

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
„ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ



**ДонНТУ**

Кафедра "Транспортні технології"

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до практичних занять з дисципліни**  
**„Математичні моделі транспортних потоків”**  
**для студентів денної та заочної форм навчання**  
**спеціальності 6.070101**  
**“Організація і регулювання дорожнього руху”**

Горлівка – 2013

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
„ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

„ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Директор АДІ ДВНЗ „ДонНТУ”  
М.М. Чальцев  
„\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ р.

Кафедра „Транспортні технології”

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ  
„МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ”  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ТА ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ  
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 6.100400  
“ОРГАНІЗАЦІЯ І РЕГУЛЮВАННЯ ДОРОЖНЬОГО РУХУ”**

„РЕКОМЕНДОВАНО”  
Навчально-методична  
комісія факультету  
„Транспортні технології”  
Протокол №\_\_ від " \_\_ " \_\_\_\_\_ р

„РЕКОМЕНДОВАНО”  
Кафедра  
„Транспортні технології”  
Протокол № \_\_ від " \_\_ " \_\_\_\_\_ р.

## ЗМІСТ

1	<a href="#">Загальні положення</a> .....	4
2	<a href="#">Методичні вказівки до виконання практичних робіт</a> .....	6
	<a href="#">Практична робота 1.</a> (2 години). Застосування теорії масового обслуговування для рішення задач з організації руху транспортних потоків.....	6
	<a href="#">Практична робота 2.</a> (4 години). Розрахунок характеристик світлофорного регулювання на перехресті доріг на одному рівні з застосуванням імовірнісних залежностей.....	17
	<a href="#">Практична робота 3.</a> (4 години). Розрахунок імовірнісних характеристик інтервалів між транспортними засобами та параметрів черг у транспортному потоці.....	26
	<a href="#">Практична робота 4.</a> (4 години). Розрахунок основних геометричних параметрів смуги розгону на основі імовірнісної моделі транспортного потоку.....	32
	<a href="#">Практична робота 5.</a> (2 години). Детермінований розрахунок характеристик ударних хвиль у транспортному потоці.....	38
3	<a href="#">Список рекомендованої літератури</a> .....	45

## 1 ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Метою викладання дисципліни “Математичні моделі транспортних потоків” є створення необхідного обсягу знань в області закономірностей руху транспортних потоків по ділянкам автомагістральних доріг та ділянкам вулично-дорожньої мережі міст.

Вивчення руху транспортних потоків, встановлення закономірностей взаємодії транспортних засобів у потоці зараз набуває суттєвої актуальності, що перш за все пов’язано зі збільшенням інтенсивності руху та показників аварійності.

В дисципліні “Математичні моделі транспортних потоків” вивчаються: основні положення теорії транспортних потоків; поняття математичної моделі транспортного потоку; характеристики руху транспортного потоку; існуючі рівні аналізу вказаного руху, тобто мікро-, макро- та інженерно-психологічні рівні дослідження транспортного потоку; імовірнісний та детермінований підходи до моделювання транспортного потоку; найбільш ефективні з існуючих моделей.

Дисципліна “Математичні моделі транспортних потоків” є логічним продовженням дисциплін “Вища математика”, “Організація дорожнього руху” та “Безпека дорожнього руху”, яка забезпечує комплексне висвітлення питань, пов’язаних з теоретичними основами управління дорожнім рухом.

Завдання вивчення дисципліни “Математичні моделі транспортних потоків” – навчити студентів: аналізувати закономірності руху транспортних потоків на створених моделях у різних дорожніх умовах та при виконанні ними певних маневрів, оцінювати вплив конструктивних та експлуатаційних факторів транспортних засобів та дорожніх умов на характеристики руху транспортних потоків.

Результатом вивчення дисципліни є певний обсяг знань, умінь та навичок, що дозволяють використовувати: методика математичного моделювання транспортних потоків; імовірнісний та детермінований підходи до моделювання характеристик транспортних потоків та найбільш ефективних з існуючих математичних моделей транспортних потоків; досліджування закономірності руху транспортних потоків на створених моделях у різних дорожніх умовах та при виконанні ними певних маневрів; оцінку впливу факторів дорожніх умов на параметри руху транспортних потоків.

Завданням практичних занять є використання на практиці теоретичних знань у процесі розв’язання задач за тематикою розділів дисципліни.

Студенти повинні виконати 5 робіт, з яких перша – 2 год., друга, третя та четверта – 4 год., п’ята – 2 год.

В результаті студенти повинні вміти:- використовувати теорію систем

масового обслуговування до моделювання характеристик транспортних потоків; з застосуванням імовірнісних моделей транспортних потоків розраховувати характеристики перехресть вулиць міст; моделювати значення інтервалів між транспортними засобами у транспортних потоках з метою прийняття ефективних рішень з організації руху; моделювати характеристики черг транспортних засобів у транспортних потоках з метою прийняття ефективних рішень з попередження їх виникнення; моделювати характеристики ударних хвиль у транспортному потоці з метою прийняття ефективних рішень з попередження їх виникнення.

Вимоги до оформлення практичних робіт

При виконанні та оформленні роботи варто керуватися наступними вимогами:

1. Практична робота повинна виконуватися тільки за відповідним варіантом завдання.

2. Практичні роботи необхідно виконувати в зошиті, залишаючи для заміток викладача поля, усі записи повинні бути зроблені акуратно, скорочення слів, крім загальноприйнятих, не допускаються.

3. Кожна наступна робота повинна оформлятися з нової сторінки зошита.

4. Структура практичної роботи: тема роботи, мета роботи, теоретичні відомості, виконання роботи, висновки.

5. Текст задач переписувати в зошит обов'язково. Тут же варто навести чисельні значення вихідних величин.

6. Рішення задач варто супроводжувати коротким пояснювальним текстом. Формула в загальному вигляді повинна наводитися обов'язково. Усі величини, що входять у формулу, повинні бути описані при їхньому першому використанні в роботі.

7. Чисельний вибір довідкових значень параметрів та характеристик повинен бути обґрунтований і супроводжуватися посиланням на джерело інформації, перелік яких указують після виконання роботи, наприклад [1, с. 15].

8. Усі розрахунки варто виконувати в рамках Міжнародної системи одиниць з точністю рахунка одиниць довжини до 0,1 м, одиниць часу до 0,01 с, інтенсивності до 0,001 авт./с чи до цілих авт./год. Розмірні величини повинні вказуватися зі своїми одиницями виміру розмірністю.

9. Усі графічні об'єкти в структурних частинах практичної роботи повинні виконуватися олівцем з використанням креслярських інструментів, а також мати відповідну назву й позначення.

10. У разі недотримання студентом вказаних вимог до оформлення практичної роботи, вона не приймається до захисту й повертається студенту на доробку незалежно від кількості доробок та разів подання роботи на захист.

## 2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

### ПРАКТИЧНА РОБОТА №1 (2 години)

Тема: “Застосування теорії масового обслуговування для рішення задач з організації руху транспортних потоків”

#### Теоретичні відомості

В теорії транспортних потоків розроблена та використовується значна кількість математичних моделей, яку можливо поділити на дві великих групи: імовірнісні моделі та детерміновані моделі.

Природі транспортного потоку притаманний імовірнісний характер, а сам потік можна розглядати масовим процесом. Масовість полягає у тому, що протягом порівняно коротких проміжків часу, особливо в умовах значної інтенсивності руху, через певний перетин дороги проїжджає значна кількість транспортних засобів. Чим більше інтенсивність наближається до пропускної здатності, тим ймовірніше взаємний вплив транспортних засобів один на одного, тим більше кожний транспортний засіб залежить від особливостей потоку.

Рух транспортних засобів по дорозі можна розглядати, як своєрідне масове обслуговування окремих транспортних засобів транспортного потоку. Для опису закономірностей руху транспортного потоку застосовують теорію масового обслуговування. Застосування теорії масового обслуговування і теорії імовірності обмежено, з одного боку, рухом одиночного автомобіля, з другого боку - колонним рухом з однозначним режимом руху транспортних засобів на фіксованій відстані один від одного. Усі проміжні стани можуть бути описані методами теорії ймовірності та її розділу - теорії масового обслуговування [1].

Початок теорії масового обслуговування поклали праці датського вченого А.К. Ерланга (1878-1929 роки), який сформулював та розв'язав низку задач, пов'язаних з проблемами телефонізації. Основною проблемою було відшукування способу визначення допустимого числа телефонних каналів, що можуть задовольнити попит абонентів. Значний внесок у розвиток теорії масового обслуговування зробили вітчизняні вчені А.Н. Колмогоров, А.Я. Хінчин, Б.В. Гніденко, І.М. Коваленко та інші [10]. Теорія масового обслуговування також широко застосовують у системах управління рухом транспортних засобів.

Загальна класифікація систем масового обслуговування та критерії їх ефективності наведені на рис. 2.1 [3-7].

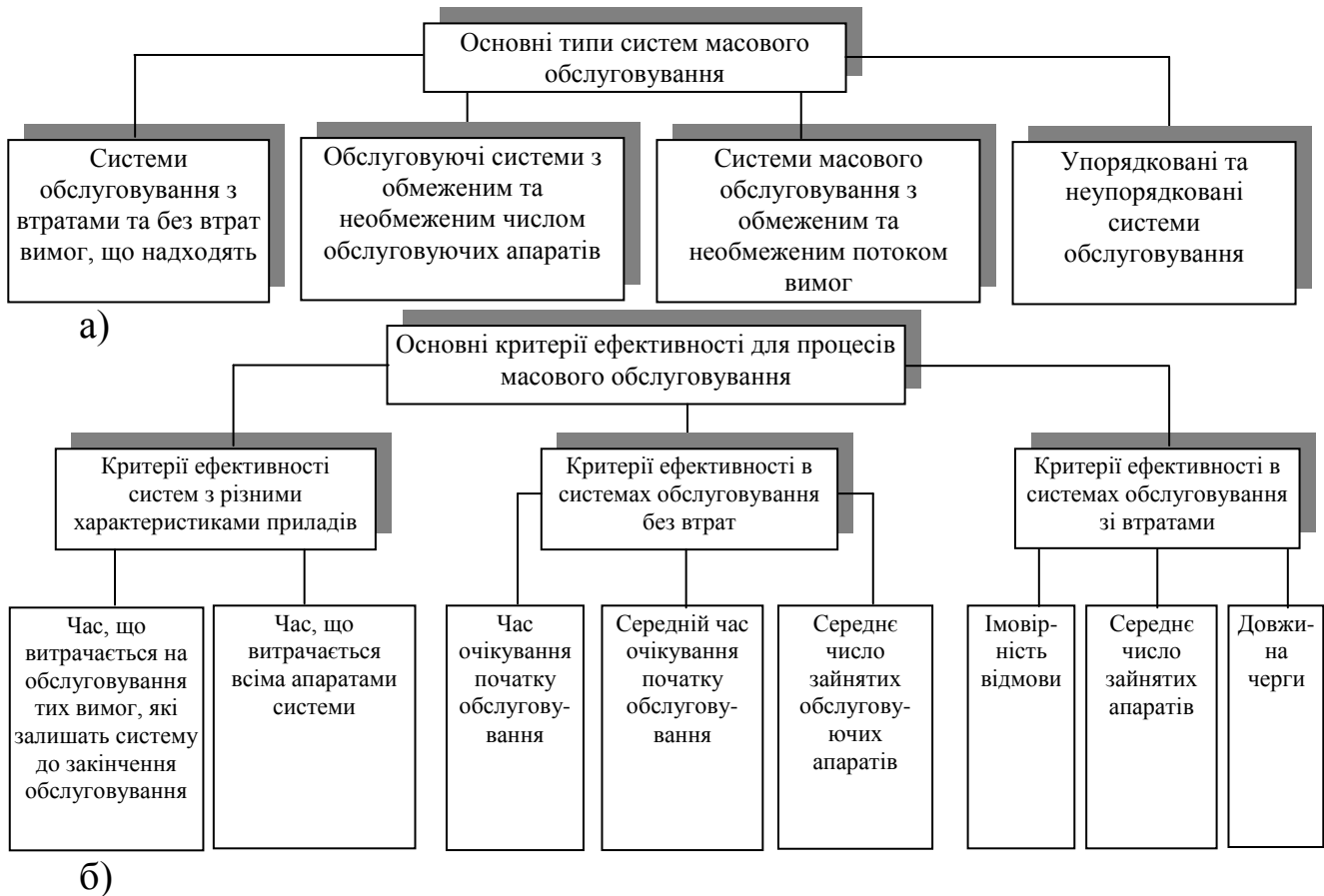


Рисунок 2.1 – Класифікація систем масового обслуговування (а) та критеріїв їхньої ефективності (б)

Кожна система масового обслуговування складається з деякого числа обслуговуючих пристроїв - так званих каналів обслуговування, або приладів. Робота будь-якої системи масового обслуговування полягає у обслуговуванні потоку заявок, що до неї надходять за певний час.

Транспортний потік являє собою дискретний потік окремих транспортних засобів (заявок), які надходять до ділянки дороги (системи) одна за одною або групами в деякі випадкові моменти часу. Рух автомобіля по ділянці дороги з певними характеристиками являє собою процес обслуговування заявки у системі. Процес руху на даній ділянці дороги триває деякий час – час обслуговування, після чого транспортний засіб залишає цю ділянку. Окремі смуги руху на ділянці дороги уявляють собою канали системи обслуговування зі своїми значеннями пропускної здатності.

