

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

(структурний аналіз і синтез важільних механізмів)

ПЕРЕДМОВА

Теорія механізмів і машин (ТММ) це одна з основних загальноінженерних дисциплін, що викладається у вищих технічних учбових закладах. ТММ вивчає будову і класифікацію механізмів, методи кінематичного і динамічного дослідження та проектування їхніх схем для механізмів і машин різного призначення.

Базою ТММ є курси математики, фізики, хімії, теоретичної механіки, електротехніки, електроніки, вміння використовувати в інженерних розрахунках електронно-обчислювані машини (ЕОМ).

Теорія механізмів і машин (ТММ) – наука про загальні методи дослідження властивостей механізмів і машин та проектування їхніх кінематичних схем.

Кінематичною схемою називають умовне зображення деталей і вузлів механізмів або машин яке показує їх кількість, взаємний зв'язок та методи перетворення руху.

У ТММ обґрунтовується вибір оптимальних параметрів машин і механізмів, визначаються методи їхнього раціонального проектування. Раціональним доробком структури і параметрів механізмів або машин можна не тільки підвищити їхню надійність і довговічність, але й значно зменшити габаритні розміри і масу. Поява нових машин вимагає розробки нових теоретичних положень про їх функціональну механіку.

Задача курсу ТММ полягає у тому, щоб підготувати студентів до слухання курсів деталей машин, технології машинобудування, курсів з розрахунку і конструювання тих чи інших спеціальних машин залежно від їхньої майбутньої спеціальності.

Згідно рис. 1.1 ТММ поділяють на дві нерозривно зв'язані частини: - ***це теорія механізмів і теорія машин.***

Проблеми теорії механізмів як і проблеми теорії машин (рис. 1.1) складають ***дві групи: перша – це аналіз; друга – це синтез.*** Однак, такий поділ має суто методичне значення. У практиці синтезу доводиться часто використовувати аналіз, який дає змогу виявити найбільш оптимальний варіант рішення задачі синтезу.

Кінематика руху ланок механізмів і машин залежить від їхньої структурної будови та сил, що діють на цих ланках. Тому зручно при викладанні питань аналізу і синтезу поділяти їх на питання структури, кінематики та динаміки (рис. 1.1).

Задачі які вирішують структурний, кінематичний і динамічний аналіз і синтез механізмів і машин наглядно показує рис. 1.2.

У 1994 році створено Національний комітет України з ТММ.

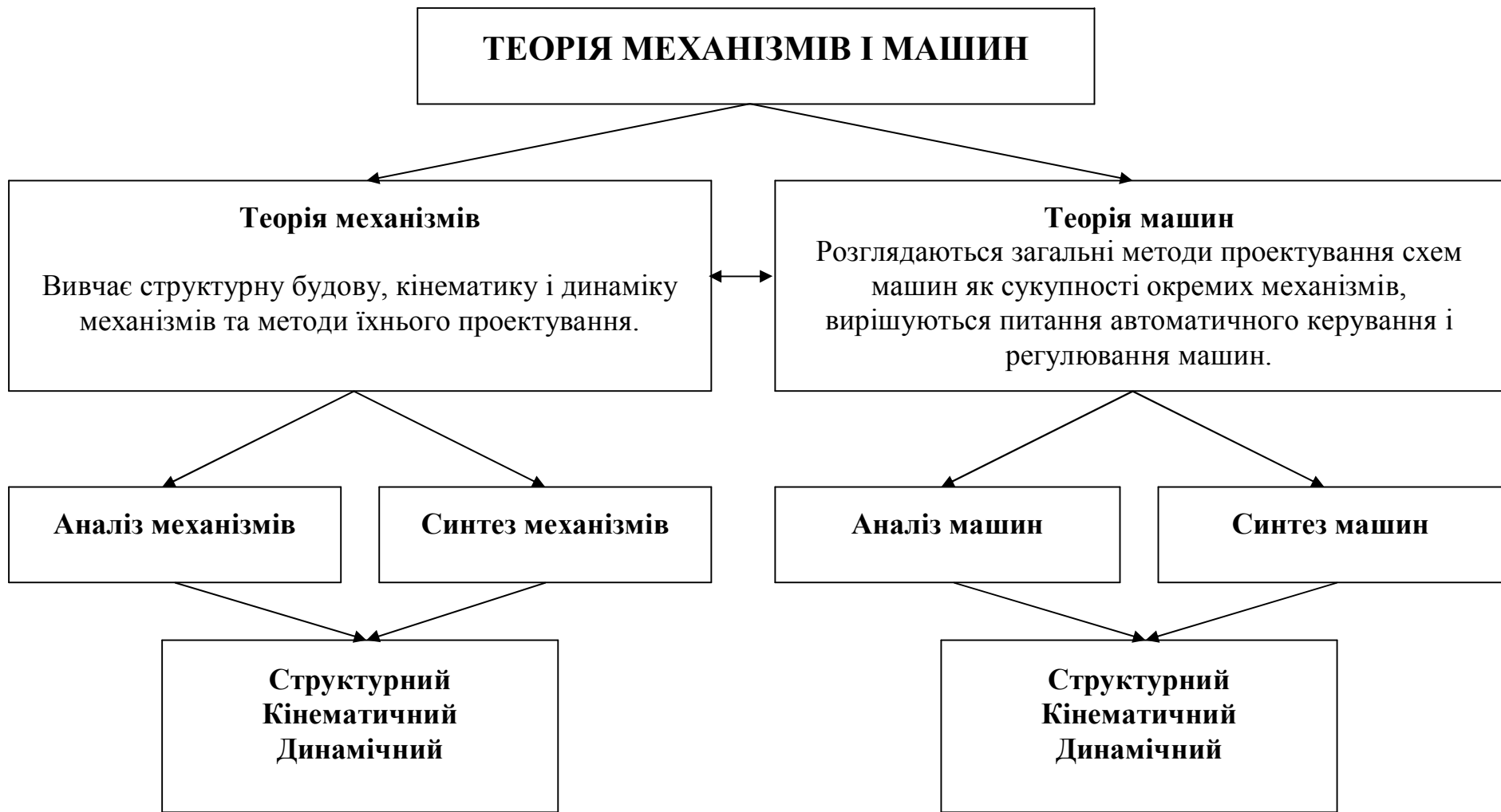


Рис. 1.1.

↓

Структурний аналіз вивчає теорію структурної будови механізмів і машин, їхні види, видозмінення та класифікацію. Виявляє кількість деталей, ланок, кінематичних пар, виконує класифікацію кінематичних пар. Механізм розділяє на структурні групи та скласти його структурну формулу будови. Машину розділяє на складові механізми визначає їх вид.

Структурний синтез полягає у визначенні виду і розробці оптимальної структурної будови механізмів і машин, що потребують задані кінематичні і динамічні умови процесу який вони виконують. Складає загальну кінематичну схему.

↓

Кінематичний аналіз досліджує рух тіл, які утворюють механізми і машини, з геометричної точки зору, тобто без врахування сил, що викликають рух цих тіл. За результатом кінематичного аналізу маємо розміри ланок, траєкторії руху, швидкості та прискорення точок, геометричні параметри механізму або машини, кутові швидкості та прискорення ланок.

Кінематичний синтез полягає у розробці методів геометричного і кінематичного проектування механізмів і машин наперед вибраної структурної будови. Перевіряє відповідність одержаних геометричних і кінематичних параметрів заданим показникам.

↓

Динамічний аналіз вивчає методи визначення сил, що діють на тіла, які утворюють механізми і машини. Встановлює зв'язок між рухом цих тіл та силами і масами, що на них діють. За результатом динамічного аналізу маємо маси тіл, величини сил які діють, реакції в кінематичних парах, енергетичні і якісні показники механізмів і машин в цілому.

Динамічний синтез полягає у розробці методів динамічного проектування наперед визначеної структурної, геометричної і кінематичної будови механізмів і машин. Перевіряє відповідність одержаних динамічних, енергетичних і якісних параметрів заданим показникам процесу який вони повинні виконувати.

Рис. 1.2.

1. Основні поняття і визначення курсу ТММ

Деталлю називають ту частину механізму або машини, яка виготовлена без операцій складання. На кінематичних схемах часто зображають не усі деталі механізму, а тільки ті, що рухаються як одне ціле їх називають ланками.

Ланкою називають кожну деталь або групу деталей, які утворюють одну жорстку рухому систему тіл. Наприклад шатун двигуна, до якого входять дві кришки головки і ніжки підшипники ковзання та з'єднувальні болти.

Таким чином, у будь-якому механізмі або машині (рис. 1.3) маємо **одну нерухому ланку і одну або декілька рухомих ланок**.

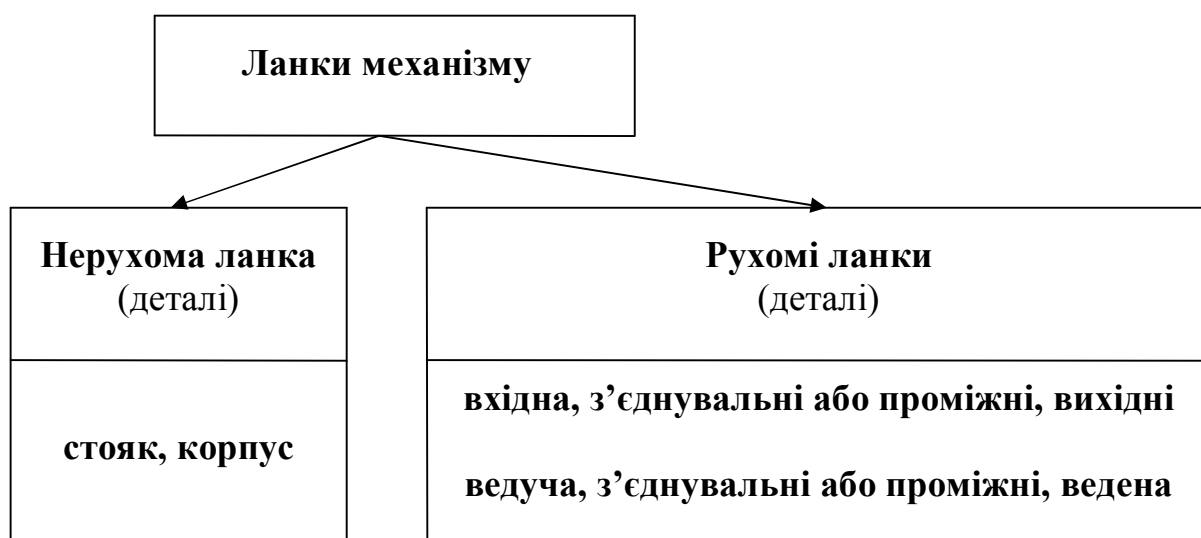


Рис. 1.3.

