

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ”
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ ІНСТИТУТ

Факультет “Економіка і управління ”
Кафедра “Прикладна математика та інформатика ”

“ЗАТВЕРДЖУЮ ”:

Декан факультету

_____ Л.П. Вовк

“ _____ ” _____ 2009 р.

“РЕКОМЕНДОВАНО ”:

Навчально-методичною
комісією факультету.

Протокол засідання № _____

від “ _____ ” _____ 2009 р.

Голова комісії

к.і.н., доц. _____ М.А. Шипович

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

з дисципліни циклу “За вибором навчального закладу”

”Лінійна алгебра“

галузь знань “Економіка та підприємництво”

напрямок підготовки 0305 ”Економіка та підприємництво“

спеціальність 6.030502 “Економічна кібернетика”

Курс 1 Семестр 1

Рекомендовано кафедрою “Прикладна математика та інформатика”,
протокол №10 від 30.01. 2009 р.

Зав.кафедрою

к.ф.-м.н., доц.

В. Г. Хребет

Програму склав

к.ф.-м.н., доц.

“ _____ ” _____ 2009р.

В. Г. Хребет

Лист перезатвердження робочої програми з дисципліни “Лінійна алгебра”

Внесено зміни до програми
_____ 201__ р.
“__” _____

Рекомендовано кафедрою «Прикладна математика та інформатика», протокол засідання №__ “__” _____ 201__ р.,

Зав. Кафедрою _____

Затверджено навчально-методичною комісією спеціальності «Економічна кібернетика», протокол засідання №__ від “__” _____ 201__ р.,

Голова комісії _____

Затверджено навчально-методичною комісією факультету «Економіка і управління», протокол засідання №__ від “__” _____ 201__ р.,

Голова комісії _____

Внесено зміни до програми
_____ 201__ р.
“__” _____

Рекомендовано кафедрою «Прикладна математика та інформатика», протокол засідання №__ “__” _____ 201__ р.,

Зав. Кафедрою _____

Затверджена навчально-методичною комісією спеціальності «Економічна кібернетика», протокол засідання №__ від “__” _____ 201__ р.,

Голова комісії _____

Затверджено навчально-методичною комісією факультету «Економіка і управління», протокол засідання №__ від “__” _____ 201__ р.,

Голова комісії _____

Внесено зміни до програми
_____ 201__ р.
“__” _____

Рекомендовано кафедрою «Прикладна математика та інформатика», протокол засідання №__ “__” _____ 201__ р.,

Зав. Кафедрою _____

Затверджено навчально-методичною комісією спеціальності «Економічна кібернетика», протокол засідання №__ від “__” _____ 2001__ р.,

Голова комісії _____

Затверджено навчально-методичною комісією факультету «Економіка і управління», протокол засідання №__ від “__” _____ 201__ р.,

Голова комісії _____

1. ОРГАНІЗАЦІЙНО-МЕТОДИЧНИЙ РОЗДІЛ

1.1. Загальні положення

Робоча програма складена згідно з типовою програмою дисципліни “Лінійна алгебра” спеціальності 6.030502 “Економічна кібернетика”, відповідає стандартам Міністерства освіти і науки України (2002 р.) підготовки спеціалістів за фахом “Економічна кібернетика”, вимог наказу Міністерства освіти України № 161 від 02.06.1993 р. і навчальному плану спеціальності 6.030502 “Економічна кібернетика”.

“Лінійна алгебра” є однією з професійно орієнтованих дисциплін, з якої починається фундаментальна підготовка спеціалістів за фаховим спрямуванням з економічної кібернетики.

Природничо-наукові, технічні та економічні дослідження сьогодні, як ніколи раніше, залежать від багатьох параметрів, що їх характеризують, а завдяки сучасним комп’ютерним технологіям аналітичні та евристичні можливості математичного моделювання стають практично безмежними. Проте побудова коректних актуальних моделей зокрема великої розмірності, їх логічне обґрунтування, можливе лише на основі фундаментальних математичних знань з прикладною спрямованістю до яких й належить “Лінійна алгебра”. Методи лінійної алгебри відіграють надзвичайно важливу роль у різноманітних наукових дослідженнях, займають чільне місце у вузівській освіті інженерів та економістів, а її матрично-векторний апарат є необхідним при математичному моделюванні. Саме тому, до навчальних планів з підготовки бакалаврів спеціальності 6.030502, “Економічна кібернетика” включено дисципліну “Лінійна алгебра”.