Визначені вище аналогії руху транспортного потоку по ділянці дороги системам масового обслуговування вказують на можливість продовження початого розгляду. Системи масового обслуговування з математичної точки зору побудовані з розрахунку наявності на їх вході потоку заявок з розподілом імовірності їх виникнення, наприклад за законом Пуассона. А тому і розподіл прибуття транспортних засобів до досліджуваного перетину дороги теж можна розглядати як розподіл Пуассона [1, 2, 3]:

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} e^{-\lambda\tau}, \quad \text{од.} = \frac{\left(\frac{\text{авт. с}}{\text{с авт.}}\right)^{\text{од.}}}{\text{од.}} e^{-\left(\frac{\text{авт. с}}{\text{с авт.}}\right)}, \quad (2.1)$$

де  $P_m(\tau)$  - імовірність того, що за час  $\tau$  досліджуваний перетин дороги проїдуть  $m$  транспортних засобів за розподілом Пуассона, од.;

$\lambda$  - середнє арифметичне число транспортних засобів, що проїжджають досліджуваний перетин дороги за одиницю часу в період доби, для якого проводяться дослідження - середня інтенсивність транспортного потоку в період доби, для якого проводяться дослідження, авт./с; визначається натурними спостереженнями, в період доби, для якого проводяться спостереження, шляхом відношення кількості транспортних засобів, що проїхали досліджуваний перетин дороги, до часу тривалості дослідження у секундах;

$\tau$  - фіксований інтервал часу дослідження відповідного перетину дороги, с/авт.

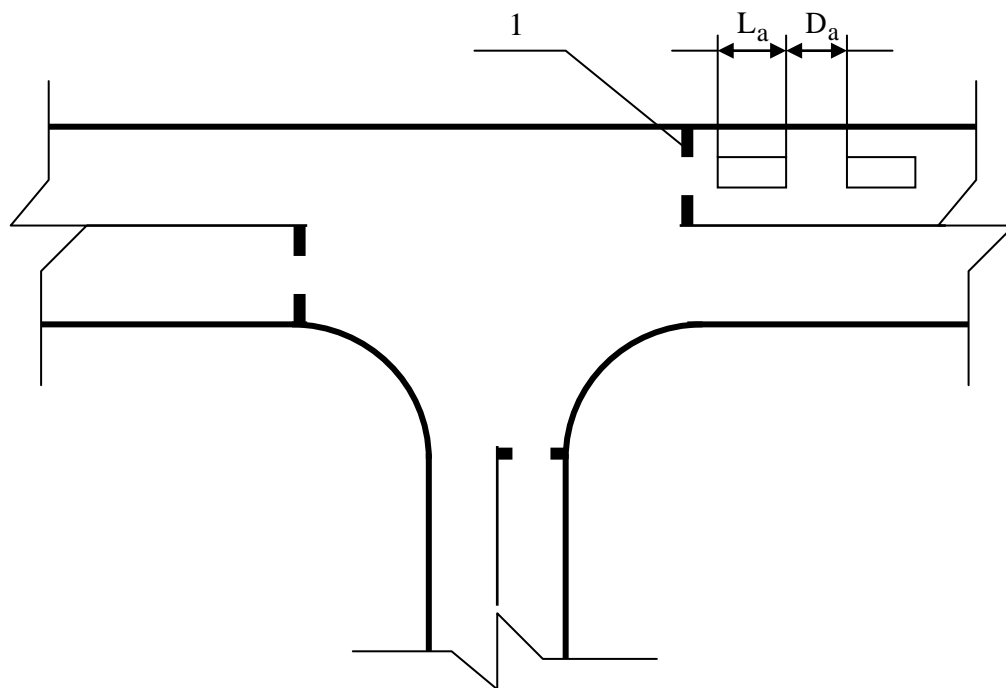


Рисунок 2.2 – Приклад розташування досліджуваних перетинів доріг для примикання:

1 – досліджуваний перетин дороги (для приклада примикання, їх необхідно три);

$L_a$  – довжина транспортного засобу;

$D_a$  – середня дистанція між транспортними засобами.



Імовірність того, що через досліджуваний перетин дороги не проїде жоден транспортний засіб за проміжок часу  $\tau$  (не відбудеться жодної події), буде дорівнювати [1, 2, 3]:

$$P_0(\tau) = e^{-\lambda\tau}, \quad \text{од.} = e^{-\left(\frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}}\right)}, \quad (2.2)$$

Важливою характеристикою транспортного потоку, щодо систем масового обслуговування, є закон розподілу тривалості проміжку часу між проїздом транспортними засобами досліджуваного перетину дороги. Якщо проміжок часу між двома проїздами транспортних засобів через досліджуваний перетин дороги - випадкова величина  $T$ , то її функція розподілу по координаті часу  $t$  виглядає:  $F(t) = P(T < t)$  [1]. Ймовірність вказаної події і залежність їх кількості, відповідно до (2.2) розраховуються наступним чином [1]:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad \text{од.} = 1 - e^{-\left(\frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}}\right)}, \quad (2.3)$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\text{авт.}}{c} e^{-\left(\frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}}\right)}, \quad (2.4)$$

де  $f(t)$  - залежність щільності розподілу інтенсивності проїзду досліджуваного перетину дороги транспортними засобами (авт./с) за координатою часу  $t$ , с/авт.

Закон розподілу з щільністю (2.4) називають експонентним [1], а величину інтенсивності транспортного потоку  $\lambda$ , - його параметром [1]. Отже, якщо моменти проїзду досліджуваного перетину дороги транспортними засобами потоку розподілені за законом Пуассона, то проміжки часу між проїздами мають експонентний розподіл.

Якщо проміжки часу між послідовними моментами проїзду досліджуваного перетину дороги транспортними засобами є незалежними випадковими величинами, то такий потік називають потоком з обмеженою післядією [3]. Прикладом є так звані потоки Ерланга [1, 2, 3].

Транспортний потік можливо розглянути з позиції розподілу Ерланга: рівномірний (з однаковими дистанціями між транспортними засобами) щільний нескінченний транспортний потік приймається за основу, а моделі потоків з меншою щільністю формуються шляхом вилучення транспортних засобів зі складу цього потоку, крім тих, які мають номер  $(k+1)$  [1]:

$$f_{k'}(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k'}}{(k')!} e^{-\lambda t}, \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\frac{\text{авт.}}{c} \left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right)^{\text{од.}}}{\text{од.}} e^{-\left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right)}, \quad (2.5)$$

де  $f_{k'}(t)$  - щільність розподілу інтенсивності проїзду транспортними засобами досліджуваного перетину дороги за розподілом Ерланга, при формуванні щільності транспортного потоку вилученням з потоку максимальної щільності транспортних засобів з номером  $(k'+1)$ , авт./с;

$k'$  - дорівнює кількості транспортних засобів, що рухаються на даній ділянці дороги після вилучення з рівномірного щільного нескінченного транспортного транспортних засобів з номером  $(k'+1)$ ,  $k > 0$ , од. [1].

Для транспортного потоку максимальної щільності, коли при  $k = 0$  вираз  $(\lambda t)^0 = 1$ ,  $(k')! = 1$ , закономірність (2.5) перетворюється в показникову закономірність (2.4):

$$f_{k'}(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\text{авт.}}{c} e^{-\left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right)}.$$

Для розподілу Ерланга функція імовірності того, що час  $t$ , який дорівнює часу між моментами проїзду досліджуваного перетину дороги двома транспортними засобами, задають формулою [1, 2, 3]:

$$F_{k'}(t) = 1 - e^{-\lambda t} + \sum_{k'} \frac{(\lambda t)^{k'}}{(k')!}, \quad (t > 0), \quad \text{од.} = 1 - e^{-\left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right)} + \sum_{\text{од.}} \frac{\left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right)^{\text{од.}}}{\text{од.}}, \quad (2.6)$$

де  $F_{k'}(t)$  - імовірність, од., того, що час між моментами проїзду досліджуваного перетину дороги двома транспортними засобами за розподілом Ерланга дорівнює  $t$ , с/авт.;

$\lambda$  - середнє число транспортних засобів, що проїжджають досліджуваний перетин дороги за одиницю часу - середня інтенсивність транспортного потоку, авт./с;

$\lambda t$  - середня кількість транспортних засобів, що проїде досліджуваний перетин дороги за час  $t$ , од.

Крім характеристик транспортного потоку, як вхідного потоку, режим роботи системи масового обслуговування залежить ще й від характеристик самої системи: числа каналів та пропускної здатності кожного каналу, що відповідає кількості смуг руху та їх пропускної здатності, яка є відомою [3,10]. Рух транспортного потоку по одній смузі на певній ділянці дороги

можна розглядати як одноканальну систему масового обслуговування. Рух транспортного потоку по декільком смугам  $n$  на певній ділянці дороги можна розглядати як багатоканальну систему масового обслуговування.

Вважається, що час руху транспортних засобів по досліджуваній ділянці дороги (час обслуговування однієї заявки)  $t_{обс}$  має показниковий розподіл, що досліджено у [1] для випадку коли процес прибуття транспортних засобів розподілений за функцією Ерланга:

$$q = \mu \cdot e^{-\mu \cdot (t_{обс})}, \quad (t_{обс} > 0), \quad \frac{авт.}{с} = \frac{авт.}{с} \cdot e^{-\frac{авт.}{с} \cdot \frac{с}{авт.}}, \quad (2.7)$$

де  $q$  - відповідає інтенсивності руху, авт./с, та розкриває імовірну кількість транспортних засобів, яка проїде досліджувану ділянку дороги за час тривалістю  $t_{обс}$ , с/авт.;

$\mu$  - пропускна здатність смуги руху досліджуваної ділянки дороги, авт./с; вона дорівнює зворотній середній тривалості часу між послідовними проїздами транспортних засобів:

$$\mu = \frac{1}{m_{t_{обс}}}, \quad \frac{авт.}{с} = \frac{1}{\frac{с}{авт.}}, \quad (2.8)$$

$m_{t_{обс}}$  - середня тривалість часу між послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваної ділянки дороги, с/авт., [1].

За допомогою показникового закону рекомендується у [1] описувати щільність розподілу тривалості проїзду ділянки дороги транспортними засобами в залежності від  $t_{обс}$ , що вказане для (2.7). Це спостерігається, коли основна маса транспортних засобів рухається без затримок, а значні затримки руху окремих транспортних засобів трапляються тільки в умовах примусового їх зупинення, наприклад, перед стоп-лінією перехрестя. При рівні завантаження дороги транспортними засобами, що наближується до одиниці, розподіл інтервалів між послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги наближується до рівномірного.

Умови формування вихідного транспортного потоку для досліджуваної ділянки дороги відповідають класичним характеристикам вхідного потоку для систем масового обслуговування. Теоретичне значення кількості смуг руху  $\alpha$ , необхідних для того щоб пропустити потік транспортних засобів інтенсивністю  $\lambda$ , авт./с, з пропускною здатністю смуги руху  $\mu$ , авт./с, дорівнює:

$$\alpha = \lambda/\mu, \quad \text{од.} = \frac{\text{авт. с}}{\text{с авт.}}. \quad (2.9)$$

Імовірність  $P_0$ , що всі смуги руху  $n$  досліджуваної ділянки дороги вільні, при розподіленні часу прибуття транспортних засобів до цієї ділянки за законом Пуассона (2.1) [1, 2, 3]:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^{n+1}}{n!(n-\alpha)}}, \quad n > \alpha, \quad \text{од.} = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\text{од.}^{\text{од.}}}{\text{од.}} + \frac{\text{од.}^{\text{од.}+1}}{\text{од.}(\text{од.}-\text{од.})}}, \quad (2.10)$$

де  $n$  - кількість смуг руху досліджуваної ділянки дороги в одному напрямку, що підлягають дослідженню, приймається більшим ніж  $\alpha$  та округляється до цілого числа, з метою забезпечення дорожнього руху (наприклад, теоретична кількість смуг руху за (2.9)  $\alpha = 2,3$  смуги руху, то кількість смуг руху ділянки дороги повинна бути прийнята  $n = 3$  смуги руху);

$k$  - номер смуги руху; рахується від краю проїзної частини.

Імовірність  $P_k$  того, що рух на досліджуваній ділянці дороги відбувається з застосуванням  $k$  смуг руху [1, 2, 3]:

$$P_k = \frac{\frac{\alpha^k}{k!}}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^{n+1}}{n!(n-\alpha)}}, \quad n > \alpha, \quad \text{од.} = \frac{\frac{\text{од.}^{\text{од.}}}{\text{од.}}}{\sum_{k=0}^n \frac{\text{од.}^{\text{од.}}}{\text{од.}} + \frac{\text{од.}^{\text{од.}+1}}{\text{од.}(\text{од.}-\text{од.})}}. \quad (2.11)$$

Імовірність наявності черги на в'їзді до досліджуваної ділянки дороги  $P_q$  та імовірність її відсутності  $q_q$ :

$$P_q = \sum_{k=0}^n P_k, \quad \text{од.} = \sum_{k=0}^n \text{од.}, \quad (2.12)$$

$$q_q = 1 - P_q, \quad \text{од.} = 1 - \text{од.} \quad (2.13)$$

Кількість одиниць транспортних засобів у черзі, що чекають в'їзду до досліджуваної ділянки дороги,  $m_s$ , од. [1, 2, 3]:

$$m_s = \frac{\frac{\alpha^{n+1}}{n \cdot n! \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)^2}}{\frac{\alpha^{n+1}}{n!(n-\alpha)} + \left(\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!}\right)}, \quad n > \alpha, \quad \text{од.} = \frac{\frac{\text{од.}^{\text{од.}+1}}{\text{од.} \cdot \text{од.} \left(1 - \frac{\text{од.}}{\text{од.}}\right)^2}}{\frac{\text{од.}^{\text{од.}+1}}{\text{од.}(\text{од.} - \text{од.})} + \left(\sum_{k=0}^n \frac{\text{од.}^{\text{од.}}}{\text{од.}}\right)}. \quad (2.14)$$

