \text{ А}$, $i_{2y} = i_{3y} = 4 \text{ А}$.

Характеристичне рівняння і його корені:

$$pL_1 + R + \frac{(R + pL_2)(R + pL_3)}{2R + p(L_2 + L_3)} = 0,$$

$$p_1 = -622 \text{ с}^{-1}, \quad p_2 = -1378 \text{ с}^{-1}.$$

Вільна складова другого струму $i_{2в}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$.

Система рівнянь для знаходження початкових значень похідних струмів:

$$\begin{cases} i_1'(0_+) - i_2'(0_+) - i_3'(0_+) = 0, \\ Ri_1(0_+) + L_1 i_1'(0_+) + Ri_2(0_+) + L_2 i_2'(0_+) = E, \text{ або} \\ Ri_1(0_+) + L_1 i_1'(0_+) + Ri_3(0_+) + L_3 i_3'(0_+) = E, \end{cases} \quad \begin{cases} i_1'(0_+) - i_2'(0_+) - i_3'(0_+) = 0, \\ 0.04 i_1'(0_+) + 0.02 i_2'(0_+) = 0, \\ 0.04 i_1'(0_+) + 0.01 i_3'(0_+) = 120. \end{cases}$$

Розв'язання системи: $i_1'(0_+) = 1714 \text{ А/с}$, $i_2'(0_+) = -3428 \text{ А/с}$, $i_3'(0_+) = 5142 \text{ А/с}$.

Система рівнянь для знаходження сталих інтегрування другого струму:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = i_2(0_+) - i_{2y} = 2, \\ A_1 p_1 + A_2 p_2 = i_2'(0_+) - i_{2y}' = -3428, \text{ звідки:} \\ A_1 = -0.889, \quad A_2 = 2.889. \end{cases}$$

Отже: $i_2(t) = 4 - 0.889 \cdot e^{-622t} + 2.889 \cdot e^{-1378t} \text{ А}$.

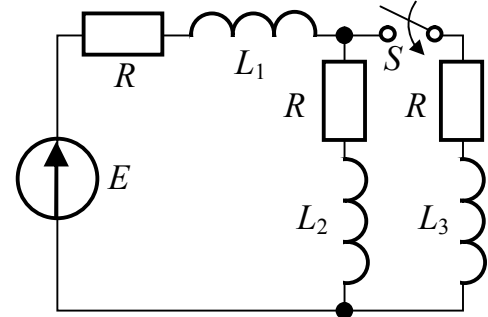


Рис. 5-56

5-57. Параметри кола: $U = 90 \text{ В}$, $C_1 = 50 \text{ мкФ}$, $C_2 = 200 \text{ мкФ}$, $L = 0.3 \text{ Гн}$, $M = 0.1 \text{ Гн}$,
 $R = 80 \text{ Ом}$. Спочатку замикається ключ S_1 при нульових початкових зарядах
конденсаторів. Після повного заряду конденсаторів ключ S_1 розмикається і
одночасно замикається ключ S_2 .

Визначити перехідний струм через ключ S_2 .

Відповіді. Після першої комутації конденсатори C_1 зарядяться до напруги
 $u_{C1y} = 60 \text{ В}$. Після другої комутації відбувається розряд конденсаторів C_1 у двох
однакових контурах R, L, C . За узгодженого з'єднання індуктивностей загальна
індуктивність одного контуру складає $L + M = 0.4 \text{ Гн}$.

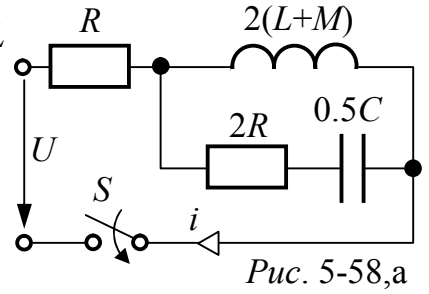
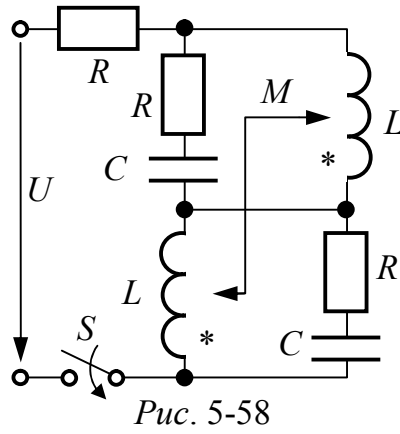
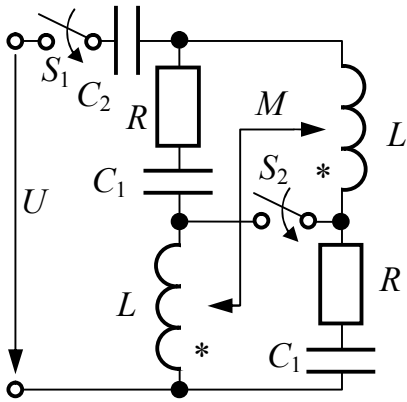
Струм одного контуру $i(t) = \frac{u_{C1y}}{\omega(L + M)} \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t) = 0.75 \cdot e^{-100t} \cdot \sin(200t) \text{ А}$; через

ключ S_2 проходять струми двох контурів, тобто: $i_{S2}(t) = 2i(t) = 1.5 \cdot e^{-100t} \cdot \sin(200t) \text{ А}$.

5-58. Розрахувати струм джерела протягом перехідного процесу за наступних
параметрів кола: $U = 100 \text{ В}$, $C = 100 \text{ мкФ}$, $L = 0.75 \text{ Гн}$, $M = 0.25 \text{ Гн}$, $R = 100 \text{ Ом}$.

Відповідь. Розв'язання зводиться до розрахунку перехідного процесу у колі на рис. 5.58,а;

$$i(t) = 1 + 1.019 \cdot e^{-50t} \cdot \sin(28.86t - 139.11^\circ) \text{ A.}$$



6 НЕЛІНІЙНІ КОЛА

6-1. Параметри кола наступні: $J = 800$ мА, $R_3 = 200$ Ом, $R_4 = 600$ Ом, ВАХ нелінійного опору подана таблицею.

ВАХ нелінійного елементу

$U_{HE}, \text{В}$	5	10	20	30	40	45	50	60
$I_{HE}, \text{мА}$	250	420	500	501	510	520	550	1000

Визначити покази амперметрів і потужність нелінійного елемента.

Розв'язання. Оскільки у

колі є лише один нелінійний резистор, задачу розв'яжемо, замінюючи лінійний активний двополіусник, приєднаний до полюсів HE , еквівалентним генератором з параметрами:

$$U_p = J \cdot \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 120 \text{ В}, \quad R_{екв} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 150 \text{ Ом},$$

$$I_{кз} = \frac{U_p}{R_{екв}} = 0.8 \text{ А}.$$

Далі використовуємо графічний метод перетину ВАХ.

В одній системі координат будуємо ВАХ HE (за даними таблиці) і ВАХ еквівалентного генератора (за двома точками – розімкненого кола і короткого замикання). У точці перетину отримуємо струм і напругу нелінійного елемента: $U_{HE} = 43 \text{ В}$, $I_{HE} = 0.515 \text{ А}$.

Струми в лінійних резисторах: $I_3 = U_{HE}/R_3 = 0.215 \text{ А}$, $I_4 = U_{HE}/R_4 = 0.072 \text{ А}$.

Покази амперметрів: $I_1 = J - I_4 = 0.728 \text{ А}$, $I_2 = J - I_3 = 0.585 \text{ А}$.

Потужність HE : $P_{HE} = U_{HE} \cdot I_{HE} = 22.15 \text{ Вт}$.

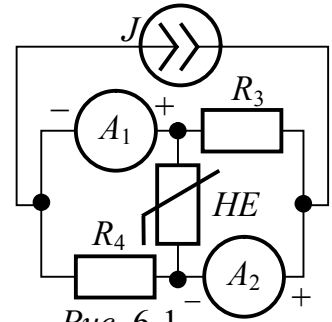


Рис. 6-1

6-2. ВАХ нелінійних елементів: $U_1 = 5I_1^2$, $U_2 = 2I_2^2 + 4I_2$, а при $U_1, U_2 < 0$ струми $I_1, I_2 = 0$. Параметри лінійних елементів: $E_3 = 24 \text{ В}$, $E_4 = 18 \text{ В}$, $E_5 = 30 \text{ В}$, $J_8 = J_9 = 1 \text{ А}$, $R_3 = R_5 = R_6 = R_7 = 6 \text{ Ом}$.

Визначити струми.

Відповіді. Еквівалентними перетвореннями коло зводиться до одноконтурного з послідовним з'єднанням елементів.

Значення струмів (А): 2, 2, 1, 1, 1, 0, 1.

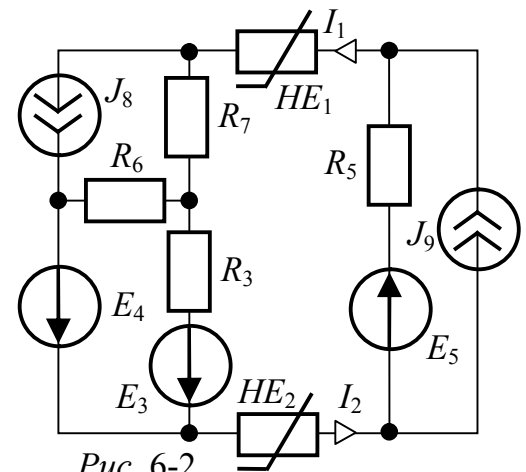


Рис. 6-2

6-3. Параметри кола: $u(t) = 60 \sin(\omega t) \text{ В}$, $E = 30 \text{ В}$, $R = 5 \text{ Ом}$. Діод ідеальний.

Визначити показ ватметра, а також показ вольтметра якщо він 1) магнітоелектричної системи, 2) електромагнітної системи.

Відповідь. Діюче значення струму $I = 2.495 \text{ А}$, показ ватметра $P_W = 31.135 \text{ Вт}$, покази вольтметра: $U_{V1} = -36.17 \text{ В}$, $U_{V2} = 50.455 \text{ В}$.

6-4. Відомо: $E_1 = 2E_2$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, ВАХ HE $U_{HE} = I_{HE}^2 + 2I_{HE}$. За замкненого ключа показ амперметру $I_A = 6 \text{ А}$.

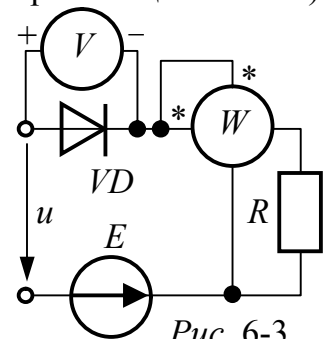


Рис. 6-3

Розрахувати потужності джерел за розімкненого ключа.

Розв'язання. Струм амперметра за замкненого ключа $I_A = \frac{E_1}{R_1 + R_3} + \frac{E_2}{R_2} = \frac{E_1}{3} = 6 \text{ A}$,

звідси $E_1 = 18 \text{ В}$, $E_2 = 9 \text{ В}$.

За розімкненого ключа лінійну частину кола замінюємо еквівалентним генератором:

$$R_{екв} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_3 + R_2} = 2 \text{ Ом},$$

$$E_{екв} = E_2 + \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_3 + R_2} \cdot R_2 = 12 \text{ В}.$$

Таким чином, ВАХ еквівалентного генератора

$$U(I_{HE}) = E_{екв} - R_{екв} \cdot I_{HE} = 12 - 2I_{HE}.$$

Розв'язуємо нелінійне рівняння $12 - 2I_{HE} = I_{HE}^2 + 2I_{HE}$, яке має єдиний додатний корінь $I_{HE} = 2 \text{ А}$.

$$\text{Інші величини: } U_{HE} = 8 \text{ В}, I_1 = \frac{E_1 - U_{HE}}{R_1 + R_3} = 1.667 \text{ А}, I_2 = \frac{E_2 - U_{HE}}{R_2} = 0.333 \text{ А},$$

$$P_{E1} = E_1 I_1 = 30 \text{ Вт}, P_{E2} = E_2 I_2 = 3 \text{ Вт}.$$

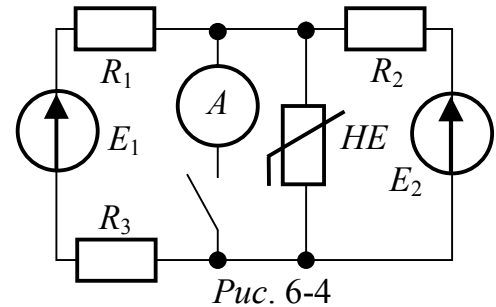


Рис. 6-4

6-5. Параметри резисторів: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = R_4 = R_5 = 30 \text{ Ом}$, ВАХ HE – $U = 11 \cdot I^2$. За замкненого ключа показ амперметра 4 А.

Визначити струм I_2 за розімкненого ключа.

Відповідь. $I_2 = 0.8 \text{ А}$; $E = 88 \text{ В}$, $I_1 = 1.2 \text{ А}$.

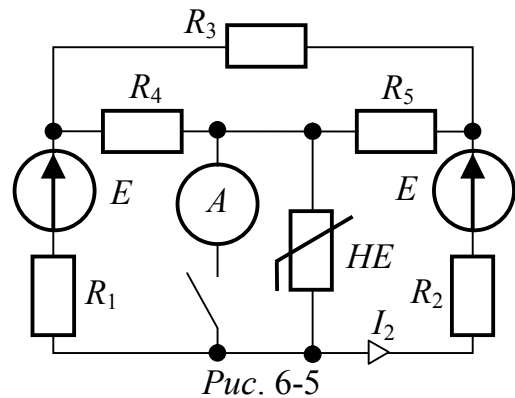


Рис. 6-5

6-6. У колі за схемою моста нелінійний елемент $R_1(I_1)$ – стабілітрон, ВАХ якого подана на рис. 6-6, напруга стабілізації $U_{cm} = 40 \text{ В}$. ВАХ нелінійного елемента $R_2(I_2)$ описується рівнянням $U_2 = 50 \cdot I_2 + 250 \cdot I_2^2$. У діагоналі мосту увімкнений гальванометр з опором $R_5 = 100 \text{ Ом}$.

Вибрати резистори R_3 і R_4 , щоб забезпечити рівновагу мосту ($I_5 = 0$) в режимі, що відповідає точці A на характеристиці стабілітрона при $E = 100 \text{ В}$. За знайдених значень опорів отримати залежність струму I_5 від ЕРС E за малих відхилень від значення $E = 100 \text{ В}$, якщо точка A не виходить за межі зони стабілізації напруги.

Розв'язання. У першій частині задачі знайдемо величини опорів R_3 і R_4 . У разі врівноваженого мосту

$$I_5 = 0, I_3 = I_1 = 0.5 \text{ А},$$

$$R_1 = U_{cm} / I_1 = 80 \text{ Ом},$$

$$R_3 = \frac{E - U_{cm}}{I_1} = 120 \text{ Ом}.$$

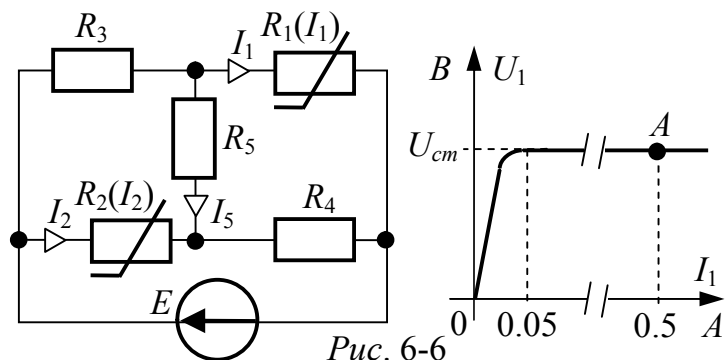


Рис. 6-6

$$\text{Умова рівноваги мосту } \frac{R_3}{R_1} = \frac{R_2}{R_4} \text{ або } \frac{U_3}{U_{cm}} = \frac{R_3 I_3}{U_{cm}} = 1.5 = \frac{U_2}{U_4},$$

причому $U_2 + U_4 = 100$. Звідси $U_4 = 40$ В, $U_2 = 60$ В $= 50 \cdot I_2 + 250 \cdot I_2^2$.

$I_2 = -0.1 \pm 0.5$ А, за умови $I_2 > 0$ маємо $I_2 = 0.4$ А, тоді $R_4 = 40/0.4 = 100$ Ом.

Отримаємо залежність $I_5(E)$. Оскільки робоча точка на ВАХ стабілітрона не виходить за межі зони стабілізації напруги, замінимо його на ЕРС $U_{cm} = 40$ В, після чого коло відносно полюсів елемента HE_2 розглядаємо як лінійний активний двополуосник (рис. 6-6,а). Параметри еквівалентного генератора:

$$R_{екв} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 50 \text{ Ом}, \quad U_p = E - R_4 \cdot \frac{U_{cm}}{R_4 + R_5} = E - 20.$$

$$U_2(I_2) + R_{екв} \cdot I_2 = E - 20,$$

$$50 \cdot I_2 + 250 \cdot I_2^2 + 50 \cdot I_2 = E - 20,$$

$$I_2 = -0.2 + \sqrt{\frac{E-10}{250}} \text{ А. Тут знак «+» прийнятий,}$$

щоб задовольняти умові $I_2 > 0$.

Відповідно,

$$U_2(E) = E - 20 - R_{екв} \cdot I_2 = E - 10 - \sqrt{10(E-10)} \text{ В.}$$

Повертаючись до початкової схеми, з рівняння $U_2(E) - R_5 \cdot I_5 = E - U_{cm}$ знаходимо

$$I_5(E) = \frac{1}{R_5} \cdot (-E + U_2(E) - U_{cm}) = 0.3 - \sqrt{\frac{E-10}{1000}} \text{ А.}$$

Покажемо інший спосіб отримання залежності $I_5(E)$. Розглянемо еквівалентну схему для малих відхилень ЕРС джерела (рис. 6-6,б). Нелінійні елементи замінюємо їх диференційними опорами в околі робочих точок: $R_{1\delta} = 0$ (режим стабілізації напруги),

$$R_{2\delta} = \frac{dU_2}{dI_2} = 50 + 500 \cdot I_2, \quad R_{2\delta}(I_2=0.4) = 250 \text{ Ом.}$$

$$\text{Тоді } I_5(\Delta E) = \frac{-\Delta E}{R_{2\delta} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} = \frac{-\Delta E}{600} \text{ А, де } \Delta E = E - 100.$$

Обидві отримані формули дають майже однакові результати, причому тим ближчі, чим менші відхилення ЕРС від значення 100 В.

6-7. Три однакові діоди з ВАХ $I = b \cdot (e^{aU} - 1)$, $a = 2$ В⁻¹, $b = 0.1$ А ввімкнені у коло постійного струму. Показ амперметра $I_3 = 0.4$ А, опір $R = 10$ Ом.

Визначити ЕРС E джерела.

Розв'язання. Напруга на третьому діоді

$$U_3 = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{I_3}{b} + 1\right) = 0.805 \text{ В.}$$

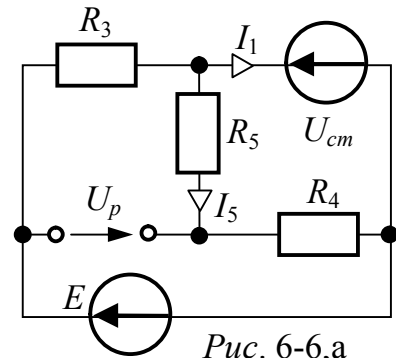


Рис. 6-6,а

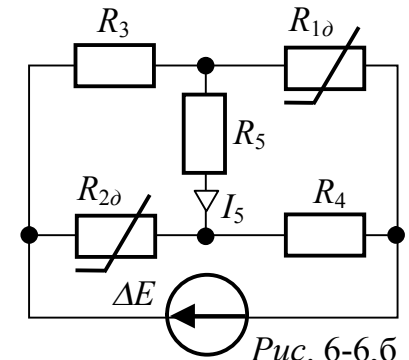


Рис. 6-6,б

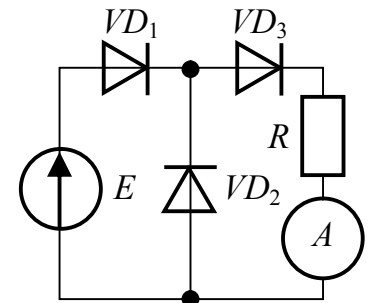


Рис. 6-7

Напруга на паралельних вітках $U_{II} = R \cdot I_3 + U_3 = 4.805 \text{ В}$.

Решта струмів

$$I_2 = -b \cdot (e^{-aU_{II}} - 1) = 0.1 \text{ А}, \quad I_1 = I_2 + I_3 = 0.5 \text{ А}.$$

Напруга на першому діоді $U_1 = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{I_1}{b} + 1\right) = 0.896 \text{ В}$.

ЕРС джерела $E = U_{II} + U_1 = 5.701 \text{ В}$.

6-8. У колі постійного струму містяться два однакові діоди з ВАХ при $U_D < 0$ $I_D = 0$, при $U_D > 0$ $I_D = a \cdot U_D^2 + b \cdot U_D$, де $a = 0.02 \text{ А/В}^2$, $b = 0.1 \text{ См}$. Інші параметри елементів кола: $E = 20 \text{ В}$, $J = 0.1 \text{ А}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 50 \text{ Ом}$.

Визначити струм I_3 .

