

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

Кафедра «Інформаційні системи в економіці»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ  
«АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 7.03050201, 8.03050201  
«ЕКОНОМІЧНА КІБЕРНЕТИКА» ДЕННОЇ ФОРМИ  
НАВЧАННЯ)**

**7/60-2012-02**

Горлівка – 2012

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНИЙ ІНСТИТУТ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Директор АДІ ДВНЗ «ДонНТУ»  
М. М. Чальцев  
2012 р.

Кафедра «Інформаційні системи в економіці»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ  
«АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 7.03050201, 8.03050201  
«ЕКОНОМІЧНА КІБЕРНЕТИКА» ДЕННОЇ ФОРМИ  
НАВЧАННЯ)**

**7/60-2012-02**

«РЕКОМЕНДОВАНО»  
Навчально-методична комісія  
факультету  
«Економіка та управління»  
Протокол № 2 від 8.10.2012 р.

«РЕКОМЕНДОВАНО»  
Кафедра «Інформаційні системи в  
економіці»  
Протокол № 2 від 1.10.2012 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ ІНСТИТУТ

З а т в е р д ж у ю:  
директор АДІ ДонНТУ  
\_\_\_\_\_ М.М. Чальцев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 р.

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ  
«АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 7.03050201, 8.03050201  
«ЕКОНОМІЧНА КІБЕРНЕТИКА» ДЕННОЇ ФОРМИ  
НАВЧАННЯ)**

Укладачі: **Гуменюк М. М.**

Затверджено на засіданні  
навчально–методичної комісії  
факультету  
«Економіка та управління»  
Протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_ жовтня 2012 р.  
Голова НМК  
\_\_\_\_\_ к.і.н. М.А. Шипович

Замовлення № \_\_\_\_\_  
від \_\_\_\_\_

Затверджено на засіданні кафедри  
«Інформаційні системи в економіці»  
Протокол №  2  від  1  жовтня 2012 р.

Зав. кафедрою  
\_\_\_\_\_ к.т.н. В.Л. Ніколаєнко

Зав. бібліотеки  
\_\_\_\_\_ Т.О. Малайдак

Нач. РВВ  
\_\_\_\_\_ Н.Ф. Курган

УДК 338(071)

Методичні вказівки до виконання практичних робіт із дисципліни «Актуарні розрахунки» (для студентів спеціальностей 7.03050201, 8.03050201 «Економічна кібернетика» денної форми навчання) [Електронний ресурс] / укладач М. М. Гуменюк. – Електрон. дані. – Горлівка: ДВНЗ «ДонНТУ» АДІ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-R); 12 см. – Систем. вимоги: Pentium; 32 MB RAM; WINDOWS 98/2000/NT/XP; MS Word 2000. – Назва з титул. екрану.

Вказівки містять практичні рекомендації до виконання основних видів робіт, що передбачені програмою дисципліни «Актуарні розрахунки». Практичні завдання надають можливість набути знання та закріпити практичні навички з розробки, використання й адаптації сучасних методів прийняття ефективних управлінських рішень економічними суб'єктами в умовах невизначеності та ризику.

Укладач: Гуменюк М. М., к.е.н., доц.

Відповідальний за випуск: Ніколаєнко В. Л., к.т.н., доц.

Рецензент: Ніколаєнко В. Л., к.т.н., доц.

© Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут, 2012

**ЗМІСТ**

ВСТУП .....	4
ТЕМАТИКА ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ «АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ» .....	5
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1 .....	6
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2 .....	12
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3 .....	19
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 4 .....	29
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5 .....	47
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6 .....	60
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ .....	72
КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ .....	73
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ .....	74

## ВСТУП

Вивчення й врахування невизначеності, конфліктності, багатокритеріальності та породжуваного ними ризику стало однією з ключових ліній розвитку економічної теорії в другій половині ХХ ст. Особливістю сучасного економічного ризику є його тотальність, всеосяжність. Власне, тому економічний ризик належить до фундаментальних понять сучасної економічної науки.

У разі застосування страхових схем обчислення ефективних фінансових показників, що передбачають отримання додаткових вигод (знижок) або збитків, що вимагають компенсації, у зв'язку з настанням обставин невизначеності й ризику, говорять про особливий вид фінансових розрахунків – актуарні розрахунки.

Запозичуючі компанії (страхові, валютні, фондові, брокерські й аудиторські фірми, банки, пайові, пенсійні та інші спеціалізовані інвестиційні фонди), дебіторська заборгованість яких у декілька разів перевищує їх власні активи, представляють собою джерело підвищеного ризику, що зачіпає як правило, інтереси широких кіл бізнесу та населення, розглядаються як організації, що підлягають обов'язковому страхуванню й актуарному оцінюванню. При цьому слід зазначити, що конкретні інструкції, методики, математичні моделі, програмно-методичні комплекси, які використовуються цими суб'єктами економічної діяльності при врахуванні й оцінюванні економічного ризику, є комерційною таємницею, що досить ретельно охороняється. У зв'язку з цим у багатьох наукових працях наголошується, що однією з головних причин недостатнього врахування ризику є те, що багато керівників різних рівнів і рангів просто не мають таких знань, не в змозі операціонально висловити свої міркування (судження), що пов'язані з проблемами управління в умовах невизначеності й ризику.

Вивчення студентами основ сучасної теорії актуарних розрахунків сприятиме виробленню у майбутніх фахівців глибокого розуміння суті економічних явищ і процесів, гнучкого професійного мислення, оволодінню сучасною, що враховує ризик, методологією аналізу та прийняття раціональних рішень, стратегією й тактикою антикризового управління економічним (господарським) об'єктом у реальних умовах.

## ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ «АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ»

№ з/п	Назва теми та зміст практичних занять	Обсяг практичних занять, академ. годин	Обсяг самостійної роботи, академ. годин
<b>Модуль 1</b>			
1	Практична робота № 1. Розрахунок тарифних ставок за складовими страхового портфелю	2	7
2	Практична робота № 2. Розрахунок тарифних ставок у особистому страхуванні життя	2	7
3	Практична робота № 3. Аналіз надійності суб'єктів страхового ринку	4	7
	Всього практичних занять модулю 1	8	21
<b>Модуль 2</b>			
4	Практична робота № 4. Аналіз інвестиційних проектів в умовах ризику	3	7
5	Практична робота № 5. Методи зниження ризику портфелю цінних паперів	3	7
6	Практична робота № 6. Модель оцінки капітальних активів	3	7
	Всього практичних занять модулю 2	9	21
	Всього за семестр	17	42

Самостійна робота студентів складається з самостійної проробки лекційного матеріалу при підготовці до практичних занять та лекцій, роботи з нормативною, довідковою та періодичною літературою.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1 РОЗРАХУНОК ТАРИФНИХ СТАВОК ЗА СКЛАДОВИМИ СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЮ

**Мета:** здобути практичні навички з використання методики проведення розрахунків тарифних ставок за декількома видами страхування, що складають страховий портфель страховика.

### Теоретичні відомості

Страховий тариф або тарифна ставка, представляє собою грошову плату страхувальника (ставку страхового внеску) з одиниці страхової суми або об'єкта страхування, чи відсоткову ставку від сукупної страхової суми.

*Тарифна ставка* – це ціна страхового ризику й інших витрат, адекватне грошове відображення зобов'язань страховика за укладеним договором страхування.

Тарифна ставка, за якою укладається договір страхування, носить назву брутто-ставки. У свою чергу брутто-ставка складається з двох частин нетто-ставки й навантаження. Власне нетто-ставка виражає ціну страхового ризику: пожежі, повені, вибухи тощо. Навантаження покриває витрати страховика по організації та проведенню страхової справи, включає відрахування до запасних фондів, містить елементи прибутку (рис. 1.1).

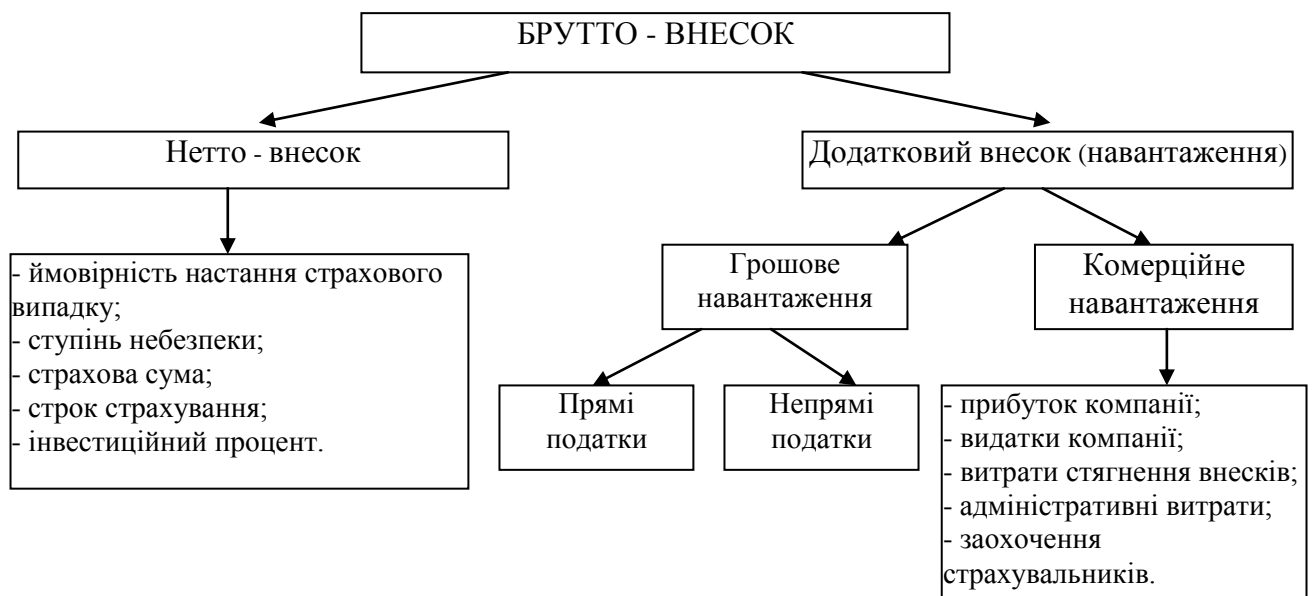


Рисунок 1.1 – Структура страхового внеску



В основу розрахунку нетто-ставки покладено показники страхової статистики – імовірність страхового випадку, виплата відшкодування по даному виду страхування.

Слід зауважити, що поняття ймовірності стосовно страхового випадку характеризується двома особливостями.

*Перша особливість* – у загальному випадку ймовірність встановлюється підрахунком числа сприятливих подій. У страхуванні – настання (реалізація) страхової події (страхового випадку) явище, як правило, несприятливе як для страхувальника, так і для страховика.

*Друга особливість* полягає в тому, що для визначення статистичної вірогідності необхідно провести ряд випробувань (не менше 10). При страхуванні ж є лише деяка кількість об'єктів, які піддаються страховому випадку.

До *страхових розрахункових показників* відносяться:

- середня страхова сума за одним договором страхування –  $C_{CC}$ ;
- середня страхова виплата за одним договором страхування –  $C_B$ ;
- імовірність настання страхового випадку за одним договором страхування –  $P_1$ ;
- кількість укладених договорів за визначений період часу (наприклад, один рік) –  $N$ ;
- кількість страхових випадків  $M$ , що сталися в  $N$  договорах.

На основі розрахункових показників є можливість визначити та проаналізувати тарифні ставки (брутто-ставку, нетто-ставку), ризикові надбавки, показник збитковості та інші показники функціонування страхової організації як за окремими галузями та підгалузями, так і за видами її діяльності.

### **Алгоритм проведення розрахунків тарифних ставок за декількома видами страхування, що входять до страхового портфелю**

Якщо до складу портфелю страхувальника входять два види страхування: майнове та від нещасного випадку, то алгоритм розрахунку можна представити як послідовність наступних етапів.

Етап 1. Розрахунок нетто-ставки за формулою:

$$T_{НС1} = T_0 + \Delta, \quad (1.1)$$

де  $T_0$  – основна частина нетто-ставки, грн;

$\Delta$  – ризикова надбавка.

Основна частина нетто-ставки за першим видом страхування розраховується за наступною формулою:

$$T_{01} = \frac{C_B}{C_{CC}} \cdot P_1 \cdot 100, \quad (1.2)$$

де  $C_B$  – середня страхова виплата;

$C_{CC}$  – середня страхова сума;

$P_1$  – імовірність настання страхового випадку.

Ризикова надбавка для майнового страхування обчислюється за формулою:

$$\Delta_1 = 1,2 \cdot T_0 \cdot \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1-P}{n \cdot P}}, \quad (1.3)$$

де  $\alpha(\gamma)$  – коефіцієнт, що залежить від гарантії безпеки  $\gamma$ ,  $\alpha(\gamma) = 1,645$ .

Брутто-ставка зі 100 грн страхової суми за першим видом страхування обчислюється за формулою:

$$T_{BC1} = \frac{100 \cdot T_{HC}}{100 - H'}, \quad (1.4)$$

де  $H'$  – частка статей навантаження в процентах від брутто-ставки, %.

Етап 2. Основна частина нетто-ставки за другим видом страхування (від нещасного випадку) розраховується за наступною формулою:

$$T_{02} = \frac{C_B}{C_{CC}} \cdot P_2 \cdot 100. \quad (1.5)$$

Ризикова надбавка для особистого страхування від нещасного випадку обчислюється за формулою:

$$\Delta = T_{HC} \cdot \alpha(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{1}{n \cdot P_{CC}} [1 - P_{CC} + \left(\frac{R_B}{C_B}\right)^2]}, \quad (1.6)$$

де  $n$  – кількість укладених договорів за даним видом страхування;

$P_{CC}$  – імовірність страхового випадку;

$R_B$  – розкид можливих відшкодувань.

Нетто-ставка для другого виду страхування розраховується за формулою:

$$T_{HC2} = T_{02} + \Delta. \quad (1.7)$$

Брутто-ставка зі 100 грн страхової суми по другому виду страхування обчислюється за формулою:

$$T_{BC2} = \frac{100 \cdot T_{HC}}{100 - H'}. \quad (1.8)$$

Етап 3. Нетто-ставка для будь-якого виду страхування, що входить до складу страхового портфеля, буде дорівнювати:

$$T_{II} = T_0 + \Delta_{II}. \quad (1.9)$$

Ризикова надбавка розраховується за наступною формулою:

$$\Delta_{II} = T_0 \cdot \alpha(\gamma) \cdot \mu, \quad (1.10)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт варіації страхового відшкодування та розраховується за формулою:

$$\mu = \frac{\sqrt{C_{B1}^2 \cdot n_1 \cdot P_1 \cdot (1 - P_1) + 1,44 \cdot C_{B2}^2 \cdot n_2 \cdot P_2 \cdot (1 - P_2) + R_{B1}^2 \cdot n_1 \cdot P_1}}{C_{B1} \cdot n_1 \cdot P_1 + C_{B2} \cdot n_2 \cdot P_2}. \quad (1.11)$$

Відповідні брутто-ставки зі 100 грн страхової суми розраховуються за формулами:

а) при майновому страхуванні:

$$T_{BII} = \frac{100 \cdot T_{II}}{100 - H'}; \quad (1.12)$$

б) при страхуванні від нещасного випадку:

$$T_{БП2} = \frac{100 \cdot T_{ПС2}}{100 - H'} \quad (1.13)$$

### Практичне завдання

До складу страхового портфеля, що пропонується страховиком входять два види страхування: страхування майна туристів, що відправляються в подорож та особисте страхування туристів від нещасних випадків.

Необхідно розрахувати:

- нетто- та бруutto- ставку по майновому страхуванню туристів;
- нетто- та бруutto- ставку по особистому страхуванню туристів;
- нетто- та бруutto- ставки за кожним видом страхування в складі портфеля страхових ризиків.

Вихідні дані для проведення розрахунків наведено в таблиці 1.1. Дані про розкид можливих сум відшкодування при майновому страхуванні відсутні ( $R_{B1} = 1$ ).

Таблиця 1.1 – Вихідні дані для розрахунку

№ варіанта	$P_1$	$C_{CC}$	$C_{B1}$	$n$	$H'_1$	$P_2$	$C_{CC}$	$C_{B2}$	$n$	$H'_2$	$R_{B2}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,01	500	375	900	30	0,04	140	56	300	30	30
2	0,02	450	350	800	30	0,03	130	60	280	30	25
3	0,03	400	325	750	30	0,02	130	60	280	30	25
4	0,04	350	250	700	30	0,01	120	65	250	30	25
5	0,02	500	375	1000	30	0,02	150	56	300	25	30
6	0,02	450	350	800	25	0,02	120	60	280	25	25
7	0,03	400	325	750	25	0,02	110	60	280	25	25
8	0,03	350	250	700	25	0,03	140	65	250	25	25
9	0,02	400	375	1000	30	0,02	150	56	300	25	30
10	0,02	380	350	800	25	0,02	120	60	270	25	25
11	0,03	460	325	750	25	0,02	110	60	260	25	25
12	0,03	340	250	700	25	0,03	140	65	350	25	25
13	0,01	380	350	800	25	0,06	120	60	270	25	20
14	0,01	460	325	750	25	0,05	110	60	260	25	20
15	0,05	340	250	700	25	0,02	140	65	350	25	20
16	0,05	375	450	900	10	0,01	500	140	900	40	25
17	0,06	350	400	850	20	0,02	450	130	800	40	25
18	0,06	325	350	800	10	0,03	400	130	750	35	30

## Продовження таблиці 1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
19	0,07	250	400	750	20	0,04	350	120	700	35	30
20	0,08	375	380	700	15	0,02	500	150	1000	30	20
21	0,09	350	460	650	15	0,02	450	120	800	30	20
22	0,07	325	340	600	20	0,03	400	110	750	25	15
23	0,06	250	380	550	10	0,03	350	140	700	25	15
24	0,05	375	460	800	25	0,02	400	150	1000	20	30
25	0,07	350	340	500	30	0,02	380	120	800	20	25

**Питання до самоконтролю**

1. Розкрийте суть поняття «тарифна ставка».
2. Що являє собою брутто-ставка в системі страхування.
3. Назвіть складові брутто-внеску.
4. У чому різниця брутто- та нетто- ставки?
5. Що впливає на розмір комерційного навантаження тарифної ставки?
6. Які особливості застосування має ймовірність у страховій справі?
7. Які величини можна віднести до страхових розрахункових показників?
8. Який зміст має ризикова надбавка?
9. Розкрийте основні етапи алгоритму розрахунку тарифної ставки за декількома видами страхування, що входять у страховий портфель.
10. Як у тарифній ставці врахувати гарантії безпеки у випадку особистого страхування?
11. Які показники впливають на розмір ризикової надбавки?
12. У чому полягає різниця розрахунку тарифних ставок по кожному окремому виду страхування та у складі страхового портфеля?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2 РОЗРАХУНОК ТАРИФНИХ СТАВОК У ОСОБИСТОМУ СТРАХУВАННІ ЖИТТЯ

**Мета:** здобути практичні навички з використання алгоритмів розрахунку тарифних ставок у галузі особистого страхування, а саме страхування на дожиття, на випадок смерті; навчитися здійснювати перехід від одночасної нетто-ставки до сплати страхової премії в розстрочку.