Середній час чекання одним транспортним засобом у черзі для в'їзду до досліджуваної ділянки дороги  $t_{\text{ч}}$ , с/авт. [1, 2, 3]:

$$t_{\text{ч}} = \frac{\mu \cdot z^m}{(m-1)!(m \cdot \mu - \lambda)^2} P_0, \quad \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{\frac{\text{авт.} \cdot \text{од.}}{c} \cdot \text{од.}}{(\text{од.}-1) \left(\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.}}{c} - \frac{\text{авт.}}{c}\right)^2} \text{од.} = \frac{\text{авт.}}{c} \left(\frac{c}{\text{авт.}}\right)^2 = \frac{c}{\text{авт.}}, \quad (2.15)$$

де  $\mu$  - пропускна здатність смуги руху, авт./с; визначається за формулою (2.8);

$z$  - коефіцієнт завантаження досліджуваної ділянки дороги дорожнім рухом, од.; визначається відношенням інтенсивності руху за натурними спостереженнями до значення пропускної здатності досліджуваної ділянки дороги;

$m$  - загальна кількість смуг руху досліджуваної ділянки дороги в одному напрямку, що наявна конструктивно на поверхні проїзної частини, од.; позначення  $n$  - це кількість смуг руху досліджуваної ділянки дороги в одному напрямку, що округлена до найближчого більшого цілого значення від теоретичної кількості смуг руху  $\alpha$ , які за (2.9) необхідні для пропуску транспортного потоку з інтенсивністю  $\lambda$ , в умовах пропускної здатності однієї смуги руху  $\mu$ ;

$\lambda$  - інтенсивність руху по досліджуваній ділянці дороги в одному напрямку, авт./с; визначається натурними спостереженнями досліджуваної ділянки дороги;

$P_0$  - імовірність відсутності транспортних засобів на досліджуваній ділянці дороги, за умовою змінної кількості  $n$  смуг руху, що досліджуються на цій ділянці, з загальної кількості смуг руху  $m$  досліджуваної ділянки дороги в одному напрямку, що наявна конструктивно на поверхні проїзної частини [1, 2, 3]:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1}{m!} \cdot z^m \cdot \frac{m \cdot \mu}{k \cdot \mu - \lambda} + \left( \sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{n!} z^n \right)}, \quad \text{од.} = \frac{1}{\frac{1}{\text{од.}} \cdot \text{од.}^{\text{од.}} \cdot \frac{\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.}}{c}}{\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.}}{c} - \frac{\text{авт.}}{c}} + \left( \sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{\text{од.}} \text{од.}^{\text{од.}} \right)}, \quad (2.16)$$

тут  $k$  - параметр розподілу Ерланга, приймаємо рівним 1, відповідно до рекомендацій [1], од.;

де  $n$  - кількість смуг руху досліджуваної ділянки, що зараз розглядаються, змінюється від нуля до  $m - 1$ , од.

Середній час чекання транспортного засобу у черзі для в'їзду до досліджуваної ділянки дороги  $t_c$ , с/авт., [1, 2, 3]:

$$t_c = \frac{\mu \cdot z^m}{(m-1)!(m \cdot z - \lambda)^2} P_0 + \frac{1}{\mu}, \quad \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{\frac{\text{авт.}}{c} \cdot \text{од.}^{\text{од.}}}{(\text{од.}-1) \left( \frac{\text{од.}}{\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.}}{c} - \frac{\text{авт.}}{c}} \right)^2} \text{од.} + \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{\text{авт.}}{c} \left( \frac{c}{\text{авт.}} \right)^2 + \frac{c}{\text{авт.}}, \quad (2.17)$$

Функція розподілу часу чекання  $t$  на один транспортний засіб у черзі для в'їзду до досліджуваної ділянки дороги  $F(t)$ :

$$F(t) = 1 - e^{-\mu \cdot t} \cdot \left\{ 1 + \frac{\mu \left( 1 - e^{-m \cdot \mu \cdot t \cdot \left( 1 - \frac{\lambda}{m \cdot \mu} - \frac{1}{m} \right)} \right)}{m - z - 1} \right\},$$

$$\text{од.} = 1 - e^{-\left( \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right) \cdot t} \cdot \left\{ 1 + \frac{\frac{\text{авт.}}{c} \left( 1 - e^{-\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \left( 1 - \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.} \cdot \text{од.}} - \frac{1}{\text{од.}} \right)} \right)}{\text{од.} - \text{од.} - 1} \right\}. \quad (2.18)$$

## Практичні завдання

Таблиця 3.1 – Вхідні дані для розрахунків

Пара- метри	Од. вим.	Остання цифра залікової книжки студента									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	од.	2	3	4	2	3	4	2	3	4	2
$\lambda$	авт./с	0,06	0,12	0,22	0,07	0,12	0,32	0,05	0,13	0,23	0,05
$m_{\text{обс}}$	авт./с	30	20	15	25	20	10	35	20	15	30
$L_a$	м	5,0	6,0	7,0	5,0	6,0	7,0	5,0	6,0	7,0	5,0
$D_a$	м	1,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5	1,5
$m$	од.	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3
$\mu$	авт./с	0,50	0,55	0,50	0,55	0,50	0,55	0,50	0,55	0,50	0,55
$z$	од.	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65
$\lambda$	авт./с	0,35	0,41	0,40	0,47	0,45	0,47	0,40	0,41	0,35	0,36

## Задача 1.

Розглядається нерівнозначне примикання доріг у межах міста. Кількість смуг руху у одному напрямку по головній дорозі -  $n$ , другорядна дорога має одну смугу руху у одному напрямку, з інтенсивністю -  $\lambda$ . Рух по головній дорозі має таку інтенсивність, що прийнятний інтервал для виїзду одного транспортного засобу з другорядного напрямку має значення  $m_{\text{обс}}$ .

Визначити деякі параметри дорожнього руху транспортних засобів з другорядної дороги на примиканні засобами теорії масового обслуговування:

- пропускну здатність примикання з другорядного напрямку  $\mu$ . Використати формулу (2.8);

- теоретичну необхідну кількість смуг руху головного напрямку  $\alpha$  та прийняту кількість відповідних смуг -  $n$ , щоб забезпечити виїзд з другорядного напрямку потоку транспортних засобів з інтенсивністю  $\lambda$ . Використати формулу (2.9);

- імовірності  $P_0$ , що смуги руху головного напрямку вільні всі. Використати формулу (2.10). Імовірності, що зайнято одну, дві, ...,  $n$  смуг руху:  $P_1 \dots P_n$ . Використати формулу (2.11);

Методичні вказівки з дисципліни математичні моделі транспортних потоків

- імовірності наявності  $P_q$  та відсутності  $q_q$  черги на другорядному напрямку руху. Використати формули (2.12) та (2.13);

- довжину черги у кількості затриманих транспортних засобів другорядного напрямку  $m_s$ . Використати формулу (2.14);

- реальну довжину черги  $L_s$  на другорядному напрямку. При відомих значеннях середньої довжини транспортного засобу  $L_a$  та середньої дистанції між ними  $D_a$ , довжина черги буде дорівнювати  $L_s = m_s \cdot (L_a + D_a) - D_a$ , м.

## Задача 2.

Розглядається ділянка дороги з додатковою смугою руху у межах міста. Кількість смуг руху, з урахуванням додаткової, у одному напрямку по дорозі дорівнює  $m = n + 1$ . Пропускна здатність однієї смуги руху складає  $\mu$ . Коефіцієнт завантаження дороги дорожнім рухом складає  $z$ . Середня інтенсивність руху по одній смузі дорівнює  $\lambda$ .

Визначити деякі параметри дорожнього руху транспорту на ділянці дороги на виході з додаткової смуги засобами теорії масового обслуговування:

- імовірність відсутності транспортних засобів на головному напрямку при виїзді з додаткової смуги. Використати формулу (2.16);

- імовірність повної зайнятості транспортними засобами головного напрямку на виїзді з додаткової смуги руху, що дорівнює  $1 - P_0$ ;

- середній час очікування одним транспортним засобом у черзі для входження у транспортний потік з додаткової смуги руху  $t_q$ . Використати формулу (2.15);

- середній час чекання одним транспортним засобом у черзі для в'їзду до досліджуваної ділянки дороги  $t_c$ . Використати формулу (2.17);

- побудувати функцію розподілу часу у черзі  $F(t)$  в інтервалі від 0 до  $t_c$ . Використати формулу (2.18);

- зробити висновки щодо можливих шляхів зменшення середнього часу чекання транспортним засобом у черзі для входження у транспортний потік з окремої смуги руху.



## ПРАКТИЧНА РОБОТА №2 (4 години)

Тема: “Розрахунок характеристик світлофорного регулювання на перехресті доріг на одному рівні з застосуванням імовірнісних залежностей”

### Теоретичні відомості

На рис. 2.3 – 2.5 і в таблицях 2.2, 2.3 надано приклад послідовності проведення розрахунків з визначення режимів роботи світлофорного об’єкту [1].

Спочатку визначаються три умови (чисельність населення міста, розташування дороги й інтенсивність руху), що впливають на тривалість пікового періоду зміни інтенсивності за добу. У якості прикладу розглянемо проектування перехрестя з безконфліктним роз’їздом транспорту за фазами регулювання, чисельність населення міста 280 тис. люд., розподіл інтенсивностей перехрестя наведений на рис. 2.3.

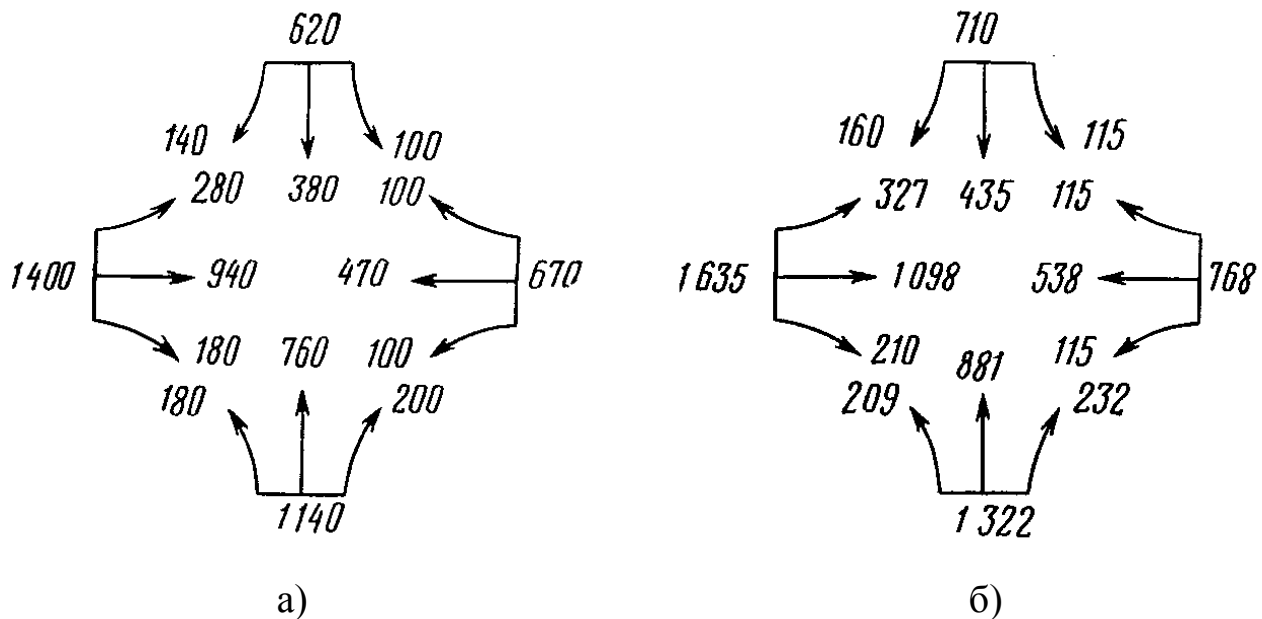


Рисунок 2.3 – Розподіл інтенсивності на перехресті, що проектується:  
 а) розподіл середньої часової інтенсивності руху на перехресті;  
 б) розподіл пікової інтенсивності руху на перехресті, розрахованої через значення пікового коефіцієнту, відповідно до формули (2.19).

Для кожного напрямку розподілу середньої часової інтенсивності руху обчислюється коефіцієнт, що перераховує її до рівня пікового значення [1]:

$$Y_i = 1,225 - 0,000135 \cdot X_1 - 0,1 \cdot X_2 + 0,00003 \cdot X_{3_i}, \quad (2.19)$$

де  $Y_i$  - коефіцієнт, що характеризує відношення пікової інтенсивності відповідно до середньої часової на  $i$ -тому напрямку, од. [1];

$X_1$  - чисельність населення у місті, тис. люд., 0,000135 має одиниці виміру од./ тис. люд. [1]; для нашого випадку 280 тис. люд.;

$X_2$  - коефіцієнт розташування перехрестя відносно центру міста, який розраховується як відношення довжини лінії, що з'єднує центр міста та місце перехрестя, до довжини лінії у цьому ж напрямку, що з'єднує центр міста та його межю [1]; для прикладу приймаємо - 0,61;

$X_{3_i}$  - значення часової інтенсивності руху на  $i$ -тому напрямку, авт./год., 0,00003 має одиниці виміру год./авт. [1]; приймається для окремого напрямку; розрахунки  $X_{3_i}$  виконуються за всіма напрямками згідно з рис. 2.3 а.

Часова інтенсивність руху на кожному напрямку збільшується згідно з коефіцієнтом  $Y_i$  до рівня, який є піковим. Результати розрахунку пікової часової інтенсивності, по розглянутому прикладу, наведені на рис. 2.3 б.

Далі пропонується всі потоки руху, що перетинаються за рис. 2.3 на перехресті яке проектується, розділити світлофорним регулюванням шляхом чергування фаз сигналу світлофору, наприклад, введенням у даному випадку чотирьох фаз регулювання з позначенням:

- А – перша фаза;
- В – друга фаза;
- С – третя фаза;
- Д – четверта фаза.

Схеми роз'їзду транспортних потоків різних напрямків у вказаних фазах А, В, С, Д розробляємо з урахуванням максимального зниження кількості перетинів, з отриманням напрямків руху та відповідних інтенсивностей, що вказані на рис. 2.3 б. Отримані таким чином структури фаз представлені на рис. 2.4.