Розв'язання. У колі з двома діодами можливі чотири режими – обидва діоди відкриті, обидва закриті, перший відкритий другий закритий та навпаки. Припустимо, що перший діод відкритий, а другий – закритий, тобто схема приймає вигляд рис. 6-8,а. У цьому колі з одним нелінійним елементом лінійну частину замінюємо еквівалентною віткою $E_{екв} - R_{екв}$. Отримуємо коло рис. 6-8,б з послідовним з'єднанням елементів, яке можна обчислювати як аналітично, так і графічно.

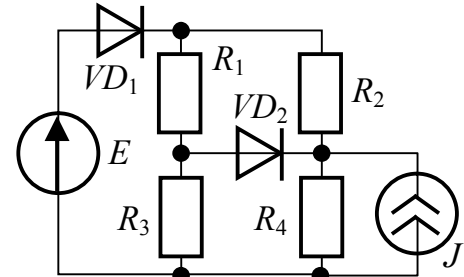


Рис. 6-8

$$\text{ВАХ діода } U_D = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4aI}}{2a} = -2.5 + \sqrt{6.25 + 50I}.$$

$$E_{екв} = 1.5 \text{ В}, R_{екв} = 21 \text{ Ом}.$$

Рівняння за другим законом Кірхгофа $U_{D1} + R_{екв} \cdot I_1 = E - E_{екв}$, або

$$-2.5 + \sqrt{6.25 + 50I_1} + 21 \cdot I_1 = 18.5, \\ I_1 = 0.695 \text{ А}, U_{D1} = 4.039 \text{ В}.$$

Далі за законами Кірхгофа здобуємо

$$I_3 = 0.532 \text{ А}, I_2 = 0.157 \text{ А}, U_{D2} = R_2 I_2 - R_1 I_3 = -2.19 \text{ В}.$$

Таким чином, дійсно, $I_1 > 0$ і $U_{D2} < 0$, тобто припущення про відкритий перший і закритий другий діоди було вірним, інші режими можна не розглядати.

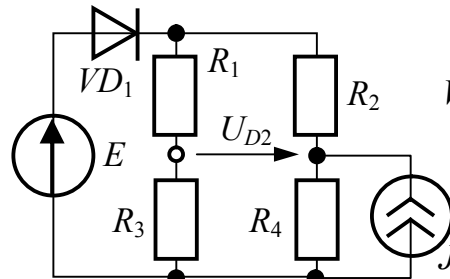


Рис. 6-8,а

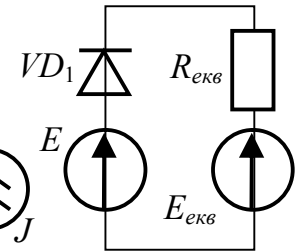


Рис. 6-8,б

6-9. У колі діють змінна ЕРС $e(t) = 24 \sin(\omega t) \text{ В}$ і постійна $E = 12 \text{ В}$. У відкритому стані опір діода 6 Ом , у закритому – ∞ . Опір навантаження $R = 18 \text{ Ом}$.

Знайти показ ватметра і максимальне миттєве значення струму.

Відповіді. Для відкритого стану діода $30^\circ < \omega t < 150^\circ$ $i(t) = -0.5 + \sin(\omega t) \text{ А}$, $I_{max} = 0.5 \text{ А}$, напруга на ватметрі $u_W = R \cdot i + E = 3 + 18 \sin(\omega t) \text{ В}$, показ ватметра

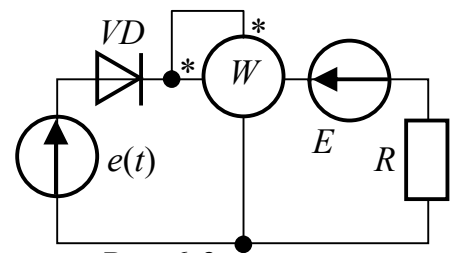


Рис. 6-9

$$P_W = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (3 + 18 \sin(\omega t)) \cdot (-0.5 + \sin(\omega t)) d\omega t = 2.09 \text{ Вт.}$$

6-10. Коло з двома однаковими діодами живиться від джерела постійного струму J . Залежність між струмом і напругою діода наступна: $I_D = a \cdot U_D + b \cdot U_D^2$, де $a = 0.05 \text{ См}$, $b = 0.025 \text{ А/В}^2$. Інші параметри: $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$. Покази амперметрів: $A_1 \rightarrow 0$, $A_2 \rightarrow 0.2 \text{ А}$.

Визначити R_1 і J .

Розв'язання. Застосовуючи закони Кірхгофа і аналітичні вирази для ВАХ діодів, послідовно розраховуємо напруги та струми кожного з елементів кола, починаючи з VD_2 .

Напруга на VD_2 і на першому резисторі: $0.2 = 0.05 \cdot U_{D2} + 0.025 \cdot U_{D2}^2$, $U_{D2} = U_{R1} = 2 \text{ В}$.

Напруга на другому резисторі та на першому діоді $U_{R2} = U_{D1} = R_2 \cdot I_2 = 20 \cdot 0.2 = 4 \text{ В}$.

Струм першого діода

$$I_1 = 0.05 \cdot U_{D1} + 0.025 \cdot U_{D1}^2 = 0.6 \text{ А.}$$

Шуканий опір

$$R_1 = U_{R1} / I_1 = 3.33 \text{ Ом.}$$

Напруга на затискачах джерела

$$U_J = U_{D2} + U_{R2} = 6 \text{ В.}$$

Шуканий струм

$$J = \frac{U}{R_3} + I_1 + I_2 = 1.8 \text{ А.}$$

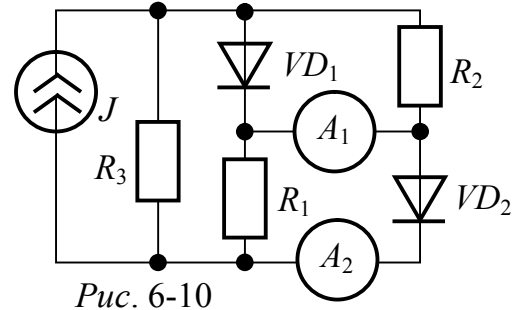


Рис. 6-10

6-11. ВАХ нелінійного резистора HE апроксимується аналітичною функцією: $U_{HE} = a \cdot I^2 + b \cdot I$, де $a = 2 \text{ В/А}^2$, $b = 6 \text{ Ом}$. ВАХ діода VD подана графіком, причому $I_D = c \cdot U_D^3$, $c = \text{const}$. Опір лінійного резистора $R = 10 \text{ Ом}$.

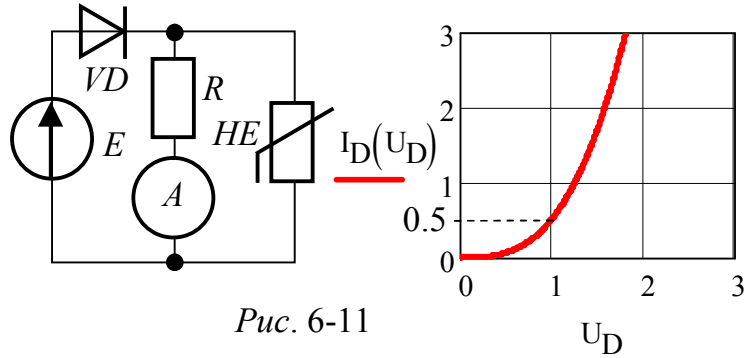


Рис. 6-11

Визначити ЕРС джерела, якщо показ амперметра $I_A = 2 \text{ А}$.

Розв'язання. За характеристикою діода визначаємо $c = 0.5$. Напруга на паралельних вітках $U_{HE} = U_R = R \cdot I_A = 20 \text{ В}$. Струм нелінійного елемента визначаємо з рівняння $20 = 2 \cdot I_{HE}^2 + 6 \cdot I_{HE}$; $I_{HE} = 2 \text{ А}$ (другий корінь -5 А відкидаємо, тому що струм може бути лише додатним). Струм і напруга на діоді $I_D = I_A + I_{HE} = 4 \text{ А}$, $U_D = \sqrt[3]{4/0.5} = 2 \text{ В}$. ЕРС джерела $E = U_D + U_{HE} = 22 \text{ В}$.

6-12. ВАХ нелінійних елементів: $U_{HE1} = I^2 + 3 \cdot I$, $U_{HE2} = 2 \cdot I^2$, де $[U] = \text{В}$, $[I] = \text{А}$; параметри інших елементів: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $E = 65 \text{ В}$, $J = 3 \text{ А}$.

Обчислити потужності джерел електричної енергії.

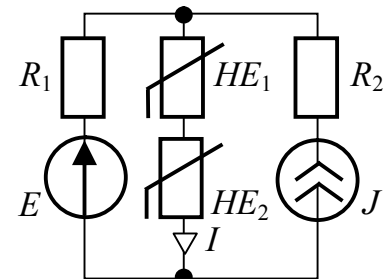


Рис. 6-12

Розв'язання. Додаємо ВАХ нелінійних елементів, що з'єднані послідовно: $U(I) = U_{HE1} + U_{HE2} = 3 \cdot I^2 + 3 \cdot I$. Лінійну частину кола замінюємо еквівалентним генератором: $R_{екв} = R_1 = 5 \text{ Ом}$, $E_{екв} = E + R_1 J = 80 \text{ В}$.

Отже, ВАХ еквівалентного генератора $U(I) = E_{екв} - R_{екв} I = 80 - 5I$.

Отримуємо нелінійне рівняння: $80 - 5I = 3 \cdot I^2 + 3 \cdot I$, яке має єдиний додатний корінь $I = 4 \text{ А}$.

Інші величини: $I_1 = I - J = 1 \text{ А}$, $U = 60 \text{ В}$, $U_J = U + R_2 J = 72 \text{ В}$,

$P_E = EI_1 = 65 \text{ Вт}$, $P_J = U_J J = 216 \text{ Вт}$.

6-13. ВАХ нелінійного елемента апроксимується функцією: $U_{HE} = 3 \cdot I_{HE} + 2 \cdot I_{HE}^2$, де $[U] = \text{В}$, $[I] = \text{А}$. Інші параметри кола: $R_1 = 1.5R_2$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $E = 12 \text{ В}$, $J = 3 \text{ А}$, потужність джерела струму $P_J = 60 \text{ Вт}$.

Визначити потужність джерела ЕРС.

Розв'язання. Лінійну частину кола замінюємо еквівалентним генератором:

$$R_{екв} = R_3 = 2 \text{ Ом}, \quad E_{екв} = E + J \cdot R_3 = 18 \text{ В}.$$

Таким чином, ВАХ еквівалентного генератора

$$U_{HE}(I_{HE}) = E_{екв} - R_{екв} \cdot I_{HE} = 18 - 2I_{HE}.$$

Розв'язуємо нелінійне рівняння:

яке має єдиний додатний корінь

Напруга на затискачах джерела струму

Напруга на другому резисторі

Напруга на першому резисторі

Визначимо опори R_1 і R_2 , а також їх струми з системи рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = J = 3, \\ R_1 I_1 = U_1 = 18, \\ R_2 I_2 = U_2 = 6, \\ R_1 = 1.5R_2. \end{cases}$$

Розв'язання системи: $R_1 = 9 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$,
 $I_1 = 2 \text{ А}$, $I_2 = 1 \text{ А}$.

Струм і потужність джерела ЕРС:

$$I_E = I_{HE} - I_2 = 1 \text{ А}, \quad P_E = EI_E = 12 \text{ Вт}.$$

6-14. ВАХ нелінійних елементів для вказаних напрямів струмів апроксимуються наступними аналітичними виразами: $U_1 = I_1^2 + 2 \cdot I_1$, $U_2 = 3 \cdot I_2^2$, де $[U] = \text{В}$, $[I] = \text{А}$; параметри інших елементів: $R_1 = R_2 = R_4 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $E = 24 \text{ В}$, $J = 5 \text{ А}$.

Визначити покази вольтметра і амперметра.

Відповіді. Нелінійні опори з'єднані послідовно; ВАХ послідовного з'єднання:

$$U_{HE} = 4 \cdot I_{HE}^2 + 2 \cdot I_{HE}.$$

Лінійна частина кола замінюється еквівалентним генератором з параметрами $R_{екв} = 6 \text{ Ом}$, $E_{екв} = 32 \text{ В}$, його ВАХ $U_{HE}(I_{HE}) = E_{екв} - R_{екв} I_{HE} = 32 - 6I_{HE}$.

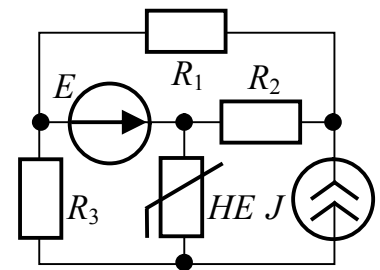


Рис. 6-13

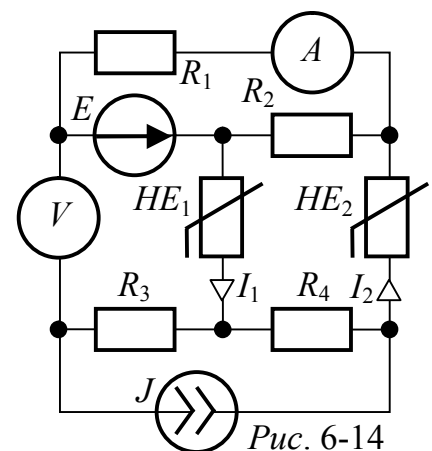


Рис. 6-14

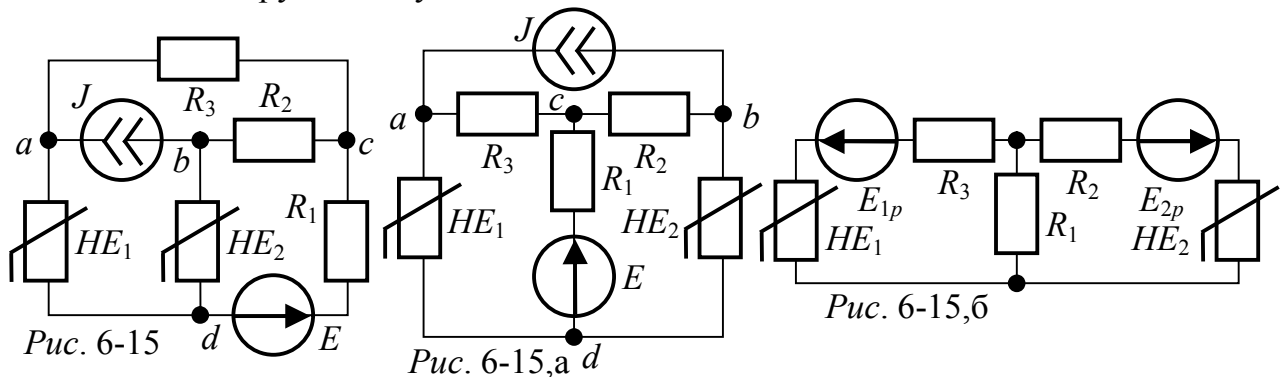
Отримуємо нелінійне рівняння:
 $32 - 6I_{HE} = 4I_{HE} + 2I_{HE}^2$ або $16 - 3I_{HE} = 2I_{HE} + I_{HE}^2$,
 яке має єдиний додатний корінь $I_{HE} = 2$ А.
 $U_{HE} = 8$ В.
 Покази приладів: $I_A = 4$ А, $U_V = 14$ В.

6-15. Відомо: $E = 10$ В, $J = 2$ А, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, ВАХ однакових нелінійних опорів подана таблицею.

ВАХ нелінійного елемента

$U_{HE}, \text{В}$	1	2	4	6	10	16
$I_{HE}, \text{А}$	2	3.1	3.7	4	4.5	5

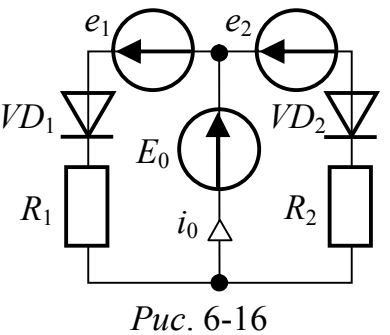
Визначити струми і потужності нелінійних елементів.



Коментарі і відповіді. За наявності двох нелінійних опорів лінійна частина кола замінюється еквівалентним триполусником. Для наочності початкове коло можна подати у вигляді рис. 6-15,а. Триполусник відносно затискачів $a-b-d$ подається еквівалентною T -подібною схемою (рис. 6-15,б). Еквівалентні ЕРС дорівнюють напругам одночасного розімкненого кола двох віток з НЕ: $E_{1p} = 16$ В, $E_{2p} = 6$ В; далі коло рис. 6-15,б розраховується методом двох вузлів графічно: $I_1 = 2.4$ А, $P_1 = 2.64$ Вт, $I_2 = 0.5$ А, $P_2 = 0.25$ Вт.

6-16. Відомо: $e_1(\omega t) = 10 \cdot \sin(\omega t)$ В, $e_2(\omega t) = 17 \cdot \sin(\omega t)$ В, $E_0 = 5$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 120$ Ом, діоди вважати ідеальними.

Розрахувати струм $i_0(\omega t)$.
 Відповідь.



$$i_0(\omega t) = \begin{cases} 91.7 - 41.7 \sin(\omega t) \text{ мА} & \text{нпу } 0 \leq \omega t \leq 17.1, \\ 50 + 100 \sin(\omega t) \text{ мА} & \text{нпу } 17.1 \leq \omega t \leq 162.9, \\ 91.7 - 41.7 \sin(\omega t) \text{ мА} & \text{нпу } 162.9 \leq \omega t \leq 210, \\ 41.7 - 141.7 \sin(\omega t) \text{ мА} & \text{нпу } 210 \leq \omega t \leq 330, \\ 91.7 - 41.7 \sin(\omega t) \text{ мА} & \text{нпу } 330 \leq \omega t \leq 360. \end{cases}$$

7 ЧОТИРИПОЛЮСНИКИ

7-1. Чотириполусник з коефіцієнтом $A = 1$ і навантаженням $Z_H = j20$ Ом живиться від джерела $E = 48$ В. За замкненого рубильника S комплекси струмів на вході $I_1 = 2.4$ А, на виході $I_2 = 2.4 + j2.4$ А.

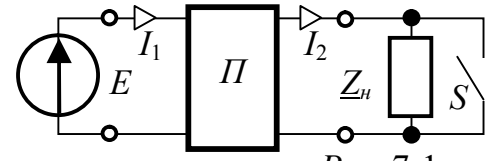


Рис. 7-1

Визначити A -коефіцієнти чотириполусника і знайти струми за розімкненого рубильника.

Методичні вказівки. Записати рівняння для режиму короткого замикання. Це дозволить знайти A -коефіцієнти чотириполусника.

Відповіді. $A = 1$, $B = 10 - j10$ Ом, $C = -j0.05$ См, $D = 0.5 - j0.5$; $I_1 = 2.4 - j4.8$ А, $I_2 = 2.4 - j2.4$ А.

7-2. Визначити співвідношення між реактивними опорами X_L та X_C , за якого струм на вході кола, що живиться від синусоїдного джерела напруги u , залишається незмінним при будь-якому значенні опору R .

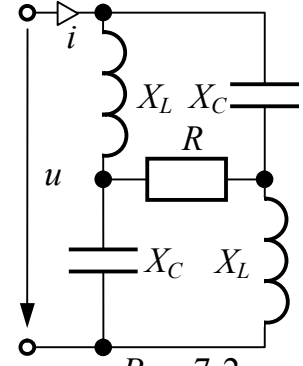


Рис. 7-2

Розв'язання. Вважаємо, що чотириполусник, який складається з реактивних елементів X_L та X_C , навантажений резистивним опором R і живиться від синусоїдного джерела напруги з діючим значенням U . Вхідний опір такого

чотириполусника: $Z_1 = Z_{1p} \cdot \frac{R + Z_{2k}}{R + Z_{2p}}$, де Z_{1p} , Z_{2p} , Z_{2k} – комплексні опори

чотириполусника з боку, відповідно, входу або виходу у режимах розімкненого кола і короткого замикання.

Вхідний струм чотириполусника, таким чином, $I_1 = \frac{U}{Z_1} = I_{1p} \cdot \frac{R + Z_{2p}}{R + Z_{2k}}$.

Струм I_{1p} не залежить від R , тому $I_1 = const$, якщо $Z_{2p} = Z_{2k}$.

$Z_{2p} = 0.5 \cdot j(X_L - X_C)$, $Z_{2k} = 2 \cdot \frac{X_L X_C}{j(X_L - X_C)}$, тобто

$$0.5 \cdot j(X_L - X_C) = 2 \cdot \frac{X_L X_C}{j(X_L - X_C)}$$

Остаточна відповідь $X_L = (3 + \sqrt{8}) \cdot X_C$.

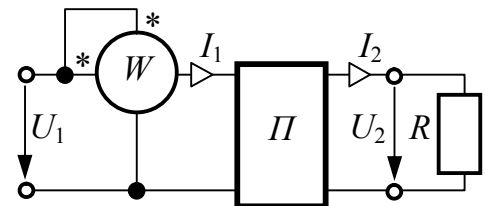


Рис. 7-3

7-3. У режимі розімкнених вихідних полюсів чотириполусника напруги U_{1p} і U_{2p} збігаються за фазою і дорівнюють, відповідно, 25 В і 12.5 В. У режимі короткого замикання струм на вході $I_{1k} = 0$. За опору навантаження $R = 10$ Ом ватметр показує 10 Вт.