### Теоретичні відомості

*Предметом страхування* в цій галузі страхової діяльності завжди є життя застрахованої особи. Проте суб'єктивними цілями страхувальників (застрахованих осіб) часто є не лише страховий захист цієї найважливішої нематеріальної цінності людини, але й страхування доходів (у тому числі призначених на покриття майбутніх значних витрат). Тому другим (похідним від першого) предметом страхування життя стали доходи, що гарантують певний рівень життя при настанні страхових випадків.

Можна виділити наступні основні *види страхування життя*:

- страхування на випадок дожиття до закінчення терміну страхування або певного віку;
- страхування на випадок смерті;
- змішане страхування життя;
- страхування дітей до одруження (шлюбне страхування);
- страхування ренти (ануїтетів);
- страхування недержавних пенсій;
- страхування коштів для оплати професійної освіти.

*Страховими випадками* (ризиками) при страхуванні життя є:

- дожиття застрахованої особи до закінчення терміну страхування або встановленого договором віку;
- смерть застрахованої особи (за будь-яких причин, крім викликаних подіями, страховими випадками, що не признаються);
- тимчасова або постійна втрата працездатності (настання інвалідності), смерть внаслідок нещасного випадку – при включенні даного ризику в договір змішаного страхування життя.

## Основні положення методики розрахунку нетто й брутто-ставок по страхуванню на дожиття та на випадок смерті

Вірогідність дожити до певного віку або до закінчення терміну страхування залежить, у першу чергу, від віку в момент страхування й терміну дії договору страхування життя. На підставі масових даних демографічної статистики й теорії ймовірності, що підлягає закону великих чисел, виведені відповідні математичні формули для розрахунку залежності смертності від віку людей. По спеціально розробленій методиці із застосуванням цих формул складаються таблиці смертності.

Імовірність померти у віці  $x$ , не доживши до віку  $x + 1$  рік, дорівнює:

$$q_x = \frac{dx}{lx}. \quad (2.1)$$

Вірогідність дожити до будь-якого віку  $p_x$  визначається як різниця:  
 $p_x = 1 - q_x$ .

Залежно від норми прибутковості й терміну інвестування страхових резервів по страхуванню життя можна вивести формулу для визначення величини сплачуваної страхової нетто-премії на початок страхування:

$$A = B_n \cdot \frac{1}{(1+i)^n}. \quad (2.2)$$

З метою спрощення розрахунків, формула перетворюється заміною співмножника у вигляді дроби на дисконтуючий множник (дисконт)  $V$ :

$$V^n = \frac{1}{(1+i)^n}. \quad (2.3)$$

Тоді маємо рівність:

$$A = B_n \cdot V^n. \quad (2.4)$$

Дисконтуючий множник визначає, яку частку від величини фонду грошових коштів, що передбачений для отримання від страховика у вигляді страхових виплат через  $n$  років при нормі прибутковості

інвестицій  $i$ , необхідно сплатити страхувальнику у вигляді страхової нетто-премії сьогодні, на початку строку страхування.

Одноразова нетто-ставка по страхуванню на дожиття розраховується за формулою:

$${}_nE_x = \frac{A_x}{L_x}. \quad (2.5)$$

Розрахунок одноразової нетто-ставки для договору страхування на випадок смерті розраховується за наступною формулою:

$$B_n = [d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \dots + d_{x+n-1}] \cdot S, \quad (2.6)$$

де  $d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \dots + d_{x+n-1}$  – число вмираючих за строками страхування у роках (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Таблиця смертності та середньої тривалості життя для чоловіків та жінок

Вік, років (x)	Число доживаючих із 100 000 народжених до віку x лет ( $l_x$ )	Число вмираючих при переході від віку x до віку x+1 років ( $d_x$ )	Імовірність померти протягом наступного року життя ( $q_x$ )	Середня тривалість життя ( $e_x$ )
1	2	3	4	5
0	100000	2462	0,24620	68,49
1	97538	327	0,00336	69,21
...	...	...	...	...
18	96264	93	0,00097	53,05
...	...	...	...	...
20	96064	119	0,00124	51,15
...	...	...	...	...
40	91366	406	0,00445	33,17
41	90960	429	0,00472	32,32
42	90531	458	0,00506	31,47
43	90073	493	0,00547	30,62
44	89580	533	0,00595	29,79
45	89047	576	0,00647	28,96
...	...	...	...	...
50	85745	778	0,00908	24,98



## Продовження таблиці 2.1

1	2	3	4	5
...	...	...	...	...
60	75902	1297	0,01708	17,92
...	...	...	...	...
85	16295	2368	0,14535	4,89

Сучасна вартість (на початок строку страхування) необхідного фонду грошових коштів  $A_x$  розраховується з урахуванням дисконтуючого множника за формулою:

$$A_x = [d_x \cdot V + d_{x+1} \cdot V^2 + d_{x+2} \cdot V^3 + \dots + d_{x+n-1} \cdot V^n] \cdot S. \quad (2.7)$$

Значення дисконтуючого множника в залежності від рівня інвестиційного проценту за роками представлені в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Значення дисконтуючих множників для ряду  $n$  та  $i$ 

Кількість років ( $n$ )	Дисконтуючий множник за $n$ років – $V^n$ при		
	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$
1	0,97087	0,95238	0,9348
2	0,94260	0,92456	0,87344
3	0,91514	0,86384	0,81630
4	0,88849	0,82270	0,76290
5	0,86261	0,78353	0,71299
10	0,74409	0,61319	0,50364

Для визначення одноразової нетто-ставки по страхуванню життя на випадок смерті ( ${}_nA_x$ ) необхідно  $A_x$  розділити на число залучених до страхування осіб  $l_x$ , тобто:

$${}_nA_x = \frac{d_x \cdot V + d_{x+1} \cdot V^2 + \dots + d_{x+n-1} \cdot V^n}{l_x} \cdot S. \quad (2.8)$$

Брутто-ставка  $T$  розраховується за формулою:

$$T = \frac{T_n}{1 - H}, \quad (2.9)$$

де  $T_n$  – нетто-ставка за видом страхування;  
 $H$  – навантаження в долях одиниці.

### Перехід від одноразової нетто-ставки до ставки при сплаті страхової премії в розстрочку

Щоб забезпечити одержання страхової премії в розстрочку її сплати за роками страхування в сумі, що еквівалентна, але не рівна арифметично сплачуваній одноразово страховій премії, розраховуються річні нетто-ставки внесків.

Річні нетто-ставки розраховуються діленням одноразових нетто-ставок на коефіцієнти розстрочки.

У практиці страхування застосовуються два види коефіцієнта розстрочки залежно від часу сплати річної суми страхового внеску.

*Коефіцієнт розстрочки постнумерандо* – при сплаті внеску в кінці року. Для кожного із залучених до страхування осіб  $l_x$  величина сучасної вартості загальної суми річних внесків за строк страхування  $n$  років зі сплатою їх у кінці кожного страхового року ( ${}_n a'_x$ ) визначається за формулою:

$${}_n a'_x = \frac{l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n} \cdot V^n}{l_x}, \quad (2.10)$$

де  ${}_n a'_x$  представляє собою сучасну вартість річної ставки внеску в розмірі 1 грн, при строку страхування  $n$  років і нормі прибутковості  $i$ .

*Коефіцієнт розстрочки пренумерандо* – при сплаті внеску на початку страхового року.

Аналогічно першому випадку виводиться формула сучасної вартості загальної суми річних внесків за  $n$  років зі сплатою їх на початку року в розрахунку на одного страхувальника:

$${}_n a''_x = \frac{l_x + l_{x+1} \cdot V + l_{x+2} \cdot V^2 + \dots + l_{x+n-1} \cdot V^{n-1}}{l_x}. \quad (2.11)$$

Річна ставка внесків із приведенням до сучасної вартості  ${}_n P_x$  буде дорівнювати  ${}_n P_x : 1 = {}_n E_x^D : {}_n a_x$ , звідки отримуємо формулу:

$${}_n P_x = \frac{{}_n E_x^D}{{}_n a_x}. \quad (2.12)$$

Річна нетто-ставка по страхуванню на дожиття на 100 грн страхової суми при коефіцієнті розстрочки пренумерандо  ${}_n a''_x$  складе:

$${}_n P_x^D = \frac{{}_n E_x^D}{{}_n a''_x}. \quad (2.13)$$

Річна нетто-ставка по страхуванню на випадок смерті на 100 грн страхової суми розраховується за наступною формулою:

$${}_n P_x^C = \frac{{}_n A_x}{{}_n a''_x}. \quad (2.14)$$

Річна бруutto-ставка по змішаному страхуванню на дожиття та на випадок смерті зі сплатою їх на початку року в розрахунку на одного страхувальника розраховується за формулою:

$$T_{см} = \frac{{}_n P_x^D + {}_n P_x^C}{1 - H}. \quad (2.15)$$

### Практична частина

Страхувальник укладає договір страхування зі страховою компанією на строк  $n$  років по страхуванню на дожиття та на випадок смерті.

Необхідно розрахувати:

– одноразову нетто- й бруutto-ставки по страхуванню на дожиття й на випадок смерті;

– нетто- й бруutto-ставки при сплаті страхової премії в рoстрoчку по страхуванню на дожиття й на випадок смерті, при цьому розрахунки проводити за обома видами коефіцієнта розстрочки (постнумерандо й пренумерандо).

Вихідні дані для проведення розрахунків наведені в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Вихідні дані для розрахунків

№ варіанта	Вік ( $x$ )	Кількість років ( $n$ )	Відсотковий множник ( $i$ )	Страхова сума ( $S$ )
1	2	3	4	5
1	40	1	0,03	300
2	41	2	0,03	200

## Продовження таблиці 2.3

1	2	3	4	5
3	42	3	0,03	100
4	43	2	0,03	400
5	40	2	0,05	100
6	41	3	0,05	200
7	42	2	0,05	300
8	43	1	0,05	100
9	40	3	0,05	100
10	41	4	0,05	300
11	42	2	0,05	500
12	43	1	0,05	100
13	40	4	0,07	400
14	41	1	0,07	300
15	42	3	0,07	200
16	43	2	0,05	250
17	44	1	0,07	200
18	40	5	0,03	150
19	41	2	0,05	150
20	42	1	0,05	100
21	43	2	0,07	500
22	41	3	0,07	450
23	42	2	0,07	400
24	43	2	0,03	350
25	40	1	0,05	300

**Питання до самоконтролю**

1. Розкрийте основні принципи страхування життя.
2. Що є предметом особистого страхування життя?
3. Перерахуйте основні види страхування життя.
4. Що є страховими ризиками при страхуванні життя?
5. Розкрийте основні принципи розрахунку тарифних ставок при страхуванні життя.
6. Як розрахувати одноразові тарифні ставки при страхуванні життя?
7. Як здійснити перехід від одноразової нетто-ставки до ставки при сплаті страхової премії у розстрочку?
8. Які існують коефіцієнти розстрочки залежно від часу сплати річної суми страхового внеску?
9. Як розрахувати річну ставку при змішаному страхуванні?

---

«Актуарні розрахунки»

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

### АНАЛІЗ НАДІЙНОСТІ СУБ'ЄКТІВ СТРАХОВОГО РИНКУ

**Мета:** здобути практичні навички з аналізу суб'єктів страхового ринку, закріпити вміння розраховувати основні показники прибутковості страхових компаній та моделювати їх поведінку в ринкових умовах.

#### Теоретичні відомості

Страховий ринок – це сфера економічних відносин, у процесі яких формуються попит і пропозиція на страхові послуги та здійснюється акт їх купівлі-продажу.

Страховик – організація, котра згідно з отриманою ліцензією бере на себе за певну плату зобов'язання відшкодувати страхувальникові або особам, яких він назвав, завданий страховим випадком збиток або виплатити страхову суму.

Сукупність страховиків, що функціонують у певному економічному середовищі, утворює страхову систему. Її головне завдання – надання страхових послуг.

У ході взаємин суб'єктів страхового ринку основним фактором, що впливає на прийняття рішення про укладання договору є надійність страхової компанії. Для її визначення необхідно застосувати методику розрахунку основних показників діяльності страхових компаній, серед яких страхувальнику необхідно здійснити вибір.

Визначення частоти страхових подій на 100 одиниць за формулою:

$$Ч_c = \frac{A}{n} \cdot 100\%, \quad (3.1)$$

де  $Ч_c$  – частота страхових подій;

$A$  – число страхових випадків;

$n$  – число застрахованих об'єктів.

Визначення збитковості страхової суми в % страхової суми:

$$B = \frac{B}{C} \cdot 100\%, \quad (3.2)$$

де  $B$  – страхове відшкодування;

$C$  – страхова сума застрахованих об'єктів.

Вагу збитку (вимірюють у %) визначаємо за формулою:

$$T_y = \frac{B \cdot n}{C \cdot A} \cdot 100 \% . \quad (3.3)$$

Для оцінки успішності роботи страхової компанії доцільно визначити ключові показники її діяльності, а саме розрахувати розмір нетто-ставки, брутто-ставки, навантаження, визначити мінімальну кількість клієнтів для беззбиткової роботи.

Методика розрахунку нетто-ставки зводиться до визначення середнього показника збитковості страхової суми за тарифний період (5 років із виправленням на величину дії надбавки). Для цього варто побудувати динамічний ряд показників збитковості страхової суми й оцінити його стабільність.

Середню арифметичну  $Y$  за 5 років визначаємо за формулою:

$$\bar{Y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5}, \quad (3.4)$$

де  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  – збитковість страхової суми.

Оцінку стабільності даного ряду динаміки виконаємо за допомогою коефіцієнта варіації та медіани. Зробимо розрахунки середнього квадратичного відхилення ( $\sigma$ ) за даними динамічного ряду, для тарифних розрахунків застосуємо таку формулу середньоквадратичного відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{n - 1}}, \quad (3.5)$$

де  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення;

$Y$  – збитковість страхової суми;

$n$  – рік.

Незначна варіація свідчить про стабільність ряду динаміки.

Якщо ряд динаміки показників збитковості можна розглянути як стійкий, то ризикова надбавка застосовується однократно як середньоквадратичне від середньої величини збитковості.

При нестійкості ряду можливе застосування дворазової ризикової надбавки, або збільшення тарифного періоду до 10 років.

Розмір нетто-ставки становить:

$$T_n = \bar{Y} + \sigma, \quad (3.6)$$

де  $T_n$  – нетто-ставка;

$\bar{Y}$  – збитковість страхової суми;

$\sigma$  – середньоквадратичне відхилення.

Для розрахунку навантаження застосовуємо формулу:

$$F = T_B - T_n, \quad (3.7)$$

де  $F$  – навантаження;

$T_B$  – брутто-ставка;

$T_n$  – нетто-ставка.

У свою чергу,

$$T_B = \frac{T_n}{100 - H(\%)} \cdot 100, \quad (3.8)$$

де  $H(\%)$  – питома вага навантаження брутто-ставки (округлення завжди в більшу сторону).

Для визначення точки беззбитковості, необхідно розрахувати ще одну величину – середню тарифну ставку страхової компанії. Скористаємося формулою:

$$\bar{T}_B = C_{CT} \cdot P \cdot \frac{T_B}{\bar{Y}}, \quad (3.9)$$

де  $\bar{T}_B$  – середня тарифна ставка страхової компанії;

$C_{CT}$  – середня вартість застрахованого об'єкта;

$P$  – імовірність страхового випадку;

$T_B$  – брутто-ставка;

$\bar{Y}$  – середня збитковість страхової суми.

Мінімальну кількість об'єктів для беззбиткової роботи страхової компанії визначаємо за формулою:

$$T_B = \frac{ПЗ}{\bar{T}_B - ПерЗ}, \quad (3.10)$$

де  $ПЗ$  – постійні витрати;

$ПерЗ$  – змінні витрати.

## Практична частина

**Задача 1.** Вибрати найменш збиткову страхову компанію. Критерієм вибору є мінімальна величина наступних показників страхування:

- частота страхових подій,
- збитковість страхової суми,
- вага збитку.

Дані для розрахунків наведено в таблицях 3.1 і 3.2.

Таблиця 3.1 – Страхова компанія А

Роки	Число об'єктів, які застраховані ( $n$ ) од.	Страхова сума об'єктів, які застраховані ( $C$ ), тис. грн	Число страхових випадків ( $A$ ), од.	Страхове відшкодування ( $B$ ), тис. грн
1	100	101,0	18	9,0
2	102	103,0	20	6,0
3	105	106,0	18	5,4
4	106	107,0	19	17,1
5	110	111,0	20	11,0

Таблиця 3.2 – Страхова компанія Б

Роки	Число об'єктів, які застраховані ( $n$ ) од.	Страхова сума об'єктів, які застраховані ( $C$ ), тис. грн	Число страхових випадків ( $A$ ), од.	Страхове відшкодування ( $B$ ), тис. грн
1	200	7100	18	315
2	185	6625	20	511
3	215	7627	18	207,9
4	220	7872	19	325,85
5	217	7783	20	595

Результати обчислень за формулами (3.1)–(3.3) зводимо в таблиці 3.3. та 3.4 для страхових компаній А та Б відповідно.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунків по страховій компанії А

Роки	Частота страхових подій ( $Ч_C$ ), %	Збитковість страхової суми ( $B$ ), %	Вага збитку ( $T_V$ ), %
1	2	3	4
1	18,00	8,91	49,50
2	19,61	5,83	29,71

«Актuarні розрахунки»



Продовження таблиці 3.3

1	2	3	4
3	17,14	5,09	29,72
4	17,92	15,98	89,16
5	18,18	9,91	54,5

Таблиця 3.4 – Результати розрахунків по страховій компанії Б

Роки	Частота страхових подій ( $Ч_C$ ), %	Збитковість страхової суми ( $B$ ), %	Вага збитку ( $T_y$ ), %
1	9,00	4,44	49,30
2	10,81	7,71	71,35
3	8,37	2,73	32,56
4	8,64	4,14	47,93
5	9,22	7,64	82,95

Будуємо графіки, порівнюючи показники діяльності страхових компаній.

