**А.Ф. Волков, Т.П. Лумпиева**

# КУРС ФИЗИКИ

В двух томах

**Том 1**

- **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ**
- **МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА**
- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**
- **ПОСТОЯННЫЙ ТОК**
- **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

*Рекомендовано*
*Министерством образования и науки Украины*
*в качестве учебного пособия для студентов*
*инженерно-технических специальностей*
*высших учебных заведений*

**Донецк**
**Издательство ДонНТУ**
**2009**

**ББК 22.3я7**
**В 67**
**УДК 53(075.8)**

*Гриф надано Міністерством освіти и науки України, лист № 1.4/18-г-989 від 07.05.2008 р.*

Рецензенты:

***П.И. Голубничий***, заведующий кафедрой физики Восточноукраинского университета им. Владимира Даля, заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор физико-математических наук, профессор

***В.Ф. Русаков***, заведующий кафедрой общей физики и дидактики физики Донецкого национального университета, кандидат физико-математических наук, доцент

***С.В. Тарасенко***, заведующий отделом теории магнетизма и фазовых переходов Донецкого физико-технического института НАН Украины им. А.А. Галкина, доктор физико-математических наук, профессор

**Волков А.Ф., Лумпиева Т.П.**

В 67 **Курс физики: В 2-х т. Т.1:** Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. Электростатика. Постоянный ток. Электромагнетизм: Учебное пособие для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений.– Донецк: ДонНТУ, 2009. – 232 с.

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Физика» для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Содержание первого тома составляют разделы: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный ток, электромагнетизм. Содержание второго тома: колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой механики, основы физики твердого тела, элементы физики атомного ядра. Изложение материала ведется без громоздких математических выкладок, основной акцент делается на физическую суть явлений и описывающих их законов.

Табл. 3. Ил. 169.

ISBN 978-966-377-072-7 (общий)
ISBN 978-966-377-073-4 (том 1)

СОДЕРЖАНИЕ

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Физика» для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Содержание первого тома составляют разделы: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный ток, электромагнетизм. Содержание второго тома: колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой механики, основы физики твердого тела, элементы физики атомного ядра.

***Основная цель пособия*** – помочь студентам изучить курс физики. Авторы пытались с одной стороны максимально полно охватить все разделы курса, предусмотренные программой, а с другой – изложить весь материал компактно, не используя громоздких математических выкладок, пространных рассуждений и т.д. Основное внимание уделено сути рассматриваемых явлений, законам, описывающим эти явления, границам применимости законов; а также определениям физических величин, единицам измерения. Определения, формулировки законов, а также все новые термины выделены в тексте курсивом. Математические знания, необходимые для пользования пособием, соответствуют обычному курсу математики во втузах.

В конце книги находится подробный предметный указатель, который поможет отыскать нужные сведения. Сводные таблицы, приведенные в тексте, а также большое количество ссылок и иллюстраций помогут вам лучше понять и усвоить учебный материал, а тесты – проверить уровень усвоения материала.

Изучение материала рекомендуем проводить в два этапа:

1) беглое чтение материала всей темы с целью ознакомления с его структурой, выделением основных вопросов;
2) чтение с проработкой: на этом этапе надо понять весь материал.

Изучая курс физики, помните, что часть учебного материала подлежит ***обязательному запоминанию***. Это определения, формулировки законов, единицы измерения физических величин. Чтобы ***глубже понять*** суть явлений, научиться применять законы, описывающие эти явления, необходимо решать задачи. Умение решать задачи – главный критерий оценки усвоения учебного материала. Экспериментальные задачи, методы обработки результатов и их представления, а также правила обращения с простейшими приборами, рассматриваются в физическом практикуме.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам: зав. кафедрой физики Восточноукраинского университета им. Владимира Даля профессору ***Голубничему П.И.***, зав. кафедрой общей физики и дидактики физики Донецкого национального университета доценту ***Русакову В.Ф.***, заведующему отделом теории магнетизма и фазовых переходов Донецкого физико-технического института им. А.А. Галкина НАН Украины профессору ***Тарасенко С.В.***, старшему преподавателю кафедры физики Донецкого национального технического университета ***Русаковой Н.М.*** за полезные замечания и советы, которые были учтены при подготовке рукописи к печати. Также выражаем свою искреннюю благодарность и признательность ***Лумпиеву И.В.*** за оформление графического материала книги.

С замечаниями и предложениями по книге к авторам можно обратиться по электронной почте: afv.@fizmet.dgtu.donetsk.ua

# ВВЕДЕНИЕ

## §1 Предмет физики

***Физика*** – это наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи, законы её движения.

В настоящее время известны два вида неживой материи: ***вещество и поле***. К первому виду материи – веществу – относятся атомы, молекулы и все тела, состоящие из них. Второй вид материи образуют гравитационные, электромагнитные и другие поля.

Материя находится в непрерывном движении, под которым понимается всякое изменение вообще. Движение является неотъемлемым свойством материи, которое несотворимо и неуничтожимо, как и сама материя. Материя существует и движется в пространстве и во времени.

Основным методом исследования в физике является ***эксперимент*** (опыт), т.е. наблюдение исследуемого явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом исследования и воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий.

Для объяснения физических явлений используют гипотезы. ***Гипотеза*** – это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо факта или явления и требующее проверки и доказательства. Правильность гипотезы проверяется постановкой соответствующих опытов, путем выяснения согласия следствий, вытекающих из гипотезы, с результатами опытов и наблюдений. Доказанная гипотеза превращается в научную теорию или закон.

***Физическая теория*** – это система основных идей, обобщающих опытные данные и отражающих объективные закономерности природы. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения.

Физика является научным фундаментом развития новых отраслей техники. На основе ее открытий созданы электротехника и радиотехника, электронная и вычислительная техника, космическая техника и приборостроение, ядерная энергетика, лазерная техника и т.д. На основе достижений физики разрабатываются принципиально новые и более совершенные методы производства, приборы и установки. В свою очередь техника, развиваясь и совершенствуясь, выдвигает перед физикой такие проблемы, решение которых требует более глубокого изучения различных физических явлений. Именно технические потребности общества привели в свое время к развитию механики, необходимой для строительства различных сооружений. Задача создания более экономичных двигателей вызвала бурное развитие термодинамики и т.д.

Физика формирует научное мировоззрение человека. Развиваясь, она видоизменяет, дополняет, углубляет представления о природе вещей и причинных связях окружающего мира. Со временем ее теоретические концепции приобретают общефилософское значение. Таким образом, инженер любого профиля должен владеть физикой в такой степени, чтобы быть в состоянии применять ее достижения в своей производственной деятельности.

## §2 Общие сведения

1. Реальные свойства материальных объектов настолько сложны, а взаимные связи между явлениями и процессами столь многообразны, что учесть все эти свойства и связи сразу невозможно. Поэтому в процессе познания необходимо выделять в изучаемых объектах главное, существенное и отвлекаться от всего случайного, второстепенного.

Мысленная операция, в ходе которой главное отделяется от второстепенного, называется ***абстрагированием***. Построенная в результате абстрагирования идеализированная, упрощенная схема явления или объекта называется ***физической моделью***. Примерами физических моделей являются материальная точка, абсолютно твердое тело, идеальный газ, равновесный процесс, точечный заряд, элемент тока, абсолютно черное тело и т.д.

Любая физическая модель имеет ограниченный характер и пригодна лишь для приближенного описания явления и объекта. Следовательно, закономерности, полученные на основе физических моделей, также имеют приближенный и ограниченный характер. Всегда имеется принципиальная возможность уточнения, дополнения, обобщения того или иного закона. Однако установленные на определенном этапе развития физики закономерности, правильно объясняющие экспериментальные данные, не отбрасываются с развитием нового этапа, а включаются в него, как предельный случай, справедливый в определенных условиях. Таким образом, всегда должен выполняться ***принцип соответствия***.

2. Все понятия и физические модели вводятся в науку с помощью определений, которые позволяют создать единую научную терминологию. ***Определение*** – это сформулированное в сжатой форме содержания понятия. Во всех научных теориях есть понятия, которые принимаются без определений. В физике без определений принимаются такие понятия, как состояние, явление, процесс, взаимодействие др.

Основными физическими понятиями являются физическая величина и физический закон.

2.1. ***Физическая величина*** – это характеристика одного из свойств физического объекта или физического явления, которую можно прямо или косвенно измерить и выразить числом.

В качественном отношении эта величина присуща многим объектам, в количественном отношении – индивидуальна. Например, любое физическое тело можно характеризовать массой, но численное значение массы у каждого тела свое.

В определении физической величины необходимо отражать ее качественное и количественное содержание. Отразить качественное содержание – значит указать, какое свойство или процесс характеризует величина. Например, сопротивление проводника характеризует способность проводника препятствовать прохождению тока; электроемкость проводника характеризует способность проводника накапливать электрический заряд.

Отразить количественное содержание – значит указать способ измерения этой величины. Например, электроемкость – это величина, численно равная заряду, сообщение которого изменяет его потенциал на один вольт.

Физические величины могут быть скалярными и векторными, поэтому в определении также необходимо указывать характер величины. В качестве примера приведем полное определение электроемкости.

*Электрическая емкость* (*электроемкость*) *– это скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщение которого изменяет потенциал проводника на один вольт*:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Не все понятия, рассматриваемые в физике, являются физическими величинами. Не являются физическими величинами система отсчета, материальная точка, равновесный процесс и др.

2.2. ***Физический закон*** – это найденная на опыте или установленная теоретически, путем обобщения опытных данных, количественная или качественная объективная зависимость одних физических величин от других.

Число фундаментальных законов природы, известных в наше время, сравнительно невелико и выражаются они с математической точки зрения, как правило, просто. Гораздо более обширны и требуют более серьезного математического аппарата частные случаи проявления законов. Используя правила обращения с математическими величинами, можно получить многочисленные следствия, допускающие экспериментальную проверку.

Не следует путать определение физической величины с физическим законом. Например, плотность твердого тела по определению равна

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Нельзя говорить, что плотность – это величина, пропорциональная массе тела и обратно пропорциональная его объему, так как у твердых тел нельзя изменить массу, не изменив его объем.

3. ***Единицей физической величины*** называется условно выбранная физическая величина, имеющая тот же физический смысл, что и рассматриваемая. ***Системой единиц*** называется совокупность единиц физических величин, относящаяся к некоторой системе величин и образованная в соответствии с определенными правилами. ***Основными единицами*** данной системы называются единицы нескольких разнородных физических величин, произвольно выбранные при построении этой системы. ***Производными единицами*** называются единицы, устанавливаемые через другие единицы данной системы на основании физических законов, которые выражают взаимосвязь между соответствующими физическими величинами.

Стандартом установлено, что обязательному применению подлежат единицы Международной системы единиц (СИ), а также десятичные кратные и дольные от них. Основными единицами СИ являются: метр (м) – единица длины; килограмм (кг) – единица массы; секунда (с) – единица времени; ампер (А) – единица силы тока; кельвин (К) – единица термодинамической температуры; кандела (кд) – единица силы света; моль (моль) – единица количества вещества. Дополнительные единицы СИ: радиан (рад) – единица плоского угла; стерадиан (ср) – единица телесного угла.

В некоторых областях науки и техники допускается использование внесистемных единиц. Например, в ядерной физике массу измеряют в атомных единицах массы (а.е.м.). а энергию – в электрон-вольтах (эВ).

Подробную информацию о единицах измерения можно найти в справочных материалах.

4. Языком физики является математика, в частности дифференциальное и интегральное исчисления. Применяя аппарат высшей математики, физика вкладывает несколько иной смысл в некоторые ее понятия. Используемое в физике понятие «элементарная физическая величина» нельзя отождествлять с понятием математически бесконечно малой величины.

Например, элементарный объем $dV$ – это такой объем, который, с одной стороны, столь велик, что содержит достаточно большое для того или иного усреднения количество частиц; с другой стороны, настолько мал, что данная макроскопическая величина, например плотность, во всех его точках остается одинаковой, даже если она меняется в рассматриваемом макроскопическом объеме $V$.

## §3 Основные сведения о векторах

***Скалярные и векторные величины***. Величины, значения которых задаются положительными или отрицательными числами, называют ***скалярными*** (масса, температура, работа и т.п.). Величины, значения которых определяются как числом, так и направлением в пространстве, называются ***векторными*** (сила, скорость, ускорение, напряженность электрического и магнитного поля и т.п.), и могут быть изображены векторами.

***Вектор*** – отрезок, имеющий определенную длину и направление. Обозначаются векторы следующим образом $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Длина вектора $\vec{a}$ (модуль или абсолютная величина) обозначается $a$ или $|\vec{a}|$. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ считаются ***равными***, если равны их модули и совпадают направления (т.е. векторы параллельны и ориентированы в одну сторону).

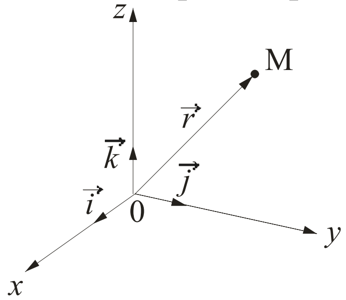


Рисунок 3.1

***Коллинеарные*** векторы – параллельные одной и той же прямой. Взаимно ***противоположные*** векторы – равные по длине и противоположные по направлению. ***Единичные*** векторы – векторы, модуль которых равен 1. Единичные векторы, имеющие направления прямоугольных координатных осей 0$x$, 0$y$, 0$z$ (в сторону возрастания координаты) называются ***ортами*** и обозначаются $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (рис. 3.1).

***Радиус-вектор точки***. Вектор $\overrightarrow{0M}$, начало которого совпадает с началом координат, а конец находится в точке M (рис. 3.1) вполне определяет эту точку и называется ***радиус-вектором точки*** *M*. Обозначается $\vec{r}$. Точка 0 в этом случае называется полюсом.

***Линейные комбинации векторов***. ***Сумма*** двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ есть вектор $\vec{c}$, являющийся диагональю *AC* параллелограмма ABCD (рис. 3.2).

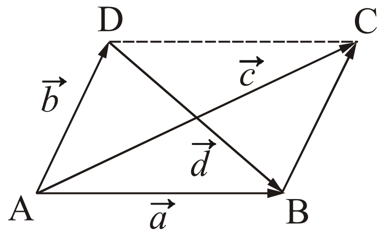



Рисунок 3.2

Основные свойства суммы:

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}, \qquad \left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|.$$

***Разностью*** $\vec{a}-\vec{b}$ называется сумма векторов $\vec{a}$ и $-\vec{b}$ (диагональ *DB*, рис. 3.2):

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{d}.$$

***Произведением скаляра и вектора*** ($m\vec{a}$ или $\vec{a}m$) называется вектор, коллинеарный с вектором $\vec{a}$, длина его равна $m\left|\vec{a}\right|$, а направление совпадает с $\vec{a}$ при $m>0$ и противоположно ему при $m<0$.

Каждый вектор $\vec{a}$ в пространстве может быть разложен на сумму векторов параллельных ортам $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$:

$$\vec{a}=\vec{i}\,a_x+\vec{j}a_y+\vec{k}a_z,$$

где $a_x$, $a_y$, $a_z$ – проекции $\vec{a}$ на соответствующие координатные оси.

***Скалярное умножение векторов. Скалярным произведением*** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется скаляр, определяемый равенством

$$\vec{a}\vec{b}=ab\cos\varphi,$$

где φ – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, приведенными к общему началу (обозначения см. рис. 3.3).

***Векторное умножение векторов. Векторным произведением*** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (обозначается $\vec{a}\times\vec{b}$ или $[\vec{a}\vec{b}]$) называется вектор $\vec{c}$, длина которого равна $ab\sin\varphi$ (т.е. равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах) и который направлен перпендикулярно $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в такую сторону, чтобы три вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образовали правую тройку. После совмещения начал векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ кратчайший поворот от $\vec{a}$ к $\vec{b}$ кажется наблюдателю, смотрящему с конца вектора $\vec{c}$, идущим против часовой стрелки (рис. 3.3).

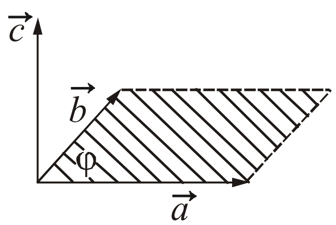



Рисунок 3.3

Таблица 3.1

Свойства произведений векторов

| Скалярное | Векторное |
|---|---|
| 1. $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$ | 1. $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$ при перестановке множителей векторное произведение изменяет свое направление |
| 2. $m\left(\vec{a}\vec{b}\right) = \left(m\vec{a}\right)\vec{b}$ | 2. $m\left(\vec{a}\times\vec{b}\right) = \left(m\vec{a}\right)\times\vec{b}$ |
| 3. $\vec{a}\left(\vec{b}+\vec{c}\right) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$ | 3. $\vec{a}\times\left(\vec{b}+\vec{c}\right) = \vec{a}\times\vec{b} + \vec{a}\times\vec{c}$ |
| 4. $\vec{a}\vec{b} = 0$, если $\vec{a}\perp\vec{b}$ условие перпендикулярности векторов | 4. $\vec{a}\times\vec{b} = 0$, если $\vec{a}\parallel\vec{b}$ условие коллинеарности векторов |
| 5. $\vec{a}\vec{a} = a^2$ | 5. $\vec{a}\times\vec{a} = 0$ |

***Правила дифференцирования векторов***

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+...\right) = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt} + \frac{d\vec{c}}{dt} + ...$$

$$\frac{d}{dt}\left(k\vec{a}\right) = \frac{dk}{dt}\vec{a} + k\frac{d\vec{a}}{dt}$$ ($k$ – скалярная функция от $t$)

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\vec{b}\right) = \frac{d\vec{a}}{dt}\vec{b} + \vec{a}\frac{d\vec{b}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{a}\times\vec{b}\right) = \frac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{b} + \vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}$$ (множители нельзя переставлять местами)

$$\frac{d}{dt}\vec{a}[\varphi(t)] = \frac{d\vec{a}}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

***Скалярные и векторные поля. Градиент***

***Скалярным*** полем называется область пространства, каждой точке которой отнесено значение некоторой скалярной величины $\varphi = \varphi(x, y, z)$. Таким полем является, например, поле температуры неравномерно нагретого тела, поле плотности неоднородного тела, поле электростатического потенциала и т.п.

***Векторным*** полем называется область пространства, каждой точке которой отнесено значение некоторого вектора. Таким полем является поле вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$, вектора магнитной индукции $\vec{B}$.

***Градиент скалярной величины*** – это вектор, направленный в сторону максимального возрастания этой величины и численно равный изменению величины, приходящемуся на единицу длины в этом направлении.

Рассмотрим понятие градиента на примере градиента температуры. Предположим, что температура меняется вдоль некоторого направления $x$ (рис. 3.4). Если соединить все точки тела с одинаковой температурой, то получится поверхность равных температур, которую называют изотермической. На рис. 3.4 изображены три поверхности с температурами $T–dT$; $T$; $T+dT$, где $dT$ – это бесконечно малое изменение температуры. Изотермические поверхности не пересекаются, так как каждой точке тела соответствует своя температура. Они или замыкаются сами на себя, или заканчиваются на границе тела.

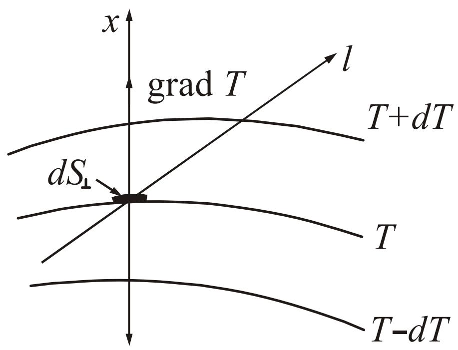



Рисунок 3.4

Изменение температуры в произвольном направлении $l$ характеризуется производной по направлению $\frac{\partial T}{\partial l}$. Эта производная будет иметь максимальное значение в направлении нормали к изотермной поверхности (в нашем случае это направление $x$). Вектор, направленный по нормали к изотермной поверхности в сторону возрастания температуры называется ***градиентом*** температуры и обозначается $\mathrm{grad}\,T$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial l}\right)_{\max} = \frac{\partial T}{\partial x} = \mathrm{grad}\,T$$

Численно градиент температуры равен разности температур двух точек отстоящих друг от друга на единицу длины.

Если ввести декартову систему координат, то градиент температуры может быть выражен соотношением:

$$\mathrm{grad}\,T = \vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z},$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы.

<u>Обратите внимание!</u> Понятие градиента различных величин очень широко используется в физике, и мы будем к нему не раз обращаться.

# ЧАСТЬ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Простейшей формой движения является ***механическое движение***, состоящее в изменении положения тела с течением времени относительно других тел или частей одного и того же тела.

Раздел физики, изучающий закономерности механического движения и взаимодействия тел, называется ***механикой***. Движение тел со скоростями, много меньшими скорости света $c$ в вакууме, изучает ***классическая механика***. В основе классической механики лежат законы динамики, сформулированные Ньютоном* в 1687 году. Законы Ньютона возникли в результате обобщения большого количества опытных фактов.

С развитием науки обнаружились новые факты, которые не укладывались в рамки классической механики. Они получили свое объяснение в теории относительности и в квантовой механике.

Теория относительности, сформулированная А. Эйнштейном* в 1905 году, пересмотрела ньютоновские представления о пространстве и времени. В результате была создана механика тел, движущихся со скоростями, близкими к скорости света в вакууме – ***релятивистская механика***. Уравнения релятивистской механики в пределе (для скоростей малых по сравнению со скоростью света) переходят в уравнения классической механики. Таким образом, классическая механика вошла в релятивистскую механику как частный случай и сохранила свое прежнее значение для описания движения тел с малыми скоростями.

В результате развития физики атома в 20-х годах двадцатого века была создана ***квантовая механика***. Уравнения квантовой механики также дают в пределе (для масс, больших по сравнению с массами атомов) уравнения классической механики. Следовательно, классическая механика вошла и в квантовую механику как предельный случай. Таким образом, развитие науки не перечеркнуло классическую механику, а лишь показало ее ограниченную применимость.

Классическая механика состоит из трех разделов: кинематики, динамики и статики. ***Кинематика*** математически описывает различные виды механического движения, не выясняя причин этого движения. ***Динамика*** исследует влияние взаимодействия между телами на их механическое движение. ***Статика*** изучает условия равновесия тел. Законы статики являются частным случаем законов динамики, поэтому в данном курсе статику мы рассматривать не будем.

## Глава 1. Кинематика поступательного и вращательного движения

### §4 Кинематика материальной точки

#### 4.1 *Основные понятия кинематики*

Для описания реальных движущихся тел в механике пользуются в зависимости от условий конкретной задачи различными физическими моделями:

*Ньютон Исаак (1642–1727), английский физик, математик и астроном.

*Эйнштейн Альберт (1879–1955), немецкий физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии 1921 г.

материальная точка, абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело.

***Материальной точкой*** называется тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Например, при исследовании движения автомобиля из одного пункта в другой, его можно считать материальной точкой. Если же вы изучаете движение водителя, находящегося внутри автомобиля, то автомобиль надо рассматривать как протяженное тело.

***Абсолютно твердым телом*** называется тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, жестко связанных между собой.

***Абсолютно упругим телом*** называется тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

***Абсолютно неупругим телом*** называется тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью сохраняет деформированное состояние, вызванное этим воздействием.

### 4.2 *Система отсчета. Траектория. Путь. Перемещение*

Положение тела в пространстве всегда указывается относительно других тел. Тело, относительно которого рассматривается движение, называется ***телом отсчета***. Чтобы определить положение исследуемого тела, с телом отсчета жестко связывают систему координат, снабженную часами. Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов, отсчитывающих время, называется ***системой отсчета***. В дальнейшем мы будем пользоваться прямоугольной декартовой системой координат.

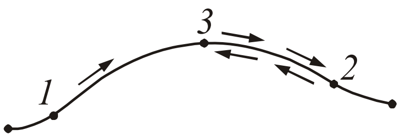



Рисунок 4.1

Линия, описываемая в пространстве движущейся точкой, называется ***траекторией***. В зависимости от вида траектории движение делят на прямолинейное и криволинейное. Частным видом криволинейного движения является движение по окружности.

Пусть материальная точка, двигаясь по некоторой траектории (рис. 4.1), переместилась из точки 1 в точку 2. Расстояние $S_{12}$ между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется длиной пройденного пути или просто ***пройденным путем***.

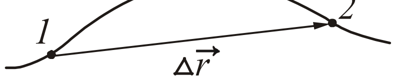



Рисунок 4.2

Если материальная точка повернет обратно и дойдет до точки 3, то полный путь равен: $S=S_{12}+S_{23}$. Путь всегда выражается положительным числом.

Вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки, называется ***перемещением***. Обозначается $\Delta\vec{r}$ (рис. 4.2).

### 4.3 Способы задания положения тела в пространстве

***Основная задача кинематики*** – определить положение тела в любой момент времени. Обычно положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат точки со временем:

$$x = x(t) \qquad y = y(t) \qquad z = z(t)$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения точки.

Координаты тела можно задавать несколькими способами.

1. ***Табличный способ***.

При этом способе для каждого момента времени указывают значение координаты тела и представляют эту зависимость в виде таблицы. Например:

| $t$, с | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$, м | 2 | 6 | 18 | 38 | 66 | 102 | 146 | 198 |

2. ***Графический способ***.

Зависимость координат от времени дается в виде графика. Например, для равномерного прямолинейного движения эта зависимость имеет вид, представленный на рис. 4.3.

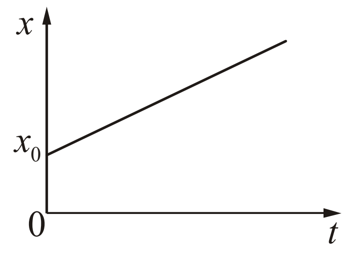



Рисунок 4.3

3. ***Аналитический способ***.

Зависимость координат от времени задается в виде формул.

***Пример***: для равномерного прямолинейного движения координата зависит от времени:

$$x = x_0 + vt\,.$$

Если тело движется по плоскости, то можно описывать зависимость координаты $y$ от координаты $x$, т.е. $y = f(x)$. При этом координаты $y$ и $x$ зависят от времени, т.е. $y = f(t)$, $x = f(t)$. Зависимость $y = f(x)$ называется уравнением траектории.

***Пример***: $x = A_1 \sin \omega t$, $y = A_2 \cos \omega t$. Проведя преобразования, получим:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$ Траекторией тела является эллипс.

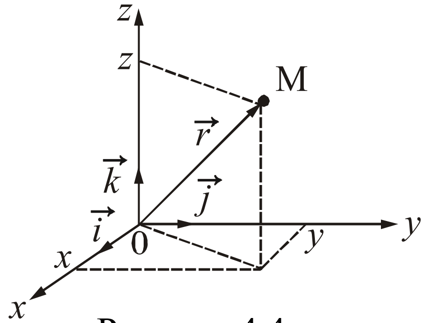



Рисунок 4.4

4. Положение тела в пространстве можно задавать радиус-вектором $\vec{r}$.

***Радиус-вектор*** $\vec{r}$ – это вектор, проведенный из начала координат в точку, где находится тело (рис. 4.4). Радиус-вектор можно разложить на составляющие:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы (орты).

## 4.4 *Скорость*

Для характеристики быстроты движения тела в механике вводится понятие скорости. Пусть в момент времени $t$ тело находилось в точке 1, положение которой задается радиус-вектором $\vec{r}$. За время $\Delta t$ оно совершило перемещение $\Delta\vec{r}$ и оказалось в точке 2 (рис. 4.5).

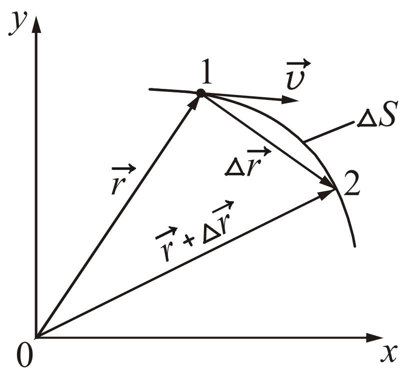



Рисунок 4.5

Скорость тела определяется как предел отношения перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени $\Delta t$, за который оно произошло, при условии, что $\Delta t$ стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'. \tag{4.1}$$

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

***Скорость*** ($\vec{v}$) – ***векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени***.

Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения. Модуль скорости $v$ определяется как производная пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt}, \tag{4.2}$$

Из (4.2) следует, что путь $dS$, пройденный за элементарно малое время $dt$ будет определяться следующим образом:

$$dS = v(t)dt.$$

Путь, пройденный телом за конечный промежуток времени от $t_1$ до $t_2$, находится интегрированием:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt. \tag{4.3}$$

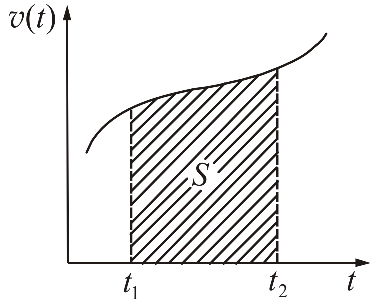



Рисунок 4.6

Пройденный путь численно равен площади заштрихованной криволинейной трапеции (рис. 4.6).

Если направление вектора скорости не изменяется, то движение называется ***прямолинейным***.

Если модуль скорости не изменяется с течением времени, то движение называется ***равномерным***.

При равномерном движении скорость тела постоянна

$$v = \frac{S}{t} = \mathrm{const}\,. \tag{4.4}$$

Путь, пройденный телом при равномерном движении, зависит от времени линейно:

$$S = vt\,. \tag{4.5}$$

Если тело движется неравномерно, то величина, равная отношению пройденного пути $\Delta S$ к промежутку времени $\Delta t$, в течение которого был пройден путь, называется ***средней скоростью*** за этот промежуток времени

$$< v > = \frac{\Delta S}{\Delta t}\,. \tag{4.6}$$

(Средние значения величин будем обозначать заключением этих величин в угловые скобки).

### 4.5 *Ускорение*

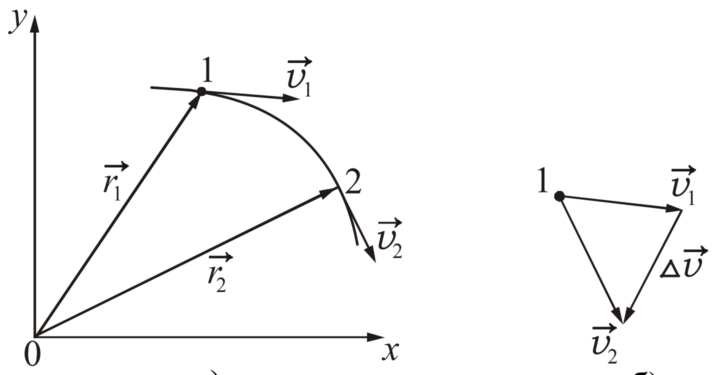
Чтобы охарактеризовать изменение скорости тела с течением времени, используется величина, называемая ускорением.

Пусть в момент времени $t$ тело находилось в точке 1, имея скорость $\vec{v}_1$. Через время $\Delta t$ оно переместилось в точку 2, при этом его скорость стала равной $\vec{v}_2$ (рис. 4.7 а).

Приращение вектора скорости равно $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (рис. 4.7 б). Чтобы охарактеризовать быстроту изменения скорости, используется величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'\,.$$

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\,.$$




а) б)

Рисунок 4.7

Принимая во внимание (4.1), можно записать:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\,. \tag{4.7}$$

***Ускорение*** ($\vec{a}$) ***– векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и равная производной вектора скорости по времени.***

Ускорение направлено по вектору приращения скорости $\Delta\vec{v}$.

При прямолинейном движении направление скорости остается постоянным, поэтому вектор ускорения $\vec{a}$ или совпадает с направлением скорости, или противоположен ему. Если модуль ускорения при этом не изменяется с течением времени, то в первом случае движение будет равноускоренным, во втором – равнозамедленным. Скорость движения в любой момент времени будет определяться соотношением:

$$v = v_0 \pm at \qquad (4.8)$$

где $v_0$ – начальная скорость тела, т.е. скорость в момент времени $t$=0. Знак «плюс» относится к равноускоренному движению, «минус» – к равнозамедленному.

Интегрируя функцию (4.8) в пределах от 0 до произвольного момента времени $t$, найдем формулу для расчета пройденного пути (см. формулу (4.3)):

$$S = \int_0^t (v_0 \pm at)dt = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \qquad (4.9)$$

Отметим, что формула (4.9) дает правильный результат для пройденного пути только в том случае, если за время $t$ направление движения точки (знак скорости) не изменяется.

Если скорость изменяется с течением времени произвольным образом, то величина, равная отношению изменения скорости $\Delta v$ к промежутку времени $\Delta t$, в течение которого изменялась скорость, называется ***средним ускорением*** за этот промежуток времени

$$< a >= \frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (4.10)$$

При криволинейном движении вектор скорости $\vec{v}$ изменяет свое направление. При этом может изменяться и его численное значение, т.е. модуль.

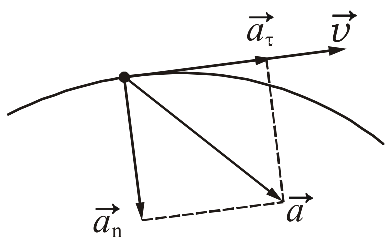



Рисунок 4.8

В этом случае вектор ускорения $\vec{a}$ удобно раскладывать на две составляющие. Одна из них $\vec{a}_\tau$ – касательная к траектории, вторая $\vec{a}_n$ – перпендикулярна этой касательной (рис. 4.8). Составляющая $\vec{a}_\tau$ называется ***тангенциальным*** (касательным) ускорением; составляющая $\vec{a}_n$ – ***нормальным*** (центростремительным) ускорением. Из рис. 4.8 следует, что

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \qquad (4.11)$$

Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (4.12)$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и равно первой производной модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \qquad (4.13)$$

Если скорость по величине не изменяется, то $a_\tau = 0$.

Если $dv > 0$, то тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено по вектору скорости, если $dv < 0$, то $\vec{a}_\tau$ направлено в сторону, противоположную вектору скорости.

Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Численное значение нормального ускорения определяется формулой:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{4.14}$$

Если направление скорости не изменяется, то $a_n = 0$.

***Примеры***:

1) Тело движется прямолинейно, равномерно: $a_n = 0$, $a_\tau = 0$.
2) Тело движется прямолинейно, равноускоренно (равнозамедленно): $a_n = 0$, $a_\tau = \text{const}$.
3) Тело вращается по окружности с постоянной по величине скоростью: $a_n = \text{const}$, $a_\tau = 0$.
4) Тело вращается по окружности равноускоренно (равнозамедленно): $a_n \sim t^2$, $a_\tau = \text{const}$.

## §5 Кинематика вращательного движения

***Вращательное движение*** **–** движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Эта прямая называется осью вращения. Окружности, по которым движутся точки тела, лежат в плоскостях, перпендикулярных этой оси.

### 5.1 *Характеристики вращательного движения*

Рассмотрим вращение материальной точки относительно оси OO′ (рис. 5.1). Вращение характеризуют угловым перемещением.

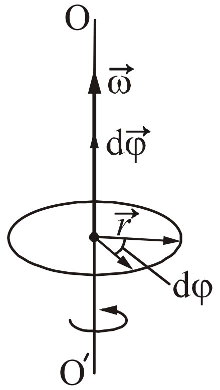


Рисунок 5.1

***Угловое перемещение*** ($d\vec{\varphi}$) ***– вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах***.

Направлено угловое перемещение по оси вращения так, что если смотреть с конца вектора $d\vec{\varphi}$, то направление вращения радиус-вектора происходит против часовой стрелки (рис. 5.1).

***Угловая скорость*** ($\vec{\omega}$) ***– векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени***.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \tag{5.1}$$

$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Направление вектора угловой скорости совпадает с направлением вектора углового перемещения.

Вращение с постоянной угловой скоростью называется равномерным, при этом

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \tag{5.2}$$

Равномерное вращение принято характеризовать периодом вращения и частотой вращения.

***Период вращения*** ($T$) ***– время, в течение которого совершается один полный оборот***. За время, равное периоду, тело поворачивается на угол $2\pi$. Отсюда следует, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{5.3}$$

***Частота вращения*** ($\nu$) – ***число оборотов за единицу времени***.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad \omega = 2\pi\nu. \tag{5.4}$$

$[\nu] = \frac{1}{\text{с}}$.

Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ может изменяться как за счет изменения скорости вращения (в этом случае он изменяется по величине), так и за счет поворота оси вращения в пространстве (в этом случае изменяется направление угловой скорости). Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуют угловым ускорением.

***Угловое ускорение*** ($\vec{\varepsilon}$) – ***векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени.***

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \tag{5.5}$$

$[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$

Рассмотрим случай, когда ось вращения неподвижна.