Дисципліна складається з наступних розділів:

- 1) комплексні числа;
- 2) матриці;
- 3) визначники;
- 4) системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- 5) векторна алгебра;
- 6) аналітична геометрія;
- 7) власні числа;
- 8) квадратичні форми.

1.2. Мета викладання дисципліни

Ознайомлення студентів з однією з основ математичного апарату необхідного для розв’язування теоретичних та практичних задач економіки, прищеплення вміння самостійно студіювати навчальну і наукову літературу з лінійної алгебри та її прикладних питань, надання потрібної підготовки і знань для вивчення інших дисциплін математичного циклу, таких, наприклад, як “Математичний аналіз”, “Математичне програмування”, “Економетрія” та ін.

1.3. Задачі вивчення дисципліни і основні вимоги до рівня засвоєння змісту дисципліни

Основними завданнями, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни, є формування у студентів відповідних знань та умінь:

- 1) засвоєння основних понять теорії матриць і визначників;
- 2) засвоєння методів розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь ;
- 3) здобуття практичних навичок використання основних понять векторної алгебри та аналітичної геометрії;
- 4) використовувати математичні методи приведення ліній та поверхонь 2-го порядку до канонічної форми.

В результаті вивчення дисципліни студенти повинні знати:

- 1) основні поняття теорії матриць та визначників;
- 2) основні поняття векторної алгебри;
- 3) основні поняття аналітичної геометрії;
- 4) методи дослідження та розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- 5) основні поняття теорії квадратичних форм;
- 6) основні поняття та властивості лінійних просторів та їхніх

перетворень.

- мати навички:

- 1) математичного дослідження прикладних задач, зокрема побудови економіко-математичних моделей;
- 2) застосування матрично-векторного апарату до розв'язання практичних задач;
- 3) Побудови лінії та поверхні першого і другого порядків , перетворювати їх рівняння до канонічної форми.

1.4. Перелік дисциплін , необхідних для вивчення даної дисципліни

Курс “Лінійна алгебра” є початковим у підготовці бакалаврів спеціальності 6.030502 “Економічна кібернетика “ базою якого є елементарна математика .

1.5. Місце дисципліни в професійній підготовці спеціаліста

“Лінійна алгебра” відноситься до циклу „Дисципліни за вибором навчального закладу” і є необхідною для засвоєння таких дисциплін, як “Вища математика ”, “Економетрія ”, “Дослідження операцій”, “Математичне програмування ”, “Теорія випадкових процесів”, “Інформатика та комп'ютерна техніка”; виконання завдань з комп'ютерної практики.

2. РОЗКЛАД НАВЧАЛЬНИХ ГОДИН

Розподіл навчальних годин дисципліни за основними видами навчальних занять наведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Розклад навчальних годин дисципліни «Лінійна алгебра»

Види навчальних занять	Всього		Семестр
	годин	кредитів ECTS	1
Загальний обсяг дисципліни - теоретична частина	126	3,5	126
1. Аудиторні заняття	68		68
з них:			
1.1. Лекції	34		34
1.2. Практичні заняття.	34		34
2. Самостійна робота	26		26
з них:			
2.1. Опрацювання лекційного матеріалу	17		17
2.2. Підготовка до практичних занять	4		4
2.3. Підготовка до складання модульного контролю	5		5
3. Контрольні заходи	іспит 32		іспит 32

3. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

3.1. Лекційні заняття

Мета проведення лекцій - надати студентам теоретичний матеріал , забезпечити засвоєння необхідного об'єму знань , навчити активно приймати участь в обговоренні проблемних ситуацій, правильно сприймати інформацію і використовувати її у практичних дослідженнях.