Динаміка частоти страхових подій

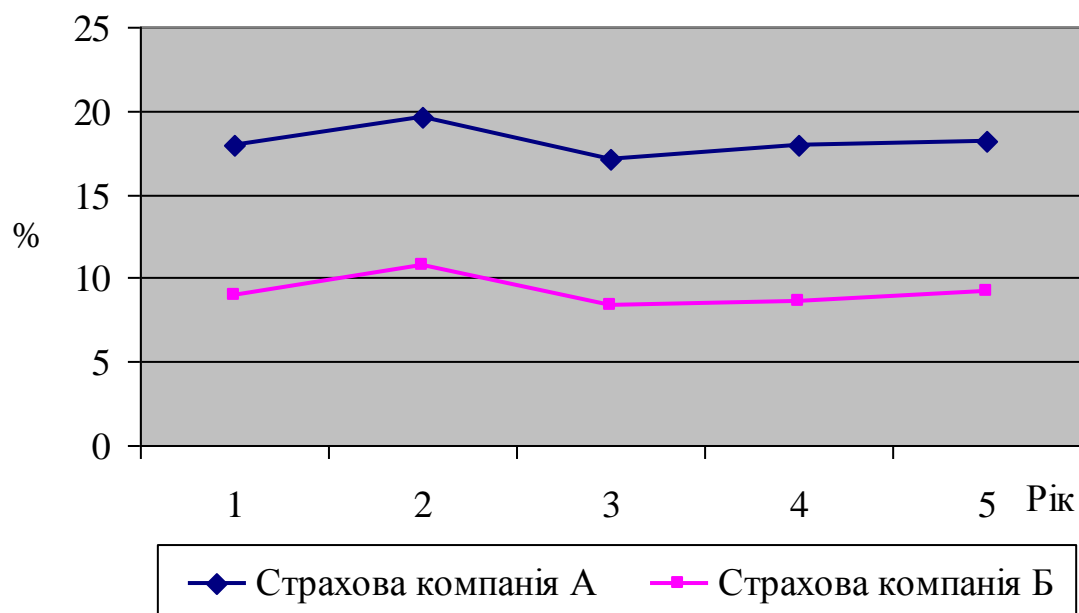


Рисунок 3.1 – Динаміка страхових подій страхових компаній

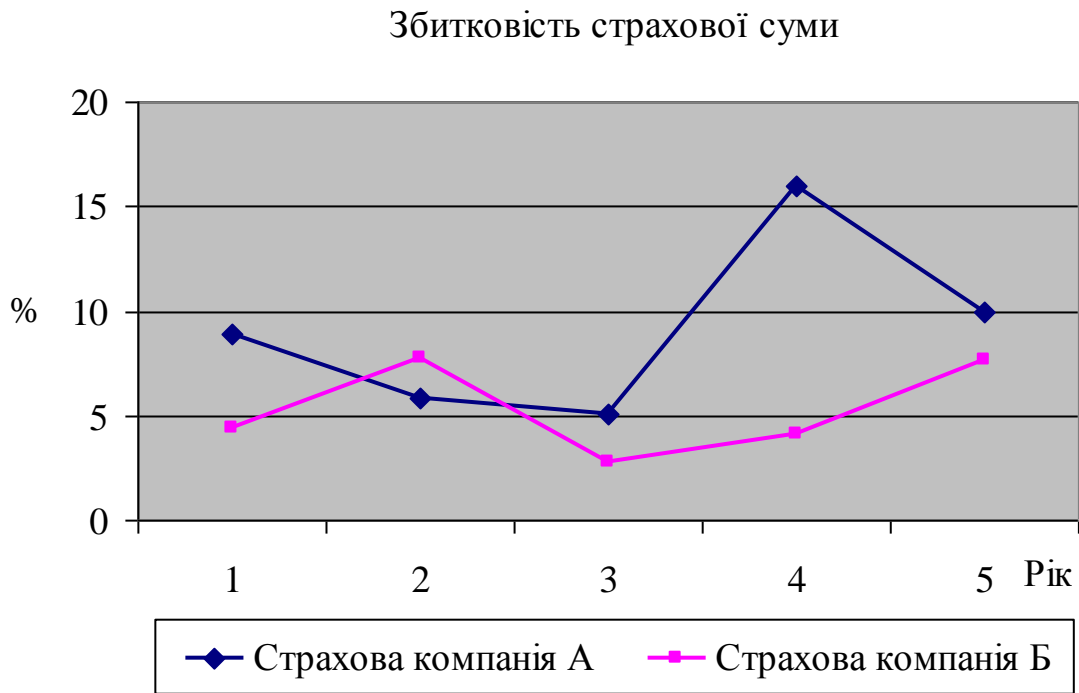


Рисунок 3.2 – Динаміка показника збитковості страхової суми по двом компаніям

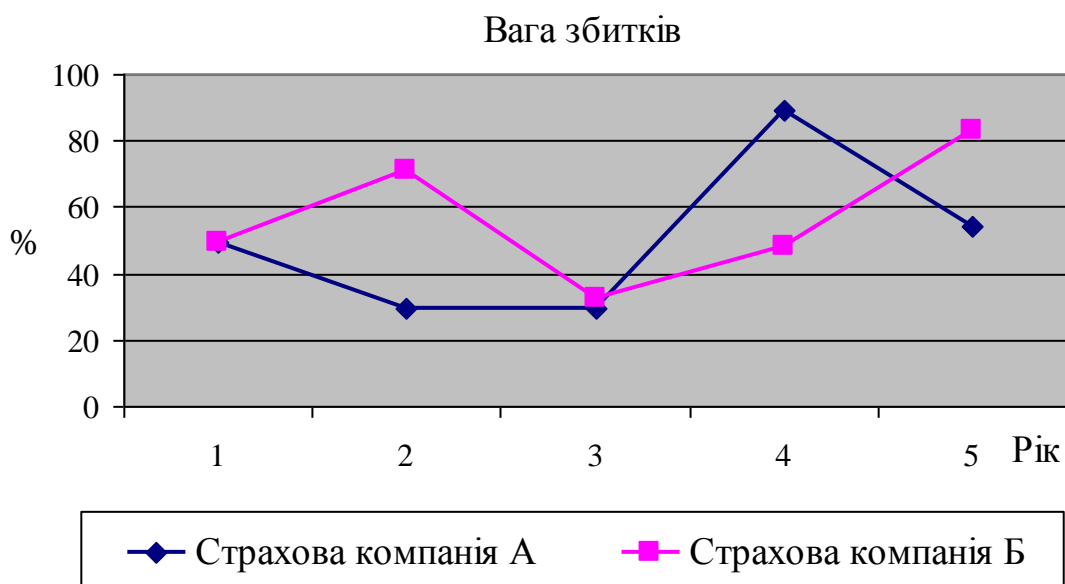


Рисунок 3.3 – Динаміка показника ваги збитків

Висновки до задачі 1:

- частота страхових подій найменша в компанії Б;
- збитковість страхової суми найбільша в компанії А, але спостерігається її різке зниження за останній рік;
- вага збитку найбільша в компанії Б.

**Задача 2.** Для кожної страхової компанії розрахувати розмір нетто-ставки, брутто-ставки, навантаження, визначити мінімальну кількість клієнтів для беззбиткової роботи страхової компанії. Яка страхова компанія працює успішніше?

Дані для розрахунків наведено в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Дані для розрахунку

Найменування показника	Страхова компанія А	Страхова компанія Б
Середня вартість об'єкта ( $C_{CT}$ ), тис. грн	1,00	35,00
Імовірність страхового випадку ( $P$ ), од.	0,182	0,143
Питома вага навантаження, %	20,00	30,00
Постійні витрати ( $ПЗ$ ), тис. грн	20,00	1000,00
Змінні витрати ( $ПерЗ$ ), тис. грн	0,18	4,025

Результати розрахунків за формулами (3.4)–(3.10) заносимо в таблицю.

Таблиця 3.6 – Результати розрахунків

Найменування показника	Страхова компанія А	Страхова компанія Б
Середня арифметична ( $B$ ), тис. грн	9	8
Середньоквадратичне відхилення ( $\sigma$ ), од.	4,32	2,52
Нетто-ставка ( $T_n$ ), тис. грн	13,47	10,30
Навантаження ( $F$ ), тис. грн	3,37	4,41
Брутто-ставка ( $T_B$ ), тис. грн	16,84	14,71
Середня тарифна ставка страхової компанії ( $\overline{T_B}$ ), тис. грн	0,3344	9,451
Мінімальна кількість об'єктів для беззбиткової роботи страхової компанії ( $T_B$ ), од.	131	225

Представимо результати задачі графічно (рис. 3.4, 3.5).

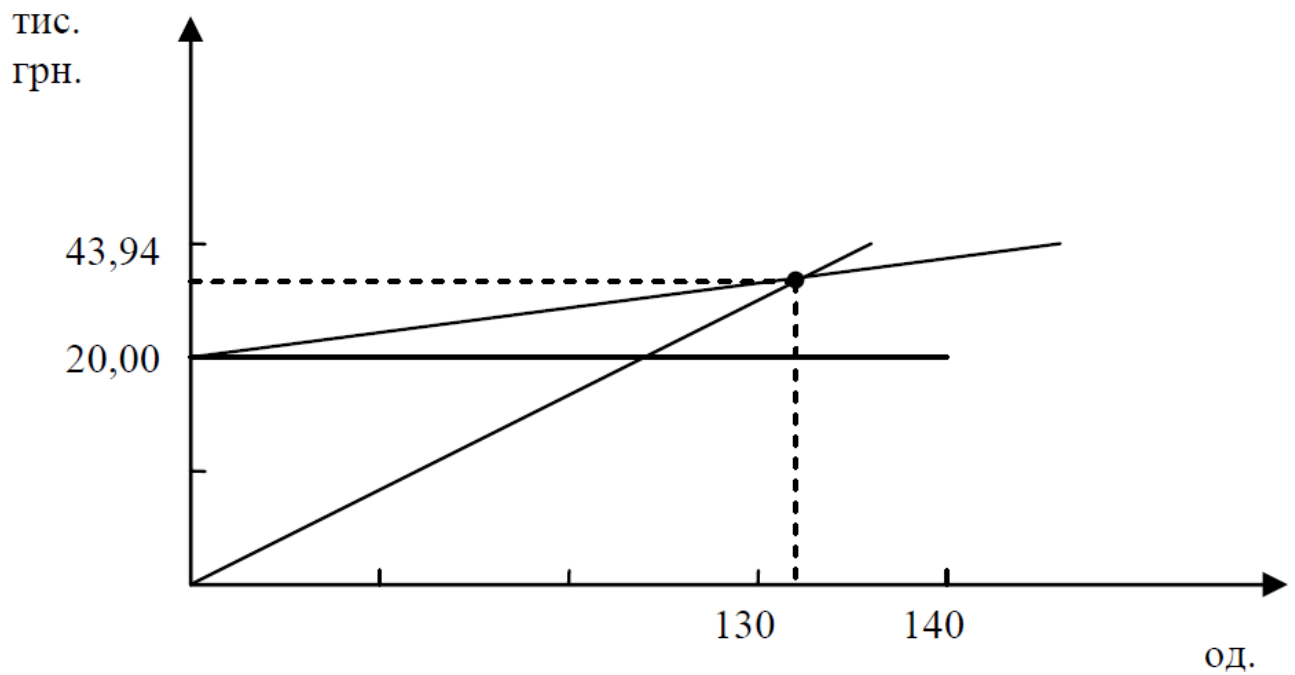


Рисунок 3.4 – Точка беззбитковості страхової компанії А

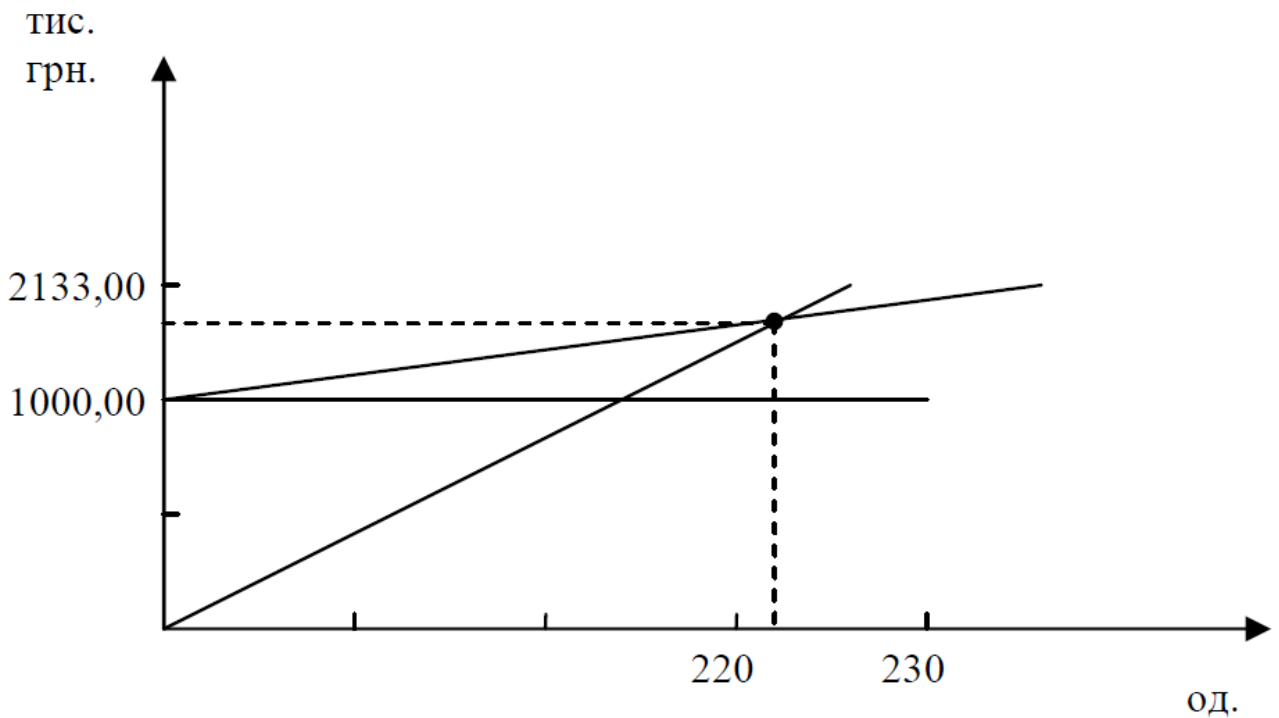


Рисунок 3.5 – Точка беззбитковості страхової компанії Б

Висновки до задачі 2:

– для успішної роботи страхової компанії А, необхідно щоб у неї був мінімум 131 застрахований об'єкт, а для компанії Б – 225

застрахованих об'єктів;  
– успішніше працює страхова компанія Б.

### Варіанти завдань для самостійного вирішення

Вирішити розглянуті задачі з вихідними даними, що наведені в таблицях 3.7–3.9.

Таблиця 3.7 – Страхова компанія А

Роки	Число об'єктів, які застраховані ( $n$ ) од.	Страхова сума об'єктів, які застраховані ( $C$ ), тис. грн	Число страхових випадків ( $A$ ), од.	Страхове відшкодування ( $B$ ), тис. грн
1	$100 + n$	$101,0 + n$	$18 + n$	$9,0 + n$
2	$102 + n$	$103,0 + n$	$20 + n$	$6,0 + n$
3	$105 + n$	$106,0 + n$	$18 + n$	$5,4 + n$
4	$106 + n$	$107,0 + n$	$19 + n$	$17,1 + n$
5	$110 + n$	$111,0 + n$	$20 + n$	$11,0 + n$

Таблиця 3.8 – Страхова компанія Б

Роки	Число об'єктів, які застраховані ( $n$ ) од.	Страхова сума об'єктів, які застраховані ( $C$ ), тис. грн	Число страхових випадків ( $A$ ), од.	Страхове відшкодування ( $B$ ), тис. грн
1	$200 + n$	$7100 + 10 \cdot n$	$18 + n$	$315 + n$
2	$185 + n$	$6625 + 10 \cdot n$	$20 + n$	$511 + n$
3	$215 + n$	$7627 + 10 \cdot n$	$18 + n$	$207,9 + n$
4	$220 + n$	$7872 + 10 \cdot n$	$19 + n$	$325,85 + n$
5	$217 + n$	$7783 + 10 \cdot n$	$20 + n$	$595 + n$

Таблиця 3.9 – Дані для розрахунку

Найменування показника	Страхова компанія А	Страхова компанія Б
1	2	3
Середня вартість об'єкта ( $C_{ст}$ ), тис. грн	$1,00 + n$	$35,00 + n$
Імовірність страхового випадку ( $P$ ), од.	$0,182 + n/100$	$0,143 + n/100$
Питома вага навантаження, %	$20,00 + n$	$30,00 + n$
Постійні витрати ( $ПЗ$ ), тис. грн	$20,00 + n$	$1000,00 + n \cdot 10$

## Продовження таблиці 3.9

1	2	3
Змінні витрати ( <i>ПерЗ</i> ), тис. грн	$0,18 + n/100$	$4,025 + n/100$

У таблицях  $n$  – номер варіанта.

### Питання до самоконтролю

1. Розкрийте суть поняття страхового ринку.
2. Хто є суб'єктами страхового ринку?
3. Які основні критерії для аналізу страховиків Ви можете назвати?
4. Розкрийте суть методики визначення надійності страхової компанії.
5. Яким чином визначається частота страхових подій?
6. Які показники впливають на вагу збитку страхової компанії?
7. Що передбачає методика розрахунку нетто-ставки?
8. Який економічний зміст середньої тарифної ставки страхової компанії?
9. Яким чином розраховується страхове навантаження?
10. Як визначити точку беззбитковості страхової компанії?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 4

### АНАЛІЗ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПРОЕКТІВ В УМОВАХ РИЗИКУ

**Мета:** здобути практичні навички з використання інструментарію дослідження й вимірювання ризику реалізації інвестиційних проектів у сучасних умовах ринкової економіки.

#### Теоретичні відомості

*Інвестиційний ризик* – це мінливість у прибутках, що пов'язана з коливаннями в грошових надходженнях від інвестицій і в самих потоках інвестицій прийнятих інвестиційних проектів. Цей ризик асоціюється з помилками в прогнозах ринкової привабливості товарів, майбутніх технологічних змін, міри взаємозалежності грошових потоків, змін витрат за проектами та іншими ризиками.