У механізмах або машинах ланки з'єднуються одна з одною так, що завжди забезпечується можливість їхнього відносного руху.

Рухоме місце з'єднання двох ланок, які стикаються, називається кінематичною парою.

Сукупність **поверхонь, ліній або точок**, які належать ланкам, що стикаються називають **елементами кінематичних пар**.

Кінематичний ланцюг - це зв'язана система ланок, що входять у кінематичні пари. В основі кожного механізму або машини лежить кінематичний ланцюг. Таким чином **механізмом** є кінематичний ланцюг з однією нерухомою ланкою, призначений виконувати цілком визначені доцільні рухи.

Механізмом називають систему тіл, призначену для перетворення руху одного або кількох тіл у потрібний рух інших тіл. **Головною ознакою механізму** є наявність перетворення механічного руху.

З точки зору **конструкції** механізми поділяють на ; важільні, кулачкові, зубчасті, зірчасті, мальтійські, храпові, гвинтові, клинові,

фрикційні, пасові, ланцюгові, гідравлічні, пневматичні й електричні. Широко використовуються **комбіновані механізми** ; зубчасто-важільні, кулачково-зубчасті, кулачково-важільні тощо.

Машина це пристрій, який виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою заміни або полегшення фізичної або розумової праці людини.

Залежно від **функції, що виконують машини**, вони поділяються на ;

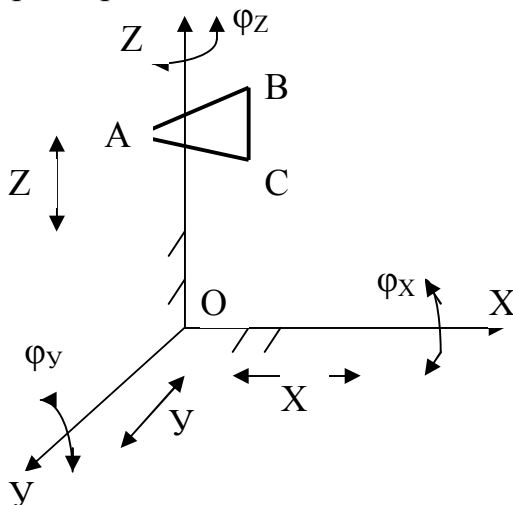
а) енергетичні; б) транспортні; в) технологічні; г) контрольно-керуючі; д) математичні; е) кібернетичні.

Машина, в якій перетворення енергії, матеріалів та інформації відбувається без втручання людини, називається машиною-автоматом.

2. Структура і класифікація механізмів

2.1. Кінематичні пари та їх класифікація

Кінематична пара є місцем рухомого з'єднання двох ланок, які стикаються. Розглянемо абсолютно тверде тіло, що вільно рухається у просторі.



Як відомо, у загальному випадку всяке абсолютно тверде тіло, наприклад ABC (рис.2.1) має **шість ступенів вільності**. Рух такого тіла можна розглядати як обертання навколо осей x , y , z , та ковзання вздовж цих самих осей. Позначимо три оберткових - φ_x , φ_y , φ_z , літерою - O і три поступальних - x , y , z - літерою - Π . Таким чином маємо такий набір - **ОООППП**, а їх кількість $W = 6$.

Рисунок.2.1.Рух вільного тіла ABC.

Входження ланки у кінематичну пару з іншою ланкою накладає на відносний рух цих ланок певні умови зв'язку, тобто зменшує число незалежних можливих координат $W < 6$.

Таким чином, число умов зв'язку, накладених на відносний рух кожної ланки кінематичної пари, змінюється у межах **від 1 до 5**.

Класифікація кінематичних пар здійснюється за такими ознаками;

а) за числом умов зв'язку, які накладаються на відносний рух ланок;
б) за формою елементів ланок, що утворюють кінематичну пару;
в) за способом замикання ланок в кінематичній парі.

Залежно від **числа умов зв'язку** (класифікація І.І.Артоболовського) кінематичні пари діляться на **п'ять класів ; 1, II, III, IV, V.**

Клас кінематичної пари – визначається числом накладених умов зв'язку (числом відсутніх рухів).

В.В.Добровольський запропонував класифікацію згідно з якою кінематичні пари діляться за числом ступенів вільності на одно-, дво-, три-, чотири- і п'ятирухомі .

Умові позначення кінематичних пар регламентуються згідно з ГОСТ 2.770 – 68 (СТ РЕВ 2519 – 80). Позначення пар наведені у таблиці 2.1.

Залежно від **форми елементів кінематичної пари вони поділяються на нижчі та вищі. Нижчими** – називаються такі пари, у яких елементи стикаються **поверхнями.**

Вищими – називають такі пари, в яких елементи стикаються **по лінії або в точці.**

Нижчі кінематичні пари можуть передати більше зусилля, ніж вищі, завдяки більшій площі контакту між ланками. Проте витрати на тертя у таких парах значно більші.

За способом замикання кінематичні пари поділяють на пари, **що замикаються геометрично (назові пари), та пари , що замикаються силовими методами.**

2.2. Структурні формули кінематичних ланцюгів

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, які зв'язані між собою кінематичними парами. Кінематичні ланцюги (рис. 2.2) поділяють на **прості і складні**, які в свою чергу теж діляться на **замкнуті й незамкнуті.**

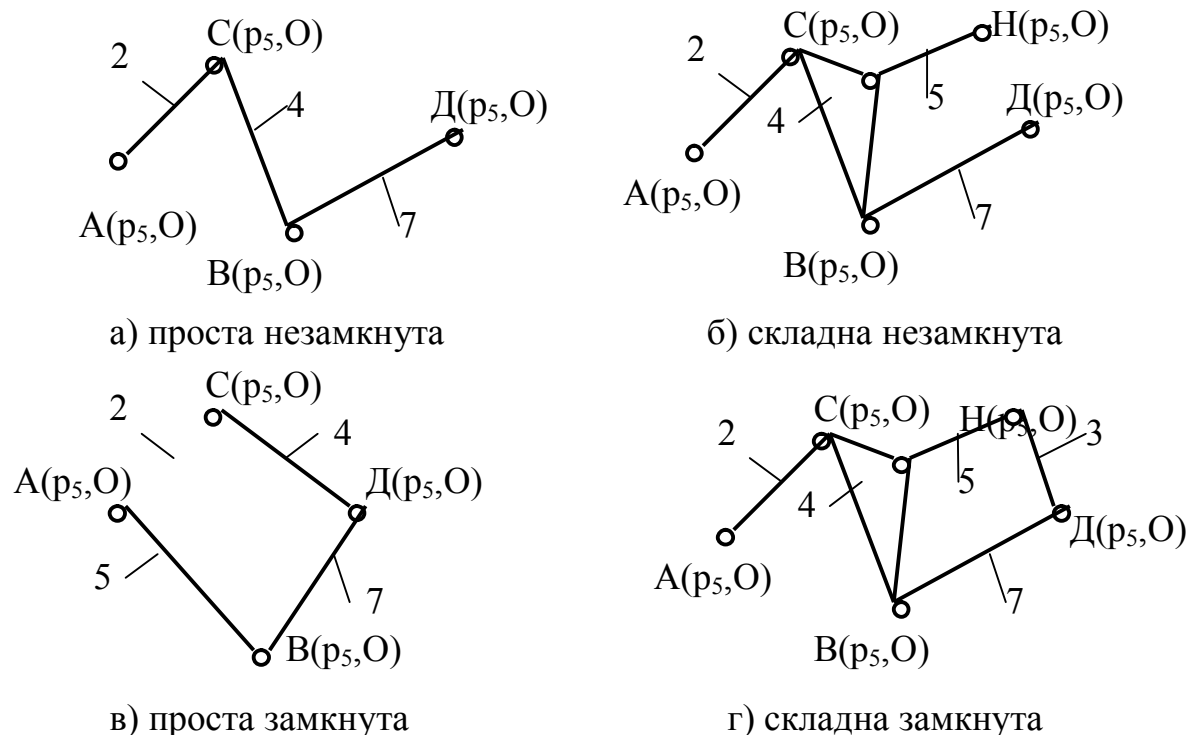


Рис. 2.2.

Основи теорії структури кінематичних ланцюгів закладені у праці проф.. П.І.Сомова, опублікованій у 1887 р.

Позначимо число пар 1 класу, що входять до складу ланцюга, літерою p_1 , 11 – p_2 , 111 – p_3 , 1V – p_4 , V – p_5 а кількість рухомих ланок ланцюга позначимо літерою – n тоді можемо визначити ступінь рухомості просторового механізму за формулою

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.1.)$$

Формула (2.1) має назву **формули рухомості просторового механізму** або структурної формули кінематичного ланцюга загального вигляду і носить назву **формули Сомова – Малишева**.

У загальному випадку механізми поділяють на **просторові** та **плоскі**.

<p>Плоским механізмом називають такий механізм ланки якого рухаються паралельно загальній площині, яка містить осі координат X і Y.</p>	<p>Просторовим механізмом називають такий механізм ланки якого рухаються не у паралельних площинах, і містить осі координат X, Y, і Z.</p>
--	---

Тіло, що рухається у площині X і Y **має три ступеня вільності** (два поступальні вздовж осей X і Y, один обертовий навколо осі Z). Тобто має набір **ОПП**.

Таким чином будемо мати формулу

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.2)$$

Це є **структурна формула для плоских механізмів загального вигляду – формула Чебишова**.

Тепер з'ясуємо, який зв'язок існує між ступенями вільності W і рухами ланок механізму. Для цього розглянемо два приклади на рисунку 2.3.

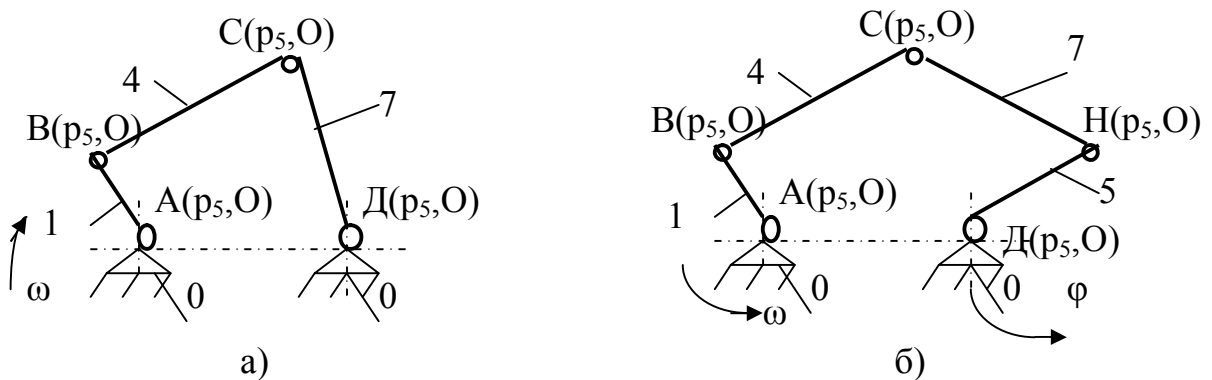


Рис. 2.3.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1; \quad W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 0 = 2.$$

Отже, механізм на рис. 2.3, *а* має одну **початкову ланку** (ланка 1 швидкість ω), а механізм на рис. 2.3, *б* має дві **початкові ланки** (1, 5, ω , φ).