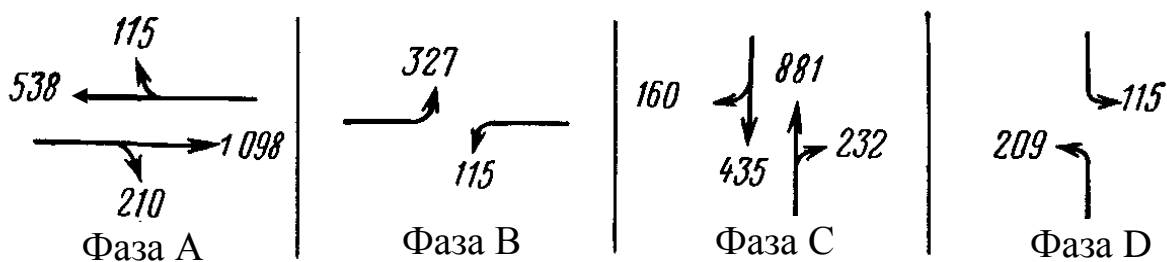


Рисунок 2.4– Приклад формування схем роз'їзду транспортних потоків у фазах регулювання руху

Тривалість циклу  $T_C$  у секундах світлофорного регулювання на перехресті визначається за формулою [1, с. 127]:

$$T_C = \frac{3600 \cdot \varphi \cdot (K - D)}{3600 - D \cdot \sum_{i=1}^{\varphi} N_i}, \quad c = \frac{\text{од.} \cdot \text{од.} \cdot \left( \frac{c}{\text{авт.}} - \frac{c}{\text{авт.}} \right)}{\text{од.} - \frac{c}{\text{авт.}} \cdot \frac{\text{авт.}}{\text{год.}}}, \quad (2.20)$$

де  $\varphi$  - число фаз регулювання, од.; згідно з прикладом приймається 4 фази А, В, С, D, рис. 2.4;

$K$  - сумарні затримки, що складаються з суми часу, який витрачається на: зрушення з місця всієї послідовності транспортних засобів; проїзд перехрестя, с/авт. [1]:

$$K = K_1 + K_2, \quad \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{c}{\text{авт.}} + \frac{c}{\text{авт.}} \quad (2.21)$$

$K_1$ - затримка часу на один транспортний засіб при зрушенні з місця всієї послідовності транспортних засобів, с/авт.; приймається відповідно до натурних досліджень, або розраховується як сума часу реакції водія [7, 10], часу спрацювання органів керування автомобіля [7, 10] та часу розгону одного транспортного засобу до швидкості руху через перехрестя [7];

$K_2$ - затримка на проїзд останнього транспортного засобу через перехрестя, с/авт.; приймається відповідно до натурних досліджень, або розраховується як відношення ширини доріг, що перетинаються, до розрахункової швидкості руху через перехрестя, яке визначається згідно з категорією дороги та Правил дорожнього руху [7];

$D$  - значення середньої тривалості проміжку часу між послідовними проїздами транспортних засобів перетинів доріг, відповідно за всіма напрямками на підходах до перехрестя, с/авт. [1]; приймається відповідно до натурних досліджень, або розраховується, як обернена величина до інтенсивності;

$\sum_{i=1}^{\varphi} N_i$  - сума максимальних значень інтенсивностей руху по всім фазам регулювання, авт./год., [1, с. 127].

Відповідно до рис. 2.4 максимальні інтенсивності руху транспортних засобів у фазах складають:

$$N_A = 1098 \frac{\text{авт.}}{\text{год.}}, \quad N_B = 327 \frac{\text{авт.}}{\text{год.}}, \quad N_C = 881 \frac{\text{авт.}}{\text{год.}}, \quad N_D = 209 \frac{\text{авт.}}{\text{год.}}$$

Значення максимальних інтенсивностей, відповідно до формули (2.20), безпосередньо впливають на тривалість циклу світлофорного регулювання. Збільшення вказаних значень забезпечують збільшення тривалості циклу.

У випадку коли в результаті розрахунків спостерігається значна тривалість циклу регулювання (повинна не перевищувати 120 с [2, с.58]), пропонується вводити додаткові смуги руху у найбільш навантажених напрямках. Інтенсивність руху навантаженого напрямку пропонується ділити рівномірно між смугами, що виділяються на напрямок.

В результаті введення додаткових смуг руху на перехресті критичні інтенсивності руху по смугам за напрямками у відповідних фазах зменшуються, що поступово зменшує тривалість циклу регулювання.

Таким чином, й компонування перехрестя, й світлофорне регулювання на перехресті комплексно узгоджуються одне з одним.

Після отримання значення тривалості циклу світлофорного регулювання за допомогою значень максимальних інтенсивностей руху  $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_C$ ,  $N_D$  для однієї смуги обчислюється середнє число транспортних засобів  $m_i$ , що прибувають до перехрестя за цикл роботи світлофора на відповідній смузі руху, рис. 2.4, авт.:

$$m_i = N_i \frac{T_C}{3600}, \quad i = A, B, C, D \quad \text{авт.} = \frac{\text{авт.}}{\text{год}} \frac{\text{с}}{3600}. \quad (2.22)$$

де  $m_i$  - середнє число транспортних засобів, що прибувають до перехрестя за цикл роботи світлофора на кожній критичній смузі, авт.;

$N_i$  - максимальні значення інтенсивностей руху на відповідних смугах для кожної фази регулювання, рис. 2.4, авт./год.;

$i$  - буквене позначення відповідної фази світлофорного регулювання.

Дані по  $m_i$  використовуються при звертанні до графіка для кривих розподілу Пуассона тривалості основного такту фази, рис. 2.5. Будь-який цикл регулювання, у якому кількість транспортних засобів, які прибувають до перехрестя, перевищує його пропускну здатність, тобто черги транспортних засобів за тривалість основного такту такого циклу повністю не зникають, має назву надлишкового циклу [1].

Для різних ймовірностей  $P$  появи надлишкового циклу [1] з рис. 2.4 знаходиться тривалість основного такту для певної фази цього циклу  $G_i$  - тривалість горіння зеленого сигналу (а тривалість горіння жовтого сигналу цієї ж фази чисельно дорівнює  $K_2$ ) у секундах. Тривалості горіння зеленого сигналу за відповідними фазами А, В, С, D позначимо  $G_A$ ,  $G_B$ ,  $G_C$ ,  $G_D$ . Сума  $G_A + G_B + G_C + G_D$  тривалостей знайдених основних тактів у відповідних фазах для ймовірностей  $P$ , що складає необхідну тривалість

циклу ТС, яка забезпечує за всіма напрямками проїзд кількості транспортних засобів, що визначається згідно (2.22).

Приклад порядку обрання комбінації тривалостей основних тактів, відповідно до розрахованої тривалості циклу регулювання, наведено у табл. 2.2, де цикл регулювання складає, за розрахунком (2.20), наприклад, 102 с. Розраховуються значення  $m_i$  для кожної фази відповідно до (2.22). Далі, за прикладом табл. 3.2, записується вибірка значень ймовірностей  $P$  появи надлишкового циклу, % [1].

Після цього, для відповідних значень  $m_i$  та обраних значень  $P$ , за прикладом табл. 2.2, з номограми рис. 2.5 знаходяться значення тривалостей основного такту  $G_i$  у кожній з фаз –  $i = A, B, C, D$ . Ці значення тривалостей передбачають, що прибуття транспортних засобів до перехрестя відбувається за розподілом Пуассона, бо прийняті за вказаною номограмою.

Надалі комбінації значень  $G_i$  для відповідних  $P$  по стовпцям сумуються (отримують для вказаних у табл. 2.2 значень  $P$  відповідні значення тривалості циклу ТС світлофорного регулювання). Потім знаходиться той стовець таблиці, у якому значення ТС, відповідає розрахунковій тривалості циклу за формулою (2.20).

Бажано, щоб загальна тривалість надлишкових циклів складала 30-40 % [1], тобто обраний за зазначеною вище рекомендацією стовець табл. 2.2 мав значення  $P$  в межах 30-40%. Якщо це не виконується, необхідно змінити схеми роз'їзду транспортних засобів у фазах регулювання (з забезпеченням зменшення значень максимальних інтенсивностей руху у відповідних фазах, рис. 2.4) та провести повторні розрахунки з використанням форми табл. 2.2.

Таблиця 3.2 – Приклад формування комбінації тривалості основних тактів  $G_i$  циклу світлофорного регулювання

Ф	$m_i$	Тривалості основного такту $G_i$ (зелений), с, для фаз А, В, С, D; при різному часі існування надлишкового потоку $P$ , %								
		2	5	10	20	30	40	50	60	70
A	18,3	58	55	53	47	44	42	40	37	35
B	5,5	24	22	20	18	16	15	14	12	11
C	14,7	49	45	42	39	36	34	32	30	28
D	3,5	19	17	15	13	12	11	10	9	8
$TC = \sum G$		150	139	130	117	108	102	96	88	82

Згідно з виконаними розрахунками у табл. 2.2 шукається оптимальний варіант проекту перехрестя з довжиною циклу, близькою до розрахованої за формулою (2.20), наприклад  $T_C=102$  с, з тривалістю основних тактів  $G_A = 42$ ,  $G_B = 15$ ,  $G_C = 34$ ,  $G_D = 11$  с.

Проміжні такти (жовті сигнали світлофорів) чисельно дорівнюють  $K_2$ .

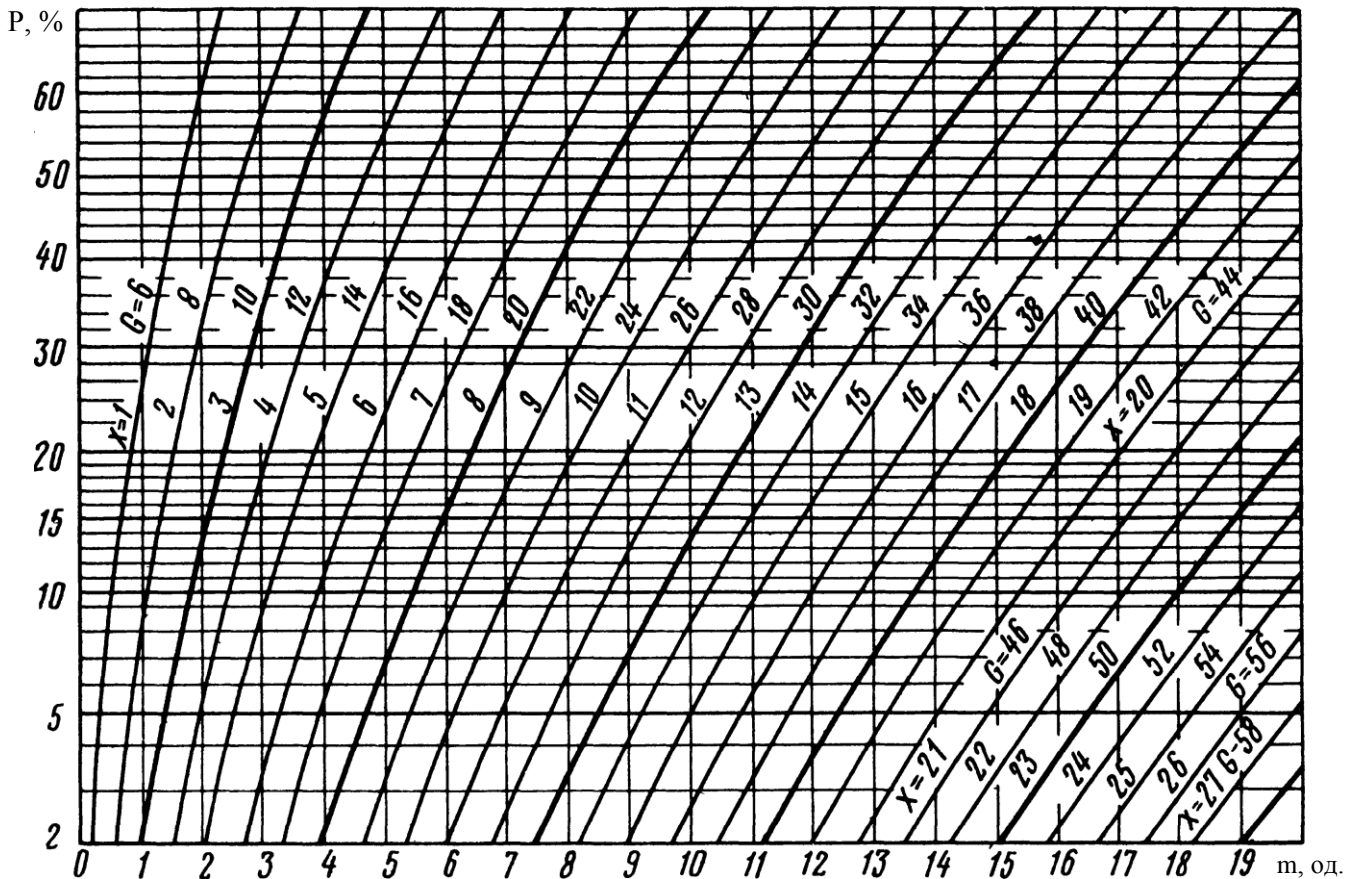


Рис. 2.5 є графічним зображенням сукупності безперервних залежностей між значеннями імовірності  $P, \%$ , появи надлишкового циклу у вигляді циклу, в якому до перехрестя прибуває кількість транспортних засобів, що перевищує максимальну кількість транспортних засобів за пропускною здатністю перехрестя та значеннями середнього числа транспортних засобів  $m_i$ , од., що прибувають до перехрестя за цикл роботи світлофора на відповідних смугах з максимальною інтенсивністю за фазами

регулювання, рис. 2.4.

