М.Я. ПОСТАН, ***д.э.н., проф.***
Одесский национальный морской университет

МЕТОД ОЦЕНКИ РИСКОВ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ ПРЕДПРИЯТИЕМ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОГО СПРОСА

В статье приводится постановка и решение задачи управления риском на примере классической задачи оптимального планирования производства промышленным предприятием при случайном колебании спроса на готовую продукцию (в статической постановке). Спрос на любой вид готовой продукции считается случайной величиной с заданной плотностью распределения. Основная задача заключается в нахождении правил, позволяющих установить целесообразность страхования рисков предприятия, связанных со случайным колебанием спроса на выпускаемую им продукцию.

Ключевые слова: *промышленное предприятие, оптимизация плана выпуска продукции, случайный спрос, риски перепроизводства и рыночных потерь, страхование рисков, критерий целесообразности страхования.*

При организации и планировании производства в рыночных условиях, как известно, необходимо учитывать различные виды рисков. В настоящее время в теории управления риском [2, 4, 5, 9, 10, 12] разработано множество приемов и методов снижения рисков, которые можно использовать для принятия решений в условиях неопределенности. В основном они связаны со страхованием разных видов рисков в производственной и финансовой сферах. В то же время следует отметить, что пока еще методы и модели теории риска слабо учитываются в логистической и маркетинговой деятельности производственных предприятий, а также при разработке ими конкурентной стратегии. Отчасти это связано с тем, что развитие классических методов управления риском длительное время стимулировалось потребностями главным образом страховых компаний, которые принимают на себя риски страхователей и строят свою политику исходя из очень малой вероятности собственного разорения. Однако руководство предприятия (страхователя), прежде всего, интересуют риски собственного разорения или банкротства (под разорением здесь, согласно терминологии риска, понимается факт достижения или превышения текущей прибылью предприятия некоторого критического значения), а не финансовое состояние страховщика. Такая постановка задачи управления финансовыми рисками является нетипичной для существующей теории риска (разорения), хотя и отражает производственные реалии.

Отметим, что одним из первых исследователей, который впервые обратил внимание на проблему страхования рисков разорения производственных предприятий, был Эрроу, который использовал для этой цели сочетание методов актуарной математики и эконометрики [10]. Однако этот подход не обладает достаточной гибкостью для того, чтобы ставить и решать задачи оптимизации производственных планов предприятия с учетом разных факторов неопределенности и видов риска, а также в условиях использования принципов логистики.

В книге [4] представлены разные подходы к количественной и качественной оценке экономических рисков, управления портфелем ценных бумаг. Там же приведены методики проведения комплексного анализа финансового состояния, диагностики банкротства предприятий на основе аппарата нечеткого логического вывода. В [5] приведены разнообразные методы и модели управления экономическими рисками, такие как оптимизация риска при оценке ценных бумаг и принятии решений по финансовым и реальным инвестициям, моделирование экономического риска на основе теории игр, динамического и стохастического программирования и др. Подход к управлению финансовым риском, связанным с функционированием многоканальной системы массового обслуживания, который основан на методах классической теории риска, был предложен в работе [7].

Вместе с тем существующие подходы к управлению экономическими рисками недостаточно учитывают одновременно особенности производственного процесса предприятий, поведения рынка и конкурентов. Иными словами, речь идет о необходимости синтеза теории производства, финансовой теории, теории риска и исследования операций для более полного учета основных факторов, формирующих и снижающих экономические риски.

Целью работы является демонстрация возможности постановки и решения вышеуказанного типа задач управления риском на примере классической задачи оптимального планирования производства при случайном колебании спроса на готовую продукцию (в статической постановке). Основная задача исследования состоит в нахождении решающего правила, позволяющего установить целесообразность страхования рисков предприятия, связанных со случайным колебанием спроса на выпускаемую им продукцию.

Рассмотрим промышленное предприятие, которое производит продукцию K наименований. Для выпуска продукции используется R видов сырья, полуфабрикатов и др. производственных ресурсов, причем на производство единицы продукции k-го вида необходимо затратить сырья r-го вида в количестве a_{kr}, а ресурс r-го вида имеется в количестве b_r. Продажная цена единицы продукции k-го вида равна p_k. Считаем, что значения b_r , $r = 1,2,\ldots,R$, рассчитаны на ожидаемый (средний) объем спроса или реализации продукции по ценам p_k , $k = 1,2,\ldots, K$, на рассматриваемом горизонте планирования. Однако в процессе выпуска готовой продукции спрос может измениться, вообще говоря, случайным образом. Это изменение спроса является источником риска неполучения ожидаемой прибыли для предприятия, причем риск здесь имеет двоякий характер и связан:

а) со снижением спроса и дополнительными издержками на хранение готовой продукции на складе предприятия;

б) с увеличением спроса и упущенной выгодой предприятия вследствие невозможности удовлетворить спрос.