Таким чином, ступені вільності кінематичного ланцюга відносно стояка визначають кількість початкових ланок механізму.

2.3. Початкові механізми

Початковий механізм це стояк з яким за допомогою кінематичної пари V – го класу з'єднано одну рухому ланку. Початкові механізми називають механізмами I-го класу вони мають два види (рис. 2.4, а, б).



Рис. 2.4.

2.5. Основний принцип утворення механізмів

Основний принцип утворення механізмів, який вперше було сформульовано у 1914 р. російським вченим Л.В.Ассуром, розкриває не тільки методику утворення механізмів, але й становить основу найраціональнішої класифікації механізмів.

Цей принцип гласить, що будь-який механізм можна одержати, якщо до початкового механізму I класу послідовно приєднувати кінематичні ланцюги з нульовим ступенем вільності.

В основу структурної класифікації Ассура – Артоболовського, згідно з основним принципом утворення механізмів покладено рівняння

$$3n - 2p_5 - = 0 \quad (2.3)$$

Оскільки числа ланок n і кінематичних пар p можуть бути тільки цілими, то умову 2.3 задовольняють такі сполучення чисел ланок і кінематичних пар

$$n = 2, 4, 6, 8$$

$$p = 3, 6, 9, 12$$

Структурні групи які складаються з двох ланок мають назву груп Ассура II класу. Групи Ассура поділені на порядки та види.

Порядок групи Ассура визначається кількістю місць, якими група приєднується до основного механізму.

Вид групи визначається залежно від кількості обертових і поступальних пар та їхнього взаємного розташування.

Структурні групи які складаються з чотирьох ланок мають назву груп Ассура III класу. Такі групи теж поділені на порядки та види.

Клас і порядок механізму, в цілому визначається класом і порядком вищої структурної групи Ассура, що входить в цей механізм.

Як приклад, розглянемо плоский механізм, зображений на рисунку 2.5, а. Ступінь вільності цього механізму за формулою Чебишова дорівнює

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

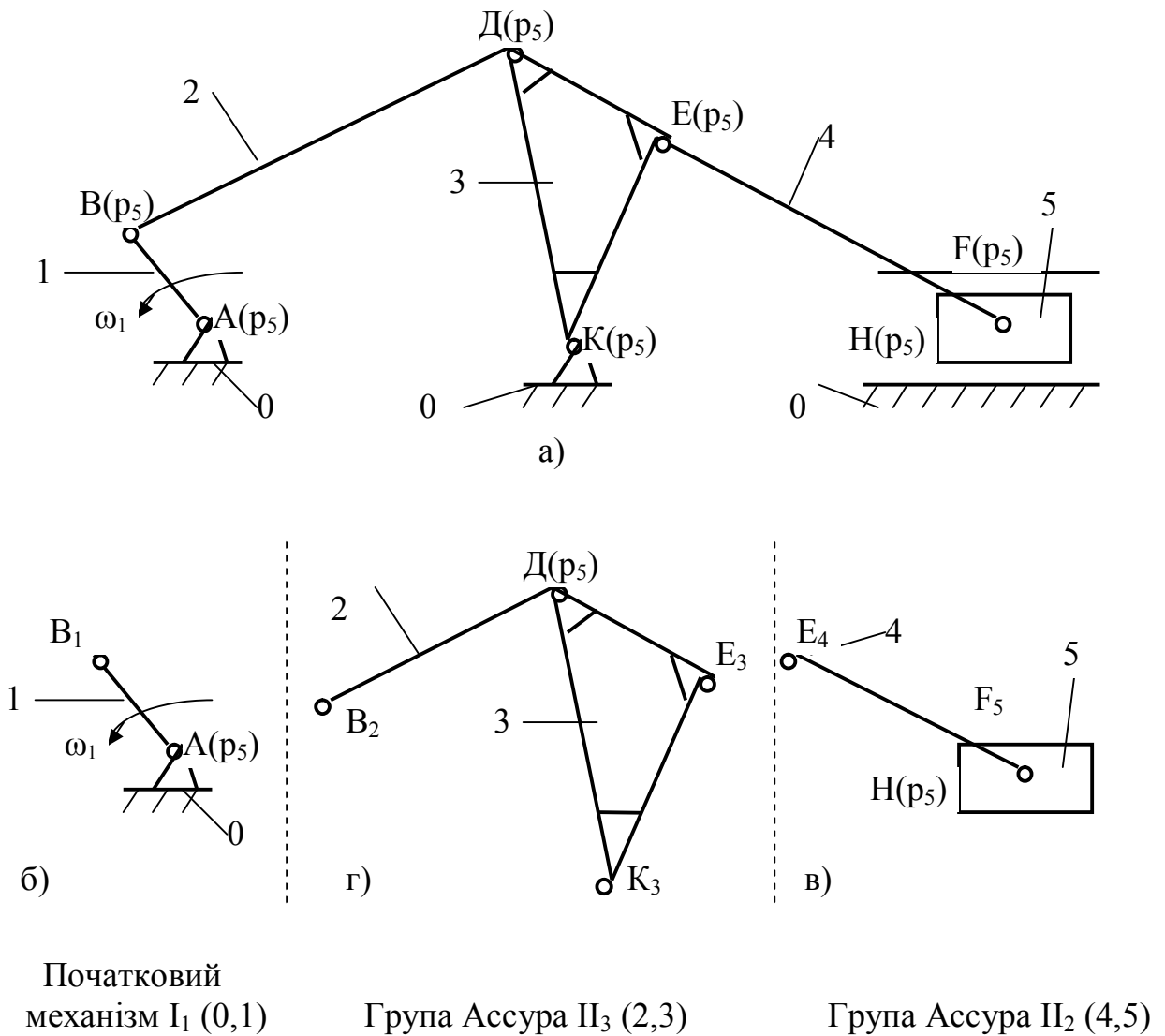


Рис. 2.5.

Приймаємо стояк 0 і кривошип 1 (рис. 2.5, б) за початковий механізм I класу, та виділяємо його зі схеми механізму. Остається кінематичний ланцюг, який утворюють ланки 2, 3, 4, і 5, що має нульовий ступінь вільності ($n = 4$; $p = 6$). Цей кінематичний ланцюг можна поділити на дві групи Ассура другого класу: одну, (рис. 2.5, г) складають ланки Π_3 (2,3); другу, (рис. 2.5, в) ланки Π_2 (4,5). Кожну групу складають дві ланки і три кінематичні пари V класу.

Структурна формула будови цього механізму записується так:

$$I_1 (0, 1) + \Pi_3 (2, 3) + \Pi_2 (4, 5),$$

де цифрою I_1 позначено початковий механізм I класу та виду, цифрою Π_3 , Π_2 – позначені класи та порядок груп Ассура. Номера ланок, що входять до складу початкового механізму та груп Ассура взято у дужки.

Таким чином механізм відносимо до II класу та 3 порядку.

Структурною формулою будови механізму називають запис який показує скільки початкових механізмів і структурних груп Ассура складають механізм, та які ланки входять до цих структурних груп.

Класифікація Ассура – Артоболовського має **такі переваги;**

а). Виділення з механізму груп Ассура дає можливість застосовувати методи кінематичного і динамічного дослідження не для всього механізму, а для груп Ассура;

б). Загальним для усіх механізмів є послідовність кінематичного аналізу, який слід виконувати з ліва на право за структурною формулою будови механізму;

в). Послідовність виконання динамічного аналізу здійснюється теж за структурною формулою будови механізму, але з права наліво тобто в зворотному порядку. У протилежному разі невідомих буде більше ніж рівнянь статички для плоского механізму.

2.6. Порядок виконання структурного аналізу плоского механізму

Існує певний порядок проведення структурного аналізу механізмів.

а). Накреслити кінематичну схему механізму використовуючи для цього умовні позначення, та умовні зображення ланок. Позначити стояк механізму цифрою – 0, далі поставити номери усім рухомим ланкам.

б). Великими літерами позначити кінематичні пари та визначити їх клас. За формулою Чебишова підрахувати ступінь рухомості механізму. Ланки, які створюють зайві зв'язки і зайві ступені вільності при структурному аналізі виділяють. Кінематичні пари IV класу замінюють парами V класу. Креслять замінний механізм і перевіряють його рухомість. При цьому повинна виконуватися умова $W_{зам.} = W_{дій.}$

в). Виділяють початковий механізм I класу (їх кількість дорівнює ступеню вільності) Решту кінематичного ланцюга розбивають на структурні групи Ассура розпочинаючи з груп II класу. Якщо спроби відокремлення

груп II класу не дадуть результату, треба переходити до відокремлення груп III класу.

г). Накреслити окремо початковий механізм та структурні групи, визначити їх клас і порядок, а потім клас і порядок механізму в цілому.

д). Записати структурну формулу будови плоского механізму.

Приклад 1. Виконати структурний аналіз плоского важільного механізму для формування керамічних виробів (рис. 2.6, а).