1. Если $d\omega > 0$, то движение ускоренное. При этом вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ совпадает по направлению с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$ (рис. 5.2.а).

2. Если $d\omega < 0$, то движение замедленное. При этом вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлен в сторону, противоположную вектору угловой скорости $\vec{\omega}$ (рис. 5.2.б).

   Векторы, направление которых связывается с направлением вращения ($d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$) называются ***аксиальными*** векторами или псевдовекторами.


Рисунок 5.2

При равнопеременном вращательном движении имеют место соотношения, аналогичные формулам, описывающим равнопеременное прямолинейное движение (см. (4.8) и (4.9)):

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \tag{5.6}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{5.7}$$

## 5.2 *Связь между линейными и угловыми характеристиками*

Точка, отстоящая от оси вращения на расстоянии $R$ (рис. 5.3), при повороте тела на угол φ за время $dt$ проходит путь

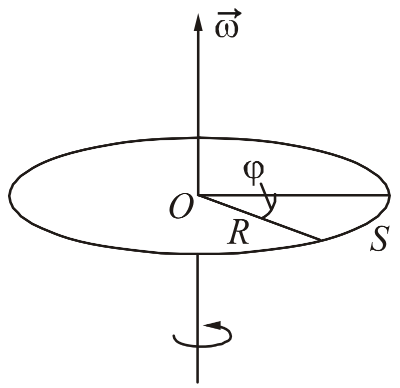



Рисунок 5.3

$$S = R\varphi. \tag{5.8}$$

Продифференцируем уравнение (5.8) по времени:

$$\frac{dS}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}. \tag{5.9}$$

Из него следует

$$v = R\omega. \tag{5.10}$$

Продифференцируем уравнение (5.10) по времени

$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}. \tag{5.11}$$

Отсюда следует

$$a_\tau = R\varepsilon. \tag{5.12}$$

Кинематические величины, характеризующие вращательное движение и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения. Эта аналогия прослеживается в таблице 10.1, приведенной на с. 52.

# Глава 2. Динамика поступательного и вращательного движения

## §6 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

***Динамика*** **–** раздел механики, изучающий движение тел с учетом причин, вызывающих это движение.

### 6.1 *Основные понятия динамики*

1. ***Масса*** ($m$) – ***скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертных и гравитационных свойств тела***. Может служить мерой энергосодержания.

$[m]$ = кг.

Основные свойства массы:

- масса в классической механике не зависит от скорости движения;
- масса является величиной аддитивной, т.е. масса системы тел равняется сумме масс тел, входящих в систему;
- масса замкнутой системы остается величиной постоянной, т.е. выполняется закон сохранения массы.

***Плотность*** ($\rho$) – ***скалярная физическая величина, характеристика материала, численно равная массе единицы объема***.

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{6.1}$$

$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

2. ***Импульс тела*** ($\vec{p}$) – ***векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость***.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{6.2}$$

$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Направление импульса тела совпадает с направлением скорости.

3. ***Сила*** ($\vec{F}$) – ***векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело других тел или полей***. Сила характеризуется модулем (численным значением), направлением действия, точкой приложения. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется ***линией действия силы***.

$[F]$ = Н (ньютон)

Действие силы может быть статическим и динамическим. Статическое действие проявляется в возникновении деформаций, динамическое – в возникновении ускорений. Вид формулы для расчета силы зависит от природы взаимодействий.

## 6.2 *Виды взаимодействий*

В классической механике приходится иметь дело с гравитационными и электромагнитными взаимодействиями, которые проявляются по-разному, и поэтому, могут быть представлены различными конкретными силами. Эти силы принято выражать законами.

1. ***Гравитационные взаимодействия. Закон всемирного тяготения***.

***Две материальные точки массами $m_1$ и $m_2$ притягиваются друг к другу с силой прямо пропорциональной массам этих точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними*** (рис. 6.1).

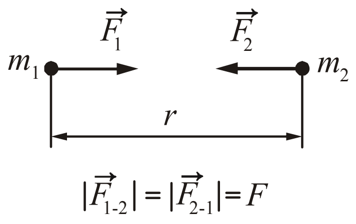



Рисунок 6.1

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (6.3)$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ – гравитационная постоянная.

Если одно из взаимодействующих тел – Земля, а тело массой $m$ находится на высоте $h$ от поверхности Земли, то закон всемирного тяготения записывается в виде

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2},$$

где $M$ – масса Земли;

$R$ – средний радиус Земли.

На поверхности Земли (или вблизи поверхности) $h \approx 0$. В этом случае

$$F = G\frac{Mm}{R^2}.$$

Можно ввести обозначение $G\dfrac{M}{R^2} = g$,

где $g$ – ускорение свободного падения.

Величину

$$F_{\text{тяж}} = mg \qquad (6.4)$$

называют силой тяжести.

2. ***Электромагнитные взаимодействия***.

Частными случаями проявления электромагнитных взаимодействий являются силы упругости и силы трения. В курсе механики они не рассматриваются с атомистической точки зрения, так как этим занимается физика твердого тела. Для сил упругости и трения можно получить лишь приближенные, эмпирические (т.е. основанные на опыте) формулы.

а) ***Закон Гука****.

Под действием внешних сил возникают деформации (т.е. изменение размеров и формы тел). Если после прекращения действия сил восстанавливаются прежняя форма и размеры тела, то деформация называется упругой. Для упругих деформаций справедлив закон Гука:

***Сила упругости пропорциональна абсолютному удлинению***.

$$F_x = -kx, \tag{6.5}$$

где $F_x$ – проекция силы упругости на ось $x$;

$k$ – жесткость пружины;

$x$ – абсолютное удлинение пружины.

Однородные стержни при растяжении или сжатии ведут себя подобно пружине. Для них также справедлив закон Гука, который принято формулировать следующим образом:

***Механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению.***

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{6.6}$$

Механическое напряжение:

$$\sigma = \frac{F_\perp}{S}, \tag{6.7}$$

где $F_\perp$ – упругая сила, действующая перпендикулярно площади поперечного сечения стержня $S$.

Относительное удлинение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \tag{6.8}$$

где $\Delta l$ – приращение длины;

$l_0$ – первоначальная длина;

$E$ – модуль Юнга*, $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$.

***Модуль Юнга*** (модуль упругих деформаций) – физическая величина, характеризующая упругие свойства материала. Зависит от природы материала.

б) ***Закон сухого трения***.

Сила трения скольжения пропорциональна модулю силы нормальной реакции опоры и не зависит от площади соприкосновения тел (рис. 6.2)

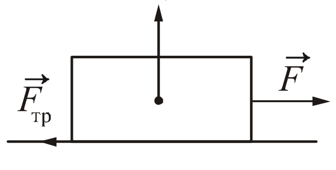



Рисунок 6.2

$$\left|\vec{F}_{\text{тр}}\right| = \mu\left|\vec{N}\right|, \tag{6.9}$$

где $\mu$ – коэффициент трения скольжения. Он зависит от природы материалов и качества обработки соприкасающихся поверхностей. Значения коэффициентов трения определяют экспериментальным путем.

*Гук Роберт (1635–1703), английский физик. *Юнг Томас (1773–1829), английский ученый.

в) ***Закон вязкого трения***.

На тело, движущееся в вязкой (жидкой или газообразной) среде, действует сила, тормозящая его движение. Эта сила называется ***силой вязкого трения.***

$$F = -rv\,, \tag{6.10}$$

где $v$ – скорость движения тела;

$r$ – коэффициент сопротивления.

Коэффициент $r$ зависит от формы и размеров тела, характера его поверхности, а также от свойств среды. Знак «–» указывает на то, что сила трения направлена противоположно скорости. Например, если шарик диаметром $d$ падает в жидкости с установившейся скоростью $v$, то сила сопротивления выражается формулой Стокса

$$F_{\text{с}} = 3\pi d\eta v\,, \tag{6.11}$$

где $\eta$ – вязкость жидкости.

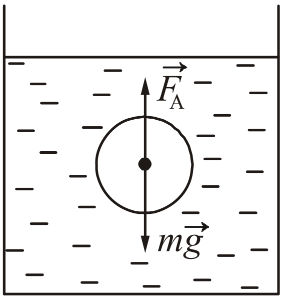



Рисунок 6.3

г). ***Закон Архимеда****.

***На тело, погруженное в жидкость*** (***газ***), ***действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости*** (***газа***) (рис. 6.3).

$$F_{\text{A}} = \rho_{\text{ж}}\, gV\,, \tag{6.12}$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости (газа);

$V$ – объем погруженной части тела.

## 6.3 *Сложение сил*

Как правило, на тело действует не одна сила, а несколько. ***Равнодействующей*** нескольких сил называется сила, действие которой эквивалентно одновременному действию этих сил. Равнодействующая равна векторной сумме действующих сил. Складываются силы по правилу параллелограмма (рис. 6.4).

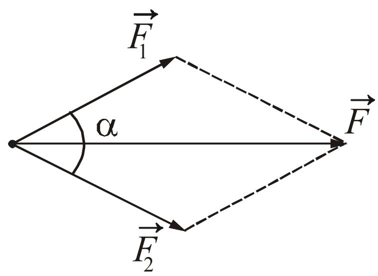



Рисунок 6.4

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

$\vec{F}$ – равнодействующая (результирующая) сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Из теоремы косинусов следует, что модуль равнодействующей двух сил рассчитывается по формуле:

$$F = \left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}\,.$$

## 6.4 *Разложение сил*

Для упрощения анализа физических процессов и математических выкладок нередко приходится прибегать к разложению сил на составляющие по

*Архимед из Сиракуз (ок. 287–212 до н.э.), древнегреческий математик, механик и астроном.

каким-либо направлениям. Разложение вектора на составляющие состоит в замене вектора двумя или несколькими векторами, сумма которых равна данному вектору. Векторную величину можно полностью характеризовать проекциями данного вектора на оси прямоугольной системы координат.

Обычно при нахождении проекций вектора сначала находят его составляющие по осям. Для этого из начала и конца вектора опускают перпендикуляры на соответствующие координатные оси (рис 6.5). Если составляющая совпадает с положительным направлением оси, то проекцию берут со знаком «плюс», если нет, то со знаком «минус». На рис. 6.5 проекция силы тяжести $m\vec{g}$ на ось $0x$ равна $+mg\sin\alpha$, а проекция на ось $0y$ равна $-mg\cos\alpha$:

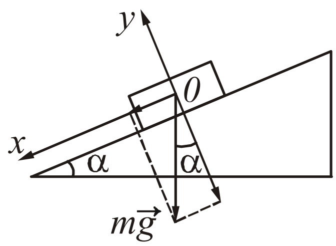



Рисунок 6.5

$$F_x = (mg)_x = +mg\sin\alpha\,,$$
$$F_y = (mg)_y = -mg\cos\alpha\,.$$

## 6.5 *Основные законы динамики материальной точки (законы Ньютона)*

Динамика базируется на законах Ньютона, которые математически не выводятся, а являются обобщением опыта.

### *6.5.1 Первый закон Ньютона*

Первый закон Ньютона устанавливает факт существования инерциальных систем отсчета и описывает характер движения свободной материальной точки в инерциальной системе отсчета.

***Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не изменят этого состояния.***

Система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется инерциальной. Свойство тел сохранять неизменным состояние своего движения по отношению к инерциальным системам отсчета, когда внешние воздействия на тело отсутствуют или взаимно уравновешиваются, называется ***инерцией***.

Первый закон Ньютона можно сформулировать и таким образом.

***Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно, если на это тело не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.***

Любая другая система отсчета, движущаяся относительно инерциальной с постоянной скоростью также является инерциальной.

### *6.5.2 Второй закон Ньютона*

***Скорость изменения импульса тела равна результирующей всех сил, действующих на тело.***

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \qquad (6.13)$$

Проведем анализ уравнения (6.13). Импульс тела равен $\vec{p} = m\vec{v}$. Сделаем замену в (6.13) и продифференцируем произведение:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (6.14)$$

1. Если $\frac{dm}{dt} \neq 0$, то это уравнение описывает движение тела с переменной массой. Уравнение (6.14) можно применять не только в тех случаях, когда масса меняется с течением времени (например, при полете ракеты), но и при изменении массы с изменением скорости. Это бывает при больших скоростях движения, приближающихся к скорости света в вакууме.

2. Если масса тела остается постоянной $m = \text{const}$, т.е. $\frac{dm}{dt} = 0$, то уравнение (6.14) примет следующий вид:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (6.15)$$

***Результирующая всех сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на его ускорение.***

3. Если $\vec{F} = \text{const}$, то, умножив обе части уравнения (6.13) на $dt$, получим:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}.$$

Проинтегрируем полученное уравнение

$$\vec{F}\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p},$$

или

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \qquad (6.16)$$

Величина, равная произведению силы на время действия этой силы $\vec{F}\Delta t$, называется ***импульсом силы***. Таким образом:

***Импульс силы равен изменению импульса тела.***

На основании второго закона Ньютона можно сделать вывод, что изменения скоростей материальных точек или тел происходят не мгновенно, а в течение конечных промежутков времени.

### *6.5.3 Третий закон Ньютона*

Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \qquad (6.17)$$

Таким образом, силы всегда возникают попарно. Силы, фигурирующие в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам, поэтому они не уравновешивают друг друга.

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета.

## 6.6 *Динамика системы материальных точек. Закон сохранения импульса*

Совокупность материальных точек (тел), выделенных для рассмотрения, называется ***механической системой***. Тела системы могут взаимодействовать как между собой, так и с телами, не входящими в эту систему. Поэтому силы, которые действуют на тела системы, делят на внешние и внутренние. ***Внутренние силы*** обусловлены взаимодействием тел, входящих в систему. ***Внешние силы*** обусловлены взаимодействием с телами, не входящими в систему.

Система называется ***замкнутой***, если на нее не действуют внешние силы.

Рассмотрим систему тел (рис. 6.6), которые взаимодействуют как между собой, так и с внешними телами.

Обозначим:

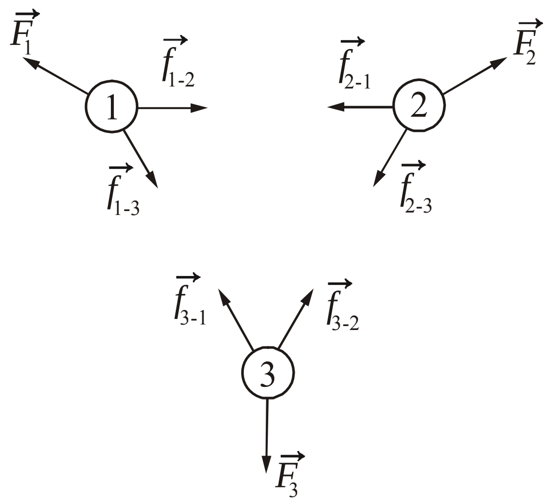



Рисунок 6.6

$\vec{f}_{i-k}$ – внутренняя сила, действующая на $i$-ое тело со стороны $k$-го тела;

$\vec{F}_i$ – равнодействующая внешних сил, действующих на $i$-ое тело.

Для каждого тела запишем второй закон Ньютона.

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{f}_{1-2} + \vec{f}_{1-3} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{f}_{2-1} + \vec{f}_{2-3} + \vec{F}_2,$$

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \vec{f}_{3-1} + \vec{f}_{3-2} + \vec{F}_3.$$

Сложим уравнения почленно:

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3\right) = \left(\vec{f}_{1-2} + \vec{f}_{2-1}\right) + \left(\vec{f}_{1-3} + \vec{f}_{3-1}\right) + \left(\vec{f}_{2-3} + \vec{f}_{3-2}\right) + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

По третьему закону Ньютона

$$\vec{f}_{1-2} = -\vec{f}_{2-1}, \qquad \vec{f}_{i-k} = -\vec{f}_{k-i},$$

поэтому каждая из скобок равна нулю.

Сумма внешних сил, действующих на тела системы, называется ***главным вектором внешних сил.***

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F} \ ,$$

где $\vec{F}$ – главный вектор внешних сил.

Сумма импульсов тел, входящих в систему:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p} \, ,$$

где $\vec{p}$ –импульс системы тел.

Таким образом, для системы тел получим уравнение:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \, . \tag{6.18}$$

***Скорость изменения суммарного импульса системы тел равна главному вектору внешних сил.***

Допустим теперь, что главный вектор внешних сил равен нулю, т.е. $\vec{F} = 0$. Такая система является замкнутой. В этом случае

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \, .$$

Если производная некоторой величины равна нулю, то эта величина постоянна. Поэтому из последнего уравнения следует, что $\vec{p} = \text{const}$, или

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \text{const} \, , \tag{6.19}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = \text{const} \, . \tag{6.20}$$

Формулы (6.19) и (6.20) выражают закон сохранения импульса:

***Импульс замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным.***

Рассмотрим частные случаи выполнения закона сохранения импульса.

1. Пусть $\vec{F}_i \neq 0$, т.е. на систему действуют внешние силы, но их векторная сумма равна нулю: $\sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$. В этом случае $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$. Это означает, что импульс системы сохраняется.

2. Пусть $\vec{F}_i \neq 0$, $\sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i \neq 0$, но равна нулю сумма проекций этих сил на какое-либо направление, например, на направление оси $x$: $\sum\limits_{i=1}^{N} F_{ix} = 0$. Из уравнения (6.18) следует, что для этой проекции $\frac{dp_x}{dt} = 0$, а поэтому $\sum\limits_{i=1}^{N} p_{ix} = \text{const}$. Та-

ким образом, полный импульс системы не сохраняется, но сохраняется проекция импульса на направление оси $x$.

2. Пусть $\vec{F}_i \neq 0$, $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \neq 0$, но время действия сил $dt$ очень мало, т.е. $dt \to 0$. При этом $d\vec{p}$ также стремится к нулю: $d\vec{p} \to 0$. В этом случае $\vec{p} = \text{const}$ − импульс системы сохраняется. Примером является взаимодействие тел при ударе, взрыве.

## §7 Динамика вращательного движения

При изучении законов движения материальной точки был введен ряд динамических характеристик: масса, импульс, сила. Если твердое тело движется поступательно, то все его точки двигаются по одинаковым траекториям, т.е. с одинаковой скоростью.

Если же твердое тело вращается, то все его точки движутся по концентрическим окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Все эти точки движутся с разными линейными скоростями, а одинаковой у них будет угловая скорость $\vec{\omega}$. Поэтому необходимо ввести ряд новых физических величин – момент инерции, момент импульса, момент силы, которыми можно характеризовать вращательное движение.

### 7.1 *Основные характеристики динамики вращательного движения*

#### *7.1.1 Момент инерции*

Рассмотрим материальную точку массой $m_i$, которая находится на расстоянии $r_i$ от неподвижной оси (рис. 7.1). ***Моментом инерции (J) материальной точки относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению массы $m_i$ на квадрат расстояния $r_i$ до этой оси.***

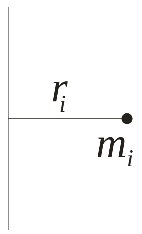


Рисунок 7.1

$$J_i = m_i r_i^2 . \tag{7.1}$$

$[J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Момент инерции системы материальных точек будет равен сумме моментов инерции отдельных точек

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 . \tag{7.2}$$

Момент инерции твердого тела находится интегрированием:

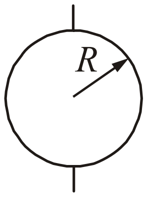
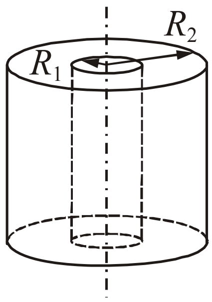
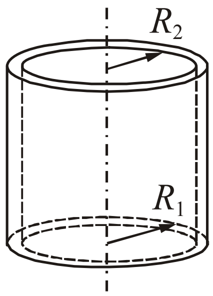
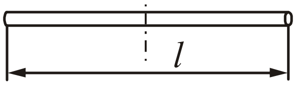
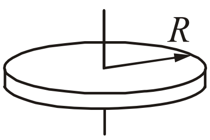
$$J = \int_m r^2 dm . \tag{7.3}$$

Момент инерции тела является мерой инертности тела во вращательном движении вокруг неподвижной оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности при поступательном движении. Таким образом:

***Момент инерции – мера инертных свойств твердого тела при вращательном движении, зависящая от распределения массы относительно оси вращения.*** Это означает, что момент инерции зависит от массы, формы, размеров тела и положения оси вращения.

Вычисление интеграла (7.3) представляет собой сложную задачу, поэтому приведем формулы для расчета момента инерции некоторых тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс.

Таблица 7.1. Формулы для расчета момента инерции тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс

| Тело | | Формула |
|---|---|---|
| 1.   | Шар | $J=\frac{2}{5}mR^2$ |
| 2.   | Толстостенный цилиндр (труба) | $J=\frac{1}{2}m(R_1^2+R_2^2)$ |
| 3.   | Тонкостенный цилиндр (обруч) $R_1=R_2$ | $J=mR^2$ |
| 4.   | Стержень | $J=\frac{1}{12}ml^2$ |
| 5.   | Диск | $J=\frac{1}{2}mR^2$ |

Момент инерции тела относительно произвольной оси рассчитывается с помощью ***теоремы Штейнера****.

***Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.***

$$J = J_c + md^2 . \quad (7.4)$$

***Пример***: Найдем момент инерции стержня относительно оси, проходящей через конец перпендикулярно ему (рис. 7.2).

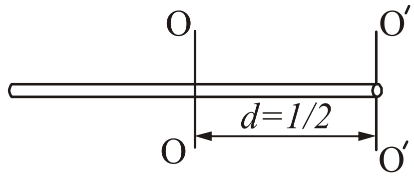


Рисунок 7.2

$$J_{o'o'} = J_c + md^2 , \qquad d = \frac{l}{2},$$

$$J_{o'o'} = \frac{1}{12} ml^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{3} . \quad (7.5)$$

Следует отметить, что всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находиться в покое. Аналогично массе момент инерции является величиной аддитивной.

### *7.1.2 Момент импульса*

а) Момент импульса материальной точки относительно точки вращения О.

***Моментом импульса*** $(\vec{L})$ ***материальной точки относительно точки* О *называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора*** $\vec{r}$***, проведенного из точки* О *в место нахождения материальной точки, на вектор ее импульса*** $\vec{p}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} , \quad (7.6)$$

Модуль момента импульса материальной точки:

$$L = rp \sin \alpha . \quad (7.7)$$

$$[L] = \frac{кг \cdot м^2}{с} .$$

Направлен вектор $\vec{L}$ перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы. Если смотреть из конца вектора $\vec{L}$, то кратчайший поворот от $\vec{r}$ к $\vec{p}$ происходит против часовой стрелки (рис. 7.3).

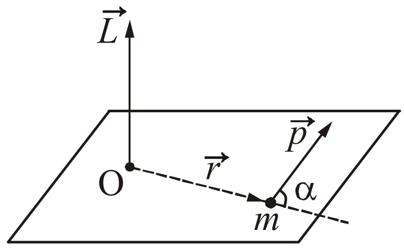


Рисунок 7.3

Если материальная точка движется по окружности радиусом $r$, то модуль момента импульса относительно центра окружности равен

$$L = mvr , \quad (7.8)$$

*Штейнер Якоб (1796–1863), немецкий математик.

так как угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{r}$ равен $\alpha$=90°.

б) Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения *z*.

***Момент импульса*** ($L_z$) ***тела относительно оси z равен сумме проекций моментов импульсов отдельных точек на эту ось.***

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{i\,z}\,. \tag{7.9}$$

Рассмотрим однородное твердое тело (для простоты изображения выбран диск), вращающееся относительно неподвижной оси *z*. Выделим в нем элементарный объем массой $m_i$ (рис. 7.4). В соответствии с (7.8) момент импульса материальной точки:

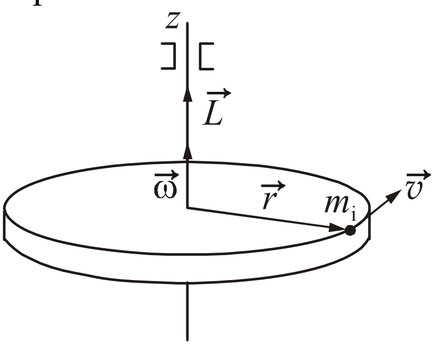



Рисунок 7.4

$$L_i = m_i v_i r_i\,.$$

Линейная скорость $v_i$ связана с угловой скоростью ω соотношением

$$v_i = \omega r_i\,.$$

Сделав замену, получим

$$L_z = \sum r_i^2\, m_i\, \omega\,.$$

$$\sum r_i^2\, m_i = J_z\,,$$

где $J_z$ – момент инерции тела относительно оси *z*.

Тогда

$$L_z = J_z \omega\,. \tag{7.10}$$

Так как вектор $\vec{\omega}$ направлен по оси вращения, то вектор $\vec{L}$ также будет направлен по оси вращения. Тогда формулу (7.10) можно переписать в векторном виде

$$\vec{L} = J\vec{\omega}\,. \tag{7.11}$$

### *7.1.3 Момент силы*

Внешне механическое воздействие изменяет вращательное движение тела. Чтобы охарактеризовать это воздействие вводят понятие момента силы.

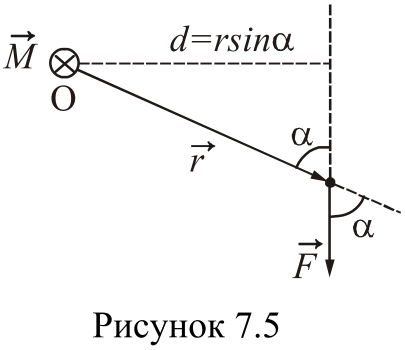



Рисунок 7.5

а) Момент силы относительно неподвижной точки.

***Моментом силы*** ($\vec{M}$) ***относительно точки* О *называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора*** $\vec{r}$***, проведенного из точки* О *в точку приложения силы, на силу*** $\vec{F}$ (рис. 7.5).

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}\,. \tag{7.12}$$

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = rF\sin\alpha = Fd. \qquad (7.13)$$

$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$.

Величина $d = r\sin\alpha$ называется плечом силы. ***Плечо силы*** – это длина перпендикуляра, опущенного из точки О на линию действия силы (рис. 7.5).

Направлен вектор $\vec{M}$ перпендикулярно к плоскости, в которой лежат перемноженные векторы, причем так, что направление вращения, обусловленного силой, и направление вектора $\vec{M}$ образуют правовинтовую систему.

б) Момент силы относительно неподвижной оси *z*.

Рассмотрим тело, вращающееся вокруг неподвижной оси *z* под действием силы $\vec{F}$. Сила $\vec{F}$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 7.6).

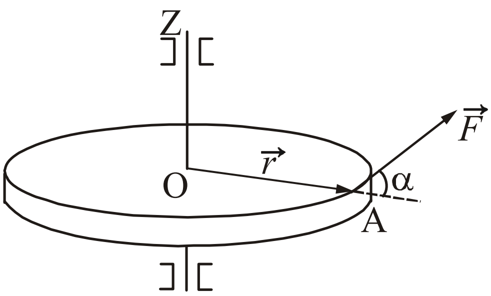



Рисунок 7.6

***Моментом силы (М) относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы на плечо силы.***

$$M_z = Fd, \qquad (7.14)$$

где $d = r\sin\alpha$ – плечо силы.

в) момент пары сил

Две равные по модулю противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой, называются ***парой сил.*** Расстояние *d* между прямыми, вдоль которых действуют силы, называется ***плечом пары*** (рис 7.7). Модуль момента пары сил равен произведению модуля силы на плечо пары

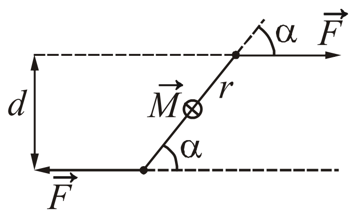



Рисунок 7.7

$$M = rF\sin\alpha = Fd. \qquad (7.15)$$

Вектор момента $\vec{M}$ пары сил перпендикулярен к плоскости, в которой лежат силы.

### 7.2 *Основное уравнение динамики вращательного движения*

Продифференцируем по времени уравнение (7.6), записанное для материальной точки:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt},$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \qquad \vec{p} = m\vec{v}.$$

Выполнив замену, получим

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} .$$

Векторное произведение двух коллинеарных векторов равно нулю, т.е. $\vec{v} \times m\vec{v} = 0$.

Векторное произведение $\vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$ . Таким образом:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \qquad (7.16)$$

***Скорость изменения момента импульса материальной точки равна суммарному моменту сил, действующих на точку.***

Твердое тело является системой материальных точек. На них действуют как внутренние, так и внешние силы. Для каждой из этих точек можно записать равенство

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{i\,\text{внутр}} + \vec{M}_{i\,\text{внешн}},$$

где $\vec{M}_{i\,\text{внутр}}$ – момент внутренних сил, $\vec{M}_{i\,\text{внешн}}$ – момент внешних сил. Для твердого тела

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}\vec{L}_i = \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{i\,\text{внутр}} + \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{i\,\text{внешн}} .$$

$\sum_{i=1}^{N}\vec{L}_i = \vec{L}$ – момент импульса тела.

Из третьего закона Ньютона следует, что суммарный момент внутренних сил равен нулю. Следовательно,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\vec{M}_{\text{внешн}} . \qquad (7.17)$$

***Скорость изменения момента импульса тела равна суммарному моменту внешних сил, действующих на тело.***

Полученное выражение называется основным уравнением динамики вращательного движения. Спроецируем уравнение (7.17) на ось $z$. Тогда

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z ,$$

$$L_z = J_z\,\omega ,$$

Если $J_z = \text{const}$, то можно записать

$$J_z\frac{d\omega}{dt} = M_z .$$

Учитывая, что производная угловой скорости по времени дает угловое ускорение $\varepsilon$, получим:

$$J_z \varepsilon = M_z .$$

Векторы $\vec{M}$ и $\vec{\varepsilon}$ направлены вдоль оси вращения, поэтому, опустив индексы, это уравнение можно переписать в векторном виде

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon} . \qquad (7.18)$$

Уравнение (7.18) называется основным законом динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

### 7.3 *Закон сохранения момента импульса*

Основное уравнение динамики вращательного движения, записанное в виде

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

может быть применено как к телу, момент инерции которого меняется в процессе движения, так и к системе тел, вращающихся вокруг данной неподвижной оси.

Если на твердое тело не действуют внешние силы или равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то $M$=0. В этом случае изменение момента импульса $dL = d(J\omega)$ равно нулю. Отсюда вытекает закон сохранения момента импульса твердого тела.

***Если на тело не действуют внешние силы или действуют так, что равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то момент импульса тела относительно этой оси сохраняется.***

$$J\vec{\omega} = \mathrm{const} \qquad (7.19)$$

Уравнению (7.19) можно придать следующую форму:

$$J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2 . \qquad (7.20)$$

Из (7.20) следует, что угловая скорость тела в этом случае обратно пропорциональна его моменту инерции.

Закон сохранения момента импульса можно записать для системы тел. Если система тел, вращающихся относительно некоторой оси, замкнута, то внешние силы не действуют. В этом случае $M$=0. Изменение момента импульса системы тел тоже будет равно нулю. Это означает, что момент импульса системы тел остается постоянным. Мы получили закон сохранения момента импульса для системы тел.

***Момент импульса замкнутой системы тел остается постоянным.***

$$\vec{L} = \mathrm{const} . \qquad (7.21)$$

Соотношение (7.21) означает, что в замкнутой системе сумма моментов импульсов всех тел системы в любые два момента времени одинакова:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = J_1'\vec{\omega}_1' + J_2'\vec{\omega}_2' + \cdots + J_n'\vec{\omega}_n', \qquad (7.22)$$

где $J$ и $J'$ – моменты инерции тел в произвольные моменты времени $t$ и $t'$, $\omega$ и $\omega'$ – соответствующие им угловые скорости.

Закон сохранения момента импульса можно применять и для незамкнутых систем, если алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю.

# Глава 3. Работа, мощность, энергия

## §8 Механическая работа. Мощность

### 8.1 *Работа*

Пусть в некоторый момент времени на тело действует сила $\vec{F}$, под действием которой тело совершает перемещение $d\vec{r}$ (рис. 8.1).

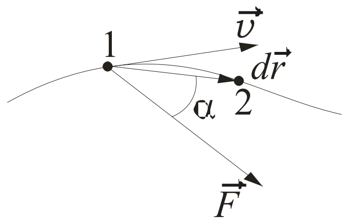



Рисунок 8.1

***Элементарной работой*** (**$\delta A$**) ***называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы $\vec{F}$ на элементарное перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы.***

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r}\,. \qquad (8.1)$$

В скалярном виде:

$$\delta A = Fdr\cos\alpha\,, \qquad (8.2)$$

где $\alpha$ – угол между направлениями силы и перемещения.
$[A] = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж}$ (джоуль*).
Работа на конечном перемещении равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}d\vec{r}\,. \qquad (8.3)$$

Если в процессе перемещения сила не меняется ни по модулю, ни по направлению ($\vec{F} = \text{const}$), то ее можно вынести за знак интеграла:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} Fdr\cos\alpha = F\cos\alpha\int_{r_1}^{r_2} dr = F(r_2 - r_1)\cos\alpha$$

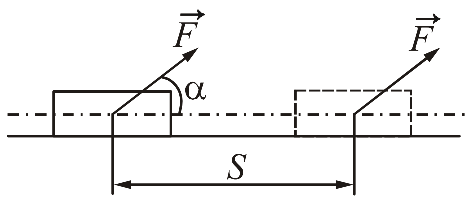



Рисунок 8.2

Так как при прямолинейном движении

$$r_2 - r_1 = S\,,$$

где $S$ – пройденный путь (рис. 8.2), то

$$A = FS\cos\alpha\,. \qquad (8.4)$$

*Джоуль Джеймс Прескотт (1818–1889), английский физик.

Проанализируем уравнение (8.2).

1. Работа является величиной алгебраической, т.е. она может быть положительной и отрицательной. Если угол $\alpha$ между $\vec{F}$ и $d\vec{r}$ острый ($0 < \alpha < \pi/2$), то работа положительна, если угол $\alpha$ тупой ($\pi/2 < \alpha < \pi$), то работа отрицательна. Например, работа силы трения отрицательна, так как сила трения направлена против перемещения.

2. Сила не совершает работы: а) если тело покоится ($d\vec{r}=0$); б) если направление силы $\vec{F}$ перпендикулярно направлению перемещения $d\vec{r}$ ($\alpha = \pi/2$). Например, центростремительные силы работы не совершают, так как $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

## 8.2 *Графическое представление работы*

Работу можно вычислить графически.

1. Рассмотрим случай, когда $\vec{F} = \text{const}$. Проекция силы $\vec{F}$ на заданное направление $\vec{r}$ (рис. 8.3) равна:

$$F\cos\alpha = F_r$$

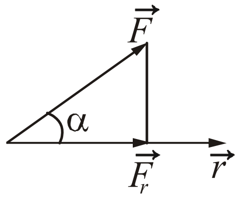



Рисунок 8.3

График зависимости проекции $F_r$ от $r$ представляет собой прямую линию (рис.8.4). Найдем работу

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r(r_2 - r_1) = F_r \cdot S .$$

Очевидно, что работа постоянной силы равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 8.4).

2. Если $\vec{F} \neq \text{const}$, то график зависимости проекции $F_r$ от $r$ представляет собой некоторую

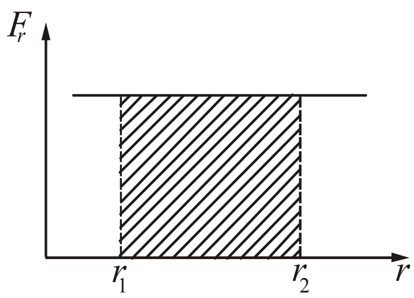



Рисунок 8.4

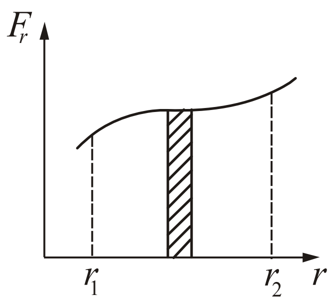



Рисунок 8.5

кривую (рис.8.5). Элементарная работа $\delta A$ равна площади узкой заштрихованной полоски

$$\delta A = F_r dr .$$

Работа на конечном перемещении

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

будет изображаться площадью криволинейной трапеции (рис. 8.5).

### 8.3 *Мощность*

***Мощность (N) – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.***

$$N = \frac{dA}{dt}. \qquad (8.5)$$

$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт (ватт}^*\text{)}.$

Формула (8.5) дает значение мгновенной мощности. Подставив в (8.5) $\delta A = \vec{F}d\vec{r}$, получим

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v}. \qquad (8.6)$$

Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы на скорость тела.

Если работа совершается за время $t$, то средняя мощность

$$< N > = \frac{A}{t} \qquad (8.7)$$

Эффективность работы принято характеризовать коэффициентом полезного действия (кпд).