Будем считать, что величина спроса на k-й вид продукции является случайной величиной $d_k(\omega)$, где ω означает элементарное событие из множества возможных значений этой случайной величины. Кроме того, случайные величины $d_k(\omega), k = 1,2,\ldots,K,$ предполагаются взаимно независимыми с известными (полученными, например, в результате маркетинговых исследований) плотностями распределения $\varphi_k(d), k = 1,2,\ldots,K.$ Обозначим через x_k планируемое к выпуску количество продукции k-го вида до реализации случайного спроса на нее $d_k(\omega)$. Считаем, что $(x_1, x_2,\ldots, x_K) \in \Gamma,$ где $\Gamma -$выпуклый многогранник, определяемый следующими условиями:

$$\sum_{k=1}^{K} a_{kr} x_k \le b_r, r = 1,2,\ldots,R; x_k \ge 0, k = 1,2,\ldots,K. \quad (1)$$

После реализации случайной величины $d_k(\omega)$ могут возникнуть два исхода:

$$x_k < d_k(\omega),$$

т.е. спрос не будет удовлетворен, или

$$x_k > d_k(\omega),$$

т.е. возникнет необходимость в хранении избыточной продукции на складе предприятия. Эти риски предприятие может страховать или не страховать. Выражения

$$p_k \max(0, -x_k + d_k(\omega)) \text{ и}$$
$$s_k^{xp} \max(0, x_k - d_k(\omega)),$$

где s_k^{xp} – издержки по хранению единицы продукции k-го вида на складе, имеют смысл, соответственно, рыночных потерь предприятия из-за превышения спроса количества выпущенной продукции *k*-го вида и дополнительных потерь предприятия в связи с необходимостью хранения излишка нереализованной продукции *k*-го вида.

Будем считать, что, согласно договору о страховании, страховщик полностью компенсирует убытки предприятия, могущие возникнуть в результате колебания спроса по всем видам продукции. Иными словами, выражения

$$p_k \max(0, -x_k + d_k(\omega)) \text{ и}$$
$$s_k^{xp} \max(0, x_k - d_k(\omega)),$$

принимаются в качестве вероятных размеров страхового возмещения по продукции *k*-го вида.

Пусть $c_k^+ (c_k^-)$ – размер страховых выплат предприятием страховой компании за единицу дефицитной (нереализованной) продукции *k*-го вида (предполагается, что эти выплаты производятся за счет прошлых доходов предприятия). Тогда, если предприятие не страхует свои риски, его возможная суммарная прибыль при плане выпуска $(x_1, x_2, ..., x_K) \in \Gamma$ составит:

$$\Pi_{нстр} = \sum_{k=1}^{K} [p_k \min(x_k, d_k(\omega)) - s_k x_k - (p_k - c_k^+) \max(0, -x_k + d_k(\omega)) - (s_k^{xp} - c_k^-) \max(0, x_k - d_k(\omega))], \quad (2)$$

где s_k – расходы на производство единицы продукции *k*-го вида (считаем, что $c_k^+ < p_k, c_k^- < s_k^{xp}, k = 1,2,...,K$).

Отметим, что выражения $c_k^+ \max(0, -x_k + d_k(\omega))$ и $c_k^- \max(0, x_k - d_k(\omega))$ есть величины экономии предприятия на страховании указанных рисков для продукции *k*-го вида.