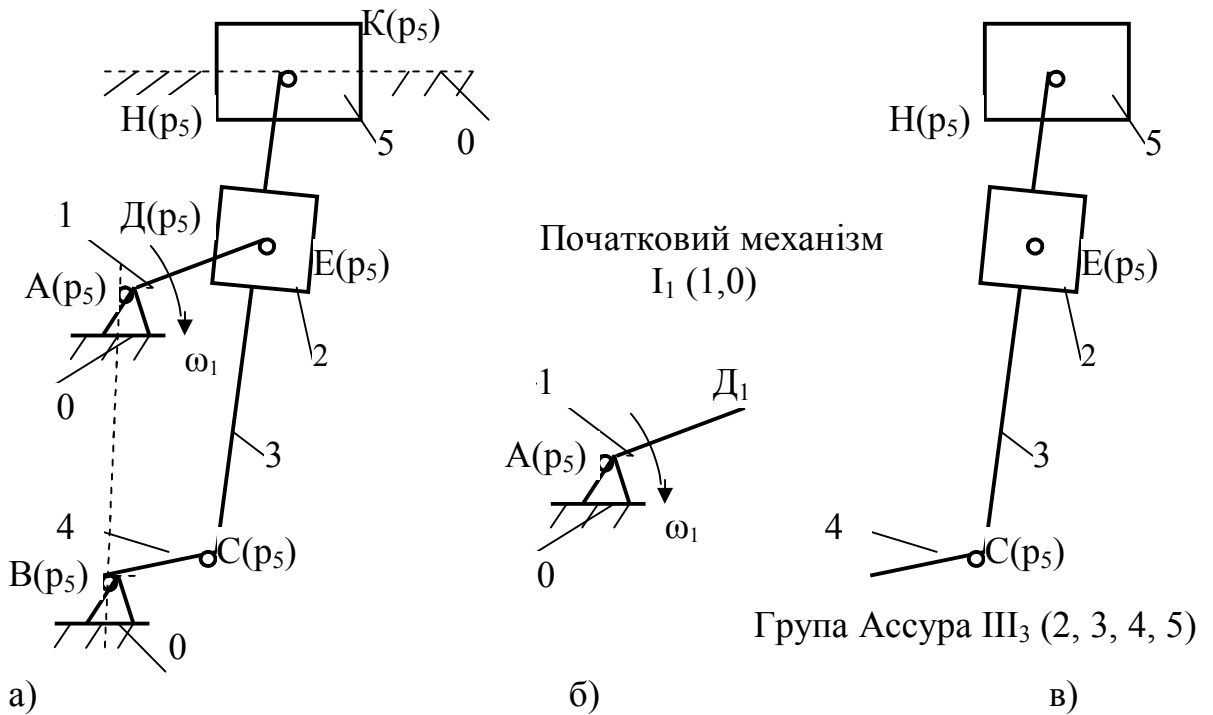


Рис. 2. 6.

Число ступенів вільності за формулою Чебишова маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Механізм складають п'ять рухомих ланок $n = 5$ та сім $p_5 = 7$ нижчих кінематичних пар V класу, із яких А, В, С, Д, Н – обертові, а пари Е, К – поступальні. Кінематичні пари IV класу відсутні $p_4 = 0$.

У цьому механізмі маємо один початковий механізм I1 класу з ланками 0 і 1 (рис. 2. 6, б), та одну групу Ассура III3 класу (рис. 2. 6, в), так як розділити ланки 2, 3, 4, 5 на групи II класу по дві ланки не можливо.

Структурна формула будови цього механізму записується так:

$$I_1 (0, 1) + III_3 (2, 3, 4, 5),$$

Таким чином механізм відносимо до III класу та 3 порядку.

Приклад 2. Виконаємо структурний аналіз цього механізму якщо початковий механізм складатимуть ланки 0 і 4, тобто ланка 4 буде ведучою (рис. 2. 7, а).

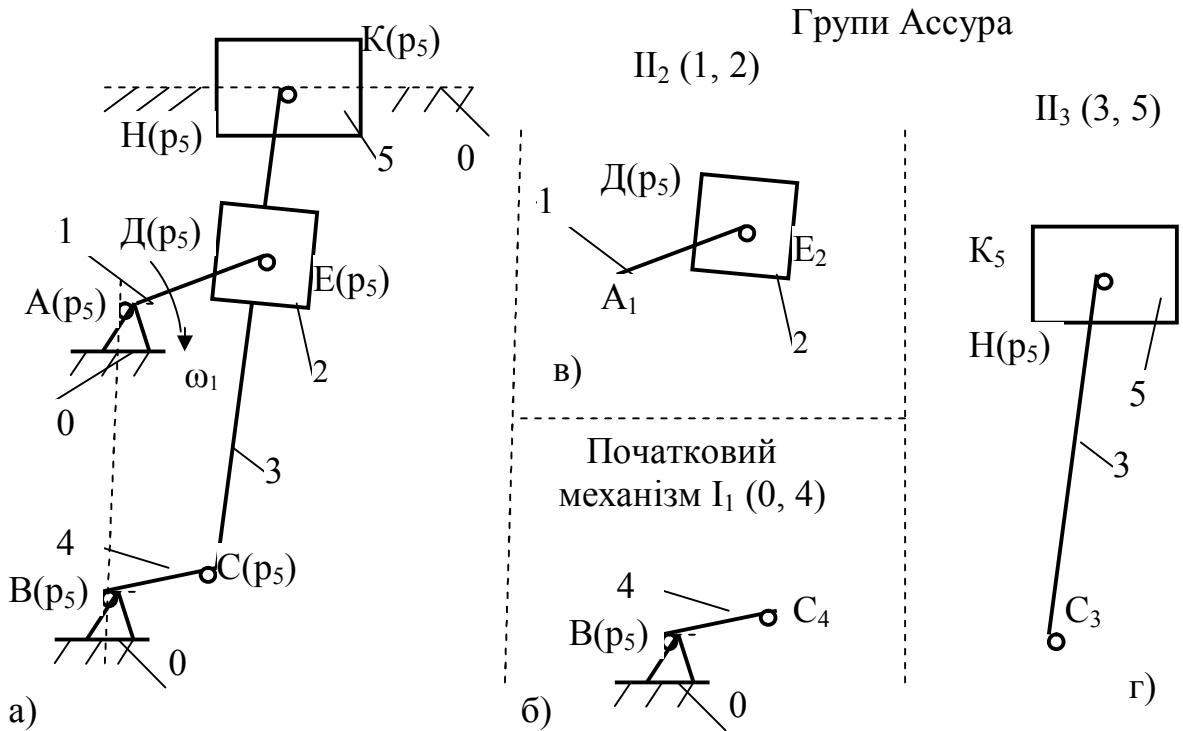


Рис. 2. 7.

Число ступенів вільності за формулою Чебишова маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Механізм складають п'ять рухомих ланок $n = 5$ та сім $p_5 = 7$ нижчих кінематичних пар V класу, із яких А, В, С, Д, Н – обертові, а пари Е, К – поступальні. Кінематичні пари IV класу відсутні $p_4 = 0$.

Але тепер, у цьому механізмі маємо один початковий механізм I_1 класу з ланками 0 і 4 (рис. 2. 7, б), та дві групи Ассура. Одну групу Π_2 складають ланки 1 і 2 (рис. 2. 7, в), другу групу Π_3 складають ланки 3 і 5 (рис. 2. 7, г).

Структурна формула будови цього механізму записується так:

$$I_1 (0, 4) + \Pi_2 (1, 2) + \Pi_3 (3, 5),$$

Таким чином механізм відносимо до II класу та 3 порядку.

Із проведеного аналізу виходить, що клас структурних груп Ассура і механізму в цілому залежить від вибору вхідної ланки, при не змінній кінематики руху механізму.

Приклад 3. Виконати структурний аналіз кулачково-важільного механізму, за схемою на рис. 2. 8, а. Початковою ланкою вибрати кулачок 1.

Механізм складають п'ять рухомих ланок $n=5$ та шість $p_5=6$ нижчих кінематичних пар V класу, із яких А(0, 1), В(2, 3), С(3, 4), Д(4, 0), Н(5, 0), Е(5, 3) – обертові, і однієї $p_4=1$ вищої пари IV класу К(1, 2).

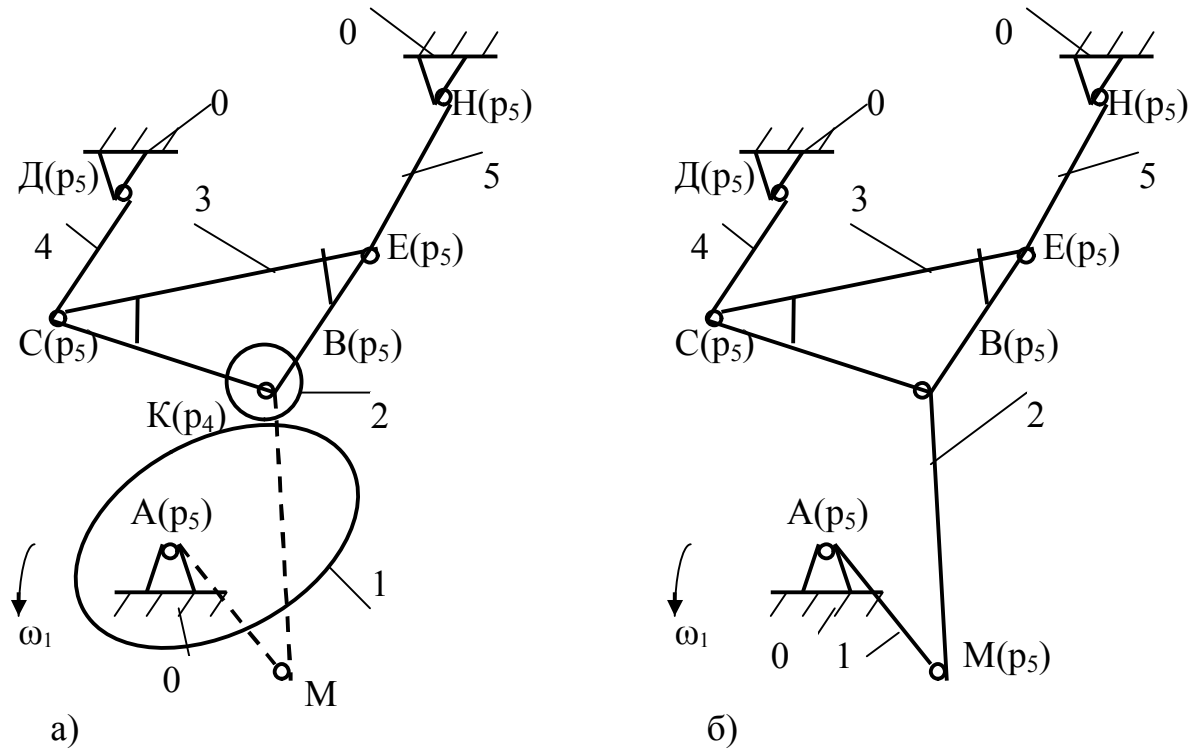


Рис. 2. 8.

Число ступенів вільності за формулою Чебишова маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 1 = 2.$$

У механізмі ролик 2 створює зайвий ступінь вільності. Ролик 2 може ковзати (Π) і одночасно перекочуватися (B) по кулачку 1.