Тема і зміст лекцій дисципліни наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Теми і зміст лекцій

Номер Теми	Назва теми та її зміст	Обсяг лекцій, ак. годин	Обсяг самостійної роботи, ак. годин
1	2	3	4
1	Модуль 1. <u>Основні поняття.</u> Предмет та зміст курсу Зв'язок з іншими дисциплінами. Зміст, предмет і завдання дисципліни. Лінійна «алгебра як апарат моделювання». <u>Комплексні числа.</u> Необхідність введення комплексних чисел. Системи комплексних-чисел: означення та властивості дій над комплексними числами, дійсна та уявна частини комплексного числа, алгебраїчна форма комплексних чисел: ділення комплексних чисел, модуль комплексного числа . тригонометрична форма, аргумент комплексного числа, дії над комплексними числами. Формула Муавра; здобування кореня n-ого степеню.	2	1
2	<u>Елементи теорії матриць.</u> Основні означення, види матриць , дії над ними та основні властивості. Скалярні характеристики матриць. Блочні матриці та дії з блочними матрицями	2	1

Продовження табл. 3.1

1	2	3	4
3	<u>Елементи теорії визначників..</u> Мінори та алгебраїчні доповнення. Теорема Лапласа. . Визначення детермінанту. Властивості детермінантів Елементарні перетворення. Обчислення детермінантів. Мінори довільного порядку. Формула повного розкладення детермінанта за елементами матриці.	2	1
4	<u>Загальна теорія систем лінійних рівнянь</u> Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. (Спеціальний випадок). Постановка задачі Основи означення. Правило Крамера для розв'язування систем лінійних рівнянь, метод оберненої матриці, методи Гаусса та Жордана. Теорема Кронекера - Капеллі. Загальний та частинний розв'язки. Розв'язування однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.	4	2
5	<u>Елементи векторної алгебри.</u> Поняття векторів та дії над ними. Лінійні операції над векторами. Лінійна залежність та добуток двох векторів. Економічні приклади. Орієнтація трійки векторів. Мішаний добуток трійки векторів. Вираз скалярного, векторного та мішаного добутоків через компоненти співмножників. Поділ відрізка в даному відношенні. Умови колінеарності та компланарності векторів.	6	3
	<i>Всього лекційних занять модулю 1</i>	16	8
6	Модуль 2. <u>Елементи аналітичної геометрії.</u> Поняття рівняння лінії в R^2 . Різні форми рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Розв'язування прикладів. Загальне рівняння лінії другого порядку. Коло, еліпс, гіпербола та її асимптоти, парабола, їхні канонічні рівняння. . Поняття рівняння поверхні та лінії у три вимірному просторі. Рівняння площини, яка проходить через точку перпендикулярно вектору, загальне рівняння площини та його дослідження; взаємне розміщення двох прямих, двох площин, прямої і площини. Різні форми рівняння прямої у просторі. Поняття про поверхні другого порядку, їхні канонічні рівняння..	8	4

Продовження табл. 3.1

1	2	3	4
7	<u>Лінійні простори</u> . Означення лінійного простору та підпростору. Розмірність та базис лінійного простору. Матриця переходу від одного базису до іншого..	2	1
8	<u>Лінійні перетворення</u> . Означення лінійного перетворення. Добуток та сума лінійних перетворень, перетворення, обернене даному лінійному перетворенню. Харак-теристичне рівняння лінійного перетворення. Проблема власних чисел; власні вектори та власні числа лінійного перетворення , їх знаходження. Ортогональні перетворення та їх побудова	4	2
9	<u>Квадратичні форми</u> . Означення квадратичної форми, її матриця . Перетворення квадратичної форми при лінійному однорідному перетворенні змінних. Приведення квадратичної форми до канонічного виду.	4	2
	<i>Всього лекційних занять з модулю 2</i>	18	9
	<i>Разом</i>	34	17

3.2. Практичні заняття

Мета проведення практичних занять - закріпити теоретичні знання , одержані у лекційному курсі, розвинення інтуїції щодо вибору раціональних методів розв'язування задач.