Інвестиційні ризики за сферами прояву можуть бути економічними, політичними, соціальними, екологічними та іншими.

Інвестиційні ризики за формою інвестування поділяються на ризики реального інвестування та ризики фінансового інвестування.

*Ризик реального інвестування* пов'язаний із невдалим розташуванням об'єкта інвестування, що споруджується, збоями в постачанні будівельних матеріалів і обладнання, істотним зростанням цін на інвестиційні товари і т. д., що затримує введення в експлуатацію об'єкта інвестування або знижує прибуток під час його експлуатації.

*Ризик фінансового інвестування* пов'язаний із непередбаченим вибором фінансових інструментів для інвестування, фінансовими труднощами та навіть банкрутством окремих емітентів, непередбачуваними змінами в умовах інвестування, прямим обманом інвесторів тощо.

Ризики за джерелами виникнення поділяються на систематичні та несистематичні.

*Систематичний (ринковий) ризик* визначається зміною етапів економічного циклу, кон'юнктурних циклів інвестиційного ринку, зміною в податковому законодавстві та іншими чинниками, що на них інвестор не в змозі вплинути при виборі об'єктів інвестування.

*Несистематичний (специфічний) ризик* притаманний певному об'єкту інвестування чи діяльності певного інвестора. Він може виникнути через некваліфіковане керівництво компанією – об'єктом інвестування, посилення конкуренції в певних сегментах інвестиційного ринку, нераціональну структуру інвестованих коштів, небажані наслідки

яких можна було б попередити або уникнути їх у разі ефективного управління інвестиційним процесом (проектом).

*Абсолютними мірами ризику*  $\epsilon$ : ранг, середнє абсолютне відхилення, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, напівдисперсія.

Нехай дискретна випадкова величина  $R$  має таку функцію розподілу ймовірностей  $P(R_i) = F(R = R_i)$ , яка показує, що випадкова величина  $R$  набуде значення  $R_i$  з імовірністю  $P(R_i)$ .

*Ранг* значень випадкової величини  $R$  вимірює загальну мінливість у можливих значеннях випадкової величини та визначається як різниця між найбільшим і найменшим значеннями випадкової величини.

Якщо  $R_g$  – ранг випадкової величини  $R$ , то:

$$R_g = \max_i(R_i) - \min_i(R_i) = R_H - R_L. \quad (4.1)$$

*Сподіване значення* (математичне сподівання) випадкової величини  $R$  є мірою ризику, який очікується в середньому:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^n R_i \cdot p_i, \quad (4.2)$$

де  $R_i$  – значення випадкової величини  $R$ ;

$p_i$  – імовірність того, що випадкова величина  $R$  набуде значення  $R_i$ .

*Дисперсією* дискретної випадкової величини, яка позначається як  $\sigma^2$ , називається математичне сподівання квадрата відхилень значень випадкової величини  $R_i$  від її математичного сподівання –  $\bar{R}$ :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (R_i - \bar{R})^2. \quad (4.3)$$

Середньоквадратичне відхилення дорівнює:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}. \quad (4.4)$$

*Середнім абсолютним відхиленням* дискретної випадкової величини  $R$  називається математичне сподівання модуля відхилення значень випадкової величини від її математичного сподівання, тобто:



$$MAD = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (|R_i - \bar{R}|). \quad (4.5)$$

*Напівдисперсія* випадкової величини  $R$  – це математичне сподівання квадрата відхилень значень випадкової величини, нижчої за середню, від її математичного сподівання, тобто:

$$SV = \sum_{j=1}^K p_j (R_j - \bar{R})^2, \quad (4.6)$$

де  $j$  – номер індексу значень випадкової величини  $R$ , нижчої за її математичне сподівання;

$K$  – кількість значень випадкової величини нижчої від середньої.

У відносному вимірюванні міра ризику вимірюється *коефіцієнтом варіації*  $v$  випадкової величини  $R$ :

$$v = \frac{\sigma}{R}. \quad (4.7)$$

### Метод еквівалента певності (МЕП)

В основі методу еквівалента певності (МЕП) лежить ідея про можливість передбачення рівню ризику отримання грошових надходжень від інвестицій у період існування проекту.

Коли використовується метод ЕП, сподівана вартість розподілу ймовірностей грошових надходжень проекту в період  $t$  множиться на *коефіцієнт еквівалента певності (КЕП)*, який визначимо як  $\alpha$ . Даний коефіцієнт перетворює ризиковані сподівані грошові надходження проекту в безризикові чи безпечні грошові надходження.

КЕП має значення від 0 до 1. Чим вище КЕП, тим більша частина сподіваних грошових надходжень у період  $t$  вважається безризикованою.

Оскільки в методі ЕП за допомогою КЕП ризик компенсується цілковито за визначенням, то дисконтування безризикових грошових потоків доцільно здійснювати за безризиковою ставкою, а не за вартістю капіталу фірми.

За допомогою КЕП компенсується фінансовий і комерційний ризик отримання відповідних грошових надходжень, які потім дисконтуються за безризиковою ставкою дисконту.

Модель ЕП визначається рівнянням:

$$\overline{CE} = \sum_{t=0}^n \frac{\alpha_t \cdot \overline{R}_t}{(1+i)^t} . \quad (4.8)$$

де  $\overline{CE}$  – сподівана чиста теперішня вартість (ЧТВ) проекту з урахуванням ЕП;

$\overline{R}_t$  – сподівані грошові потоки в період  $t$ ;

$\alpha_t$  – коефіцієнт еквівалента певності в період  $t$ ;

$i$  – безризикова ставка прибутковості (вважається постійною в період існування проекту);

$n$  – кількість років існування проекту.

Для використання методу ЕП важливо мати процедуру визначення КЕП. Спочатку здійснюється ретроспективний вибір інвестиційних проектів за їх основними видами – інвестиційні проекти із заміни основних фондів, з розширення виробничих потужностей, досліджень і розробок, які в свою чергу розділяються на кілька категорій. Потім усередині кожної категорії на щорічній основі визначаються рівні ризику й прибутковості. Результатом даного аналізу є узагальнені розподіли ймовірностей грошових надходжень проектів, на основі яких визначаються коефіцієнти варіації. КЕП для кожного року й для кожної категорії проекту задається згідно з інтервалами значень коефіцієнтів варіації.

Якщо передбачено, що безризикова ставка не залишається постійною в період існування проекту, рівняння (4.8) може бути представлено в загальному вигляді:

$$\overline{CE} = \sum_{t=0}^n \frac{\alpha_t \cdot \overline{R}_t}{\prod_{k=1}^t (1+i_k)} , \quad (4.9)$$

де  $i_k$  – безризикова ставка в році  $k$ .

### Метод ставки дисконту з урахуванням ризику

Основна ідея методу ставки дисконту з урахуванням ризику полягає в тому, що грошові надходження проектів, що мають велику мінливість (ризик) у своїх розподілах імовірностей, повинні дисконтуватися за більш високими ставками дисконту, ніж проекти, що мають меншу мінливість у своїх грошових надходженнях.

Будь-який проект, який має ризик, повинен дисконтуватися за ставкою, що перевищує безризикову ставку, для того, щоб врахувати як вартість грошей у часі, так і ризик, що пов'язаний із проектом (премію за ризик).

Грошові надходження проектів, ризик яких не виходить за межі нормального, повинні дисконтуватися за вартістю капіталу фірми; грошові надходження проектів, ризик отримання яких перевищує нормальний ризик, повинні дисконтуватися за ставкою, що перевищує вартість капіталу фірми; грошові надходження проектів, що мають ризик менший, ніж ризик нормальних операцій фірми, повинен дисконтуватися за ставкою, величина якої перебуває між безризиковою та вартістю капіталу.

Ставка дисконту з урахуванням ризику визначається з рівняння:

$$r = i + u + a, \quad (4.10)$$

де  $r$  – ставка дисконту з урахуванням ризику;

$i$  – безризикова ставка;

$u$  – доповнення до нормального ризику;

$a$  – доповнення понад (або нижче) нормального ризику.

Зазначимо, що сума  $(i + u)$  – це вартість капіталу фірми. Значення  $a$  може бути позитивним або негативним, залежно від того, чи має проект ризик вищий від нормального. Наведене нижче рівняння (3.13) може бути застосовано для визначення сподіваної ЧТВ проекту з урахуванням ризику:

$$\overline{RAR} = \sum_{t=0}^n \frac{\overline{R}_t}{(1+r)^t}, \quad (4.11)$$

де  $\overline{RAR}$  – сподівана ЧТВ проекту з урахуванням ризику;

$\overline{R}_t$  – сподівана вартість грошових потоків проекту в році  $t$ ;

$r$  – ставка дисконту з урахуванням ризику;

$n$  – кількість років існування проекту.

Метод ставки дисконту з урахуванням ризику не дозволяє враховувати зміну міри ризику в період існування проекту, оскільки передбачає встановлення однакової премії за ризик на весь період існування проекту.

Метод ЕП вимагає оцінки міри ризику в кожен період існування проекту. Врахування міри ризику в методі ставки дисконту з ризиком (безризикова ставки плюс премія за ризик) уможливорює високі постійні

ставки дисконту протягом усього періоду існування проекту, причому міра ризику проекту невпинно зростає з плином часу.

### **Визначення стандартних відхилень розподілів імовірностей грошових надходжень інвестиційних проектів**

Річні грошові надходження інвестиційних проектів – це випадкові величини з відповідними розподілами ймовірностей, що мають відповідні математичні сподівання та стандартні відхилення. При визначенні стандартного відхилення розподілу  $\overline{RAR}$  або  $\overline{CE}$  як початкові дані використовуються стандартні відхилення розподілів щорічних грошових надходжень проектів і міра кореляції між розподілами грошових потоків у період існування проекту. Цей аспект відіграє важливу роль у визначенні  $\sigma_{\overline{RAR}}$  і  $\sigma_{\overline{CE}}$ , оскільки рівень взаємозв'язку може збільшувати або зменшувати ризик.

Можна зробити два припущення про взаємодію грошових надходжень проекту в період його існування: потоки щорічних грошових надходжень проекту є незалежними та потоки щорічних грошових надходжень абсолютно залежні. Розглянемо кожен випадок.

**Випадок 1.** Незалежні потоки щорічних грошових надходжень проекту.

Незалежність грошових потоків означає, що між ними не може існувати будь-якої систематичної залежності, а тільки випадкова залежність. Подібний вид залежності грошових потоків може зустрічатися на ринках із високою конкуренцією, де відсутні торгові марки, реклама тощо, де екзогенні ринкові сили формують ринковий попит. Тому мінливість грошових потоків у період існування проекту знижуватиметься завдяки відмови від грошових потоків, вищих або нижчих від сподіваних.

За даного припущення всі парні коефіцієнти кореляції між грошовими потоками дорівнюватимуть 0. Тому останні три доданки у формулі дисперсії суми трьох випадкових величин теж дорівнюватимуть 0:

$$\sigma_{\overline{RAR}}^2 \text{ або } \sigma_{\overline{CE}}^2 = \sum_{t=0}^n \frac{\sigma_t^2}{(1+i)^{2t}}. \quad (4.12)$$

**Випадок 2.** Абсолютно залежні потоки щорічних грошових надходжень проекту.

За даного припущення вважається, що при відповідному значенні грошового потоку першого року всі подальші грошові надходження є зумовленими. Такий взаємозв'язок між грошовими потоками може існувати на ринках із монополістичною конкуренцією, що переповнені торговими марками, могутньою рекламою, та ще й з обмеженим входженням на ринок тощо. Мінливість тут буде більшою, ніж у випадку 1. Це пов'язано з тенденцією зростання ризику, що викликана позитивною кореляцією, яка виникає через нестачу протидіючих дисперсій, вищих або нижчих від середніх у період існування проекту.

У цьому разі передбачається, що всі парні коефіцієнти кореляції між щорічними грошовими надходженнями проекту дорівнюють +1:

$$\sigma_{RAR}^2 \text{ або } \sigma_{CE}^2 = \left[ \sum_{t=0}^n \frac{\sigma_t}{(1+i)^t} \right]^2. \quad (4.13)$$

Тут можна зробити ряд висновків, виходячи із значення  $\sigma_{CE}$ .

1.  $\sigma_{CE}$  набуває свого максимального значення за умови абсолютної залежності між розподілами ймовірностей щорічних грошових потоків проектів.

2. Певне помірне значення  $\sigma_{CE}$  з'являється при припущенні незалежності грошових надходжень.

3.  $\sigma_{CE} = 0$  при припущенні, що грошові надходження цілком негативно корельовані.

У процесі оцінки інвестиційних проектів  $\sigma_{CE}$  або  $\sigma_{RAR}$  необхідно обчислювати при припущеннях незалежності й цілковитої залежності потоків грошових надходжень. Виходячи зі своїх кривих корисності та оцінок міри взаємодії потоків грошових надходжень, фірма залишає чи відкидає інвестиційний проект.

## Практична частина

### Задача 1. Вимірювання ризику.

Компанія Альфа визначає умови ризику в термінах стану економіки. Настання сильного економічного зростання вона оцінює з імовірністю 0,3, середнього економічного зростання – з імовірністю 0,5 і слабкого – з імовірністю 0,2. Динаміка передбачених грошових надходжень від інвестицій у три проекти представлена в таблиці 4.1.

Необхідно визначити абсолютні й відносну міри ризику трьох проектів.

Для самостійного вирішення задачі необхідно до значень очікуваних грошових надходжень додати номер варіанта.

Таблиця 4.1 – Грошові надходження від інвестицій

Економічне зростання	Імовірність	Очікувані грошові надходження, тис. грн		
		A	B	C
Сильне	0,3	1800	1600	2000
Середнє	0,5	1500	1200	1600
Слабке	0,2	800	1000	900

### Розв'язання

#### 1. Ранг.

Використовуємо формулу (4.1) для визначення рангу проектів.

Для проекту A:

$$R_H^A = \max(1800, 1500, 800) = 1800 \text{ (тис. грн);}$$

$$R_L^A = \min(1800, 1500, 800) = 800 \text{ (тис. грн);}$$

$$R_g^A = R_H^A - R_L^A = 1800 - 800 = 1000 \text{ (тис. грн).}$$

Значення рангу проекту A означає, що максимальне значення грошових надходжень відрізняється від мінімального на 1000 тис. грн.

Аналогічно визначаються ранги проектів B і C, які дорівнюють відповідно  $R_g^B = 800$  (тис. грн) та  $R_g^C = 1100$  (тис. грн).

Найменш ризикованим за даним критерієм є проект B, що має мінімальний розкид з усіх проектів – 800 (тис. грн).

#### 2. Сподіваний (середній) грошовий потік:

$$\bar{R}^A = \sum_{i=1}^3 R_i^A p_i = 1800 \cdot (0,3) + 1500 \cdot (0,5) + 800 \cdot (0,2) = 1450 \text{ (тис. грн).}$$

Аналогічно  $\bar{R}^B = 1280$  (тис. грн) і  $\bar{R}^C = 1580$  (тис. грн).

#### 3. Середнє абсолютне відхилення:

$$MAD_A = \sum_{i=1}^3 p_i \cdot |R_i^A - \bar{R}| = (0,3)|1800 - 1450| + (0,5)|1500 - 1450| + (0,2)|800 - 1450| = 260 \text{ тис. грн.}$$

Аналогічно визначається  $MAD_B = 192$  (тис. грн) і  $MAD_C = 260$  (тис. грн).

Найменш ризикованим з усіх проектів є проект  $B$ , що має мінімальне середнє абсолютне відхилення.

4. Дисперсія –  $\sigma^2$ .

Розрахуємо дисперсію для проекту  $A$ :

$$\begin{aligned} \sigma_A^2 &= \sum_{i=1}^3 p_i \cdot (R_i^A - \bar{R})^2 = 0,3 \cdot (1800 - 1450)^2 + \\ &+ 0,5 \cdot (1500 - 1450)^2 + 0,2 \cdot (800 - 1450)^2 = 122500. \end{aligned}$$

Аналогічно  $\sigma_B^2 = 49600$  і  $\sigma_C^2 = 145600$ .

Мінімальне значення дисперсії грошових надходжень як міри ризику має проект  $B$ , тому він менш ризикований з усіх.

5. Стандартне відхилення –  $\sigma$ :

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{(122500)} = 350 \text{ (тис. грн);} \\ \sigma_B &= 223 \text{ (тис. грн) і } \sigma_C = 382 \text{ (тис. грн).} \end{aligned}$$

Мінімальне значення стандартного відхилення як міри ризику має проект  $B$ .

6. Напівдисперсія –  $SV$ :

$$\begin{aligned} SV_A &= \sum_{j=1}^1 p_j \cdot (R_j^A - \bar{R})^2 = 0,2(800 - 1450)^2 = 84500 \text{ (тис. грн);} \\ SV_B &= 18880 \text{ (тис. грн) ; } SV_C = 92480 \text{ (тис. грн).} \end{aligned}$$

За даним критерієм проект  $B$  знову є менш ризикованим, оскільки має мінімальне з-поміж усіх значення напівдисперсії.

Іноді співвідносять значення напівдисперсії та повної дисперсії випадкової величини та виражають це співвідношення у відсотках як міру нижньої межі ризику.

Так, наприклад, співвідношення:

$$(SV_A / \sigma_A^2) 100 \% = (84500 / 122500) \cdot 100 \% = 68,98 \%$$

Аналогічні співвідношення для проектів  $B$  і  $C$  дорівнюють відповідно 38,06 % і 63,51 %.

### 7. Коефіцієнт варіації – $v$ .

Коефіцієнт варіації показує міру ризику, що вимірюється стандартним відхиленням на 1 тис. грн очікуваних прибутків. Тобто, чим нижчим є коефіцієнт варіації, тим меншим є значення відносного ризику:

$$v_A = \frac{\sigma}{R} = \frac{350}{1450} = 0,2414.$$

$$v_B = 0,1742; v_C = 0,2418.$$

Проект  $B$  має найменший коефіцієнт варіації й тому є найменш ризиковим.

### Задача 2. МЕР.

Компанія XYZ розробила значення КЕП і використовує їх в оцінці нового інвестиційного проекту з такими сподіваними прибутками й стандартними відхиленнями протягом 4-х років (табл. 4.2).

Таблиця 4.2 – Значення сподіваного прибутку

Рік	Сподіваний прибуток	Коефіцієнт еквівалента певності (КЕП)
1	1000	0,86
2	1200	0,82
3	1200	0,78
4	1800	0,80

Первинні інвестиції дорівнюють 3000 у.о., а безризикова ставка – 6 %. Необхідно визначити  $CE$ .