Запишем теперь выражение для случайной прибыли при условии, что указанные риски страхуются. В этом случае возможная прибыль предприятия для плана выпуска $(x_1, x_2, ..., x_K) \in \Gamma$ составит:

$$\Pi_{стр} = \sum_{k=1}^{K} [p_k \min(x_k, d_k(\omega)) - s_k x_k + (p_k - c_k^+) \max(0, -x_k + d_k(\omega)) + (s_k^{xp} - c_k^-) \max(0, x_k - d_k(\omega))]. \quad (3)$$

Выражения (2), (3) являются случайными величинами, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Еще на стадии планирования производственного процесса руководство предприятия может рассмотреть вопрос о страховании рисков, связанных с возможным отклонением планируемого объема выпуска продукции от фактического спроса. Для обоснования целесообразности страхования этих рисков можно рассмотреть математические ожидания прибыли в случае их страхования (т.е. с учетом расходов на страхование) $\mathbf{M}\Pi_{стр}$ и в случае отказа от страхования (т.е. экономии на страховании) $\mathbf{M}\Pi_{нстр}$ как две целевые функции и решить две соответствующие задачи одноэтапной стохастической оптимизации (на максимум этих функций) при условиях (1). Выражения для указанных целевых функций имеют следующий вид (см. (2), (3)):

$$\mathbf{M}\Pi_{нстр} = \sum_{k=1}^{K} \{p_k \int_0^\infty \min(y, x_k) \varphi_k(y) dy - s_k x_k - (p_k - c_k^+) \int_{x_k}^{\infty} (y - x_k) \varphi_k(y) dy - (s_k^{xp} - c_k^-) \int_0^{k} (x_k - y) \varphi_k(y) dy\}, \quad (4)$$

$$\mathbf{M}\Pi_{стр} = \sum_{k=1}^{K} \{p_k \int_0^{\infty} \min(y, x_k)\varphi_k(y)dy - s_k x_k +$$

$$+(p_k - c_k^+) \int_{x_k}^{\infty} (y - x_k)\varphi_k(y)dy +$$

$$+(s_k^{xp} - c_k^-) \int_0^{x_k} (x_k - y)\varphi_k(y)dy\}, \quad (5)$$

Решение принимается в пользу страхования, если после решения обеих задач оптимизации окажется, что имеет место неравенство:

$$\max \mathbf{M}\Pi_{стр} > \max \mathbf{M}\Pi_{нстр}. \quad (6)$$

Очевидно, оптимальные планы обеих задач оптимизации, вообще говоря, не совпадают между собой.

Отметим, что целевые функции (4), (5) являются выпуклыми функциями переменных $x_k, k = 1,2,..., K$. Чтобы убедиться в этом, достаточно вычислить вторые частные производные $\mathbf{M}\Pi_{нстр}$ и $\mathbf{M}\Pi_{стр} + \mathbf{M}\Pi_{нстр}$ по x_k:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}\mathbf{M}\Pi_{нстр} = -(2p_k + s_k^{xp} - c_k^+ - c_k^-)\varphi_k(x_k) < 0,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}(\mathbf{M}\Pi_{стр} + \mathbf{M}\Pi_{нстр}) = -p_k\varphi_k(x_k) < 0.$$

Решающее правило типа (6) является простейшим. Более сложные решающие правила основаны на вычислении дисперсий случайных величин и коэффициентов вариаций. Нетрудно убедиться, что для фиксированного плана $\vec{x} \equiv (x_1,..., x_K) \in \Gamma$ дисперсии случайных величин $\Pi_{стр}$ и $\Pi_{нстр}$ совпадают. Действительно, учитывая взаимную независимость случайных величин $d_k(\omega), k = 1,2,..., K$, а также известные свойства дисперсии, из (2) и (3) находим:

$$\mathbf{D}\Pi_{нстр}(\vec{x}) = \mathbf{D}\Pi_{стр}(\vec{x}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{K}[p_k^2 \mathbf{D}\min(x_k, d_k(\omega)) + (p_k - c_k^+)^2$$

$$\mathbf{D}\max(0, -x_k + d_k(\omega)) +$$

$$+(s_k^{xp} - c_k^-)^2 \mathbf{D}\max(0, x_k - d_k(\omega))].$$

В последнем выражении

$$\mathbf{D}\min(x_k, d_k(\omega)) = \int_0^{\infty}[\min(y, x_k)]^2 \varphi_k(y)dy -$$

$$-[\int_0^{\infty}\min(y, x_k)\varphi_k(y)dy]^2,$$

$$\mathbf{D}\max(0, -x_k + d_k(\omega)) = \mathbf{D}\max(x_k, d_k(\omega)) =$$

$$= \int_0^{\infty}[\max(y, x_k)]^2\varphi_k(y)dy -$$

$$-[\int_0^{\infty}\max(y, x_k)\varphi_k(y)dy]^2,$$

$$\mathbf{D}\max(0, x_k - d_k(\omega)) = \mathbf{D}\min(0, d_k(\omega) - x_k) =$$