Визначити показ ватметра за опором навантаження $R = 5$ Ом. *Примітка:* напруга на вході залишається незмінною у кожному режимі.

Розв'язання. Подамо чотириполусник T -подібною схемою і проаналізуємо

вихідні дані. $A = \frac{U_{1p}}{U_{2p}} = 2 = 1 + \frac{Z_{1T}}{Z_{0T}}$, тобто $Z_{1T} = Z_{0T}$.

У режимі короткого замикання відсутній струм на вході, тобто має місце резонанс струмів в ідеальному коливальному контурі. Звідси випливає, що $Z_{2T} = -Z_{0T}$, причому обидва опори реактивні.

Таким чином, усі три елементи чотирьополосника реактивні:

$$Z_{1T} = Z_{0T} = -Z_{2T} = \pm jX.$$

Припустимо, що $Z_{1T} = Z_{0T} = -jX$, тоді $Z_{2T} = jX$.

Відповідна схема подана на рис. 7-3,а. Коефіцієнти форми A наступні: $A = 2$, $B = jX$, $C = 1/(-jX)$, $D = 0$.

Ватметр показує активну потужність, яку споживає резистор R . За опору $R = 10$ Ом струм на виході становить $I_2 = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = 1$ А. Тоді напруга на виході $U_2 = RI_2 = 10$ В.

Відповідно до Т-подібної схеми струм і напруга на вході:

$$I_1 = I_2 + (U_2 + jX \cdot I_2)/(-jX) = 1 + (10 + jX)/(-jX) = j10/X,$$

$U_1 = U_2 + jX \cdot I_2 - jX \cdot I_1 = 20 + jX$, але діюче значення $U_1 = \sqrt{20^2 + X^2} = 25$ В, звідки $X = 15$ Ом.

Визначимо показ ватметра за опору $R = 5$ Ом:

$$I_2 = \frac{U_1}{A \cdot R + B} = \frac{25}{2 \cdot 5 + j15} = 1.386 \cdot e^{-j56.31^\circ} \text{ А},$$

$$P_W = R \cdot I_2^2 = 5 \cdot 1.386^2 = 9.605 \text{ Вт}.$$

7-4. Вхідна напруга $U_1 = 100$ В. За розімкнених ключів S_1 і S_2 напруга $U_2 = 50$ В. У разі замкненого ключа S_1 : $U_2 = 30$ В, $I_2 = 8$ А, $U_3 = 30$ В.

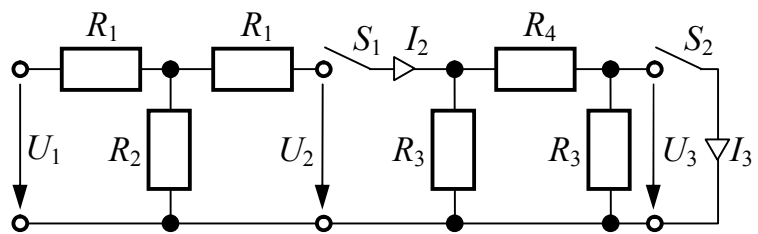


Рис. 7-4

Знайти значення струму I_3 у

разі замкнених ключів S_1 і S_2 і напрузі на вході $U_1 = 350$ В.

Роз'яснення і відповідь. Коло є каскадним з'єднанням двох симетричних чотирьополосників. Розглядаючи подані режими, можна визначити їх коефіцієнти у формі A (їх значення – 2, 5 Ом, 0.6 См, 2 і 3, 10 Ом, 0.8 См, 3). Далі задача розв'язується засобами теорії чотирьополосників. $I_3 = 10$ А.

7-5. У схемі міститься єдине джерело ЕРС і n радіальних віток з опорами R . Дві перші дугові вітки, які увімкнені безпосередньо до джерела, також мають опір R , а решта віток – $2R$. Значення E і R вважаються відомими.

Отримати формулу для розрахунку струму $I(n)$ у вітці з джерелом у залежності від числа

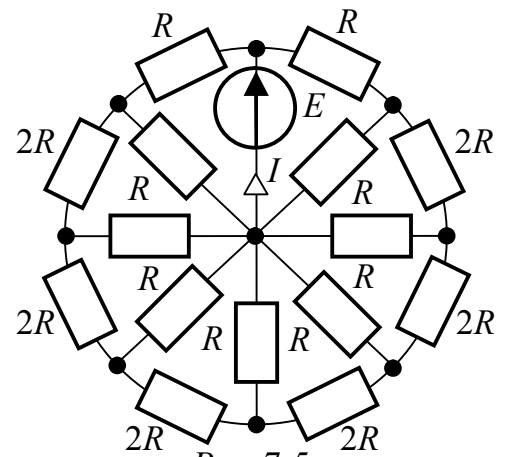


Рис. 7-5

радіальних віток n .

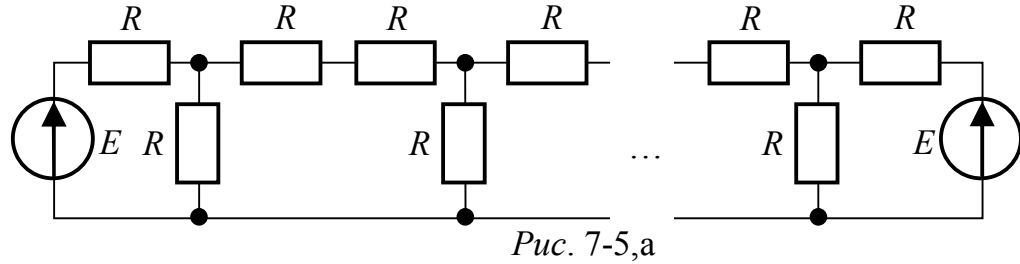


Рис. 7-5,а

Розв'язання. Розріжемо коло уздовж вітки з джерелом та розгорнемо його у горизонтальному напрямку. Отримуємо ланцюгове коло, яке містить n T -подібних симетричних чотириполосників, причому останній з них у режимі короткого замикання, оскільки в кінці кола міститься ідеальне джерело ЕРС. Коефіцієнти однієї ланки наступні: $A = D = 2$, $B = 3R$, $C = 1/R$. Характеристичні параметри ланки $Z_C = R\sqrt{3}$, $\Gamma = \ln[2 + \sqrt{3}]$. Стала передачі n каскадно з'єднаних чотириполосників дорівнює $\Gamma_\Sigma = n \cdot \Gamma = n \cdot \ln[2 + \sqrt{3}]$. Вхідний опір симетричного короткозамкненого чотириполосника дорівнює $R_{\text{ex}} = Z_C \cdot \text{th}(n\Gamma)$. Струм на лівому вході від одного джерела ЕРС $I = E/R_{\text{ex}} = \frac{E}{Z_C \text{th}(n\Gamma)}$, від іншого джерела –

$I' = \frac{E}{Z_C \text{sh}(n\Gamma)}$. Оскільки джерел два і їх входи збігаються, то значення шуканого струму:

$$I = 2 \cdot (I + I') = \frac{2E \cdot (\text{ch}(n\Gamma) + 1)}{Z_C \cdot \text{sh}(n\Gamma)}$$

Якщо $n \rightarrow \infty$, то $\text{th}(n\Gamma) \rightarrow 1$ і $I \rightarrow \frac{2E}{R\sqrt{3}}$.

7-6. Напряга на вході пасивного чотириполосника $U_1 = 450$ В. По замиканні ключа S зареєстровані наступні струми перехідного процесу:

$$i_1 = 10 - 10e^{-1000t} \text{ А}, \quad i_2 = 10 + 20e^{-1000t} \text{ А}.$$

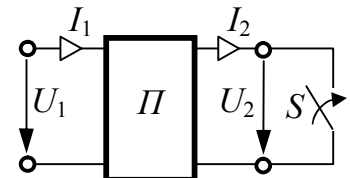


Рис. 7-6

Визначити A -коефіцієнти чотириполосника в усталеному режимі за частоти $\omega = 1000$ рад/с.

Розв'язання. Подамо чотириполосник T -подібною схемою і проаналізуємо вихідні дані. Початкові і вимушені значення струмів: $i_{1y} = i_{2y} = 10$ А, $i_{0y} = 0$, $i_1(0_+) = 0$, $i_2(0_+) = -i_0(0_+) = 30$ А. Таким значенням відповідає коло на рис. 7-6,а.

За постійної напруги U_1 $R_1 + R_2 = U_1/i_{1y} = 45$ Ом.

Незалежна початкова умова

$$u_C(0_+) = U_1 = 450 \text{ В} = R_2 i_2(0_+), \text{ звідси}$$

$$R_2 = u_C(0_+)/i_2(0_+) = 15 \text{ Ом}, \quad R_1 = 30 \text{ Ом}.$$

Корінь характеристичного рівняння

$$p = \frac{-(R_1 + R_2)}{C \cdot R_1 \cdot R_2} = -1000 \text{ с}^{-1}, \text{ звідси}$$

$$C = 100 \text{ мкФ}, \quad X = 10 \text{ Ом}.$$

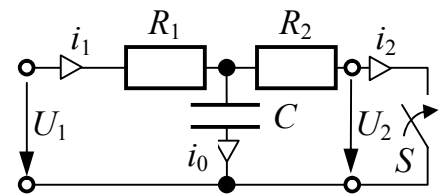


Рис. 7-6,а

За опорів $\underline{Z}_{1T} = 30 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{2T} = 15 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{0T} = -j10 \text{ Ом}$ відповіді для \underline{A} -коефіцієнтів наступні: $\underline{A} = 1 + j3$, $\underline{B} = 45 + j45 \text{ Ом}$, $\underline{C} = j0.1 \text{ См}$, $\underline{D} = 1 + j1.5$.

7-7. Параметри активного чотириполюсника постійного струму: $E_1 = E_3 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 24 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$.

Розрахувати коефіцієнти рівнянь активного чотириполюсника, записаних у формі:

$$\begin{aligned} U_1 &= A \cdot U_2 + B \cdot (I_2 - I_{2\kappa}), \\ (I_1 - I_{1\kappa}) &= C \cdot U_2 + D \cdot (I_2 - I_{2\kappa}). \end{aligned}$$

Розв'язання. Розрахуємо A -коефіцієнти відповідного пасивного чотириполюсника:

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{R_1}{R_3} = 3, & B &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 80 \text{ Ом}, \\ C &= 1/R_3 = 0.1 \text{ См}, & D &= 1 + \frac{R_2}{R_3} = 3. \end{aligned}$$

Струми одночасного короткого замикання активного чотириполюсника $I_{1\kappa}$ і $I_{2\kappa}$ розраховуються будь-яким методом (наприклад, методом контурних струмів). Вони дорівнюють: $I_{1\kappa} = -0.45 \text{ А}$, $I_{2\kappa} = 1.05 \text{ А}$.

Остаточно шукані рівняння активного чотириполюсника мають вигляд:

$$U_1 = 3U_2 + 80 \cdot (I_2 - 1.05), \quad (I_1 + 0.45) = 0.1U_2 + 3 \cdot (I_2 - 1.05).$$

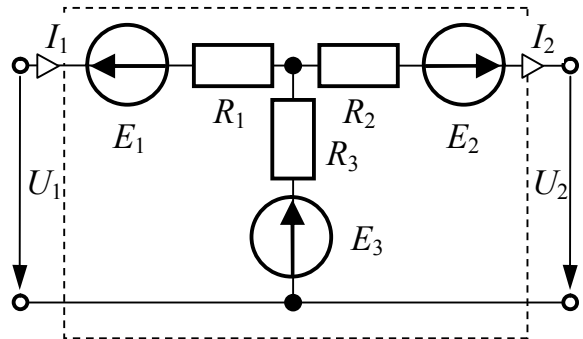


Рис. 7-7

7-8. Пасивний чотириполюсник симетричний. За замкненого ключа S струми $I_1 = 5 \text{ А}$, $I_2 = 2 \text{ А}$.

Визначити струми за розімкненого ключа, якщо $E_1 = 150 \text{ В}$, $E_2 = 100 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$.

Розв'язання. За замкненого ключа S напруга на вході чотириполюсника $U_1 = E_1 - R_1 \cdot I_1 = 100 \text{ В}$, а рівняння чотириполюсника:

$$U_1 = B \cdot I_2, \quad I_1 = D \cdot I_2, \quad \text{звідки}$$

$$A = D = I_1/I_2 = 2.5, \quad B = U_1/I_2 = 50 \text{ Ом}, \quad C = (A \cdot D - 1)/B = 0.105 \text{ См}.$$

За розімкненого ключа рівняння чотириполюсника з урахуванням джерел ЕРС:

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 = A \cdot (E_2 + R_2 \cdot I_2) + B \cdot I_2, \quad I_1 = C \cdot (E_2 + R_2 \cdot I_2) + D \cdot I_2$$

або $-10I_1 = 100 + 150I_2$, $I_1 = 6.7I_2 + 10.5$, звідки $I_1 = 4.17 \text{ А}$, $I_2 = -0.945 \text{ А}$.

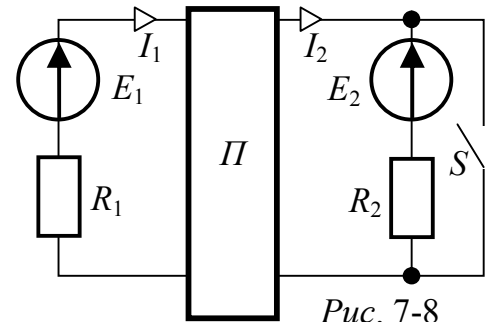


Рис. 7-8

7-9. Під час дослідження пасивного симетричного чотириполюсника в режимах розімкнених полюсів і короткого замикання отримані наступні дані:

$$\underline{U}_{2p} = 25.4 - j50.8 \text{ В}, \quad \underline{I}_{1p} = 5.08 + j2.54 \text{ А}, \quad \underline{I}_{2\kappa} = 1.59 - j1.59 \text{ А}.$$

Визначити потужності на вході і виході чотириполюсника за узгодженого навантаження $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C = 23.78 \cdot e^{-j22.5^\circ} \text{ Ом}$.

Розв'язання. За методом еквівалентного генератора знаходимо:

$$\underline{Z}_\kappa = \underline{U}_{2p}/\underline{I}_{2\kappa} = 56.8e^{-j63.44^\circ}/2.245e^{-j45^\circ} = 25.3e^{-j18.44^\circ} = 24 - j8 \text{ Ом}.$$

З виразу $\underline{Z}_C = \sqrt{\underline{Z}_p \underline{Z}_k}$ отримаємо невідомий опір

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_C^2 / \underline{Z}_k = 22.36 \cdot e^{-j26.57^\circ} \text{ Ом.}$$

Напруга на вході (вважаємо незмінною) $\underline{U}_1 = \underline{Z}_p \cdot \underline{I}_p = 127 \text{ В.}$

Струм і потужність на вході у робочому режимі:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 / \underline{Z}_C = 5.34 \cdot e^{j22.5^\circ} \text{ А, } P_1 = \text{Re}[\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*] = R_C \cdot I_1^2 = 21.97 \cdot 5.34^2 = 626.6 \text{ Вт.}$$

Струм і потужність на виході у робочому режимі:

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_p / (\underline{Z}_C + \underline{Z}_k) = 1.228 \cdot e^{-j41.74^\circ} \text{ А, } P_2 = R_C \cdot I_2^2 = 33.14 \text{ Вт.}$$

7-10. ЕРС джерел: $e_1(t) = 100 + 200 \cdot \sin(157t + 90^\circ) \text{ В,}$
 $e_2(t) = 100 \cdot \sin(471t) \text{ В.}$ \underline{A} -коефіцієнти чотириполюсника
 на частоті $50 \text{ Гц: } \underline{A} = 0.5 - j0.5, \underline{B} = 10 - j10 \text{ Ом,}$
 $\underline{C} = -j0.05 \text{ См.}$

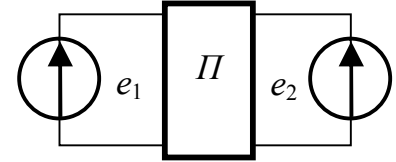


Рис. 7-10

Визначити активну потужність, яку споживає чотириполюсник, а також реактивні потужності, які чотириполюсник споживає на кожній частоті.

Розв'язання. Визначимо четвертий коефіцієнт: $\underline{D} = (1 + \underline{B} \cdot \underline{C}) / \underline{A} = 1.$ Розрахуємо опори T -подібної еквівалентної схеми на частоті 50 Гц:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}} = 10 - j10 \text{ Ом, } \underline{Z}_2 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{C}} = 0, \underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{C}} = j20 \text{ Ом.}$$

Цим даним відповідає коло на рис. 7-10,а.

Розрахунок кола за постійного струму (стала складова ЕРС e_1): струм и потужність на вході $I_1^{(0)} = 0, P^{(0)} = 0.$

Розрахунок кола на частоті $\omega = 157 \text{ рад/с (25 Гц):}$

$$\underline{Z}_1^{(1)} = 10 - j20 \text{ Ом, } \underline{Z}_2^{(1)} = 0, \underline{Z}_0^{(1)} = \frac{1}{\underline{C}} = j10 \text{ Ом.}$$

$$\underline{I}_1^{(1)} = \underline{E}_1^{(1)} / \underline{Z}_1^{(1)} = j100 \sqrt{2} / (22.36 \cdot e^{-j63.44^\circ}) = 6.325 \cdot e^{j153.44^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{S}^{(1)} = \underline{E}_1^{(1)} \cdot (\underline{I}_1^{(1)})^* = 400 - j800 \text{ ВА.}$$

Розрахунок кола на частоті $\omega = 471 \text{ рад/с (75 Гц):}$

$$\underline{Z}_1^{(3)} = 10 - j6.67 \text{ Ом, } \underline{Z}_2^{(3)} = 0, \underline{Z}_0^{(3)} = j30 \text{ Ом.}$$

$$\underline{I}_1^{(3)} = \underline{E}_2^{(3)} / \underline{Z}_1^{(3)} = 50 \sqrt{2} / (12.02 \cdot e^{-j33.69^\circ}) = 5.883 \cdot e^{j33.69^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_0^{(3)} = \underline{E}_2^{(3)} / \underline{Z}_0^{(3)} = 50 \sqrt{2} / (30 \cdot e^{j90^\circ}) = -j2.357 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_2^{(3)} = \underline{I}_1^{(3)} + \underline{I}_0^{(3)} = 4.895 + j0.907 = 4.979 \cdot e^{j10.49^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{S}^{(3)} = \underline{E}_2^{(3)} \cdot (\underline{I}_2^{(3)})^* = 346.2 - j64.10 \text{ ВА.}$$

Таким чином, остаточно маємо:

- активна потужність чотириполюсника $P = 0 + 400 + 346.2 = 746.2 \text{ Вт,}$

- реактивні потужності чотириполюсника

$$Q^{(1)} = -800 \text{ вар, } Q^{(3)} = -64.10 \text{ вар.}$$

7-11. Реальне джерело енергії має напругу розімкненого кола $U_p = 100 \text{ В,}$ причому внутрішні втрати потужності у режимах розімкненого кола і короткого замикання, відповідно, складають $P_p = 100 \text{ Вт, } P_k = 5.1 \text{ кВт.}$

Вважаючи, що джерело характеризується лінійними

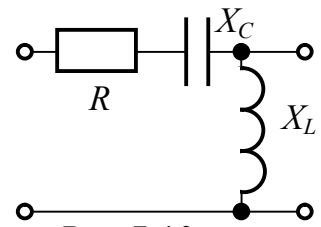


Рис. 7-10,а

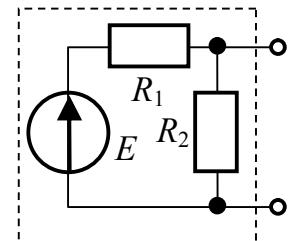


Рис. 7-11

властивостями в усьому діапазоні навантажень від розімкненого кола до короткого замикання, визначити струм короткого замикання цього джерела.

Розв'язання. Реальне джерело енергії, яке має внутрішні втрати як в режимі короткого замикання, так і в режимі розімкненого кола, не може бути подане еквівалентною схемою Тевенена чи Нортонна з одним пасивним елементом. Одна з можливих еквівалентних схем подана на рис. 7-11, в якій ідеальне джерело напруги з'єднано з вхідними полюсами пасивного двополюсника, що містить щонайменше два пасивних елементи. Для знаходження шуканого струму $I_{2к}$, скористаємося співвідношенням $AD - BC = 1$, але спочатку виразимо коефіцієнти чотириполюсника через напруги, струми і потужності: $A = E/U_p$, $D = I_{1к}/I_{2к}$, $B = E/I_{2к}$, $C = I_{1п}/U_p$.

Тоді $AD - BC = (EI_{1к} - EI_{1п})/(U_p I_{2к}) = (P_к - P_п)/(U_p I_{2к}) = 1$,
шуканий струм $I_{2к} = (P_к - P_п)/U_p = (5100 - 100)/100 = 50$ А.

8 КОЛА НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Зауваження до розділу: за замовчуванням амперметри і вольтметри в задачах вимірюють діючі значення струмів та напруг.

8-1. Відомо: $e(t) = 40\sqrt{2}\sin(100t) + 43.27\sqrt{2}\sin(200t)$ В, показ ватметра $P_W = 400$ Вт, показ амперметра $I = 10$ А.

Визначити опір R і індуктивність L .