Для самостійного розв'язання задачі необхідно до значень сподіваного прибутку додати номер варіанта, а від значень КЕП відняти ( $n/100$ ), де  $n$  – номер варіанта.

#### Розв'язання

Використовуємо для визначення сподіваної ЧТВ формулу (4.10):

$$\overline{CE} = \sum_{t=0}^n \frac{\alpha_t \cdot \overline{R}_t}{(1+i)^t} = -3000 + \frac{(0,86) \cdot 1000}{(1+0,06)} + \frac{(0,82) \cdot 1200}{(1+0,06)^2} + \frac{(0,78) \cdot 1200}{(1+0,06)^3} + \frac{(0,88) \cdot 1800}{(1+0,06)^4} = -3000 + 811 + 876 + 786 + 1440 = 613 \text{ у.о.}$$

Оскільки  $\overline{CE} > 0$ , то проект може бути прийнятий.



### Задача 3. Обчислення $\overline{RAR}$ .

Фірма оцінює проект заміни обладнання, що має такі розподіли грошових потоків (табл. 4.3).

Таблиця 4.3 – Розподіл грошових потоків

Інвестиції		Грош. потік, роки 1–5		Грош. потік, роки 6–10	
Імовірність	Сума, грн	Імовірність	Сума, грн	Імовірність	Сума, грн
0,3	13000	0,2	2000	0,2	2600
0,4	14000	0,4	2400	0,6	3200
0,3	15000	0,3	2800	0,1	3400
		0,1	3400	0,1	3600

Безризикова ставка 10 %. Необхідно визначити сподівану ЧТВ проекту з урахуванням ризику, якщо  $u + a = 4$  %.

Для самостійного розв'язання задачі необхідно до значень грошових потоків додати номер варіанта, а до значень імовірності –  $(n/100)$ , де  $n$  – номер варіанта.

#### Розв'язання

1. Визначаємо сподівані значення грошових потоків проекту:

$$\bar{A}_0 = 13000 \cdot (0,3) + 14000 \cdot (0,4) + 15000(0,3) = 14000 \text{ грн};$$

$$\bar{R}_{(1-5)} = 2000 \cdot (0,2) + 2400 \cdot (0,4) + 2800 \cdot (0,3) + 3400 \cdot (0,1) = 2540 \text{ грн};$$

$$\bar{R}_{(6-10)} = 2600 \cdot (0,2) + 3200 \cdot (0,6) + 3400 \cdot (0,1) + 3600 \cdot (0,1) = 3140 \text{ грн}.$$

2. Визначаємо ставку дисконту з урахуванням ризику:

$$r = 10 \% + 4 \% = 14 \ \%.$$

3. Підставляємо всі розраховані значення до формули (4.11):

$$\begin{aligned} \overline{RAR} &= \sum_{t=0}^n \frac{\bar{R}_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=1}^{10} \frac{\bar{R}_t}{(1+r)^t} - \bar{A}_0 = \sum_{t=1}^5 \frac{2540}{(1,14)^t} + \\ &+ \sum_{t=6}^{10} \frac{3140}{(1,14)^t} - 14000 = 8720 + 5599 - 14000 = 319 \text{ грн}. \end{aligned}$$

Оскільки  $\overline{RAR} > 0$ , то цей проект може бути взятий до реалізації.

**Задача 4.** Оцінювання двох інвестиційних проектів із використанням методу еквівалента певності.

Нехай проект *A* має первинні інвестиції 200 тис. грн, 3-річний період існування та наступні розподіли грошових надходжень за періодами, що наведені в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Розподіл грошових потоків проекту *A*

Варіант стану	Період 1		Період 2		Період 3	
	$R_{A1}$	$P_{A1}$	$R_{A2}$	$P_{A2}$	$R_{A3}$	$P_{A3}$
1	100	0,10	40	0,10	10	0,10
2	120	0,20	80	0,25	60	0,30
3	140	0,40	120	0,30	100	0,30
4	160	0,20	160	0,25	160	0,20
5	180	0,10	200	0,10	270	0,10

Фірма також оцінює проект *D* з первинними інвестиціями 300 тис. грн, 3-річним періодом існування та наступними розподілами грошових надходжень за періодами (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Розподіл грошових потоків проекту *D*

Варіант стану	Період 1		Період 2		Період 3	
	$R_{D1}$	$P_{D1}$	$R_{D2}$	$P_{D2}$	$R_{D3}$	$P_{D3}$
1	80	0,10	80	0,05	80	0,01
2	100	0,20	100	0,10	100	0,04
3	120	0,40	120	0,15	120	0,10
4	140	0,20	140	0,60	140	0,70
5	160	0,10	160	0,10	160	0,15

Безризикова ставка 6 %.

Коефіцієнти еквівалента певності для двох проектів, що передбачені фірмою, представлені в таблиці 4.6.

Таблиця 4.6 – Коефіцієнти певності

Рік	Проект <i>A</i>	Проект <i>D</i>
1	0,92	0,95
2	0,80	0,92
3	0,65	0,90

Для самостійного розв'язання задачі необхідно до значень щорічних грошових надходжень додати номер варіанта, а від значень КЕП відняти  $(n/100)$ , де  $n$  – номер варіанта.

### Розв'язання

1. Обчислюємо сподівані грошові надходження  $\bar{R}_t$ ,  $t = \bar{1}, \bar{3}$  і стандартні відхилення  $\sigma_{CE}$  для кожного року для проектів А і D:

$$\bar{R}_t = \sum_{j=1}^5 \bar{R}_{tj} \cdot P_{tj}, \quad t = \bar{1}, \bar{3}.$$

Проект А:

$$\bar{R}_1 = 100 \cdot (0,10) + 120 \cdot (0,20) + 140 \cdot (0,40) + 160 \cdot (0,20) + 180 \cdot (0,10) = 140 \text{ тис. грн.}$$

Аналогічно визначаємо:  $\bar{R}_2 = 120$  тис. грн;  $\bar{R}_3 = 108$  тис. грн.

Проект D:  $\bar{R}_1 = 120$ ;  $\bar{R}_2 = 132$ ;  $\bar{R}_3 = 108$ .

2. Визначаємо дисперсії щорічних потоків грошових надходжень для проектів А і D:  $\sigma_t^2 = \sum_{j=1}^5 P_{tj} \cdot (R_{tj} - \bar{R}_t)^2$ ,  $t = \bar{1}, \bar{3}$ .

Проект А:

$$\sigma_1^2 = 0,10 \cdot (100 - 140)^2 + 0,20 \cdot (120 - 140)^2 + 0,20 \cdot (140 - 140)^2 + 0,20 \cdot (160 - 140)^2 + 0,10 \cdot (180 - 140)^2 = 480,$$

звідки  $\sigma_1 = 21,91$  тис. грн.

Аналогічно визначаємо  $\sigma_2 = 45,61$  тис. грн і  $\sigma_3 = 69,54$  тис. грн.

Проект D:  $\sigma_1 = 21,90$  тис. грн;  $\sigma_2 = 19,39$  тис. грн;  $\sigma_3 = 14,09$  тис. грн.

3. Розрахуємо чисту теперішню вартість безризикових грошових потоків проектів А і D за формулою (4.8):

$$\overline{CE}_A = \frac{(0,92) \cdot 140}{1,06} + \frac{(0,80) \cdot 120}{(1,06)^2} + \frac{(0,65) \cdot 108}{(1,06)^3} - 200 = 65,89 \text{ тис. грн.}$$

$$\overline{CE}_D = \frac{(0,95) \cdot 120}{1,06} + \frac{(0,92) \cdot 132}{(1,06)^2} + \frac{(0,90) \cdot 138,8}{(1,06)^3} - 300 = 20,52 \text{ тис. грн.}$$

4. Обчислення  $\sigma_{\overline{CE}}$  проектів  $A$  і  $D$  при припущенні незалежності потоків грошових надходжень за формулою:  $\sigma_{\overline{CE}} = \sqrt{\sum_{t=0}^n \frac{\sigma_t^2}{(1+i)^{2t}}}$ .

Проект  $A$ :

$$\sigma_{\overline{CE}} = \sqrt{\frac{(21,91)^2}{(1,06)^2} + \frac{(45,61)^2}{(1,06)^4} + \frac{(69,54)^2}{(1,06)^6}} = \sqrt{5484,07} = 74,05 \text{ тис. грн.}$$

Проект  $D$ :  $\sigma_{\overline{CE}} = 29,40$  тис. грн.

5. Обчислення  $\sigma_{\overline{CE}}$  проектів  $A$  і  $D$  при припущенні цілковитої залежності потоків грошових надходжень:  $\sigma_{\overline{CE}} = \sum_{t=0}^n \frac{\sigma_t}{(1+i)^t}$ .

Проект  $A$ :

$$\sigma_{\overline{CE}} = \frac{21,91}{1,06} + \frac{45,61}{(1,06)^2} + \frac{69,54}{(1,06)^3} = 119,65 \text{ тис. грн.}$$

Проект  $D$ :  $\sigma_{\overline{CE}} = 49,75$  тис. грн.

6. Визначення коефіцієнтів варіації проектів  $A$  і  $D$ :  $v = \frac{\sigma_{\overline{CE}}}{\overline{CE}}$ .

6.1. Для незалежних грошових надходжень:

$$v_A = \frac{\sigma_{\overline{CE}}}{\overline{CE}_A} = \frac{74,05}{65,89} = 1,12;$$

$$v_D = \frac{\sigma_{\overline{CE}}}{\overline{CE}_D} = \frac{29,40}{20,52} = 1,43.$$

Проект  $D$  у 1,3 рази ризикованіший на 1 тис. грн сподіваного доходу, ніж проект  $A$ .

6.2. Для цілковито корельованих грошових надходжень:

$$v_A = \frac{\sigma_{\overline{CE}}}{\overline{CE}_A} = \frac{119,65}{65,89} = 1,82;$$

$$v_D = \frac{\sigma_{\overline{CE}}}{CE_A} = \frac{49,75}{20,52} = 2,42.$$

Проект  $D$  у 1,3 рази ризикованіший на 1 тис. грн сподіваного доходу, ніж проект  $A$ .

7. Визначення ймовірності досягнення проектами  $A$  і  $D$  позитивної безризикової ЧТВ.

Якщо  $X$  – випадкова змінна, що має нормальний розподіл, то випадкова змінна  $Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$  має стандартний нормальний розподіл

незалежно від значення математичного сподівання та стандартного відхилення. Математичне сподівання стандартного нормального розподілу дорівнює 0, а стандартне відхилення – (+1).

Для визначення значення  $Z$  використовується таблиця площі стандартної нормальної кривої.

7.1. Незалежні грошові надходження.

Розраховуємо значення  $Z$  за формулою:  $Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} = \frac{0 - \overline{CE}}{\sigma}$ .

$$\text{Проект } A: Z = \frac{0 - 65,89}{74,05} = -0,89 \Rightarrow 0,3133.$$

Це означає, що 31,33 % площі під кривою стандартного нормального розподілу лежить в інтервалі  $0 \leq \overline{CE} \leq 65,89$ . Тому ймовірність того, що проект  $A$  досягне позитивної безризикової ЧТВ, дорівнює 0,8133 (0,5000 + 0,3133).

$$\text{Проект } D: Z = \frac{0 - 20,52}{29,40} = -0,698 \Rightarrow 0,2574.$$

Ймовірність того, що проект  $D$  досягне позитивної  $\overline{CE}$  дорівнює 0,7574.

7.2. Цілком залежні грошові надходження:

$$\text{Проект } A: Z = \frac{0 - 65,89}{119,65} = -0,551 \Rightarrow 0,2092.$$

Ймовірність того, що проект  $A$  досягне позитивної  $\overline{CE}$ , дорівнює 0,7092.

$$\text{Проект } D: Z = \frac{0 - 20,52}{49,75} = -0,412 \Rightarrow 0,1598.$$

Ймовірність того, що проект  $D$  досягне позитивної  $\overline{CE}$ , дорівнює 0,6598.

### Задачі для самостійного вирішення

**Задача 1.** Компанія має дві пропозиції щодо інвестування за умови таких станів економіки: нормальний стан, глибока рецесія, середня рецесія, слабкий бум, сильний бум. Імовірності настання кожного стану економіки та грошові потоки кожної пропозиції представлені в таблиці 4.7.

Таблиця 4.7 – Умови інвестування компанії

Стан	Пропозиція А		Пропозиція В	
	Імовірність	Грош. потік	Імовірність	Грош. потік
Глибока рецесія	0,10	3000	0,10	2000
Середня рецесія	0,20	3500	0,20	3000
Норма	0,40	4200	0,40	4000
Слабкий бум	0,20	4500	0,20	5000
Сильний бум	0,10	5000	0,10	6000

Необхідно обчислити:

- сподіваний дохід від інвестування кожної пропозиції;
- середнє абсолютне відхилення;
- дисперсію;
- стандартне відхилення;
- коефіцієнт варіації.

**Задача 2.** Обладнання з 4-річним життєвим циклом замінюється новим, ефективнішим та з більш тривалим життєвим циклом. Це обладнання потребує початкових витрат 55000 грн. Сподіваний дохід та стандартне відхилення представлені в таблиці 4.8.

Таблиця 4.8 – Динаміка сподіваного доходу

Рік	Сподіваний дохід, грн	Стандартне відхилення
1	14 000	1200
2	16 000	1800
3	18 000	2000
4	20 000	1950
5	22 000	3000

Безпечна ставка доходу від інвестицій складає 5 %. Значення коефіцієнтів еквівалента певності та коефіцієнтів варіації за 5-річний період представлені в таблиці 4.9.

Таблиця 4.9 – Коефіцієнт еквівалента певності

Коефіцієнт варіації	Коефіцієнт еквівалента певності				
	Рік 1	Рік 2	Рік 3	Рік 4	Рік 5
$v \leq 0,1$	0,92	0,88	0,85	0,80	0,74
$0,1 \leq v \leq 0,25$	0,86	0,82	0,78	0,73	0,69

Необхідно визначити чисту теперішню вартість безпечних грошових потоків.

**Задача 3.** Компанія використовує метод еквівалента певності для оцінки ризику інвестицій. Компанія має вибрати один із двох альтернативних проектів, ставка доходу яких представлена в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10 – Безпечна ставка доходу

Рік	Проект А	Проект В	Безпечна ставка доходу
0	-40 000	-50 000	–
1	20 000	20 000	0,05
2	20 000	25 000	0,06
3	20 000	30 000	0,07

Таблиця 4.11 – Коефіцієнти еквівалента певності для проектів за 3-річний період

	Коефіцієнти еквівалента певності		
	Рік 1	Рік 2	Рік 3
Проект А	0,90	0,86	0,82
Проект В	0,86	0,82	0,78

Необхідно визначити який проект кращий.

**Задача 4.** Корпорація має два інвестиційні проекти та повинна вибрати один із них на основі сподіваної вартості дисконтованих грошових потоків. Вартість капіталу корпорації становить 14 %, а безпечна ставка – 10 %. Ставка дисконту з ризиком проекту А – 14 %, а проекту В – 18 %.

Розподіл початкових витрат для проектів представлений у таблиці 4.12.

Таблиця 4.12 – Розподіл початкових витрат проектів

Проект А		Проект В	
Імовірність	Сума, грн	Імовірність	Сума, грн
0,3	100 000	0,5	225 000
0,3	110 000	0,2	210 000
0,4	120 000	0,3	200 000

Таблиця 4.13 – Розподіл грошових потоків проектів

Проект А		Проект В	
Імовірність	Сума, грн	Імовірність	Сума, грн
0,15	20 000	0,25	50 000
0,25	25 000	0,25	60 000
0,25	30 000	0,15	70 000
0,15	35 000	0,15	75 000
0,10	45 000	0,10	80 000
0,10	45 000	0,10	85 000

Необхідно визначити ЧТВ кожного проекту за ставкою дисконту з ризиком.

### Питання до самоконтролю

1. Що є ризиком?
2. Назвіть основні види ризику.
3. Що є предметом дослідження інвестора в умовах ризику та невизначеності?
4. Перерахуйте абсолютні та відносні величини виміру ризику.
5. Який економічний зміст мають показники математичного очікування та дисперсії?
6. Що показує коефіцієнт варіації?
7. Як Ви розумієте поняття «безризикова ставка прибутковості»?
8. Розкрийте основні принципи використання методу еквівалентної певності.
9. Проаналізуйте принципи застосування методу ставки дисконту з урахуванням ризику.
10. Яким чином відбувається визначення стандартних відхилень розподілів імовірностей грошових надходжень інвестиційних проектів?



## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

### МЕТОДИ ЗНИЖЕННЯ РИЗИКУ ПОРТФЕЛЮ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

**Мета:** здобути практичні навички з формування оптимального портфеля цінних паперів із урахуванням ступеня ризику та норм прибутку на основі методології диверсифікації.

#### Теоретичні відомості

*Диверсифікація* – це процес розподілу інвестованих засобів між різними об'єктами вкладення капіталу з метою зниження ступеня ризику, забезпечення більшої стійкості прибутків за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на цінні папери (ЦП).

*Управління портфелем цінних паперів (ПЦП)* – це планування, аналіз і регулювання структури портфеля, діяльність щодо його формування та підтримки з метою досягнення поставлених цілей при збереженні необхідного рівня його ризику та мінімізації затрат, що пов'язані з ним.

*Ризик ПЦП* – це міра (ступінь) можливості того, що настануть обставини, за яких інвестор може понести збитки, що спричинені інвестиціями в ПЦП, а також операціями, що пов'язані із залученням ресурсів до формування портфеля.

Основною характеристикою кожного ЦП є *норма прибутку*. Її обчислюють як відношення прибутку, що його приносить даний ЦП, до затрат, що пов'язані з купівлею цього ЦП.

Якщо позначити через  $T$  кількість періодів, що минули (роки, місяці, тижні), то у випадку звичайної акції норма прибутку в  $t$ -му періоді визначається за формулою:

$$R(t) = \frac{C(t) - C(t-1) + D(t)}{C(t-1)} \cdot 100\%, \quad (5.1)$$

де  $C(t-1)$  – ціна ЦП в  $(t-1)$ -ий період;

$D(t)$  – дивіденди, що нараховані в  $t$ -му періоді.