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%, \qquad (8.8)$$

где $A_{\text{п}}$ – полезная работа;
$A_{\text{затр}}$ – затраченная работа.

### 8.4 *Работа и мощность при вращательном движении*

Рассмотрим вращение твердого тела относительно неподвижной оси под действием силы, направленной по касательной к окружности (рис. 8.6). Элементарная работа, совершаемая при повороте на угол $d\varphi$

$$\delta A = FdS\cos\alpha.$$

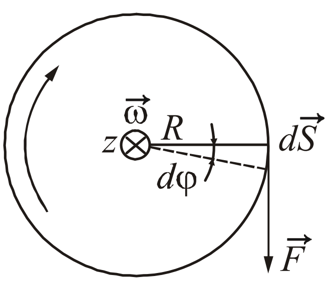



Рисунок 8.6

Сила $\vec{F}$ и перемещение $d\vec{S}$ параллельны, $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$.

$$dS = Rd\varphi,$$

Тогда

$$\delta A = FRd\varphi.$$

Произведение $FR$ дает момент силы относительно оси вращения: $FR = M$. Окончательно получим:

$$\delta A = Md\varphi, \qquad (8.9)$$

*Уатт Джеймс (1736–1819), английский изобретатель.

$$A_{12} = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi . \qquad (8.10)$$

Если $M = \text{const}$, то

$$A = M\varphi . \qquad (8.11)$$

Разделив работу на время $dt$, за которое тело повернулось на угол $d\varphi$, получим мощность, развиваемую силой $F$:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M\frac{d\varphi}{dt} = M\omega ,$$

$$N = M\omega , \qquad (8.12)$$

где $\omega$ – угловая скорость.

## §9 Энергия. Закон сохранения энергии

***Энергия – это единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.*** Понятие энергии связывает воедино все явления природы. В соответствии с различными формами движения материи рассматривают различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную.

Механическая энергия бывает двух видов: кинетическая и потенциальная.

### 9.1 *Кинетическая энергия*

Пусть на материальную точку массой $m$ действует сила $\vec{F}$. Найдем работу этой силы за время, в течение которого скорость точки изменится от $v_1$ до $v_2$. Элементарная работа силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} .$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$, $d\vec{p} = m d\vec{v}$. Приняв, что $m = \text{const}$, сделаем замену. В результате получим:

$$\delta A = \frac{d\vec{p}\, d\vec{r}}{dt} = m\vec{v} d\vec{v} .$$

Проинтегрируем полученное выражение с учетом того, что скалярное произведение $\vec{v} d\vec{v} = v dv$.

$$A = \int\limits_{v_1}^{v_2} m\vec{v} d\vec{v} = m\int\limits_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} . \qquad (9.1)$$

Величину $\dfrac{mv^2}{2}$ обозначим через $W_к$ и назовем кинетической энергией

$$W_к = \frac{mv^2}{2} \tag{9.2}$$

***Кинетическая энергия (или энергия движения) – часть механической энергии, которая определяется массой и скоростью материальной точки (тела).***

Таким образом, ***изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.***

$$A = \Delta W_к = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{9.3}$$

Выражение (9.3) называется теоремой об изменении кинетической энергии.

Свойства кинетической энергии:

1. Кинетическая энергия – величина скалярная.
2. Кинетическая энергия – величина положительная.
3. Кинетическая энергия – величина относительная, т.к. скорость зависит от выбора системы отсчета.
4. Кинетическая энергия – величина аддитивная. Это означает, что кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий частиц (тел), входящих в систему.

Энергия, которой обладает твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, называется кинетической энергией вращательного движения этого тела. Эта энергия складывается из кинетических энергий материальных точек, составляющих тело:

$$W_к^{вр} = \sum_{i=1}^{N} W_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 ,$$

где линейная скорость $v_i = \omega r_i$, а $\sum\limits_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = J$ – момент инерции твердого тела.

Тогда кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_к^{вр} = \frac{J\omega^2}{2} \tag{9.4}$$

Для вращательного движения также справедлива теорема об изменении кинетической энергии:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}. \tag{9.5}$$

Если все точки твердого тела перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости, то движение называется ***плоским***. При плоском движении тело может одновременно вращаться и двигаться поступательно. В этом случае полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений и рассчитывается по формуле:

$$W_{\text{к}} = W_{\text{к}}^{\text{пост}} + W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (9.6)$$

где $v$ – скорость поступательного движения центра масс;

$\omega$ – угловая скорость относительно оси, проходящей через центр масс.

## 9.2 *Потенциальная энергия*

***Потенциальная энергия – часть механической энергии, которая зависит от взаимного расположения тел или частей тела, а также от природы сил, действующих между телами.***

### *9.2.1 Консервативные и неконсервативные силы*

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь конечным и начальным положением тела, называют ***консервативными,*** а их поля – ***потенциальными***.

Примеры консервативных сил: гравитационные, упругие, кулоновские.

Силы, работа которых зависит от формы траектории, называют ***неконсервативными*** или диссипативными, а их поля – ***непотенциальными.***

Примеры неконсервативных сил: силы сухого и вязкого трения, силы сопротивления, силы давления газа, силы вихревого электрического поля; силы, развиваемые какими-либо «источниками» сил (машинами, двигателями и т.д.).

### *9.2.2 Работа и потенциальная энергия*

Рассчитаем работу некоторых консервативных сил.

1. Работа силы упругости.

Для того, чтобы растянуть пружину, надо приложить к ней некоторую силу $F$. При этом возникает сила упругости, равная по модулю приложенной силе. По закону Гука $F_{\text{упр}} = -kx$. Найдем работу, совершаемую силой упругости при растяжении пружины от $x_1$ до $x_2$:

$$A = \int_1^2 \vec{F}_{\text{упр}} \cdot d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2},$$

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \qquad (9.7)$$

Величину $\frac{kx^2}{2}$ обозначим через $W_{\text{п}}$ и назовем ***потенциальной энергией упруго деформированной пружины***.

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \qquad (9.8)$$

Тогда

$$A = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right) = -\Delta W_{\text{п}}, \tag{9.9}$$

т.е. работа сил упругости равна убыли потенциальной энергии.

Работа сил упругости не зависит от промежуточного значения координаты и определяется лишь ее конечным и начальным значениями. Следовательно, сила упругости – консервативная.

1. Работа силы тяжести.

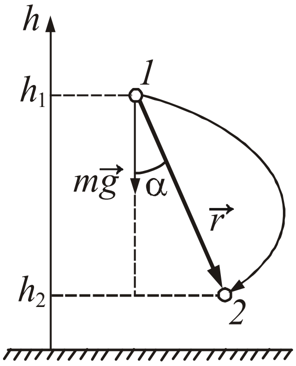



Рисунок 9.1

Пусть материальная точка массой $m$ переместилась по произвольной траектории из точки 1 в точку 2 (рис. 9.1). Точки отстоят от поверхности Земли соответственно на расстоянии $h_1$ и $h_2$. Работа, совершаемая силой тяжести

$$A = m\vec{g}\,\vec{r} = mgr\cos\alpha .$$

Из рис. 9.1 следует, что $r\cos\alpha = h_1 - h_2$. Таким образом,

$$A = mg\left(h_1 - h_2\right) = -\left(mgh_2 - mgh_1\right) \tag{9.10}$$

Величину $mgh$ обозначим через $W_{\text{п}}$ и назовем ***потенциальной энергией материальной точки (тела) в поле силы тяжести Земли.***

$$W_{\text{п}} = mgh . \tag{9.11}$$

Работа силы тяжести также равна убыли потенциальной энергии. Она определяется только начальным и конечным положением тела, следовательно, сила тяжести является консервативной.

Свойства потенциальной энергии:

1. Потенциальная энергия может быть только взаимной: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела. Однако эту энергию часто приписывают одному из тел. Например, говорят о потенциальной энергии поднятого над Землей тела. Так поступают для удобства анализа.
2. Числовое значение потенциальной энергии зависит от выбора *нулевого уровня* (начала отсчета) потенциальной энергии. Выбрать нулевой уровень – значит выбрать такое относительное расположение взаимодействующих тел, при котором их взаимную потенциальную энергию можно условно принять равной нулю.
3. Потенциальная энергия может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это связано с произвольностью выбора начала отсчета.
4. Состояние взаимодействующих тел можно описать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют консервативные силы.

### *9.2.3 Графическое представление потенциальной энергии*

График зависимости потенциальной энергии от координат называется ***потенциальной кривой.*** Рассмотрим одну из возможных потенциальных кривых для двух материальных точек (рис. 9.2). Одна из этих точек находится в начале координат, а вторая перемещается вдоль направления $r$.

Если при движении материальной точки ее потенциальная энергия резко возрастает, то говорят о существовании ***потенциального барьера***, о высоте барьера, его ширине, наклоне стенок и т.д.

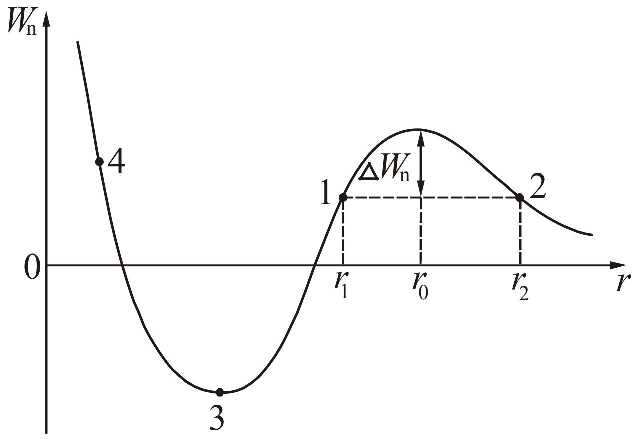



Рисунок 9.2

Например, для точки, находящейся в положении 1 с координатой $r_1$ высота барьера $\Delta W_п$, а ширина барьера $r_2 - r_1$. Если потенциальный барьер встречается на пути точки как в положительном, так и в отрицательном направлениях оси $r$, то говорят, что точка находится в ***потенциальной яме***. На рис. 9.2 – это участок 4-3-1. Форму и глубину потенциальной ямы определяет вид зависимости потенциальной энергии от координат.

Приведем примеры реальных потенциальных кривых.

На рис. 9.3 а изображена потенциальная кривая материальной точки, совершающей колебания на пружине. Ее потенциальная энергия

$$W_п = \frac{kr^2}{2}.$$

Как следует из рисунка, материальная точка находится в потенциальной яме с симметричными стенками.

На рис. 9.3 б изображена потенциальная кривая взаимодействия двух молекул реального газа. Особенностью кривой является ее асимметрия: один край крутой, а другой – пологий.

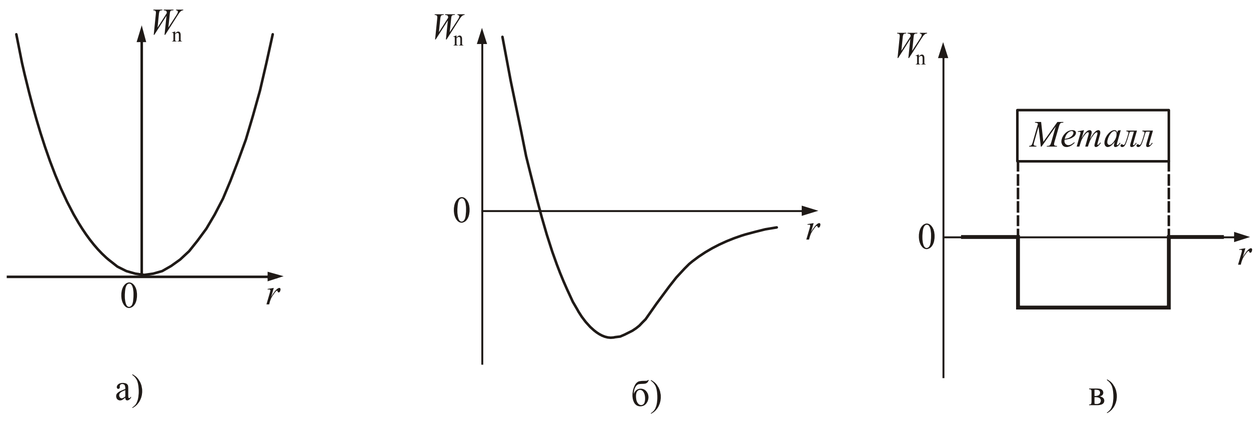



Рисунок 9.3

Кривая на рис. 9.3 в изображает потенциальную энергию свободных электронов в металле и за его пределами. Свободные электроны в металле находятся в потенциальной яме. Стенки ямы почти вертикальны. Это означает, что электрическая сила, действующая на электроны на границе металла с вакуумом очень велика. Гладкое горизонтальное дно ямы означает, что на свободные электроны внутри металла сила не действует.

Анализ потенциальных кривых взаимодействия частиц в твердом теле позволяет установить характер и границы движения частиц, объяснить причины теплового расширения и т.д. Рассмотрение потенциальных кривых свободных электронов в металлах позволяет понять и объяснить такие явления, как термоэлектронная эмиссия, возникновение контактной разности потенциалов, термоэлектродвижущей силы и т.д.

### 9.3 *Закон сохранения механической энергии*

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией. Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее полной механической энергией $W$.

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} \tag{9.12}$$

Рассмотрим систему, которая состоит из $N$ материальных точек, взаимодействующих друг с другом. Силы взаимодействия между точками будем считать консервативными. Система также находится под воздействием внешних сил, как консервативных, так и неконсервативных. Определим работу, совершаемую этими силами.

Суммарная работа всех сил по теореме об изменении кинетической энергии

$$A = W_{\text{к}_2} - W_{\text{к}_1}.$$

С другой стороны, работа $A$ равна сумме работ, совершаемых внешними консервативными и неконсервативными силами, а также внутренними консервативными:

$$A = A_{\text{конс}}^{\text{внеш}} + A_{\text{неконс}}^{\text{внеш}} + A_{\text{конс}}^{\text{внутр}}$$

Работа внутренних консервативных сил равна убыли взаимной потенциальной энергии тел

$$A_{\text{конс}}^{\text{внутр}} = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right).$$

Если система является замкнутой (см. п. 6.6), то $A_{\text{конс}}^{\text{внеш}} = 0$, $A_{\text{неконс}}^{\text{внеш}} = 0$. В этом случае

$$-\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right) = W_{\text{к}_2} - W_{\text{к}_1}.$$

Сгруппируем члены уравнения следующим образом:

$$W_{\text{к}_1} + W_{\text{п}_1} = W_{\text{к}_2} + W_{\text{п}_2}.$$

Это означает, что для любых двух состояний:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const}. \tag{9.13}$$

Мы пришли к закону сохранения механической энергии.

***Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной.***

Действие неконсервативных сил (например, сил трения) уменьшает механическую энергию системы. Такой процесс называется ***диссипацией*** энергии («диссипация» означает «рассеяние»). Силы, приводящие к диссипации энергии, называются диссипативными. При диссипации энергии механическая энергия системы преобразуется в другие виды энергии (например, во внутреннюю энергию). Преобразование идет в соответствии со всеобщим законом природы – законом сохранения энергии.

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе. Его можно сформулировать следующим образом:

***Полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.***

## §10 Соударение тел

Предельными, идеализированными видами соударений являются абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары. ***Абсолютно неупругим называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю.*** После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) или покоятся. При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется – она частично или полностью переходит во внутреннюю.

***Абсолютно упругим называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется.*** Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются. При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

Рассмотрим ***центральный удар*** двух однородных шаров. Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры (рис. 10.1).

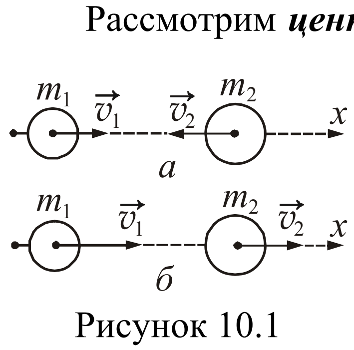


Рисунок 10.1

Предположим, что шары движутся поступательно (т.е. не вращаясь), и что они образуют замкнутую систему. Обозначим массы шаров через $m_1$ и $m_2$, скорости шаров до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, после удара $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$.

1. Абсолютно неупругий удар.

По закону сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u} \tag{10.1}$$

где $\vec{u}$ – общая скорость шаров после удара.
Отсюда

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{10.2}$$

Для числовых расчетов все векторы проецируются на ось $x$ (рис. 10.1).

2. Абсолютно упругий удар.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \tag{10.3 а}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \tag{10.3 б}$$

Решив полученную систему уравнений (попробуйте выполнить это самостоятельно), найдем скорости шаров после удара.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \tag{10.4}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \tag{10.5}$$

Чтобы выполнить расчеты, необходимо спроецировать векторы скоростей на ось $x$ (рис. 10.1). Если при расчете какая-то проекция скорости окажется отрицательной, то это означает, что вектор этой скорости направлен в сторону, противоположную направлению оси $x$.

В заключение отметим, что величины, характеризующие динамику вращательного движения, и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения. Эта аналогия прослеживается в таблице 10.1.

Таблица 10.1. Сопоставление формул кинематики и динамики поступательного и вращательного движения

| Поступательное движение | Вращательное движение |
| --- | --- |
| $S$ – путь | $\varphi$ – угол поворота |
| $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ – линейная скорость | $\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ – угловая скорость |
| $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ – линейное ускорение | $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ – угловое ускорение |
| Равномерное движение<br>$v = \text{const}, \quad S = vt$ | Равномерное вращение<br>$\omega = \text{const}, \quad \varphi = \omega t$ |
| Равнопеременное движение<br>$a = \text{const}, \quad v = v_0 \pm at$<br>$S = v_0 t \pm \dfrac{at^2}{2}$ | Равнопеременное вращение<br>$\varepsilon = \text{const}, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$<br>$\varphi = \omega_0 t \pm \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$ |
| $m$ – масса тела | $J$ – момент инерции |
| $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела | $\vec{L} = J\vec{\omega}$ – момент импульса твердого тела относительно оси вращения |
| $\vec{F}$ – сила | $\vec{M}$ – момент силы |
| $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$<br>– основное уравнение динамики поступательного движения | $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$<br>– основное уравнение динамики вращательного движения |
| Если $m = \text{const}$, то<br>$\vec{F} = m\vec{a}$ | Если $J = \text{const}$, то<br>$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ |
| $W_{к}^{пост} = \dfrac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия | $W_{к}^{вр} = \dfrac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия |
| $A = \dfrac{mv_2^2}{2} - \dfrac{mv_1^2}{2}$ – теорема об изменении кинетической энергии | $A = \dfrac{J\omega_2^2}{2} - \dfrac{J\omega_1^2}{2}$ – теорема об изменении кинетической энергии |
| $\delta A = F_r dr$ – работа | $\delta A = M\, d\varphi$ – работа |
| $N = Fv$ – мощность | $N = M\omega$ – мощность |

# Глава 4. Элементы специальной теории относительности

## §11 Элементы специальной теории относительности

***Теория относительности*** – физическая теория, рассматривающая пространственно-временные закономерности, справедливые для любых физических процессов.

Специальная теория относительности изучает свойства пространства и времени в инерциальных системах отсчета при отсутствии полей тяготения. Специальную теорию относительности также называют релятивистской теорией.

### 11.1 *Принцип относительности Галилея*

Сопоставим описания движения частицы в инерциальных системах отсчета К и К′. Система К′ движется относительно К с постоянной скоростью $v$ в направлении оси $x$ (рис. 11.1). Координаты точки $M$ в системе К и К′ будут связаны соотношениями:

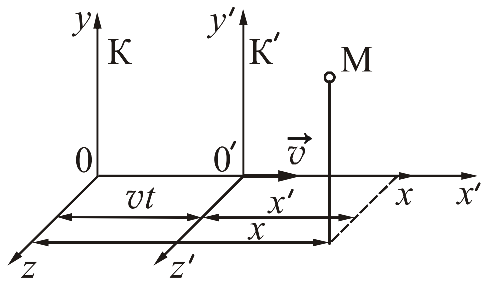



Рисунок 11.1

$$
\begin{array}{ll}
x = x' + vt & x' = x - vt \\
y = y' & y' = y \\
z = z' & z' = z \\
t = t' & t' = t
\end{array}
\qquad (11.1)
$$

Совокупность этих уравнений называется ***преобразованиями Галилея****. Равенство $t' = t$, означает, что время в обеих системах течет одинаково.

Таким образом, преобразования Галилея позволяют, зная координаты в одной инерциальной системе отсчета, определить координаты в другой инерциальной системе отсчета.

Продифференцируем первое из уравнений (11.1) по времени, учтя, что $t' = t$.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v,$$

$\dfrac{dx}{dt} = V_x$ – скорость точки $M$ вдоль оси $x$ в системе К.

$\dfrac{dx'}{dt} = v'_x$ – скорость точки $M$ вдоль оси $x'$ в системе К′.

Следовательно:

$$V_x = v'_x + v \qquad (11.2)$$

Аналогичные уравнения можно было бы получить для $v_y$ и $v_z$. Уравнение (11.2) в этом случае можно записать в векторном виде.

*Галилей Галилео (1564–1642), итальянский физик и математик.

$$\vec{V} = \vec{v}' + \vec{v} \qquad (11.3)$$

Уравнение (11.3) представляет собой классический закон сложения скоростей. Продифференцируем по времени (11.3) и придем к равенству:

$$\vec{a} = \vec{a}' \qquad (11.4)$$

($v = \text{const}$, $dv/dt = 0$)

Таким образом, ускорения точки относительно систем К и К′ одинаковы. Масса тела при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не меняется, следовательно

$$m\vec{a} = m'\vec{a}', \quad \text{или} \quad \vec{F} = \vec{F}'. \qquad (11.5)$$

Системы К и К′ были взяты произвольно. Поэтому полученный результат означает следующее:

1. Законы механики одинаково формулируются во всех инерциальных системах отсчета.
2. Все механические явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково при одинаковых начальных условиях.

Эти утверждения называются ***принципом относительности Галилея***. Из принципа относительности следует, что никакими механическими опытами, проведенными внутри инерциальной системы отсчета, невозможно установить покоится она или движется прямолинейно и равномерно.

Величины, которые имеют одно и то же численное значение во всех системах отсчета, называются ***инвариантными*** (invariantis– «неизменяющийся»). В преобразованиях Галилея инвариантными величинами являются масса, ускорение, сила, время. Неинвариантные: скорость, импульс, кинетическая энергия.

### 11.2 *Постулаты специальной теории относительности*

В основе специальной теории относительности лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света. Принцип относительности Эйнштейна является распространением механического принципа Галилея на все без исключения физические явления.

1. В любых инерциальных системах отсчета все физические явления (механические, оптические, тепловые и т.д.) протекают одинаково (при одинаковых условиях). Это означает, что уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.
2. Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета, не зависит от скорости движения источника и приемника света, является предельным значением скорости передачи сигнала.

$$c = 2{,}998 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

## 11.3 *Преобразования Лоренца*

Преобразования, которые удовлетворяют постулатам Эйнштейна, называются ***преобразованиями Лоренца****. Если система К′ движется относительно системы К со скоростью $v$, направленной вдоль оси $x$ (рис.11.1), то эти преобразования имеют вид:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = \dfrac{x - vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \tag{11.6}$$

Проанализируем преобразования Лоренца:

1. Если $v << c$, то $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \approx 1$.

Преобразования Лоренца при этом перейдут в преобразования Галилея. Это означает, что выполняется ***принцип соответствия***. Принцип соответствия состоит в том, что всякая новая теория содержит в себе старую теорию в качестве частного случая.

2. Предположим, что $v > c$. При этом $\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right) < 0$.

Это означает, что преобразования не имеют смысла. Отсюда следует, что движение со скоростью $v > c$ невозможно.

3. Из преобразований Лоренца видно, что временные и пространственные координаты взаимосвязаны.

Используя преобразования Лоренца можно получить релятивистский закон сложения скоростей:

$$V = \frac{v' + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} v'} \tag{11.7}$$

Если $v$ и $v'$ много меньше скорости света, то

$$V = v' + v$$

Это означает, что уравнение (11.7) переходит в классический закон сложения скоростей (см. формулу (11.3)).

---

*Лоренц Хендрик Антон (1853–1928), нидерландский физик.

### 11.4 *Следствия из преобразований Лоренца*

Из преобразований Лоренца вытекает ряд необычных с точки зрения классической ньютоновской механики следствий.

1. Понятие одновременности событий относительно, а не абсолютно, как это считается в классической механике. Это означает, что события, одновременные, но происходящие в разных точках пространства системы К′, будут неодновременными в системе К.

2. Относительность промежутка времени между событиями

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{11.8}$$

где $\Delta\tau_0$ – промежуток времени, измеренный по часам, движущимся вместе с телом (собственное время);

$\Delta\tau$ – промежуток времени в системе отсчета, движущейся со скоростью $v$.

Из полученной формулы следует, что собственное время меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно тела.

3. Сокращение линейных размеров в направлении движения (лоренцово сокращение)

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \tag{11.9}$$

где $l_0$ – длина тела в системе отсчета, относительно которой оно покоится (собственный размер);

$l$ – длина тела в системе отсчета, относительно которой оно движется со скоростью $v$.

Изменяются только продольные размеры, поперечные остаются постоянными.

### 11.5 *Основные соотношения релятивистской динамики*

1. Эйнштейн показал, что масса тела является функцией скорости движения:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{11.10}$$

где $m_0$ – масса тела в покоящейся системе отсчета (масса покоя);

$m$ – масса движущегося тела.

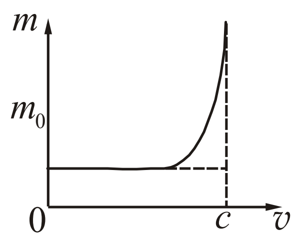


Рисунок 11.2

На рис. 11.2 представлен график зависимости массы тела от скорости. Из (11.10) следует, что если скорость тела стремится к скорости света ($v \to c$), то его масса устремляется к бесконечности. Следовательно, никакое тело, обладающее массой покоя, не может двигаться со скоростью света. Со скоростью $c$ могут двигаться лишь частицы, не обладающие массой покоя (фотоны).

2. Релятивистский импульс.

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

Заменим массу по формуле (11.10), получим

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{11.11}$$

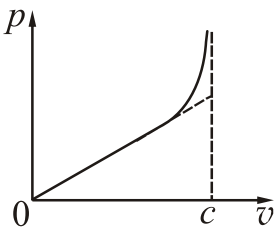


Рисунок 11.3

График зависимости импульса от скорости представлен на рис. 11.3.

Уравнение второго закона Ньютона оказывается инвариантным относительно преобразований Лоренца, если под импульсом подразумевать величину (11.11).

Следовательно, релятивистское выражение второго закона Ньютона имеет вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \vec{F}. \tag{11.12}$$

3. Взаимосвязь массы и энергии.
Величину

$$E = mc^2 \tag{11.13}$$

называют полной (релятивистской) энергией, а величину

$$E_0 = m_0c^2 \tag{11.14}$$

энергией покоя.
Выражение (11.13) представляет собой закон взаимосвязи энергии и массы.

***Полная энергия материального объекта равна произведению его релятивистской массы на квадрат скорости света в вакууме.***

Отсюда следует, что всякое изменение массы тела на $\Delta m$ сопровождается изменением его энергии на величину

$$\Delta E = \Delta mc^2 . \qquad (11.15)$$

4. Релятивистское выражение для кинетической энергии имеет вид:

$$W_{\text{к}} = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 ,$$

$$W_{\text{к}} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right). \qquad (11.16)$$

В случае малых скоростей $v << c$ формулу (11.16) можно преобразовать следующим образом:

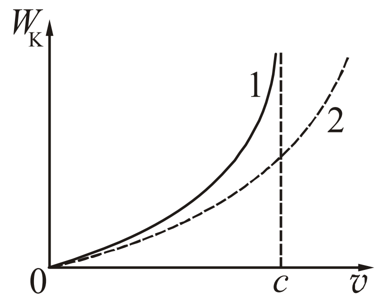


Рисунок 11.4

$$W_{\text{к}} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \approx mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{mv^2}{2} ,$$

то есть получить классическое выражение для кинетической энергии. На рис. 11.4 график 1 соответствует релятивистской зависимости, график 2 – классической.

5. Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{W_{\text{к}}\left(W_{\text{к}} + 2E_0\right)} . \qquad (11.17)$$

В заключение следует отметить, что теория относительности не отрицает существования абсолютных величин и понятий. Она лишь устанавливает, что ряд понятий и величин, считавшихся в классической физике абсолютными, в действительности являются относительными.

Не следует также думать, что с появлением теории относительности классическая физика утратила свое значение. Релятивистские эффекты для обычных макроскопических тел и обычных скоростей столь незначительны, что оказываются далеко за пределами практической точности. В большинстве отраслей техники классическая физика «работает» также хорошо, как и прежде.

## • Обратите внимание!

Исторически сложилось так, что в учебных и научных текстах по физике могут наблюдаться следующие ситуации:

1. Одним и тем же термином обозначаются различные явления или понятия.
2. Одно и то же понятие называется разными терминами.
3. Термин применяется к объектам, к которым его применять нельзя.
4. Различные по смыслу понятия обозначаются близкими по звучанию терминами.

Для того, чтобы учебный материал воспринимался адекватно, в конце каждого раздела вводится рубрика «Обратите внимание!», в которой даются специальные пояснения.

***Различайте следующие, близкие по звучанию, термины***:

***Инертность*** – свойство различных материальных объектов приобретать разные ускорения при одинаковых внешних воздействиях со стороны других тел. Инертность присуща разным телам в разной степени. Мерой инертности тела в поступательном движении является масса, а при вращательном движении – момент инерции.

***Инерция*** – свойство тел сохранять неизменным состояние своего движения по отношению к инерциальным системам отсчета, когда внешние воздействия на тело отсутствуют или взаимно уравновешиваются. Инерция свойственна всем материальным объектам в равной степени.

***Момент инерции*** – мера инертных свойств твердого тела при вращательном движении, характеризующая распределение массы относительно оси вращения и зависящая от массы, формы и размеров тела.

## • Изучив раздел «Физические основы механики», студент должен *ЗНАТЬ*:

***Суть понятий***:
Физическое явление, физическая величина, физическая модель, физический закон, система единиц измерения. Материальная точка. Абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело, абсолютно неупругое тело. Система отсчета, тело отсчета, траектория, радиус-вектор.

***Определения физических величин, их единицы измерения и формулы, по которым рассчитываются величины***:
Путь, перемещение, скорость, ускорение. Угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение, период, частота вращения. Масса, плотность, импульс тела, сила, импульс силы. Момент инерции, момент силы, момент импульса. Работа, мощность, энергия.

***Законы*:**
Закон всемирного тяготения. Законы Гука, Архимеда, сухого и вязкого трения. Законы Ньютона. Основной закон динамики вращательного движения. Законы сохранения импульса, момента импульса, механической энергии.
Классический закон сложения скоростей, закон сложения скоростей в релятивистской механике.

***Теоремы*:**
Теорема Штейнера. Теорема об изменении кинетической энергии.

***Уравнения***:
Уравнения скорости и перемещения для равномерного и равнопеременного движения.

***Формулы***:
Связь между линейными и угловыми характеристиками. Потенциальная энергия, кинетическая энергия поступательного и вращательного движения. Расчет работы и мощности при поступательном и вращательном движении.
Преобразования Галилея, преобразования Лоренца, следствия из преобразований Лоренца, основные соотношения релятивистской динамики.

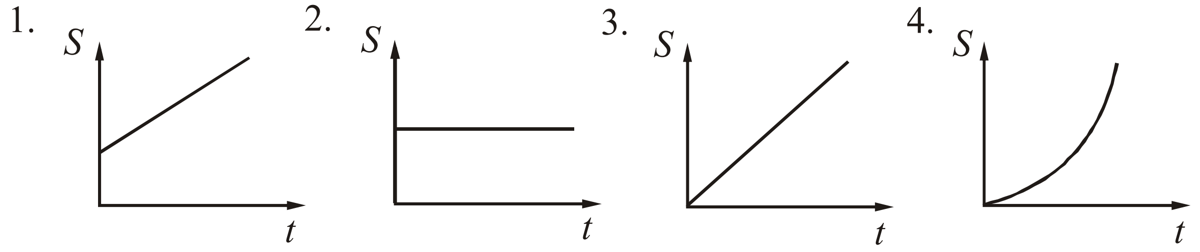
***Графики***:
Графическое представление движения (график зависимости координаты тела от времени, график зависимости скорости, ускорения от времени).
Графическое представление пройденного пути, работы, потенциальной энергии.

# ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ТЕМЕ «ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ»

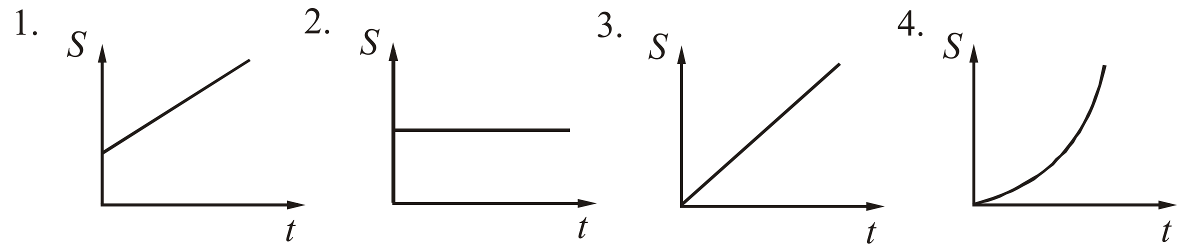
**Инструкция.** Данный тест предназначен для проверки знаний по теме “***Физические основы механики***”. Ответьте на вопросы. Подсчитайте количество правильных ответов, используя таблицу кодов. Если Вы дали

1) 40-50 правильных ответов – уровень усвоения материала темы высокий.
2) 30-40 правильных ответов – уровень усвоения материала темы средний.
3) 20-30 правильных ответов – уровень усвоения материала темы низкий.
4) меньше 20 правильных ответов – Вы не усвоили учебный материал. Прочитайте его еще раз.

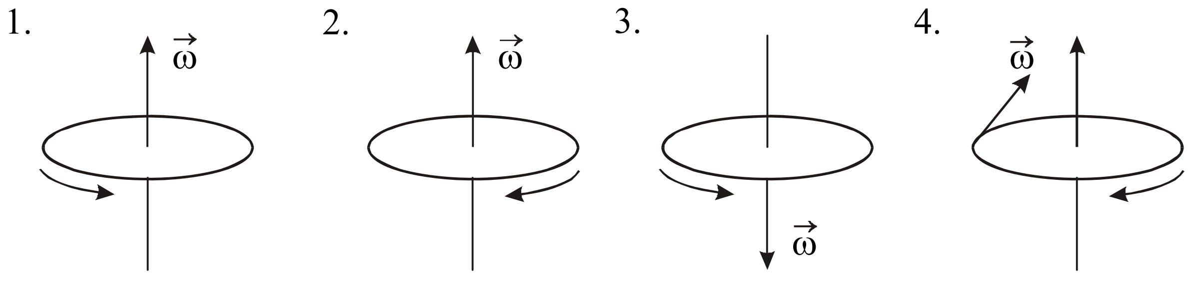
1. Укажите график, соответствующий графику пути равномерного движения Начальная координата тела равна нулю.




2. Укажите график, соответствующий графику пути равноускоренного движения. Начальная скорость $v_0$ тела равна нулю.




3. Материальная точка движется по окружности. Укажите направление вектора угловой скорости.




4. Укажите кинематическое соотношение, в котором допущена ошибка.

1. $v = \omega r$  2. $a_\tau = \varepsilon r$  3. $a_\tau = \dfrac{\varepsilon}{r}$  4. $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

5. Зависимость скорости тела от времени имеет вид $v = 5 - t$ (м/с). Укажите значения начальной скорости и ускорения точки.

1. $v_0 = 1$ м/с, $a = 1$ м/с$^2$  2. $v_0 = 5$ м/с, $a = 1$ м/с$^2$  3. $v_0 = -5$ м/с, $a = -1$ м/с$^2$  4. $v_0 = 5$ м/с, $a = -1$ м/с$^2$

6. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ имеет вид $S = 3t - t^2$ (м). Укажите значения начальной скорости и ускорения точки.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $v_0 = 2$ м/с | 2. $v_0 = 3$ м/с | 3. $v_0 = -2$ м/с | 4. $v_0 = 3$ м/с |
| $a = 3$ м/с$^2$ | $a = -2$ м/с$^2$ | $a = -3$ м/с$^2$ | $a = 2$ м/с$^2$ |

7. Тангенциальное ускорение характеризует …
   1) изменение положения тела в пространстве.
   2) изменение скорости по величине и направлению.
   3) изменение скорости по величине.
   4) изменение скорости по направлению.