Відповіді. $R = P_W/I^2 = 4$ Ом;

для першої гармоніки $-X^{(1)} = 100L$;

$$(I^{(1)})^2 = \frac{(E^{(1)})^2}{R^2 + (X^{(1)})^2} = \frac{40^2}{4^2 + (100L)^2};$$

для другої гармоніки $-X^{(2)} = 2X^{(1)}$; $(I^{(2)})^2 = \frac{(E^{(2)})^2}{R^2 + (X^{(2)})^2} = \frac{43.27^2}{4^2 + (200L)^2};$

$$I^2 = 100 = \frac{40^2}{4^2 + (100L)^2} + \frac{43.27^2}{4^2 + (200L)^2}, \text{ звідси єдиний додатний корінь } L = 30 \text{ мГн.}$$

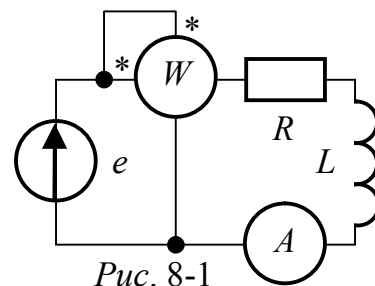


Рис. 8-1

8-2. Відомо: $u = 100\sin(100t) + 50\sin(200t)$ В,

$i = 5\sin(200t)$ А, $L_2 = 0.2$ Гн.

Визначити R, L_1, C_2 .

Відповіді. $R = 10$ Ом, $L_1 = 66.7$ мГн, $C_2 = 500$ мкФ.

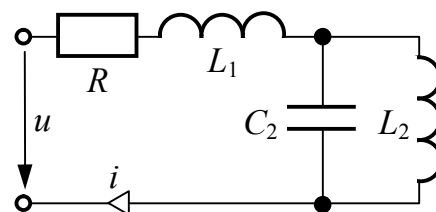


Рис. 8-2

8-3. Відомо:

$u = U_0 + U_{1m}\sin(1000t + \psi_1) + U_{3m}\sin(3000t + \psi_3)$,

$C = 100$ мкФ, вольтметр магнітоелектричної

системи V_1 показує 50 В, покази інших приладів

електродинамічної системи: $U_{V2} = 165.83$ В,

$P_W = 1450$ Вт, $I = 12.04$ А.

Визначити амплітуди всіх гармонік напруги живлення.

Розв'язання. Опори конденсатора, резистора і всього кола:

$$X^{(1)} = \frac{1}{\omega C} = 10 \text{ Ом}, \quad X^{(3)} = 3.333 \text{ Ом}, \quad R = P_W/I^2 = 10 \text{ Ом},$$

$$(Z^{(1)})^2 = R^2 + (X^{(1)})^2 = 200, \quad (Z^{(3)})^2 = R^2 + (X^{(3)})^2 = 111.1.$$

Постійна складова напруги живлення, що вимірюється магнітоелектричним вольтметром, $U_0 = U_{V1} = 50$ В. Відповідно, завдяки конденсатору $I^{(0)} = 0$.

Квадрати показів амперметра і вольтметра електродинамічної системи

$$\begin{cases} I^2 = (I^{(0)})^2 + (I^{(1)})^2 + (I^{(3)})^2 = 12.04^2 = 144.96, \\ U_{V2}^2 = (U_0)^2 + (Z^{(1)} \cdot I^{(1)})^2 + (Z^{(3)} \cdot I^{(3)})^2 = 165.83^2. \end{cases}$$

Розв'язання системи дає: $I^{(1)} = 10$ А, $I^{(3)} = 6.701$ А.

Шукані амплітуди напруги живлення:

$$U_{1m} = \sqrt{2} Z^{(1)} \cdot I^{(1)} = 200 \text{ В}, \quad U_{3m} = \sqrt{2} Z^{(3)} \cdot I^{(3)} = 100 \text{ В}.$$

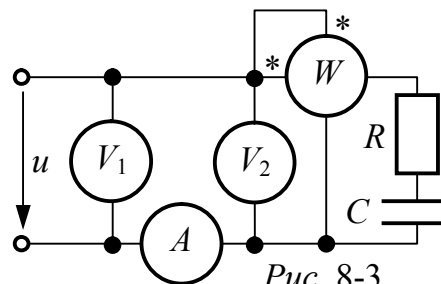


Рис. 8-3

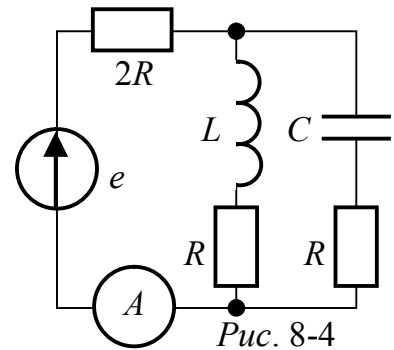
8-4. $R = \omega L = 1/\omega C$. За синусоїдної ЕРС $e(t) = E_m \sin(\omega t)$

амперметр електромагнітної системи показує 2 А.

Яким буде показ амперметра, якщо коло увімкнути до джерела несинусоїдної ЕРС $e(t) = E_m + 2E_m \sin(\omega t) + 0.5E_m \sin(2\omega t - 30^\circ)$.

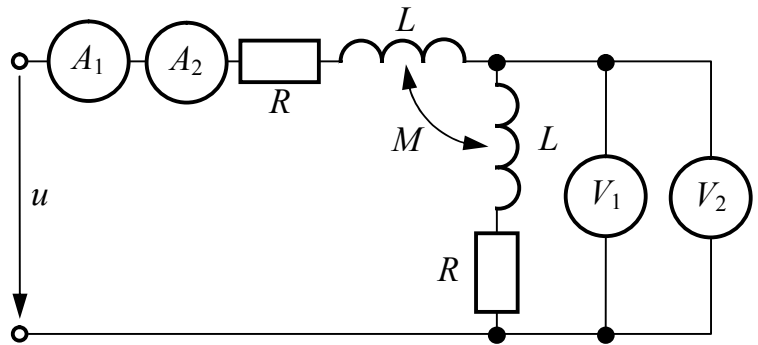
Відповідь. Коло в режимі всечастотного резонансу. За будь-якої частоти його вхідний опір дорівнює $3R$.

$$I = \sqrt{2.828^2 + 4^2 + 1^2} = 5 \text{ А.}$$



8-5. У колі з несинусоїдною напругою $u(t) = U_0 + U_{1m} \sin(100t)$ покази приладів за узгодженого з'єднання котушок наступні: амперметр магнітоелектричної системи $A_1 \rightarrow 1 \text{ А}$, амперметр електромагнітної системи $A_2 \rightarrow \sqrt{2} \text{ А}$, вольтметр магнітоелектричної системи $V_1 \rightarrow 15 \text{ В}$, вольтметр $V_2 \rightarrow 39 \text{ В}$ (вимірює діюче значення змінної складової).

Визначити параметри елементів R, L, M і напругу на вході, якщо показ амперметра A_2 за неузгодженого з'єднання становить 1.85 А.



Розв'язання. Прилади A_1 і V_1 реагують на сталу складову:

$$R = U_1/I_1 = 15 \text{ Ом}, \quad U_0 = 2R \cdot I_1 = 30 \text{ В.}$$

Амперметр A_2 вимірює діюче значення струму 1.414 А. Таким чином, змінна складова струму за узгодженого з'єднання дорівнює

$$I_{yz} = \sqrt{1.414^2 - 1^2} = 1 \text{ А.}$$

Вольтметр V_2 реагує лише на змінну складову напруги на другій котушці:

$$U_2 = I_{yz} \cdot \sqrt{R^2 + (X_L + X_M)^2}; \quad 39^2 = 15^2 + (X_L + X_M)^2; \quad X_L + X_M = 36 \text{ Ом.}$$

За неузгодженого з'єднання показ другого амперметра 1.85 А, у той час, як стала складова залишиться незмінною. Таким чином, змінна складова струму за неузгодженого з'єднання $I_{неуз} = \sqrt{1.85^2 - 1^2} = 1.556 \text{ А}$.

Напруга на вході за будь-якого з'єднання котушок залишається незмінною, тобто $U_{\sim} = I_{yz} \sqrt{(2R)^2 + [2(X_L + X_M)]^2} = I_{неуз} \sqrt{(2R)^2 + [2(X_L - X_M)]^2}$.

Враховуючи $X_L + X_M = 36$, отримаємо $X_L - X_M = 20.07$, звідки

$$X_L = 28 \text{ Ом}, \quad X_M = 8 \text{ Ом}, \quad L = 0.28 \text{ Гн}, \quad M = 0.08 \text{ Гн.}$$

Розрахунки напруги на вході дають $U = 83.57 \text{ В}$.

8-6. Відомо: $R = 10 \text{ Ом}$, $L = 20 \text{ мГн}$, $C = 50 \text{ мкФ}$,
 $e = E_0 + E_{1m}\sin(1000t) + E_{2m}\sin(2000t)$, покази
 приладів: амперметр магнітоелектричної
 системи $A_1 \rightarrow 2 \text{ А}$, амперметр електромагнітної
 системи $A_2 \rightarrow 5 \text{ А}$, $P_W = 130 \text{ Вт}$.

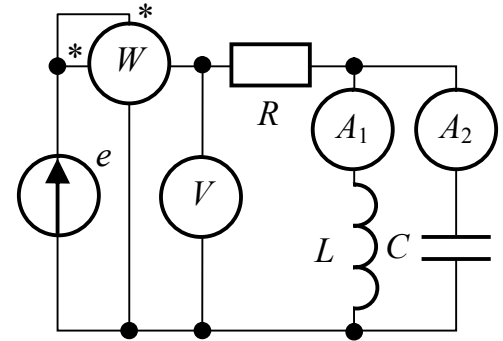


Рис. 8-6

Визначити струми, показ вольметра
 електромагнітної системи.

Розв'язання. $I_R = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = 3.606 \text{ А}$. Розрахунок

нульової гармоніки: $I_R^{(0)} = I_L^{(0)} = 2 \text{ А}$, $I_C^{(0)} = 0$.

Розрахунок першої гармоніки: $X_L^{(1)} = X_C^{(1)} =$
 20 Ом , $I_R^{(1)} = 0$, $I_C^{(1)} = I_L^{(1)}$.

Розрахунок другої гармоніки: $X_L^{(2)} = 40 \text{ Ом}$, $X_C^{(2)} = 10 \text{ Ом}$, $I_C^{(2)} = 4I_L^{(2)}$,

$$\underline{Z}^{(2)} = R + \frac{jX_L^{(2)} \cdot (-jX_C^{(2)})}{jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)}} = 16.67e^{-j53.13^\circ} \text{ Ом},$$

$$I_R^{(2)} = \sqrt{I_R^2 - (I_R^{(0)})^2 - (I_R^{(1)})^2} = 3 \text{ А} = I_C^{(2)} - I_L^{(2)} = 3I_L^{(2)},$$

$$I_L^{(2)} = 1 \text{ А}, I_C^{(2)} = 4 \text{ А}.$$

Через показ другого амперметра знаходимо складову $I_C^{(1)}$:

$$I_C^{(1)} = \sqrt{I_C^2 - (I_C^{(2)})^2} = 3 \text{ А}.$$

Розраховуємо складові вхідної ЕРС і показ вольметра:

$$E_0 = R \cdot I_R^{(0)} = 20 \text{ В}, E_1 = X_C^{(1)} I_C^{(1)} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ В}, E_2 = Z^{(2)} \cdot I_R^{(2)} = 16.67 \cdot 3 = 50 \text{ В},$$

$$U_V = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2} = 80.62 \text{ В}.$$

8-7. Відомо: $L = 20 \text{ мГн}$, $C = 50 \text{ мкФ}$,
 $e = E_0 + E_{1m}\sin(500t) + E_{2m}\sin(1000t)$, покази
 приладів: амперметр магнітоелектричної
 системи $A_2 \rightarrow 4 \text{ А}$, амперметри електро-
 магнітної системи $A_1 \rightarrow 5 \text{ А}$, $A_3 \rightarrow 3 \text{ А}$,
 $P_W = 250 \text{ Вт}$.

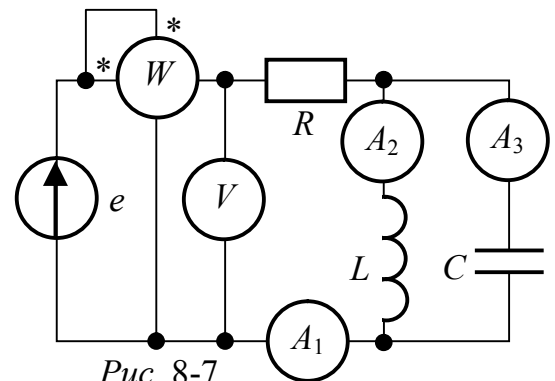


Рис. 8-7

Визначити показ вольметра.

Відповіді. $R = \frac{P_W}{I_R^2} = 10 \text{ Ом}$. Значення реактивних опорів: $X_L^{(1)} = 10 \text{ Ом}$,

$X_C^{(1)} = 40 \text{ Ом}$, $X_L^{(2)} = X_C^{(2)} = 20 \text{ Ом}$. Для другої гармоніки маємо резонанс струмів.

$$\underline{Z}^{(1)} = R + \frac{jX_L^{(1)} \cdot (-jX_C^{(1)})}{jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)}} = 16.67e^{j53.13^\circ} \text{ Ом}.$$

Для наочності подамо значення струмів та їх складових у формі таблиці.

$I_R^{(0)} = 4 \text{ А}$	$I_L^{(0)} = 4 \text{ А}$	$I_C^{(0)} = 0 \text{ А}$
$I_R^{(1)} = 3 \text{ А}$	$I_L^{(1)} = 4 \text{ А}$	$I_C^{(1)} = 1 \text{ А}$
$I_R^{(2)} = 0 \text{ А}$	$I_L^{(2)} = 2.828 \text{ А}$	$I_C^{(2)} = 2.828 \text{ А}$
$I_R = 5 \text{ А}$	$I_L = 6.325 \text{ А}$	$I_C = 3 \text{ А}$

Складові вхідної ЕРС і показ вольметра:

$$E_0 = R \cdot I_R^{(0)} = 40 \text{ В}, \quad E_1 = Z^{(1)} I_R^{(1)} = 50 \text{ В}, \quad E_2 = X_L^{(2)} \cdot I_L^{(2)} = 56.57 \text{ В},$$

$$U_V = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2} = 85.44 \text{ В}.$$

8-8. Відомо: $e = E_0 + E_{1m} \sin(1000t) + E_{2m} \sin(2000t - 30^\circ)$, $R = 10 \text{ Ом}$, $L_1 = 15 \text{ мГн}$, $L_2 = 5 \text{ мГн}$, $C = 50 \text{ мкФ}$, покази приладів: амперметр магнітоелектричної системи $A_1 \rightarrow 4 \text{ А}$, амперметр електромагнітної системи $A_2 \rightarrow 5 \text{ А}$, $P_W = 320 \text{ Вт}$.

Визначити показ вольметра.

Відповідь. $U_V = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{40^2 + 45^2 + 40^2} = 72.28 \text{ В}.$

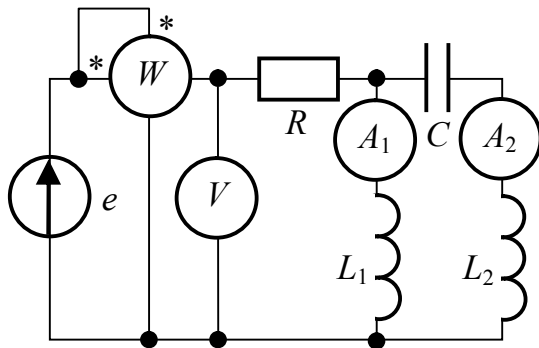


Рис. 8-8

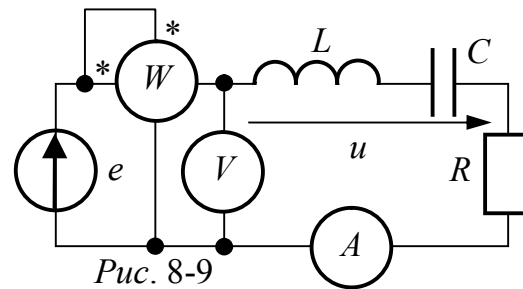


Рис. 8-9

8-9. Відомо: $e = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t) + E_{2m} \sin(2\omega t - 30^\circ)$, $u = 6 + 25.45 \sin(2\omega t + 15^\circ) \text{ В}$, покази приладів: $I = 5 \text{ А}$, $P = 150 \text{ Вт}$.

Визначити показ вольметра.

Розв'язання. $R = \frac{P}{I^2} = 6 \text{ Ом}.$

Нульова гармоніка: $I^{(0)} = 0$, $U_C^{(0)} = 6 \text{ В}$, $E^{(0)} = 6 \text{ В}$, $P^{(0)} = 0$.

Перша гармоніка; $U^{(1)} = 0$, у колі резонанс напруг для першої гармоніки, тобто $X_L^{(1)} = X_C^{(1)} = X$, $Z^{(1)} = R = 6 \text{ Ом}$.

Друга гармоніка: $\underline{U}^{(2)} = 18e^{j15^\circ} \text{ В}$, $X_L^{(2)} = 2X$, $X_C^{(2)} = 0.5X$,

$$\underline{I}^{(2)} = \underline{U}^{(2)} / (jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)}) = \frac{18e^{j15^\circ}}{j1.5X} = \frac{12e^{-j75^\circ}}{X},$$

$$\underline{Z}^{(2)} = R + j1.5X = 6 + j1.5X = Z^{(2)} e^{j\varphi} = \frac{E_2}{I_2} = \frac{X \cdot E_2 e^{-j30^\circ}}{12e^{-j75^\circ}},$$

звідси $\varphi = -30^\circ + 75^\circ = 45^\circ$, тобто $R = 1.5X = 6 \text{ Ом}$, $X = 4 \text{ Ом}$,

$$Z^{(2)} = 6\sqrt{2} = 8.485 \text{ Ом}, \quad I^{(2)} = 12/4 = 3 \text{ А}, \quad E_2 = Z^{(2)} I^{(2)} = 25.46 \text{ В}.$$

Через показ амперметра $I = 5 \text{ А}$ визначаємо першу гармоніку струму

$$I^{(1)} = \sqrt{I^2 - (I^{(2)})^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ А}, \quad \text{далі } E_1 = Z^{(1)} I^{(1)} = 24 \text{ В}.$$

Показ вольметра (діюче значення ЕРС):

$$U_V = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2} = 35.5 \text{ В}.$$

8-10. Відомо: $R = 15 \text{ Ом}$, $L_1 = 0.1 \text{ Гн}$, $L_2 = M = 0.05 \text{ Гн}$,
 $u(t) = 30 + 150\cos(300t) - 60\sin(900t) \text{ В}$.

Визначити коефіцієнт потужності кола λ .

Відповіді. Розрахунок окремих гармонік дає наступні значення вхідного струму: $I^{(0)} = 2 \text{ А}$, $I^{(1)} = 5 \text{ А}$,

$I^{(3)} = 0.4\sqrt{5} \text{ А}$. Діючі значення напруги і струму джерела: $U = 118.1 \text{ В}$, $I = 5.46 \text{ А}$. Потужності і

коефіцієнт потужності кола: $S = U \cdot I = 644.8 \text{ ВА}$, $P = R \cdot I^2 = 447.2 \text{ Вт}$,
 $\lambda = P/S = 0.693$.

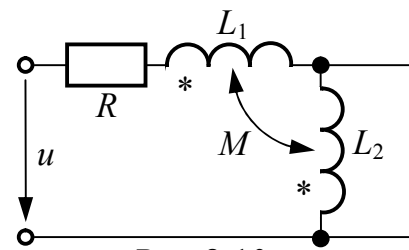


Рис. 8-10

8-11. Частоти джерел: $e - 100 \text{ рад/с}$, $j - 200 \text{ рад/с}$, а постійні складові відсутні. Параметри елементів кола: $M = 0.04 \text{ Гн}$, $L = 0.1 \text{ Гн}$, $C = 500 \text{ мкФ}$, миттєве значення напруги $u_2(t)$:

$$u_2(t) = 40\sin(100t - 90^\circ) + 80\sin(200t) \text{ В}.$$

Визначити миттєві значення ЕРС $e(t)$ і струму $j(t)$.

Розв'язання. Первинний струм визначаємо інтегруванням вторинної напруги:

$$i(t) = \frac{1}{M} \int u_2(t) dt = -10\sin(100t) - 10\cos(200t) \text{ А}.$$

Сталу інтегрування відкидаємо, оскільки за умовами задачі постійної складової у струмі немає.

Розрахунок першої гармоніки дає: $\underline{Z}^{(1)} = -jX_C^{(1)} + jX_L^{(1)} = -j20 + j10 = -j10 \text{ Ом}$,
 $\underline{I}_m^{(1)} = -10 \text{ А}$, $\underline{E}_m = \underline{Z}^{(1)} \cdot \underline{I}_m^{(1)} = 100e^{j90^\circ} \text{ В}$, $e(t) = 100\sin(100t + 90^\circ) \text{ В}$.