Сукупність безперервних залежностей на рис. 2.5 формується авторами номограми за рахунок прийняття значень кількості транспортних засобів  $X_1$ , од., для якої забезпечується безперешкодний проїзд продовж отриманої розрахунково тривалості основного такту  $G_1$ , с. Значення  $P$ , %, задається у вихідних даних, значення  $m_1$ , од., розраховується за формулою (2.22) та округляється до цілого.

На номограмі знаходиться точка з координатами  $P$ , %, та  $m_1$ , од. Надалі, значення  $P$ , %, збільшується до попадання вказаної точки на найближчу криву, яка побудована зі значеннями  $X_1$ , од.,  $G_1$ , с.

Значення  $G_1$ , с, буде значенням тривалості відповідного основного такту світлофорного регулювання на напрямку, де забезпечується рух  $m_1$ , од., транспортних засобів.

Зазначена послідовність дій виконується для всіх схем роз'їзду транспортних потоків у фазах регулювання руху, рис. 2.4.

З урахуванням вибраних величин розробляють циклограму роботи світлофорного об'єкту.

### Практичні завдання

Таблиця 2.3 – Вхідні дані для розрахунків ( $X_3$  обрати за рис. 2.6)

Пара- метри	Од. вим.	Остання цифра залікової книжки студента									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	авт./доб.	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400
M	авт./доб.	2400	2300	2200	2100	2000	1900	1800	1700	1600	1500
$X_1$	тис. люд.	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
$X_2$	од.	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
$\varphi$	-	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
$K_1$	с/авт.	3,0	3,5	4,0	4,5	4,0	3,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$K_2$	с/авт.	5,0	5,5	5,0	5,5	5,0	5,5	5,0	5,5	5,0	5,5
D	с/авт.	1,4	1,5	1,5	1,5	1,4	1,5	1,4	1,0	1,6	1,4

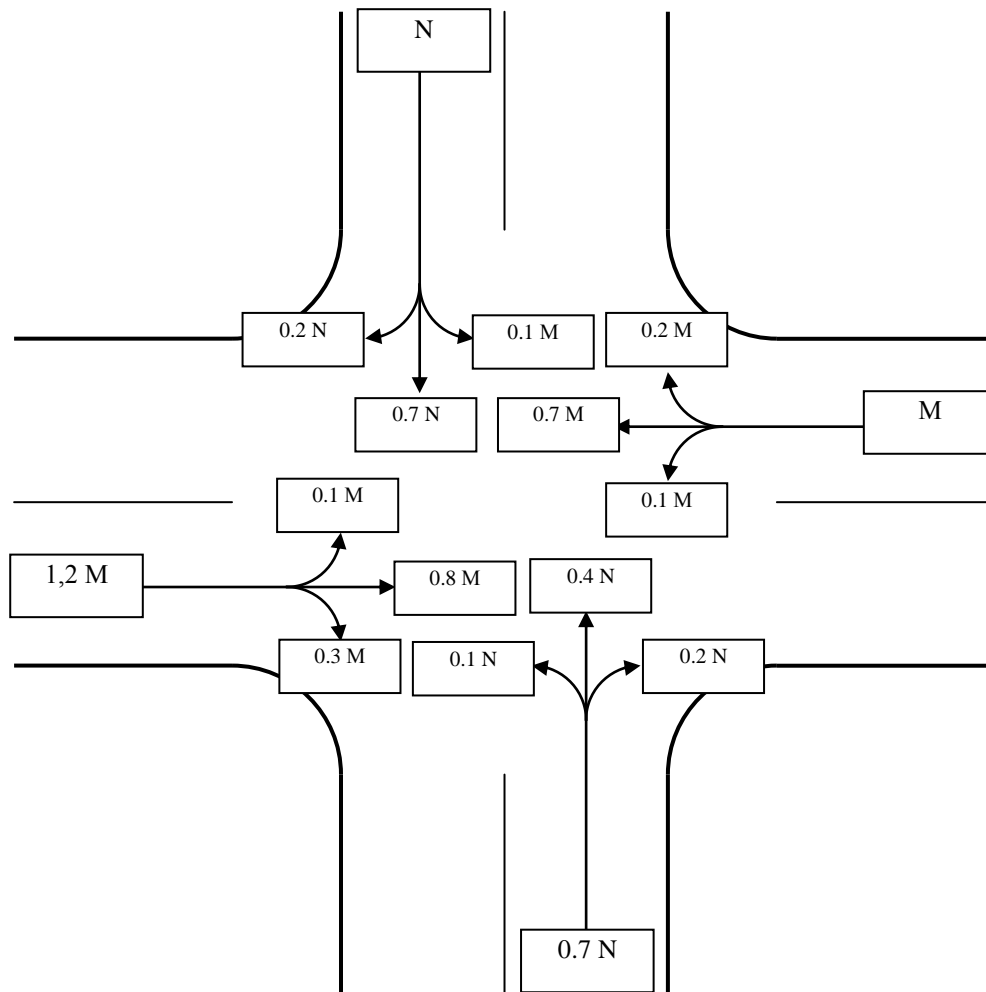


Рисунок 2.6 – Вхідні дані розподілу середньої інтенсивності руху транспортних засобів, авт./год., що прибувають до перехрестя (розраховуємо добутком  $M$  та  $N$  на вказані коефіцієнти)

#### Задача 1.

Розробити схему перехрестя доріг у місті з чисельністю населення  $X_1$  (формула (2.19)) з застосуванням світлофорного регулювання із урахуванням можливості безконфліктного роз'їзду транспортних засобів, що досягається застосуванням циклу з кількістю фаз  $\varphi$ . Інтенсивності руху на дорогах перехрестя складають  $N$  та  $M$ , схема розподілу інтенсивності за напрямками наведена на рис. 2.6.

Рух транспортних засобів на перехресті має такі характеристики, що затримка при зрушенні з місця всієї послідовності транспортних засобів складає  $K_1$ , а час, необхідний для того, щоб останній транспортний засіб проїхав через перехрестя -  $K_2$ . Середня тривалість проміжку часу між проїздом транспортними засобами перетину дороги біля перехрестя складає  $D$ .



Змоделювати рух на перехресті з застосуванням розподілу Пуассона та визначити:

- імовірнісну максимальну пропускну здатність перехрестя  $\sum_{i=1}^{\varphi} N_i$

авт./год. за запропонованими характеристиками роботи світлофорного об'єкту;


- необхідні імовірнісні тривалості основного такту  $G$  всіх фаз та скореговані тривалості при часі існування надлишкового потоку  $P$  [с. 21], 30-40 %.

Накреслити схему перехрестя, отриману імовірнісним моделюванням руху транспортних потоків на ньому, з необхідним розподілом інтенсивностей.

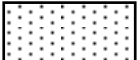
## Задача 2.


На основі попередніх розрахунків проекту перехрестя доріг у задачі 1 розробити імовірнісні циклограми роботи світлофорних об'єктів. Тривалість основного такту у  $i$ -й фазі -  $G_i$ , а тривалість проміжного такту відповідає  $K_2$ . Накреслити схему організації дорожнього руху на перехресті та циклограми світлофорних об'єктів у необхідному масштабі (с/мм).

Умовні позначення, для виконання циклограм роботи світлофорів:

 - зелений;

 - зелений (додатковий);

 - жовтий;

 - червоний.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №3 (4 години)

Тема: “Розрахунок імовірнісних характеристик інтервалів між транспортними засобами та параметрів черг у транспортному потоці”

### Теоретичні відомості

Відповідно до [1-6] прийнято вважати, що дистанція між транспортними засобами у транспортному потоці розраховується у метрах на автомобіль, а інтервал часу у секундах на автомобіль – це проміжок часу між двома послідовними проїздами транспортних засобів через досліджуваний перетин дороги.

Інтервали часу між послідовним прибуттям транспортних засобів у досліджуваний перетин дороги можливо описувати достатньо великою кількістю імовірнісних залежностей. Найбільш відповідними щодо практичних досліджень є: експоненціальний закон, зміщений експоненціальний закон, розподіл Ерланга [4, 6, 7].

Експонентний закон розподілу інтервалів часу між послідовним прибуттям транспортних засобів у досліджуваний перетин дороги розглянемо надалі. Якщо  $t$  позначає інтервал часу між моментами прибуття транспортних засобів в досліджуваний перетин дороги та цей процес представити як імовірнісний, що відбувається за експонентним розподілом, щільність розподілу значень  $t$  має вигляд [1]:

$$f(t) = qe^{-qt}, \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\text{авт.}}{c} e^{-\frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}}}, \quad (2.23)$$

де  $q$  - середня інтенсивність транспортного потоку через перетин дороги продовж часу пік, авт./с, частіше розраховується як відношення пікової годинної інтенсивності до 3600 с.

$t$  - це проміжок часу між двома послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, с/авт.

Імовірність влучення інтервалу часу між проїздом транспортними засобами досліджуваним перетином дороги в проміжок  $(t_1, t_2)$  визначається на підставі рішення рівняння про імовірність прибуття автомобіля в рамках інтервалу та не в межах зазначеного інтервалу. Імовірність описаної події розраховується в підсумку таким чином:

$$P(t_1 < t < t_2) = e^{-qt_1} - e^{-qt_2}, \quad \text{од.} = e^{-\frac{\text{авт. с}}{\text{с авт.}}} - e^{-\frac{\text{авт. с}}{\text{с авт.}}}, \quad (2.24)$$

де  $t_1, t_2$  - початкове та кінцеве значення часу між проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, с/авт.;

$q$  - середня інтенсивність потоку у відповідний час, авт./с:

$$q = \left[ \frac{1}{\sum n_i} \sum t_i n_i \right]^{-1}, \quad \frac{\text{авт.}}{\text{с}} = \left[ \frac{1}{\sum \text{од.}} \sum \frac{\text{с}}{\text{авт.}} \text{од.} \right]^{-1}, \quad (2.25)$$

$t_i$  - початкове значення інтервалу коливання інтервалів часу послідовного проїзду транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, с/авт.;

$n_i$  - частота появи  $i$ -го інтервалу часу між послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, од.

Теоретична (розрахункова) частота появи  $i$ -го інтервалу часу між послідовними проїздами транспортними засобами досліджуваним перетином дороги  $F_i$ :

$$F_i = P_i \cdot \sum n_i, \quad \text{од.} = \text{од.} \cdot \text{од.} \quad (2.26)$$

де  $P_i$  - розрахункова імовірність появи  $i$ -го інтервалу часу між послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги за відповідним розподілом, що буде розглянуто далі, од.;

$n_i$  - кількість появ  $i$ -х інтервалів часу між послідовними проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, од.

Зміщений експонентний закон розподілу буде розглянутий надалі на предмет застосування нього для опису розподілу інтервалів часу між послідовними проїздами транспортними засобами досліджуваного перетину дороги. Значення імовірності того, що інтервал часу між проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги буде більше значення нижньої межі  $t_2$  проміжку  $(t_1, t_2)$  дорівнює [1]:

$$P(t > t_2) = e^{-\frac{t_2 - \tau}{t - \tau}}, \quad \text{од.} = e^{-\frac{\text{с авт.}}{\text{авт. с}}}, \quad (2.27)$$

де  $\tau$  - мінімальний інтервал часу між проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, с/авт. [1];

$\bar{t}$  - середній інтервал часу між проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги, с/авт.; обчислюється за формулою:

$$\bar{t} = \frac{1}{q} = \frac{1}{\sum n_i} \sum t_i \cdot n_i, \quad \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{1}{\sum_{\text{од.}} \frac{c}{\text{авт.}}} \cdot \text{од.} \quad (2.28)$$

Розрахунок  $F_i$  виконується відповідно до (2.26). Основна перевага в описі інтервалів часу між проїздами транспортних засобів досліджуваним перетином дороги в транспортному потоці зміщеного експонентного закону на відміну від не зміщеного, полягає в обліку мінімально можливого інтервалу часу між транспортними засобами в потоці, при цьому незміщений закон в інтервалі часу  $0..t$  с, при наближенні  $t_i$  до нуля, нескінченно зростає, що, звичайно ж, не збігається з практикою.

Розподіл Ерланга. На відміну від розглянутих розподілів, вказаний розподіл, як функція, має дві ділянки кривої розподілу (зростання та зменшення) й максимум, рис. 2.7. Перша частина кривої розподілу відповідає експериментальним даним частоти виникнення певних інтервалів часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги і досить якісно описує зниження чисельності вказаних інтервалів, що наближаються до нуля. Друга частина кривої розподілу по характеру кривої практично цілком відповідає експоненті. Щільність імовірності розподілу Ерланга складає [1]:

$$f(t) = \int_T^{\infty} \frac{(q \cdot a)^a}{(a-1)!} t^{a-1} e^{-a \cdot q \cdot t} dt, \quad \text{од.} = \int_T^{\infty} \frac{\text{авт.} \cdot c}{c \cdot \text{авт.}} e^{-\text{од.} \cdot \frac{\text{авт.} \cdot c}{c \cdot \text{авт.}}} dt, \quad (2.29)$$

де  $T$  - середина очікуваного інтервалу часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги, с [1];

$a$  - параметр розподілу Ерланга, од. Параметр відображає можливість побудування області кривих щільності імовірності розподілу Ерланга для визначення найбільш відповідного її чисельного значення до практичних даних, приймається відповідно до рекомендацій [1].

Значення імовірності  $P_i$  виникнення певного значення інтервалу часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги, рівному  $t_i$ , за формулою (2.29) визначаються графічним методом.

Результати дослідження транспортного потоку у [1] наведені на рисунку 2.8, при цьому виявлено, що найбільш оптимальним значенням параметру розподілу Ерланга  $a = 2$ , при  $q = \frac{1}{\bar{t}}$  - інтенсивність руху, авт./год.