8. Нормальное ускорение характеризует …
   1) изменение скорости по величине.
   2) изменение скорости по величине и направлению.
   3) изменение скорости по направлению.
   4) изменение положения тела в пространстве.

9. Укажите случай, соответствующий равноускоренному движению точки по окружности.

   1. $a_n$=const; $a_\tau$=const.  2. $a_n \sim t$; $a_\tau$=const.
   3. $a_n$=0; $a_\tau$=const.  4. $a_n \sim t^2$; $a_\tau$=const.

10. Нормальное ускорение точек тела $a_n$=const, тангенциальное ускорение $a_\tau$=0. Укажите характер движения.
    1. Равномерное прямолинейное. 2. Равномерное вращательное.
    3. Равноускоренное прямолинейное. 4. Равноускоренное вращательное.

11. Нормальное ускорение точек тела $a_n = 0$, тангенциальное ускорение $a_\tau$ = const. Укажите характер движения.
    1. Равномерное прямолинейное. 2. Равномерное вращательное.
    3. Равноускоренное прямолинейное. 4. Равноускоренное вращательное.

12. Вектор полного ускорения при равномерном движении точки по окружности …
    1) постоянен по модулю и направлению.
    2) равен нулю.
    3) постоянен по модулю, но непрерывно изменяется по направлению.

13. При частоте вращения 2 с$^{-1}$ …
    1) тело совершает один оборот за 2 с.
    2) тело совершает 2 оборота за 1 с.
    3) проходит путь, равный 2 радиусам окружности, за 1 с.
    4) проходит путь, равный 1 радиусу окружности, за 2 с.

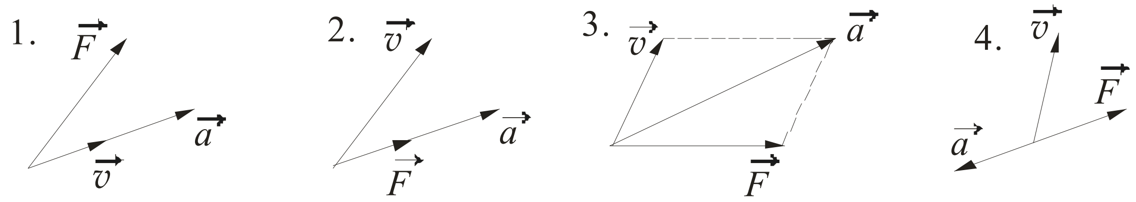
14. Материальная точка движется по окружности радиусом $R$=1 м. Она перемещается из точки А в точку В, совершив при этом 1/3 полного оборота ($\alpha = 2\pi/3$). Точка прошла путь …

    1) 1 м  2) $\sqrt{3}$ м  3) 2 м  4) $2\pi/3$ м

15. Укажите буквенное обозначение и единицу измерения каждой из перечисленных величин. *Пример:* Сила тока – *I* – А (ампер).

Скорость, ускорение, угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение, частота вращения, период вращения.

16. На каком рисунке правильно указано направление ускорения движущейся точки? ($\vec{v}$ – скорость, $\vec{F}$ – равнодействующая приложенных сил).




17. Укажите формулу, которая является наиболее общим выражением второго закона Ньютона.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$ 4. $\vec{p} = m\vec{v}$

18. Укажите форму записи второго закона Ньютона, справедливую лишь в случае, когда $m$=const.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $Fdt = mdv + vdm$

3. $F = m\dfrac{dv}{dt} + v\dfrac{dm}{dt}$ 4. $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

19. На тело, движущееся с постоянной скоростью в инерциальной системе отсчета, одновременно начинают действовать две силы, равные по модулю и не совпадающие по направлению. В результате тело…

1) не изменит скорости.
2) изменит модуль скорости, но не изменит направления движения.
3) изменит направление движения.
4) может изменить и модуль, и направление скорости. Ответ зависит от величины угла между равнодействующей сил и направлением скорости.

20. Укажите формулу, которая является наиболее общим выражением закона динамики вращательного движения.

1. $\vec{F} = m\vec{a}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $\vec{L} = J\vec{\omega}$ 4. $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

21. Укажите формулу, которая выражает основной закон динамики вращательного движения в том случае, если момент инерции системы не меняется.

1. $J\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ 2. $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ 3. $M_i = F_i d_i \sin\alpha$ 4. $\vec{L} = J\vec{\omega}$

22. Укажите правильную запись формулы для момента импульса тела относительно точки.

1. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$ 2. $\vec{L}_i = m_i(\vec{r}_i \times \vec{r}_i)$ 3. $\vec{L}_i = m\vec{v}_i \times \vec{r}_i$ 4. $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m\vec{v}_i$

23. Момент инерции твёрдого тела зависит …
 1) от момента силы и углового ускорения.
 2) от момента импульса и угловой скорости.
 3) от массы, формы тела и выбора оси вращения.
 4) от величины действующей силы и её плеча.

24. Шар катится по горизонтальной поверхности. Укажите формулу, выражающую полную кинетическую энергию этого шара.

1. $W_к = \frac{mv^2}{2}$ 2. $W_к = \frac{J\omega^2}{2}$ 3. $W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$ 4. $W_к = \frac{kx^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$

25. Импульсом тела называется …
 1) произведение массы тела на его ускорение.
 2) произведение массы тела на его скорость.
 3) произведение массы тела на его объем.
 4) произведение силы, действующей на тело, на время ее действия.

26. Импульс тела зависит …
 1) только от модуля скорости. 2) только от массы тела.
 3) только от направления скорости тела.
 4) от массы тела, от скорости и направления скорости.

27. Укажите правильную формулировку закона сохранения импульса.
 1. Импульс системы тел есть величина постоянная.
 2. Полный импульс всех тел, входящих в систему, не изменяется во времени.
 3. Импульс системы тел равен нулю.
 4. Суммарный импульс замкнутой системы материальных точек остается постоянным.

28. Укажите формулу, которая выражает закон сохранения импульса.

1. $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$ 2. $W_к + W_п = \text{const}$

3. $J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}$ 4. $\frac{m_1\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\vec{v}_2^2}{2} + \cdots + \frac{m_n\vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

29. Пластилиновый шарик массой $m$, движущийся со скоростью $v$, налетает на покоящийся пластилиновый шарик массой $2m$. После удара шарики, слипшись, движутся вместе. Скорость их движения после удара …

1) $v/3$ 2) $2v/3$ 3) $v/2$ 4) Для ответа не хватает данных

30. Укажите правильную формулировку закона сохранения момента импульса.
 1. Момент импульса тела есть величина постоянная.
 2. Полный момент импульса всех тел системы не изменяется со временем.
 3. Момент импульса замкнутой системы материальных точек остается постоянным.

31. Укажите формулу, которая выражает закон сохранения момента импульса.

1. $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$ 2. $W_к + W_п = \text{const}$

3. $J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \dots + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}$ 4. $\dfrac{m_1\vec{v}_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vec{v}_2^2}{2} + \dots + \dfrac{m_n\vec{v}_n^2}{2} = \text{const}$

32. Человек, свободно вращаясь на круглой горизонтальной платформе, развёл руки в стороны. Укажите, как при этом изменились момент инерции $J$, угловая скорость $\omega$, момент импульса $L$.

1. $J\uparrow$ $\omega\uparrow$ $L$=$\uparrow$ 2. $J\downarrow$ $\omega\downarrow$ $L$=$\downarrow$ $\uparrow$ – увеличится
3. $J\downarrow$ $\omega\uparrow$ $L$=const 4. $J\uparrow$ $\omega\downarrow$ $L$=const $\downarrow$ – уменьшится

33. Однородную пружину жесткостью $k_0$ разрезали пополам. Жесткость каждой из двух новых пружин равна …

1) $k_0$ 2) $2k_0$ 3) $4k_0$ 4) $k_0/2$ 5) $k_0/4$

34. Груз массой $m$ под действием силы $F$, направленной вертикально вверх, поднимается на высоту $h$. Изменение кинетической энергии груза при этом равно …

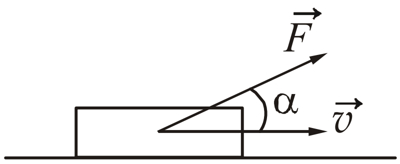
1) $\Delta W_к = mgh$ 2) $\Delta W_к = Fh$ 3) $\Delta W_к = Fh - mgh$ 4) $\Delta W_к = Fh + mgh$

35. Укажите формулу, которая представляет собой определение механической работы.

1. $A = FS\cos\alpha$ 2. $dA = Ndt$ 3. $dA = \vec{F}d\vec{s}$ 4. $A_{12} = W_{к2} - W_{к1}$

36. Укажите, в каком из приведённых случаев работу силы по перемещению тела можно определить по формуле $A = FS\cos\alpha$?

1. $F = \text{const}$; $\alpha = f(S)$;
2. $F = f(t)$; $\alpha = \text{const}$;
3. $F = \text{const}$; $\alpha = \text{const}$:
4. $F = \text{const}$; $\alpha = f(t)$.




37. Укажите формулу, по которой вычисляется работа переменной силы $F$ на пути $S$.

1. $A = \int_0^S \vec{F}d\vec{S}$ 2. $A = FS\cos\alpha$ 3. $\delta A = FdS$ 4. $A = FS$

38. Материальная точка равномерно вращается по окружности радиуса $R$. Работа центростремительной силы за один оборот равна …

1) $A = M\varphi$; 2) $A = \dfrac{J\omega^2}{2}$; 3) $A$=0; 4) $A = \dfrac{mv^2}{R}\cdot 2\pi R$.

39. Тело массой $m$ проезжает расстояние $L$ вниз вдоль склона, наклоненного под углом $\alpha$ к горизонту. Работа силы тяжести при этом равна …

1) $A = mgL$ 2) $A = mgL\sin\alpha$ 3) $A = mgL\cos\alpha$

4) не может быть вычислена, так как неизвестен коэффициент трения тела о плоскость.

40. С увеличением угла наклона наклонной плоскости от 0° до 90° кпд этого простейшего механизма …..
1) увеличивается.	2) уменьшается.
3) не изменяется.	4) сначала растет, потом уменьшается.

41. Укажите формулировку закона сохранения механической энергии.
1. Энергия системы не возникает и не исчезает, она только переходит от одного тела к другому.
2. В неконсервативной системе тел полная механическая энергия остается постоянной.
3. Полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной.
4. В замкнутой системе энергия всех тел не изменяется во времени.

42. Мощность представляет собой …
1) работу силы на участке пути.
2) работу переменной силы за конечный промежуток времени.
3) работу, совершаемую за единицу времени.
4) изменение кинетической энергии тела.

43. Происходит абсолютно упругий удар. При этом ударе выполняется …
1) только закон сохранения механической энергии.
2) только закон сохранения импульса.
3) закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

44. Происходит абсолютно неупругий удар. При этом ударе выполняется …
1) закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.
2) только закон сохранения импульса.
3) только общий закон сохранения энергии.
4) закон сохранения импульса и общий закон сохранения энергии.

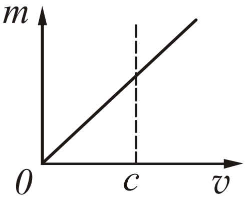
45. Укажите буквенное обозначение и единицу измерения каждой из перечисленных величин. *Пример:* Сила тока – $I$ – А (ампер).

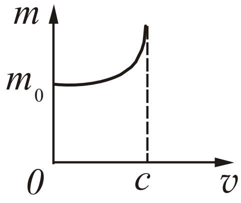
Мощность, энергия, момент силы, момент инерции, момент импульса.

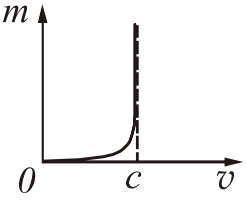
46. Укажите формулу, которая выражает зависимость массы от скорости в специальной теории относительности.

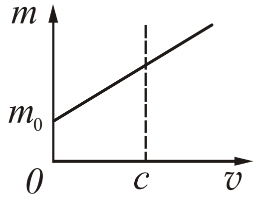
1. $\vec{p} = m\vec{v}$ 2. $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 3. $m = m_0\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ 4. $m = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$

47. Укажите график, на котором приведена зависимость массы от скорости в специальной теории относительности.

1.



2.


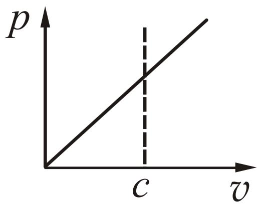

3.


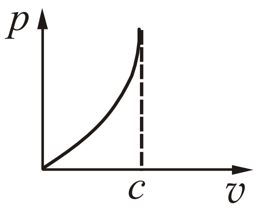

4.


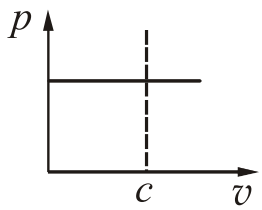

48. Укажите формулу, которая выражает зависимость импульса частицы от скорости в специальной теории относительности.

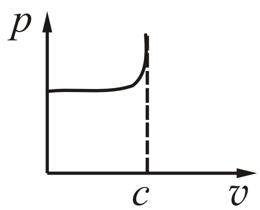
1. $\vec{p} = m\vec{v}$ 2. $p = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ 3. $p = m_0\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ 4. $p = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$

49. Укажите график, на котором приведена зависимость импульса от скорости в специальной теории относительности.

1.



2.



3.



4.



50. Укажите формулу, которая выражает кинетическую энергию частицы в специальной теории относительности.

1. $W_к = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$; 2. $W_к = m_0c^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1\right)$; 3. $W_к = \dfrac{m_0v^2}{2}$; 4. $W_к = m_0c^2$

## КОДЫ ОТВЕТОВ К ТЕСТУ «Физические основы механики»

| № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 11 | 3 | 21 | 1 | 31 | 3 | 41 | 3 |
| 2 | 4 | 12 | 3 | 22 | 4 | 32 | 4 | 42 | 3 |
| 3 | 1 | 13 | 2 | 23 | 3 | 33 | 2 | 43 | 3 |
| 4 | 3 | 14 | 4 | 24 | 3 | 34 | 3 | 44 | 4 |
| 5 | 4 | 15 | - | 25 | 2 | 35 | 3 | 45 | - |
| 6 | 2 | 16 | 2 | 26 | 4 | 36 | 3 | 46 | 2 |
| 7 | 3 | 17 | 2 | 27 | 4 | 37 | 1 | 47 | 2 |
| 8 | 3 | 18 | 1 | 28 | 1 | 38 | 3 | 48 | 4 |
| 9 | 4 | 19 | 4 | 29 | 1 | 39 | 2 | 49 | 2 |
| 10 | 2 | 20 | 4 | 30 | 3 | 40 | 3 | 50 | 2 |

# ЧАСТЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

## Глава 5. Молекулярно-кинетическая теория

***Молекулярная физика*** – раздел физики, изучающий свойства тел в различных агрегатных состояниях на основе рассмотрения их молекулярного строения. Задачи молекулярной физики решаются методами статистической физики и физической кинетики.

Молекулярная физика основывается на молекулярно-кинетической теории строения вещества. Согласно этой теории все вещества состоят из мельчайших частиц – атомов, молекул или ионов, находящихся в непрерывном хаотическом движении, которое называется тепловым. Экспериментальным подтверждением молекулярно-кинетической теории являются броуновское движение, диффузия, теплопроводность и другие физические явления.

На основе молекулярно-кинетической теории объясняется механизм электропроводности различных по своей природе проводников электрического тока, электрические и магнитные свойства вещества.

### §12 Статистический и термодинамический методы исследования

Число атомов (молекул) в любом теле огромно. Например, в 1 см$^3$ газа при нормальных условиях содержится порядка $3 \cdot 10^{19}$ молекул. Если считать, что движение каждого атома (молекулы) подчиняется второму закону Ньютона, то написать такое количество уравнений просто невозможно. Поэтому поведение отдельного атома (молекулы) не может быть изучено методами классической механики.

Материальный объект (тело), состоящее из большого количества частиц, называется ***макроскопической системой*** или просто ***макросистемой***. В термодинамике макросистему называют термодинамической системой, в статистической физике – статистической системой.

Соответственно, для описания процессов, происходящих в макросистемах, используют два метода ***статистический*** *и* ***термодинамический.***

Математическим аппаратом статистического метода являются теория вероятности и статистика. При применении этого метода учитывается внутреннее строение системы. Раздел теоретической физики, в котором физические свойства систем изучаются с помощью статистического метода, называется ***физической статистикой*** (статистической физикой), так как в поведении большого количества частиц проявляются особые закономерности, называемые статистическими. В системе, состоящей из большого количества частиц, существуют некоторые средние значения физических величин, характеризующих всю совокупность частиц в целом. В газе существуют средние значения скоростей ***теплового движения*** молекул и их энергий. В твердом теле существует средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы колебательного движения частицы. Свойства тел, непосредственно наблюдаемые на опыте (такие как давление и температура) рассматриваются как суммарный, усредненный результат действия отдельных молекул.

Нахождение средних и наиболее вероятных величин, характеризующих движение частиц системы, является важной задачей, так как между этими величинами и макроскопическими свойствами системы имеется прямая связь.

С помощью термодинамического метода изучаются свойства системы, без учета ее внутреннего строения. Он основан на изучении различных превращений энергии, происходящих в системе. Раздел физики, изучающий физические свойства макросистем с помощью термодинамического метода, называется термодинамикой. Термодинамика основана на трех началах, которые не выводятся, а получены на основе экспериментальных данных.

## §13 Характеристики атомов и молекул

1. ***Относительная атомная масса*** (***$A_r$***) ***химического элемента*** – отношение массы атома этого элемента к 1/12 массы атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$ (изотопа углерода с массовым числом 12).

2. ***Относительная молекулярная масса*** (***$M_r$***) ***вещества*** – отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Относительные атомная и молекулярная массы являются величинами безразмерными. Масса, равная 1/12 массы $^{12}_{6}\mathrm{C}$, называется ***атомной единицей массы*** (а.е.м.). 1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг.

3. ***Моль*** – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов или других структурных единиц), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Число частиц, содержащихся в 1 моле вещества, называется ***постоянной Авогадро****[*] $N_A$. Численное значение постоянной Авогадро – $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$.

4. ***Молярная масса*** ($M$) – масса одного моля. $M$ измеряется в кг/моль.
Молярная масса и относительная молекулярная масса связаны соотношением:

$$M = M_r \cdot 10^{-3}\ \text{(кг/моль)} \tag{13.1}$$

Число молей, содержащихся в массе $m$ вещества, определяется формулой:

$$\nu = \frac{m}{M}. \tag{13.2}$$

Если вещество представляет собой смесь, то молярная масса смеси рассчитывается как отношение массы смеси к количеству вещества всех компонентов, входящих в состав этой смеси:

$$M_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\nu_{\text{см}}} = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n}, \tag{13.3}$$

где $n$ – число компонентов.

[*] Авогадро Амедео (1776–1856), итальянский физик и химик.

5. Размеры атомов и молекул принято характеризовать эффективным диаметром $d_{эф}$, зависящим от химической природы вещества ($d_{эф} \approx 10^{-10}$ м).

***Эффективный диаметр*** – это наименьшее расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. Его наличие говорит о том, что между молекулами действуют силы взаимного отталкивания.

## §14 Параметры состояния

Для описания поведения макросистем вводят физические величины, которые называют ***параметрами состояния системы***. Основными параметрами являются давление ($p$), объем ($V$), температура ($T$).

***Давление – скалярная физическая величина, равная отношению нормальной составляющей силы давления $F_{\perp}$ к площади поверхности $S$.***

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}, \tag{14.1}$$

или

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dS}. \tag{14.2}$$

$[p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$ (паскаль*).

Формулу (14.1) используют при равномерном распределении силы, формулу (14.2) – при неравномерном распределении.

В технике широко используется внесистемная единица измерения давления – техническая атмосфера (ат):

$$1 \text{ ат} = 98066{,}5 \text{ Па} \approx 9{,}81 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Для практических целей (измерение атмосферного давления, в медицине) используют миллиметры ртутного столба (мм рт. ст.):

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133{,}322 \text{ Па},$$

а также физическую атмосферу (атм):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1{,}01325 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Измеряют давление манометрами, барометрами, вакуумметрами, а также различными датчиками давления.

***Объем – область пространства, занимаемая системой.***

$[V] = \text{м}^3$

Понятие температуры имеет смысл для равновесных состояний системы. Равновесным состоянием (состоянием термодинамического равновесия) называется состояние системы, не изменяющееся с течением времени.

***Температура равновесного состояния – мера интенсивности теплового движения ее молекул (атомов, ионов). В термодинамике температура – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.***

*Паскаль Блез (1623–1662), французский математик и физик.

Температурные шкалы устанавливаются опытным путем. В международной стоградусной шкале температура измеряется в градусах Цельсия* (°С) и обозначается $t$. Считается, что при нормальном давлении в $1{,}01325 \cdot 10^5$ Па температура плавления льда равна 0°С, кипения воды – 100°С.

В термодинамической шкале температур температура измеряется в кельвинах* (К) и обозначается $T$.

Абсолютная температура $T$ и температура $t$ по стоградусной шкале связаны соотношением:

$$T = t + 273{,}15\,.$$

Температура $T = 0$ ($t = -273{,}15°\mathrm{C}$) называется ***абсолютным нулем температуры***. За абсолютный нуль температуры принимается температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.

Параметры состояния равновесной системы зависят друг от друга. Соотношение, устанавливающее зависимость давления $p$ в системе от объема $V$ и температуры $T$, называется ***уравнением состояния***.

Уравнения состояния в термодинамике получают опытным путем, а в статистической физике – выводятся теоретически. В этом состоит взаимосвязь статистического метода исследования с термодинамическим.

## §15 Уравнение состояния идеального газа

Простейшей макроскопической системой является идеальный газ. Следует понимать, что идеальный газ – это физическая модель. Чем разреженнее газ, тем он ближе по своим свойствам к идеальному. Некоторые газы, такие, как воздух, азот, кислород, а особенно гелий и водород, при комнатной температуре и атмосферном давлении очень близки к идеальному газу. Но, если эти же газы поместить в сосуд под высоким давлением при низких температурах, то их свойства будут резко отличаться от свойств идеального газа, т.е. поведение этих газов будет подчиняться законам реальных газов.

В идеальном газе отсутствует взаимодействие между молекулами, поэтому они движутся равномерно и прямолинейно до тех пор, пока не произойдет столкновения между данной и какой-либо другой молекулой или соударения со стенкой сосуда. При столкновениях молекулы можно считать недеформируемыми. Это означает, что столкновения между молекулами происходят по законам упругих соударений. В процессе столкновения между молекулами газа, а также между молекулами газа и молекулами вещества стенок сосуда происходит обмен кинетической энергией и импульсом.

Таким образом, с точки зрения молекулярно-кинетической теории ***идеальный газ – это система молекул, которые можно считать материальными точками, взаимодействующими друг с другом только в процессе столкновений.***

Экспериментально установлено, что параметры состояния идеального газа связаны между собой соотношением:

*Цельсий Андерс (1701–1744), шведский астроном и физик.
*Томсон Уильям (лорд Кельвин) (1824–1907), английский физик.

$$pV = \frac{m}{M} RT\,, \tag{15.1}$$

где $p$ – давление, производимое газом; $V$– объем газа; $m$ – масса газа; $M$ – молярная масса; $T$ – термодинамическая температура; $R = 8{,}31\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – ***молярная газовая постоянная.***

Уравнение (15.1) называется ***уравнением состояния идеального газа*** или ***уравнением Менделеева–Клапейрона****. Умножим и разделим правую часть уравнения (15.1) на число Авогадро $N_А$:

$$pV = \frac{m}{M} N_\text{А} \cdot \frac{R}{N_\text{А}} T\,. \tag{15.2}$$

Величина $\dfrac{m}{M} N_A = N$ определяет число молекул, содержащихся в массе $m$ газа.

Величина $k = \dfrac{R}{N_\text{А}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$ называется ***постоянной Больцмана****.

Тогда уравнению (15.2) можно придать вид:

$$pV = NkT\,. \tag{15.3}$$

Обе части этого уравнения разделим на объем $V$. Отношение $\dfrac{N}{V} = n$ дает число молекул в единице объема и называется ***концентрацией*** молекул.

Следовательно,

$$p = nkT\,. \tag{15.4}$$

Это означает, что ***давление идеального газа пропорционально его абсолютной температуре и концентрации молекул.***

Уравнения (15.3) и (15.4) представляют собой различные формы записи уравнения состояния идеального газа.

Если имеется несколько газов, то согласно (15.4) давление, производимое газом, будет равно:

$$p = \left(n_1 + n_2 + \ldots + n_n\right)kT = n_1 kT + n_2 kT + n_n kT \tag{15.5}$$

Но $n_1 kT$ – это то давление $p_1$, которое было бы в сосуде, если бы в нем находились только молекулы первого газа; $n_2 kT$ – то давление $p_2$, которое было бы при наличии в сосуде только молекул второго газа и т.д.

***Давление, которое производил бы газ, при условии, что он один присутствует в сосуде в том количестве, в каком он содержится в смеси, называется парциальным.***

*Клапейрон Бенуа Эмиль (1799–1864), французский физик и инженер.

*Менделеев Дмитрий Иванович (1834–1907), русский химик.

*Больцман Людвиг (1844–1906), австрийский физик.

На основании (15.5) можно записать:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \tag{15.6}$$

Уравнение (15.6) представляет собой закон Дальтона*:

***Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.***

## §16 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов связывает макроскопический параметр системы – давление, с характеристиками частиц. При выводе этого уравнения предполагается, что массы всех молекул одинаковы, скорости всех молекул одинаковы по модулю, а все направления движения молекул равновероятны.

Опыт показывает, что газ, заключенный в некоторый сосуд производит давление на его стенки. Это явление объясняется на основе молекулярно-кинетической теории следующим образом. Молекулы, двигаясь совершенно беспорядочно, ударяются о стенки сосуда. Суммарный импульс, который молекулы передают за единицу времени единице площади, – это и есть давление, производимое газом.

Приведем общую схему расчета (при желании можно провести расчеты самостоятельно). Для нахождения давления надо найти изменение импульса всех молекул, которые ударяются о единицу поверхности сосуда за единицу времени. Удар молекул при этом считается абсолютно упругим. Это изменение импульса будет равно изменению импульса в одном соударении, умноженному на число ударов, приходящихся на 1м$^2$ поверхности за 1 с.

В результате расчета получается уравнение следующего вида:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n < v^2 > . \tag{16.1}$$

где $m_0$ – масса одной молекулы; $n$ – концентрация молекул; $< v^2 >$ – средний квадрат скорости молекул.

Понятие среднего квадрата скорости вводится в связи с тем, что реально все частицы обладают разными скоростями. Он определяется следующим образом:

$$< v^2 > = \frac{v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2}{N}, \tag{16.2}$$

где $N$ – число молекул.

Уравнение (16.1) называется ***основным уравнением молекулярно-кинетической теории газов.*** Величина

*Дальтон Джон (1766–1844), английский физик и химик

$$< \varepsilon > = \frac{m_0 < v^2 >}{2}$$

является средней кинетической энергией теплового движения одной молекулы. С учетом этого уравнение (16.1) можно переписать в виде:

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon > . \qquad (16.3)$$

***Давление, производимое идеальным газом, равно двум третьим средней кинетической энергии поступательного теплового движения всех молекул, содержащихся в единице объема.***

### §17 Молекулярно-кинетическая трактовка термодинамической температуры

Приравняем левые части уравнений (15.4) и (16.3)

$$\frac{2}{3} n < \varepsilon > = nkT ,$$

и выразим среднюю энергию теплового движения молекулы:

$$< \varepsilon > = \frac{3}{2} kT . \qquad (17.1)$$

Отсюда следует очень важный вывод: термодинамическая температура – это величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.

Этот вывод справедлив не только для газов, но и для вещества в любом состоянии. Из (17.1) следует, что средняя энергия $< \varepsilon >$ зависит только от температуры и не зависит от массы молекулы. Из (17.1) также следует, что если $< \varepsilon > = 0$, то $T = 0$. Температура, при которой прекращается тепловое движение частиц вещества, называется ***абсолютным нулем***.

Обращаем особое внимание на то, что при $T = 0$ прекращается только тепловое движение. Другие формы движения, имеющие квантовую природу, будут иметь место и при абсолютном нуле.

## Глава 6. Статистические распределения

Одним из методов изучения физических явлений, происходящих с макроскопическими телами, является статистический. Теория, основанная на статистическом методе исследования физических свойств газов, называется кинетической теорией газов.

Кинетическая теория газов основана на следующих общих положениях классической статистической физики:

1) все частицы системы являются различимыми, т.е. предполагается возможность их нумеровать, следить за поведением;

2) в системе частиц выполняются законы сохранения импульса, момента импульса, энергии и числа частиц;
3) в одном и том же тождественном состоянии, то есть в состоянии с одинаковыми значениями энергии, импульса, может находиться сколько угодно частиц;
4) скорости частиц могут принимать значения от нуля до бесконечности.

## §18 Распределение Максвелла

Газ как целое является системой, качественно отличающейся от отдельной молекулы, и его поведение подчиняется статистическим закономерностям. Например, свойства газа совершенно не зависят от того, как заполнялся сосуд: или втекал через одно отверстие быстро, или через два – постепенно. Через некоторое время после впуска газ придет в состояние равновесия, и будет находиться в нем в дальнейшем. Независимость состояния газа от начальных скоростей и начального положения его молекул приводит к тому, что не нужно рассчитывать траектории отдельных молекул. Вместо этого мы будем искать средние значения величин, характеризующих состояние газа как целого.

При столкновении молекул их скорости изменяются. Нельзя заранее предсказать, какой численно скоростью будет обладать данная молекула: эта скорость случайна. Но если многократно подсчитать, сколько молекул обладает скоростями, лежащими в том или ином интервале скоростей, то обнаружится, что эти числа подчиняются определенным зависимостям.

Рассмотрим газ, находящийся в замкнутом сосуде. Из опыта известно, что плотность газа, находящегося в замкнутом сосуде одинакова по всему объему. Это означает, что число молекул, движущихся по всем направлениям, одинаково. Иными словами, распределение молекул по направлениям равномерное.

Иначе обстоит дело с численными значениями скоростей. Беспорядочные столкновения приводят к тому, что часть молекул получает избыточную кинетическую энергию за счет других молекул, потерявших часть энергии. Благодаря этому равенство численных значений скоростей нарушается, и в газе появляется некоторое число молекул, имеющих большие скорости, и некоторое число молекул со средними и малыми скоростями. Иными словами возникает распределение молекул по модулям скорости. Это распределение характеризуется средним числом молекул, имеющих скорость, близкую к данной.

Изменение скорости молекул происходит случайным образом. Может случиться, что какая-то молекула при столкновениях всегда получает энергию, и в результате ее энергия станет больше среднего значения $<\varepsilon>$. Но можно утверждать, что слишком большие значения энергии по сравнению со средним наблюдаются очень редко. Также практически исключено, что в результате столкновений энергия молекулы станет равной нулю. Следовательно, очень малые и очень большие скорости по сравнению со средним значением скорости маловероятны. Из вышесказанного следует, что скорости молекул группируются вблизи некоторого наиболее вероятного значения.

Пусть газ занимает объем $V$, а число частиц в нем $N$. Определим число молекул, обладающих скоростями, лежащими в некотором интервале скоростей $dv$ вблизи заданной скорости $v$ (рис. 18.1). Обозначим $dN_v$ – число молекул, скорости которых лежат в интервале от $v$ до $v+dv$. Отношение $\frac{dN_v}{N}$ даст долю молекул, скорости которых лежат в интервале от $v$ до $v+dv$. Это отношение разделим на ширину интервала $dv$. Величину $\frac{dN_v}{Ndv}$ обозначим через $f(v)$:

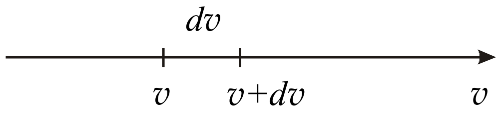


Рисунок 18.1

$$\frac{dN_v}{Ndv} = f(v) \tag{18.1}$$

Определенная таким образом функция $f(v)$ характеризует распределение молекул по скоростям и называется ***функцией распределения***. Зная вид $f(v)$, можно найти число молекул $\Delta N_v$ из числа данных молекул $N$, скорости которых попадают внутрь интервала скоростей от $v$ до $v+\Delta v$.

Отношение

$$\frac{dN_v}{N} = f(v)\,dv \tag{18.2}$$

дает вероятность того, что скорость молекулы будет иметь значение в пределах данного интервала скоростей $dv$.

Функция $f(v)$ должна удовлетворять условию нормировки, то есть должно выполняться условие:

$$\int_0^\infty f(v)\,dv = 1 \tag{18.3}$$

Пояснить его можно следующим образом. Левая часть выражения (18.3) дает вероятность того, что скорость молекулы будет иметь одно из значений от 0 до $\infty$. Поскольку скорость молекулы обязательно имеет какое-то значение, то указанная вероятность есть вероятность достоверного события и, следовательно, равна 1.

Функция распределения была найдена теоретически Максвеллом*. Она имеет следующий вид:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}\, v^2. \tag{18.4}$$

где $m_0$ – масса молекулы.

Выражение (18.4) называется ***функцией распределения Максвелла***.

---

*Максвелл Джеймс Клерк (1831–1879), английский физик.

Из (18.4) следует, что вид распределения молекул по скоростям зависит от природы газа (массы молекулы) и температуры $T$. Обратите внимание на то, что давление и объем на распределение молекул по скоростям не влияют.

Схематичный график функции распределения Максвелла дан на рис. 18.2. Проведем анализ графика.

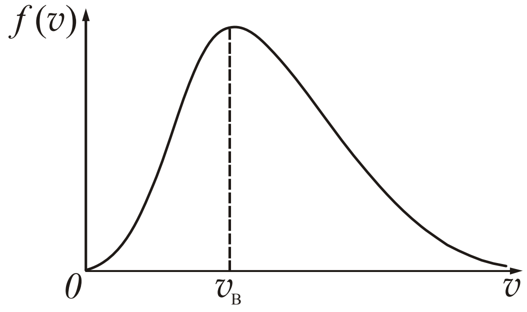



Рисунок 18.2

1. При скоростях стремящихся к нулю ($v \to 0$) и к бесконечности ($v \to \infty$) функция распределения также стремится к нулю. Это означает, что очень большие и очень маленькие скорости молекул маловероятны.
2. Скорость $v_в$, отвечающая максимуму функции распределения, будет ***наиболее вероятной.*** Это означает, что основная часть молекул обладает скоростями близкими к вероятной. Продифференцировав (18.4) по $v$ и приравняв полученное выражение к нулю (попробуйте выполнить это самостоятельно), можно получить формулу для расчета наиболее вероятной скорости:

$$v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \qquad (18.5)$$

где $k$ – постоянная Больцмана;
$m_0$ – масса молекулы.

3. В соответствии с условием нормировки (18.3) площадь, ограниченная кривой $f(v)$ и осью абсцисс равна единице.

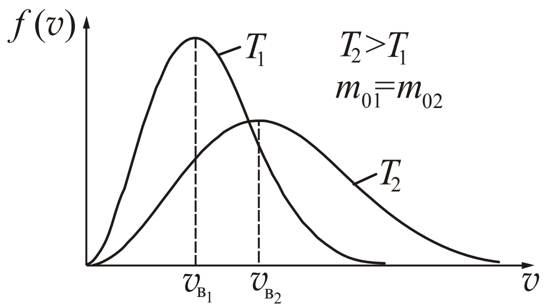



Рисунок 18.3

4. Кривая распределения имеет асимметричный характер. Это означает, что доля молекул, имеющих скорости больше наиболее вероятной, больше доли молекул, имеющих скорости меньше наиболее вероятной.
5. Вид кривой зависит от температуры и природы газа. На рис. 18.3 приведена функция распределения для одного и того же газа, находящегося при разных температурах. При нагревании максимум кривой понижается и смещается вправо, так как доля «быстрых» молекул возрастает, а доля «медленных» – уменьшается. Площадь под обеими кривыми остается постоянной и равной единице.

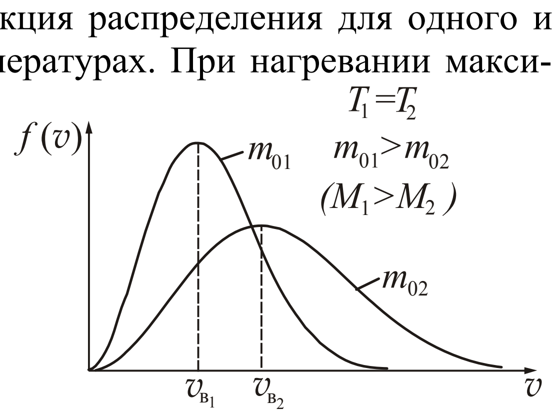



Рисунок 18.4

Пример функции распределения для разных газов при одинаковой температуре дан на рис. 18.4.