Будуємо (рис. 2. 8, б) замінний механізм, для цього вищу пару К(р₄) замінюємо нижчими парами V класу. Центр кривизни ролика 2 знаходиться у точці В, центр кривизни профілю кулачка 1 у точці М. У точках А і М розміщуємо (замість ролика) додаткову ланку 2 з двома кінематичними парами V класу. Кулачок 1 замінюємо кривошипом АМ, довжина якого постійно змінюється.

У замінному механізмі маємо $n=5$, $p_5=7$, $p_4=0$, тоді

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Отже, у механізмі один початковий механізм I₁ класу, який створюють ланки 0 і 1. Кінематичний ланцюг, що залишається не можна розділити на

групи Ассура II класу. Ланки 2, 3, 4, 5 утворюють групу Ассура III класу 3 порядку. Таким чином механізм слід віднести до III класу та 3 порядку.

Формула будови такого механізму має вигляд

$$I_1 (0, 1) + III_3 (2, 3, 4, 5).$$

Приклад 4. Виконати структурний аналіз важільного механізму, за схемою на рис. 2. 9, а. Початковою ланкою вибрати кривошип 1.

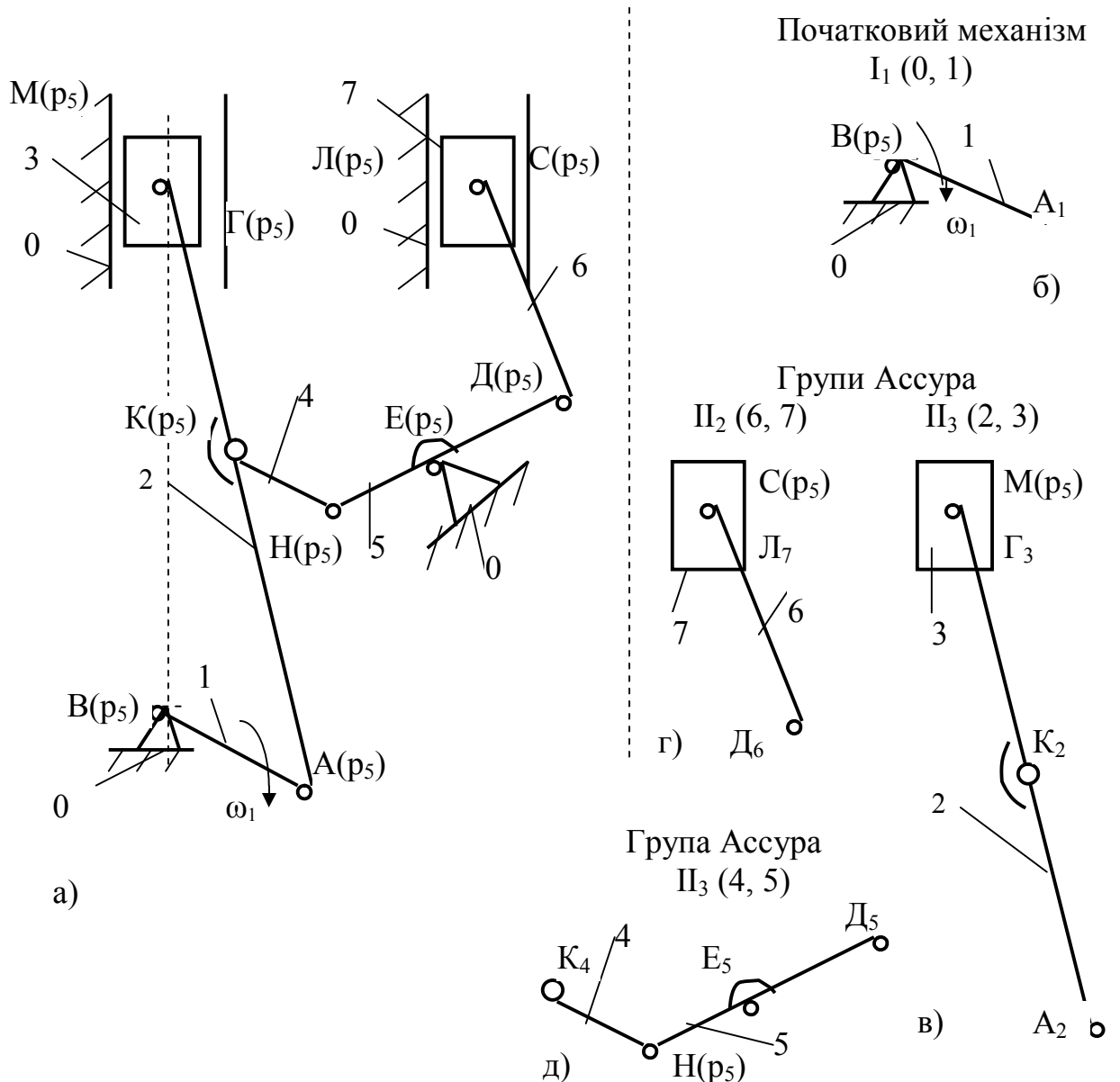


Рис. 2. 9.

Механізм складається із семи рухомих ланок ($n = 7$) і десяти нижчих кінематичних пар V класу ($p_5 = 10$). Кінематичні пари А, В, К, Н, Е, Д, С та М – обертові, а пари Л і Г – поступальні. Кінематичні пари IV класу відсутні.

Число ступенів вільності за формулою Чебишова маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1.$$

Отже, у механізмі один початковий механізм I_1 класу, який створюють ланки 0 і 1 (рис. 2 9, б). Кінематичний ланцюг, що залишається поділимо на три групи Ассура II класу. Ланки 2 і 3 утворюють групу Ассура II_3 класу 3 порядку, ланки 6 і 7 – групу II_2 класу 2 порядку, а ланки 4 і 5 – групу II_3 3 порядку. Таким чином механізм слід віднести до II_3 класу та 3 порядку.

Формула будови такого механізму має вигляд

$$I_1 (0, 1) + II_3 (2, 3) + II_3 (4, 5) + II_2 (6, 7).$$

3. Синтез плоских важільних механізмів

Задачі синтезу плоских важільних механізмів можна розв'язати чотирма основними методами:

а) *графічним*, який засновано на використанні рисунків кінематичних схем у характерних крайніх положеннях вихідної ланки, на яких параметри довжини накреслені у певному масштабі;

б) *аналітичним*, заснованим на різних математичних методах, що використовує геометрія, тригонометрія, алгебра та вища математика;

в) *графоаналітичним*, що поєднує два вказаних вище методи. Цей метод найбільш часто використовується і поєднує в собі наочність та високу точність;

г) *експериментальний*, що використовує натуральні зразки або моделі механізмів, які проектуються.

Далі, у прикладах, використовуємо тільки *графоаналітичний метод*, який запропонує І.І.Артоболевський і інші вчені.

3.1. Побудова планів і циклограми руху механізму

Планом механізму називають зображення кінематичної схеми механізму у положенні, що задається координатою початкової ланки і з використанням масштабного коефіцієнта довжини (μ_ℓ).

Масштабний коефіцієнт довжини це відношення натуральної довжини ланки в метрах до відповідного відрізка в міліметрах на кресленні, що зображує ланку.

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OA}}{OA} \left(\frac{M}{MM} \right) \quad (3.1).$$

де ℓ_{OA} – дійсна довжина кривошипу OA в метрах; OA – довжина відрізка, що зображує кривошип на кресленні.

Побудову планів механізму здійснюють використовуючи метод засічок. Плани будують згідно заданим координатам, наприклад кута повороту кривошипа. Але виникає питання від якого початкового положення

треба цей кут відкласти. Для вирішення цього питання будують крайні положення вихідної (робочої) ланки та складають циклограму руху.

Приклад 1. Виконати синтез чотириланкового механізму (рис.3.1).
 Задано: - кут $\beta_4 = 40^\circ$ гойдання вихідного коромисла ВС; - довжина $\ell_{BC} = 0,85\text{ м}$ коромисла ВС; - міжосьова відстань $\ell_{OC} = 1,6\text{ м}$.

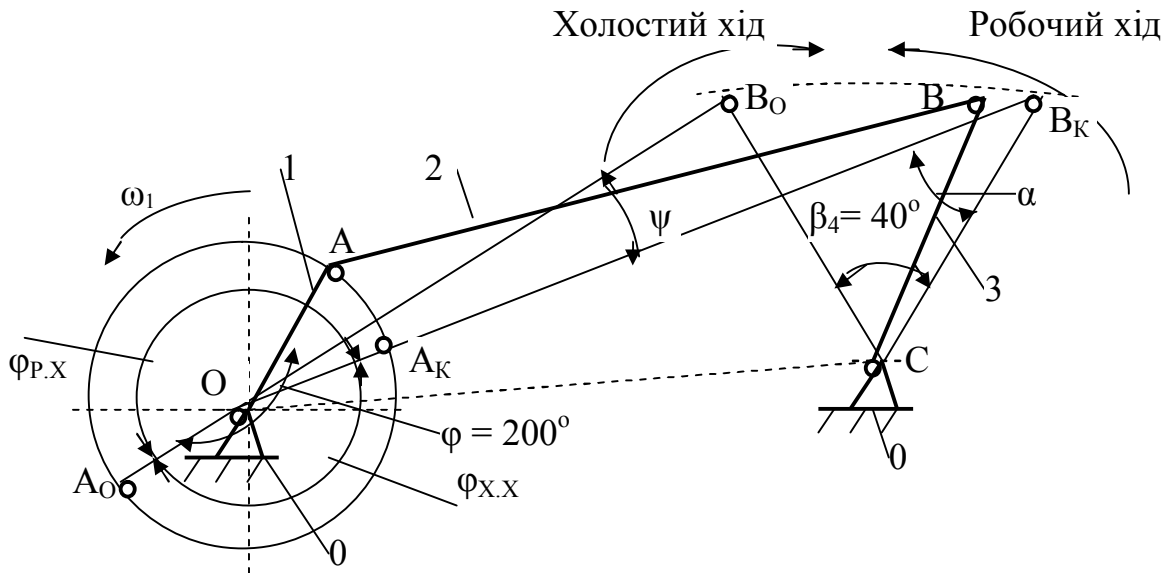


Рис. 3.1.