Таблиця 3.2 – Теми і зміст практичних занять

№ з/п	Назва теми та зміст практичних занять	Обсяг практичних занять, ак. годин	Обсяг самостійної роботи, ак. годин
1	2	3	4
1	Модуль 1. Дії над комплексними числами, добування кореня з комплексного числа, різні форми комплексних чисел. Формула Муавра.	2	1
2	Дії над матрицями. Ідемпотентність, ортогональність матриць, множення матриць, елементарні перетворення та дії з блочними матрицями	2	1

3	Дії з визначниками , різні методи їх обчислення Обчислення визначників п-го порядку . Мінори і алгебраїчні доповнення. Знаходження оберненої матриці. Ранг матриці і його обчислення	3	1
4	Дослідження на сумісність та розв'язання систем лінійних рівнянь	5	1
5	Лінійні операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Обчислення скалярного та векторного добутків двох векторів. Змішаний добуток та дослідження на компланарність та ортогональність векторів. Площина паралелограма. Об'єм орієнтованого паралелепіпеда.	4	
	<i>Всього практичних занять з модуля 1</i>	<i>16</i>	<i>4</i>
6	Модуль 2. Лінії першого порядку. Розв'язання задач на пряму лінію, різні форми прямої на площині	2	1
7	Поверхні та лінії першого порядку у просторі.	4	1
8	Лінії та поверхні другого порядку.	6	1
9	Лінійні оператори, власні вектори , квадратичні форми	3	1
10	Приведення квадратичної форми до канонічного виду. Спрощення рівнянь фігур другого порядку на площині та у просторі.	3	1
	<i>Всього практичних занять з модуля 2</i>	<i>18</i>	<i>5</i>
	<i>Разом</i>	<i>34</i>	<i>9</i>

3.3. Самостійна робота студентів

Самостійна робота студента є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять.

Мета самостійної роботи – засвоєння студентом навчального матеріалу, що надається на лекціях та в рекомендованій навчально-методичній літературі, а також студіювання наукової та учбової літератури.

В наслідку самостійної роботи студенти повинні вміти:

- користуватись навчально-методичною, науковою та періодичною літературою;
- вибирати оптимальні методи розв'язання задач, інтерпретувати та оцінювати одержані результати.

Самостійна робота студентів денної форми навчання складається з самостійної проробки лекційного матеріалу при підготовці до практичних і лекційних занять, ознайомлення з учбовою та фаховою літературою, виконання індивідуальних завдань. Самостійна робота студентів заочної форми навчання, крім цього, складається з виконанням контрольної роботи. Обсяг самостійної роботи наведено в табл.2.1, 3.1, 3.2.

4. ЗАСОБИ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

4.1. Види контролю

Основні контрольні заходи:

- вхідний (нульовий) контроль;
- поточний контроль:
 - 1) модульний контроль 1;
 - 2) модульний контроль 2;
- підсумковий (семестровий) контроль-іспит;
- контроль знань з вивченої дисципліни.

Поточний контроль здійснюється на лекційних заняттях у вигляді контрольного опитування і на практичних заняттях шляхом перевірки засвоєння теоретичного матеріалу підготовленості студентів до конкретної практичної роботи та захисту робіт.

Модульно-рейтинговий контроль здійснюється для студентів денної форми навчання у вигляді письмового опитування у два етапи: перший – на восьмому тижні навчання; другий – на шістнадцятому тижні навчання.

Підсумковий контроль здійснюється у вигляді семестрового іспиту.

Семестровий іспит передбачає контроль засвоєння студентами теоретичного та практичного матеріалу за семестр.

Студент допускається до семестрового контролю після одержання позитивного результату з контрольного опитування та виконання усіх практичних робіт.

4.2 Перелік типових завдань до вхідного контролю

1. Розв'язати рівняння:

- 1) $2 + |x| = 0$
- 2) $2|x| - |x| = 0$
- 3) $x^3 - 5x^2 + 8x + 14 = 0$

2. Побудувати графіки функцій:

- 1) $y = x^2 - 4x + 1$
- 2) $y = x^2 - 4|x| + 1$
- 3) $y = |x + 3|$
- 4) $y = \frac{x-1}{x+2}$

3. Розв'язати нерівність:

- 1) $x^2 + 6x + 10 > 0$
- 2) $(x-1)^3(x-2)^2(x-3)(x^2 - 2x + 2) < 0$.

4. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11, \\ 3x + 5y = -2. \end{cases}$$

4.3. Питання поточного контролю

4.3.1. Перелік питань до I-го модульно-рейтингового контролю знань студентів

1. Комплексні числа, означення.
2. Дії з комплексними числами.
3. Алгебраїчна форма комплексних чисел.
4. Геометрична форма комплексних чисел.
5. Тригонометрична форма комплексних чисел.
6. Властивості модуля і аргумента комплексного числа.
7. Піднесення комплексного числа до степеня. Формула Муавра.
8. Добування кореня з комплексного числа.
9. Розв'язання двочлених рівнянь.
10. Поліноми однієї невідомої з дійсними та комплексними коефіцієнтами.
11. Основні теореми алгебри
12. Поняття прямокутної матриці. Види матриць та дії над ними.
13. Визначники другого та третього порядку, основні означення та властивості.
14. Визначники n-го порядку та їх основні властивості.
15. Методи обчислення визначників третього порядку.
16. Методи обчислення визначників n-го порядку.
17. Теорема Лапласа.
18. Теорема заміщення
19. Теорема анулювання.
20. Мінори довільного порядку та їх обчислення.
21. Базисний мінор.
22. Алгебраїчні доповнення довільного порядку.
23. Поняття та знаходження оберненої матриці.
24. Єдинність оберненої матриці.
25. Ранг матриці, означення та обчислення його.
26. Елементарні перетворення матриць.
27. Приведення матриці до спрощеного вигляду
28. Теорема про базисний мінор.
29. Матричні рівняння.
30. Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Основи означення.
31. Правило Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.
32. Розв'язування системи лінійних рівнянь методом оберненої матриці.
33. Теорема Кронекера - Капеллі.
34. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.
35. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Жордана.

36. Загальний та частинний розв'язки.
37. Однорідні системи лінійних рівнянь.
38. Поняття векторів та дії над ними.
39. Лінійні операції над векторами.
40. Лінійна залежність та добуток двох векторів. Економічні приклади.
41. Розклад вектора за базисом.
42. Проекція вектора на вісь.
43. Системи координат. Декартова система координат.
44. Прямокутна система координат.
45. Полярна система координат.
46. Поняття про циліндричну та сферичну системи координат.
47. Координати, довжина і напрямні косинуси векторів.
48. Поділ відрізка в даному відношенні.
49. Скалярний добуток двох векторів, означення та властивості.
50. Векторний добуток двох векторів, означення та властивості.
51. Мішаний добуток трійки векторів, означення та властивості.
52. Орієнтація трійки векторів
53. Вираз скалярного добутку через компоненти співмножників.
54. Вираз векторного добутку через компоненти співмножників.
55. Вираз мішаного добутку векторів через компоненти співмножників.
56. Умови колінеарності та компланарності векторів.

4.3.2. Перелік практичних завдань до I-го модульно-рейтингового контролю знань студентів

1. Знайти $B^T A^T$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}$; $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$, $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 4$ $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$.
3. Розв'язати матричне рівняння $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Знайти базисний розв'язок системи рівнянь:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2; \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases}$$
5. Обчислити $\frac{(\sqrt{3} + i)^{23}}{(-1 - i)^{42}}$.
6. Дослідити на компланарність вектори $\vec{a} = \{3; 2; 1\}$; $\vec{b} = \{2; 3; 4\}$; $\vec{c} = \{3; 1; -1\}$.
7. Знайти ранг матриці: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 11 & 5 & 8 \\ 15 & 7 & 11 \end{pmatrix}$.

8. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Знайти загальний та базисний розв'язки системи рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2; \\ 5x_1 - 5x_2 + 8x_3 - 7x_4 = 3. \end{cases}$$

10. Розв'язати систему рівнянь методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4; \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

11. Знайти A^{-1} для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

12. Розв'язати систему рівнянь за допомогою формул Крамера

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -2; \\ 2x_1 - x_2 = -1; \\ x_2 + x_3 = -2. \end{cases}$$

13. Розв'язати рівняння $z^6 - i = 0$.

14. Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 1 & a \\ 0 & b & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & c & 1 & 0 \\ 0 & d & 0 & d & 0 \\ e & 1 & 0 & 1 & e \end{vmatrix}$$

15. Побудувати лінію, задану в полярних координатах $\rho = \frac{1}{2 - \sin \varphi}$.

16. Побудувати лінію, задану полярними координатами $\rho = \frac{4}{2 + \cos \varphi}$.

17. Довести, що трикутник з вершинами $A(1,1)$, $B(2,3)$ та $C(5,-1)$ – прямокутний.

18. Дано дві вершини $A(-3; 3)$ і $B(5; -1)$ і точка $D(4; 3)$ перетину висот трикутника. Скласти рівняння його сторін. Зробити креслення

19. Дано рівняння двох медіан трикутника $x - 2y + 1 = 0$ і $y - 1 = 0$ і одна з його вершин $A(1; 3)$. Скласти рівняння сторін трикутника. Зробити креслення. 1

4.3.3. Перелік питань до II-го модульно-рейтингового контролю знань студентів

1. Загальне поняття про лінію та її рівняння.
2. Алгебраїчні лінії та поверхні.
3. Знаходження ліній за її властивостями.
4. Рівняння прямих та площин. Поверхні та лінії першого порядку.
5. Різні види рівнянь прямих на площині.
6. Параметричні рівняння прямої та площини. Виключення параметру з параметричних рівнянь прямої.
7. Векторні рівняння прямої та площини.
8. Загальне рівняння прямої та її дослідження.
9. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності.
10. Відстань від точки до прямої.
11. Загальне рівняння площини та його дослідження.
12. Рівняння площини, що проходить через три точки.
13. Рівняння площини у відрізках на осях.
14. Кут між двома площинами. Ознаки паралельності і перпендикулярності.
15. Відстань від точки до площини.
16. Різні види рівнянь прямої у просторі.
17. Кут між двома прямими, заданими у просторі. Ознаки паралельності і перпендикулярності.
18. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності і перпендикулярності.
19. Поняття лінії другого порядку.
20. Коло, означення, рівняння.
21. Еліпс, його канонічне рівняння та його дослідження.
22. Гіпербола, її канонічне рівняння та його дослідження.
23. Парабола, її канонічне рівняння та його дослідження.
24. Перетин лінії другого порядку та прямої.
25. Полярні та параметричні рівняння кривих другого порядку.
26. Поняття поверхні другого порядку.
27. Циліндричні поверхні, означення та їхні рівняння.
28. Конічна поверхні, означення та її канонічне рівняння.
29. Поверхні обертання, означення та відповідні рівняння.
30. Сфера, означення та її рівняння.
31. Еліпсоїд, означення та його рівняння.
32. Однопорожниний гіперболоїд, його канонічне рівняння.
33. Двопорожниний гіперболоїд, його канонічне рівняння.
34. Еліптичний параболоїд та його канонічне рівняння.
35. Гіперболічний параболоїд та його канонічне рівняння.
36. Означення лінійного простору та підпростору.
37. Розмірність та базис лінійного простору.
38. Матриця переходу від одного базису до іншого.
39. Означення лінійного перетворення.
40. Характеристичне рівняння лінійного перетворення.
41. Добуток та сума лінійних перетворень.

42. Власні вектори і власні числа лінійного перетворення. Ортогональні перетворення та їх побудова.
43. Діагоналізація симетричних матриць.
44. Квадратичні форми, основні означення, матриця квадратичної форми. Перетворення квадратичної форми при лінійному однорідному перетворенні змінних.
45. Приведення квадратичної форми до канонічного виду.
46. Критерії знаковизначенності квадратичних форм.
47. Спрощення рівнянь фігур другого порядку на площині.
48. Спрощення рівнянь фігур другого порядку у просторі.

4.3.4. Перелік практичних завдань до II-го модульно-рейтингового контролю знань студентів

1. Скласти рівняння прямої в канонічній формі, що проходить через точку $A_4(1;-1;2)$ перпендикулярно до площини, яка проходить через точки $A_1(0;0;0)$; $A_2(2;1;1)$; $A_3(3;-2;2)$.