Необходимо подчеркнуть, что установленный Максвеллом закон распределения молекул по скоростям и вытекающие из него следствия справедливы только для газа, находящегося в равновесном состоянии. Закон Максвелла – статистический, применять его можно только к большому числу частиц. При малом числе частиц могут наблюдаться значительные отклонения (флуктуации) от предсказаний статистики.

## §19 Средние скорости

Пользуясь функцией распределения Максвелла $f(v)$, можно найти ряд средних величин, характеризующих состояние молекул. Мы опустим математические преобразования и дадим лишь конечный результат.

1. ***Средняя арифметическая скорость*** – сумма скоростей всех молекул, деленная на число молекул:

$$< v >= \frac{v_1 + v_2 + ... + v_N}{N}. \tag{19.1}$$

Расчет с использованием распределения Максвелла дает следующую формулу для расчета средней арифметической скорости:

$$< v >= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}. \tag{19.2}$$

2. ***Средняя квадратичная скорость***, определяющая среднюю кинетическую энергию молекул (см. §16), по определению равна

$$< v_{\text{кв}} >= \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2}{N}}, \tag{19.3}$$

Расчет с использованием распределения Максвелла дает следующую формулу для расчета:

$$< v_{\text{кв}} >= \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \tag{19.4}$$

Если учесть, что масса одной молекулы равна $m_0 = \frac{M}{N_A}$,

где $M$ – молярная масса;

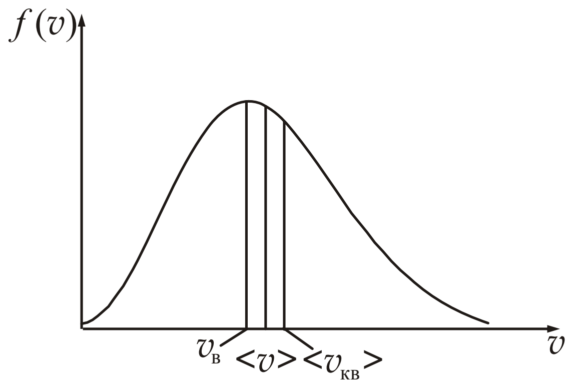



Рисунок 19.1

$N_{\text{А}}$ – число Авогадро, а также то, что $kN_{\text{А}} = R$, то выражения для наиболее вероятной, средней арифметической и средней квадратичной скоростей можно переписать следующим образом:

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \tag{19.5}$$

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \tag{19.6}$$

$$< v_{\text{кв}} >= \sqrt{\frac{3RT}{M}}\,. \qquad (19.7)$$

Сопоставляя (19.5), (19.6) и (19.7), можно заметить, что $v_{\text{в}}$, $< v >$, $< v_{\text{кв}} >$ одинаково зависят от температуры газа и молярной массы, отличаясь только множителем. Их отношение выглядит следующим образом (рис. 19.1):

$$v_{\text{в}} :< v >:< v_{\text{кв}} >= 1:1{,}13:1{,}22.$$

## §20 Экспериментальная проверка закона распределения Максвелла

Первое экспериментальное определение скоростей молекул было осуществлено Штерном* в 1920 году. Прибор состоял из двух коаксиальных цилиндров, по оси которых натягивалась платиновая нить, покрытая серебром (рис. 20.1). При нагревании нити электрическим током с ее поверхности испарялись атомы серебра, которые после этого двигались в радиальном направлении. Внутренний цилиндр имел узкую продольную щель, через которую проходил наружу узкий пучок атомов. Воздух из прибора был удален для того, чтобы атомы серебра не сталкивались с молекулами воздуха. Достигнув поверхности внешнего цилиндра, атомы серебра оседали на нем, образуя узкую полоску.

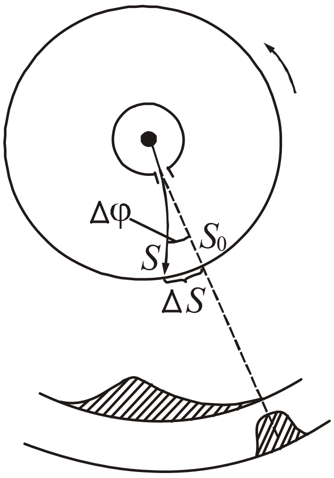


Рисунок 20.1

Если привести прибор во вращение, то след оставленный пучком, сместится по поверхности цилиндра на некоторую величину $\Delta S$ (см. рис. 20.1). Это произойдет потому, что за время, пока атомы серебра пролетают зазор между цилиндрами, прибор успеет повернуться на некоторый угол $\Delta\varphi$. В результате против пучка окажется другой участок наружного цилиндра, смещенный относительно первоначального следа $S_0$ на величину $\Delta S$. Измеряя смещение следа $\Delta S$ и скорость вращения прибора, можно рассчитать скорость атомов $v$. Исследуя профиль следа (рис. 20.1), можно было составить примерное представление о распределении атомов по скоростям.

Результаты опыта Штерна подтвердили правильность оценки средней скорости атомов, вытекающей из распределения Максвелла. О характере самого распределения этот опыт смог дать лишь приближенные представления.

## §21 Идеальный газ в однородном поле тяготения

Молекулы любого газа всегда находятся в поле тяготения Земли. На распределение молекул атмосферного воздуха влияют два фактора: тепловое движение молекул и земное тяготение. Если бы не было теплового движения, то все молекулы упали бы на Землю; если бы не было тяготения, то молекулы рассеялись бы по всей Вселенной.

*Штерн Отто (1888–1969), немецкий физик-экспериментатор.

Совместные действия теплового движения и земного тяготения приводят к такому состоянию атмосферы, при котором концентрация молекул и давление газа убывают с возрастанием высоты над Землей.

## 21.1 *Барометрическая формула*

Закон изменения давления $p$ идеального газа с высотой $h$ в однородном поле тяготения описывается ***барометрической формулой Лапласа****:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \tag{21.1}$$

где $p_0$ – атмосферное давление на высоте $h$=0, т.е. высоте, принятой за начало отсчета;

$M$ – молярная масса газа.

Данная формула получена в предположении, что газ находится в состоянии термодинамического равновесия, т.е. его температура $T$ = const.

Таким образом, давление идеального газа, находящегося в однородном поле тяготения в состоянии статистического равновесия, убывает с высотой по экспоненциальному закону.

Из (21.1) следует, что давление убывает с высотой тем быстрее, чем тяжелее газ (чем больше молярная масса $M$) и чем ниже температура. На рис. 21.1 представлены две кривые, описанные уравнением (21.1). Их можно рассматривать, как соответствующие разным $M$ (при одинаковой температуре $T$), или как соответствующие разным $T$ (при одинаковой молярной массе $M$).

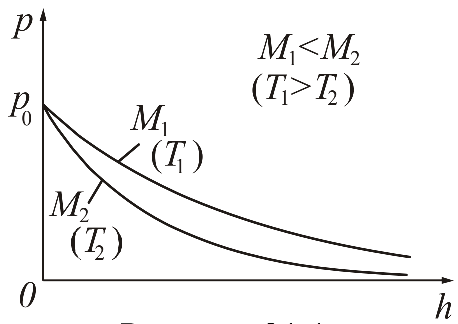


Рисунок 21.1

Формулу (21.1) можно преобразовать. Для этого сделаем следующие замены:

$$M = m_0 N_A, \qquad R = kN_A,$$

где $m_0$ – масса молекулы;

$N_A$ – число Авогадро;

$k$ – постоянная Больцмана.

Преобразуем показатель экспоненты $\dfrac{Mgh}{RT} = \dfrac{m_0 N_A gh}{kN_A T} = \dfrac{m_0 gh}{kT}$.

Барометрическая формула после этого примет вид:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}, \tag{21.2}$$

где $m_0 gh$ – потенциальная энергия молекулы на высоте $h$.

*Лаплас Пьер Симон (1749–1827), французский астроном, математик и физик.

## 21.2 *Распределение Больцмана*

Согласно барометрической формуле (21.2)

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Произведем замену в соответствии с формулой (15.4):

$$p = nkT, \qquad p_0 = n_0 kT,$$

где $n_0$ – концентрация молекул при $h = 0$;

$n$ – концентрация молекул на высоте $h$.

Получим:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}. \qquad (21.3)$$

Из анализа формулы (21.3) можно сделать следующие выводы.

1. С понижением температуры концентрация молекул на высотах, отличных от нуля, убывает. При $T$=0 концентрация молекул в пространстве равна нулю, т.е. $n$=0. Это значит, что при абсолютном нуле все молекулы под действием сил притяжения расположились бы на поверхности Земли.
2. Чем выше температура, тем равномернее распределяются молекулы. При $T\to\infty$, $n=n_0$. Это означает, что при высоких температурах молекулы распределились бы по высоте равномерно.

На разной высоте молекулы обладают разным запасом потенциальной энергии $\varepsilon_п = m_0 g h$, следовательно, распределение молекул по высоте является вместе с тем распределением их по значениям потенциальной энергии.

С учетом этого формулу (21.3) можно записать следующим образом:

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_п}{kT}}, \qquad (21.4)$$

где $n_0$ – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, в которых потенциальная энергия равна нулю: $\varepsilon_п = 0$;

$n$ – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, где потенциальная энергия равна $\varepsilon_п$.

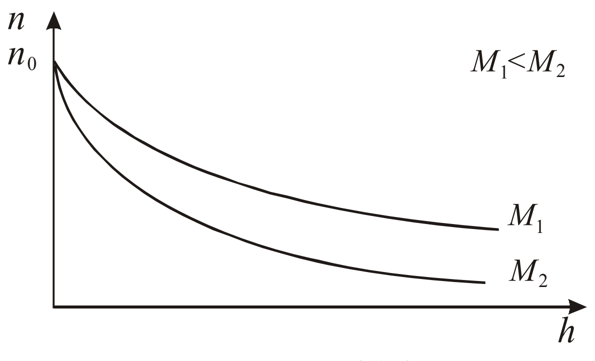



Рисунок 21.2

Из (21.4) следует, что молекулы располагаются с большей концентрацией там, где меньше их потенциальная энергия, и, наоборот, с меньшей концентрацией в местах, где их потенциальная энергия больше.

Больцман доказал, что распределение (21.4) справедливо не только в случае потенциального поля сил земного тяготения, но и в любом потенциальном поле сил для совокупности любых одинаковых частиц, находящихся в состоянии хаотического теплового движения. В соответствии с этим распределение (21.4) называют ***распределением Больцмана***.

Отметим, что применительно к земной атмосфере формулы (21.2), (21.3) нередко приводят к результатам, не согласующимся с экспериментом. Основываясь на распределении Больцмана, можно ожидать, что процентный состав атмосферы по мере поднятия вверх должен быстро меняться (рис. 21.2). Относительное содержание легких газов – водорода, азота – должно возрастать. Фактически это не подтверждается. Из-за интенсивного перемешивания слоев атмосферы состав атмосферы до высот 20–25 км практически один и тот же. Формулы (21.2), (21.3) не учитывают изменения температуры $T$ и ускорения свободного падения $g$ с высотой. Все это говорит о том, что атмосфера не находится в состоянии статистического равновесия.

## §22 Определение числа Авогадро

Метод определения числа Авогадро, основанный на законе распределения Больцмана, принадлежит Перрену*. В поле тяжести этот закон принимает вид

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}. \qquad (22.1)$$

Если бы была известна масса молекулы, то, измеряя распределение плотности газа по высоте, можно было бы по формуле (22.1) вычислить постоянную Больцмана, а затем число Авогадро.

В опыте Перрена роль молекул играли достаточно малые, но макроскопические частицы. Перрен поместил частицы-макромолекулы в жидкость, плотность которой немного меньше плотности вещества самих частиц. Поле силы тяжести было ослаблено архимедовой силой, и возникла «атмосфера» из макромолекул, распределение концентраций в которой может быть измерено. Для получения взвешенных частиц совершенно одинакового размера и формы Перрен использовал частицы гуммигута. Им была получена однородная эмульсия, состоящая из шарообразных частиц с радиусом порядка микрометра. Эмульсия изучалась с помощью микроскопа. Перемещая микроскоп в вертикальном направлении, Перрен исследовал распределение частиц по высоте и определил отношение концентраций на разных высотах. Масса частицы вычислялась по размерам частицы и плотности гуммигута. Таким образом, все величины, входящие в уравнение (22.1) были измерены экспериментально. После этого были вычислены постоянная Больцмана и число Авогадро. Результаты Перрена оказались в согласии с другими методами измерения тех же постоянных.

Фактическое осуществление опытов Перрена требует громадного труда и большого экспериментального искусства. Эти классические опыты были выполнены в 1908-1911 годах и имели большое значение для утверждения идей атомистики.

*Перрен Жан Батист (1870–1942), французский физик, лауреат Нобелевской премии 1926 г.

# Глава 7. Физические основы термодинамики

Термодинамика первоначально возникла как наука о превращениях тепла в работу. Однако, законы, лежащие в основе термодинамики имеют настолько общий характер, что термодинамические методы применяются для исследования многих физических и химических процессов, для изучения свойств вещества и излучения.

Как отмечалось ранее, термодинамика опирается на основные законы (начала), установленные экспериментально. Поэтому выводы, к которым приходит термодинамика, имеют такую же степень достоверности, как и лежащие в ее основе законы.

***Первое начало*** термодинамики является законом сохранения энергии, примененным к тепловым процессам, т.е. оно устанавливает количественные соотношения между превращениями энергии из одних видов в другие.

***Второе начало*** определяет условия, при которых эти превращения возможны, т.е. определяет возможные направления этого процесса.

## §23 Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс

***Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел, которые могут обмениваться энергией между собой и с другими телами.*** Примером системы является жидкость и находящийся с ней в соприкосновении пар или газ. В частности, система может состоять из одного твердого, жидкого или газообразного тела.

Состояние системы характеризуют параметрами состояния (давлением $p$, объемом $V$, температурой $T$ и т.д.). Как уже отмечалось (см. §14), состояние, в котором все параметры состояния имеют определенные значения, не изменяющиеся с течением времени, называется ***равновесным.*** Примеры равновесных состояний: состояние воды и льда при 0°C, помещенных в термостат; состояние газа в закрытом сосуде при неизменной температуре окружающей среды и т.д.

Состояние системы называется ***неравновесным***, если оно без всякого воздействия извне самопроизвольно меняется со временем. В неравновесном состоянии всем или некоторым параметрам нельзя приписать определенные значения. Например, газу в цилиндре с поршнем при быстром сжатии нельзя приписать определенного давления, так как оно оказывается разным в разных частях цилиндра.

Система, находящаяся в неравновесном состоянии и предоставленная самой себе, постепенно переходит в равновесное состояние.

***Термодинамический процесс – это переход системы из одного состояния в другое.*** Процесс, состоящий из последовательности равновесных состояний, называют ***равновесным.*** Равновесный процесс – это физическая модель. Процессы будут равновесными, если они протекают бесконечно медленно и при этом внешние воздействия изменяются непрерывно, без скачков. В последующем мы будем рассматривать только равновесные состояния и равновесные процессы. Исключение составят явления переноса.

Равновесный процесс, который допускает возможность возвращения системы в первоначальное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом процессе, называется ***обратимым***. При этом в окружающих телах не должно оставаться никаких изменений (не изменяется взаимное расположение тел, окружающих систему, их термодинамическое состояние и т.д.).

Равновесность – это важнейший признак обратимого процесса. Обратимый процесс – это тоже процесс, протекающий бесконечно медленно.

Процесс называется ***необратимым***, если по его завершении систему нельзя вернуть в исходное состояние так, чтобы в окружающих телах не осталось каких-либо изменений. Основными признаками необратимых процессов являются неравновесность и односторонняя направленность, т.е. необратимый процесс в обратном направлении самопроизвольно протекать не может. В обратном направлении необратимый процесс протекает только в сопровождении процессов, оставляющих в окружающих телах изменения.

Все реальные процессы необратимы. Необратимы смешение жидкостей, газов; передача тепла от нагретого тела к холодному; диффузия и т. д.

## §24 Работа, совершаемая системой при изменении объема

Рассмотрим газ, находящийся в цилиндрическом сосуде, закрытом плотно пригнанным поршнем. Допустим, что газ начал медленно расширяться и переместил поршень на расстояние $dh$ (рис. 24.1). Элементарная работа, совершаемая газом при перемещении поршня на величину $dh$ равна

$$\delta A = F\,dh,$$

где $F$ – сила, с которой газ давит на поршень. Заменим силу произведением давления $p$ на площадь $S$ поршня, получим:

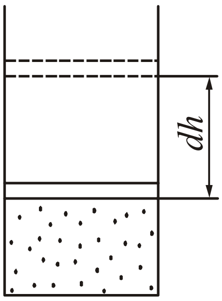


Рисунок 24.1

$$\delta A = pS\,dh.$$

Произведение $S\,dh$ представляет собой изменение объема $dV$. Поэтому

$$\delta A = pdV\ . \qquad (24.1)$$

Если газ расширяется, то $dV > 0$. Работа в этом случае будет положительной. Если газ сжимается, то $dV < 0$. Работа будет отрицательной.

Если давление газа при изменении объема не остается постоянным, то работа, совершаемая при изменении объема от $V_1$ до $V_2$, вычисляется интегрированием:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 pdV\ . \qquad (24.2)$$

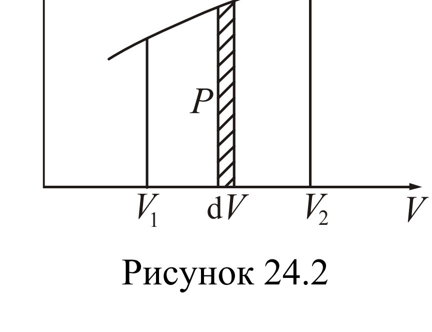


Рисунок 24.2

Процесс изменения объема можно представить на диаграмме ($pV$). Элементарной работе $\delta A = pdV$ соответствует площадь узкой заштрихованной полоски (рис. 24.2). Площадь фигуры, ограниченной осью $V$, кривой $p = f(V)$ и ординатами $V_1$ и $V_2$, численно равна работе, совершаемой газом при изменении его объема от $V_1$ до $V_2$.

## §25 Внутренняя энергия термодинамической системы

***Внутренняя энергия (U) тела определяется как энергия этого тела за вычетом кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии этого тела в различных силовых полях.*** Следовательно, внутренняя энергия складывается из:
1) кинетической энергии хаотического движения молекул;
2) потенциальной энергии взаимодействия между молекулами;
3) внутримолекулярной энергии (т.е. энергии электронных оболочек атомов и внутриядерной энергии).

Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Это означает, что энергия в данном состоянии имеет присущее этому состоянию значение. Приращение внутренней энергии при переходе системы из одного состояния в другое всегда равно разности значений внутренней энергии в конечном и начальном состояниях и не зависит от процесса, которым осуществляется переход.

### 25.1 *Число степеней свободы. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы*

***Числом степеней свободы (i) механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы в пространстве.***

Экспериментально установлено, что при определении числа степеней свободы молекул, атомы нужно рассматривать как материальные точки.

1. Одноатомная молекула (He, Ne, Ar и т.д.). $i = 3$.

Положение одноатомной молекулы задается тремя пространственными координатами ($x$, $y$, $z$). Степени свободы одноатомной молекулы называют поступательными степенями свободы.

2. Двухатомная молекула с жесткой связью ($H_2$, $O_2$, $N_2$ и т.д.). $i = 5$.

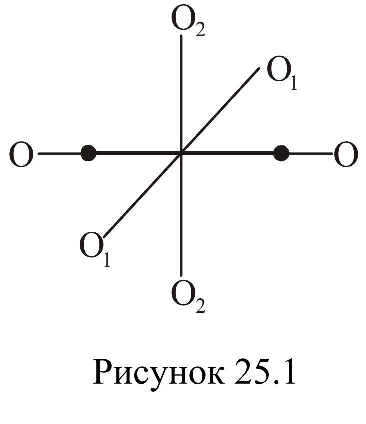


Рисунок 25.1

Такая молекула кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения вокруг взаимно перпендикулярных осей $O_1$–$O_1$ и $O_2$–$O_2$ (рис. 25.1). Вращение вокруг третьей оси O–O рассматривать не надо, так как момент инерции атомов относительно этой оси ничтожно мал. Следовательно, ничтожно мала и кинетическая энергия молекулы, связанная с этим вращением. Таким образом, для двухатомной молекулы $i$=3+2=5 (3 – поступательные степени свободы; 2 – вращательные степени свободы).

3. Если число атомов в молекуле с жесткой связью три и больше трех ($NH_3$, $CH_4$), то число степеней свободы $i$ = 6. $i$=3+3=6 (3 – поступательные степени свободы; 3 – вращательные степени свободы).

При любом числе степеней свободы молекулы, три из них – поступательные, причем ни одна из них не имеет преимущества перед другими. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы согласно формуле (17.1)

$$<\varepsilon>=\frac{3}{2}kT\,.$$

Так как поступательных степеней свободы три, то на одну степень свободы приходится энергия

$$\varepsilon=\frac{1}{2}kT\,. \tag{25.1}$$

***На каждую степень свободы (поступательную, вращательную) в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная*** $\frac{1}{2}kT$.

Это утверждение называется ***законом равнораспределения энергии*** хаотического движения молекул по степеням свободы.

Если атомы в молекуле связаны упругой связью, то кроме поступательного и вращательного движений, система может совершать колебательное движение. Колебательное движение связано с наличием у колеблющейся системы не только кинетической, но и потенциальной энергии. В теории колебаний доказывается, что средние значения кинетической и потенциальной энергий такой системы одинаковы. Отсюда следует, что на колебательное движение приходится две половинки $kT$ – одна в виде кинетической энергии, другая – в виде потенциальной.

Из закона равнораспределения энергии по степеням свободы вытекает, что средняя кинетическая энергия молекулы определяется формулой:

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT\,, \tag{25.2}$$

где $i = i_{\text{пост.}} + i_{\text{вращ.}} + 2i_{\text{колеб.}}$

### 25.2 *Внутренняя энергия идеального газа*

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, поэтому его внутренняя энергия складывается из кинетических энергий отдельных молекул:

$$U=<\varepsilon>N\,, \tag{25.3}$$

где $N$ – число молекул.

$<\varepsilon>$ – средняя кинетическая энергия одной молекулы.

Число молекул определяется выражением:

$$N = \frac{m}{M} N_A, \tag{25.4}$$

где $N_A$ – число Авогадро.
Заменив в (25.3) энергию молекулы по формуле (25.2) и число молекул по формуле (25.4), получим:

$$U = \frac{i}{2} kT \frac{m}{M} N_A. \tag{25.5}$$

Произведение постоянной Больцмана на число Авогадро даст молярную газовую постоянную: $kN_A = R$. Тогда

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} RT. \tag{25.6}$$

Из (25.6) следует, что ***внутренняя энергия идеального газа не зависит от давления и объема, а определяется природой газа и его температурой***. На практике важно знать изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \tag{25.7}$$

## §26 Первое начало термодинамики

Изменить внутреннюю энергию системы можно за счет совершения над телом работы $A'$ и передачи ему тепла $Q$.

***Тепло (Q) – энергия, переданная от одного тела к другому посредством теплопередачи.*** Тепло измеряется в джоулях.

Сообщение газу тепла не связано с перемещением внешних тел и, следовательно, не связано с совершением над газом макроскопической (т.е. относящейся ко всей совокупности молекул, из которых состоит тело) работы. Физическая природа теплопередачи заключается в том, что отдельные молекулы более нагретого тела совершают положительную работу над отдельными молекулами менее нагретого тела. Это обуславливает передачу энергии от тела к телу в виде тепла.

Из закона сохранения энергии следует, что

$$Q = \Delta U + A, \tag{26.1}$$

где $A = -A'$ – работа, которую совершает система над внешними телами. Этот закон в термодинамике называется первым началом термодинамики. Формулируется он следующим образом:

***Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.***

Первое начало можно также формулировать следующим образом:

***Невозможен вечный двигатель первого рода, то есть такой периодически действующий двигатель, который совершал бы работу в большем количестве, чем полученная им извне энергия.***

Для элементарного процесса первое начало термодинамики записывается в виде:

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{26.2}$$

где $dU$ – элементарно малое приращение внутренней энергии.

Как уже указывалось, внутренняя энергия является функцией состояния, поэтому можно говорить о ее запасе в каждом состоянии. Это означает, что $dU$ есть полный дифференциал. Следовательно, интеграл

$$\int_1^2 dU = U_2 - U_1$$

не зависит от пути, по которому осуществляется интегрирование. Здесь $U_1$ – внутренняя энергия в состоянии 1, $U_2$ – внутренняя энергия в состоянии 2.

Тепло $Q$ и работа $A$ не являются функциями состояния, т.е. нельзя говорить о запасе тепла или работы, которыми обладает тело в различных состояниях. Это означает, что $\delta Q$ и $\delta A$ не являются полными дифференциалами. Интегралы

$$\int_1^2 \delta Q = Q_{12} \qquad \text{и} \qquad \int_1^2 \delta A = A_{12}$$

зависят от пути, по которому производилось интегрирование, т.е. $Q$ и $A$ являются функциями процесса. $A_{12}$ – это работа, совершаемая телом в ходе процесса 1-2; $Q_{12}$ – количество тепла, полученное телом в ходе того же процесса.

## §27 Теплоемкость

1. ***Теплоемкость тела – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на один кельвин***.

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}. \tag{27.1}$$

$$[C_{\text{тела}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

2. ***Удельная теплоемкость – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на один кельвин***.

$$c = \frac{\delta Q}{m\,dT}. \tag{27.2}$$

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

3. ***Молярная теплоемкость – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один кельвин***.

$$C = \frac{\delta Q}{\nu\, dT}. \tag{27.3}$$

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением:

$$c = \frac{C}{M}, \tag{27.4}$$

где $M$ – молярная масса.

Теплоемкость газов зависит от условий, при которых производилось нагревание тела. Если нагревание производилось при постоянном объеме, то теплоемкость называется теплоемкостью при постоянном объеме и обозначается $C_V$. Если нагревание производилось при постоянном давлении, то теплоемкость называется теплоемкостью при постоянном давлении и обозначается $C_P$.

## §28 Тепловые машины

### 28.1 *Круговые процессы (циклы)*

В технической термодинамике, исследующей термодинамические процессы в тепловых машинах, часто применяют метод циклов.

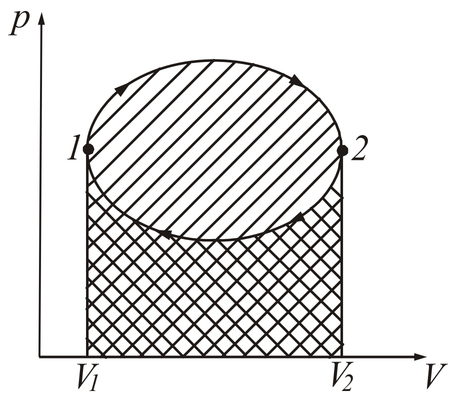



Рисунок 28.1

***Круговым процессом*** (или ***циклом***) называется такой процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние. На графике (рис. 28.1) цикл изображается замкнутой кривой. На участке 1–2 (расширение от объема $V_1$ до объема $V_2$) работа положительна и равна площади, отмеченной наклоненной вправо штриховкой. На участке 2–1 (сжатие от $V_2$ до $V_1$) работа отрицательна и равна площади, отмеченной наклоненной влево штриховкой. Следовательно, работа за цикл численно равна площади, охватываемой кривой.

После совершения цикла система возвращается в исходное состояние, поэтому изменение внутренней энергии системы равно нулю.

Эффективность циклов зависит от характера термодинамических процессов, образующих конкретный цикл. Очевидно, что при прочих равных условиях наибольшая эффективность будет наблюдаться у тех циклов, у которых все процессы являются обратимыми. Циклы, состоящие из обратимых процессов, являются обратимыми. Соответственно, если цикл состоит из необратимых процессов, то он называется необратимым.

### 28.2 *Тепловая машина. Кпд тепловой машины*

***Тепловая машина*** – это периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла.

Принципиальная схема теплового двигателя дана на рис. 28.2. ***Рабочим телом*** называется термодинамическая система, совершающая круговой процесс и обменивающаяся энергией с другими телами. Обычно таким рабочим телом является газ.

Сначала газ приводят в контакт с нагревателем, т.е. телом, температура которого $T_1$ выше температуры газа. Газ получит от нагревателя тепло $Q_1$ и расширится от объема $V_1$ до объема $V_2$. Затем газ надо сжать до объема $V_1$, т.е. вернуть его в исходное состояние. Для этого его приводят в контакт с холодильником, т.е. телом, температура которого $T_2$ ниже температуры газа. При этом газ отдает холодильнику тепло $Q_2$.

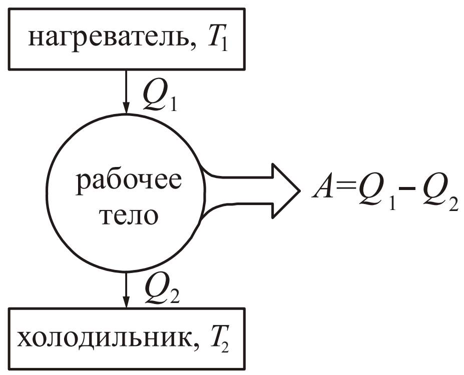



Рисунок 28.2

Совершаемая работа

$$A = Q_1 - Q_2, \tag{28.1}$$

так как изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю.

Чем полнее тепловая машина превращает получаемое извне тепло $Q_1$ в полезную работу $A$, тем она выгоднее. Поэтому тепловую машину принято характеризовать ***коэффициентом полезного действия*** (кпд). Кпд равен отношению совершаемой за один цикл работы $A$ к получаемому от нагревателя за цикл количеству тепла $Q_1$:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \tag{28.2}$$

С учетом формулы (28.1) выражение для кпд можно записать в виде:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \tag{28.3}$$

Из определения кпд следует, что он не может быть больше единицы.

### 28.3 *Цикл Карно*

***Цикл Карно*** – это обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Напоминаем, что изотермический процесс – это процесс, происходящий при постоянной температуре, адиабатный – это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Этот цикл впервые введен в рассмотрение французским инженером Сади Карно*. Если рабочим телом является идеальный газ, то цикл Карно имеет вид, изображенный на рис. 28.3.

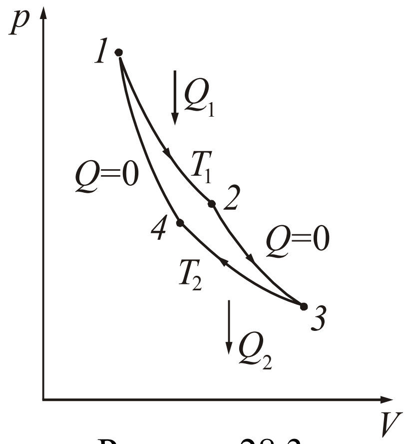


Рисунок 28.3

В процессе 1–2 газ находится в тепловом контакте и равновесии с нагревателем (теплоотдатчиком). Температура нагревателя $T_1$. От нагревателя газ получит тепло $Q_1$ ($Q_1$ >0). Температура нагревателя при этом не изменится. В процессе 2–3 газ теплоизолируется, и работа по его расширению происходит за счет изменения внутренней энергии. В процессе 3–4 газ приводится в контакт с холодильником (теплоприемником), температура которого $T_2$ не меняется ($T_2 < T_1$). При этом газ сжимается и передает холодильнику тепло $Q_2$.

В процессе 4–1 газ снова теплоизолируется и сжимается до первоначального состояния 1.

Кпд цикла Карно определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (28.4)$$

Из (28.4) следует, что ***кпд всех обратимых машин, работающих при одних и тех же температурах нагревателя и холодильника, одинаков и определяется только температурами нагревателя и холодильника и не зависит от природы рабочего тела.***

Это утверждение называется ***теоремой Карно***. Из (28.4) следует, что для увеличения кпд тепловой машины необходимо увеличивать температуру нагревателя и уменьшать температуру холодильника.

Кпд необратимой машины всегда меньше, чем кпд обратимой машины, работающей с тем же нагревателем и холодильником.

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (28.5)$$

Знак равенства относится к обратимым машинам, знак неравенства – к необратимым.

Кпд обратимой машины является наибольшим из всех возможных при данных условиях. Но осуществить реально такой цикл невозможно. Во-первых, все процессы в такой машине должны происходить бесконечно медленно, а во-вторых, в реальных машинах мы имеем дело с необратимыми потерями тепла.

*Карно Никола Сади (1796–1832), французский физик и инженер.

## §29 Второе начало термодинамики

### 29.1 *Термодинамические формулировки второго начала термодинамики*

Второе начало термодинамики определяет возможные направления процессов превращения энергии из одного вида в другой. Также как и первое начало, оно имеет несколько формулировок.

***Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы передача тепла от менее нагретого тела к более нагретому.***

Это не означает, что второе начало вообще запрещает переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому. Такой переход возможен, но он не будет единственным результатом процесса. Это значит, что одновременно произойдут изменения в окружающих телах, так как для осуществления этого перехода над системой должна совершиться работа.

***Невозможен такой процесс, единственным конечным результатом которого явилось бы отнятие от какого-то тела некоторого количества теплоты и превращение этой теплоты полностью в работу.***

Рассмотрим, например, расширение газа при постоянной температуре. По первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$. Температура газа не меняется, значит $\Delta T = 0$. Из соотношения (25.7) следует, что изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$. Получается, что все полученное тепло перешло в работу: $Q = A$. Но получение тепла и превращение его в работу не единственный конечный результат процесса. Кроме того, в результате изотермического процесса происходит изменение объема газа.

Первое начало допускает построение периодически действующего двигателя, совершающего работу за счет охлаждения одного источника тепла. Периодически действующий двигатель, который основан на первом начале термодинамики и совершает работу за счет охлаждения одного источника тепла (например, внутренней энергии больших водоемов), называется ***вечным двигателем второго рода***. Обобщение огромного экспериментального материала привело к выводу о том, что построение такого двигателя невозможно. Следующая формулировка второго начала термодинамики утверждает невозможность создания такого двигателя.

***Невозможен вечный двигатель второго рода, то есть периодически действующий двигатель, который получал бы теплоту от одного резервуара и превращал бы ее полностью в работу.***

Из второго начала термодинамики следует неравноценность работы и тепла как двух форм передачи энергии. Переход энергии упорядоченного движения тела как целого в хаотическое движение его частиц является необратимым процессом (при движении тела под действием силы трения его кинетическая энергия переходит во внутреннюю). Переход неупорядоченного движения частиц тела в упорядоченное движение тела как целого требует, чтобы одновременно происходил какой-либо компенсирующий процесс.

### 29.2 *Приведенное количество тепла. Энтропия*

Чтобы определить возможные направления процессов, необходимо ввести физическую величину, которая количественно охарактеризовала бы эту возможность. Исследуя превращения тепла в работу, Клаузиус* ввел такую термодинамическую функцию и назвал ее ***энтропия***. В переводе с греческого это слово обозначает «одностороннее направление».

В §28 было показано, что кпд необратимой машины всегда меньше, чем кпд обратимой, работающей с тем же нагревателем и холодильником:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Слева стоит общее определение кпд, пригодное для любой машины, справа – кпд обратимой машины. Это соотношение справедливо для любой системы тел, совершающей обратимый (знак равенства) или необратимый (знак неравенства) цикл, независимо от того, сколько раз этот цикл повторяется.

Из записанного соотношения вытекает следующее:

$$\frac{Q_2}{Q_1} \ge \frac{T_2}{T_1}.$$

Умножив обе части неравенства на $\dfrac{Q_1}{T_2}$, получим:

$$\frac{Q_2}{T_2} \ge \frac{Q_1}{T_1} \qquad \text{или}$$

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \le 0. \qquad (29.1)$$

$Q_2$ – это тепло, отдаваемое системой. Изменим неравенство (29.1) так, чтобы оно содержало только тепло, получаемое от других тел. Введем тепло $Q_2' = -Q_2$, т.е. будем рассматривать алгебраическую сумму отношений $\dfrac{Q}{T}$.

Неравенство (29.1) примет следующий окончательный вид:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} \le 0\ . \qquad (29.2)$$

Отношение количества тепла, полученного системой от какого-либо тела, к температуре этого тела, называется ***приведенным количеством тепла***. Неравенство (29.2) называется ***неравенством Клаузиуса***. Читается оно так:

***Если какая-то система совершает цикл, в ходе которого вступает в теплообмен с двумя резервуарами (другими телами), температуры которых постоянны, то сумма приведенных количеств тепла равна нулю, если цикл обратим, и меньше нуля, если цикл необратим.***

*Клаузиус Рудольф Юмус Эмануэль (1822–1888), немецкий физик-теоретик.

Если тел несколько, то в общем случае должно выполниться условие:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \le 0\,, \tag{29.3}$$

где интеграл берется по всему циклу.