Розраховуємо масштабний коефіцієнт довжини

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{OC}}{OC} = \frac{1,6}{80} = 0,02, \left(\frac{\text{М}}{\text{ММ}} \right)$$

Визначаємо розмір коромисла ВС для креслення

$$BC = \frac{\ell_{BC}}{\mu_\ell} = \frac{0,85}{0,02} = 42,5\text{ мм}$$

З довільної взятої точки С будуюмо кут $\beta_4 = 40^\circ$ гойдання вихідного коромисла ВС розмір якого 42,5 мм., отримуємо точки B_0 і B_K . Положення коромисла B_0C і B_KC називаються **крайніми**. Відкладаємо відрізок міжосьової відстані $CO = 80$ мм. З'єднуємо центр обертання кривошипу О з точками B_0 і B_K записуємо рівняння

$$\begin{aligned} OB_K &= L_2 + L_1 = 120; \\ OB_0 &= L_2 - L_1 = 80. \end{aligned}$$

Розв'язуючи рівняння знаходимо значення довжини ланок L_1 і L_2 , які зображені на рис. 3.1 у масштабі $\mu_\ell = 0,02\text{мм}$.

$$L_1 = OA = \frac{OB_K - OB_O}{2} = \frac{120 - 80}{2} = 20\text{мм},$$

$$L_2 = OB = \frac{OB_K + OB_O}{2} = \frac{120 + 80}{2} = 100\text{мм}.$$

Значення натуральних довжин розраховуємо за формулами

$$\ell_1 = OA \cdot \mu_\ell = 20 \cdot 0,02 = 0,4\text{м},$$

$$\ell_2 = OB \cdot \mu_\ell = 120 \cdot 0,02 = 2,4\text{м}.$$

Розміри ланок складаємо до таблиці 3.1 для креслення схеми механізму у заданого куту $\varphi = 200^\circ$ положенні.

Таблиця 3.1. Розміри ланок механізму

Ланки	1 (OA)	2 (AB)	3 (CB)	4 (OC)
Натуральний розмір, м	0,4	2,04	0,85	1,6
Розмір на кресленні, мм	20	120	42,5	80

З центра обертання кривошипа 1 проводимо траєкторію руху точки А яка описує коло радіусом $OA = 20$ мм. На колі помічаємо точки A_O і A_K , отримуємо два кути $\varphi_{X.X}$ та $\varphi_{P.X}$. Більший із кутів $\varphi_{P.X}$ називаємо кутом робочого ходу, менший $\varphi_{X.X}$ кутом холостого ходу. Рух механізму слід починати з виконання холостого ходу, що дозволяє знайти напрямку кутової швидкості ω_1 , та визначити початкове положення кривошипу OA_O . Відкладаємо заданий кут $\varphi = 200^\circ$ положенні кривошипу, за кутовою швидкістю ω_1 і основною (жирною) лінією будуємо задане положення механізму.

Циклограма руху механізму, у формі таблиці 3.2, має такий вигляд

Таблиця 3.2. Циклограма руху ланок механізму

Назва такту циклу	Холостий хід	Робочий хід
φ , град.	0...160	160...360

У крайньому положенні коромисла B_KC і шатуном AB показано кут передачі руху α . На даний час відсутні нормативи на допустимі значення кутів передачі руху. Тому кути α передачі руху приймають у межах

$$30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ.$$

Між двома A_0B_0 , A_KB_K крайніми положеннями шатуна 2 показано кут ψ який однозначно визначає коефіцієнт R зміни середньої швидкості вихідної ланки (коромисла BC).

Коефіцієнтом R зміни середньої швидкості вихідної ланки називають відношення середньої швидкості руху ланки під час холостого ходу до її середньої швидкості під час робочого ходу. Таким чином механізм можна синтезувати за заданим коефіцієнтом R зміни середньої швидкості вихідної ланки.

Коефіцієнт R зміни середньої швидкості вихідної ланки має формулу

$$R = \frac{V_{X.X}}{V_{P.X}} = \frac{\omega_{X.X}}{\omega_{P.X}} = \frac{t_{P.X}}{t_{X.X}} = \frac{\varphi_{P.X}}{\varphi_{X.X}} = \frac{180^\circ + \psi}{180^\circ - \psi}$$

Приклад 2. Виконати синтез чотириланкового механізму (рис.3.2).
 Задано: - кут $\beta_4 = 40^\circ$ гойдання вихідного коромисла BC ; - довжина $l_{BC} = 0,85\text{м}$ коромисла BC ; - коефіцієнт $R = 1.3$ зміни середньої швидкості коромисла BC .

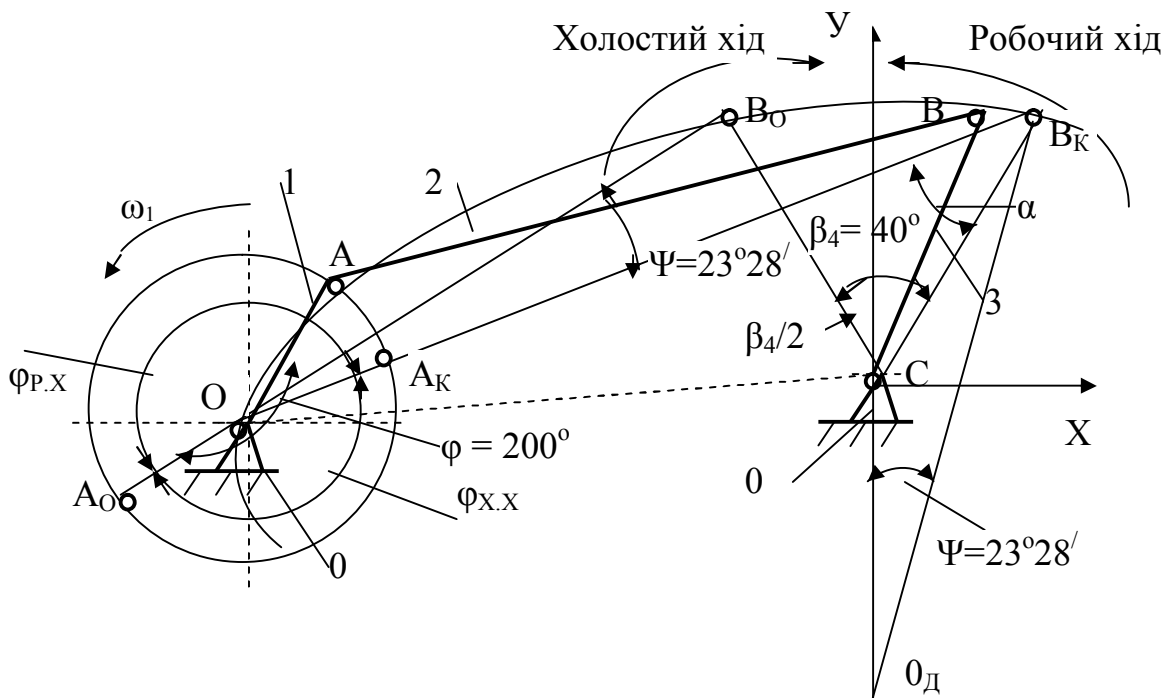


Рис. 3.2.

Розрахуємо масштабний коефіцієнт довжини

$$\mu_l = \frac{l_{BC}}{BC} = \frac{0,85}{42,5} = 0,02, \left(\frac{\text{М}}{\text{ММ}} \right)$$

Із довільної точки С, вибраної за початок координат, будуємо крайні положення коромисла В_КС і В_ОС симетрично відносно осі У, відклавши кут $\beta_4 = 40^\circ$ гойдання.

Розраховуємо кут ψ крайніх положень шатуна АВ

$$\psi = \frac{180^\circ(R-1)}{(R+1)} = \frac{180^\circ(1.3-1)}{(1.3+1)} = 23^\circ 28'.$$

Через точку В_К (або В_О) проводимо лінію В_КО_Д під кутом $\psi = 23^\circ 28'$ до координати У. Проводимо через точки В_К і В_О додаткове коло з центром О_Д. Будь-яку точку цього кола можна вибрати за центр обертання кривошипа ОА, оскільки любий вписаний кут В_КОВ_О, що опирається на дугу В_КВ_О, дорівнює розрахованому куту ψ .

Для забезпечення сприятливих кутів α передачі руху, які обмежуються умовою $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$, через точку В_К (або В_О) проводимо лінію В_КО. Визначивши положення центра О обертання кривошипа ОА, заміряємо відрізки В_КО і В_ОО, та розраховуємо довжини кривошипа 1 і шатуна 2.

$$\begin{aligned} OB_K &= L_2 + L_1 = 120; \\ OB_O &= L_2 - L_1 = 80. \end{aligned}$$

$$L_1 = OA = \frac{OB_K - OB_O}{2} = \frac{120 - 80}{2} = 20 \text{ мм},$$

$$L_2 = AB = \frac{OB_K + OB_O}{2} = \frac{120 + 80}{2} = 100 \text{ мм}.$$

Значення натуральних довжин розраховуємо за формулами

$$\ell_1 = OA \cdot \mu_\ell = 20 \cdot 0,02 = 0,4 \text{ м},$$

$$\ell_2 = AB \cdot \mu_\ell = 120 \cdot 0,02 = 2,4 \text{ м}.$$

$$\ell_4 = OC \cdot \mu_\ell = 80 \cdot 0,02 = 1,6 \text{ м}.$$

Розміри ланок складаємо до таблиці 3.1 для креслення схеми механізму у заданого куту $\varphi = 200^\circ$ положенні.

Приклад 3. Виконати синтез шестиланкового механізму (рис.3.3). Задано: - довжина $\ell_{BO} = 0,55 \text{ м}$ міжосьової відстані ВО; коефіцієнт $R = 1,4$ зміни середньої швидкості куліси ВС; - відношення $\lambda = \ell_{CD} / \ell_{BC} = 0,35$; $S = 1,1 \text{ м}$ - хід повзуна 5.