Розрахунок другої гармоніки дає: $\underline{I}_m^{(2)} = \underline{J}_m^{(2)} \cdot \frac{-jX_C^{(2)}}{jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)}}$,

$$\underline{J}_m^{(2)} = \underline{I}_m^{(2)} \cdot \frac{jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)}}{-jX_C^{(2)}} = -j10 \cdot \frac{j20 - j10}{-j10} = j10 \text{ А}, \quad j(t) = 10\sin(200t + 90^\circ) \text{ А}.$$

8-12. Трансформатор живиться несинусоїдною напругою, яка містить нульову і першу (50 Гц) гармоніки. Відомі покази приладів: амперметр магнітоелектричної системи $A_0 \rightarrow 1 \text{ А}$, амперметри електромагнітної системи $A_1 \rightarrow 2.236 \text{ А}$, $A_2 \rightarrow 1 \text{ А}$, $P_W = 60 \text{ Вт}$.

Реактивні опори: $X_1 = 2X_2$, $X_M = 10 \text{ Ом}$.

Визначити показ вольтметра.

Відповіді. $R = \frac{P_W}{I_1^2 + I_2^2} = 10 \text{ Ом}$, $P^{(0)} = R(I_1^{(0)})^2 = 10 \cdot 1^2 = 10 \text{ Вт}$, $U^{(0)} = RI_0 = 10 \text{ В}$.

Розрахунок першої гармоніки: $I_1^{(1)} = \sqrt{I_1^2 - (I_1^{(0)})^2} = \sqrt{2.236^2 - 1^2} = 2 \text{ А}$,
 $I_2^{(1)} = I_2 = 1 \text{ А}$, $P^{(1)} = P_W - P^{(0)} = 50 \text{ Вт}$.

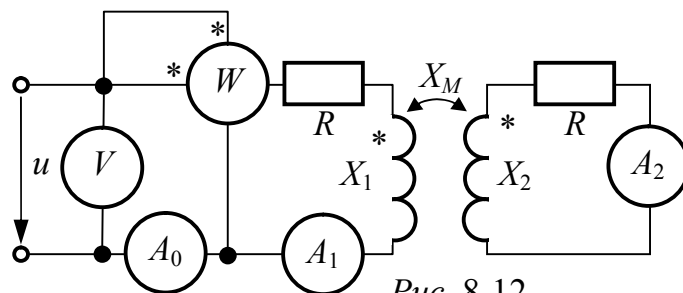


Рис. 8-12

З рівнянь трансформатора ($\underline{Z}_1 I_1^{(1)} - jX_M I_2^{(1)} = \underline{U}^{(1)}$; $\underline{Z}_2 I_2^{(1)} - jX_M I_1^{(1)} = 0$) знаходимо:

$$Z_2 = X_M I_1^{(1)} / I_2^{(1)} = 10 \cdot 2 / 1 = 20 \text{ Ом}, \quad X_2 = \sqrt{Z_2^2 - R^2} = 17.32 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = 10 + j17.32 = 20 \cdot e^{j60^\circ} \text{ Ом},$$

якщо прийняти $I_2^{(1)} = 1 \text{ А}$, то $I_1^{(1)} = \underline{Z}_2 I_2^{(1)} / (jX_M) = 2 \cdot e^{-j60^\circ} \text{ А}$,

$$X_1 = 2X_2 = 34.64 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_1 = 10 + j34.64 \text{ Ом},$$

$$\underline{U}^{(1)} = \underline{Z}_1 I_1^{(1)} - jX_M I_2^{(1)} = 65.57 \cdot e^{j37.59^\circ} \text{ В}.$$

$$\text{Показ вольтметра } U = \sqrt{(U^{(0)})^2 + (U^{(1)})^2} = 66.33 \text{ В}.$$

8-13. На вході кола діє несинусоїдна напруга, графік якої поданий на рис. 8-13. Відомо: $R = 1 \text{ Ом}$, $P_W = 52 \text{ Вт}$, $U_{max} = 13 \text{ В}$, $U_{min} = 1 \text{ В}$.

Визначити показ вольтметра.

Розв'язання. Постійна складова

$$U^{(0)} = 0.5 \cdot (U_{max} + U_{min}) = 7 \text{ В},$$

максимальне значення змінної складової

$$U_m = 0.5 \cdot (U_{max} - U_{min}) = 6 \text{ В}.$$

Діюче значення змінної складової вхідної напруги:

$$U_{\sim} = \frac{U_{max} - U_{min}}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 3.464 \text{ В}.$$

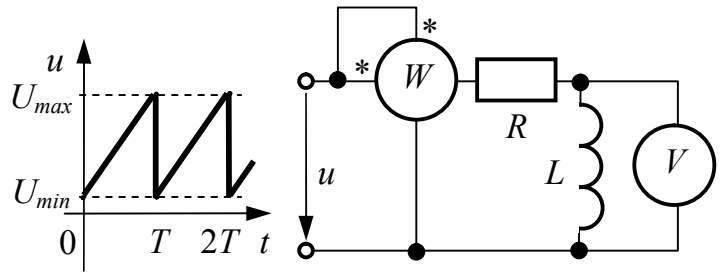


Рис. 8-13

Обчислимо діюче значення змінної складової напруги на резисторі:

$$I = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = 7.211 \text{ А}, \quad I^{(0)} = U^{(0)} / R = 7 \text{ А}, \quad I_{\sim} = \sqrt{I^2 - (I^{(0)})^2} = 1.732 \text{ А},$$

$$U_{R_{\sim}} = R \cdot I_{\sim} = 1.732 \text{ В}.$$

Для будь-якої гармоніки вектори напруг на індуктивності та резисторі утворюють прямокутний трикутник, тому і повні змінні складові цих напруг знаходяться у квадратурі, і можна застосувати теорему Піфагора:

$$U_V = U_{L_{\sim}} = \sqrt{U_{\sim}^2 - U_{R_{\sim}}^2} = \sqrt{3.464^2 - 1.732^2} = 3 \text{ В}.$$

8-14. Відомо: $e(t) = 60 + 80\sqrt{2} \sin(\omega t) + 60\sqrt{2} \sin(2\omega t + 90^\circ) \text{ В}$,

$j(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) + 1.5\sqrt{2} \sin(2\omega t) \text{ А}$, $R = 10 \text{ Ом}$, $X_L^{(1)} = 20 \text{ Ом}$, $X_C^{(1)} = 40 \text{ Ом}$.

Визначити покази приладів.

Відповідь. $U_V = 100 \text{ В}$, $I_A = 7 \text{ А}$.

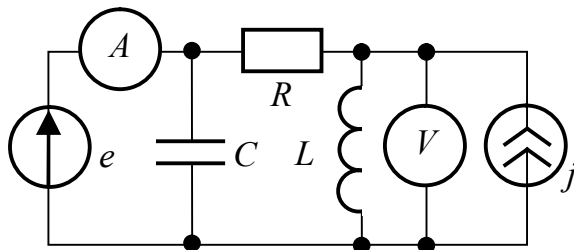


Рис. 8-14

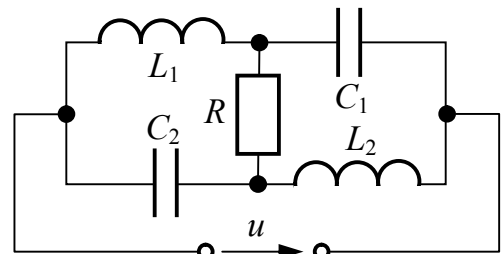


Рис. 8-15

8-15. Параметри кола: $R = 100 \text{ Ом}$, $L_1 = 0.1 \text{ Гн}$, $L_2 = 0.05 \text{ Гн}$, $C_1 = 10 \text{ мкФ}$, $C_2 = 5 \text{ мкФ}$, $\omega = 1000 \text{ рад/с}$, $u(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) + 150\sqrt{2} \sin(2\omega t + 30^\circ) \text{ В}$.

Визначити потужність резистора P_R .

Відповідь. Раціональним є метод вузлових потенціалів.

$P_R = 625 \text{ Вт}$.

8-16. У колі несинусоїдного струму резонанс. $j(t) = 10 + 5\sqrt{2} \sin(1000t - 45^\circ) \text{ А}$, $R_1 = 50 \text{ Ом}$, $R_2 = 25 \text{ Ом}$, $C = 40 \text{ мкФ}$.

Визначити покази приладів.

Відповідь. $U_V = 88.4 \text{ В}$, $I_A = 10.77 \text{ А}$.

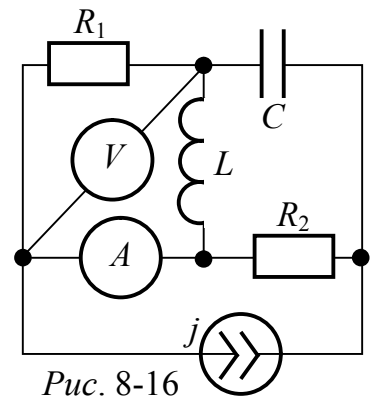


Рис. 8-16

8-17. Відомі миттєві значення вхідних напруги і струму:

$$u(t) = 100 + 200\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ В}, \quad i(t) = 5 + 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ А}.$$

Покази магнітоелектричного вольтметра 60 В, електромагнітного амперметра 8 А.

Визначити параметри елементів кола.

Відповідь. $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 12 \text{ Ом}$, $X_L = 16 \text{ Ом}$, $X_C = 9 \text{ Ом}$.

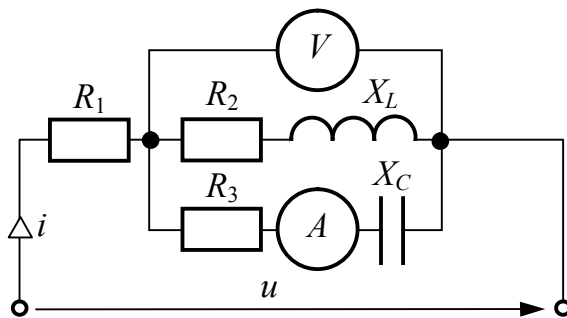


Рис. 8-17

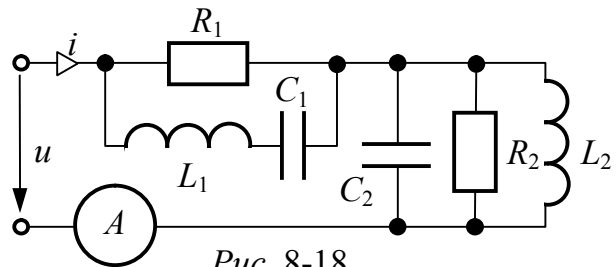


Рис. 8-18

8-18. Відомо: $i(t) = 1 + \sqrt{2} \sin(1000t) \text{ А}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $C_1 = 50 \text{ мкФ}$, $C_2 = 25 \text{ мкФ}$, $L_1 = 0.02 \text{ Гн}$, $L_2 = 0.04 \text{ Гн}$.

Визначити показ амперметра, знайти $u(t)$ і $u_{C1}(t)$.

Відповідь. $u(t) = 20 + 40\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ В}$, $u_{C1}(t) = 20 + 20\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ) \text{ В}$, $I_A = \sqrt{2} \text{ А}$.

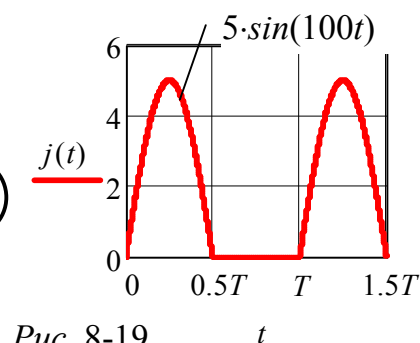
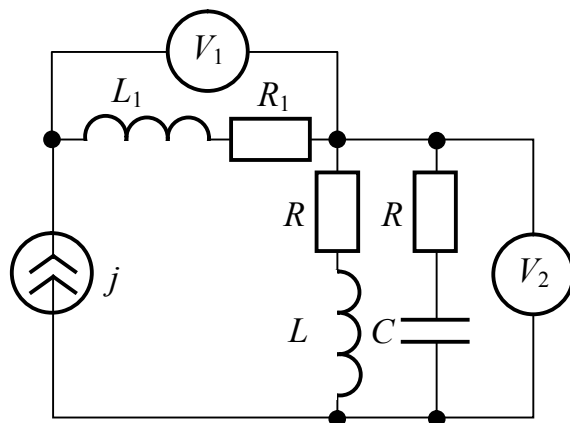


Рис. 8-19

8-19. Закон зміни струму джерела поданий на рис. 8-19. Відомо: $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $L_1 = 0.15 \text{ Гн}$, $R = \sqrt{\frac{L}{C}} = 10 \text{ Ом}$, $L = 0.1 \text{ Гн}$.

Визначити покази вольтметрів.

Відповіді. $u_{L1} = 75 \cdot \cos(100t) \text{ В}$, $U_{L1} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^{0.5T} (u_{L1}(t))^2 dt} = 37.5 \text{ В}$,

$u_{R1} = 100 \cdot \sin(100t) \text{ В}$, $U_{R1} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^{0.5T} (u_{R1}(t))^2 dt} = 50 \text{ В}$,

$U_{V1} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^{0.5T} (u_{R1}(t) + u_{L1}(t))^2 dt} = \sqrt{U_{L1}^2 + U_{R1}^2} = 62.5 \text{ В}$,

за всечастотного резонансу $u_R = R \cdot j = 50 \cdot \sin(100t) \text{ В}$,

$U_{V2} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^{0.5T} (u_R(t))^2 dt} = 25 \text{ В}$.

8-20. Відомо: $u(t) = U_0 + U_{1m} \cdot \sin(300t) + U_{2m} \cdot \sin(600t)$, $i_2^{(1)}(t) = 0.5 \cdot \sin(300t - 90^\circ) \text{ А}$, $i_3^{(2)}(t) = 4 \cdot \sin(600t) \text{ А}$, $U_{1m} = 30 \text{ В}$, $P = 165 \text{ Вт}$, амперметр показує 2.345 А .

Визначити струм $i_1(t)$, напруги U_0 , U_{2m} і параметри елементів R_1 , L_1 , L_2 , C_3 .

Відповіді. $U_0 = 30 \text{ В}$, $U_{2m} = 90 \text{ В}$, $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $L_1 = 0.067 \text{ Гн}$, $L_2 = 0.2 \text{ Гн}$, $C_3 = 55.5 \text{ мкФ}$,

$i_1(t) = 1 + 3 \cdot \sin(600t) \text{ А}$.

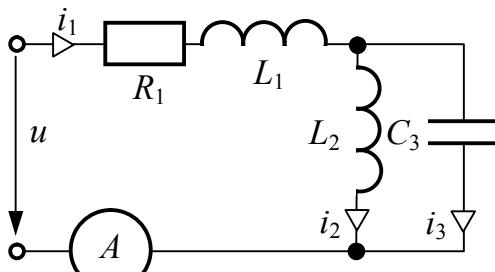


Рис. 8-20

8-21. Закон зміни струму джерела у часі поданий на рис. 8-21. Відомо: $R = 10 \text{ Ом}$, $L = 5 \text{ мГн}$, $J_{max} = 2 \text{ А}$, $T = 0.001 \text{ с}$.

Визначити покази вольтметрів.

Відповідь. $U_{V1} = 40/\sqrt{3} \text{ В}$, $U_{V2} = 20/\sqrt{3} \text{ В}$, $U_{V3} = 20 \text{ В}$.

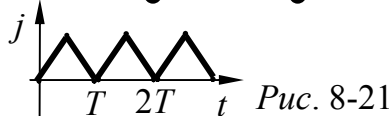
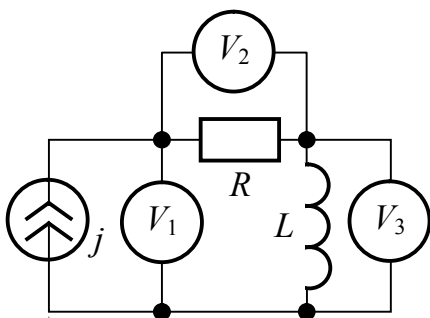


Рис. 8-21

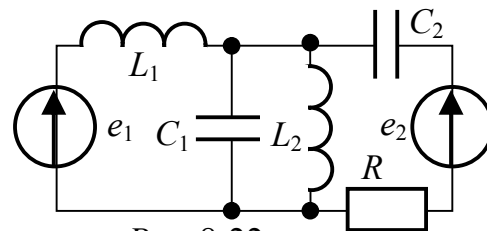


Рис. 8-22

8-22. Відомі ЕРС джерел $e_1(t) = E_{1m} \cdot \sin(\omega t)$, $e_2(t) = E_{2m} \cdot \sin(k\omega t)$, $k > 1$, а також значення L_2 і C_1 , причому $L_2 \cdot C_1 = \frac{1}{\omega^2}$.

Підібрати такі значення L_1 і C_2 , щоб напруга на резисторі не залежала від опору R .

Вказівка і відповідь. Напруга на навантаженні активного двополюсника у колі синусоїдного струму не залежить від опору навантаження, якщо:

- 1) внутрішній опір еквівалентного генератора дорівнює нулю, тоді напруга на навантаженні дорівнює ЕРС еквівалентного генератора;
- 2) внутрішній опір еквівалентного генератора дорівнює нескінченності, тоді напруга на навантаженні дорівнює нулю.

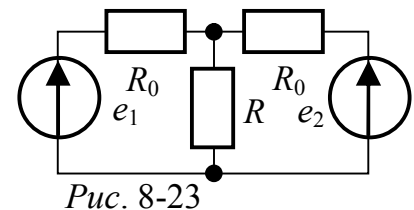
Отже, задача зводиться до дослідження резонансних станів пасивного реактивного двополюсника, який утворюється після видалення ідеальних ЕРС e_1 і e_2 і розглядається відносно полюсів резистора.

Зважаючи на чергування нулів і полюсів частотної характеристики двополюсника, записуємо умову резонансу струмів для частоти $k\omega$ і резонансу напруг для частоти ω :

$$k\omega C_1 = \frac{1}{k\omega L_1} + \frac{1}{k\omega L_2},$$

$$\frac{1}{\omega C_2} + \frac{1}{\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1} - \frac{1}{\omega L_2}} = 0,$$

звідки $L_1 = \frac{L_2}{k^2 - 1}$, $C_2 = C_1 \cdot (k^2 - 1)$.



8-23. Два джерела $e_1(t) = E_{1m} \cdot \sin(\omega_1 t)$ і $e_2(t) = E_{2m} \cdot \sin(\omega_2 t)$ працюють через опори $R_0 = 20$ Ом на спільне навантаження $R = 500$ Ом. $E_1 = E_2 = 220$ В, $f_1 = 50$ Гц, $f_2 = 48$ Гц. Резистор R – це лампа розжарювання з наступними ідеалізованими властивостями: під час зростання миттєвої потужності p_n вона засвічується, як тільки p_n досягне 150 Вт. Під час спаду потужності нижче 150 Вт вона згасає лише через 0.1 с. Якщо через $t < 0.1$ с потужність знову перевищить 150 Вт, то лампа не загасає.

Визначити приблизно (можна у графічний спосіб) і подати на осі часу інтервали горіння і не горіння лампи.

Відповідь. Для визначення інтервалів горіння необхідно знайти миттєве значення струму $i(t)$ в лампі, який отримуємо накладанням двох синусоїд різних частот: $i(t) = 0.305 \cdot (\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)) = 0.61 \cdot \cos(2\pi t) \cdot \sin(98\pi t)$ А. Оскільки період синусоїди $\sin(98\pi t)$ значно менший, ніж необхідний для згасання лампи час 0.1 с, під час розрахунку миттєвої потужності лампи можна користуватись лише обвідною кривою струму, тобто косинусоїдою: $p_n = R \cdot (0.61 \cos(2\pi t))^2 = 93 \cdot (1 + \cos(4\pi t))$ і знайти точки перетину цього графіку з горизонтальною прямою $p_n = 150$ Вт.

8-24. Відомо: $u(t) = 60 + 120\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 45^\circ) + 60\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t)$ В, $\omega = 314$ рад/с, $C = 53.1$ мкФ, $R = 20$ Ом, $P^{(0)} = 0.75P^{(3)}$.

Визначити індуктивність L і показ амперметра.

Відповідь. $L = 10.6$ мГн, $I = 4.02$ А.

8-25. Джерело виробляє періодичний несинусоїдний струм j з діючим значенням 5 мА. $R = 1$ кОм, $L = 1$ Гн, $C = 1$ мкФ.

Визначити активну і повну потужності джерела.

Відповідь. $S = P = R \cdot J^2 = 25$ мВт.

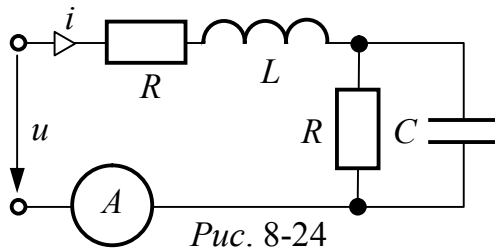


Рис. 8-24

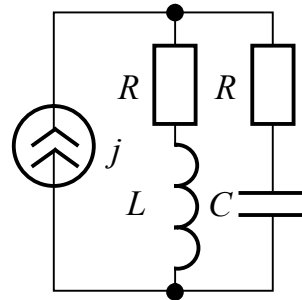


Рис. 8-25

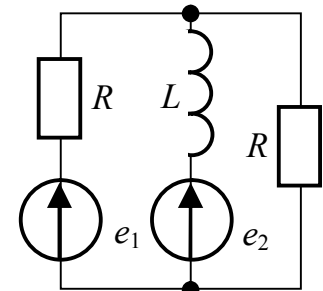


Рис. 8-26

8-26. Відомо: $R = 10$ Ом, $L = 0.01$ Гн, $\omega = 1000$ рад/с,

$e_1(t) = 141.4 \cdot \sin(\omega t) + 222 \cdot \sin(k\omega t)$ В, $e_2(t) = 141.4 \cdot \sin(\omega t) - 222 \cdot \sin(k\omega t)$ В.