2. Визначити тип кривої, що задається рівнянням, звести до канонічного вигляду.

$$y^2 - 2x - 6y + 11 = 0.$$

3. Скласти канонічне рівняння прямої, що проходить через точка $A(1;-1;1)$ та перетинає під прямим кутом пряму $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+3}{9}$.

4. Визначити та побудувати поверхню другого порядку $z = -2((x-1)^2 + y^2) + 1$

5. Через точку $M(1;2;1)$ провести пряму, перпендикулярну до площини $x+2y-z=0$ і знайти точку їхнього перетину.

6. Знайти власні значення та власні вектори лінійного перетворення, яке задано в деякому базисі матрицею A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Знайти точку перетину медіан трикутника $A(-3;1)$; $B(7;5)$; $C(5;-3)$.

8. Визначити тип кривої та побудувати лінію $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$.

9. Через пряму $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$ провести площину, паралельну площині

$$x+y-z+15=0.$$

10. Знайти власні значення та власні вектори лінійного оператора, заданого

$$\text{матрицею } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

11. Знайти точку перетину прямої $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ і площини $x+2y+3z-14=0$.

12. Знайти рівняння лінії, кожна точка якої відстоїть від прямої $y-7=0$ на відстані у 5 разів більшої, ніж від точки $A(4;3)$.

13. Знайти канонічне рівняння прямої:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 11 = 0; \\ x_1 - x_2 - x_3 - 1 = 0; \end{cases}$$

14. Точки $A(3;-1)$; $B(4;0)$ - дві вершини паралелограма, $M(-3;2)$ – центр його симетрії. Знайти рівняння сторони, протилежної AB .
15. Знайти точку перетину діагоналей чотирикутника з вершинами: $A(-1;3)$; $B(3;5)$ $C(5;2)$; $D(3;-5)$.
16. Площа трикутника дорівнює **5**. Дві його вершини $A(5;-2)$ і $B(3;1)$, а третя лежить на віссі ординат. Знайти її координати.
17. Знайти рівняння кола, що проходить через вершини гіперболи $12x^2-13y^2=156$ з центром у точці $A(0;-2)$.
18. Написати та визначити тип рівняння траєкторії точки M , яка при своєму русі залишається у два рази ближче від точки $A(-1;1)$ ніж від точки $B(-4;4)$.
19. Знайти точку перетину прямої $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}$ з площиною $2x - y + 4z = 0$.
20. Знайти рівняння еліпса з фокусами, що належать Ox , симетрично відносно $O(0;0)$, якщо його велика вісь дорівнює 10, а відстань між фокусами 8.
21. Побудувати тіло, яке обмежене поверхнями: $z=4-x^2$; $z=0$; $x^2+y^2=4$.
22. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку $A(2;-3)$ і точку перетину прямих $2x-y=5$ та $x+y=1$.
23. Формула відстані від точки до прямої (на площині).
24. Побудувати поверхню та визначити її вид: $4x^2-5y^2-5z^2+40=0$
25. Знайти точку M симетричну точці $N(3;3;3)$ відносно прямої $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$.
26. На $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{25} = 1$ еліпсі знайти точку, відстань якої від його малої осі дорівнює 5.
27. Знайти кут між площинами $6x+2y-4z+17=0$, $9x+3y-6z-4=0$.

4.4. Перелік питань до іспиту

До семестрового контролю-іспиту винесені питання та практичні завдання I і II-го модульно-рейтингового контролю знань.