$$= \mathbf{D}\min(x_k, d_k(\omega)).$$

Значения коэффициентов вариации случайных величин $\Pi_{нстр}$ и $\Pi_{стр}$ считаются основными показателями при принятии рисковых решений в риск-менеджменте. Эти коэффициенты количественно оценивают степень колеблемости финансового результата около его среднего значения. В нашем случае соответствующее решающее правило выглядит следующим образом:

$$\frac{\sqrt{\mathbf{D}\Pi_{стр}(\vec{x}_{стр})}}{\max \mathbf{M}\Pi_{стр}} < \frac{\sqrt{\mathbf{D}\Pi_{нстр}(\vec{x}_{нстр})}}{\max \mathbf{M}\Pi_{нстр}}, \quad (7)$$

где $\vec{x}_{стр}$ и $\vec{x}_{нстр}$ – планы выпуска продукции, обеспечивающие максимальные значения $\mathbf{МП}_{стр}$ и $\mathbf{МП}_{нстр}$ соответственно.

При выполнении условия (7) предпочтение нередко отдается решению, связанному со страхованием даже при невыполнении условия (6) [5].

Полученные выше результаты по оценке риска в процессе определения оптимальных планов выпуска продукции в силу их простоты могут быть использованы в практической деятельности предприятия. Наиболее неопределенной величиной здесь является спрос на готовую продукцию, который предполагается случайной величиной с заданными законами распределения. Это допущение не всегда выполняется на практике: чаще приходится оперировать весьма грубыми прогнозными оценками спроса. В таких случаях часто прибегают к другим методам, например, основанным на использовании теории нечетких множеств (см., например, [4]).

Результаты данной работы показывают возможность дальнейших обобщений, например, постановку и решение следующих задач:

1) совместной оптимизации планов производства и доставки готовой продукции в статической постановке на основе использования многоиндексных задач производственно-транспортного типа [1, 3, 8];

2) оптимизации в динамической постановке, например, на основе известной модели Вагнера-Уайтина оптимального управления запасами [6, 11] с учетом совместного планирования пополнения запасов сырья, выпуска готовой продукции и работы транспортных предприятий [3].

Оба указанных направления возможных исследований связаны с логистическими приложениями и управлением маркетинговыми и логистическим рисками.

Литература

1. Гольштейн Е.Г. Задачи линейного программирования транспортного типа / Е.Г. Гольштейн, Д.Б. Юдин. – М.: Наука, 1969. – 382 с.

2. Королев В.Ю. Математические основы теории риска / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. – М.: Физматгиз, 2007. – 544 с.

3. Малиновский Д.А. Модель оптимального планирования производства и доставки продукции предприятия по распределительным каналам / Д.А. Малиновский, М.Я. Постан // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: Зб. наук. праць. – Одеса: ОНМУ, 2009. – Вип.15. – С. 19-28.

4. Матвійчук А.В. Аналіз і управління економічним ризиком / А.В. Матвійчук. – К.: Центр учбової літератури, 2005. – 220 с.

5. Останкова Л.А. Аналіз моделювання та управління економічними ризиками / Л.А. Останкова, Н.Ю. Шевченко. – К.: Центр учбової літератури, 2011. – 256 с.

6. Постан М.Я. Динамическая модель оптимального управления запасами товаров и их доставкой в деятельности логистической фирмы / М.Я. Постан // Логистика: проблемы и решения. – 2009. – №2. – С. 54-58.

7. Постан М.Я. Метод оценки финансовых рисков, связанных с работой систем массового обслуживания / М.Я. Постан, С.А. Медведева // Економічна кібернетика. – 2009. – №1-2 (49-50). – С. 60-67.

8. Постан М.Я. Экономико-математические модели смешанных перевозок / М.Я. Постан. – Одесса: Астропринт, 2006. – 376 с.

9. Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании / Г.И. Фалин. – М.: Российский юридический издательский дом, 1994. – 130 с.

10. Arrow K.J. Essays in the Theory of Risk Bearing / K.J. Arrow. – Amsterdam: North-Holland, 1970.

11. Brandimarte P. Introduction to distribution logistics / P. Brandimarte, G. Zotteri. – NY: J. Wiley & Sons, Inc., 2007. – 581 p.

12. Grandell J. Aspects of Risk Theory / J. Grandell. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1992. – 175 p.

Статья поступила в редакцию 12.04.2013