Знайти значення коефіцієнта k , за якого обидва опори R отримують однакову потужність.

Відповідь. $k = 3$.

8-27. Відомо: струм в індуктивності $i_L(t) = 5 + 10 \cdot \sin(\omega t) + 5 \cdot \sin(2\omega t + 90^\circ)$ А, $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 40$ Ом.

Визначити покази приладів.

Відповідь. $U_1 = 123.7$ В, $U_2 = 100$ В, $I_1 = 7.29$ А, $I_2 = 9.354$ А, $I_3 = 3.953$ А, $P_W = 531.4$ Вт.

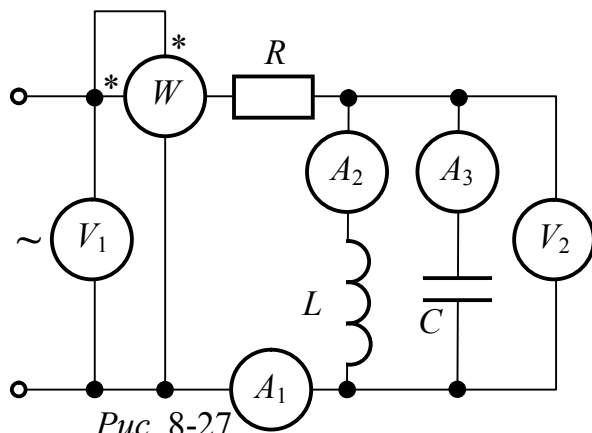


Рис. 8-27

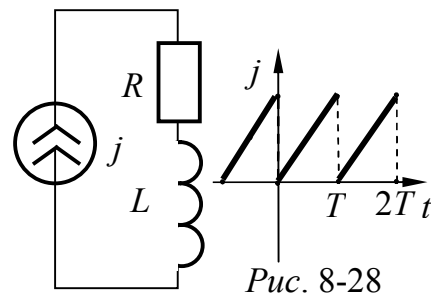


Рис. 8-28

8-28. Джерело виробляє періодичну послідовність пилкоподібних імпульсів (див. рис. 8-28).

Визначити коефіцієнт потужності джерела λ , якщо $L/R = T$.

Відповіді. Протягом першого періоду $j(t) = kt = \frac{I_m}{T} t$,

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (j(t))^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}, \quad U_R = R \cdot I,$$

$$u_L = L \frac{dj}{dt} = kL = R \cdot I_m = \sqrt{3} R \cdot I, \quad U_L = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u_L(t))^2 dt} = \sqrt{3} R \cdot I,$$

$$U = \sqrt{U_L^2 + U_R^2} = 2R \cdot I, \quad S = U \cdot I, \quad P = R \cdot I^2, \quad \lambda = P/S = R \cdot I/U = 0.5.$$

8-29. При дії на вході пасивного двополюсника несинусоїдної напруги $u = 10\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) + 10\sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t)$ В виміряні: діюче значення струму $I = 5$ А, активна потужність $P = 40$ Вт і сумарна реактивна потужність гармонік $|Q| = 30$ вар.

Після цього виміри були повторені за дії іншої напруги, в якій був збережений той же самий гармонічний склад. Амплітуди і початкові фази гармонік залишились незмінними, а частота основної гармоніки ω була подвоєна у порівнянні з першими вимірюваннями. Виявилось, що струм і потужності двополюсника не змінилися.

Напишіть аналітичні вирази миттєвого значення струму як у першому, так і у другому режимі, якщо відомо, що початкові фази різних гармонік струму можуть відрізнятися на кут, не більший за 90° . Що можна сказати про внутрішню схему двополюсника для пояснення отриманих результатів?

Відповіді. Двополюсник містить або 1) два послідовно з'єднані коливальні контури резонансу струмів, налаштовані, відповідно, на першу і четверту гармоніки; або 2) один такий контур, налаштований на другу гармоніку.

Таким чином, є дві відповіді. 1) обидва рази $i = 5\sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t \pm 36.87^\circ)$ А, 2) $i^I = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 36.87^\circ)$ А, $i^{II} = 5\sqrt{2} \cdot \sin(4\omega t + 36.87^\circ)$ А.

8-30. Відомо: $e(t) = 100 + 200 \cdot \sin(\omega t)$ В, $i_1(t) = 5 + 10 \cdot \sin(\omega t)$ А, покази амперметра і вольтметра $U_V = 60\sqrt{3}$ В, $I_3 = 3\sqrt{2}$ А.

Визначити опори R_1, R_2, R_3, X_L, X_C .

Відповідь. $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = R_3 = 12$ Ом, $X_L = 9$ Ом, $X_C = 16$ Ом.

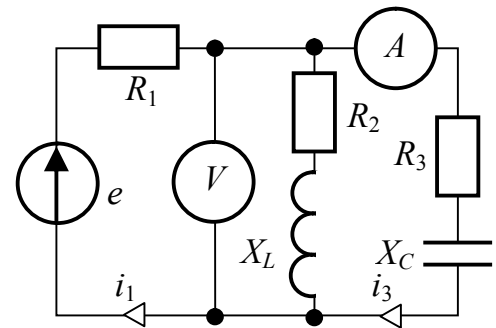


Рис. 8-30

8-31. Відомо: $R = \omega L = 10$ Ом, ЕРС джерела має нульову, першу і третю гармоніки, на третій гармоніці резонанс, а потужність кола $P^{(3)} = 90$ Вт, покази перших двох вольтметрів $U_{V1} = 10$ В, $U_{V2} = 30$ В.

Визначити покази амперметра і вольтметра V_3 , якщо перший вольтметр магнітоелектричний, решта приладів – електромагнітної системи.

Відповідь. $U_{V3} = 24.1$ В, $I_A = 2.404$ А.

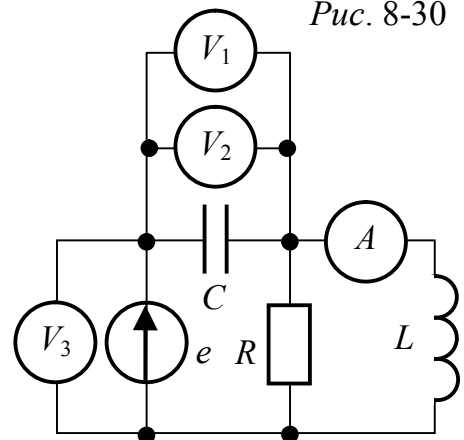


Рис. 8-31

8-32. У колі $C_1 = 100$ мкФ, $L_2 = 0.2$ Гн, $R_n = 100$ Ом, $u(t) = 20 + 50 \cdot \sin(314t) - 30 \cdot \cos(628t + 60^\circ)$ В.

Визначити L_1 і C_2 , за яких напруга на навантаженні дорівнює $u_n(t) = 30 \cdot \sin(628t - 30^\circ)$ В.

Відповідь. У колі резонанс струмів для першої і резонанс напруг для другої гармоніки. $L_1 = 92$ мГн, $C_2 = 50.7$ мкФ.

8-33. Відомо: $1/(\omega C_2) = 8$ Ом, $u(t) = 20 + 100 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) + 40 \cdot \sin(2\omega t - 90^\circ)$ В, $i(t) = 5 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ)$ А.

Визначити напругу на першому конденсаторі $u_{C1}(t)$, якщо видалити вітку з індуктивністю.

Відповіді. $R_1 = 20$ Ом, $1/(\omega C_1) = 2.667$ Ом, $\omega L_3 = 2$ Ом, $u_{C1}(t) = 5 + 11.77 \cdot \sin(\omega t - 32^\circ) + 2.58 \cdot \sin(2\omega t - 165^\circ)$ В.

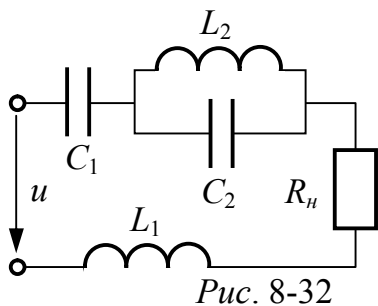


Рис. 8-32

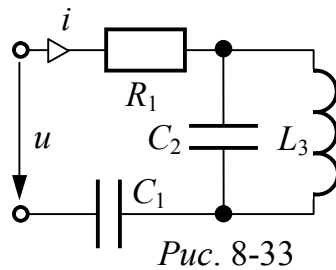


Рис. 8-33

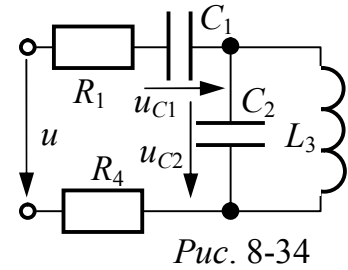


Рис. 8-34

8-34. Відомо: $P_{R1} = 250$ Вт, $1/(\omega C_2) = 8$ Ом, $u(t) = 10 + 100 \cdot \sin(\omega t + 30^\circ)$ В, $u_{C2}^{(1)} = 13.33 \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$ В.

Якби напруга джерела містила другу гармоніку, то для неї у колі був би резонанс струмів.

Визначити опори всіх елементів кола, записати миттєву напругу на конденсаторі $u_{C1}(t)$ за умови, що вітка з індуктивністю видалена.

Відповіді. $R_1 = 20$ Ом, $R_4 = 0$, $1/(\omega C_1) = 2.667$ Ом, $\omega L_3 = 2$ Ом, $u_{C1}(t) = 5 + 11.77 \cdot \sin(\omega t - 32^\circ)$ В.

8-35. Відомо: $\omega L = 10$ Ом, $i(t) = 5 \cdot \cos(\omega t - 60^\circ)$ А, $u(t) = 20 + 100\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) + 50\sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t - 90^\circ)$ В.

Визначити покази приладів, якщо вони: 1) магнітоелектричної системи, 2) електромагнітної системи.

Відповідь. 1) $U_{V1} = 20$ В, $U_{V2} = 0$; 2) $U_{V1} = 51.2$ В, $U_{V2} = 68.72$ В.

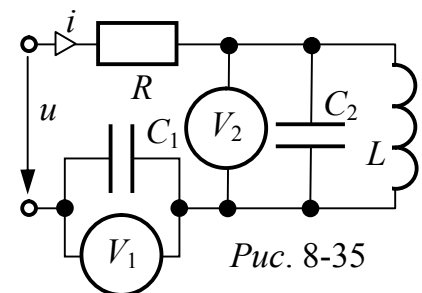


Рис. 8-35

8-36. У разі живлення кола від джерела постійного струму $U_0 = 100$ В струм I дорівнює 5 А.

Визначити значення опорів R , X_L , X_C , якщо за живлення кола від гармонічної напруги $U = 100$ В струм $I_1 = 3$ А, а показ ватметра дорівнює нулю.

Відповідь. $R = 20$ Ом, $X_L = 26.67$ Ом, $X_C = 15$ Ом.

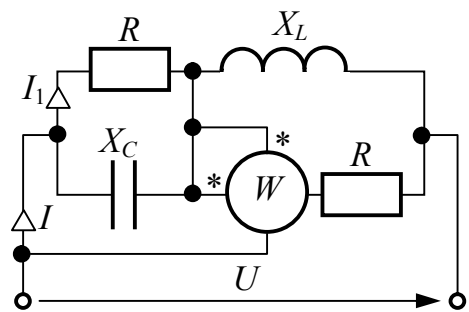


Рис. 8-36

8-37. Відомо: $L = 0.1$ Гн, $C = 10$ мкФ, $j_1(t) = 2 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$ А, $j_2(t) = 1 \cdot \sin(2\omega t)$ А. За розімкненого ключа $P_{W1} = 4P_{W2}$.

Визначити покази ватметрів за замкненого ключа.

Розв'язання. Джерела струму мають різні частоти і спільне навантаження у вигляді двох паралельно з'єднаних віток R_1, L і R_2, C . У першого джерела амплітуда струму вдвічі, а потужність учетверо більша, ніж у другого. Це означає, що опір навантаження не залежить від частоти і є суто резистивним. Це можливо лише за всечастотного резонансу кола, тобто за умови $R_1 = R_2 = R = \sqrt{L/C} = 100$ Ом. Після замикання ключа опір кола не зміниться і залишиться рівним $R = 100$ Ом, тобто покази ватметрів залишаться незмінними і будуть дорівнювати

$$P_{W2} = 0.5 \cdot R \cdot J_{2m}^2 = 0.5 \cdot 100 \cdot 1^2 = 50 \text{ Вт}, P_{W1} = 4P_{W2} = 200 \text{ Вт}.$$

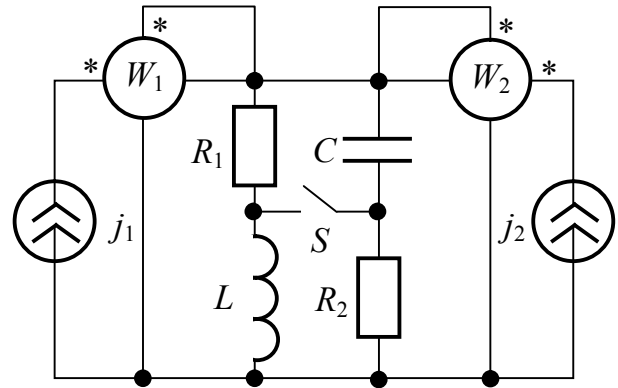


Рис. 8-37

8-38. Відомо: $u(t) = 100 + 141 \cdot \sin(314t + 53.13^\circ)$ В, $L = 84.926$ мГн, $I_A^{(0)} = 5$ А, $U_V = 116.62$ В (амперметр магнітоелектричний, вольтметр – електромагнітний), $P_W = 1000$ Вт.

Визначити ємність C , вхідний струм I , знайти і порівняти вхідні опори $Z^{(0)}$ і $Z^{(1)}$ і зробити відповідний висновок.

Відповідь. $Z^{(0)} = Z^{(1)} = R = 20$ Ом, $C = 212.34$ мкФ, $I = 7.071$ А, у колі всечастотний резонанс.

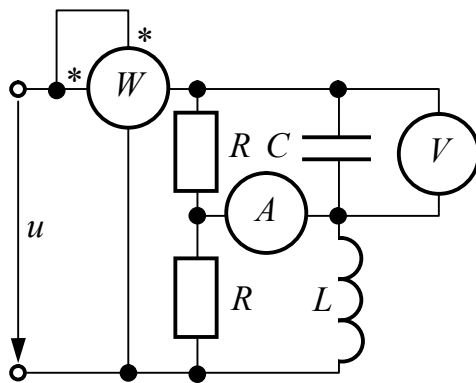


Рис. 8-38

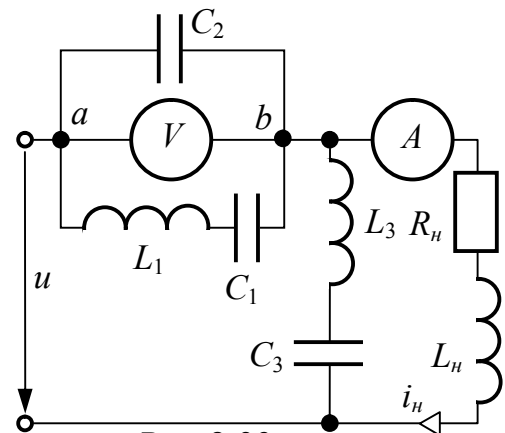


Рис. 8-39

8-39. Навантаження електричного фільтра $R_n = 1$ кОм, $L_n = 0.75$ Гн. Прикладена несинусоїдна напруга:

$$u(t) = 100 + 353.5 \cdot \sin(\omega t) - 141.4 \cdot \sin(3\omega t + 120^\circ) + 70.71 \cdot \sin(5\omega t - 120^\circ) \text{ В},$$

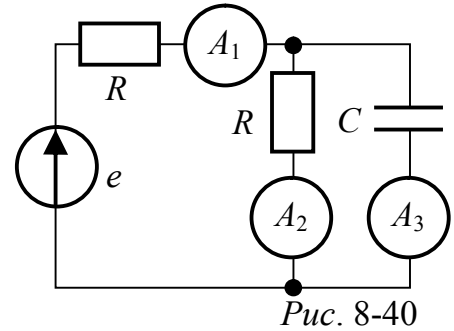
де $\omega = 1000$ рад/с. Параметри фільтра задовольняють умовам: $\omega^2 L_1 C_1 = 1$, $9\omega^2 L_3 C_3 = 1$, а на ділянці ab для п'ятої гармоніки резонанс струмів.

Знайти струм $i_n(t)$, визначити покази приладів, а також активну потужність джерела.

Відповідь. $i_n(t) = i_n^{(1)} = 0.2\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 36.87^\circ)$ А, $I_A = 0.2$ А, $U_V = 150$ В, $P = 40$ Вт.

8-40. Відомо: $e(t) = E_0 + E_{1m} \cdot \sin(\omega t) + E_{3m} \cdot \sin(3\omega t)$ В, $R = 12$ Ом, $1/(\omega C) = 9$ Ом, покази амперметрів: магнітоелектричний $A_2 \rightarrow 2$ А, електромагнітні $A_1 \rightarrow \sqrt{46}$ А і $A_3 \rightarrow 4\sqrt{2}$ А.

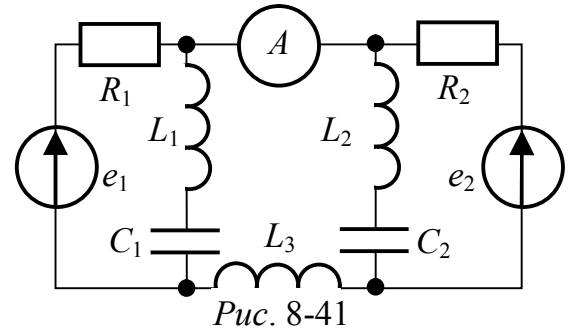
Визначити діючі значення гармонік ЕРС.
Відповідь. $E_0 = 48$ В, $E_1 = 86.55$ В, $E_3 = 53.67$ В.



8-41. Відомо: $R_1 = 10$ Ом, $L_1 = 10$ мГн, $C_1 = 100$ мкФ, $R_2 = 30$ Ом, $L_2 = 20$ мГн, $C_2 = 5.556$ мкФ, $L_3 = 30$ мГн, $\omega = 1000$ рад/с, $e_1(t) = 100 + 141.4 \cdot \sin(\omega t) + 70.71 \cdot \sin(3\omega t)$ В, $e_2(t) = 60 + 169.7 \cdot \sin(\omega t) + 56.57 \cdot \sin(3\omega t)$ В.

Визначити миттєве і діюче значення струму амперметра.

Відповідь. $i_A(t) = 1 + 4.39 \cdot \sin(\omega t + 129.1^\circ) + 0.707 \cdot \sin(3\omega t - 64.1^\circ)$ А, $I_A = 3.3$ А.

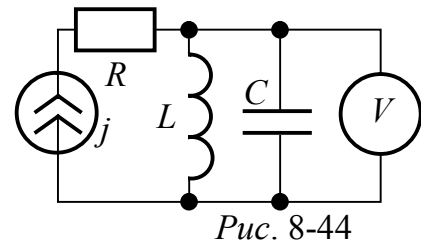
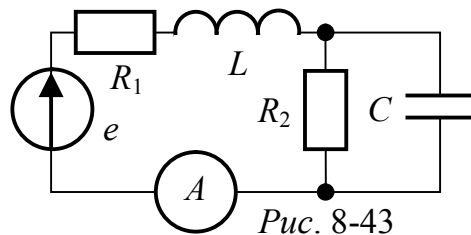
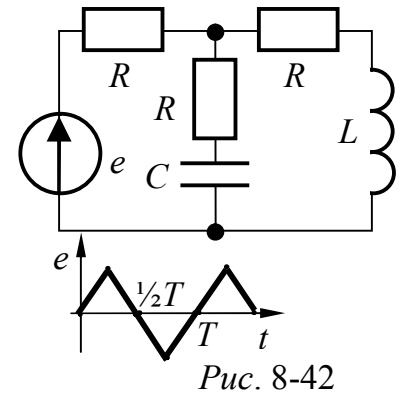


8-42. На рисунку подані схема кола і залежність несинусоїдної ЕРС від часу, причому $E_{max} = 60$ В, $P_E = 60$ Вт, $R = \sqrt{L/C}$.

Визначити опір R .
Відповідь. $R = 10$ Ом.

8-43. Відомо: $\omega L = 16$ Ом, $1/(\omega C) = 20$ Ом, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, показ амперметра $I = 3$ А, $e(t) = 22 + 30\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) + E_{2m} \cdot \sin(2\omega t)$ В.

Визначити амплітуду другої гармоніки ЕРС E_{2m} .
Відповідь. $E_{2m} = 39.115$ В.



8-44. Відомо: показ вольтметра $U_V = 100$ В, активна потужність джерела $P = 145$ Вт, сума реактивних потужностей гармонік $Q = 140$ вар,

$j(t) = 2 + 4\sqrt{2} \cdot \sin(314t) + 3\sqrt{2} \cdot \sin(628t)$ А.

Визначити параметри R, L, C .

Відповідь. $R = 5 \text{ Ом}$, $L = 31.85 \text{ мГн}$, $C = 159.2 \text{ мкФ}$.