4.5. Перелік типових завдань до контролю знань з вивченої дисципліни

1. Дано координати вершин піраміди $A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$ $A_1A_2A_3A_4$. Треба за допомогою векторної алгебри знайти:
 - 1) довжину ребра A_1A_2 ;
 - 2) кут між ребрами A_1A_2 і A_1A_4 ;
 - 3) кут між ребром A_1A_4 і гранню $A_1A_2A_3$;
 - 4) площу грані $A_1A_2A_3$;
 - 5) об'єм піраміди ;
 - 6) рівняння прямої A_1A_2 ;
 - 7) рівняння площини $A_1A_2A_3$;
 - 8) рівняння висоти, опущеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

- Скласти рівняння прямої в канонічній формі, що проходить через точку $A_4(1;4;2)$ перпендикулярно до площини, яка проходить через точки $A_1(0;0;0)$; $A_2(2;1;1)$; $A_3(3;-2;2)$.
- Визначити тип кривої, що задається рівнянням, звести до канонічного вигляду.

$$15x^2 - 2\sqrt{55}xy + 9y^2 = 20.$$

- Побудувати лінію, задану в полярних координатах $\rho = 2 \cos(\varphi)$.

- Знайти канонічне рівняння прямої:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 11 = 0; \\ x_1 - x_2 - x_3 - 1 = 0. \end{cases}$$

- Знайти ранг матриці:
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \\ 15 & 7 & 11 \end{pmatrix}.$$

- Написати та визначити тип рівняння траєкторії точки M , яка при своєму русі залишається у два рази ближче від точки $A(-1;1)$ ніж від точки $B(-4;4)$.

- Знайти загальний та базисний розв'язки системи рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2; \\ 5x_1 - 5x_2 + 8x_3 - 7x_4 = 3. \end{cases}$$

- Знайти точку перетину прямої $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}$ з площиною $2x - y + 4z = 0$.

- Розв'язати систему рівнянь методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4; \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

5. ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ І НАВЧАЛЬНИХ ЗАСОБІВ

5.1. Основна та додаткова література

Основна:

1. Валієв К.Г., Джалладова І.А. Вища математика: Навч. посібник.– К.: КНЕУ, 2001. – Ч.1. –546 с.
2. В.С. Чарін. Лінійна алгебра. – К.: Техніка, 2005. – 416 с.
3. Малугін В.А. Математика для економістів: Линейная алгебра. – М.: Изд-во ЭКСМО, 2006. – 176 с. (російською).
4. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: Теория и прикладные аспекты. – М.: Финансы и статистика. 2003. –576 с.
5. Рудавський Ю.К., та інші. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – Львів: Видавництво «Бескид Біт», 2002 – 262 с.
6. Рудавський Ю.К., та інші. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. – Львів: Видавництво «Бескид Біт», 2002 – 256 с.
7. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1983.–228 с.
9. Высшая математика / Ю.С.Арутюнов, А.П.Полозков, Д.П.Полозков; Под ред. Ю.С.Арутюнова. – М.:Высш. шк., 1985. – 144 с.
10. Гурский Е.И. и др. Руководство к решению задач по высшей математике. в 2 частях. 1Ч.- Мн. : Высшейшая шк., 1989.
11. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник.-К.: Вища шк., 1993. – 648 с.
12. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Изд. 2-6 М.: Гостехиздат, Физматгиз, 1954 – 1960. (російською).
13. Малугін В.А. Математика для економістів: Линейная алгебра. – М.: Изд-во ЭКСМО, 2006. – 176 с. (російською).
- 14.Шестаков А.А., Малышева И.А., Полозков Д.П. Курс высшей математики. – М.: Высш. шк., 1987. – 320 с. (російською).
15. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. – К.: Вища шк. Головне вид-во, 1986. – 512 с.
- 16.Шнейдер В.Е., Слуцкий А.И., Шумов А.С. Краткий курс высшей математики. – М.: Высш шк., 1978. – Т.1. – 384 с. (російською).
17. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Апатенок Р.Ф. и др.-Мн.: Выш. шк., 1986.-272 с. (російською).

Додаткова:

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
2. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. – 329 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1971. – 431с.
4. Методичні рекомендації та завдання до самостійної роботи по курсу “ Вища математика”/Укл. М.Ф.Єфремов-Горлівка Аді ДонДТУ, 1998.-44с.
5. Мантуров О.В. Курс высшей математики. – М.: Высш. шк., 1991. – 448 с. 1986. – 399 с.
6. Мантуров О.В., Матвеев Н.М. Курс высшей математики. – М.: Высш. шк. (російською).
7. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика. – К.: Вища шк. Головне вид-во, 1985. – 391 с.