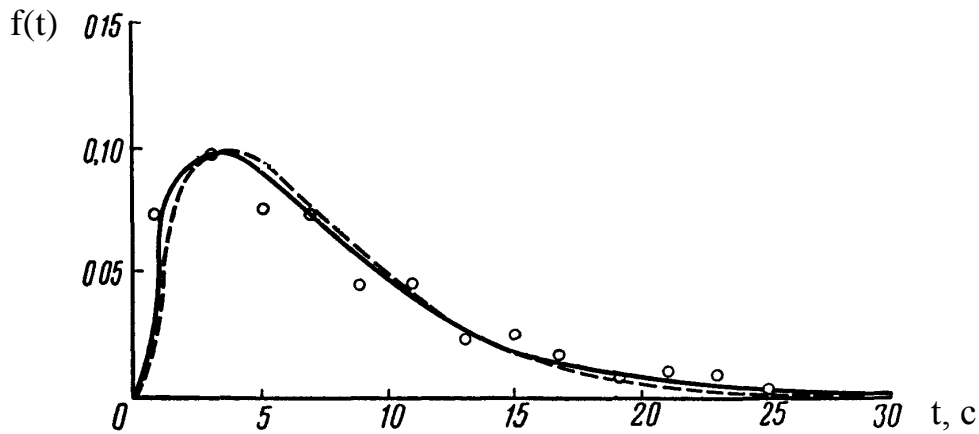


Рисунок 2.7 – Щільність імовірності розподілу Ерланга (суцільна крива) та експериментальні дані значень інтервалів часу між проїздами транспортними засобами досліджуваним перетином дороги (дані вказані окремими кружками) (масштабне сканування) [1]

Розрахунки  $F_1$  виконуються аналогічно до формули (2.26).

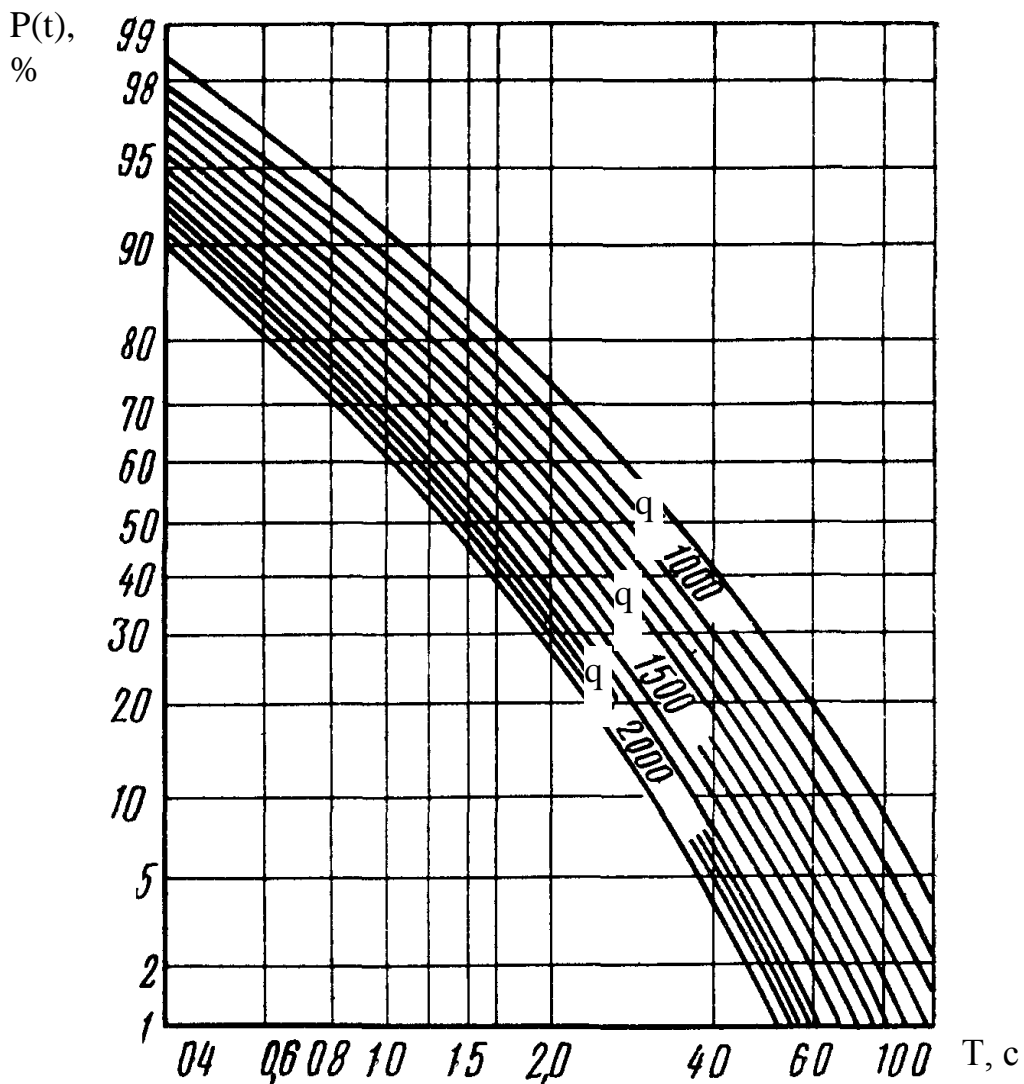


Рисунок 2.8 – Розподіл Ерланга імовірності  $P(t)$  появи інтервалу більш  $T$  (масштабне сканування) [1] у діапазоні, що найбільш використовується

## Практичні завдання

Таблиця 2.4 – Вхідні дані для розрахунків

$(t_1...t_2), c$		0...1	1...2	2...3	3...4	4...5	5...6	6...7	7...8	8...9	9...10	
Остання цифра залікової книжки	0	$n_i$	0	21	54	27	15	6	2	3	1	0
	1	$n_i$	0	22	45	28	16	7	3	4	2	1
	2	$n_i$	0	23	46	29	17	8	4	5	2	1
	3	$n_i$	0	24	47	20	18	9	5	5	3	2
	4	$n_i$	0	25	48	21	19	10	6	5	3	2
	5	$n_i$	0	26	59	23	20	11	7	4	3	2
	6	$n_i$	0	27	50	24	21	12	8	5	3	2
	7	$n_i$	0	28	51	25	22	13	9	10	5	4
	8	$n_i$	0	29	42	26	23	14	8	9	5	3
	9	$n_i$	0	30	45	27	24	16	14	12	5	4

Задача.

По зазначеній вибірці інтервалів часу  $t_i$  між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги в транспортному потоці і частоти їхнього спостереження  $n_i$ , визначити, який закон розподілу найбільше відповідає експериментальним даним:

- експонентний закон,
- зміщений експонентний закон,
- закон розподілу Ерланга.

Для чого розрахувати по кожному розподілу:

- імовірність  $P_i$  появи інтервалів часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги, що відповідають заданим інтервалам  $(t_1...t_2)_i$ ;

- теоретичну частоту  $F_i$  появи інтервалів часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги, що відповідають заданим інтервалам  $(t_1...t_2)_i$ ;

- побудувати гістограму експериментальних даних і нанести на неї АДІ ДВНЗ „ДонНТУ”

графіки трьох розподілів.

Відповідність значень теоретичних частот  $F_i$  емпіричним частотам  $n_i$  появи інтервалів часу між проїздами транспортних засобів досліджуваного перетину дороги, що відповідають заданим інтервалам  $(t_1...t_2)_i$ , визначити наступним критерієм [12] та за його мінімальним значенням зробити висновки:

$$\chi^2 = \sum \frac{n_i^2}{F_i} - \sum n_i. \quad (2.30)$$

Результати розрахунків звести в табл. 2.5.

Таблиця 2.5 – Результатів розрахунку теоретичних значень частоти виникнення відповідних інтервалів між транспортними засобами у транспортному потоці

Розподілення		Значення за інтервалами											
Проміжки інтервалів $(t_1...t_2)$ , с (таблиця 3.4)													
Експериментальна частота появи, $n_i$ (таблиця 3.4)													
Експонентний розподіл	$P_i$												
	$F_i$												
Зміщене експонентний розподіл	$P_i$												
	$F_i$												
Розподіл Ерланга	$P_i$												
	$F_i$												

$P_i$  - імовірність виникнення інтервалу у певному перетині дороги за відповідним законом розподілу;

$F_i$  - теоретична частота виникнення інтервалу у певному перетині дороги за відповідним законом розподілу.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4 (4 години)

Тема: “Розрахунок основних геометричних параметрів смуги розгону на основі імовірнісної моделі транспортного потоку”

Теоретичні відомості

Структура смуги розгону представлена на рис. 2.9.

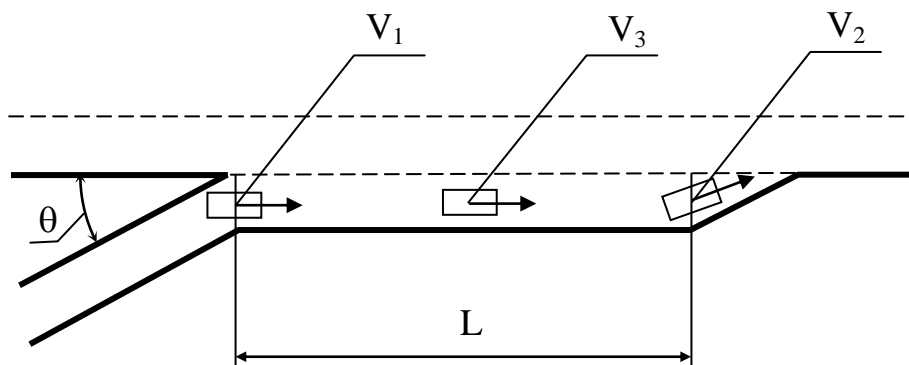


Рисунок 2.9 – Схема смуги розгону з паралельною смугою:

$\theta$  - кут примикання дороги другорядного напрямку;  $L$  - довжина смуги розгону;  $V_1$  - швидкість транспортних засобів у точці примикання в'їзду;  $V_2$  - швидкість транспортних засобів у точці входження в основний транспортний потік;  $V_3$  - різниця швидкостей  $V_2$  та  $V_1$ .

Ефективність наскрізного руху транспорту на швидкісних міських магістралях визначається тим, яким чином в'їзди відповідають транспортним вимогам. Необхідно правильне проектування і розміщення в'їздів на автомагістралі з високою інтенсивністю руху для того, щоб вони могли забезпечувати швидке, ефективне і надійне функціонування автомагістралі. Розробка таких проектів у значній мірі залежить від точного визначення пропускної здатності на стику в'їзду з основною автомагістраллю, яка далі буде називатися пропускною здатністю входження.

Максимальне число транспортних засобів, які знаходяться на в'їзді, що примикає, та можуть потрапити на зовнішню смугу магістралі, еквівалентно числу транспортних засобів, котрі використовують кожен інтервал, який з'являється, при допущенні, що на в'їзді є безупинна черга транспортних засобів. Отже, при розгляді пропускної здатності ділянки входження велике



значення має таке поняття, як прийнятність інтервалу часу між проїздами транспортних засобів основного потоку досліджуваного перетину дороги.

Мінімальне значення часу  $t$ , с/авт. між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваним перетином дороги, при якому вже неможливе злиття другорядного потоку з основним (навіть для окремого транспортного засобу другорядного напрямку) - зветься критичним інтервалом часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги, та позначається як  $T$ , с/авт.

Припустимо наявність нескінченної черги, що очікує входження у транспортний потік, де інтервали часу між послідовним прибуттям транспортних засобів у досліджуваний перетин дороги розподілені за експонентним розподілом, який рухається на зовнішній смузі магістралі [1].

Якщо інтервал часу  $t$  менше критичного  $T$ , то жоден транспортний засіб не входить в основний потік.

Якщо значення  $t$  лежить між  $T$  і  $T + T'$  ( $T'$  - час входу в основний потік тільки одного транспортного засобу зі смуги розгону), то в основний потік входить один транспортний засіб.

Якщо значення  $t$  лежить між  $T + T'$  та  $T + 2T'$ , то в основний потік входять два транспортних засоби тощо. Таким чином, пропускна здатність смуги розгону для нескінченної черги на другорядному напрямку може бути розрахована наступним чином [1, с. 198]:

$$q_r = q_i \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \cdot P[(T+i \cdot T') < t < (T+(i+1) \cdot T')], \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\text{авт.}}{c} \sum_{i=0}^{\infty} (\text{од.}+1) \cdot \text{од.}, \quad (2.31)$$

де  $q_r$  - пропускна здатність в'їзду смуги розгону, авт./с;

$q_i$  - інтенсивність потоку на зовнішній смузі головної дороги, авт./с;

$P[(T+i \cdot T') < t < (T+(i+1) \cdot T')]$  - імовірність знаходження інтервалу часу  $t$ , між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги, в інтервалі від  $T+i \cdot T'$  до  $T+(i+1) \cdot T'$ , од.;

$\sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \cdot P[(T+i \cdot T') < t < (T+(i+1) \cdot T')]$  - ряд значень ймовірностей

вїзду транспортних засобів на зовнішню смугу магістралі; цей ряд сходиться, що доказано у [1], од.;

$i$  - кількість транспортних засобів, імовірність входу яких до основного потоку розраховується, од.;

$i, (i+1)$  - кількості транспортних засобів, що формують інтервал зміни часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги для розрахунку імовірності входу  $i$  - кількості транспортних засобів до основного транспортного потоку, од.

Якщо інтервали часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги мають експонентний розподіл  $f(t) = q \cdot e^{-qt}$  [1] (що досліджувалося в попередній практичній роботі), то зі співвідношення (3.30) виходить більш придатне для практичних розрахунків значення пропускної здатності в'їзду смуги руху [1]:

$$q_r = q \frac{e^{-q \cdot T}}{1 - e^{-q \cdot T}}, \quad \frac{\text{авт.}}{c} = \frac{\text{авт.}}{c} \frac{e^{-\frac{\text{авт.}}{c} \cdot \frac{c}{\text{авт.}} \cdot T}}{1 - e^{-\frac{\text{авт.}}{c} \cdot \frac{c}{\text{авт.}} \cdot T}}. \quad (2.32)$$

При розгляді багаторазового виїзду на автомагістраль було виявлено [1], що входження двох транспортних засобів потребує більшого інтервалу часу, ніж послідовне входження двох поодиноких транспортних засобів, а одночасне входження трьох транспортних засобів потребує більшого інтервалу часу, ніж одночасне входження двох транспортних засобів, між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги.