Можно показать, что сумма приведенных количеств тепла, полученных системой при обратимом переходе из одного (начального) состояния в другое (конечное), не зависит от пути, по которому осуществлялся переход, а зависит только от начального и конечного состояний.

Независимость суммы $\sum\limits_{1\to 2}\frac{\Delta Q_{\text{обр}}}{T}$ от пути, по которому совершается обратимый переход из состояния 1 в состояние 2, позволяет утверждать, что при обратимом процессе $\frac{\Delta Q}{T}$ представляет собой приращение некоторой функции состояния (напоминаем, что подробно функции состояния и функции процесса мы рассматривали в §26). Эта функция называется ***энтропией***. Обозначают ее буквой $S$. Таким образом

$$\frac{\Delta Q_{\text{обр}}}{T} = \Delta S\,. \tag{29.4}$$

***Энтропия (S) – скалярная физическая величина, являющаяся функцией состояния системы, элементарное изменение которой при переходе системы из одного состояния в другое определяется соотношением:***

$$dS = \frac{\delta Q}{T}\,. \tag{29.5}$$

Поскольку энтропия – функция состояния, сумма $\frac{\Delta Q}{T}$ должна быть равна разности значений энтропии в конечном и начальном состояниях:

$$\sum_{1\to 2}\frac{\Delta Q_{\text{обр}}}{T} = S_2 - S_1\,.$$

Более строго, сумма должна быть заменена интегралом

$$\int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{обр}}}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1\,. \tag{29.6}$$

Энтропия величина аддитивная. Это значит, что энтропия системы равна сумме энтропий отдельных ее частей.

Клаузиусом были сформулированы следующие свойства энтропии изолированной (замкнутой) системы:

1. Энтропия замкнутой системы остается постоянной, если в системе протекает обратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{обр}} = 0$$

2. Энтропия замкнутой системы возрастает, если в системе протекает необратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0$$

Данные свойства являются статистической формулировкой второго начала термодинамики. Их можно обобщить:

***Энтропия изолированной системы при любых происходящих в ней процессах не убывает.***

$$\Delta S \geq 0. \tag{29.7}$$

Знак «=» относится к обратимому процессу, знак «>» – к необратимому.

### 29.3 *Энтропия и вероятность*

Л. Больцман дал статистическое толкование понятия «энтропия». С одной стороны, энтропия изолированной системы не может убывать. С другой стороны, система, предоставленная самой себе, будет переходить из менее вероятных состояний в более вероятные. Попав в более вероятное состояние, система будет находиться в нем неограниченно долго.

Таким образом, энтропия и вероятность ведут себя одинаково: они могут самопроизвольно либо возрастать, либо оставаться неизменными. Больцман показал, что энтропия и вероятность состояния системы связаны следующим образом:

$$S = k \log W, \tag{29.8}$$

где $k$ – постоянная Больцмана;

$W$ – термодинамическая вероятность состояния системы.

***Термодинамическая вероятность (W) – число различных способов, которыми реализуется данное состояние.***

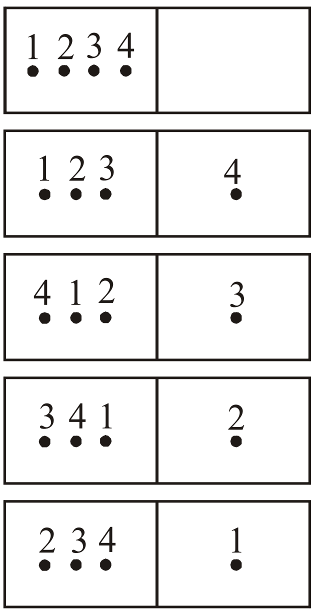



Рисунок 29.1

Чтобы понять смысл величины $W$, рассмотрим следующие примеры (рис. 29.1):

1. В первой ячейке 4 молекулы, во второй их нет. Данное состояние можно осуществить только одним способом. Значит, термодинамическая вероятность $W$=1.

2. В первой ячейке должно быть три молекулы, во второй – одна. Данное состояние можно осуществить четырьмя способами. Значит термодинамическая вероятность $W$=4.

Обратите внимание на то, что математическая вероятность, которую называют просто вероятностью, выражается дробным числом и не может быть больше 1. Термодинамическая вероятность выражается целым, как правило, очень большим, числом.

Таким образом, можно дать статистическое определение энтропии.

***Энтропия – скалярная физическая величина, равная произведению постоянной Больцмана на логарифм термодинамической вероятности.***

Термодинамическая вероятность $W$ служит мерой беспорядка, т.е. количественно определяет степень неупорядоченности системы. Все естественные самопроизвольные процессы – это переход от порядка к беспорядку, который связан с тепловым движением частиц. Это означает, что система самопроизвольно стремится в состояние с бóльшей термодинамической вероятностью. Следовательно, правая часть формулы (29.8) описывает мир атомов, поведение которых определяет механизм происходящих в системе изменений.

Энтропия, как термодинамическая величина, описывает эти происходящие изменения. Таким образом, формула Больцмана связывает доступные для наблюдения изменения, происходящие в системе, и поведение атомов, обусловивших эти изменения.

### 29.4 *Границы применимости второго начала термодинамики*

Второе начало термодинамики, будучи статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему. Если система состоит из небольшого числа частиц, то будут наблюдаться отклонения от второго начала.

Второе начало, установленное для замкнутых систем на Земле, нельзя распространять на всю Вселенную. Такое распространение приводит к неправильному, с физической и философской точек зрения, выводу о том, что температура всех тел во Вселенной должна выровняться. В действительности, в связи с ее бесконечностью, Вселенная является незамкнутой системой, и в некоторых ее частях неизбежны флуктуации (отклонения), нарушающие тепловое равновесие.

## §30 Термодинамическое описание процессов в идеальных газах

Термодинамические процессы, происходящие в системе с постоянной массой при каком-либо одном постоянном параметре, называются **изопроцессами**.

### 30.1 *Изохорный процесс*

***Изохорный процесс*** происходит при постоянном объёме, т.е. $V = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 30.1). Описывается ***законом Шарля****:

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \tag{30.1}$$

Для двух состояний уравнение (30.1) запишется в виде

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

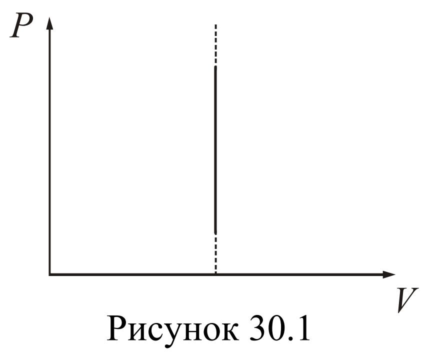



Рисунок 30.1

Сформулируем первое начало термодинамики для изохорного процесса. Согласно (26.2):

*Шарль Жак Александр Сезар (1746–1823), французский физик и изобретатель.

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Так как $V = \text{const}$, то $dV = 0$. Элементарная работа $\delta A = p\,dV = 0$. Следовательно,

$$\delta Q = dU. \qquad (30.2)$$

Для конечных величин

$$Q = \Delta U. \qquad (30.3)$$

***При изохорном процессе количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии.***

Найдем молярную теплоемкость при $V = \text{const}$.

$$C_V = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2}R\nu dT}{\nu dT} = \frac{i}{2}R,$$

Окончательно имеем:

$$C_V = \frac{i}{2}R. \qquad (30.4)$$

Тогда $\quad dU = \nu C_V dT \quad$ или $\quad \Delta U = \nu C_V \Delta T. \qquad (30.5)$

Вычислим изменение энтропии.

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\nu C_V dT}{T} = \nu C_V \ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = \nu C_V \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Окончательно: $\quad \Delta S = \dfrac{m}{M} C_V \ln\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{m}{M} C_V \ln\dfrac{p_2}{p_1}. \qquad (30.6)$

## 30.2 *Изобарный процесс*

***Изобарный процесс*** происходит при постоянном давлении, т.е. $p = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 30.2). Описывается ***законом Гей-Люссака****:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \qquad (30.7)$$

Для двух состояний уравнение (30.7) запишется в виде

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

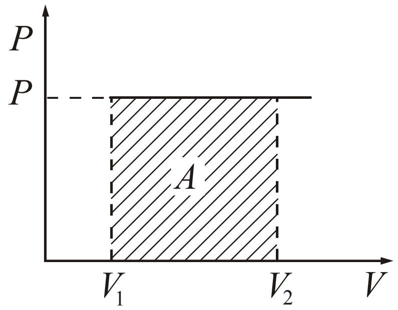


Рисунок 30.2

Запишем первое начало термодинамики для изобарного процесса:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

*Гей-Люссак Жозеф Луи (1778–1850), французский физик и химик.

Для конечных величин:

$$Q = \Delta U + A. \tag{30.8}$$

***При изобарном процессе количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии и совершение системой работы над внешними телами.***

Найдем работу, которая совершается системой при изобарном процессе.

$$\delta A = p\,dV\,,$$

$$A = \int_1^2 p dV = p(V_2 - V_1). \tag{30.9}$$

Работа численно равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 30.2).

Найдем молярную теплоемкость при $p = \text{const}$.

$$C_p = \frac{\delta Q_p}{\nu\,dT} = \frac{dU}{\nu\,dT} + \frac{\delta A}{\nu\,dT} = \frac{\nu\,C_V dT}{\nu\,dT} + \frac{pdV}{\nu\,dT}.$$

Далее используем уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона). При $p = \text{const}$

$$pdV = \nu\,RdT\,.$$

Сделав замену и произведя сокращения, получим:

$$C_p = C_V + \frac{\nu RdT}{\nu\,dT},$$

$$C_p = C_V + R\,. \tag{30.10}$$

Полученное выражение называют ***уравнением Майера****. Выразим молярную теплоемкость при постоянном давлении через число степеней свободы. Для этого заменим в (30.10) $C_V$ по формуле (30.4) и получим:

$$C_p = \frac{(i+2)}{2}R\,. \tag{30.11}$$

Вычислим изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\nu C_p dT}{T} = \nu C_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \nu C_p \ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1},$$

Окончательно:

$$\Delta S = \nu\,C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu\,C_p \ln \frac{V_2}{V_1}\,. \tag{30.12}$$

*Майер Юлиус Роберт (1814–1878), немецкий врач.

### 30.3 *Изотермический процесс*

***Изотермический процесс*** происходит при постоянной температуре, т.е. $T = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 30.3). Описывается **законом *Бойля** – **Мариотта****:

$$pV = \text{const}. \qquad (30.13)$$

Для двух состояний уравнение (30.13) запишется в виде

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

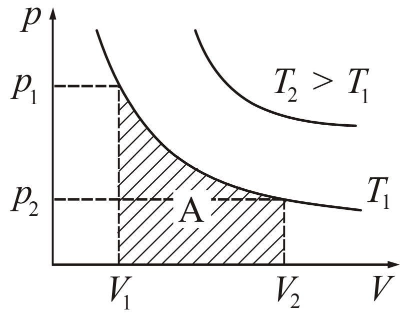



Рисунок 30.3

Сформулируем первое начало термодинамики для изотермического процесса:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Так как $T = \text{const}$, то $dT = 0$. Изменение внутренней энергии $dU = \nu C_V dT = 0$.

Следовательно,

$$\delta Q = \delta A.$$

Для конечных величин:

$$Q = A. \qquad (30.14)$$

***При изотермическом процессе количество тепла, сообщенное системе, идет на совершение системой работы над внешними телами***.

Найдем работу, которая совершается системой при изотермическом процессе:

$$\delta A = p\,dV.$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона выразим давление:

$$p = \frac{\nu RT}{V}.$$

Сделав замену, получим

$$A = \int_1^2 p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Окончательно:

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \qquad (30.15)$$

Найдем молярную теплоемкость при $T = \text{const}$

$$C_T = \frac{\delta Q_T}{\nu dT} = \infty. \qquad (30.16)$$

*Бойль Роберт (1627–1691), английский химик и физик.
*Мариотт Эдм (1620–1684), французский физик и физиолог.

Это означает, что понятие теплоемкости при изотермическом процессе смысла не имеет.

Рассчитаем изменение энтропии

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 \delta Q = \frac{Q_{12}}{T}.$$

Так как $Q = A$, то

$$\Delta S = \nu R \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln\frac{p_1}{p_2}. \qquad (30.17)$$

### 30.4 *Адиабатный процесс*

***Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой.*** Это означает, что $\delta Q = 0$, т.е. $Q = 0$. Адиабатный процесс описывается следующим уравнением:

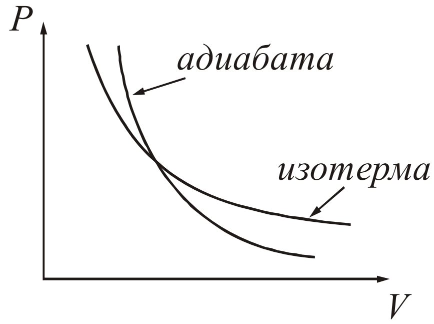



Рисунок 30.4

$$pV^{\gamma} = \text{const}. \qquad (30.18)$$

Для двух состояний оно записывается в следующем виде:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}. \qquad (30.19)$$

Соотношение (30.18) называется ***уравнением Пуассона****.

Буквой $\gamma$ обозначают величину, называемую ***показателем адиабаты***. Показатель адиабаты равен отношению молярной теплоемкости при постоянном давлении к молярной теплоемкости при постоянном объеме:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma. \qquad (30.20)$$

Показатель адиабаты можно рассчитывать через число степеней свободы:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{(i+2)2R}{2iR} = \frac{i+2}{i}. \qquad (30.21)$$

Можно перейти к уравнению адиабаты в переменных $T$ и $V$. Для этого надо заменить давление $p$ в (30.18), выразив его из уравнения Менделеева – Клапейрона. В результате получится следующее уравнение (постоянные $\nu$ и $R$ вошли в константу):

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \qquad (30.22)$$

*Пуассон Симеон Дени (1781–1840), французский математик и физик.

Для двух состояний:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} .$$

Сравнительные диаграммы изотермы и адиабаты приведены на рис. 30.4.

Количество тепла, которым обменивается тело с внешней средой, будет тем меньше, чем быстрее протекает процесс. Следовательно, близкими к адиабатному, могут быть достаточно быстро протекающие процессы.

Первое начало для адиабатного процесса будет иметь вид:

$$dU + \delta A = 0 ,$$

$$\delta A = -dU .$$

Для конечных величин:

$$A = -\Delta U . \tag{30.23}$$

***При адиабатном процессе работа совершается за счет убыли внутренней энергии.***

Если $dV > 0$, $dU < 0$, газ охлаждается.
Если $dV < 0$, $dU > 0$, газ нагревается.

Молярная теплоемкость газа при адиабатном процессе равна нулю:

$$C_{\text{ад}} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = 0 , \qquad \text{так как} \qquad \delta Q = 0 .$$

Найдем работу, совершаемую газом, при адиабатном процессе:

$$\delta A = -dU , \qquad dU = \nu C_V dT .$$

Окончательно:

$$A = -\int_{T_1}^{T_2} \nu C_V dT = -\nu C_V \left(T_2 - T_1\right) = \nu C_V \left(T_1 - T_2\right). \tag{30.24}$$

Сделав замену с использованием уравнения Менделеева – Клапейрона, получим еще одну формулу для расчета работы:

$$A = \frac{C_V}{R}(p_1 V_1 - p_2 V_2). \tag{30.25}$$

Рассчитаем изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0 , \qquad \text{так как} \qquad \delta Q = 0 .$$

Если $\Delta S = 0$, то $S = \text{const}$ (для обратимого процесса). Так как значение энтропии $S$ для обратимого адиабатного процесса остается постоянным, то его также называют ***изоэнтропийным***.

# Глава 8. Реальные газы и жидкости

## §31 Реальные газы

### 31.1. *Силы межмолекулярного взаимодействия*

***Реальным называется газ, между молекулами которого действуют силы межмолекулярного взаимодействия.*** Законы идеальных газов, примененные к реальным газам, выполняются очень приближенно. Отступления от них носят как количественный, так и качественный характер. Качественное отступление проявляется в том, что реальные газы могут быть переведены в жидкое и твердое состояние, а идеальные – нет. Количественное отступление заключается в том, что уравнение состояния $pV = \nu RT$ соблюдается для реальных газов приближенно.

Во всех телах (твердых, жидких, газообразных) молекулы ***взаимодействуют*** друг с другом. Тот факт, что свойства разреженных газов близки к свойствам идеальных газов, говорит о том, что силы взаимодействия между молекулами зависят от расстояния между ними. Опыт показывает, что при расстояниях больше $10^{-9}$ м межмолекулярным взаимодействием можно пренебречь.

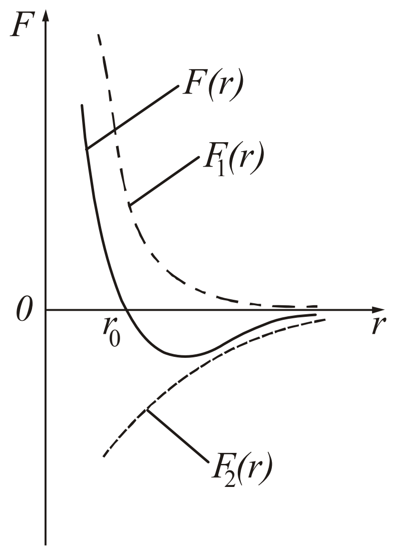



Рисунок 31.1

Способность твердых тел сопротивляться растяжению говорит о том, что между молекулами действуют силы ***взаимного притяжения***. Малая сжимаемость сильно уплотненных газов, а также способность твердых и жидких тел сопротивляться сжатию, указывают на то, что между молекулами также действуют силы ***взаимного отталкивания***. Существенным является то, что ***эти силы действуют одновременно***. Иначе тела не были бы устойчивыми: молекулы или разлетались бы в разные стороны, или «слипались» бы. На очень близких расстояниях преобладают силы отталкивания, на более далеких – силы взаимного притяжения. Примерный характер зависимости сил от расстояния $r$ между взаимодействующими молекулами показан на рис. 31.1.

Силы отталкивания $F_1(r)$ условлено считать положительными, силы притяжения $F_2(r)$ – отрицательными. $F(r)$ – результирующая этих сил. Из графика видно, что существует некоторое расстояние $r=r_0$, при котором силы уравновешивают друг друга, т.е. $F_1=F_2$. При $r<r_0$ преобладают силы отталкивания, при $r>r_0$ – силы притяжения.

Силы межмолекулярного взаимодействия являются консервативными, поэтому молекулы обладают ***взаимной потенциальной энергией***. График зависимости потенциальной энергии от расстояния для двух молекул представлен на рис. 31.2. Предполагается, что взаимная потенциальная энергия молекул, отстоящих друг от друга на бесконечно большом расстоянии, равна нулю. Расстоянию $r_0$ соответствует минимум потенциальной энергии и равновесное состояние. На этом расстоянии располагались бы молекулы в отсутствие теплового движения т.е. при температуре $T$=0. Величина $\varepsilon_{п_{min}}$ определяет абсолютную величину той работы, которую необходимо совершить против сил притяжения, чтобы молекулы из положения равновесия смогли удалиться на сколь угодно большие расстояния друг от друга.

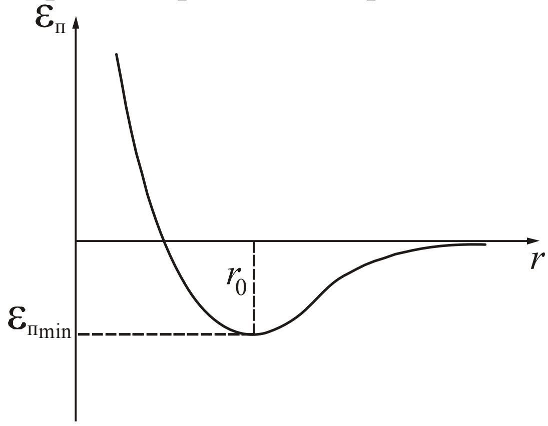


Рисунок 31.2

Величина минимальной потенциальной энергии взаимодействия молекул является критерием для различных агрегатных состояний вещества. Если выполняется условие $\left|\varepsilon_{п_{min}}\right| << kT$, то вещество находится в газообразном состоянии. При условии $\left|\varepsilon_{п_{min}}\right| >> kT$ осуществляется твердое состояние. Условие $\left|\varepsilon_{п_{min}}\right| \approx kT$ соответствует жидкому состоянию. Напоминаем, что $kT$ – это удвоенная средняя энергия, приходящаяся на одну степень теплового движения молекул (см. п. 25.1).

## 31.2 *Уравнение Ван-дер-Ваальса*

Из большого числа уравнений, предложенных для описания реальных газов, самым простым и вместе с тем дающим достаточно хорошие результаты, оказалось ***уравнение Ван-дер-Ваальса****. Это уравнение получено путем внесения поправок в уравнение состояния идеального газа и имеет следующий вид:

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{M}b\right) = \frac{m}{M}RT, \tag{31.1}$$

где $p$ – давление, оказываемое на газ извне (равное давлению газа на стенки сосуда); $a$ и $b$ – постоянные Ван-дер-Ваальса, имеющие для разных газов различные значения и определяемые опытным путем. Таким образом, постоянные Ван-дер-Ваальса характеризуют индивидуальные особенности реальных газов.

$$[a] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2},$$

$$[b] = \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

*Ван-дер-Ваальс Иоханнес Дидерик (1837–1923), нидерландский физик, лауреат Нобелевской премии 1910 г.

Поправка $\frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}$ характеризует добавку к внешнему давлению, обусловленную взаимодействием между молекулами. Из-за притяжения молекул друг к другу газ как бы сжимает сам себя. Если бы взаимодействие между молекулами прекратилось, то для того, чтобы удержать газ в пределах того же объема, понадобилось бы увеличить внешнее давление на величину, равную этой поправке.

Поправка $\frac{m}{M}b$ характеризует ту часть объема, которая недоступна для движения молекул, так как молекулы обладают собственными размерами. Можно показать, что эта поправка равна учетверенному объему молекул, содержащихся в данном объеме $V$.

На рис. 31.3 представлены изотермы реального газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, при различных температурах: $T' < T'' < T_{\text{кр}} < T'''$.

При температуре $T'$ и давлениях в пределах от $p_1'$ до $p_2'$ уравнение (31.1) имеет три вещественных корня: $V_1'$, $V_2'$, $V_3'$. При повышении температуры (сравните изотермы $T'$ и $T''$) различие между корнями уменьшается. При некоторой температуре $T_{\text{кр}}$ все три точки, соответствующие решению уравнения (31.1), сливаются в одну точку К. Точка К называется ***критической***. Соответствующие критической точке температура $T_{\text{кр}}$, давление $p_{\text{кр}}$, объем $V_{\text{кр}}$ называются ***критическими параметрами***. По известным постоянным Ван-дер-Ваальса $a$ и $b$ можно рассчитать значения критических параметров:

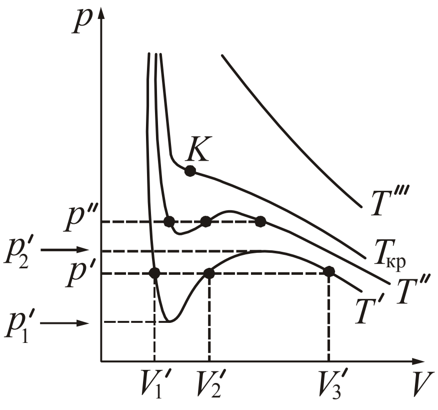



Рисунок 31.3

$$T_{\text{кр}} = \frac{8}{27}\frac{a}{bR} \tag{31.2}$$

$$p_{\text{кр}} = \frac{1}{27}\frac{a}{b^2} \tag{31.3}$$

$$V_{\text{кр}} = 3b \tag{31.4}$$

Изотерма, снятая при $T_{\text{кр}}$ называется критической изотермой.

## 31.3 *Экспериментальные изотермы*

Первые экспериментальные изотермы были получены Эндрюсом*. Он исследовал зависимость объема одного моля углекислого газа от давления. В результате эксперимента была получена кривая, изображенная на рис. 31.4. Вначале с уменьшением объема давление газа растет, подчиняясь уравнению Ван-дер-Ваальса. Начиная с объема $V_{\text{г}}$, изотерма перестает следовать уравнению (31.1): давление перестает расти с уменьшением объема (горизонтальный

*Эндрюс Томас (1813–1885), шотландский химик и физик.

участок изотермы). Само вещество при этом перестает быть однородным: часть газа конденсируется в жидкость. Иначе говоря, вещество расслоилось на две фазы: жидкую и газообразную. ***Фазой*** в термодинамике называют часть системы, обладающей одинаковым химическим составом и находящуюся в одном состоянии.

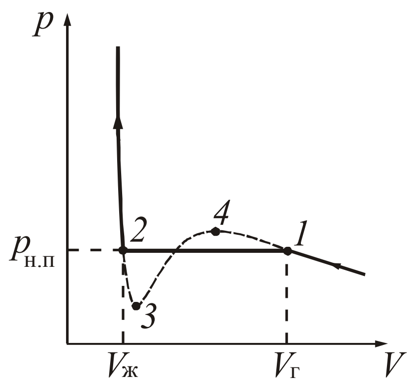



Рисунок 31.4

По мере уменьшения давления все большая часть вещества переходит в жидкую фазу. Давление при этом не изменяется и равно $p_{н.п.}$. При достижении объема $V_ж$ конденсация заканчивается. Дальнейшее уменьшение объема приводит к резкому росту давления. Ход изотермы на этом участке соответствует уравнению (31.1). Вещество на этом участке будет однородным, но это уже не газ, а жидкость.

Сопоставление экспериментальной изотермы с изотермой Ван-дер-Ваальса показывает, что они хорошо совпадают на участках, которые отвечают однофазным состояниям вещества и не совпадают на участке двухфазного состояния.

В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы, наблюдается равновесие между жидкой и газообразной фазой вещества. Газ (пар), находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется ***насыщенным паром***. Давление $p_{н.п.}$, при котором существует равновесие при данной температуре, называется давлением насыщенного пара. $V_г$ – это объем, занимаемый газом, $V_ж$ – это объем, занимаемый жидкостью.

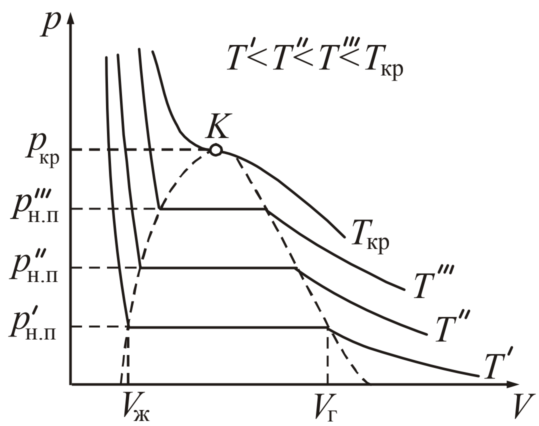



Рисунок 31.5

На рис. 31.5 приведены экспериментальные изотермы для нескольких температур. С повышением температуры горизонтальные участки уменьшаются. Это означает, что уменьшается разница между объемами $V_г$ и $V_ж$. При критической температуре $T_{кр}$ горизонтальный участок стягивается в точку. Это означает, что исчезает всякое различие между жидкостью и паром. При температуре выше критической понятие насыщенного пара теряет смысл.

Если соединить крайние точки горизонтальных участков изотермы, то получится кривая, которая делит диаграмму $pV$ на три части (рис. 31.6). Левая часть (ж) кривой соответствует жидкому состоянию, правая часть (п) – парообразному. Область под кривой (ж-п) соответствует двухфазному состоянию жидкость – пар. Любое состояние в области (п) отличается от остальных газообразных состояний тем, что при изотермическом сжатии вещество, находящееся в этом состоянии, сжижается. Если вещество находится в одном из состояний при температуре выше критической, то оно не может быть сжижено никаким сжатием (область г). Отметим, что разделение газообразного состояния на газ и пар не является общепринятым.

Обратимся еще раз к рис. 31.4. Волнообразный участок изотермы Ван-дер-Ваальса более точно описывает переход вещества из газообразного состояния в жидкое, чем горизонтальные участки экспериментальных изотерм. Состояния, соответствующие участкам 2-3 и 1-4 могут реализоваться, но только при определенных условиях, так как они являются неустойчивыми (метастабильными). Участок 1-4 соответствует состоянию ***пересыщенного пара***, возникающего при медленном изотермическом сжатии в отсутствии центров конденсации. Если такие центры (пылинки, ионы) вводятся в пересыщенный пар, то происходит быстрая конденсация.

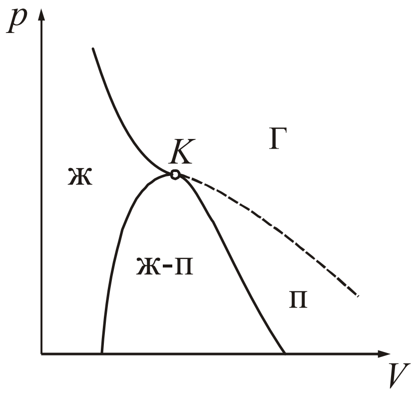



Рисунок 31.6

Участок 2-3 соответствует ***перегретой жидкости***, которую можно получить, если задержать начало кипения в точке 2. На участке 3-4 с ростом давления растет объем. Такие состояния вещества невозможны.

Таким образом, уравнение Ван-дер-Ваальса описывает не только газообразное состояние вещества, но и процесс перехода в жидкое состояние, и процесс сжатия жидкости.

## §32 Жидкое состояние

### 32.1 *Строение жидкостей*

***Жидкость – это агрегатное состояние вещества, промежуточное между газообразным и твердым***, поэтому она имеет свойства газообразных и твердых веществ. Как и твердые тела жидкости имеют определенный объем, а подобно газам, принимают форму сосуда, в котором находятся.

Исследования жидкостей при помощи рентгеновских лучей и другие экспериментальные данные показали наличие определенного порядка в размещении частиц – молекулы жидкости образуют нечто подобное кристаллической решетке (особенно при температурах, близких к точке отвердевания). В отличие от кристаллов в жидкостях этот порядок распространяется не на весь объем, а ограничивается областью, включающей несколько частиц вокруг данной. Поэтому говорят о ближнем порядке в расположении частиц жидкости и считают, что по структуре жидкости ближе к твердым телам, чем к газам.

Каждая молекула жидкости длительное время колеблется около определенного положения равновесия. Время от времени она изменяет это положение, перемещаясь на расстояние порядка размеров самих молекул. Этим объясняется текучесть жидкостей. Время колебаний молекулы вокруг положения равновесия называют ***временем ее оседлой жизни***. Оно зависит от рода жидкости и температуры. С повышением температуры частота скачкообразных перемещений возрастает, и время оседлой жизни становится меньше. Вследствие этого вязкость жидкостей уменьшается.

Существуют твердые тела, которые по своим свойствам оказываются ближе к жидкостям, чем к кристаллам. Их называют ***аморфными***. Переход от аморфного твердого тела к жидкости осуществляется непрерывно, а переход от кристалла к жидкости – скачком. Это значит, что кристаллы имеют фиксированную температуру плавления, а аморфные плавятся в определенном интервале температур. Аморфные твердые тела рассматриваются как переохлажденные жидкости, частицы которых имеют ограниченную подвижность. К числу аморфных тел относят стекло, смолы, битумы и т.п.

Жидкие кристаллы – это жидкости, обладающие анизотропией свойств (в частности, оптической), связанной с упорядоченностью в ориентации молекул. Благодаря сильной зависимости свойств жидких кристаллов от внешних воздействий они находят разнообразное применение в технике, например в системах обработки и отображения информации, в которых используются электрооптические свойства жидких кристаллов. Они применяются также в буквенно-цифровых индикаторах (электронные часы, микрокалькуляторы), в различного рода управляемых экранах, пространственно-временных транспарантах, в оптических затворах и других светоклапанных устройствах, в оптоэлектронных приборах. На основе жидких кристаллов разработаны плоские экраны телевизоров, мониторов. Свойство жидких кристаллов изменять цвет при изменении температуры используется в медицине (для определения участков тела с повышенной температурой) и в технике (визуализация инфракрасного излучения, контроль качества микроэлектронных схем и т. д.).

### 32.2 *Поверхностное натяжение*

Молекулы жидкости располагаются очень близко друг к другу, поэтому силы притяжения достигают значительной величины. Каждая молекула испытывает притяжение со стороны соседних с ней молекул. Если молекула находится внутри жидкости (рис. 32.1), то равнодействующая сил, действующих на нее, равна нулю. Иначе обстоит дело, если молекула находится в поверхностном слое жидкости. Плотность пара (или газа), с которым граничит жидкость, во много раз меньше плотности жидкости, поэтому равнодействующая сил, действующих со стороны молекул пара, тоже будет намного меньше, чем равнодействующая сил, действующих со стороны молекул жидкости. В результате, на каждую молекулу, находящуюся в приповерхностном слое будет действовать сила, направленная внутрь жидкости.

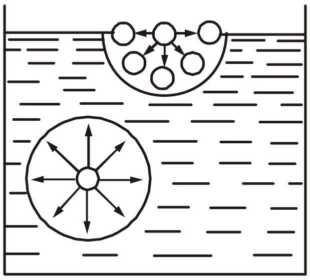


Рисунок 32.1

При переходе молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой над молекулой совершается действующими на нее в этом слое силами отрицательная работа. При этом кинетическая энергия молекулы уменьшается, превращаясь в потенциальную. Таким образом, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Поверхностный слой в целом обладает дополнительной энергией, которая входит составной частью во внутреннюю энергию жидкости.

Наличие этой дополнительной энергии приводит к тому, что жидкость стремится сократить свою поверхность. Жидкость ведет себя так, как если бы она была заключена в упругую растянутую пленку, стремящуюся сжаться. На самом деле никакой пленки нет, поверхностный слой состоит из тех же молекул, что и вся жидкость.

Выделим мысленно на поверхности жидкости участок, ограниченный замкнутым контуром длиной $l$. Стремление этого участка к сокращению приводит к тому, что он будет действовать на остальную часть поверхности с касательными к поверхности силами. Эти силы называются ***силами поверхностного натяжения***. Для количественной оценки силы поверхностного вводят величину, которую называют коэффициентом поверхностного натяжения (или поверхностным натяжением).

***Коэффициент поверхностного натяжения*** (α) ***– скалярная физическая величина, равная отношению модуля силы поверхностного натяжения F, действующей на границу поверхностного слоя длиной l, к этой длине***:

$$\alpha = \frac{F}{l}. \tag{32.1}$$

Для того, чтобы изменить площадь поверхностного слоя при постоянной температуре на величину $dS$, надо совершить работу

$$\delta A = \alpha\, dS , \tag{32.2}$$

где $\alpha$ – коэффициент поверхностного натяжения.

При изменении площади от $S_1$ до $S_2$ работа будет соответственно равна:

$$A = \alpha\left(S_2 - S_1\right). \tag{32.3}$$

При совершении работы $A$ энергия поверхностного слоя изменяется на величину $\Delta W_{\text{пов}}$:

$$A = \Delta W_{\text{пов}} = \alpha\left(S_2 - S_1\right) = \alpha\, \Delta S .$$

Отсюда:

$$\alpha = \frac{\Delta W_{\text{пов}}}{\Delta S}. \tag{32.4}$$

$$[\alpha] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Таким образом, можно дать еще одно определение коэффициента поверхностного натяжения.

***Коэффициент поверхностного натяжения – скалярная физическая величина, равная отношению изменения потенциальной энергии поверхностного слоя к изменению площади поверхности этого слоя.***

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от химического состава жидкости и от ее температуры. С увеличением температуры $\alpha$ уменьшается и обращается в нуль при критической температуре.