*Сподівана норма прибутку  $i$ -го ЦП:*

$$m_i = M(R_i) = \sum_{j=1}^n p_j R_{ij}, \quad (5.2)$$

де  $P = \{p_1; p_2; \dots; p_n\}$  – розподіл імовірностей станів економічного середовища;

$R_i = \{R_{i1}; R_{i2}; \dots; R_{in}\}$  – множина значень норми прибутку  $i$ -го ЦП залежно від станів, що їх може приймати економічне середовище.

Якщо протягом  $T$  періодів норма прибутку звичайної акції обчислюється згідно з формулою (5.2), то наближену оцінку сподіваної норми прибутку  $i$ -ої акції можна обчислити за формулою:

$$m_1 \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_i(t). \quad (5.3)$$

*Варіація (дисперсія) норми прибутку* цінного паперу як кількісна оцінка ризику для  $i$ -го ЦП обчислюється за формулою:

$$V_i = D(R_i) = \sum_{j=1}^n p_j (R_{ij} - m_i)^2. \quad (5.4)$$

*Середньоквадратичне відхилення норми прибутку ЦП:*

$$\sigma_i^- = \sigma(R_i) = \sqrt{V_i^-}. \quad (5.5)$$

У випадку, коли є інформація про норму прибутку  $i$ -го ЦП у минулі  $T$  періоди, варіацію можна обчислити за формулою:

$$V_i^- = D(R_i) \approx \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (R_i(t) - m_i)^2. \quad (5.6)$$

### **Ризик цінних паперів у відносному вираженні**

Розглянемо два цінних папери виду  $A_1(m_1; \sigma_1)$  та  $A_2(m_2; \sigma_2)$ . Якщо для їх характеристик виконуються співвідношення  $m_1 > m_2$  та  $\sigma_1 < \sigma_2$ , то в цьому випадку можна вважати, що ЦП виду  $A_1$  є кращим за ЦП виду  $A_2$  (символічно:  $A_1 \succ A_2$ ).

Якщо ж  $m_1 > m_2$  і при цьому  $\sigma_1 > \sigma_2$ , то для порівняння ризику цих ЦП можна скористатись однією з відносних оцінок ризику:

– коефіцієнт *варіації*:

$$CV^-(R^+) = \frac{\sigma^-(R^+)}{M(R^+)} = tg\varphi^-(R^+); \quad (5.7)$$

– коефіцієнт семіваріації:

$$CSV^-(R^+) = \frac{SSV^-(R^+)}{M(R^+)} = tg\varphi^-(R^+); \quad (5.8)$$

– модифікований коефіцієнт варіації:

$$CV^-(R^+) = \frac{\sigma^-(R^+)}{M(R^+) - m_F} = tg\varphi^-(R^+); \quad (5.9)$$

– модифікований коефіцієнт семіваріації:

$$CSV^-(R^+) = \frac{SSV^-(R^+)}{M(R^+) - m_F} = tg\varphi^-(R^+), \quad (5.10)$$

де  $m_F$  – норма прибутку безризикових ЦП (наприклад, державних короткострокових облігацій, ЦП «старих фірм» тощо).

### Кореляція цінних паперів та її застосування

Під час формування ПЦП істотну роль відіграє *кореляція ЦП*, що характеризує взаємозв'язок між нормами прибутку двох цінних паперів.

*Коефіцієнт кореляції* є показником того, наскільки зв'язок між нормами прибутків акцій двох видів близький до строгої лінійної залежності. Він однаково ураховує й надто велику частку випадковості, і надто велику частку нелінійності цього зв'язку. Якщо розглядаються дві звичайні акції  $A_1$  та  $A_2$ , то коефіцієнт кореляції визначається за формулою:

$$\rho_{12} = \text{cov}(R_1, R_2) / \sigma_1 \sigma_2 = \frac{\sum_{i=1}^n p_i (R_{1i} - m_1)(R_{2i} - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (5.11)$$

де  $\rho_{12}$  – коефіцієнт кореляції для акцій виду  $A_1$  та  $A_2$ ;

$\text{cov}(R_1, R_2)$  – коваріація випадкових величин  $R_1$  та  $R_2$ .

Тоді  $\text{cov}(R_k, R_k) = \sigma_k^2$ ,  $\rho_{kk} = 1$ ,  $k = 1, 2$ .

*Вибірковий коефіцієнт кореляції* характеризує оцінку коефіцієнта кореляції для двох видів акцій та визначається на основі інформації про

норми прибутку акцій у минулому. Формула для обчислення вибіркового коефіцієнта кореляції двох видів акцій  $\hat{\rho}_{12}$  наступна:

$$\rho_{12} \approx \hat{\rho}_{12} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{1t} - m_1)(R_{2t} - m_2)}{(T-1)\sigma_1\sigma_2}, \quad (5.12)$$

де  $T$  – кількість попередніх періодів для яких маємо інформацію.

У зв'язку з випадковістю вибірки, вибіркового коефіцієнта кореляції  $\hat{\rho}_{12}$  може відрізнятись від нуля навіть тоді, коли між спостережуваними випадковими величинами відсутня кореляція.

### Портфель цінних паперів

Сукупність придбаних цінних паперів становить портфель. Під *структурою портфеля цінних паперів* розуміють співвідношення часток інвестицій у цінні папери різних видів.

Математична модель ПЦП, що сформований з  $N$  цінних паперів, будується таким чином. Нехай  $R_k$  – норма прибутку  $k$ -го виду цінного паперу ( $k = 1, \dots, N$ ),  $S_k$  – обсяг грошових активів, що інвестовані в  $k$ -тий вид ЦП,  $S$  – обсяг всіх грошових активів, що інвестовані в ПЦП. Покладемо  $x_k = S_k / S$ ,  $k = 1, \dots, N$ , тобто  $x_k$  – це частка інвестицій у ЦП  $k$ -го виду. Очевидно, що  $x_k \geq 0$  і при цьому  $\sum_{k=1}^N x_k = \sum_{k=1}^N \frac{S_k}{S} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^N S_k = \frac{1}{S} \cdot S = 1$ .

Структуру ПЦП відображає вектор  $X = \{x_1; \dots; x_N\}$ .

Тоді *норма прибутку ПЦП*, що складений із  $N$  видів ЦП:

$$R_{\Pi} = \sum_{k=1}^N x_k R_k. \quad (5.13)$$

*Сподівана норма прибутку* цього ПЦП:

$$m_{\Pi} = M(R_{\Pi}) = M\left(\sum_{k=1}^N x_k R_k\right) = \sum_{k=1}^N x_k M(R_k) = \sum_{k=1}^N x_k m_k. \quad (5.14)$$

*Ризик ПЦП згідно з класичним підходом* обчислюється на основі дисперсії його норми прибутку:

$$V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N x_k x_j \sigma_{kj}, \quad (5.15)$$

де  $\sigma_{kj} = \text{cov}(R_k, R_j) = \sigma_k \sigma_j \rho_{kj}$ .

Особливим випадком портфеля є *однорідний портфель*, тобто такий, який містить лише один вид цінних паперів. Тоді для цього ПЦП:  $R_{\Pi} = R_1$ ;  $m_{\Pi} = M(R_1) = m_1$ ;  $V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) = D(R_1) = \sigma_1^2$ .

*Портфель з двох видів цінних паперів.* Нехай  $x_1$  та  $x_2$  частки інвестицій у ЦП виду  $A_1$  та  $A_2$ , що складають портфель. Тоді, враховуючи що  $N = 2$ , отримуємо:

$$\begin{aligned} R_{\Pi} &= x_1 R_1 + x_2 R_2; \\ m_{\Pi} &= x_1 m_1 + x_2 m_2; \\ V_{\Pi} = D(R_{\Pi}) &= x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}; \\ x_1 + x_2 &= 1; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Для визначеності щодо акцій виду  $A_1$  та  $A_2$  будемо вважати, що мають місце співвідношення:  $M(R_1) = m_1 > m_2 = M(R_2)$ ;  $\sigma(R_1) = \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma(R_2)$ .

Залежності ризику ПЦП від частки акцій та ризику ПЦП від сподіваної норми прибутку мають вигляд параболи 2-го порядку та представлені на рисунках 5.1 та 5.2 відповідно.

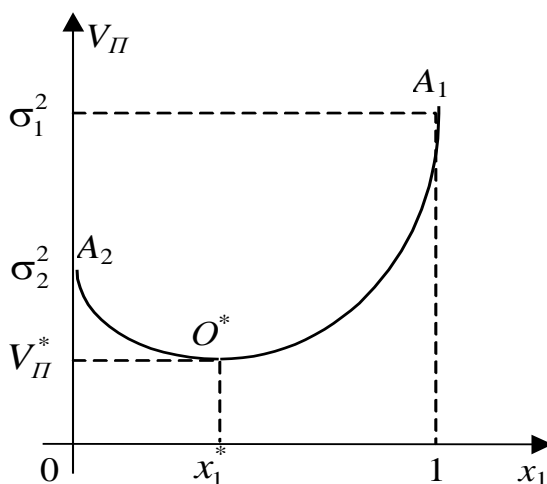


Рисунок 5.1 – Залежність ризику ПЦП від  $x_1$  (частки акції першого виду в ПЦП)

Координати вершини параболи  $O^*(x_1^*; V_{\Pi}^*)$  обчислюються за формулами:

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}}, \quad (5.17)$$

$$V_{\Pi}^* = (\sigma_{\Pi}^*)^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - \rho_{12}^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}. \quad (5.18)$$

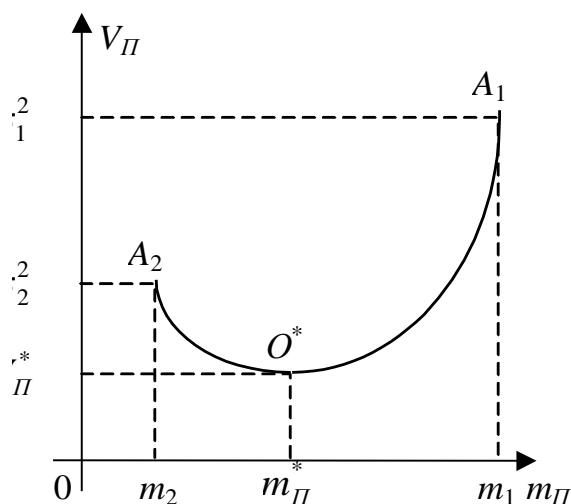


Рисунок 5.2 – Залежність ризику ПЦП від  $m_{\Pi}$  (сподіваної норми прибутку ПЦП)

Координати вершини параболи в точці  $O^*(m_{\Pi}^*; V_{\Pi}^*)$ , де:

$$m_{\Pi}^* = m_1x_1^* + m_2x_2^* = m_1 \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}} + m_2 \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \rho_{12}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 2\rho_{12}}, \quad (5.19)$$

а значення  $V_{\Pi}^*$  обчислюється згідно з (5.18).

Сутність ефекту від диверсифікації при побудові ПЦП полягає в тому, що збільшення сподіваної норми прибутку  $m_{\Pi}$  (починаючи з

мінімально можливого допустимого значення) може призвести (на певному етапі) до зменшення ризику  $V_{II}$  цього портфеля.

### Практична частина

**Задача 1.** Розглянемо дві акції виду  $A_1$  та  $A_2$ . Для кожної з них можлива норма прибутку залежить від стану економіки. Експерти вказали на 5 можливих станів економіки, а також на ймовірність їх реалізації. Числові дані подано в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Дані експертних висновків

Стан економічного середовища	Ймовірність	Норма прибутку, %	
		$A_1$	$A_2$
Значне піднесення	0,1	20	10
Незначне піднесення	0,3	10	5
Стагнація	0,2	2	2
Незначна рецесія	0,3	-2	1
Значна рецесія	0,1	-10	-5

Необхідно обчислити сподівану норму прибутку для цих ЦП.

**Розв'язання.** Сподівані норми прибутку позначимо відповідно через  $m_1$  та  $m_2$ . Згідно з формулою (4.2) отримуємо, що  $m_1 = 3,8\%$ ;  $m_2 = 2,7\%$ . Як бачимо, акція виду  $A_1$  характеризується вищою нормою прибутку, ніж акція виду  $A_2$ , а тому, з точки зору максимізації прибутку, інвесторами може бути обрана акція виду  $A_1$ .

**Аналіз розв'язання.** Невизначеність, що пов'язана з величиною реалізованої норми прибутку, призводить до того, що інвестування в ЦП, а перш за все в звичайні акції, пов'язане з ризиком. Досить того, щоб настала стагнація або рецесія, тоді норма прибутку буде меншою, а прибуток перетвориться у збитки, причому ці збитки будуть більшими для акції виду  $A_1$ . У зв'язку з цим слід зазначити, що акція виду  $A_1$ , приносячи більшу сподівану норму прибутку, обтяжена й більшим ризиком.

**Задача 2.** Розглянемо умовну акцію виду  $A$ , відносно якої маємо статистичну інформацію за останні 10 періодів (кварталів). Дані, а також обчислення норм прибутку, подано в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Статистичні показники акції

Період	Ціна акції	Дивіденд, грн	Приріст ціни, грн	Прибуток, грн	Норма прибутку, %
$t$	$C(t)$	$D(t)$	$C(t) - C(t-1)$	$C(t) - C(t-1) + D(t)$	$R(t)$
0	145				
1	150	5	5	10	6,9
2	165	4	15	19	12,67
3	155	4,5	-10	-5,5	-3,33
4	162	3	7	10	6,45
5	154	4,5	-8	-3,5	-2,16
6	160	5	6	11	7,14
7	160	4,5	0	4,5	2,81
8	175	3	15	18	11,25
9	168	4	-7	-3	-1,71
10	170	3,5	2	5,5	3,27
Сума				43,29	

На базі цих даних, користуючись формулами (5.1) та (5.2), отримуємо значення сподіваної норми прибутку для акції виду  $A$ :  $m_A = 0,1 \cdot 43,29 \approx 4,33$  (%).

**Задача 3.** Виходячи з умови задачі 1, обчислити ризик в абсолютному вираженні для кожного з ЦП виду  $A_1$  та  $A_2$  та порівняти їх між собою.

**Розв'язання.** Враховуючи, що  $m_1 = 3,8$  %,  $m_2 = 2,7$  %, згідно з (5.4) отримуємо:

$$V_1 = 67,56; V_2 = 13,81;$$

$$\sigma_1^- = \sqrt{67,56} = 8,22(\%); \sigma_2^- = \sqrt{13,81} = 3,72(\%).$$

Як бачимо, ступінь ризику, що пов'язаний з акцією виду  $A_1$ , яка характеризується вищою сподіваною нормою прибутку, є значно вищим, ніж ризик, яким обтяжена акція виду  $A_2$ .

**Задача 4.** Виходячи з умови задачі 1, обчислити ризик у відносному вираженні для кожного із ЦП виду  $A_1$  та  $A_2$  і порівняти їх між собою.



**Розв'язання.** Оскільки згідно з умовою  $m_1 = 3,8 > 2,7 = m_2$ ;  $\sigma_1 = 8,22 > 3,72 = \sigma_2$ , то для порівняння ЦП виду  $A_1$  та  $A_2$  скористаємось відносною оцінкою ризику, а саме – коефіцієнтом варіації:

$$CV_1^- = \sigma_1^- / m_1^+ = \operatorname{tg}\varphi_1^- = 8,22 / 3,8 = 2,16; \quad \varphi_1^- \approx 65^\circ;$$

$$CV_2^- = \sigma_2^- / m_2^+ = \operatorname{tg}\varphi_2^- = 3,72 / 2,7 = 1,38; \quad \varphi_2^- \approx 54^\circ.$$

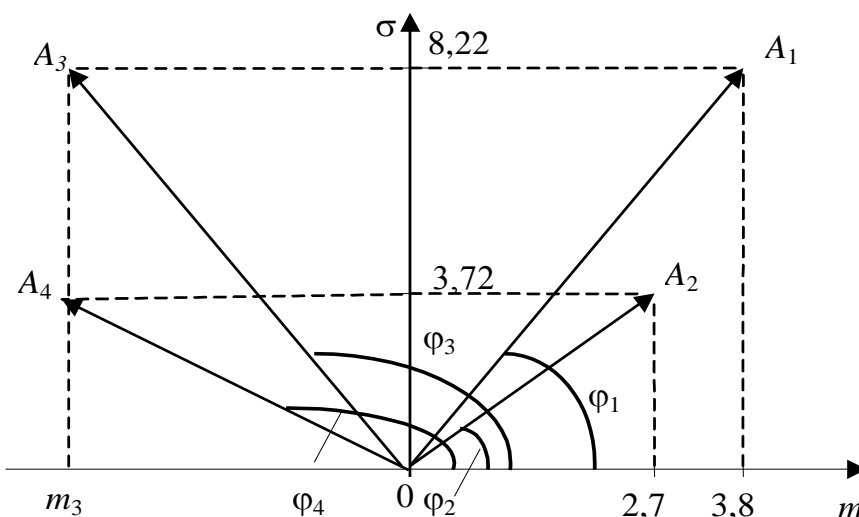


Рисунок 5.3 – Геометрична інтерпретація коефіцієнта варіації

На рисунку 5.3 у системі координат «норма прибутку – ризик» акціям виду  $A_1$  відповідає точка  $A_1 (m_1; \sigma_1)$ , акціям виду  $A_2$  – точка  $A_2 (m_2; \sigma_2)$ , тобто їм відповідають радіуси-вектори  $\overline{OA_1}$  та  $\overline{OA_2}$ .

Враховуючи, що коефіцієнт варіації має негативний інгредієнт, приходимо до висновку, що з позиції цієї міри ризику перевага надається тим акціям, для яких відповідний радіус-вектор має менший кут нахилу до осі абсцис, тобто перевага надається ЦП виду  $A_2$ .

**Задача 5.** Виходячи з умови задачі 1, а також враховуючи, що норма прибутку державних облігацій  $m_F = 3\%$ , обчислити ризик кожного з цінних паперів виду  $A_1$  та  $A_2$  і порівняти їх між собою.

**Розв'язання.** Скористаємось модифікованим коефіцієнтом варіації:

$$CV_1^- = \frac{\sigma_1^-}{m_1^+ - m_F} = \operatorname{tg}\varphi_1^- = \frac{8,22}{3,8 - 3,0} = 10,275 \Rightarrow \varphi_1^- \approx 84^\circ;$$

$$CV_2^- = \frac{\sigma_2^-}{m_2^+ - m_F} = \operatorname{tg}\varphi_2^- = \frac{3,72}{2,7 - 3,0} = -12,4 \Rightarrow \varphi_2^- \approx 95^\circ.$$

Враховуючи, що коефіцієнт варіації має негативний інгредієнт, перевагу слід надати акціям виду  $A_1$ .