Розраховуємо масштабний коефіцієнт довжини

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{BO}}{BO} = \frac{0,55}{27,5} = 0,02, \left(\frac{\text{М}}{\text{ММ}} \right)$$

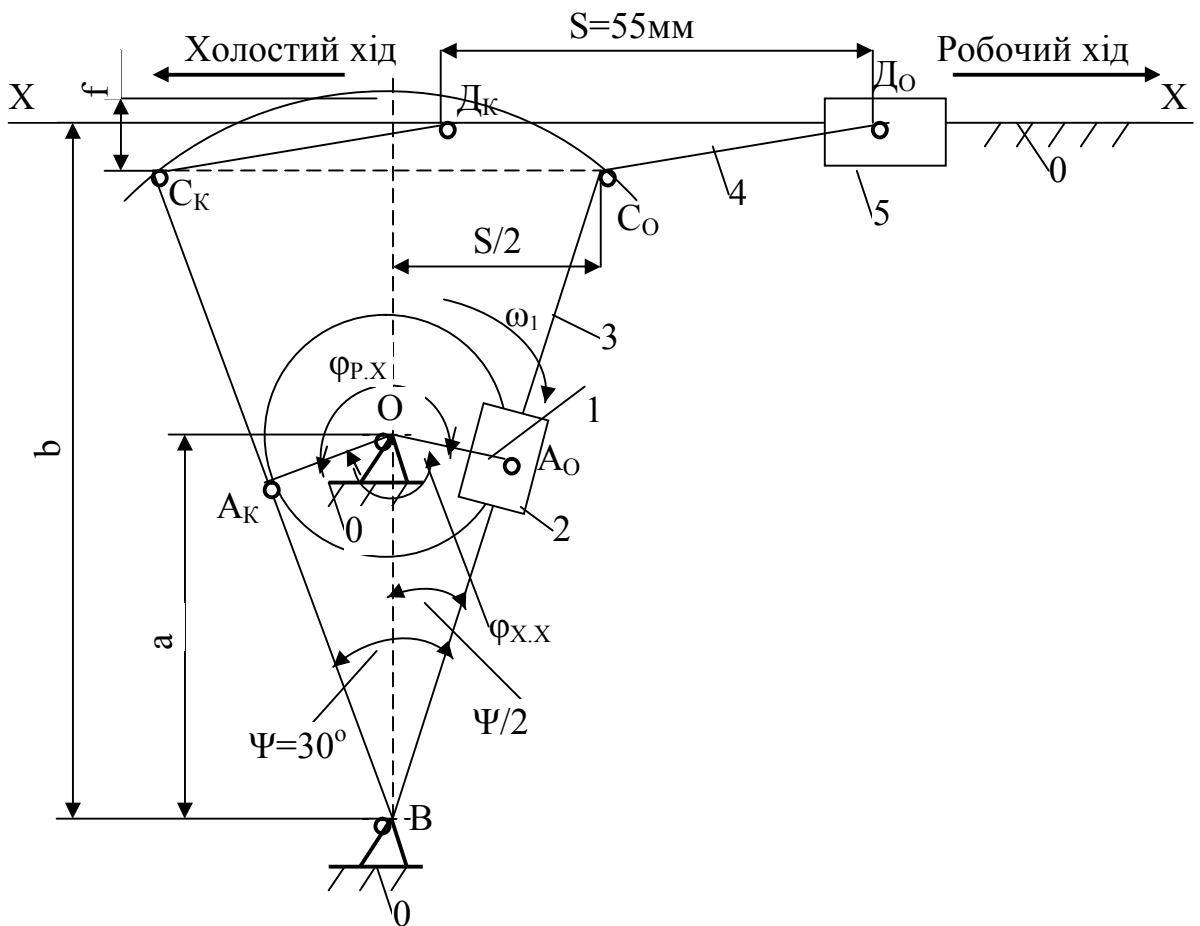


Рис. 3.3.

Розраховуємо кут ψ гойдання кулі BC, використавши коефіцієнт R

$$\psi = \frac{180^\circ (R - 1)}{(R + 1)} = \frac{180^\circ (1.4 - 1)}{(1.4 + 1)} = 30^\circ.$$

Із довільної точки B відкладаємо розмір міжосьової відстані $BO = 27,5$ мм. і проводимо два промені під кутом $\psi/2$ до лінії BO. Ці промені визначатимуть два крайні, праве і ліве, положення кулі 3.

На цих променях знаходимо хорду C_0C_K довжина якої дорівнює максимальному ходу $\bar{S} = 55$ мм повзуна 5 у масштабі $\mu_\ell = 0,02$ м/мм.

$$\bar{S} = \frac{S}{\mu_\ell} = \frac{1,1}{0,02} = 55 \text{ мм}$$

З точки O проводимо два перпендикуляри OA_0 і OA_K до крайніх положень кулі 3. Визначаємо довжини кривошипу 1, кулі 3 та шатуна 4

$$\ell_1 = OA_0 \cdot \mu_\ell = 7,5 \cdot 0,02 = 0,15 \text{ м.}$$

$$\ell_3 = BC_o \cdot \mu_\ell = 106 \cdot 0,02 = 2,12 м.$$

$$\ell_4 = \ell_3 \cdot \lambda = 2,12 \cdot 0,35 = 0,742 м.$$

$$CD = BC_o \cdot \lambda = 106 \cdot 0,35 = 37,1 мм,$$

Для забезпечення найменших кутів θ_{\min} тиску при передачі зусиль від шатуна 4 до повзуна 5 доцільно вибрати таке положення осі X – X (лінії руху повзуна 5), щоб вона ділила стрілку сегмента f навпіл.

Розраховуємо відстань b між центром обертання куліси 3 і напрямною повзуна 5 за формулою

$$\bar{b} = BC - \frac{f}{2} = 106 - \frac{3,6}{2} = 104,2 мм$$

$$b = \bar{b} \cdot \mu_\ell = 104,2 \cdot 0,02 = 2,084 м.$$

Розміри ланок складаємо до таблиці 3.3.

Таблиця 3.3. Розміри ланок механізму

Ланки	1 (OA)	2 (A ₂)	3 (CB)	4 (DC)	OB	b	S	f
Натуральний розмір, м	0,15	-	2,12	0,742	0,55	2,084	1,1	0,072
Розмір на кресленні, мм	7,5	-	106	37,1	27,5	104,2	55	3,6

З центра обертання O кривошипа 1 проводимо траєкторію руху точки A яка описує коло радіусом OA. На колі помічаємо точки A_O і A_K, отримуємо два кути $\varphi_{x,x}$ та $\varphi_{p,x}$. Більший із кутів $\varphi_{p,x}$ називаємо кутом робочого ходу, менший $\varphi_{x,x}$ кутом холостого ходу. Рух механізму слід починати з виконання холостого ходу, що дозволяє знайти напрямок кутової швидкості ω_1 , та визначити початкове положення кривошипу OA_O.

Циклограма руху механізму, у формі таблиці 3.4, має такий вигляд

Таблиця 3.4. Циклограма руху ланок кулісного механізму

Назва такту циклу	Холостий хід	Робочий хід
φ , град.	0...150	150...360

Приклад 4. Побудувати план положення шестиланкового механізму (рис.3.4). Задано: - довжина $\ell_1 = 0,07 м$. Розміри ланок важільного механізму визначити за формулами 4.1 - 4.6. Скласти циклограму руху ланок.

Розраховуємо розміри ланок важільного механізму

$$L = 2,2 \cdot \ell_1 = 2,2 \cdot 0,07 = 0,154 м; \quad (4.1)$$

$$Y = 3 \cdot l_1 = 3 \cdot 0,07 = 0,21\text{м}; \quad (4.2)$$

$$X = 1,5 \cdot l_1 = 1,5 \cdot 0,07 = 0,105\text{м}; \quad (4.3)$$

$$l_2 = l_4 = 3,5 \cdot l_1 = 3,5 \cdot 0,07 = 0,245\text{м}; \quad (4.4)$$

$$l_{O_2B} = l_{BC} = 2,5 \cdot l_1 = 2,5 \cdot 0,07 = 0,175\text{м}. \quad (4.5)$$

$$l_3 = 5,0 \cdot l_1 = 5,0 \cdot 0,07 = 0,35\text{м}; \quad (4.6)$$

Розраховуємо масштабний коефіцієнт довжини

$$\mu_l = \frac{l_3}{O_2C} = \frac{0,35}{140} = 0,0025, \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right)$$

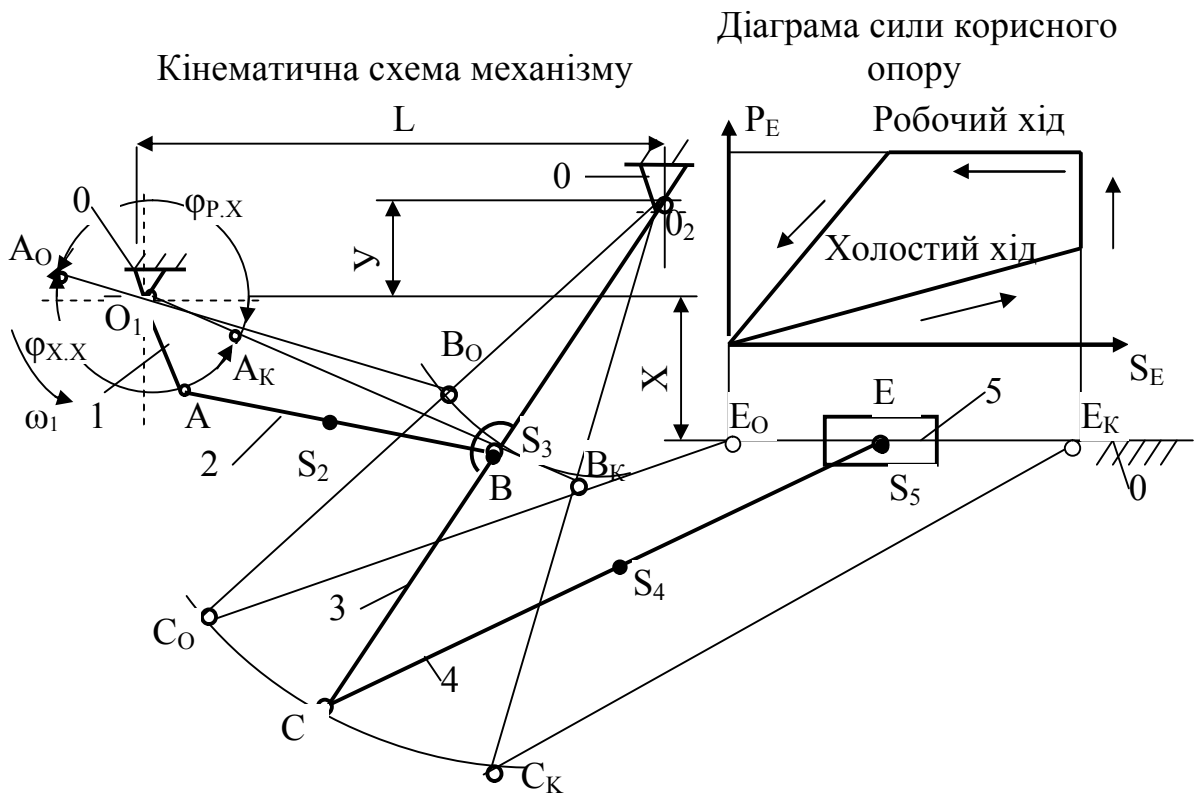


Рис. 3.4.

Значення розмірів ланок для креслення розраховуємо за формулою та зводимо до таблиці 3.5

$$\bar{L} = \frac{L}{\mu_l} = \frac{0,154}{0,0025} = 61,5\text{мм}$$

Вибираємо центр обертання кривошипу O_1 , відкладаємо розміри L , Y , X , помічаємо центр обертання O_2 коромисла O_2C . З точки O_2 проводимо

частину траєкторії руху точки В, дугу радіусом $O_2B = 70$ мм.