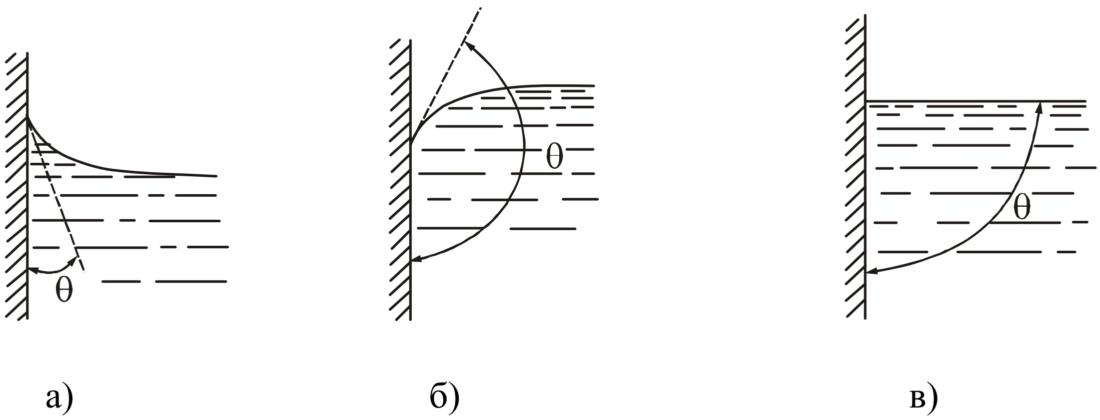
Поверхностное натяжение существенно зависит от примесей, имеющихся в жидкостях. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются ***поверхностно-активными веществами*** (ПАВ). Наиболее известным поверхностно-активным веществом относительно воды является мыло. Оно значительно уменьшает ее поверхностное натяжение (примерно с $7{,}5 \cdot 10^{-2}$до $4{,}5 \cdot 10^{-2}$ Н/м). Относительно воды поверхностно-активными являются эфиры, спирты, нефть т.д. С молекулярной точки зрения влияние поверхностно-активных веществ объясняется тем, что силы притяжения между молекулами жидкости больше, чем силы притяжения между молекулами жидкости и примеси. Молекулы жидкости в поверхностном слое с большей силой втягиваются внутрь жидкостей, чем молекулы примеси. В результате этого молекулы жидкости переходят с поверхностного слоя вглубь ее, а молекулы поверхностно-активного вещества вытесняются на поверхность.

Поверхностно-активные вещества применяются в качестве смачивателей, флотационных реагентов, пенообразователей, диспергаторов – понизителей твердости, пластифицирующих добавок, модификаторов кристаллизации и др.

## 32.3 *Смачивание*

Твердые тела, также как и жидкости обладают поверхностным натяжением. При рассмотрении явлений на границе раздела различных сред надо иметь в виду, что поверхностная энергия жидкости или твердого тела зависит не только от свойств данной жидкости или данного твердого тела, но и от свойств того вещества, с которым они граничат.

Если граничат друг с другом сразу три вещества: твердое, жидкое и газообразное, то вся система принимает конфигурацию, соответствующую минимуму суммарной потенциальной энергии. Это приводит к тому, что свободная




а) б) в)

Рисунок 32.2

поверхность жидкости искривляется на границе с твердым телом, и наблюдаются явления ***смачивания*** или ***несмачивания*** твердого тела жидкостью. Свободная поверхность жидкости, искривленная около стенок сосуда, называется ***мениском***. Для характеристики мениска вводится ***краевой угол*** $\theta$ между смоченной поверхностью стенки и мениском в точке их пересечения (рис. 32.2).

Если $\theta < \frac{\pi}{2}$ (см. рис. 32.2 а), то жидкость считается смачивающей стенку, если $\theta > \frac{\pi}{2}$ (рис. 32.2 б), то жидкость не смачивает стенку.

Смачивание (несмачивание) считается идеальным, если $\theta = 0$ ($\theta = \pi$). Отсутствию смачивания и несмачивания соответствует условие $\theta = \frac{\pi}{2}$ (рис. 32.2 в).

Смачивание жидкостью твердого тела объясняется тем, что взаимодействие между молекулами жидкости и твердого тела сильнее, чем взаимодействие между частицами жидкости. Когда жидкость не смачивает твердое тело, взаимное притяжение ее молекул больше, чем притяжение их к молекулам твердого тела.

Явление смачивания имеет большое практическое значение. В частности его используют для склеивания, пайки, окрашивания тел, смазки трущихся поверхностей и т.д.

Особенно широко применяется явление смачивания во флотационных процессах (обогащении руд ценной породой). В основу этих процессов положено изменение поверхностного натяжения жидкости различными примесями и неодинаковое смачивание ею разных твердых тел. Практически флотацию осуществляют так: горную породу, состоящую из крупиц руды ценного металла и пустой породы измельчают в порошок с размером частиц 0,1 – 0,001 мм. Этот порошок взбалтывают с водой, в которую добавляют немного масла. При этом образуется пена: пузырьки воздуха, окруженные пленкой масла, легко прилипают к смоченным маслом крупицам металлической руды, поднимая их вверх. Кусочки пустой породы, смоченные водой, оседают на дно отстойника. В результате руда металла отделяется от пустой породы.

Если извлекается несколько металлов из смеси руд, то, пользуясь флотацией, сначала отделяют руды от горной породы, а затем отделяют руду одного металла от другого. Для этого вводят в ванну такие поверхностно-активные вещества, которые изменяют силу поверхностного натяжения жидкости в ней так, что как можно большее количество пузырьков воздуха прилипает к крупицам руды одного металла, по сравнению с другим. Поэтому первые из них всплывают, а другие – тонут.

При механической обработке металлов, бурении скважин в горных породах их смачивают специальными жидкостями, что облегчает и ускоряет их обработку.

### **32.4. *Капиллярные явления***

Существование краевого угла приводит к тому, что в узкой трубке (***капилляре***) или в узком зазоре между двумя стенками искривляется вся свободная поверхность жидкости. Если капилляр погрузить одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то под искривленной поверхностью в капилляре давление будет отличаться от давления под плоской поверхностью в сосуде. В результате при смачивании капилляра уровень жидкости в нем будет выше, чем в сосуде, при несмачивании – ниже (рис. 32.3).

Разность уровней $h$ будет зависеть от радиуса капилляра и рода жидкости:

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g r}, \tag{32.1}$$

где $r$ – радиус капилляра; $\theta$ – краевой угол; $\rho$ – плотность жидкости; $\alpha$ – коэффициент поверхностного натяжения.

Капиллярность очень распространена в природе, технике, в быту и играет большую роль в разнообразных процессах. Поступление полезных веществ из почвы в растения происходит в основном благодаря капиллярности, так как ткани растений пронизаны огромным количеством узких каналов. Поднятие влаги с глубоких слоев почвы также обусловливается капиллярностью. Для сохранения в земле влаги капилляры следует разрушать, что достигается рыхлением почвы. Для усиления поступления влаги к поверхности почву укатывают, увеличивая этим количество капиллярных каналов.

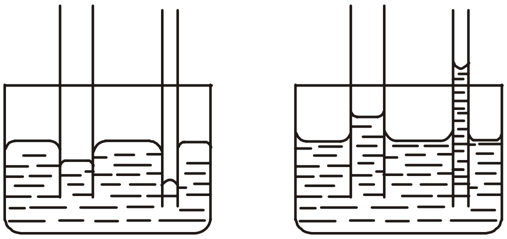


Рисунок 32.3

В строительной практике приходится учитывать возможность поднятия влаги капиллярными порами строительных материалов. Даже кирпич и бетон имеют широко разветвленную систему капилляров, по которым вода может подняться на значительную высоту, увлажняя стены зданий. Для защиты стен и фундаментов необходимо применять гидроизоляцию.

В быту применение полотенец, салфеток, ваты, марли, промокательной бумаги возможно только благодаря капиллярности.

# Глава 9. Явления переноса

## §33 Явления переноса

### 33.1 *Среднее число столкновений молекул в единицу времени. Средняя длина свободного пробега молекул*

Конечные размеры молекул и их огромная концентрация даже в газах при обычных условиях приводят к тому, что молекулы непрерывно сталкиваются друг с другом. Рассчитаем среднее число столкновений, которое испытывает молекула за единицу времени в однородном газе.

Минимальное расстояние $d$, на которое сближаются при столкновении центры молекул, называют ***эффективным диаметром молекулы*** (рис. 33.1). Площадь круга радиусом $d$ называется эффективным сечением молекулы:

$$\sigma = \pi d^2.$$

Предположим, что все молекулы неподвижны, а одна движется со средней арифметической скоростью $<v>$. При движении молекула сталкивается со всеми молекулами газа, центры которых отстоят от траектории движения ее центра на расстояниях меньших или равных $d$. За единицу времени рассматриваемая молекула столкнется со всеми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра длиной $l = <v> t$ и радиусом $d$ (рис. 33.2).

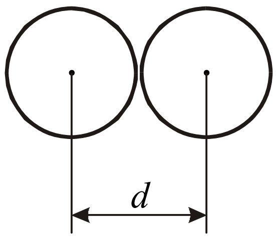



Рисунок 33.1

Пусть $n$ – концентрация молекул, т.е. число молекул в единице объема. Объем выделенного цилиндра $V = \pi d^2 <v>$, так как молекула за секунду ($t$=1с) пролетает расстояние равное ее средней скорости. Число столкновений за одну секунду будет равно числу молекул в цилиндре, т.е. $<z> = \pi d^2 <v> n$.

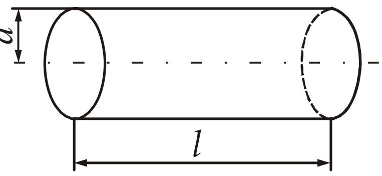



Рисунок 33.2

Если учесть, что все молекулы движутся, и что распределение молекул по скоростям подчиняется распределению Максвелла, то появится дополнительный множитель $\sqrt{2}$, т.е. число столкновений за секунду

$$<z> = \sqrt{2}\pi d^2 <v> n. \tag{33.1}$$

Расстояние, которое молекула пролетает за время свободного пробега от одного столкновения до следующего, называется ***длиной свободного пробега***. Длина свободного пробега является случайной величиной, подчиняющейся вероятностному закону. Поэтому вводится ***средняя длина свободного пробега*** $<\lambda>$ – среднее расстояние, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями.

$$<\lambda> = \frac{<v>}{<z>} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \tag{33.2}$$

Состояние газообразной среды, в котором средняя длина свободного пробега молекул соизмерима с размерами сосуда, называется ***вакуумом***. Различают низкий, средний и высокий вакуум.

Низкий – давление меняется от атмосферного до $10^{-3}$ мм рт. ст.

Средний – давление меняется от$10^{-3}$ мм рт. ст. до $10^{-6}$ мм рт. ст.

Высокий – давление меняется от$10^{-6}$ мм рт. ст. до $10^{-9}$ мм рт. ст.

## 33.2 *Явления переноса в газах*

Участвуя в тепловом движении, молекулы переходят из одних точек пространства в другие. При этом они переносят присущую им энергию, массу и импульс. Это приводит к возникновению процессов, которые объединяют общим названием ***явления переноса***. К явлениям переноса относятся: теплопроводность (обусловленная переносом энергии в виде тепла), диффузия (обусловленная переносом массы) и внутреннее трение или вязкость (обусловленная переносом импульса).

### *33.2.1 Теплопроводность газов*

Если температура газа в различных местах различна, то и средняя энергия молекул также будет различной. Перемещаясь вследствие теплового движения из одних мест в другие, молекулы переносят запасенную ими энергию, что и обуславливает процесс теплопроводности.

Молекулы, переместившись из более нагретых областей газа в менее нагретые, отдают часть своей энергии окружающим частицам. И наоборот, медленнее движущиеся молекулы, попадая из менее нагретых областей в более нагретые, увеличивают свою энергию за счет соударений с молекулами, имеющими бóльшие скорости и энергии.

***Теплопроводность – направленный перенос тепла от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию их температуры***.

Перенос тепла описывается ***законом Фурье**** (1822 г.):

$$\delta Q = -K\frac{dT}{dx}dS_{\perp}dt, \tag{33.3}$$

где $\delta Q$ – количество переносимого тепла за время $dt$ через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса тепла;

$\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры; (напоминаем, что понятие градиента подробно рассматривалось в §3).

$K$ – коэффициент теплопроводности.

Знак «минус» указывает на то, что перенос тепла происходит в направлении убывания температуры.

Из закона Фурье (33.3) следует выражение для коэффициента теплопроводности:

$$K = -\frac{\delta Q}{\frac{dT}{dx}dS_{\perp}dt}. \tag{33.4}$$

Единица измерения коэффициента теплопроводности в СИ

$$[K] = \frac{\text{Дж}}{\frac{\text{К}}{\text{м}}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}.$$

***Коэффициент теплопроводности*** ($K$) характеризует способность вещества проводить тепло и показывает, какое количество тепла переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте температуры равном единице.

*Фурье Жан Батист Жозеф (1768–1830), французский математик и физик.

В кинетической теории газов показано, что коэффициент теплопроводности газов можно рассчитывать по следующей формуле:

$$K = \frac{1}{3} < \lambda >< v > \rho\, c_V\,, \tag{33.5}$$

где $< \lambda >$ – средняя длина свободного пробега молекул, $< v >$ – средняя арифметическая скорость, ρ – плотность газа, $c_V$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Газы являются наихудшими проводниками тепла. Коэффициент теплопроводности газов зависит от температуры. С повышением температуры он возрастает.

### *33.2.2 Диффузия в газах*

Если в разных частях системы имеются различные газы, то тепловое движение перемешивает их до тех пор, пока повсюду не образуется однородная смесь молекул, в которой парциальное давление и плотность каждого газа будут одинаковыми во всем объеме. Этот процесс называется диффузией газов.

***Диффузия в газе – процесс перемешивания молекул, сопровождающийся переносом массы из мест с бóльшей концентрацией данных молекул в места с меньшей концентрацией этих молекул.***

В смеси газов диффузия вызывается различием в плотностях отдельных газов в разных частях объемов смеси. В химически чистом газе при постоянной температуре диффузия возникает вследствие неодинаковой плотности в разных частях объема газа и заключается в переносе массы газа из мест с бóльшей плотностью в места с меньшей плотностью.

В химически однородном газе перенос вещества при диффузии подчиняется ***закону Фика**** (1855 г.)

$$dm = -D\frac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt\,, \tag{33.6}$$

где $dm$ – масса вещества, диффундировавшего за время $dt$ через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса вещества;

$\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности – величина, показывающая, на сколько отличаются плотности двух точек, отстоящих друг от друга на единицу длины;

$D$ – коэффициент диффузии.

Знак «минус» указывает на то, что перенос массы осуществляется в сторону убывания плотности.

Из закона Фика (33.6) следует выражение:

$$D = -\frac{dm}{\frac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt}\,. \tag{33.7}$$

*Фик Адольф (1829–1901), немецкий ученый-физиолог.

***Коэффициент диффузии*** ($D$) показывает, какая масса вещества переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте плотности, равном единице.

Единица измерения коэффициента диффузии в СИ

$$[D]=\frac{\text{кг}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3\cdot\text{м}}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}}=\frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

В кинетической теории газов доказывается, что коэффициент диффузии можно рассчитывать по формуле:

$$D=\frac{1}{3}<\lambda><v>, \tag{33.8}$$

Коэффициент диффузии газов растет с температурой пропорционально $\sqrt{T}$, а с ростом давления коэффициент диффузии уменьшается.

### *33.2.3 Внутреннее трение (вязкость) газов*

Если имеется слой газа, движущийся относительно остальной массы с некоторой скоростью, то обмен молекулами между движущимся слоем и остальной частью газа сопровождается переносом импульса. Молекулы, переходящие из движущегося слоя в другие, переносят с собой избыток импульса, который путем столкновений распределяется между молекулами, имеющими меньшие скорости. В результате этого переноса между соприкасающимися слоями возникают силы внутреннего трения, тормозящие движение быстрого слоя и ускоряющие движение медленного.

***Внутреннее трение (вязкость) – взаимодействие между слоями газа, которые движутся с различными скоростями, сопровождающееся переносом импульса направленного движения из более быстрых слоев в более медленные.***

Для явления внутреннего трения справедлив ***закон Ньютона*** (1687 г.):

$$dp=-\eta\frac{dv}{dx}dS_{\perp}\,dt, \tag{33.9}$$

где $dp$ – импульс, переносимый за время $dt$ через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса импульса;

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости;

$\eta$ – коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).

Знак «минус» указывает на то, что перенос импульса происходит в направлении убывания скорости.

Из закона Ньютона (33.9) следует выражение:

$$\eta = -\frac{dp}{\frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt}. \qquad (33.10)$$

***Коэффициент внутреннего трения*** ($\eta$) показывает, какой импульс переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте скорости равном единице.

Единица измерения коэффициента внутреннего трения (вязкости) в СИ

$[\eta] = \dfrac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} = \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с}$, (читается: “паскаль-секунда”).

Из газокинетических представлений можно получить следующую формулу для расчета коэффициента внутреннего трения:

$$\eta = \frac{1}{3} < \lambda >< v > \rho. \qquad (33.11)$$

Можно показать, что коэффициент внутреннего трения газов не зависит от давления, но увеличивается с ростом температуры пропорционально $\sqrt{T}$.

Сопоставляя формулы (33.5), (33.8) и (33.11), можно получить связь между коэффициентами переноса:

$$\eta = D\rho, \qquad (33.12)$$

$$K = \eta c_V = D\rho c_V. \qquad (33.13)$$

Все три рассмотренных явления имеют много общего. Во всех трех перенос какой-либо величины из одной части вещества в другую совершается до тех пор, пока данная величина не распределится равномерно по объему. Подчеркнем, что речь идет не о движении некоторой части газа как целого и перемещении вместе с ним некоторой величины (макроскопический процесс), а о переносе физической величины неупорядоченным тепловым движением (микроскопический процесс).

### 33.3 *Явления переноса в жидкостях и твердых телах*

Вследствие теплового движения в жидкостях, также как и в газах, происходят явления переноса. Формально эти явления описываются теми же законами, что и в газах (см. формулы (33.3), (33.6), (33.9)). Однако характер теплового движения в жидкости существенно отличается от имеющегося в газах и, поэтому, механизм процессов переноса также оказывается иным. ***Выражения для коэффициентов переноса, полученные для газов на основании молекулярной теории, неприменимы к жидкостям.*** Неприменимы к жидкостям и зависимости коэффициентов переноса от давления и температуры, которые вытекали в качестве следствий из выражений коэффициентов переноса через молекулярные величины – длину свободного пробега, среднюю арифметическую скорость и плотность. Не соблюдаются для жидкостей и те соотношения между коэффициентами переноса, которые имеют место для газов.

Опустив математическое обоснование, кратко опишем отличия коэффициентов переноса жидкостей и твердых тел от соответствующих коэффициентов в газах.

Наибольшей теплопроводностью отличаются металлы. Самый теплопроводящий металл – серебро. С повышением температуры теплопроводность чистых металлов уменьшается, а теплопроводность большинства сплавов – увеличивается. У жидкостей в среднем меньше как само значение коэффициента теплопроводности, так и его колебание для разных веществ. С повышением температуры коэффициент теплопроводности жидкостей уменьшается.

Материалы с $K$<0,25 Вт/(м·К) называются ***теплоизоляционными***. Большинство теплоизоляционных материалов имеет пористую структуру, поэтому их нельзя рассматривать как сплошную среду. Коэффициент теплопроводности пористых материалов является условной величиной.

Коэффициенты диффузии в жидкостях, при температурах ниже критической, малы по сравнению с коэффициентами диффузии в соответствующих парах или газах при обычных давлениях. Например, для воды при $T$=300 К имеем $D \approx 1{,}5\cdot 10^{-9}$ м$^2$/с, а для паров воды в воздухе при той же температуре и атмосферном давлении $D \approx 2\cdot 10^{5}$ м$^2$/с.

С увеличением температуры коэффициент диффузии в жидкостях быстро возрастает. Если температура приближается к критической, то средняя скорость частиц жидкости приближается к средней скорости молекул в реальном газе, и значения коэффициентов диффузии в жидкостях становятся близкими по величинам к коэффициентам диффузии газов.

Внутреннее трение при температурах, близких к критической, в жидкостях имеет ту же природу, что и в газах. При температурах, близких к температурам плавления, вязкость жидкости имеет совсем другой механизм.

## • Обратите внимание!

***Различайте следующие термины***:

***Вероятность термодинамическая*** – число различных способов, которыми реализуется данное состояние. Выражается целым, как правило, очень большим числом.
***Вероятность математическая*** – численная мера объективной возможности появления того или иного события. Выражается дробным числом, заключенным в интервале от 0 до 1.

## • Изучив раздел «Молекулярная физика и термодинамика», студент должен *ЗНАТЬ*:

***Суть понятий***:
Макросистема, параметры состояния, термодинамическая система, статистическая система. Идеальный газ, реальный газ. Равновесное и неравновесное состояния, термодинамический процесс, обратимый и необратимый процесс, изопроцесс, цикл. Число степеней свободы. Теплообмен. Абсолютный нуль температуры.

***Определения физических величин, их единицы измерения и формулы, по которым рассчитываются величины***:
Относительная атомная масса, относительная молекулярная масса, молярная масса, количество вещества, эффективный диаметр молекулы. Давление, объем, термодинамическая температура. Теплоемкость, внутренняя энергия, количество тепла. Энтропия. Коэффициент поверхностного натяжения.

***Уравнения***:
Уравнение состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона), основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Уравнение Майера. Уравнения изотермического, изохорного, изобарного, адиабатного процессов. Уравнение Ван-дер-Ваальса для реального газа.

***Законы***:
Закон Дальтона. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы. Первое начало термодинамики, второе начало термодинамики. Закон Фурье для теплопроводности. Закон Фика для диффузии. Закон Ньютона для внутреннего трения.

***Распределения***:
Распределение Максвелла по модулю скоростей. Распределение Больцмана по координатам.

***Явления***:
Диффузия, теплопроводность, внутреннее трение. Смачивание, несмачивание. Капиллярные явления.

***Формулы***:
Расчет средней арифметической, наиболее вероятной, среднеквадратичной скоростей; барометрическая формула Лапласа.
Работа, совершаемая в изопроцессах; внутренняя энергия, коэффициент полезного действия тепловой машины.
Длина свободного пробега, коэффициенты диффузии, теплопроводности, внутреннего трения.

***Графики***:
Распределения Максвелла и Больцмана, изопроцессы, цикл Карно. Зависимость сил межмолекулярного взаимодействия от расстояния между молекулами, экспериментальные изотермы Эндрюса.

***Классические опыты***:
Опыт Штерна. Опыт Перрена.

## ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ТЕМЕ «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»

**Инструкция.** Данный тест предназначен для проверки знаний по теме ***“Молекулярная физика и термодинамика”.*** Ответьте на вопросы. Подсчитайте количество правильных ответов, используя таблицу кодов. Если Вы дали

1) 40-50 правильных ответов – уровень усвоения материала темы высокий.
2) 30-40 правильных ответов – уровень усвоения материала темы средний.
3) 20-30 правильных ответов – уровень усвоения материала темы низкий.
4) меньше 20 правильных ответов – Вы не усвоили учебный материал. Прочитайте его еще раз.

1. Укажите формулу, по которой можно подсчитать общее количество молекул газа в сосуде.

   1. $N = \dfrac{p}{kT}$ 2. $N = \dfrac{m}{M} N_{\text{А}}$ 3. $N = n\dfrac{m}{M}$ 4. $N = \dfrac{m}{M}$

2. Какими эффектами в газе нужно пренебречь, чтобы газ считать идеальным?
   1. Размерами молекул.
   2. Взаимодействием молекул при столкновении.
   3. Взаимодействием молекул на расстоянии.
   4. Столкновениями молекул.
   5. Массами молекул.

3. Параметрами состояния макросистемы являются …

   1) температура; 3) число степеней свободы молекулы;
   2) давление; 4) энтропия.

4. Укажите формулу, которая представляет собой уравнение состояния идеального газа.

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$ 2. $pV = \dfrac{m}{M} RT$ 3. $p = \dfrac{1}{3} n m v_{\text{кв}}^2$ 4. $p = \dfrac{2}{3} n\langle\varepsilon\rangle$

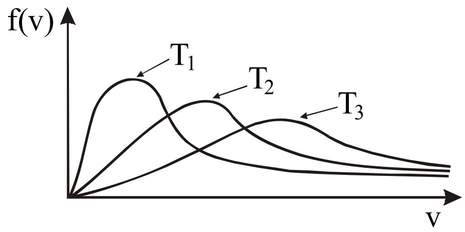
5. Укажите формулу, которая выражает основное уравнение кинетической теории газов (уравнение Клаузиуса).

   1. $p = nkT$ 2. $pV = \dfrac{m}{M}RT$ 3. $p = \dfrac{1}{3}n\,mv_{кв}^2$ 4. $p = \dfrac{2}{3}n\langle\varepsilon\rangle$

6. Укажите формулу, которая описывает распределение молекул газа по модулю скоростей.

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$ 2. $f(v) = Ae^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}v^2$ 3. $n = n_0\, e^{-\frac{U(z)}{kT}}$ 4. $W_k = \dfrac{m_2v^2}{2}$

7. Каково соотношение температур газа, график распределения молекул по скоростям для которых имеет вид, представленный на рисунке?




   1. $T_1 < T_2 < T_3$
   2. $T_1 > T_2 > T_3$
   3. $T_1 > T_3 > T_2$
   4. $T_2 > T_1 > T_3$

8. Температура газа повысилась в 4 раза. Как изменяется величина наиболее вероятной скорости молекул?

   1. Уменьшится в 2 раза. 2. Останется неизменной.
   3. Увеличится в 2 раза. 4. Увеличится в 4 раза.

9. Укажите формулы, которые выражают зависимость давления газа от высоты в поле тяготения Земли.
   ($m_0$ – масса молекулы, $M$ – молярная масса, ρ – плотность газа)

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{\rho gh}{RT}}$ 2. $p = p_0\, e^{\frac{Mgh}{RT}}$ 3. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$ 4. $p = p_0\, e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

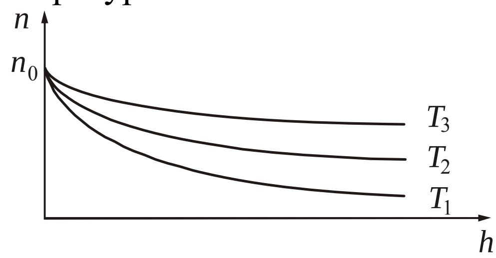
10. Укажите формулы, которые описывают распределение молекул газа по высоте в поле тяготения Земли.

   1. $p = p_0\, e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$ 2. $f(v) = Ae^{-\frac{m_0v^2}{2kT}}v^2$ 3. $W = mgh$ 4. $n = n_0\, e^{-\frac{m_0gh}{kT}}$

11. Какой смысл имеет величина $U(z)$ в формуле $n = n_0\, e^{-\frac{U(z)}{kT}}$ для случая распределения молекул в силовом поле?
   1. Потенциальная энергия одной молекулы.
   2. Средняя кинетическая энергия хаотического движения одной молекулы.
   3. Потенциальная энергия всех молекул в единице объема.
   4. Потенциальная энергия взаимодействия молекул между собой.

12. В состав внутренней энергии системы входят …
   1) кинетическая энергия движения системы как целого.
   2) потенциальная энергия взаимодействия молекул и атомов системы.
   3) потенциальная энергия системы во внешних полях.
   4) кинетическая энергия хаотического движения молекул и атомов системы.

13. На рисунке приведены графики зависимости концентрации молекул газа в поле тяготения от высоты при различных температурах. Каково соотношение между температурами газа?




   1. $T_3 < T_2 < T_1$
   2. $T_1 < T_2 < T_3$
   3. $T_3 > T_1 > T_2$
   4. $T_3 < T_1 < T_2$

14. Температурой тела называется …
   1) величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.
   2) мера средней кинетической энергии хаотического движения молекул.
   3) характеристика агрегатного состояния вещества.
   4) мера числа столкновений молекул.
   5) мера внутренней энергии вещества.

15. Газ нагревают при постоянном давлении. Как изменяется плотность газа с изменением температуры?
   1. Пропорционально $\sqrt{T}$ .   3. Обратно пропорционально $T$.
   2. Пропорционально $T$.   4. Не изменяется.

16. Укажите формулу для вычисления внутренней энергии идеального газа.
   1. $U = m\frac{i}{2}RT$   2. $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$   3. $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}N_A T$   4. $U = \frac{m}{M}N_A kT$

17. Как зависит внутренняя энергия идеального газа от температуры?
   1. $U \sim T$   2. $U \sim \sqrt{T}$   3. $U \sim T^2$   4. $U \sim \frac{1}{T}$

18. Функцией состояния системы являются …
   1) совершенная работа. 2) внутренняя энергия.
   3) энтропия.   4) количество тепла.   5) давление.

19. Количеством тепла называется …
   1) мера энергии, переданной телу при теплопередаче.
   2) энергия тела за вычетом кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии тела во внешнем силовом поле.
   3) степень нагретости тела.
   4) количество энергии, переданное одним телом другому.

20. Укажите одну из формулировок первого начала термодинамики.
   1. Энтропия замкнутой системы не может убывать.
   2. Невозможен вечный двигатель второго рода, т.е. такой периодически действующий двигатель, который получал бы тепло от одного резервуара и превращал это тепло полностью в работу.
   3. Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы совершённая работа за счёт получения количества тепла.
   4. Количество тепла, сообщенное системе, идет на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.

21. Укажите формулу, которая является математическим выражением первого начала термодинамики.

1. $S = k\log W$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$ 4. $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$

22. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме равна …

1. $C_V = \dfrac{i}{2}R$ 2. $C_V = \dfrac{i+2}{i}R$ 3. $C_V = \dfrac{i+2}{2}R$ 4. $C_V = 0$

23. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении равна …

1. $C_P = \dfrac{i}{2}R$ 2. $C_P = \dfrac{i+2}{2}R$ 3. $C_P = \dfrac{i+2}{i}R$ 4. $C_p = 0$

24. Уравнением Майера называют соотношение …

1. $C_P - C_V = R$ 2. $Q = \Delta U + A$ 3. $C_P = \dfrac{i+2}{2}\cdot R$ 4. $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$

25. Укажите формулу, которая связывает энтропию с термодинамической вероятностью.

1. $S = k\log W$ 2. $S = \dfrac{N!}{n!(N-n)!}$ 3. $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$ 4. $S = \dfrac{1}{W}$

26. Для какого из процессов при $m = \text{const}$ выполняется равенство $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$?

1. Изобарного 2. Адиабатного 3. Изотермического 4. Изохорного

27. Для какого из процессов при $m = \text{const}$ выполняется равенство $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$?

1. Изотермического 2. Адиабатного 3. Изохорного 4. Изобарного

28. Для какого из процессов при $m = \text{const}$ выполняется равенство $p_1V_1 = p_2V_2$?

1. Изотермического 2. Адиабатного 3. Изохорного 4. Изобарного

29. Для какого из процессов при $m = \text{const}$ выполняется равенство $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$?

1. Изотермического 2. Адиабатного 3. Изохорного 4. Изобарного

30. Работа, совершаемая газом при изобарном процессе равна …

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V\left(T_1 - T_2\right)$ 4. $A = p\left(V_2 - V_1\right)$

31. Работа, совершаемая газом при изохорном процессе равна …

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V\left(T_1 - T_2\right)$ 4. $A = p\left(V_2 - V_1\right)$

32. Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе равна …

1. $A = p_1V_1\ln\dfrac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \dfrac{m}{M}C_V\left(T_1 - T_2\right)$ 4. $A = p\left(V_2 - V_1\right)$

33. Работа, совершаемая газом при адиабатном процессе равна …

1. $A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ 2. $A = 0$ 3. $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ 4. $A = p(V_2 - V_1)$

34. Адиабатным процессом называют …
    1) процесс, происходящий при постоянном объеме.
    2) процесс, происходящий при постоянном давлении.
    3) процесс, происходящий при постоянной температуре.
    4) процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой.
    5) процесс, в результате которого система возвращается в исходное состояние.

35. Происходит адиабатное расширение газа. Как изменяются при этом внутренняя энергия и температура? Какая работа совершается при этом (положительная или отрицательная)?

| | | |
|---|---|---|
| 1. $U\uparrow$ $T\uparrow$ $A<0$ | 2. $U\downarrow$ $T\uparrow$ $A<0$ | $\uparrow$ – увеличивается |
| 3. $U\downarrow$ $T\downarrow$ $A>0$ | 4. $U\uparrow$ $T\downarrow$ $A<0$ | $\downarrow$ – уменьшается |

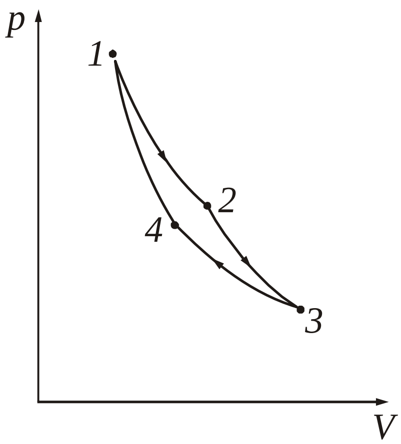
36. Укажите одну из формулировок второго начала термодинамики.
    1. Количество тепла, подведенное к системе, идёт на изменение её внутренней энергии и совершение работы над внешними телами.
    2. Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы передача тепла от менее нагретого тела к более нагретому.
    3. Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы, не зависит от вида степени свободы.
    4. Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы передача тепла от более нагретого тела к менее нагретому телу.
    5. Невозможен вечный двигатель первого рода.

37. Укажите формулу, которая определяет кпд любой тепловой машины (в том числе с необратимым циклом).

1. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ 2. $\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$ 3. $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ 4. $\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$

38. Кпд обратимой тепловой машины зависит …
    1) от химической природы рабочего вещества.
    2) от конструкции машины.
    3) от температуры нагревателя и холодильника (теплоприемника).

39. На каком из участков цикла Карно рабочее тело получает от нагревателя (теплоотдатчика) теплоту?




1. Участок 1-2
2. Участок 2-3
3. Участок 3-4
4. Участок 4-1

40. На каком из участков цикла Карно рабочее тело отдает холодильнику (теплоприемнику) теплоту?

1. Участок 2-3 2. Участок 3-4
3. Участок 4-1 4. Участок 1-2

41. Укажите, какая физическая величина «переносится» при теплопроводности.
    1. Кинетическая энергия молекул.
    2. Масса.
    3. Импульс хаотически движущихся молекул.
    4. Импульс направленно движущихся молекул.
42. Укажите, какая физическая величина «переносится» при внутреннем трении.
    1. Кинетическая энергия молекул.
    2. Масса.
    3. Импульс хаотически движущихся молекул.
    4. Импульс направленно движущихся молекул.
43. Укажите, какая физическая величина «переносится» при диффузии.
    1. Кинетическая энергия молекул.
    2. Масса.
    3. Импульс хаотически движущихся молекул.
    4. Импульс направленно движущихся молекул.
44. Укажите основное уравнение, описывающее процесс теплопроводности.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $K = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>\rho C_V$
45. Укажите основное уравнение, описывающее процесс диффузии.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $D = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>$
46. Укажите основное уравнение, описывающее процесс внутреннего трения.
    1. $dm = -D\dfrac{d\rho}{dx}dS_{\perp}dt$
    2. $dp = -\eta\dfrac{dv}{dx}dS_{\perp}dt$
    3. $\delta Q = -K\dfrac{dT}{dx}dS_{\perp}dt$
    4. $\eta = \dfrac{1}{3}<\lambda><v>\rho$
47. Причиной процесса диффузии является …
    1) неоднородность плотности.
    2) неоднородность температуры.
    3) неоднородность скорости упорядоченного движения молекул.
    4) неоднородность скорости хаотического движения молекул.
48. Причиной процесса теплопроводности является …
    1) неоднородность плотности.
    2) неоднородность температуры.
    3) неоднородность скорости упорядоченного движения молекул.
    4) неоднородность скорости хаотического движения молекул.
49. Причиной процесса внутреннего трения является …
    1) неоднородность температуры.
    2) неоднородность скорости упорядоченного движения молекул.

3) неоднородность скорости хаотического движения молекул.
4) неоднородность плотности.

50. Вакуумом называется …
    1) пространство, в котором нет молекул.
    2) состояние газа, при котором средняя длина свободного пробега молекул соизмерима с размерами сосуда.
    3) состояние газа, при котором отсутствует взаимодействие молекул.
    4) состояние газа, при давлении газа менее 133,3 Па (1 мм. рт. ст.).

## КОДЫ ОТВЕТОВ К ТЕСТУ «Молекулярная физика и термодинамика»

| № вопр. | Код отв. | № вопр. | Код отв. | № вопр. | Код отв. | № вопр. | Код отв. | № вопр. | Код отв. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 11 | 1 | 21 | 2 | 31 | 2 | 41 | 1 |
| 2 | 1,3 | 12 | 2 | 22 | 1 | 32 | 1 | 42 | 4 |
| 3 | 1,2 | 13 | 1,2 | 23 | 2 | 33 | 3 | 43 | 2 |
| 4 | 2 | 14 | 2,4 | 24 | 1 | 34 | 4 | 44 | 3 |
| 5 | 3 | 15 | 3 | 25 | 1 | 35 | 3 | 45 | 1 |
| 6 | 2 | 16 | 2 | 26 | 4 | 36 | 2 | 46 | 2 |
| 7 | 1 | 17 | 1 | 27 | 4 | 37 | 3 | 47 | 1 |
| 8 | 3 | 18 | 2,3 | 28 | 1 | 38 | 3 | 48 | 2 |
| 9 | 3,4 | 19 | 1 | 29 | 2 | 39 | 1 | 49 | 2 |
| 10 | 1,4 | 20 | 4 | 30 | 4 | 40 | 2 | 50 | 2 |

# ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами. Имеется два вида электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков – притягиваются. Взаимодействие между электрически заряженными частицами или макроскопическими заряженными телами называется электромагнитным взаимодействием. Раздел физики, в котором изучают электромагнитные взаимодействия, называется электродинамикой.