Отриманий результат (рис. 5.4) суперечить висновкам, що зроблені в задачі 4. Це пояснюється тим, що модифікований коефіцієнт варіації за своєю суттю здійснює «фільтрацію» ЦП, відкидаючи ті акції, норма прибутку яких менша від фіксованої норми прибутку. Тому модифікований критерій слід використовувати лише для порівняння ЦП, що знаходяться праворуч по відношенню до прямої  $m = m_F$  ( $m = 3$ ).

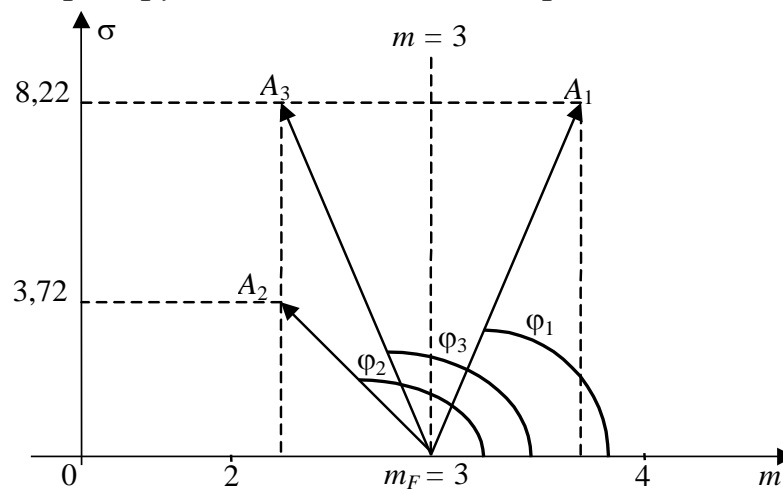


Рисунок 5.4 – Геометрична інтерпретація модифікованого коефіцієнта варіації

**Задача 6.** Розглянемо три різні акції виду  $A_1, A_2, A_3$ . Дані стосовно їх норм прибутку та ймовірностей подано в таблиці 5.3.

Необхідно обчислити відповідні коефіцієнти кореляції.

Таблиця 5.3 – Дані норм прибутку по акціям

Стан економіки	Імовірність	Норма прибутку акцій, %		
		$A_1$	$A_2$	$A_3$
Значне піднесення	0,1	20	30	5
Незначне піднесення	0,3	10	20	7
Стагнація	0,3	5	10	8
Незначна рецесія	0,2	0	5	9
Значна рецесія	0,1	-10	0	12

**Розв'язання.** Після відповідних обчислень одержимо такі значення сподіваних норм прибутку та середньоквадратичних відхилень акцій:

$$m_1 = 5,5 \%, m_2 = 13 \%, m_3 = 8 \%; \sigma_1 = 7,567 \%, \sigma_2 = 8,718 \%, \sigma_3 = 1,732 \%.$$

Знайдемо коваріацію між нормами прибутку для акцій  $A_1$  та  $A_2$ :

$$\text{cov}(R_1, R_2) = 0,1 \cdot (20 - 5,5)(30 - 13) + 0,3 \cdot (10 - 5,5)(20 - 13) + 0,3 \cdot (5 - 5,5)(10 - 13) + 0,2 \cdot (0 - 5,5)(5 - 13) + 0,1 \cdot (-10 - 5,5)(0 - 13) = 63,5.$$

Аналогічно знаходимо коваріації між нормами прибутку акцій виду  $A_1$  та  $A_3$ ,  $A_2$  та  $A_3$ :  $\text{cov}(R_1, R_3) = -13$ ;  $\text{cov}(R_2, R_3) = -14$ .

Знайдемо тепер відповідні коефіцієнти кореляції:

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \text{cov}(R_1, R_2) / \sigma_1 \sigma_2 = 63,5 / (7,567 \cdot 8,718) = 0,963; \\ \rho_{13} &= \text{cov}(R_1, R_3) / \sigma_1 \sigma_3 = -13 / (7,567 \cdot 1,732) = -0,992; \\ \rho_{23} &= \text{cov}(R_2, R_3) / \sigma_2 \sigma_3 = -14 / (8,718 \cdot 1,732) = -0,927. \end{aligned}$$

**Задача 7.** Сподівана норма прибутку акцій виду  $A_1$  становить 60 %, ризик цих акцій (середньоквадратичне відхилення) – 20 %. Для акцій виду  $A_2$  відповідно сподівана норма прибутку – 40 %, ризик – 15 %. Коефіцієнт кореляції для цих акцій  $\rho_{12} = 0,35$ . На основі цих акцій створюється ПЦП. Необхідно:

- 1) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду  $A_1$  складають 20 % вартості цього портфеля;
- 2) обчислити сподівану норму прибутку та ризик ПЦП, якщо акції виду  $A_1$  складають 80 % вартості ПЦП;
- 3) створити оптимальний ПЦП (тобто такий, що має мінімальний ризик).

**Розв'язання**

1. Згідно з умовою частка акцій виду  $A_1$  в ПЦП  $x_1 = 0,20$ , а тому частка акцій виду  $A_2$   $x_2 = 0,80$ . Тоді:

$$\begin{aligned} m_{II} &= x_1 m_1 + x_2 m_2 = 0,20 \cdot 60 + 0,80 \cdot 40 = 44 \%, \\ \sigma_{II} &= \sqrt{0,20^2 \cdot 20^2 + 0,80^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,20 \cdot 0,80 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 13,91 \%. \end{aligned}$$

2. Оскільки в цьому випадку  $x_1 = 0,80$ ,  $x_2 = 0,20$ , то отримуємо:

$$m_{II} = 0,8 \cdot 60 + 0,2 \cdot 40 = 56 (\%);$$

$$\sigma_{II} = \sqrt{0,8^2 \cdot 20^2 + 0,2^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 17,28 (\%).$$

3. Оскільки  $\rho_{12} = 0,35 < \frac{15}{20} = 0,75$ , то

$$x_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2} = \frac{15^2 - 0,35 \cdot 20 \cdot 15}{20^2 + 15^2 - 2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 0,29;$$

$$x_2^* = 1 - x_1^* = 0,71;$$

$$m_{II}^* = x_1^* m_1 + x_2^* m_2 = 45,8 (\%);$$

$$\sigma_{II}^* = \frac{\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho_{12}^2}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}} = \frac{20 \cdot 15 \cdot \sqrt{1-0,35^2}}{\sqrt{20^2 + 15^2 - 2 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15}} = 13,79 (\%).$$

**Задача 8.** Виходячи з умови задачі 7, знайти структуру ПЦП:

а) сподівана норма прибутку якого становила б 50 %;

б) ризик якого становив би 16 %.

**Розв'язання**

а) скориставшись тим, що  $\begin{cases} m_{II} = x_1 m_1 + x_2 m_2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ , отримуємо систему

$$\text{рівнянь: } \begin{cases} 50 = 60x_1 + 40x_2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, отримуємо, що  $x_1 = 0,5$ ;  $x_2 = 0,5$ ;

$$\sigma_{II} = \sqrt{0,5^2 \cdot 20^2 + 0,5^2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,35 \cdot 20 \cdot 15} = 14,45 (\%).$$

б) скориставшись тим, що  $\begin{cases} x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} = \sigma_{II}^2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$ ,

$$\text{отримуємо систему рівнянь } \begin{cases} 400x_1^2 + 225x_2^2 + 210x_1 x_2 = 256 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}.$$

Ця система рівнянь зводиться до квадратного рівняння  $415x_1^2 - 240x_1 - 31 = 0$ , яке має корені  $x' = -0,109$  та  $x'' = 0,687$ . Оскільки  $x' < 0$ , то в ПЦП частка ЦП виду  $A_1$  становить  $x_1 = x'' = 0,687$ , виду  $A_2 - x_2 = 1 - x'' = 0,313$ .

Сподівана норма прибутку отриманого ПЦП становить:

$$m_{II} = x_1 m_1 + x_2 m_2 = 0,69 \cdot 60 = 0,31 \cdot 40 = 53,84 (\%).$$

### Питання до самоконтролю

1. Розкрийте суть поняття диверсифікації.
2. Дайте визначення процесу управління ПЦП.
3. Що передбачає ризик ПЦП?
4. Як визначити норму прибутку цінних паперів?
5. Як визначається сподівана норма прибутку цінних паперів?
6. Розкрийте суть методу вимірювання ризику в абсолютному вираженні.
7. Як вимірюється ризик у відносному вираженні?
8. Як геометрично можна інтерпретувати коефіцієнт варіації?
9. Розкрийте суть кореляції цінних паперів.
10. Дайте визначення «структура портфеля цінних паперів».
11. Що передбачає однорідний портфель цінних паперів?
12. Обґрунтуйте залежність ризику ПЦП від частки однієї з акцій, що входить до складу портфеля.
13. Проаналізуйте залежність ризику ПЦП від сподіваної норми прибутку.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6 МОДЕЛЬ ОЦІНКИ КАПІТАЛЬНИХ АКТИВІВ

**Мета:** здобути практичні навички з використання моделей оцінки капітальних активів із метою вирішення стратегічних питань розвитку підприємств та комерційних організацій в умовах невизначеності та ризику.

### Теоретичні відомості

Однофакторна модель оцінки капітальних активів (МОКА), відома також під назвою однофакторної моделі У. Ф. Шарпа, записується таким чином:

$$R_{jt} = \alpha_j + B_j \cdot R_{mt} + e_{jt}, \quad (6.1)$$

де  $R_{jt}$  – випадкова змінна, що відображає норму прибутковості активу  $j$  (проекту або ЦП) у період  $t$ ;

$R_{mt}$  – випадкова змінна, що відображає норму прибутковості ринку активів у період  $t$ ;

$\alpha_j, B_j$  – параметри активу  $j$ .

Рівняння (6.1) є лінійним однофакторним регресійним рівнянням. У регресійному аналізі параметр  $B_j$  визначається за допомогою методу найменших квадратів.

Випадкова помилка  $e_{jt}$  вимірює різницю між реальною прибутковістю активу  $j$  в період  $t$  і теоретичним значенням, що передбачається рівнянням регресії. Випадкова помилка повинна мати сподіване значення (середню), рівне 0, і дисперсію  $Q_j^2$ , яка є позитивною константою для всіх  $t$ .

Сподівана прибутковість проекту (ЦП)  $j$  у період його існування дорівнюватиме:

$$E(R_j) = \alpha_j + B_j E(R_m), \quad j = \overline{1, k}. \quad (6.2)$$

Відповідно до методу найменших квадратів значення параметрів регресійного рівняння сподіваної прибутковості проекту (ЦП) –  $\alpha_j$  і  $B_j$  дорівнюватимуть:

$$B_j = \frac{n \sum_{t=1}^n R_{mt} R_{jt} - \left( \sum_{t=1}^n R_{mt} \right) \left( \sum_{t=1}^n R_{jt} \right)}{n \sum_{t=1}^n R_{mt}^2 - \left( \sum_{t=1}^n R_{mt} \right)^2}, \quad (6.3)$$

$$\alpha_j = E(R_j) - B_j E(R_m), \quad j = \overline{1, k}. \quad (6.4)$$

Коефіцієнт  $B_j$  проекту (ЦП) показує, на скільки процентів зросте (знизиться) сподівана норма прибутковості проекту (ЦП), якщо сподівана норма прибутковості ринку зросте (знизиться) на 1 %.

### Визначення параметрів портфелів інвестицій

Важливою рисою використання МОКА є його застосування для обчислення характеристик «ризик-прибутковість» портфелів інвестицій.

Сподіваний прибуток портфеля проектів (ЦП) –  $E(R_p)$  є зваженою середньою сподіваних прибутків окремих проектів (ЦП), що входять до портфеля:

$$E(R_p) = \sum_{j=1}^N X_j E(R_j), \quad (6.5)$$

де  $X_j$  – частка загального бюджету або портфеля, що інвестована в  $j$ -ий проект (ЦП).

Бета портфеля  $B_p$  визначається з рівняння:

$$B_p = \sum_{j=1}^N X_j \cdot B_j. \quad (6.6)$$

За методом МОКА ризик портфеля, що ґрунтується на ринкових даних, визначається як:

$$\sigma_p = \sqrt{B_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{j=1}^N X_j^2 \sigma_j^2}. \quad (6.7)$$

Це рівняння визначає два види ризику портфеля: систематичний і несистематичний.

Систематичний ризик портфеля  $B_p^2 \sigma_m^2$  – це частка сукупного ризику портфеля  $\sigma_p$ , що має за основу співвідношення з ринковою прибутковістю.

Несистематичний ризик – це частка сукупного ризику портфеля  $\sigma_p$ , що виникає під впливом неринкових випадкових чинників.

### Лінія ринку капіталу

Оптимальний портфель окремого інвестора лежить у точці дотику його карти байдужості й ефективної множини портфельів, що загальна для всіх інвесторів. Оскільки карти байдужості в кожного інвестора різні, то й оптимальні портфелі в них також можуть бути різні.

Агреговані переваги індивідуальних інвесторів відбиваються лінією ринку капіталу (рис. 6.1).

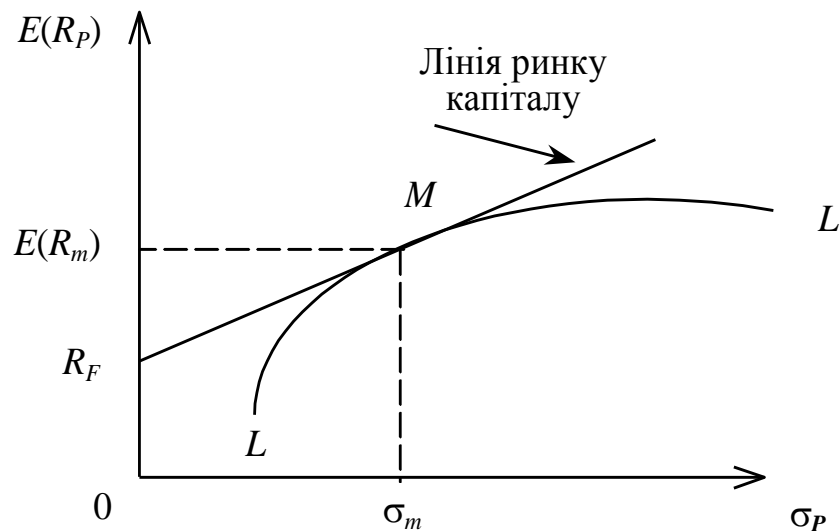


Рисунок 6.1 – Лінія ринку капіталу та ефективна множина

Для того, щоб ринок капіталу перебував у рівновазі, портфель  $M$  повинен містити кожен ризиковий актив у точній пропорції з тими частками, які кожний актив займає в загальній вартості всіх ризикових активів на ринку. Загальна мета всіх інвесторів – досягти максимальної диверсифікації, тому вони прагнуть включити до свого портфеля цінні папери всіх видів, які тільки є. Наприклад, якщо частка вартості звичайних акцій компанії  $A$  в загальному вартісному обсязі всіх акцій на ринку складає 0,65 %, то акції  $A$  мають складати 0,65 % тієї частини інвестиційного портфеля, що складається з акцій. Інвестор фактично купує «частинку ринку капіталу».



Портфель у точці  $M$ , що включає вартість кожного ризикового ринкового активу, що зважена за її часткою в загальній ринковій вартості всіх ризикових активів, називається *ринковим портфелем*.

Рівняння лінії ринку капіталу (ЛРК):

$$E(R_P) = R_F + \frac{E(R_m) - R_F}{\sigma_m} \sigma_P, \quad (6.8)$$

де  $E(R_P)$  – сподівана прибутковість ефективного портфеля;

$E(R_m)$  – сподівана прибутковість ринкового портфеля;

$\sigma_P$ ,  $\sigma_m$  – стандартні відхилення відповідно ефективного портфеля і ринкового портфеля;

$R_F$  – безризикова ставка прибутковості.

Точка  $R_F$  на ЛРК описує прибутковість портфелів, що складаються з безризикових активів. Рухаючись вище по ЛРК, інвестор зосереджує наявні кошти в портфелі з дедалі більшою часткою ризикових активів. Зростаюча схильність до придбання ризикованіших активів збільшує портфельну прибутковість  $E(R_P)$ . У точці  $M$  інвестор вкладає всі наявні в нього кошти в ризиковані активи. Між точками  $R_F$  і  $M$  інвестор знаходиться в позиції кредитора, тобто вкладає кошти в обмін на активи й одночасно частину коштів віддає під фіксований процент  $R_F$ . За точкою  $M$  інвестор починає сам позичати кошти за безризиковою ставкою та інвестувати їх за ринковою ставкою. Позика збільшує сподіваний прибуток, але ризик портфеля теж зростає.

Якщо вибрати точку на кордоні ефективності  $LL$ , відмінну від  $M$ , то при тому ж ступені ризику можна досягти значнішої сподіваної прибутковості шляхом комбінацій вкладень до ринкового портфеля й портфеля безризикових активів, знаходячись при цьому на ЛРК (на відрізку  $R_F M$  або правіше точки  $M$ ).

ЛРК використовується лише для особливої категорії портфелів, тобто для тих, що складаються з комбінації ринкового портфеля та безризикових активів.

### **Лінія ринку цінних паперів**

Лінія ринку капіталу пов'язана зі сподіваною прибутковістю портфеля. Лінія ринку цінних паперів (ЛРЦП) показує необхідну прибутковість кожного ЦП у залежності від ризику (рис. 6.2).

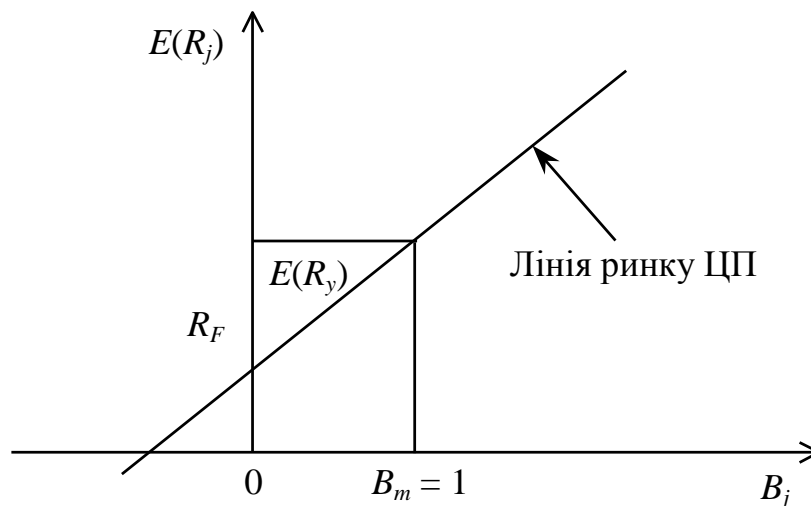


Рисунок 6.2 – Лінія ринку цінних паперів

Кожен ЦП у ринковому портфелі ризикових активів оцінюється таким чином, що його сподівана прибутковість обчислюється як:

$$E(R_j) = R_F + [E(R_m) - R_F] \frac{\text{Cov}(R_j, R_m)}{\sigma_m^2}, \quad (6.9)$$

$$\frac{\text{Cov}(R_j, R_m)}{\sigma_m^2} = B_j, \quad (6.10)$$

де  $E(R_j)$  – потрібна ставка прибутковості ЦП  $j$ ;

$[E(R_m) - R_F]$  – тангенс кута нахилу ЛРЦП.