Таблиця 3.5. Розміри ланок механізму

Ланки	1 (O_1A)	2 (AB)	3 (O_2C)	4 (CE)	$O_2B=$ BC	L	У	X
Натуральний розмір, м	0,07	0,245	0,35	0,245	0,175	0,154	0,21	0,105
Розмір на кресленні, мм	28	98	140	98	70	61,6	84	42

Розраховуємо розміри

$$O_1B_K = O_1A + AB = 28 + 98 = 126 \text{ мм};$$

$$O_1B_O = AB - O_1A = 98 - 28 = 70 \text{ мм}.$$

З центра O_1 радіусами $O_1B_O = 70$ мм. і $O_1B_K = 126$ мм. робимо насічки на дузі, помічаємо точки B_O і B_K та проводимо траєкторію руху точки А яка описує коло радіусом O_1A . На колі помічаємо точки A_O і A_K , отримуємо два кути $\varphi_{X.X}$ та $\varphi_{P.X}$. Більший із кутів $\varphi_{P.X}$ називаємо кутом робочого ходу, менший $\varphi_{X.X}$ кутом холостого ходу. Рух механізму слід починати з виконання холостого ходу, що дозволяє знайти напрямок кутової швидкості ω_1 , та визначити початкове положення кривошипу O_1A_O .

Циклограма руху механізму, у формі таблиці 3.5, має такий вигляд

Таблиця 3.5. Циклограма руху ланок кулісного механізму

Назва такту циклу	Холостий хід	Робочий хід
φ , град.	0...165	165...360

Проводимо два крайніх положення O_2C_K і O_2C_O коромисла 3. З точок C_O і C_K , за допомогою довжини шатуна 4 ($CE = 98$ мм.), знаходимо крайні положення повзуна 5 (точки E_O , E_K). Розмір E_OE_K означає хід S_E повзуна 5. На цьому розмірі будуємо діаграму сил корисного опору P_E на якій помічаємо напрямки холостого та робочого ходів. Основними (жирними) лініями зображено задане кутом $\varphi_1 = 130^\circ$ положення механізму.

Положення центрів мас S_2 , S_3 , S_4 ланок визначаємо за формулами

$$AS_2 = 0,5 \cdot AB = 0,5 \cdot 98 = 49 \text{ мм};$$

$$O_2S_3 = 0,5 \cdot O_2C = 0,5 \cdot 140 = 70 \text{ мм};$$

$$CS_4 = 0,5 \cdot CE = 0,5 \cdot 98 = 49 \text{ мм}.$$

Приклад 5. Побудувати план положення шестиланкового механізму (рис.3.5). Задано: - довжина $\ell_3 = 1,5\text{ м}$; - $\beta_3 = 42^\circ$ кутовий хід коромисла 3; - $R = 1,2$ коефіцієнт зміни кутової швидкості шатуна 5. Розміри ланок важільного механізму визначити за формулами 5.1 - 5.4.

Число ступенів вільності за формулою Чебишова маємо

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Механізм складають п'ять рухомих ланок $n = 5$ та сім $p_5 = 7$ нижчих кінематичних пар V класу. Кінематичні пари IV класу відсутні $p_4 = 0$.

У цьому механізмі маємо один початковий механізм I₁ класу з ланками 0 і 1, та дві групи Ассура II класу.

Структурна формула будови цього механізму записується так:

$$I_1 (0, 1) + II_3 (2, 4) + II_2 (5, 3).$$

Таким чином механізм відносимо до II класу та 3 порядку.

Розраховуємо розміри ланок важільного механізму

$$\ell_4 = 0,9 \cdot \ell_3 = 0,9 \cdot 1,5 = 1,35\text{ м}; \quad (5.1)$$

$$Y = 1,2 \cdot \ell_3 = 1,2 \cdot 1,5 = 1,8\text{ м}; \quad (5.2)$$

$$X = 0,95 \cdot \ell_3 = 0,95 \cdot 1,5 = 1,425\text{ м}; \quad (5.3)$$

$$\ell_5 = 1,1 \cdot \ell_3 = 1,1 \cdot 1,5 = 1,65\text{ м}; \quad (5.4)$$

Розраховуємо масштабний коефіцієнт довжини

$$\mu_\ell = \frac{\ell_3}{O_3C} = \frac{1,5}{75} = 0,02 \left(\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right).$$

Значення розмірів ланок для креслення розраховуємо за формулою та зводимо до таблиці 3.6

$$\overline{\ell_4} = \frac{\ell_4}{\mu_\ell} = \frac{1,35}{0,02} = 67,5\text{ мм}$$

Таблиця 3.6. Розміри ланок механізму

Ланки	3 (O ₃ C)	4 (O ₂ B)	5 (BC)	Y	X
Натуральний розмір, м	1,5	1,35	1,65	1,8	1,425
Розмір на кресленні, мм	75	67,5	82,5	90	71,25

Вибираємо центр обертання коромисла 3 O_3 , відкладаємо розміри Y , X , помічаємо центр обертання O_2 коромисла 4. З точки O_3 відкладаємо $\beta_3 = 42^\circ$ кутовий хід коромисла 3. Крайні положення коромисла 3 позначаємо O_3C_K і O_3C_O . За допомогою циркуля, на якому відкладено розмір шатуна 5 $BC = 82,5$ мм., знаходимо крайні положення O_2B_K і O_2B_O коромисла 4.

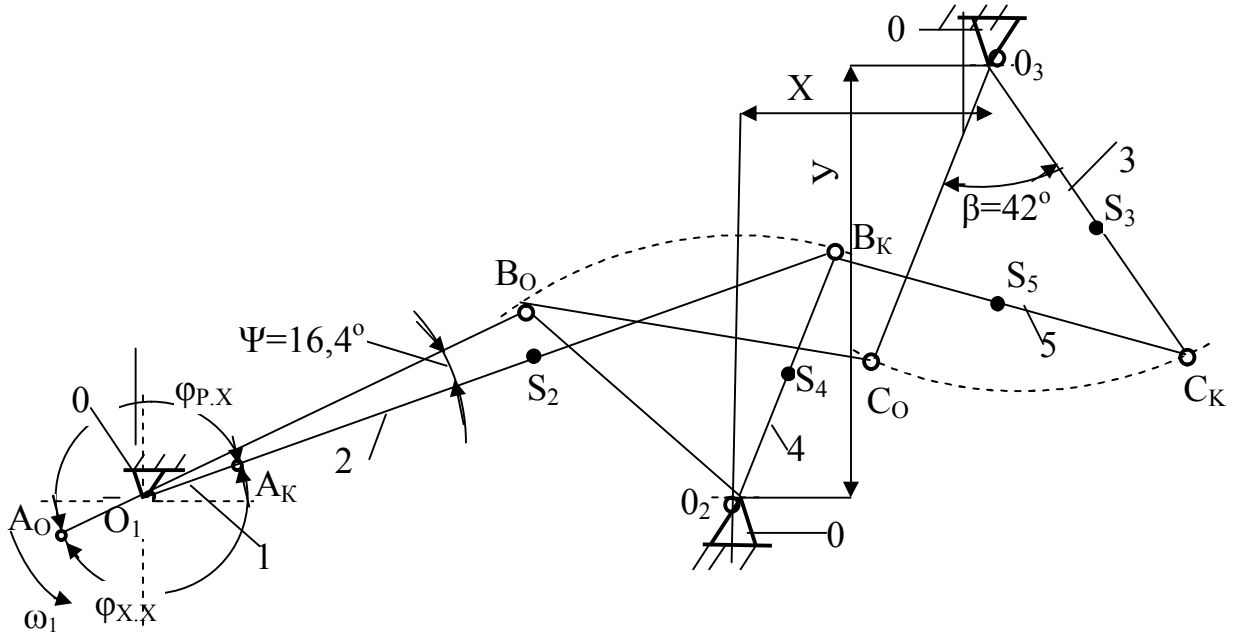


Рис. 3.5.

Розраховуємо кут ψ крайніх $B_K A_K$ і $B_O A_O$ положень шатуна 2

$$\psi = \frac{180^\circ (R - 1)}{(R + 1)} = \frac{180^\circ (1,2 - 1)}{(1,2 + 1)} = 16,4^\circ.$$

Для забезпечення сприятливих кутів α передачі руху, які обмежуються умовою $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$, через точку B_K проводимо промінь ($B_K O_1$) під кутом передачі руху $\alpha = \angle O_2 B_K O_1 = 50^\circ$. Повертаємо, проти годинникової стрілки, промінь ($B_K O_1$) на кут $\psi = 16,4^\circ$ і проводимо його через точку B_O . Точку O_1 де перехрещуються два ($O_1 B_K$ і $O_1 B_O$) промені вибираємо за центр обертання кривошипа 1. Визначивши положення центра O_1 обертання кривошипа 1, заміряємо відрізки $B_K O_1$ і $B_O O_1$, та розраховуємо довжини кривошипа 1 і шатуна 2.

$$\begin{aligned} O_1 B_K &= L_2 + L_1 = 186; \\ O_1 B_O &= L_2 - L_1 = 110. \end{aligned}$$

$$L_1 = O_1 A = \frac{O_1 B_K - O_1 B_O}{2} = \frac{186 - 110}{2} = 38 \text{ мм},$$

$$L_2 = AB = \frac{O_1 B_K + O_1 B_O}{2} = \frac{186 + 110}{2} = 148 \text{ мм}.$$

Значення натуральних довжин розраховуємо за формулами

$$\ell_1 = O_1A \cdot \mu_\ell = 38 \cdot 0,02 = 0,76м,$$

$$\ell_2 = AB \cdot \mu_\ell = 148 \cdot 0,02 = 2,96м.$$

Положення центрів мас S_2, S_3, S_4 ланок визначаємо за формулами

$$AS_2 = 0,5 \cdot AB = 0,5 \cdot 148 = 74мм;$$

$$O_3S_3 = 0,5 \cdot O_3C = 0,5 \cdot 75 = 37,5мм;$$

$$CS_5 = 0,5 \cdot CB = 0,5 \cdot 82,5 = 41,25мм;$$

$$O_2S_4 = 0,5 \cdot O_2B = 0,5 \cdot 67,5 = 33,75мм.$$

Циклограма руху механізму, у формі таблиці 3.7, має такий вигляд

Таблиця 3.7. Циклограма руху ланок важільного механізму

Назва такту циклу	Холостий хід	Робочий хід
φ , град.	0...163,6	163,6...360