8-45. Відомо:

$$e(t) = 12 + 12\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) + 6\sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t + 30^\circ) \text{ В},$$

$$R = 3 \text{ Ом}, \omega L = 1/(\omega C) = 12 \text{ Ом}.$$

Знайти миттєве значення струму джерела і покази приладів.

Відповідь. $i(t) = 2 + 0.6\sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t + 83.13^\circ) \text{ А}$,
 $U_V = 16.34 \text{ В}$, $I_L = 3.486 \text{ А}$, $I_C = 1.281 \text{ А}$.

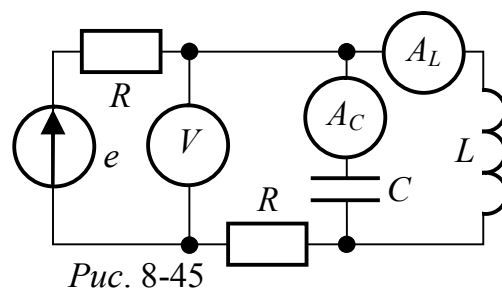


Рис. 8-45

8-46. Відомо: $R = 12 \text{ Ом}$, $\omega L_a = 80 \text{ Ом}$, $\omega L_b = 10 \text{ Ом}$,
 $1/(\omega C) = 90 \text{ Ом}$, діюче значення струму $I_a = 2.5 \text{ А}$, миттєве значення струму $i_b = 2\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) + 6\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t) \text{ А}$.

Знайти миттєве значення ЕРС $e(t)$.

Відповідь. $e(t) = 18 + 160\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) + 36\sqrt{2} \cdot \sin(3\omega t) \text{ В}$.

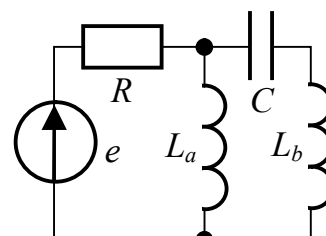


Рис. 8-46

8-47. Система ЕРС трифазного генератора симетрична, причому $e_A(t) = 200 \cdot \sin(\omega t) - 150 \cdot \sin(2\omega t) + 80 \cdot \sin(3\omega t - 30^\circ) \text{ В}$. Значення опорів: $R = 40 \text{ Ом}$,
 $\omega L_1 = \omega L_2 = 1/(\omega C_2) = 20 \text{ Ом}$, $1/(\omega C_1) = 80 \text{ Ом}$.

Визначити показ амперметра.

Відповідь. $I_B = 6.16 \text{ А}$.

8-48. Ключ S періодично перемикається з положення 1 у положення 2. Тривалість знаходження ключа у положенні 1 – $t_1 = 6\tau$ ($\tau = \frac{L}{R}$), у положенні 2 – $t_2 > t_1$. Опір резистора

$R = 10 \text{ Ом}$. В усталеному періодичному режимі показ амперметра магнітоелектричної системи – $I_0 = 0.25 \text{ А}$, показ вольтметра $V_4 \rightarrow 2.041 \text{ В}$.

Визначити покази решти вольтметрів, а також відношення t_2/t_1 . Усі вольтметри електромагнітної системи.

Розв'язання. Оскільки $t_1 \gg \tau$ і $t_2 \gg \tau$, то в першому положенні ключа S маємо процес вмикання кола R, L на постійну напругу E при нульовому початковому значенні струму, у другому положенні ключа – коротке замикання кола R, L при

початковому значенні струму E/R . Отже, при $0 < t < t_1$ $u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$, при

$$t_1 < t < T = t_1 + t_2 - u_L(t) = -E \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad \text{і} \quad \int_0^T (u_L(t))^2 dt \equiv \int_{t_1}^T (u_L(t))^2 dt.$$

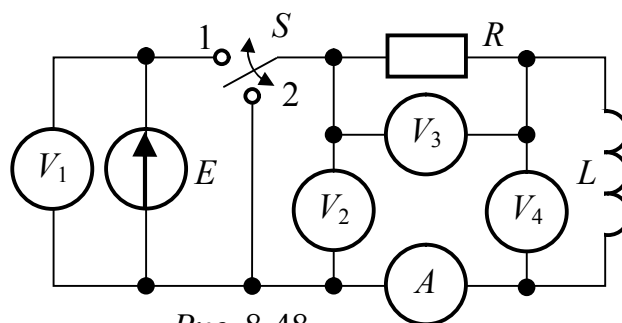


Рис. 8-48

Показ вольтметра V_4 (діюче значення напруги на індуктивності):

$$U_4 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u_L(t))^2 dt}.$$

Враховуючи записане вище співвідношення:

$$U_4 = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{t_1} (u_L(t))^2 dt} = 2.041 \text{ В, або } \int_0^{t_1} (u_L(t))^2 dt = \frac{U_4^2 \cdot T}{2}.$$

$$\text{Але } \int_0^{t_1} (u_L(t))^2 dt = \int_0^{6\tau} \left(E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2 dt \equiv 0.5 E^2 \cdot \tau.$$

$$\text{Таким чином, } \frac{E^2 \tau}{T} = U_4^2 = 4.167. \quad (*)$$

Амперметр магнітоелектричної системи вимірює середнє за період значення струму. Середнє значення напруги на резисторі за законом Ома $U_{R0} = R \cdot I_0 = 2.5 \text{ В}$,

$$\text{причому } U_{R0} = \frac{1}{T} \int_0^T u_R(t) dt.$$

Миттєве значення напруги на резисторі описується виразами: при $0 < t < t_1$

$$u_R(t) = E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{при } t_1 < t < T - u_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}. \quad \text{Зважаючи на сказане,}$$

$$\int_0^T u_R(t) dt = \int_0^{t_1} u_R(t) dt + \int_{t_1}^{2t_1} u_R(t) dt = E \cdot t_1 = E \cdot 6\tau, \quad \text{тобто } U_{R0} = 2.5 \text{ В} = \frac{6E\tau}{T}, \quad \text{звідки з}$$

$$\text{урахуванням (*) } E = \frac{4.167 \cdot 6}{2.5} = 10 \text{ В (показ першого вольтметра).}$$

$$\text{Відповідно, } \frac{T}{\tau} = \frac{60}{2.5} = 24. \quad \text{Оскільки } t_1 = 6\tau, \text{ то } t_2 = T - t_1 = 18\tau \text{ і } t_2/t_1 = 3.$$

$$\text{Показ другого вольтметра: } U_2 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_1} E^2 dt} = 10 \sqrt{\frac{t_1}{T}} = 10/2 = 5 \text{ В.}$$

Оскільки напруги на резисторі і індуктивності знаходяться у квадратурі (див. задачу 8-13), то показ третього вольтметра знаходимо за теоремою Піфагора:

$$U_3 = \sqrt{U_2^2 - U_4^2} = 4.567 \text{ В.}$$

8-49. Визначити, які найпростіші елементи (тип, чисельне значення) містить задане коло, якщо відомо, що усі елементи реактивні, серед них є котушка індуктивністю 1 Гн, а під час живлення періодичним несинусоїдним струмом з періодом 20 мс на входних затискачах спостерігається резонанс напруг за основною гармонікою і резонанс струмів за другою гармонікою.

Відповідь. $C_1 = 7.607 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2.536 \text{ мкФ}$, $L_3 = 1 \text{ Гн}$.

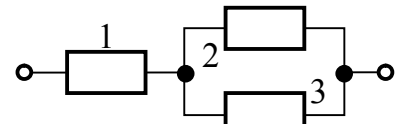


Рис. 8-49

8-50. На одній з частот (наприклад, ω_1) опори усіх елементів кола дорівнюють 5 Ом. Якщо ЕРС джерела $e(t)$ – меандр¹ з амплітудою 25 В, то амперметр A_1 показує дійсне значення струму 4 А.

Визначити показ амперметра A_2 .

Розв'язання. У колі в цілому спостерігається всечастотний резонанс, оскільки і для лівої, і для правої частин

$$R_1 = R_2 = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = 5 \text{ Ом. Для будь-якої}$$

гармоніки опір кола залишається резистивним і дорівнює 5 Ом, тобто дійсне значення струму джерела: $I = 25/5 = 5 \text{ А}$. Для будь-якої гармоніки вектори струмів I_1 і I_2 взаємно перпендикулярні, отже, відповідно до теореми Піфагора:

$$I_2 = \sqrt{I^2 - I_1^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ А.}$$

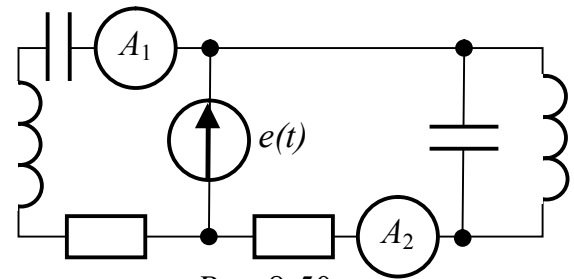
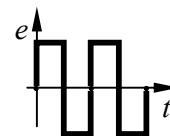


Рис. 8-50

¹ Меандр – це прямокутна знакозмінна напруга (див. рис.)



9 КОЛА З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Зауваження до розділу. За замовчуванням лінія вважається однорідною і двопровідною.

9-1. Телефонна лінія зв'язку довжиною 25 км на частоті 800 Гц має вторинні параметри: $Z_C = 366.2 \cdot e^{-j40.56^\circ}$ Ом, $\gamma = (36.13 + j41.77) \cdot 10^{-3}$ 1/км.

Визначити напругу, струм і потужність на вході лінії, а також її ККД, якщо лінія увімкнена до джерела постійного струму, а опір і струм навантаження $R_H = 1.5$ кОм, $I_2 = 50$ мА.

Відповіді. Через вторинні параметри визначаємо первинні: $R_0 = 20$ Ом/км, $L_0 = 0.6$ мГн/км, $G_0 = 0.811 \cdot 10^{-6}$ См/км, $C_0 = 30$ нФ/км; вторинні параметри на постійному струмі: $Z_C = 5$ кОм, $\gamma = \alpha = 4 \cdot 10^{-3}$ Нп/км; напруга і потужність у кінці лінії $U_2 = 75$ В, $P_2 = 3.75$ Вт; напругу і струм на початку лінії визначаємо за основними рівняннями лінії: $U_1 = 100.4$ В, $I_1 = 51.75$ мА; потужність на початку лінії і ККД: $P_1 = 5.194$ Вт, $\eta = 0.722$.

9-2. Телефонний кабель з параметрами $R_0 = 12$ Ом/км, $G_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ См/км, $L_0 = 0.6$ мГн/км, $C_0 = 43$ нФ/км має узгоджене навантаження на частоті 1 кГц.

Визначити довжину кабелю l , за якої згасання складає 1 Нп; у скільки разів згасають потужність, напруга і струм сигналу.

Відповіді. $Z_0 = 12.58 \cdot e^{j17.43^\circ}$ Ом/км, $Y_0 = 0.27 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j89.79^\circ}$ См/км;

$$\gamma = (34.57 + j46.91) \cdot 10^{-3} \text{ 1/км}, l = 1/\alpha = 28.9 \text{ км}; \frac{S_1}{S_2} = e^2 = 7.389, \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = e = 2.72.$$

9-3. Визначити струм джерела на вході повітряної лінії без втрат за наступних даних: $U_1 = 1.2$ кВ, $l = 100$ м, $L_0 = 5.3$ мГн/км, довжина хвилі $\lambda = 60$ м, $R_H = 380$ Ом.

Відповіді. У разі повітряної лінії приймаємо $v_\phi = 300 \cdot 10^3$ км/с, тоді

$$C_0 = \frac{1}{L_0 v_\phi^2} = 2.1 \text{ нФ/км}; \quad Z_C = \sqrt{L_0 / C_0} = 1590 \text{ Ом}, \quad \beta = 2\pi / \lambda = 104.7 \text{ рад/км};$$

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = Z_C \cdot \frac{R_H + Z_C \cdot j \operatorname{tg}(\beta l)}{R_H \cdot j \operatorname{tg}(\beta l) + Z_C} = 2556 \cdot e^{j59.69^\circ} \text{ Ом}; I_1 = 0.469 \text{ А}.$$

9-4. Лінія довжиною $l = 20$ км має вторинні параметри $Z_C = 1350 \cdot e^{j24^\circ}$ Ом, $\gamma = 0.0175 + j0.039$ 1/км і узгоджена з навантаженням.

Розрахувати потужності P_1 і P_2 , якщо $U_1 = 10$ В.

Відповіді. $I_1 = \underline{U}_1 / Z_C$, $P_1 = \operatorname{Re}[\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*] = 67.67$ мВт,
 $\eta = e^{-2\alpha l} = 0.4966$, $P_2 = P_1 / \eta = 33.6$ мВт.

9-5. Повітряна лінія без втрат з хвильовим опором $Z_C = 300$ Ом має довжину $l = 50$ км.

Визначити опори T -подібної еквівалентної схеми на частоті 1 кГц.

Відповіді. $v_\phi = 300 \cdot 10^3$ км/с, $C_0 = \frac{1}{Z_C v_\phi} = 11.1$ нФ/км, $L_0 = 1$ мГн/км,

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 0.0209 \text{ рад/км}, \beta l = 60^\circ, \underline{A} = \underline{D} = \cos(\beta l) = 0.5,$$

$$\underline{B} = Z_C j \sin(\beta l) = j259.8 \text{ Ом}, \quad \underline{C} = j \sin(\beta l) / Z_C = j0.0029 \text{ См},$$

$$\underline{Z}_{1T} = \underline{Z}_{2T} = \frac{A-1}{\underline{C}} = j173.2 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_{0T} = \frac{1}{\underline{C}} = -j346.6 \text{ Ом}.$$

9-6. На вхід кабельної лінії без втрат ($l = 20 \text{ м}$, $v = 1.5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$) з характеристичним опором $Z_C = 75 \text{ Ом}$ подана синусоїдна напруга. Лінія навантажена індуктивністю L , струм в якій склав $I_2 = 2 \text{ А}$. На відстані $y = 10 \text{ м}$ від кінця лінії виявлено максимальну напругу $U_{max} = 150\sqrt{2} \text{ В}$.

Визначити напругу і струм на вході лінії та індуктивність L .

Розв'язання. Якщо індуктивний опір навантаження лінії замінити короткозамкненим відрізком такої ж лінії довжиною l' , то $I_2 = I_{max} \cdot \cos(\beta l')$, де I_{max} – струм в кінці короткозамкненого відрізка, а β – коефіцієнт фази.

$$\text{Звідси } \cos(\beta l') = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} l'\right) = \frac{I_2}{I_{max}}.$$

$$\text{З іншого боку } U_{max} = Z_C \cdot I_{max}, \text{ тобто } I_{max} = \frac{U_{max}}{Z_C} = 2\sqrt{2} \text{ А}.$$

$$\text{Тоді } \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} l'\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ або } \frac{2\pi}{\lambda} l' = \frac{\pi}{4} \text{ і } l' = \frac{\lambda}{8}.$$

З урахуванням того, що $y + l' = \frac{\lambda}{4}$, маємо довжину хвилі $\lambda = 8y = 80 \text{ м}$ і довжину відрізка $l' = 10 \text{ м}$.

Напруга і струм на вході лінії за умови $I_{max} = I_{max} = 2\sqrt{2} \text{ А}$:

$$\underline{U}_1 = j I_{max} \cdot Z_C \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} (l + l')\right) = j150 \text{ В}, \quad \underline{I}_1 = I_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (l + l')\right) = -2 \text{ А}.$$

$$\text{Індуктивність } L: L = \frac{Z_C \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l'\right)}{\omega} = \frac{Z_C \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l'\right)}{\frac{2\pi v}{\lambda}} = 6.37 \text{ мкГн}.$$

9-7. Кабельну лінію зв'язку довжиною 150 км з хвильовим опором $Z_C = 60 \text{ Ом}$ сигнали проходять без спотворень за 1 мс і згасають при цьому на 11.3 дБ .

Визначити первинні параметри лінії.

Розв'язання. Згасання в лінії складає $\alpha l = 11.3 \text{ дБ} = 11.3 \cdot 0.115 = 1.3 \text{ Нп}$.

$$\text{Звідси коефіцієнт згасання } \alpha = \frac{1.3}{l} = \frac{1.3}{150} = 8.66 \cdot 10^{-3} \text{ Нп/км}.$$

Для лінії без спотворень виконуються співвідношення:

$$\frac{L_0}{C_0} = \frac{R_0}{G_0}, \quad Z_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}, \quad \alpha = \sqrt{R_0 G_0}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}.$$

Для кабельної лінії можна прийняти $v = 150\,000 \text{ км/с}$.

З цих співвідношень знаходимо:

$$R_0 = \alpha \cdot Z_C = 0.52 \text{ Ом/км}, \quad G_0 = \frac{\alpha^2}{R_0} = 1.44 \cdot 10^{-4} \text{ См/км},$$

$$L_0 = \frac{Z_C}{v} = 0.4 \text{ мГн/км}, \quad C_0 = \frac{1}{Z_C v} = 0.111 \text{ мкФ/км}.$$

9-8. Короткозамкнена лінія з опором на одиницю довжини $R_0 = 5 \text{ Ом/м}$ живиться від джерела постійного струму $J = 1 \text{ А}$. Вздовж лінії з постійною швидкістю $v = 100 \text{ м/с}$ у напрямі від кінця до початку лінії переміщується каретка з конденсатором $C = 100 \text{ мкФ}$.

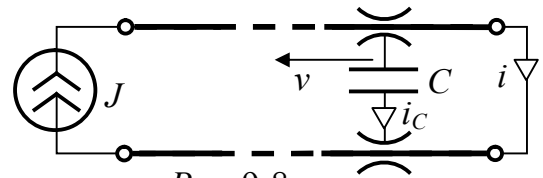


Рис. 9-8

Визначити струм через конденсатор.

Розв'язання. За час Δt каретка проходить відстань $\Delta l = v \cdot \Delta t$, а напруга на конденсаторі зростає на $\Delta u_C = R_0 \cdot i \Delta l = R_0 \cdot (J - i_C) \Delta l$. Шуканий струм через конденсатор

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = CR_0 \cdot (J - i_C) v.$$

$$\text{Звідси } i_C = \frac{CR_0 J v}{1 + CR_0 v} = \frac{10^{-4} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 100}{1 + 10^{-4} \cdot 5 \cdot 100} = \frac{0.05}{1.05} \text{ А} = 47.6 \text{ мА}.$$

9-9. Лінія без втрат довжиною $l_1 = 1.5 \text{ м}$ з'єднана з лінією без спотворень довжиною $l_2 = 8.718 \text{ м}$. Напруга джерела $u_1(t) = 0.566 \sin(2\pi \cdot 10^8 t) \text{ В}$. Параметри ліній: $Z_{C1} = 100 \text{ Ом}$, $v_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $\gamma_2 = 0.01 + j4.19 \text{ 1/м}$. Також відомо: $Z_n = Z_{C2}$, ККД системи $\eta = P_n/P_1 = 0.56$, діюче значення напруги навантаження $U_n = 183.3 \text{ мВ}$.

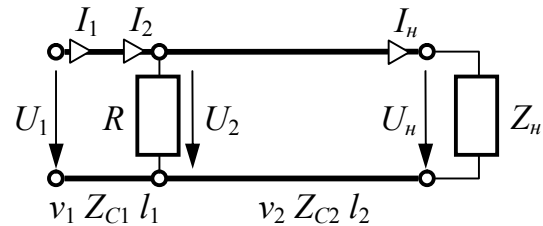


Рис. 9-9

Визначити значення опору резистора R і хвильового опору лінії Z_{C2} .

Розв'язання. Розглядаємо першу лінію: $\beta_1 = \omega/v_1 = 3.14 \text{ рад/м}$, $\beta_1 l_1 = 1.5\pi \text{ рад}$, $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta_1 l_1) + jZ_{C1} \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin(\beta_1 l_1) = 0 + j100 \cdot \underline{I}_2 \cdot \sin(270^\circ) = -j100 \cdot \underline{I}_2 = 0.4 \text{ В}$, звідси $\underline{I}_2 = j4 \text{ мА}$, діюче значення $I_2 = 4 \text{ мА}$.

Розглядаємо другу лінію: це – лінія без спотворень, узгоджена з навантаженням, для неї $U_2 = U_n \cdot e^{-\alpha_2 l_2} = 0.1833 \cdot e^{0.01 \cdot 8.718} = 0.2 \text{ В}$.

Тоді опір навантаження першої лінії, утворений паралельно з'єднаними опорами R і Z_{C2} , є резистивним, дорівнює $Z_2 = U_2/I_2 = \frac{R \cdot Z_{C2}}{R + Z_{C2}} = 50 \text{ Ом}$ (*)

і споживає потужність $P_2 = U_2 \cdot I_2 = 0.8 \text{ мВт}$. Враховуючи, що перша лінія – це лінія без втрат, потужність на вході першої лінії: $P_1 = P_2$.

Потужність навантаження $P_n = P_1 \cdot \eta = 0.8 \cdot 0.56 = 0.448 \text{ Вт}$.

Опір навантаження (він же хвильовий опір другої лінії)

$$R_n = Z_{C2} = U_n^2/P_n = 75 \text{ Ом}.$$

Шукане значення опору резистора з формули (*) $R = 150 \text{ Ом}$.