Потрібна прибутковість ЦП залежить від таких чотирьох чинників:

- безризикової ставки;
- сподіваної прибутковості ринкового портфеля;
- дисперсії ринкового портфеля;
- коваріації прибутковості ЦП із прибутковістю ринкового портфеля.

ЛРЦП відрізняється від ЛРК тим, що:

- для окремого ЦП мірою ризику є коваріація, а не стандартне відхилення. Це пояснюється тим, що ризик окремого ЦП залежить від його вкладу в ризик портфеля, де він знаходиться;
- ризик ринкового портфеля вимірюється його дисперсією, а не стандартним відхиленням.

## Практична частина

**Задача 1.** Обчислення портфельних параметрів із використанням МОКА.

Фірма прагне об'єднати два проекти  $D$  і  $Z$  у портфель у пропорції, що вказана в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Показники по проектам

Показник	Проект $D$	Проект $Z$
$\alpha_j$	0,05	0,02
$B_j$	0,50	1,50
$X_j$	0,60	0,40
$Q_j$	0,0088	0,007

Статистики ринку:  $E(R_m) = 0,093$ ,  $\sigma_m = 0,016$ .

Обчислити  $E(R_p)$ ,  $B_j$  і  $\sigma_m$ .

*Для самостійного вирішення задачі до показників  $\alpha_j$ ,  $B_j$ ,  $Q_j$  додати  $n/100$ , де  $n$  – друга цифра номера варіанта.*

### Розв'язання

1. Визначимо сподівану прибутковість проектів  $Z$  і  $D$  за формулою (6.2):

– проект  $Z$ :

$$E(R_Z) = \alpha_Z + B_Z E(R_m) = 0,05 + 0,50 \cdot (0,093) = 0,097 \Rightarrow 9,7 \% ;$$

– проект  $D$ :

$$E(R_D) = \alpha_D + B_D E(R_m) = 0,02 + 1,50 \cdot (0,093) = 0,160 \Rightarrow 16,0 \% .$$

2. Визначаємо сподівану прибутковість портфеля –  $E(R_p)$  за формулою (6.5):

$$E(R_p) = \sum_{j=1}^2 X_j E(R_j) = 0,60(0,097) + 0,40 \cdot (0,16) = 0,1222 \Rightarrow 12,22 \% .$$

3. Бета портфеля ( $B_p$ ) визначається з рівняння (6.6):

$$B_p = \sum_{j=1}^2 X_j B_j = 0,60 \cdot (0,50) + 0,40 \cdot (1,50) = 0,90.$$

4. Стандартне відхилення портфеля –  $\sigma_p$  визначається з рівняння (6.7):

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{B_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{j=1}^N X_j^2 Q_j^2} = \\ &= \sqrt{(0,9)^2 (0,016)^2 + (0,6)^2 (0,0088)^2 + (0,4)^2 (0,007)^2} = 0,0156. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Використання МОКА для аналізу інвестиційних проектів.

Нехай задаються певні чотири стани економіки  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , з імовірностями настання  $p_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Крім того, задані ринкова норма прибутковості проекту –  $R_m$  та прогнози норм прибутковості чотирьох проектів  $A, B, C, D$  – відповідно  $R_{Ai}$ ,  $R_{Bi}$ ,  $R_{Ci}$  та  $R_{Di}$ . Безризикова ставка  $R_F = 0,08$ . Здійсніть вибір найкращого проекту.

*Для самостійного вирішення задачі необхідно до норм прибутковості додати другу цифру номера варіанта.*

### Розв'язання

1. Складемо таку таблицю 6.2, що містить вихідні дані для проведення розрахунків.

Таблиця 6.2 – Норми прибутковості проектів

Стан економіки	$p_i$	$R_{mi}$	$R_{Ai}$	$R_{Bi}$	$R_{Ci}$	$R_{Di}$
$S_1$	0,20	20 %	15 %	40 %	15 %	10 %
$S_2$	0,50	30 %	20 %	30 %	40 %	15 %
$S_3$	0,20	6 %	13 %	0 %	0 %	-6 %
$S_4$	0,10	0 %	3 %	-30 %	0 %	-3 %

2. Визначимо сподіваний ринковий прибуток та ринкове стандартне відхилення –  $E(R_m)$  і  $\sigma_m^2$ :

$$\begin{aligned} E(R_m) &= \sum_{i=1}^4 R_{mi} P_i = \\ &= 0,20 \cdot (0,20) + 0,50 \cdot (0,30) + 0,20 \cdot (0,06) + 0,10 \cdot (0) = 0,202 \Rightarrow 20,2 \% ; \end{aligned}$$

$$\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^4 P_i (R_{mi} - E(R_m))^2 = 0,20 \cdot (0,20 - 0,202)^2 + 0,50(0,30 - 0,202)^2 + 0,20 \cdot (0,06 - 0,202)^2 + 0,10 \cdot (0 - 0,202)^2 = 0,0129160.$$

$$\sigma_m = 0,1136 \Rightarrow 11,36 \%$$

3. Визначення сподіваної норми прибутковості, коваріацій із ринковою прибутковістю та бета-коефіцієнтів для кожного проекту:

$$E(R_A) = \sum_{i=1}^4 R_{Ai} P_i = 0,15 \cdot (0,20) + 0,50 \cdot (0,20) + 0,20 \cdot (0,13) + 0,10 \cdot (0,03) = 0,159 \Rightarrow 15,90 \%$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(R_A, R_m) &= \sum_{i=1}^4 (R_{Ai} - E(R_A))(R_{mi} - E(R_m)) P_i = \\ &= (0,15 - 0,159) \cdot (0,20 - 0,202) \cdot 0,20 + \dots \\ &\dots + (0,03 - 0,159) \cdot (0 - 0,202) \cdot 0,10 = 0,005442 \end{aligned}$$

$$B_A = \frac{\text{Cov}(R_A, R_m)}{\sigma_m^2} = \frac{0,005442}{0,012916} = 0,421;$$

$$E(R_A) = 0,159; \text{Cov}(R_A, R_m) = +0,005442; B_A = 0,421;$$

$$E(R_B) = 0,200; \text{Cov}(R_B, R_m) = +0,020620; B_B = 1,596;$$

$$E(R_C) = 0,230; \text{Cov}(R_C, R_m) = +0,019543; B_C = 1,513;$$

$$E(R_D) = 0,080; \text{Cov}(R_D, R_m) = +0,009620; B_D = 0,745.$$

4. Обчислимо потрібні норми прибутковості для кожного проекту за формулою:

$$R_j^0 = R_F + [E(R_m) - R_F] \cdot B_j, j = A, B, C, D; R_F = 0,08;$$

$$\begin{aligned} R_A^0 &= R_F + [E(R_m) - R_F] B_A = 0,08 + (0,202 - 0,080) \cdot 0,421 = \\ &= 0,1314 \Rightarrow 13,14 \%. \end{aligned}$$

$$\text{Аналогічно } R_B^0 = 27,47 \%; R_C^0 = 26,46; R_D^0 = 17,09 \%$$

За методом МОКА слід вибрати проект *A*, тому що його сподівана прибутковість більша від потрібної, тобто  $E(R_A) > R_A^0$ . Проект *A* на графіку ЛРЦП лежатиме вище лінії ринку ЦП.

### Задачі для самостійного вирішення

**Задача 1.** Для даних, що наведені нижче (табл. 6.3) для прибутковості проекту  $J$  та прибутковості ринку, побудувати однофакторну модель Шарпа.

Таблиця 6.3 – Вихідні дані

Період	Прибутковість проекту $J$	Прибутковість ринку
1	0,09	0,12
2	0,08	0,09
3	0,08	0,08
4	0,10	0,09
5	0,11	0,10

**Задача 2.** Компанія планує створити портфель із двох ЦП. Інформація про папери та параметри ринку представлена в таблиці 6.4.

Таблиця 6.4 – Параметри ринку цінних паперів

Показник	ЦП1	ЦП2
$\alpha_j$	-0,03	0,04
$B_J$	0,75	0,95
$X_J$	0,33	0,67
$Q_J$	0,0075	0,0025

$$E(R_m) = 0,095; \sigma_m = 0,012.$$

Обчислити:

- сподіваний прибуток портфеля ЦП;
- бета-коефіцієнт портфеля; стандартне відхилення портфеля.

**Задача 3.** Фірма має 4 портфелі ЦП зі сподіваними прибутками та стандартними відхиленнями, що представлені в таблиці 6.5.

Таблиця 6.5 – Показники портфелів ЦП

ЦП	$E(R_p)$	$\sigma_p$
1	2	3
1	0,12	0,04

## Продовження таблиці 6.5

1	2	3
2	0,13	0,06
3	0,16	0,10
4	0,22	0,12

Безризикова ставка –  $R_F = 0,06$ ; ринкові параметри –  $E(R_m) = 0,12$ ;  $\sigma_m = 0,05$ .

Визначити, які портфелі ЦП є переоціненими.

**Задача 4.** Фірма оцінює портфель, що складається з трьох ЦП із характеристиками, що представлені в таблиці 6.6.

Таблиця 6.6 – Характеристики цінних паперів

ЦП $J$	$E(R_j)$	$\rho_{jm}$	$\sigma_j$
1	0,075	+0,3	0,04
2	0,14	+0,9	0,09
3	0,12	+0,2	0,14

Безризикова ставка –  $R_F = 0,07$ ; ринкові параметри –  $E(R_m) = 0,13$ ;  $\sigma_m = 0,05$ .

Визначити ЦП, які доцільно залишити в портфелі.

**Задача 5.** Фонд має загальний капітал 600 млн грн, що розподілені по 4 пакетам ЦП (табл. 6.7).

Таблиця 6.7 – Розподіл капіталу інвестора

ЦП	Інвестиції, млн грн	В-коефіцієнт
<i>A</i>	200	0,5
<i>B</i>	180	2,0
<i>C</i>	150	1,0
<i>D</i>	70	3,0

Поточна безризикова ставка – 6%. Розподіл імовірностей щодо ринкового прибутку представлена в таблиці 6.8.

Таблиця 6.8 – Розподіл імовірностей

Імовірність	Ринковий прибуток, %
0,1	8
0,2	9
0,4	12
0,2	10
0,1	15

Визначити:

- рівняння ЛРЦП;
- потрібну прибутковість фонду;
- потрібну прибутковість ЦП.

**Задача 6.** Інвестор має три види акцій. Він виконав оцінку розподілів імовірностей прибутковості акцій (табл. 6.9).

Таблиця 6.9 – Розподіл імовірностей

Результат	Акція А	Акція В	Акція С	Імовірність
1	- 10	10	0	0,30
2	0	10	10	0,20
3	15	15	15	0,30
4	20	- 10	25	0,20

Коваріація прибутковості акції А з ринковою прибутковістю дорівнює 0,0022; акції В – 0,0032; акції С – 0,004. Ринкові параметри –  $E(R_m) = 0,08$ ;  $\sigma_m = 0,05$ ; безризикова ставка – 0,06.

Визначити:

- бета-коефіцієнти кожної акції;
- які акції доцільно інвестору продати на ринку;
- чи доцільно взагалі створювати портфель, що складається з цих трьох акцій, якщо частка акції А в портфелі дорівнює 30 %, акції В – 40 %, акції С – 30 %?



## Питання до самоконтролю

1. Розкрийте суть моделі У. Шарпа.
2. Як розрахувати сподівану прибутковість проекту в період його існування?
3. За яким методом розраховуються параметри рівняння сподіваної прибутковості проекту?
4. Порядок визначення параметрів портфелів інвестицій.
5. Яким чином розраховується ризик портфеля?
6. Що є систематичним ризиком?
7. Як виникає несистематичний ризик?
8. Як побудувати лінію ринку капіталу?
9. Рівняння лінії ринку капіталу.
10. Поняття лінії ринку цінних паперів.
11. Від яких факторів залежить прибутковість ЦП?
12. Чим відрізняється ЛРЦП від ЛРК?

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Залежно від змісту й особливостей виконання практичної роботи, звіт складають у вигляді тексту, ілюстрацій, таблиць або їх сполучень.

Звіт оформлюють на аркушах формату А4 (210x297 мм).

Текст звіту виконується шрифтом Times New Roman 14 pt, через 1,5 міжрядковий інтервал до 30 рядків на сторінці.

Текст звіту слід друкувати, додержуючись таких розмірів берегів: верхній і нижній – 20 мм, лівий – 30 мм, правий – 10 мм.

Під час оформлення звіту необхідно дотримуватись рівномірної щільності, контрастності й чіткості зображення впродовж усього звіту. У звіті мають бути чіткі, нерозпливчасті лінії, літери, цифри та інші знаки. Всі лінії, літери, цифри й знаки повинні бути однаково чорними впродовж усього звіту.

Прізвища, назви установ, організацій, фірм та інші власні назви у звіті наводять мовою оригіналу.

Скорочення слів і словосполучень у звіті – відповідно до чинних стандартів із бібліотечної та видавничої справи.

Абзацний відступ повинен бути однаковим впродовж усього тексту звіту й дорівнювати 1,25 см.

Звіт має містити такі структурні елементи:

- відомості про студента (прізвище, ім'я, група, варіант завдання);
- тему та мету роботи;
- перелік завдань;
- теоретичні відомості до виконання практичних завдань;
- хід роботи в якому описуються етапи та послідовність виконання завдань практичної роботи;
- висновки по роботі.

## КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Поточний контроль знань та підсумкова оцінка практичних вмінь, що закріплені під час проведення занять, здійснюється з метою перевірки рівня підготовленості студента щодо виконання конкретної роботи.

Оцінка за окремі відповіді на окремі питання або завдання контролю здійснюється за трьома шкалами: національною (чотирибальною); рейтинговою (двадцятибальною); шкалою ECTS.

У Положенні «Про модульно-рейтинговий контроль знань студентів» між національною, рейтинговою та шкалою ECTS встановлена відповідність.

		Національна шкала		Рейтингова шкала	Шкала ECTS
Задовільні оцінки		Відмінно	Зараховано	17 балів і вище	A
		Добре	Зараховано	15,25÷16,99 балів	B
		Добре	Зараховано	13,50÷15,24 балів	C
		Задовільно	Зараховано	11,75÷13,49 балів	D
		Задовільно	Зараховано	10,0÷11,74 балів	E
	Незадовільно	Незараховано	5,0÷9,99 балів	FX	
	Незадовільно	Незараховано	0,0÷4,99 балів		F

Оцінку «відмінно» – 20 заслуговує студент, який виявляє всебічні та глибокі знання програмного матеріалу, що безпомилково й самостійно застосовує одержані знання при виконанні завдань, спроможний вести дискусію з певного питання.

Оцінку «добре» – 15 заслуговує студент, який виявляє повне знання програмного матеріалу, що з несуттєвими помилками самостійно застосовує одержані знання при виконанні завдань, спроможний брати участь у дискусії з певного питання.

Оцінку «задовільно» – 10 заслуговує студент, який виявляє знання програмного матеріалу, що під керівництвом викладача частково або на рівні репродуктивного відтворення застосовує одержані знання при виконанні завдань, спроможний брати участь у дискусії з деяких аспектів певного питання.

Оцінка «незадовільно» – 5 виставляється студентові, який виявляє відсутність знань основних положень програмного матеріалу, що під керівництвом викладача не спроможний застосувати одержані знання при виконанні завдань і на практиці не спроможний брати участь у дискусії з певного питання.

**СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Ковтун І. О. Основи актуарних розрахунків: навчальний посібник / І. О. Ковтун, М. П. Денисенко. – К.: Професіонал, 2008. – 480 с.
2. Симчера В. М. Финансовые и актуарные вычисления: учебно-практическое пособие / В. М. Симчера. – М.: Издательско-книготорговый центр «Маркетинг», 2002. – 556 с.
3. Шахов В. В. Теория и управление рисками в страховании / В. В. Шахов, В. Г. Медведев. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 224 с.
4. Мельников А. В. Риск – менеджмент: стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования / А. В. Мельников. – М.: Анкил, 2003. – 159 с.
5. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / В. В. Вітлінський, П. І. Верчено. – К.: КНЕУ, 2000. – 292 с.
6. Шалобаев С. И. Математические методы и моделирование в экономике, финансах, бизнесе / С. И. Шалобаев. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 367 с.
7. Бакаєв Л. О. Кількісні методи в управлінні інвестиціями: навч. посібник / Л. О. Бакаєв. – К.: КНЕУ, 2000. – 151 с.
8. Экономико-математические методы и прикладные модели. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 391 с.
9. Малиш Н. А. Моделювання економічних процесів ринкової економіки / Н. А. Малиш. – К.: МАУП, 2004. – 120 с.
10. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування: навч. посібник / А. М. Єріна. – К.: КНЕУ, 2001. – 170 с.
11. Христиановский В. В. Экономический риск и методы его измерения / В. В. Христиановский, В. П. Щербина. – Донецк: ДонНУ, 2000. – 197 с.

ЕЛЕКТРОННЕ НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ

Гуменюк Михайло Михайлович

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ  
«АКТУАРНІ РОЗРАХУНКИ»  
(ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ 7.03050201, 8.03050201  
«ЕКОНОМІЧНА КІБЕРНЕТИКА» ДЕННОЇ ФОРМИ  
НАВЧАННЯ)**

Підписано до випуску 2012 р. Гарнітура Times New.  
Умов. друк. арк. Зам. № .

---

Державний вищий навчальний заклад  
«Донецький національний технічний університет»  
Автомобільно-дорожній інститут  
84646, м. Горлівка, вул. Кірова, 51  
E-mail: [drukfn@rambler.ru](mailto:drukfn@rambler.ru)

Редакційно-видавничий відділ

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2982 від 21.09.2007 р.