Дослідження відсотка прийнятності (коли  $t > T + i \cdot T'$ ) інтервалів часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваним перетином дороги для пропуску  $i$  - транспортних засобів другорядного напрямку показали значення 50% [1]. Отже, вираження (2.32) для пропускної здатності в'їзду можна спростити.

Одержуємо теоретичну пропускну здатність в'їзду  $q_r$  другорядного напрямку та вираз для визначення критичного інтервалу  $T$ ,  $c/\text{авт.}$ , при наявності якого та меншого за нього інтервалу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваним перетином дороги відсутня можливість входження хоча б одного транспортного засобу другорядного напрямку у основний потік (рис. 2.10):

$$q_r = \frac{q \cdot e^{-q \cdot T}}{1 - e^{-q \cdot T}},$$

$$q_r (1 - e^{-q \cdot T}) = q \cdot e^{-q \cdot T}, \quad \frac{q_r}{q_r + q} = e^{-q \cdot T}, \quad \ln \left( 1 + \frac{q}{q_r} \right) = q \cdot T,$$

$$\text{відкіля } T = \frac{1}{q} \ln \left( 1 + \frac{q}{q_r} \right), \quad \frac{c}{\text{авт.}} = \frac{c}{\text{авт.}} \ln \left( 1 + \frac{\text{авт.}}{c} \frac{c}{\text{авт.}} \right). \quad (2.33)$$

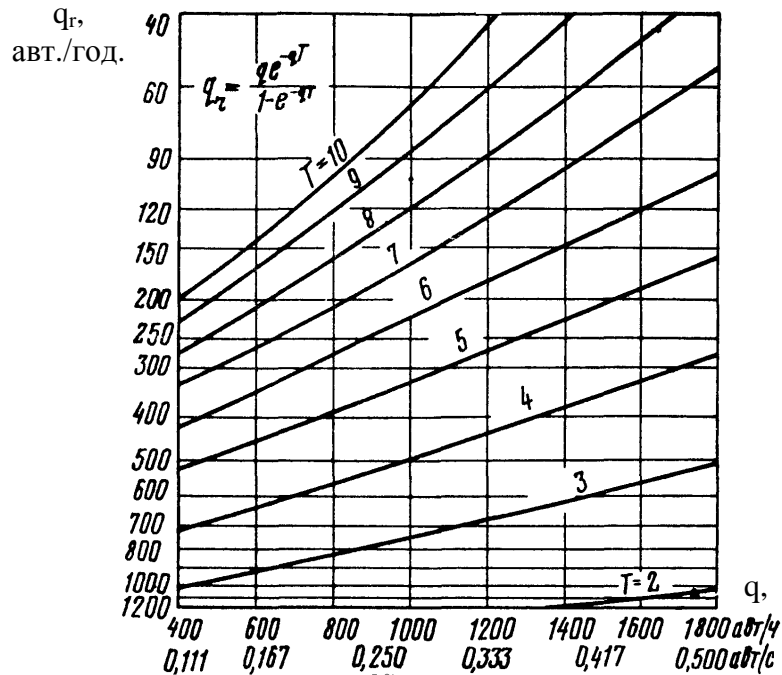


Рисунок 2.10 – Імовірна пропускна здатність в'їзду смуги розгону [1]:  
 $q_r$  - пропускна здатність в'їзду;  
 $q$  - інтенсивність руху на зовнішній смузі.

Для використання цього графіка необхідно знати інтенсивність потоку на зовнішній смузі автомагістралі і критичний інтервал часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги.

Тривалість критичного інтервалу часу, закладеного конструктивно для смуги розгону, можна розрахувати за формулою [1]:

$$T = 5,547 + 0,828 \cdot \theta - 0,03477 \cdot L + 0,00005 \cdot L^2 - 0,042 \cdot \theta^2 - 0,874 \cdot S, \quad (2.34)$$

де  $\theta$  - кут примикання, град;

$L$  - довжина смуги розгону, м;

$S$  - коефіцієнт форми:  $S = 1$  для в'їздів з паралельної смуги розгону;  $S = 0$  при відсутності паралельної смуги розгону.

З цього рівняння видно, що при збільшенні кута примикання критичний інтервал часу між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги збільшується (при  $0 \leq \theta \leq 20^\circ$ ), а при збільшенні довжини смуги розгону, - зменшується (при  $0 \leq L \leq 690$ м). Тому при проектуванні в'їздів бажано мати менший кут примикання і велику довжину смуги розгону. Значення співвідношення (2.34) при  $T = \text{const}$  полягає в тому, що воно в кількісній формі виражає зв'язок  $\theta$  і  $L$ .

Швидкісні параметри руху транспортних засобів на смузі розгону приведені на рис. 2.11 для дороги з вільними умовами руху зі швидкістю понад 60 км/год.

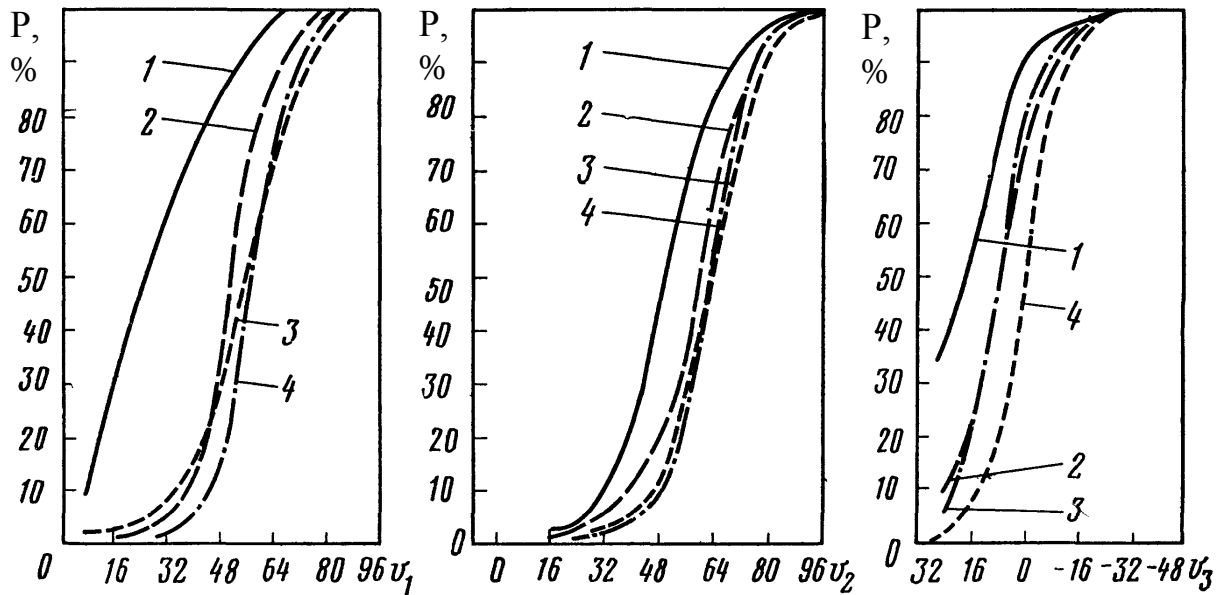


Рисунок 2.11 – Залежність імовірних швидкостей руху (км/год.) транспортних засобів на смузі розгону від її довжини та імовірності її появи  $P (V_3 = V_2 - V_1)$ [1]:

1 – довжина смуги 0...105 м; 2 – довжина смуги 120...180 м; 3 – довжина смуги 180...240 м; 4 – довжина смуги 240...350 м.

### Практичні завдання

Таблиця 2.6 – Вхідні дані для розрахунків

Пара- метри	Од. вим.	Остання цифра залікової книжки студента									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q$	$\frac{\text{авт.}}{\text{с}}$	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30
$q_r$	$\frac{\text{авт.}}{\text{с}}$	0,11	0,07	0,10	0,09	0,08	0,11	0,07	0,09	0,08	0,11
$\theta$	град.	15	10	15	10	15	10	15	10	15	10
$P$	%	30	40	50	60	70	70	60	50	40	30

### Задача.

Розрахувати параметри паралельної смуги розгону на примиканні другорядної дороги до автомагістралі з інтенсивністю руху по зовнішній смузі автомагістралі  $q$  та швидкістю руху не менш 60 км/год. Забезпечити пропускну здатність на правому повороті  $q_r$ .

План примикання обумовлює виконання кута входження на смугі розгону  $\theta$ . Транспортний потік на головній дорозі моделюється як потік Пуассона.

Засобами імовірнісного моделювання руху визначити:

- необхідний критичний інтервал часу  $T$  між проїздами транспортних засобів основного напрямку досліджуваного перетину дороги за формулою (2.33);

- необхідну довжину паралельної смуги розгону  $L$  в м з рівняння (2.34);

- швидкості руху транспортних засобів  $V_1$ ,  $V_2$  (абсолютні) та  $V_3$  (відносна) з імовірністю  $P$  % за допомогою рис. 2.11;

- округлити результати розрахунку довжини та накреслити схему смуги розгону з вказівкою розмірів.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5 (2 години)

Тема: “Детермінований розрахунок характеристик ударних хвиль у транспортному потоці”

Теоретичні відомості

При детермінованому підході до задач руху транспорту передбачається, що між характеристиками транспортного потоку існує функціональна залежність.

Розглянемо одномірний безперервний потік тепла в довгому тонкому ізолюваному стержні, який можна описати диференціальним рівнянням [1]:

$$a^2 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0, \quad (2.35)$$

де  $p$  - температура ізолюваного стержня;

$x$  - координата, за якою аналізується зміна температури;

$t$  - час, за яким аналізується зміна температури;

$a$  - коефіцієнт, що враховує теплопровідність, теплоємність і щільність матеріалу стержня.

У багатьох випадках дорогу з однорядним рухом транспортних засобів, де є регульований в'їзд без можливості переходу в інший ряд, можна розглядати з деякими припущеннями як довгий тонкий ізолюваний стрижень з тепловим потоком. Якщо припустити, що в рівнянні (2.35)  $p$  відіграє роль деякого параметра, зв'язаного з такими звичайними характеристиками транспортного потоку, як швидкість, щільність і інтенсивність руху, то рішення рівняння дозволить оцінити деякі властивості дороги – “здатність забезпечити рух”.

Кілька варіантів рівняння досліджувалися у фізиці. Для стрижня, у якому тепла енергія генерується з одного кінця з постійною інтенсивністю, а його бічна поверхня ізолювана, рівняння теплопередачі має вигляд:

$$a^2 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = C, \quad (2.36)$$

де  $C$  – деяка константа; одиниці виміру – одиниця температури поділена на квадрат одиниці довжини.

Як основу для оцінки геометричних характеристик доріг необхідно розглядати останнє рівняння.

Аналіз кінематики руху транспортних потоків ґрунтується на передбачуваному співвідношенні між їх інтенсивністю і щільністю та на диференціальному рівнянні в частинних похідних, що виражає закон збереження речовини у вигляді збереження транспортних засобів продовж ділянки дороги.

Поряд з іншими принципами, механіка рідин заснована на законі збереження маси матеріальних тіл. Цей закон виражається математично у вигляді рівняння, названого рівнянням збереження [1]. Виведення рівняння безперервності для транспортного потоку розкрито далі. Закон збереження числа транспортних засобів [1]: (число вхідних транспортних засобів) — (число вихідних транспортних засобів) = (змiна числа транспортних засобів).

Якщо розглядати транспортний потiк як консервативну систему [1], то змiна числа транспортних засобів на ділянці дороги в інтервалі часу повинна дорівнювати різниці між числом транспортних засобів, які входять на дану ділянку, і числом транспортних засобів, що залишають її. Закон збереження числа транспортних засобів виражається [1]:

$$k \cdot dx - \left( k - \frac{\partial k}{\partial t} dt \right) dx = q \cdot dt - \left( q + \frac{\partial q}{\partial x} dx \right) dt, \quad (2.37)$$

$$\frac{\text{авт.}}{m} \cdot m - \left( \frac{\text{авт.}}{m} - \frac{\text{авт.}}{m \cdot c} c \right) m = \frac{\text{авт.}}{c} \cdot c - \left( \frac{\text{авт.}}{c} + \frac{\text{авт.}}{c \cdot m} m \right) c,$$

де  $k$  - щільність транспортного потоку, авт./м;

$q$  - інтенсивність руху, авт./с;

$dx$  - прирощення координати шляху за час  $dt$ , м;

$dt$  - прирощення часу за шлях  $dx$ , с.

Рішення рівняння (2.37) забезпечує можливість запису загального рівняння нерозривності потоку [1]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\text{авт.}}{m \cdot c} + \frac{\text{авт.}}{c \cdot m} = 0.$$

Проведені багатьма авторами [3, 6, 7] дослідження рівняння нерозривності дозволили одержати спрощену емпіричну залежність для визначення максимальної щільності  $q_m$ , авт./км, потоку в його

передзаторовому стані [3]:

$$q_m = 81 + 1,25 \cdot p, \quad \frac{\text{авт.}}{\text{км}} = \frac{\text{авт.}}{\text{км}} + \frac{\text{авт.}}{\text{км} \cdot \%} \cdot \%, \quad (2.38)$$

де  $p$  - відсоток легкових транспортних засобів у потоці, %.