9-10. Лінія без втрат з навантаженням R увімкнена до джерела ЕРС $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$. Хвильовий опір лінії $Z_C = 100 \text{ Ом}$, довжина $l > \lambda/4$. В усталеному режимі вольтметри в точках a і b показали $U_a = 10\sqrt{13} \text{ В}$, $U_b = 10\sqrt{7} \text{ В}$. Точка a розташована на відстані $\lambda/6$, а точка b – на відстані $\lambda/12$ від кінця лінії.

Визначити опір навантаження R і показ ватметра на початку лінії.

Розв'язання. Запишемо рівняння для заданих напруг:

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta l) + jZ_C \underline{I}_2 \cdot \sin(\beta l) = \underline{U}_2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) + j100 \cdot \frac{\underline{U}_2}{R} \sin 60^\circ = \\ &= 0.5 \underline{U}_2 + j \frac{86.6}{R} \underline{U}_2 = \underline{U}_2 \cdot \frac{0.5R + j86.6}{R}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{12}\right) + j100 \cdot \frac{\underline{U}_2}{R} \sin 30^\circ = 0.866 \underline{U}_2 + j \frac{50}{R} \underline{U}_2 = \underline{U}_2 \cdot \frac{0.866R + j50}{R}.$$

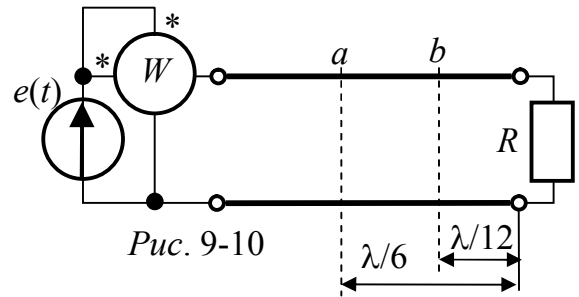
Поділимо перше рівняння на друге: $\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_b} = \frac{10\sqrt{13}}{10\sqrt{7}} e^{j\varphi} = \frac{0.5R + j86.6}{0.866R + j50}$,

або $\frac{13}{7} = \frac{0.25R^2 + 7500}{0.75R^2 + 2500}$, звідки $R = 50 \text{ Ом}$.

Далі визначаємо напругу на навантаженні

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_b \cdot R}{\sqrt{0.75R^2 + 2500}} = 20 \text{ В}.$$

Оскільки лінія без втрат, то показ ватметра дорівнює потужності навантаження: $P_W = P_n = \underline{U}_2^2/R = 8 \text{ Вт}$.



9-11. Кабельна лінія без спотворень довжиною $l = 1.5 \text{ м}$ увімкнена до джерела $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t)$ частотою 100 МГц . Лінія навантажена на $Z_2 = 2Z_C$, фазова швидкість $v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, ККД лінії у цьому режимі $\eta = 0.9$.

Визначити коефіцієнт поширення хвиль в лінії γ .

Розв'язання. Визначимо коефіцієнт фази хвилі в лінії $\beta = \omega/v = \pi \text{ рад/м}$, тоді $\beta l = 1.5\pi \text{ рад} = 270^\circ$ або -90° , $e^{j\beta l} = -j$.

Запишемо рівняння лінії з гіперболічними функціями, враховуючи співвідношення $Z_C \underline{I}_2 = 0.5 \underline{U}_2$:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot ch(\gamma l) + Z_C \underline{I}_2 \cdot sh(\gamma l) = \underline{U}_2 \cdot [ch(\gamma l) + 0.5sh(\gamma l)],$$

$$\underline{I}_1 = (\underline{U}_2/Z_C) \cdot sh(\gamma l) + \underline{I}_2 \cdot ch(\gamma l) = \frac{\underline{U}_2}{2Z_C} [ch(\gamma l) + 2sh(\gamma l)].$$

Виконаємо деякі перетворення:

$$\begin{aligned} ch(\gamma l) + 0.5sh(\gamma l) &= 0.5 \cdot (-je^{al} + je^{-al}) + 0.5 \cdot (-je^{al}) - 0.5je^{-al} = -j \cdot 0.75e^{al} + j \cdot 0.25e^{-al}, \\ ch(\gamma l) + 2sh(\gamma l) &= 0.5 \cdot (-je^{al}) + 0.5 \cdot je^{-al} + (-je^{al}) - je^{-al} = -j \cdot 1.5e^{al} - j \cdot 0.5e^{-al}. \end{aligned}$$

Рівняння лінії приймають вигляд:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot j \cdot (-0.75e^{\alpha l} + 0.25e^{-\alpha l}) \quad \text{і} \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{2Z_C} \cdot j \cdot (-1.5e^{\alpha l} - 0.5e^{-\alpha l}).$$

Таким чином, напруга і струм на вході лінії збігаються за фазою, оскільки хвильовий опір $Z_C = \sqrt{L_0/C_0}$ і вирази в дужках є дійсними числами. Тоді активні потужності на початку і в кінці лінії, а також ККД:

$$P_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*) = \frac{U_2^2}{2Z_C} \cdot (-0.75e^{\alpha l} + 0.25e^{-\alpha l}) \cdot (-1.5e^{\alpha l} - 0.5e^{-\alpha l}) =$$

$$= \frac{U_2^2}{2Z_C} \cdot (1.125e^{2\alpha l} - 0.125e^{-2\alpha l}),$$

$$P_2 = \operatorname{Re}(\underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^*) = \frac{U_2^2}{2Z_C}, \quad \eta = 0.9 = P_2/P_1 = \frac{1}{1.125e^{2\alpha l} - 0.125e^{-2\alpha l}}, \quad \text{звідки}$$

$$e^{2\alpha l} = 1.0896 \quad \text{і} \quad \alpha = 0.02861 \text{ Нп/м.}$$

$$\text{Відповідь } \underline{\gamma} = \alpha + j\beta = 0.02861 + j3.14159 \text{ 1/м.}$$

9-12. Лінія без втрат довжиною $l = 1.75\lambda$ з хвильовим опором $Z_C = 100$ Ом живиться від ідеального джерела синусоїдної ЕРС з діючим значенням $E = 200$ В. Активна потужність джерела $P = 160$ Вт. Для опору навантаження виконується співвідношення $1/(\omega C) = 0.75R$.

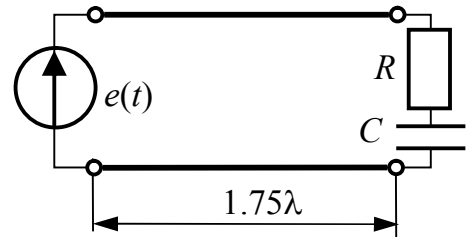


Рис. 9-12

Визначити опір навантаження і реактивну потужність джерела енергії.

Розв'язання. За заданої довжини лінії $l = 1.75\lambda$ з урахуванням $\beta = 2\pi/\lambda$

$$\beta l = 3.5\pi, \quad \cos(\beta l) = 0 \quad \text{і} \quad \sin(\beta l) = -1.$$

Основні рівняння лінії без втрат мають вигляд:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta l) + jZ_C \underline{I}_2 \cdot \sin(\beta l) = -j100 \cdot \underline{I}_2 = 200, \quad \text{звідси} \quad \underline{I}_2 = j2 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{Z_C} \cdot j \cdot \sin(\beta l) + \underline{I}_2 \cdot \cos(\beta l) = -j0.01 \cdot \underline{U}_2.$$

Активна потужність споживається лише навантаженням, тому

$$R = \frac{P}{I_2^2} = \frac{160}{2^2} = 40 \text{ Ом,} \quad X_C = 0.75 \cdot R = 30 \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_H = R - jX_C = 50 \cdot e^{-j36.87^\circ} \text{ Ом,}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_H \cdot \underline{I}_2 = 100 \cdot e^{j53.13^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{I}_1 = -j0.01 \cdot \underline{U}_2 = 1 \cdot e^{-j36.87^\circ} \text{ А,}$$

$$Q = \operatorname{Im}(\underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*) = \operatorname{Im}(200 \cdot e^{j36.87^\circ}) = 120 \text{ вар.}$$

9-13. Лінія без втрат у вимушеному режимі живиться від джерела синусоїдної напруги. Хвильовий опір $Z_C = 100$ Ом, опір навантаження $\underline{Z}_H = 100 \cdot e^{-j45^\circ}$ Ом, показ вольметра $U_V = 100$ В, $y = 0.375\lambda$.

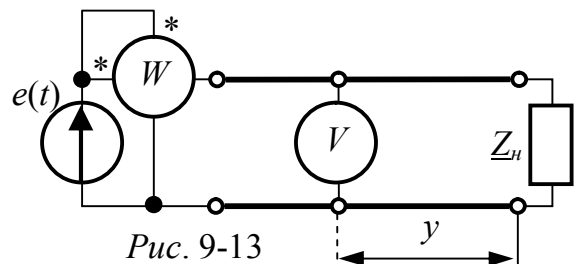


Рис. 9-13

Визначити показ ватметра P_W .

Розв'язання. За заданої довжини відрізка

лінії $y = 0.375\lambda$ з урахуванням $\beta = 2\pi/\lambda$

$$\beta y = 0.75\pi, \quad \cos(\beta y) = -\sqrt{2}/2 \quad \text{і} \quad \sin(\beta y) = \sqrt{2}/2.$$

З першого основного рівняння лінії без втрат знаходимо \underline{U}_2 і далі \underline{I}_2 :

$$\begin{aligned} \underline{U}_V = 100 &= \underline{U}(y) = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta y) + jZ_C \frac{\underline{U}_2}{Z_H} \cdot \sin(\beta y) = \\ &= \underline{U}_2 \cdot (-0.5\sqrt{2} + \frac{j100}{100e^{-j45}} \cdot 0.5\sqrt{2}) = \underline{U}_2 \cdot (-1.207 + j0.5), \end{aligned}$$

$$\underline{U}_2 = 76.54 \cdot e^{-j157.5^\circ} \text{ В}, \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{Z_H} = 0.7654 \cdot e^{-j112.5^\circ} \text{ А.}$$

Шуканий показ ватметра, який дорівнює активній потужності навантаження:

$$P_W = R_H \cdot I_2^2 = 70.71 \cdot 0.7654^2 = 41.42 \text{ Вт.}$$

9-14. До короткозамкненої лінії без втрат з хвильовим опором $Z_C = 75$ Ом увімкнені два резистори $R = 150$ Ом; довжини ділянок лінії вказані на рисунку. Відомо: $\underline{E} = 500 \cdot e^{j45^\circ}$ В, $Z_G = 5 + j5$ Ом.

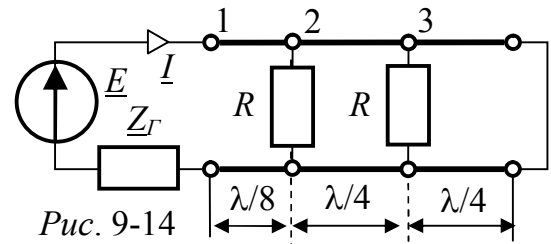


Рис. 9-14

Визначити комплекс струму генератора \underline{I} .

Відповіді. Загальна формула вхідного опору лінії без втрат

$$\underline{Z}(y) = Z_C \cdot \frac{\underline{Z}_2 + jZ_C \operatorname{tg}(\beta y)}{j\underline{Z}_2 \operatorname{tg}(\beta y) + jZ_C}.$$

Опір короткозамкненої лінії довжиною $\lambda/4$: $\underline{Z}_3 = j\infty$, тому навантаженням другої ділянки лінії є $R = 150$ Ом.

Опір лінії довжиною $\lambda/4$ і навантаженням R :

$$\underline{Z}_2 = Z_C \cdot \frac{0 + Z_C}{R + 0} = \frac{Z_C^2}{R} = 37.5 \text{ Ом.}$$

Опір навантаження ділянки довжиною $\lambda/8$:

$$\underline{Z}_{2R} = \frac{R \cdot \underline{Z}_2}{R + \underline{Z}_2} = 30 \text{ Ом.}$$

Вхідний опір лінії довжиною $\lambda/8$ з навантаженням \underline{Z}_{2R} :

$$\underline{Z}_1 = Z_C \cdot \frac{\underline{Z}_{2R} + jZ_C}{j\underline{Z}_{2R} + Z_C} = 75 \cdot \frac{30 + j75}{j30 + 75} = 75 \cdot e^{j46.4^\circ} \text{ Ом.}$$

Шуканий струм знаходимо за законом Ома

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_G + \underline{Z}_1} = 6.092 \cdot e^{-j1.27^\circ} \text{ А.}$$

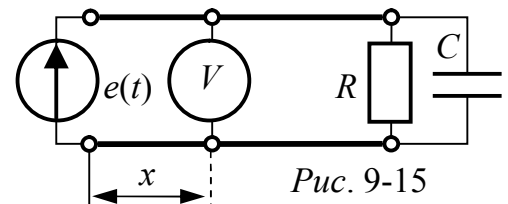


Рис. 9-15

9-15. Кабельна лінія без втрат довжиною $l = 2$ м з хвильовим опором $Z_C = 75$ Ом і фазовою швидкістю $v = 1.5 \cdot 10^8$ м/с живиться від джерела синусоїдної ЕРС з частотою 25 МГц. Навантаження містить резистор

$R = 200 \text{ Ом}$ і ємність $C = 10 \text{ мкФ}$. Діюче значення струму через конденсатор $I_C = 0.08 \text{ А}$.

Визначити показ вольметра на відстані $x = 10 \text{ см}$ від початку лінії.

Відповіді. $\beta = \frac{\omega}{v} = 1.0472 \text{ рад/м}$, $y = l - x = 1.9 \text{ м}$, $\beta y = 1.99 \text{ рад} = 114^\circ$,

$\cos(\beta y) = -0.4067$, $\sin(\beta y) = 0.9135$;

$X_C = 212.2 \text{ Ом}$, $I_C = 0.08 \cdot e^{j90^\circ} \text{ А}$, $U_2 = 16.98 \text{ В}$, $I_R = 0.085 \text{ А}$,

$I_2 = I_R + I_C = 0.1166 \cdot e^{j43.3^\circ} \text{ А}$;

$U_V = U(y) = U_2 \cdot \cos(\beta y) + jZ_C I_2 \cdot \sin(\beta y) = 13.68 \cdot e^{j154.85^\circ} \text{ В}$, тобто показ вольметра:

$U_V = 13.68 \text{ В}$.

9-16. Кабельна лінія без втрат довжиною $l = 0.75\lambda$ з хвильовим опором $Z_C = 75 \text{ Ом}$ навантажена резистором $R_n = 25 \text{ Ом}$ і живиться від генератора синусоїдної напруги з внутрішнім опором $Z_r = 15 + j70 \text{ Ом}$. Діюче значення струму у точці A на відстані $y = 0.25\lambda$ від кінця лінії дорівнює $I_A = 0.2 \text{ А}$.

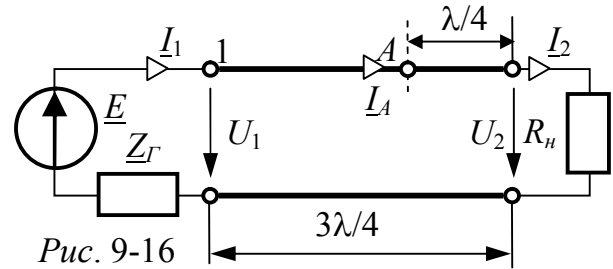


Рис. 9-16

Визначити діючі значення ЕРС генератора E і струму I_2 .

Розв'язання. Розглянемо рівняння для струму на ділянці 0.25λ (при цьому $\beta y = \frac{1}{2}\pi$)

$$I_A = \frac{U_2}{Z_C} \cdot j \cdot \sin(\beta y) + I_2 \cdot \cos(\beta y) = j \frac{U_2}{Z_C}$$

Якщо прийmemo $I_A = j0.2 \text{ А}$, то $U_2 = 15 \text{ В}$, $I_2 = U_2/R_n = 0.6 \text{ А}$.

Виразимо напругу і струм на початку лінії через U_2 і I_2 ($\beta l = 1.5\pi$):

$$U_1 = U_2 \cdot \cos(\beta l) + jZ_C I_2 \cdot \sin(\beta l) = -j45 \text{ В},$$

$$I_1 = \frac{U_2}{Z_C} \cdot j \cdot \sin(\beta l) + I_2 \cdot \cos(\beta l) = -j0.2 \text{ А},$$

$$Z_1 = U_1/I_1 = 225 \text{ Ом}.$$

Шукана ЕРС $E = (Z_r + Z_1) \cdot I_1 = 50 \cdot e^{-j73.74^\circ} \text{ В}$; діюче значення $E = 50 \text{ В}$.

9-17. На рисунку поданий закон розподілу діючих значень струму і напруги вздовж лінії без втрат, яка живиться від джерела синусоїдної ЕРС частотою 150 кГц .

Визначити первинні і вторинні параметри лінії, а також фазову швидкість.

Відповіді. У кінці лінії напруга $U_2 = 0$, а струм максимальний, тож кінець лінії короткозамкнений. Отже, маємо стоячі хвилі і хвильовий опір:

$$Z_C = U_{max}/I_{max} = 87/0.87 = 100 \text{ Ом}.$$

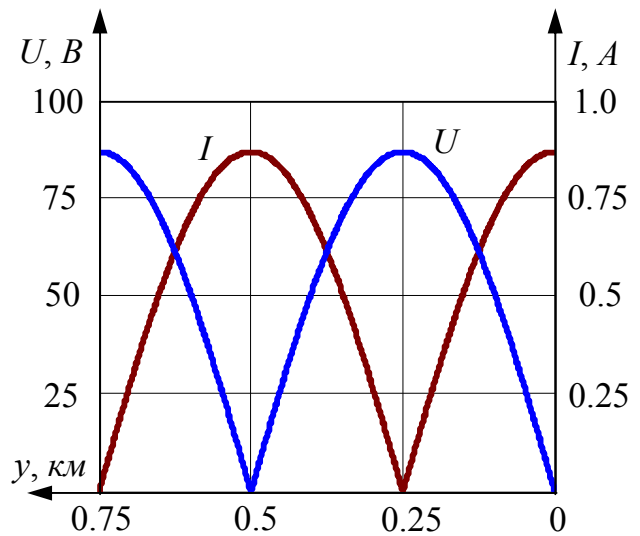


Рис. 9-17

Частота $f = 150$ кГц, тоді $\omega = 942 \cdot 10^3$ рад/с. З графіка знаходимо довжину хвилі $\lambda = 1$ км.

Коефіцієнт фази і фазова швидкість

$$\beta = 2\pi/\lambda = 6.28 \text{ рад/км}, \quad v = \lambda \cdot f = 150 \cdot 10^3 \text{ км/с.}$$

Коефіцієнт поширення хвилі $\gamma = \alpha + j\beta = j\beta = j6.28$ 1/км.

Через вторинні параметри визначаються первинні:

$$j\omega L_0 = \gamma Z_C, \quad L_0 = 0.666 \text{ мГн/км}, \quad j\omega C_0 = \gamma/Z_C, \quad C_0 = 66.6 \text{ нФ/км.}$$

9-18. Лінія довжиною 100 км узгоджена з навантаженням. $Z_C = 1410 \cdot e^{-j30^\circ}$ Ом. На відстані 20 км від кінця лінії напруга становить $u_A(t) = 141.4 \sin(\omega t + 60^\circ)$ В, а на відстані 40 км відомий струм $i_B(t) = 0.164 \sin(\omega t + 120^\circ)$ А.

Визначити миттєве і діюче значення напруги на початку лінії.

Відповіді. За узгодженого навантаження опір лінії дорівнює Z_C незалежно від відстані. За законом Ома визначаємо напругу на відстані 40 км від кінця лінії (точка B): $\underline{U}_B = Z_C \cdot \underline{I}_B = 163.6 \cdot e^{j90^\circ}$ В. Для ділянки довжиною 20 км від точки B у напрямі до кінця лінії (точка A) визначаємо відношення напруг: $\underline{U}_B/\underline{U}_A = 163.6 \cdot e^{j90^\circ} / 100 \cdot e^{j60^\circ} = 1.636 \cdot e^{j30^\circ} = e^{j20^\circ}$. Комплексна напруга на початку лінії $\underline{U}_1 = \underline{U}_A \cdot e^{j80^\circ} = 100 \cdot e^{j60^\circ} \cdot (1.636 \cdot e^{j30^\circ})^4 = 715.6 \cdot e^{j180^\circ}$ В.

Отже, діюче значення шуканої напруги $U_1 = 715.6$ В, миттєве значення – $u_1(t) = 715.6 \sqrt{2} \cdot 4 \sin(\omega t + 180^\circ)$ В.

ЛІТЕРАТУРА

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.; За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2004. – Т.1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. – 272 с.: іл.
2. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.; За заг. ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: НТУУ «КПІ»”, 2008. – Т.2: Перехідні процеси у лінійних електричних колах із зосередженими параметрами. Нелінійні і магнітні кола. – 224 с.
3. Методические указания к решению избранных задач по линейным электрическим цепям для самостоятельной работы студентов электротехнических специальностей / Сост. В.Х. Антамонов, И.А. Курило, И.Е. Рахний. – К.: КПИ, 1989. – 72с.
4. Антамонов В.Х., Курило І.А. Вибіркові задачі з лінійних електричних кіл: Навч. посібник. – К.: НМК ВО, 1993. – 96с. – Рос. мовою.
5. Теоретичні основи електротехніки. Збірник задач: Навчальний посібник / О.В. Корощенко, В.Ф. Денник, О.А. Журавель та ін.; За заг. ред. О.В. Корощенко. – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2012. – 673 с.: іл.