Інтенсивність руху транспортного потоку в передзаторовому стані може бути визначена за відомою формулою  $N_m$ , авт./год.:

$$N_m = q_m \cdot V_p, \quad \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} = \frac{\text{авт.}}{\text{км}} \cdot \frac{\text{км.}}{\text{год.}}, \quad (2.39)$$

де  $V_p$  - швидкість руху транспортних засобів у транспортному потоці в передзаторовому стані, км/год. [3].

Характер зміни швидкості руху в транспортному потоці в передзаторовому стані має визначену специфіку [3, 4, 6, 7], що показана на рисунку 2.12.

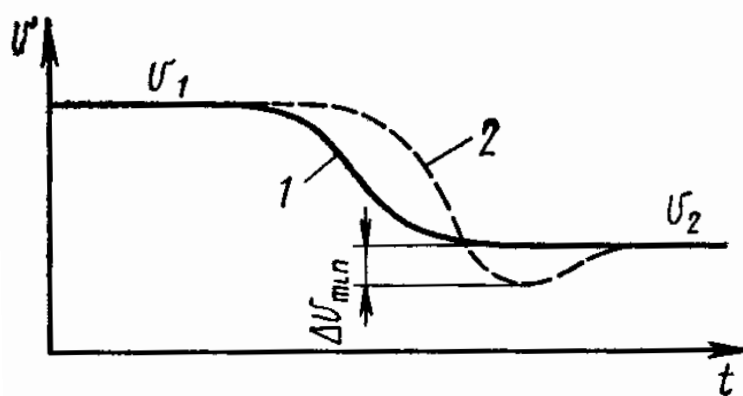


Рисунок 2.12 – Зниження швидкості транспортних засобів у пачці при заторі:

1 – крива зміни швидкості  $V_1$  автомобіля-лідера у часі  $t$ ;

2 - крива зміни швидкості  $V_2$  автомобіля, що рухається за автомобілем-лідером, з часом  $t$ .

Сутність специфіки полягає в зменшенні швидкості наступного автомобіля трохи більше чим попереднього на величину  $\Delta V_{\min}$ , км/год. [3]:

$$\Delta V_{\min} = 3,6 \cdot j \cdot (t_{pв} - t_o), \quad \frac{\text{км}}{\text{год.}} = 3,6 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (c - c), \quad (2.40)$$



де  $t_{рв}$  - середній час реакції водіїв у транспортному потоці, с ;

$t_0$  - середній час спрацьовування гальмової системи транспортних засобів у транспортному потоці, с ;

$j$  - уповільнення автомобіля лідера,  $\text{м/с}^2$ ; при сприйнятті водієм умов руху, що вимагають обмеження швидкості [8, 9]:

$$j = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2 \cdot 12,96 \cdot S_B}, \quad \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\left(\frac{\text{км}}{\text{год.}}\right)^2 - \left(\frac{\text{км}}{\text{год.}}\right)^2}{2 \cdot 12,96 \cdot \text{м}}, \quad (2.41)$$

$V_1$  - швидкість автомобіля до появи умов руху, що вимагають обмеження швидкості руху,  $\text{км/год.}$ ; визначається експериментально;

$V_2$  - швидкість автомобіля в умовах руху, що вимагають обмеження швидкості,  $\text{км/год.}$ ; визначається за схемою ДТП;

$S_B$  - відстань до ділянки дороги з важкими умовами руху, на якій водій автомобіля лідера починає зменшувати швидкість руху [8, 9], м.

Номер автомобіля в пачці за лідером, що зупиниться цілком і за ним сформується черга затору,  $n$  :

$$n = \frac{V_2}{\Delta V_{\min}} + 1, \quad \text{од.} = \frac{\text{км год.}}{\text{год. км}} + 1. \quad (2.42)$$

Відстань, на якій почне формуватися черга затору від місця з певними перешкодами для руху,  $L_3$ , м, можна визначити в такий спосіб [8, 9]:

$$L_3 = n \cdot (L + D) + S_B, \quad \text{м} = \text{од.} \cdot (\text{м} + \text{м}) + \text{м}, \quad (2.43)$$

де  $L$  - середня довжина автомобіля в транспортному потоці, м;

$D$  - середня дистанція між транспортними засобами в потоці передзаторового стану, м.

Інтенсивність прибуваючих транспортних засобів до місця затору поступово знижується, залежність даного процесу можна в короткий інтервал часу апроксимувати лінійною функцією,  $N$ , авт./год.:

$$N = N_{\max} - N_t \cdot 3600^2 \cdot t, \quad \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} = \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} - \frac{\text{авт.}}{\text{с}^2} \cdot 3600^2 \cdot \text{год.}, \quad (2.44)$$

де  $N_{\max}$  - максимальне значення інтенсивності, що викликала

виникнення затору, авт./год.; для виникнення затору повинна виконуватися умова  $N_{\max} \geq N_m$  (2.39), авт./год.;

$N_t$  - швидкість зміни інтенсивності в часі, авт./с<sup>2</sup>; на практиці приймається відповідно до натурних досліджень, шляхом проведення двох вимірів інтенсивності руху досліджуванним перетином дороги з інтервалом між вимірами, що дорівнює годині часу, різниця двох вимірних значень інтенсивностей руху відноситься до години часу, що дає значення  $N_t$ ;

$t$  - час спостереження за утворенням затору, год.

Швидкість поширення ударної хвилі в заторі  $V_B$ , км/год., можна визначити по емпіричній залежності [3] з урахуванням відсотка легковиків  $p$  у потоці:

$$V_B = 7,6 + 0,052 \cdot p, \quad \frac{\text{км}}{\text{год.}} = \frac{\text{км}}{\text{год.}} + \frac{\text{км}}{\text{год.}} \cdot \% \quad (2.45)$$

Інтенсивність зменшення черги транспортних засобів  $N_p$ , що зупинені авт./год., можна визначити по наступній емпіричній залежності [3]:

$$N_p = 626 + 5,17 \cdot p + 0,0065 \cdot p^2. \quad \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} = \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} + \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} \cdot \% + \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} \cdot \%^2 \quad (2.46)$$

Час  $t_m$  росту черги зупинених транспортних засобів у заторі до моменту коли інтенсивність прибуття транспортних засобів у чергу не стане менш інтенсивності роз'їзду, год. [3]:

$$t_m = \frac{N_{\max} - N_p}{N_t \cdot 3600^2}, \quad \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} = \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} \cdot \frac{\text{авт.}}{\text{год.}} \cdot \frac{1}{\frac{\text{авт.}}{\text{с}^2} \cdot 3600^2} \quad (2.47)$$

Максимальну кількість транспортних засобів у черзі  $n_{\text{оч}}$  можна визначити шляхом інтегрування залежності інтенсивності росту черги в часі, математично запис буде виглядати наступним чином [3]:

$$n_{\text{оч}} = \int_0^{t_m} (N_{\max} - N_p - N_t \cdot t) dt = t_m \cdot (N_{\max} - N_p) - \frac{N_t}{2} t_m^2, \\ n_{\text{оч}} = t_m \cdot (N_{\max} - N_p) - \frac{N_t \cdot 3600^2}{2} t_m^2 \quad (2.48)$$

Максимальна довжина черги  $L_{оч}$ , м:

$$L_{оч} = n_{оч} \cdot (L + D), \quad m = од. \cdot (m + m). \quad (2.49)$$

Час зменшення черги  $t_p$ , год., визначаємо з квадратного рівняння [3]:

$$3600^2 \cdot N_t \cdot t_p^2 + (N_t \cdot t_m + N_p - N_m) \cdot t_p - n_{оч} = 0. \quad (2.50)$$

Загальний час існування затору і нерухомої черги  $t_3$ , год., дорівнює:

$$t_3 = t_m + t_p, \quad год. = год. + год. \quad (2.51)$$

### Практичні завдання

Таблиця 2.8 – Вхідні дані для розрахунків

Параметри	Од. вим.	Остання цифра залікової книжки студента									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p$	%	30	40	50	60	70	70	60	50	40	30
$V_p$	$\frac{км}{год.}$	20	15	20	15	20	15	20	15	20	15
$V_1$	$\frac{км}{год.}$	60	50	60	50	60	50	60	50	60	50
$V_2$	$\frac{км}{год.}$	30	20	30	20	30	20	30	20	30	20
$S_B$	м	70	60	70	60	70	60	70	60	70	60
$t_{рв}$	с	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8
$t_о$	с	0,4	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5
$L$	м	8,0	7,5	7,0	6,5	6,0	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
$D$	м	4	3	4	3	4	3	4	3	4	3
$N_{max}$	$\frac{авт.}{год.}$	1900	1500	1800	1600	2000	1700	1800	1400	1900	1500
$N_t$	$\frac{авт.}{с^2}$	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005

## Задача.

Проаналізувати процес затороутворення на міській дорозі на підходах до знака обмеження швидкості (значення обмеження  $V_2$ ) в умовах максимальної інтенсивності  $N_{\max}$  прибуття транспортних засобів до зазначеної ділянки та дозволеної швидкості  $V_1$ . Швидкість зменшення з часом інтенсивності прибуття транспортних засобів до знака становить  $N_t$ . Склад транспортного потоку на досліджуваній ділянці такий, що відсоток легкових транспортних засобів складає  $p$ . Швидкість руху транспортного потоку у передзаторовому стані знаходиться у межах  $V_p$ , при цьому середня довжина транспортного засобу складає  $L$ , а дистанція між транспортними засобами -  $D$ . Відстань видимості дорожнього знаку дорівнює  $S_B$ . Середній час реакції водія дорівнює  $t_{pв}$ . Середній час відгальмовування транспортного засобу складає  $t_o$ .

Засобами детермінованого моделювання транспортного потоку визначити:

- максимальну щільність транспортного потоку у передзаторовому стані,  $q_m$ , формула (2.38);
- інтенсивність руху транспортного потоку у передзаторовому стані,  $N_m$ , формула (2.39);
- сповільнення автомобіля-лідера,  $j$ , формула (2.41);
- зменшення швидкості транспортних засобів щодо попереднього автомобіля,  $\Delta V_{\min}$ , формула (2.40);
- номер транспортного засобу у пачці за лідером, який зупиниться повністю,  $n$ , формула (2.42);
- відстань, на якій почне формуватися черга від міста встановлення дорожнього знаку,  $L_3$ , формула (2.43);
- швидкість розповсюдження ударної хвилі,  $V_B$ , формула (2.45);
- інтенсивність зменшення черги,  $N_p$ , формула (2.46);
- час зростання чисельності черги,  $t_m$ , формула (2.47);
- максимальну довжину черги,  $n_{оч}$ , формула (2.48);
- максимальну довжину черги,  $L_{оч}$ , формула (2.49);
- час роз'їзду черги у транспортному потоці,  $t_p$ , формула (2.50);
- загальний час існування затору,  $t_3$ , формула (2.51).

### 3 СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Д. Дрю. – М: Транспорт, 1972. – 424 с.
2. Кременец Ю.А. Технические средства организации дорожного движения / Ю.А. Кременец, М.П. Печерский, М.Б. Афанасьев. - М.: ИКЦ "Академкнига", 2005. – 255 с.
3. Сильянов В.В. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения. / В.В. Сильянов. - М.: Транспорт, 1977. – 303 с.
4. Сильянов В.В. Транспортно-эксплуатационные качества автомобильных дорог. / В.В. Сильянов. – М.: Транспорт, 1984. – 287 с.
5. Клинковштейн Г.И. Организация дорожного движения. / Г.И. Клинковштейн, М.Б. Афанасьев. – М: Транспорт, 1997. – 231 с.
6. Карась Ю.В. Транспортные потоки и безопасность движения на автомобильных дорогах. / Ю.В. Карась. - Казань: КХТИ, 1987. – 80 с.
7. Романов А.Г. Дорожное движение в городах: закономерности и тенденции. / А.Г. Романов. – М: Транспорт, 1984. – 80 с.
8. Волошин Г.Я. Анализ дорожно-транспортных происшествий. / Г.Я. Волошин. – М.: Транспорт, 1987. – 239 с.
9. Коноплянко В.И. Информативность транспортных средств. / В.И. Коноплянко. – М.: Машиностроение, 1984. – 97 с.
10. Васильев А.П. Управление движением на автомобильных дорогах. / А.П. Васильев, М.И. Фримштейн. – М.: Транспорт, 1979. – 295 с.
11. ДСТУ 2935-94 Безпека дорожнього руху. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994. – 16 с.
12. Горкавий В.К. Математична статистика: Навчальний посібник / Горкавий В.К., Ярова В.В. - К.: ВД "Професіонал", 2004. – 384 с.

**Дудніков Олександр Миколайович  
Куниця Анатолій Васильович  
Дуднікова Наталя Миколаївна**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ  
„МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ”  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ТА ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ  
СПЕЦІАЛЬНОСТІ 6.070101  
“ОРГАНІЗАЦІЯ І РЕГУЛЮВАННЯ ДОРОЖНЬОГО РУХУ”**

Підписано до друку 2013 р. Гарнітура Times New Roman.  
Умовн. друк. арк. \_\_. Зам. № \_\_

---

Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут  
84646 м. Горлівка, вул. Кірова, 51  
E-mail: druknf@rambler.ru

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників  
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007р.

УДК 656.13.08

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни „Математичні моделі транспортних потоків” для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 6.070101 “організація і регулювання дорожнього руху” / Укладачі: О.М. Дудніков, А.В. Куниця, Н.М. Дуднікова. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2000. – Назва з титул. екрану.

Наведені методичні вказівки до вивчення дисципліни, наведена робоча програма дисципліни, вказані вимоги до виконання й оформлення практичних робіт.

Укладачі:

Дудніков О.М., к.т.н., доц.  
Куниця А.В., д.т.н., проф.  
Дуднікова Н.М., к.т.н, доц.

Відповідальний за випуск:

Куниця А.В., д.т.н., проф.

Рецензент:

© Державний вищий навчальний заклад  
„Донецький національний технічний університет”  
Автомобільно-дорожній інститут, 2013