***Электростатика*** – раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействие неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

## Глава 10. Электрическое поле в вакууме

### §34 Электрический заряд. Закон Кулона

***Электрический заряд (q) – неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем***.

$[q] = \text{Кл}$ (кулон); $\quad 1\,\text{Кл} = 1\,\text{А}\cdot\text{с}$.

#### 34.1 *Свойства заряженных тел*

1. Заряд элементарных частиц одинаков по величине. Его называют ***элементарным зарядом***

$$q_e = e = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

2. Заряд тела образуется совокупностью элементарных зарядов, поэтому он является величиной, кратной $e$.

$$q = eN, \qquad N = 1,\, 2,\, 3\ldots \tag{34.1}$$

Это свойство называется ***дискретностью*** электрического заряда.

3. Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остается величиной постоянной:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_N = \text{const} \tag{34.2}$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} q_i = \text{const}.$$

Это утверждение называется ***законом сохранения заряда***.

4. Величина заряда не зависит от того, движется заряд или нет, т.е., заряд – величина инвариантная.

### 34.2 *Закон Кулона*

Закон, который позволяет найти силу взаимодействия точечных зарядов, установлен экспериментально в 1785 году Ш. Кулоном*.

***Точечный заряд – заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других заряженных тел.***

В результате опытов Кулон пришел к выводу:

***Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды, в которой находятся эти заряды.***

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon\, r^2}, \qquad (34.3)$$

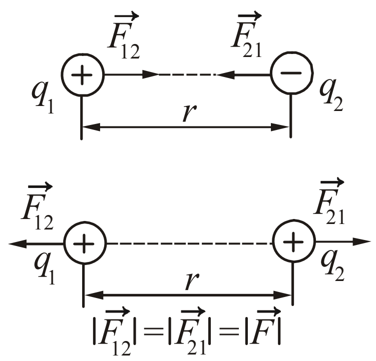



Рисунок 34.1

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коэффициент пропорциональности в СИ.

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

$\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость – характеристика среды. Для вакуума $\varepsilon=1$.

Сила направлена по прямой, соединяющей заряды (рис. 34.1).

## §35 Электрическое поле. Характеристики электрического поля

Всякое электрически заряженное тело создает в окружающем его пространстве электрическое поле. ***Электрическое поле – это материальная среда, существующая вокруг заряженных тел и проявляющая себя силовым действием на заряды.*** Особенностью его является то, что это поле создается электрическими зарядами и заряженными телами, а также воздействует на эти объекты независимо от того, движутся они или нет.

Если электрически заряженные тела или частицы неподвижны в данной системе отсчета, то их взаимодействие осуществляется посредством электростатического поля. Электростатическое поле является не изменяющимся во времени (стационарным) электрическим полем.

### 35.1 *Напряженность электрического поля*

Для того, чтобы обнаружить и исследовать электрическое поле, используют точечный положительный заряд, который называют ***пробным*** – $q_{\text{пр}}$. Если

*Кулон Шарль Огюстен (1736–1806), французский физик и военный инженер.

брать разные по величине пробные заряды, то и силы, которые действуют на эти заряды в данной точке поля, будут разными. Однако отношение силы к величине заряда для данной точки поля для всех пробных зарядов будет одним и тем же. Поэтому можно принять это отношение в качестве величины, характеризующей электрическое поле. Введенную таким образом характеристику называют напряженностью электрического поля в данной точке.

***Напряженность электрического поля ($\vec{E}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.***

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \tag{35.1}$$

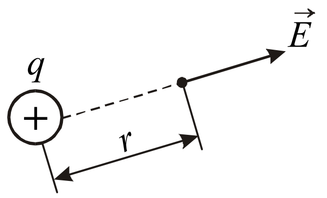


Рисунок 35.1

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд (рис. 35.1).

Если величина и направление вектора напряженности поля в каждой точке одинаковы, то поле называется ***однородным***.

Исходя из закона Кулона, можно рассчитать напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом.

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}. \tag{35.2}$$

Если поле создается несколькими зарядами, то напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности (рис. 35.2).

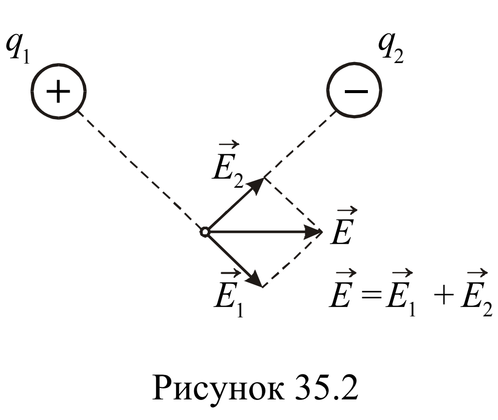


Рисунок 35.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i. \tag{35.3}$$

Данное утверждение называется ***принципом суперпозиции*** (***наложения***) ***полей.***

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать напряженность поля любой системы зарядов.

На любой заряд $q$, внесенный в электрическое поле, действует электрическая сила

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}. \tag{35.4}$$

### 35.2 *Потенциал электростатического поля*

Рассмотрим электростатическое поле, создаваемое неподвижным точечным зарядом $q$. В это поле внесем пробный заряд $q_{\text{пр}}$. В любой точке поля на пробный заряд действует сила, которая в соответствии с законом Кулона равна

$$F = k\frac{q\,q_{\text{пр}}}{\varepsilon r^2}.$$

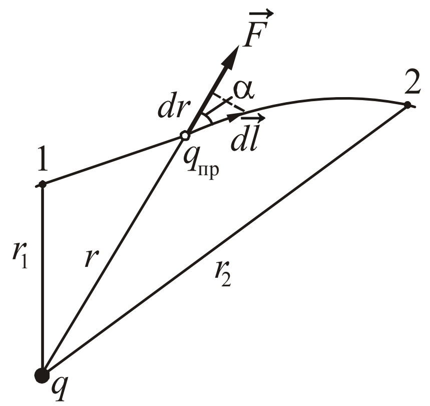



Рисунок 35.3

Заряд $q_{\text{пр}}$ под действием сил поля перемещается относительно заряда $q$ вдоль некоторой линии (рис. 35.3). Элементарная работа по перемещению заряда равна

$$\delta A = \vec{F}\,d\vec{l} = F\,dl\cos\alpha,$$

где $dl\cos\alpha = dr$ (см. рис. 35.3).

При перемещении из точки 1 в точку 2 совершается работа

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F\,dr = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{qq_{\text{пр}}}{\varepsilon r^2}dr = -\left(k\frac{qq_{\text{пр}}}{\varepsilon r_2} - k\frac{qq_{\text{пр}}}{\varepsilon r_1}\right) \qquad (35.5)$$

Из формулы (35.5) следует, что работа по перемещению заряда в электростатическом поле определяется только начальным и конечным положением заряда. Следовательно, кулоновские силы являются консервативными. Работа консервативных сил (см. §9) равна убыли потенциальной энергии

$$A = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right).$$

Тогда величину $k\dfrac{qq_{\text{пр}}}{r}$ можно назвать потенциальной энергией заряда $q_{\text{пр}}$ в поле заряда $q$.

$$W_{\text{п}} = k\frac{qq_{\text{пр}}}{\varepsilon r} \qquad (35.6)$$

Разные пробные заряды $q_{\text{пр}_1}$, $q_{\text{пр}_2}$ и т.д. будут обладать в одной и той же точке поля различной потенциальной энергией $W_{\text{п}_1}$, $W_{\text{п}_2}$ и т.д. Однако отношение потенциальной энергии к величине пробного заряда будет одним и тем же. Эту величину называют потенциалом поля в данной точке и используют для описания электростатических полей.

***Потенциал*** **($\varphi$)** ***– скалярная физическая величина, энергетическая характеристика электростатического поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд***.

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}}. \qquad (35.7)$$

$[\varphi] = \dfrac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$ (вольт*).

Потенциал может быть положительным или отрицательным.

Подставив в (35.7) выражение для потенциальной энергии (35.6), получим формулу для расчета потенциала поля точечного заряда:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r}, \qquad (35.8)$$

где $k$ – коэффициент пропорциональности;

$q$ – заряд, создающий поле;

$r$ – расстояние от заряда до точки, в которой определяется потенциал.

Если $r$ стремится к бесконечности ($r \to \infty$), то потенциал $\varphi$ стремится к нулю. Это означает, что потенциал поля точечного заряда обращается в нуль в бесконечно удаленной точке.

Работа $A$, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда $q$ из точки 1 с потенциалом $\varphi_1$ в точку 2 с потенциалом $\varphi_2$ равна убыли потенциальной энергии:

$$A = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right).$$

Из формулы (35.7) следует, что

$$W_{\text{п}} = q\varphi + \text{const},$$

следовательно

$$A = -\left(q\varphi_2 - q\varphi_1\right) = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right). \qquad (35.9)$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ называют ***разностью потенциалов***. Электрические поля принято связывать не с абсолютными значениями потенциалов, а с их разностями между различными точками пространства.

Таким образом,

$$A = q\Delta\varphi. \qquad (35.10)$$

Потенциал бесконечно удаленной точки пространства принимают за нулевой потенциал. Если заряд $q$ из точки с потенциалом $\varphi$ удаляется на бесконечность (там, где по условию потенциал равен нулю) то работа сил поля равна

$$A_{\infty} = q\varphi.$$

Отсюда следует, что ***потенциал численно равен работе, совершаемой силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из этой точки на бесконечность***.

*Вольта Алессандро (1745–1827), итальянский физик, химик и физиолог.

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}.$$

На практике за нулевой потенциал обычно принимают потенциал Земли.

Если поле создается системой зарядов, то, в соответствии с принципом суперпозиции, потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_N = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i . \qquad (35.11)$$

## §36 Графическое изображение электростатических полей

Графически электростатическое поле изображают с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

***Эквипотенциальная поверхность – это геометрическое место точек электростатического поля, потенциалы которых одинаковы.*** Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.

***Силовая линия (линия напряженности) – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности*** $\vec{E}$ (рис. 36.1).

Особенности силовых линий электростатического поля:

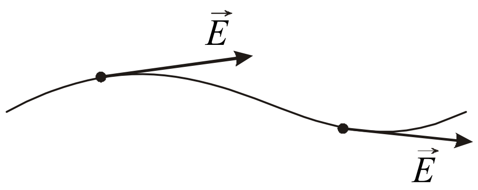



Рисунок 36.1

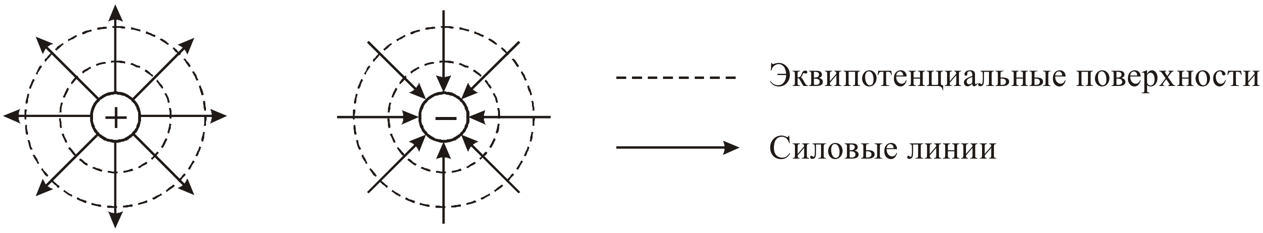
1. Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность.
2. Силовые линии не пересекаются.
3. По густоте силовых линий судят о величине напряженности электростатического поля.
4. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности обычно чертят так, что при переходе от одной эквипотенциальной поверхности к соседней потенциал меняется на одну и ту же величину $\Delta\varphi$. Чем меньше выбрано значение разности потенциалов $\Delta\varphi$, тем детальнее будет представлено распределение потенциала в пространстве.

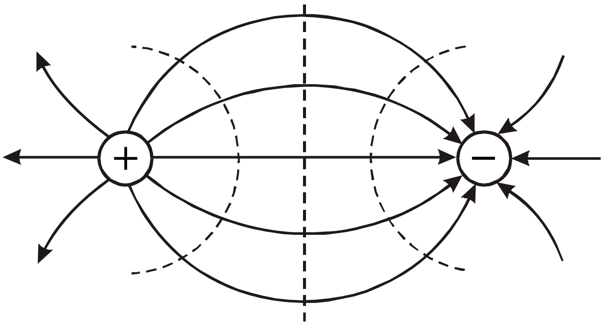
Для бóльшей наглядности чертят также силовые линии, перпендикулярные поверхностям равного потенциала. Там, где (при постоянной разности потенциалов $\Delta\varphi$) соседние эквипотенциальные поверхности наиболее близко подходят друг к другу, напряженность электрического поля максимальна. Наоборот, в местах, где расстояния между ними велики, будет мала и напряженность поля $\vec{E}$.

Примеры картин силовых линий и эквипотенциальных поверхностей:

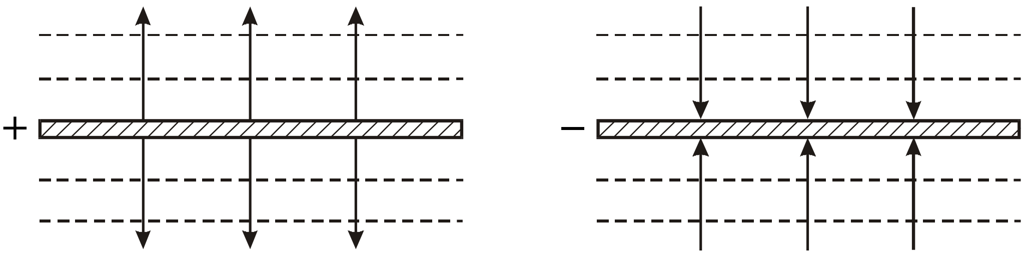
1. Поле точечного заряда.




2. Система точечных зарядов.




3. Поле равномерно заряженной плоскости.




### §37 Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом

Электростатическое поле можно описать с помощью векторной величины $\vec{E}$ или с помощью скалярной величины φ. Найдем связь потенциала с напряженностью электрического поля на примере электрического поля точечного заряда. Такое поле является неоднородным, так как численное значение и направление вектора напряженности $\vec{E}$ меняются при переходе из одной точки поля в другую. Изобразим три эквипотенциальные поверхности поля этого заряда с потенциалами $\varphi + d\varphi$, $\varphi$, $\varphi - d\varphi$, где $d\varphi$ – бесконечно малое изменение потенциала (рис. 37.1). Эти поверхности находятся на разном расстоянии друг от друга.

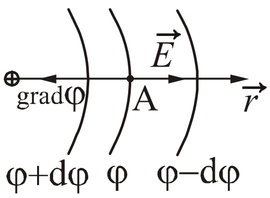



Рисунок 37.1

Изменение потенциала в заданном направлении $\vec{r}$ характеризует производная по направлению $\dfrac{d\varphi}{dr}$. С уменьшением расстояния от заряда потенциал поля увеличивается. Это означает, что численное значение производной будет возрастать в сторону, противоположную вектору $\vec{E}$. Для того, чтобы указать направление наиболее быстрого возрастания потенциала, вводят векторную величину, которая называется градиентом потенциала.

***Градиент потенциала*** (обозначается $\mathrm{grad}\varphi$) – это вектор, направленный в сторону максимального возрастания потенциала и численно равный изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины в этом направлении. Таким образом, градиент потенциала характеризует степень неоднородности поля.

Установим, как связаны напряженность электрического поля $\vec{E}$ и градиент потенциала $\mathrm{grad}\varphi$. Поместим в точку A указанного электрического поля пробный положительный заряд $q_{\text{пр}}$. Пусть под действием поля он смещается из точки с потенциалом $\varphi$ в точку с потенциалом $\varphi - d\varphi$. При этом совершается работа

$$\delta A = F dr = q_{\text{пр}} E dr, \tag{37.1}$$

где $dr$ – расстояние между эквипотенциальными поверхностями $\varphi$ и $\varphi - d\varphi$.

С другой стороны

$$\delta A = -q_{\text{пр}} d\varphi. \tag{37.2}$$

Приравнивая (37.1) и (37.2) и сокращая на $q_{\text{пр}}$, получим

$$-d\varphi = E dr,$$

откуда

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \tag{37.3}$$

Это означает, что напряженность электрического поля численно равна изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины. Формулу (37.3) можно записать в векторном виде

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi. \tag{37.4}$$

Знак « – » говорит о том, что ***вектор напряженности направлен в сторону убывания потенциала***. Формула (37.4) справедлива для любого электростатического поля.

Рассмотрим однородное электрическое поле. Примером такого поля является поле между двумя разноименно заряженными пластинами. В каждой точке однородного поля вектор $\vec{E}$ сохраняет свое численное значение и направление. В этом случае

$$E = \frac{U}{d}, \tag{37.5}$$

где $d$ – расстояние между эквипотенциальными плоскостями с потенциалами $\varphi_1$ и $\varphi_2$,

$U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов (напряжение).

## §38 Расчет электростатических полей

### 38.1 *Теорема Гаусса*

Теорема Гаусса* позволяет в ряде случаев найти напряженность поля более просто, чем с использованием формулы для напряженности поля точечного заряда и принципа суперпозиции электростатических полей. Прежде чем сформулировать теорему, введем понятие потока вектора напряженности электростатического поля.

***Потоком вектора напряженности электрического поля через элементарный участок поверхности dS называется величина***

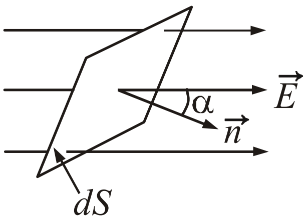


Рисунок 38.1

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS\cos\alpha . \qquad (38.1)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный площадке $dS$;

$\alpha$ – угол между направлением $\vec{n}$ и $\vec{E}$ (рис. 38.1).

Поток вектора напряженности Ф через любую поверхность $S$ равен алгебраической сумме потоков напряженности сквозь все элементарные участки этой поверхности.

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} . \qquad (38.2)$$

$$[\Phi] = \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2 = \text{В} \cdot \text{м} .$$

Согласно теореме Гаусса для электростатического поля

***Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на произведение $\varepsilon_0\varepsilon$.***

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \sum_{i=1}^{N} q_{\text{охв.}} . \qquad (38.3)$$

Введем дополнительную характеристику $\vec{D}$ электростатического поля, которую называют ***вектором электростатической индукции*** (***электрическим смещением***).

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} , \qquad (38.4)$$

В этом случае теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_{\text{охв.}} . \qquad (38.5)$$

***Поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью.***

*Гаусс Карл Фридрих (1777–1855), немецкий математик, астроном и физик.

## 38.2 *Примеры расчета электростатических полей*

При расчете электростатических полей в этом разделе предполагается, что проводники находятся в вакууме, т.е. ε=1.

### *38.2.1 Поле равномерно заряженной бесконечно длинной нити*

Пусть бесконечно длинная нить заряжена равномерно с линейной плотностью заряда τ. ***Линейной плотностью заряда*** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины. При равномерном распределении заряда

$$\tau = \frac{q}{l}. \qquad (38.6)$$

$[\tau] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{м}}$.

В качестве замкнутой поверхности выберем коаксиальный цилиндр радиуса $r$ и высоты $l$ (рис. 38.2). Из соображений симметрии следует, что напряженность поля в любой точке будет направлена по радиальной прямой, перпендикулярной оси нити (заряд считается положительным). Поток Φ через торцы цилиндра равен нулю, так как линии напряженности перпендикулярны оси. Поток через боковую поверхность

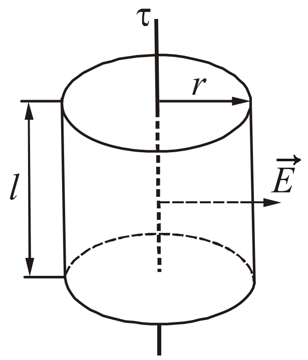


Рисунок 38.2

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r l .$$

По теореме Гаусса (см. формулу (38.3)):

$$E \cdot 2\pi r l = q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{\tau\, l}{\varepsilon_0},$$

Отсюда:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \qquad (38.7)$$

Напряженность поля заряженной нити определяется линейной плотностью заряда и расстоянием от нити. Поле отрицательно заряженной нити отличается только направлением напряженности $\vec{E}$.

Получим формулу для расчета разности потенциалов поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечно длинной нитью. Работа $A$, совершаемая силами электростатического поля при перемещении пробного заряда $q_{\text{пр}}$ из точки 1 с потенциалом $\varphi_1$ в точку 2 с потенциалом $\varphi_2$ равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F\, dr = \int_{r_1}^{r_2} q_{\text{пр}} E dr = q_{\text{пр}} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = -q_{np}\left( \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln r_1 - \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln r_2 \right). \qquad (38.8)$$

Как уже отмечалось, существенным является не само значение потенциала, а разность потенциалов. Сравнив полученное выражение для расчета работы с формулой (35.9), можно сделать вывод, что разность потенциалов двух точек поля нити определяется соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (38.9)$$

### *38.2.2 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости*

Пусть плоскость заряжена равномерно с поверхностной плотностью заряда σ. ***Поверхностной плотностью заряда*** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади. При равномерном распределении заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}. \qquad (38.10)$$

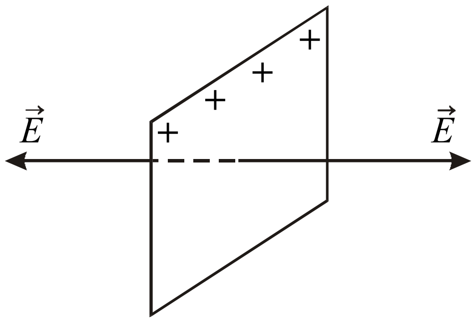



Рисунок 38.3

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Применив теорему Гаусса, можно показать, что напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется следующим образом:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \qquad (38.11)$$

Это означает, что на любых расстояниях от бесконечной плоскости напряженность поля одинакова по величине (рис. 38.3).

Две равномерно, с одинаковой плотностью σ, разноименно заряженные бесконечные параллельные плоскости создают однородное электрическое поле. Напряженность $E$ поля между плоскостями определяется соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (38.12)$$

### *38.2.3 Поле равномерно заряженной сферической поверхности*

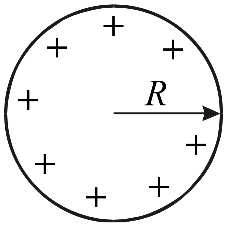



Рисунок 38.4

Поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса $R$, заряженной с постоянной поверхностной плотностью заряда σ, будет центрально-симметричным (рис. 38.4). Это означает, что направление вектора $\vec{E}$ в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряженности зависит от расстояния $r$ от центра сферы. В качестве гауссовой поверхности выбирают концентрическую с заряженной сферой поверхность радиуса $r$. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд $q$, распределенный по сфере. Применив теорему Гаусса, можно получить формулу для расчета напряженности поля равномерно заряженной сферической поверхности:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \qquad (38.13)$$

Это означает, что вне шара напряженность убывает по такому же закону, как и у поля точечного заряда.

Сферическая поверхность радиуса $r < R$ не будет содержать зарядов, поэтому внутри сферы, заряженной с постоянной поверхностной плотностью, поле отсутствует, т.е. $E = 0$.

# Глава 11. Электрическое поле в веществе

## §39 Электрический диполь

***Электрическим диполем*** называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние $l$ между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.

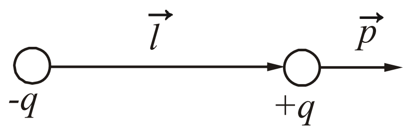



Рисунок 39.1

Прямая, проходящая через оба заряда, называется ***осью диполя***. Вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними, называется ***плечом диполя*** $\vec{l}$ (рис. 39.1). Вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и численно равный произведению модуля заряда $|q|$ на плечо $\vec{l}$, называется ***электрическим моментом диполя или дипольным моментом*** (рис. 39.1).

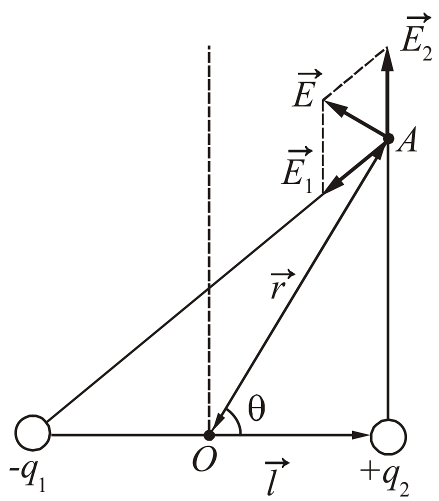



Рисунок 39.2

$$\vec{p} = |q|\vec{l}\,. \qquad (39.1)$$

$$[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}.$$

Пусть положение произвольной точки $A$ относительно центра диполя (точка $O$) задается радиус-вектором $\vec{r}$. Радиус-вектор $\vec{r}$ образует с осью диполя угол $\Theta$ (рис. 39.2). Используя принцип суперпозиции полей, можно получить формулу для расчета напряженности $\vec{E}$ электрического поля точечного диполя в произвольной точке:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\Theta}\,, \qquad (39.2)$$

где $p$ – дипольный момент.

Если Θ = 0 (точка лежит на оси диполя), то

$$E_{||} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}. \qquad (39.3)$$

Если $\Theta = \frac{\pi}{2}$ (точка лежит на прямой, проходящей через центр диполя перпендикулярно оси диполя), то

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}. \qquad (39.4)$$

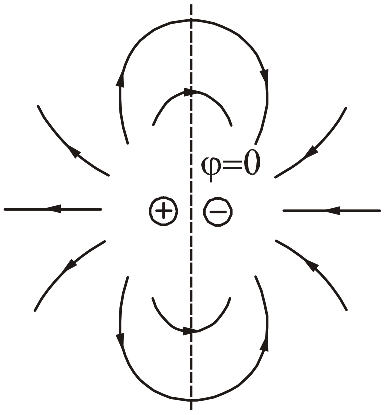



Рисунок 39.3

Характерным для напряженности поля диполя является то, что она убывает с расстоянием от диполя как $1/r^3$, т.е. быстрее, чем напряженность поля точечного заряда (убывающая как $1/r^2$). На рис. 39.3 показаны линии напряженности $\vec{E}$ поля диполя.

Поместим диполь во внешнее электрическое поле напряженностью $\vec{E}$ (рис. 39.4). Образующие диполь заряды $+q$ и $-q$ окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Модуль каждой силы $F = qE$.

Плечо этой пары сил равно $l\sin\alpha$. Вращающий момент сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ стремится развернуть диполь вдоль поля. Найдем величину момента:

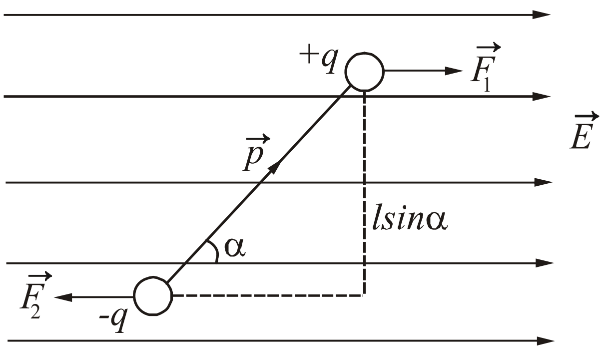



Рисунок 39.4

$$M = F\,l\sin\alpha = qEl\sin\alpha.$$

Так как $ql = p$, то

$$M = pE\sin\alpha. \qquad (39.5)$$

Данное выражение можно представить в векторном виде

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \qquad (39.6)$$

Таким образом, поведение диполя в электрическом поле определяется его дипольным моментом.

## §40 Диэлектрики в электрическом поле

***Диэлектрики* (*изоляторы*) –** это вещества, не способные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако, вещества, которые называются диэлектриками, проводят ток в $10^{15} - 10^{20}$ раз хуже, чем вещества, которые называются проводниками.

Согласно молекулярно-кинетической теории все вещества состоят из атомов или молекул. В свою очередь, атомы состоят из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов, расстояние между которыми очень мало ($\sim 10^{-10}$ м), поэтому атомы и молекулы, находящиеся в электрическом поле, можно рассматривать как диполи. Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения.

### 40.1 *Классификация диэлектриков*

По своей структуре диэлектрики можно разделить на три группы.

1. Вещества, молекулы которых имеют симметричное строение ($N_2$, $H_2$, $O_2$, $CH_4$, $CO_2$).

Если внешнее поле отсутствует ($\vec{E}=0$), то центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадает (рис. 40.1 а). Дипольный момент молекулы $\vec{p}=0$. Такие молекулы называются ***неполярными***. Если напряженность внешнего поля не равна нулю ($\vec{E}\neq 0$), то заряды неполярных молекул смещаются (рис. 40.1 б). Молекула приобретает дипольный момент $\vec{p}$, величина которого пропорциональна напряженности электрического поля $\vec{E}$.

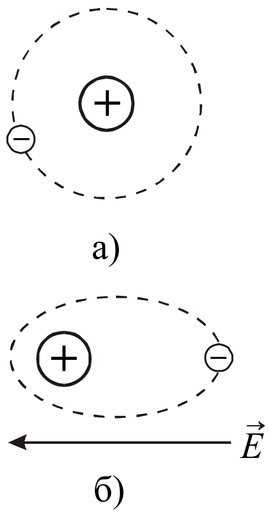


Рисунок 40.1

2. Вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение ($NH_3$, $H_2O$, $SO_2$, $CO$).

Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис. 40.2). Такие молекулы называют ***полярными***. Если напряженность внешнего электрического поля равна нулю ($\vec{E}=0$), то молекулы все равно обладают дипольным моментом. Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля.

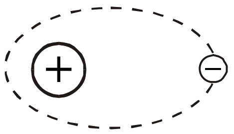


Рисунок 40.2

3. Вещества, молекулы которых имеют ионное строение (NaCl, KCl, KBr и др.).

При наложении на кристалл электрического поля происходит некоторая деформация решетки. При этом возникает дипольный момент.

### 40.2 *Поляризация диэлектриков*

Заряды, входящие в состав диэлектрика, называются связанными. Покинуть пределы молекулы связанные заряды не могут. Под действием электрического поля связанные заряды могут лишь смещаться относительно положений равновесия.

Если внешнее электрическое поле отсутствует, то дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены по направлениям в пространстве хаотическим образом (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле его молекулы приобретают дипольные моменты или поворачиваются так, что их дипольные моменты устанавливаются по направлению поля. Смещение положительных и отрицательных зарядов диэлектрика под действием электрического поля называется ***поляризацией диэлектрика***.

В результате диэлектрик приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \,, \tag{40.1}$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика вводят векторную величину, которую называют поляризованностью.

***Поляризованность*** **(**$\vec{P}_V$**)** ***– векторная физическая величина, численно равная дипольному моменту единицы объема диэлектрика***.

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \,, \tag{40.2}$$

где $\Delta V$ – физически бесконечно малый объем, взятый вблизи рассматриваемой точки.

$$[P_V] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \,.$$

В слабых полях поляризованность изотропных диэлектриков пропорциональна напряженности электрического поля (рис. 40.3) в той же точке:

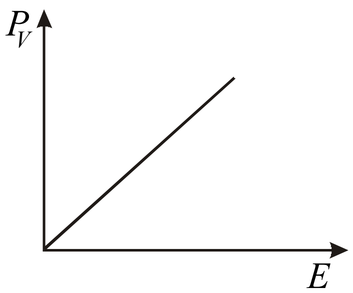



Рисунок 40.3

$$\vec{P}_V = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \,, \tag{40.3}$$

где $\chi$ – ***диэлектрическая восприимчивость среды*** – величина, характеризующая электрические свойства диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость $\chi$ величина безразмерная, всегда положительная, для большинства диэлектриков численное значение составляет несколько единиц.

## 40.3 *Поле внутри диэлектрика*

Рассмотрим две бесконечные параллельные плоскости с равными по величине, но разными по знаку зарядами. Между пластинами возникает однородное электрическое поле напряженностью $\vec{E}_0$. Напряженность поля в вакууме будет определяться зарядами на пластинах

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где $\sigma$ – поверхностная плотность заряда на пластинах.

Внесем в это поле пластинку из диэлектрика (рис. 40.4). В результате поляризации на левой грани диэлектрика образуется избыток отрицательных поляризационных (связанных) зарядов с поверхностной плотностью $-\sigma'$. На правой грани – избыток положительных с поверхностной плотностью $+\sigma'$. Связанные заряды создают дополнительное электрическое поле напряженностью $\vec{E}_i$

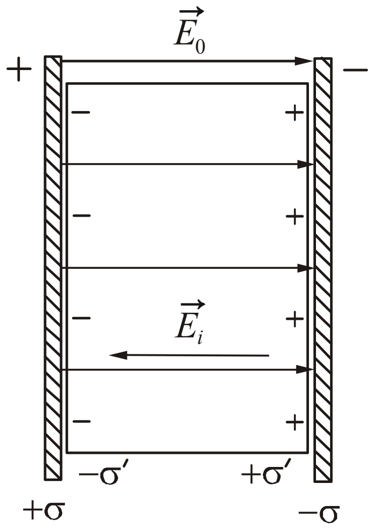



Рисунок 40.4

$$E_i = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Напряженность $\vec{E}_i$ поля связанных зарядов направлена против внешнего поля $\vec{E}_0$. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E_i. \tag{40.4}$$

Найдем поверхностную плотность $\sigma'$ связанных зарядов. Поляризованный диэлектрик можно рассматривать как диполь, несущий на себе поляризационный заряд $q'$.

$$q' = \sigma' S$$

где $S$ – площадь боковой грани пластинки.

Дипольный момент этого диполя

$$p = q' d = \sigma' S d = \sigma' V,$$

где $d$ – толщина пластинки, $V$ – объем пластинки.

Разделив дипольный момент всего диэлектрика на его объем, получим, согласно определению, модуль вектора поляризованности

$$P_V = \sigma'. \tag{40.5}$$

Таким образом, поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности.

Сделаем замену в формуле (40.4), учитывая то, что поляризованность пропорциональна напряженности электрического поля (см. формулу (40.3)). Получим

$$E = E_0 - \frac{P_V}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0},$$

или

$$E = E_0 - \chi E.$$

Отсюда
$$E = \frac{E_0}{1+\chi}. \qquad (40.6)$$

Безразмерная величина
$$\varepsilon = 1+\chi \qquad (40.7)$$

называется диэлектрической проницаемостью среды.
Тогда напряженность поля внутри диэлектрика
$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. \qquad (40.8)$$

Таким образом, ***диэлектрик всегда ослабляет электрическое поле***.

***Диэлектрическая проницаемость среды – это характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз поле внутри однородного диэлектрика меньше, чем в вакууме.***

### 40.4 *Условия на границе раздела двух диэлектриков*

Рассмотрим границу между двумя диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$. Пусть в диэлектриках создано поле, напряженность которого в первом диэлектрике $\vec{E}_1$, во втором $\vec{E}_2$. $\vec{D}_1$ и $\vec{D}_2$ – векторы электрического смещения соответственно в первом и втором диэлектриках. Пусть $A$ – произвольная точка, лежащая на границе раздела двух сред (рис. 40.5). $\vec{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к поверхности раздела, $\vec{n}$ – единичный вектор, направленный по нормали к касательной из первой среды во вторую. Векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ можно представить в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих:

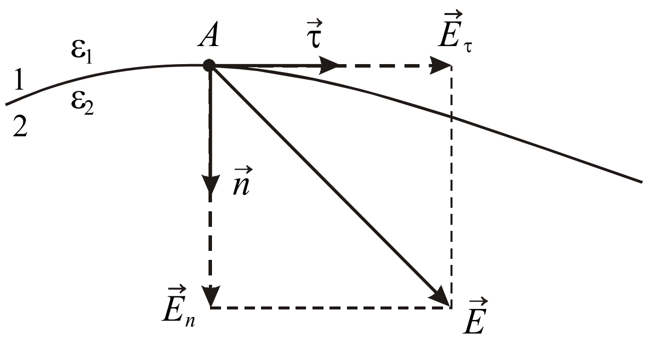



Рисунок 40.5

$$\vec{E}_1 = \vec{\tau}E_{1\tau} + \vec{n}E_{1n},$$

$$\vec{E}_2 = \vec{\tau}E_{2\tau} + \vec{n}E_{2n}.$$

Для изотропного диэлектрика можно получить два граничных условия:

1. Составляющая напряженности, касательная к поверхности раздела двух сред, не изменяется при переходе через эту поверхность из одной среды в другую
$$E_{2\tau} = E_{1\tau}. \qquad (40.9)$$

Так как $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, то для электрического смещения это условие запишется в виде:

$$\frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (40.10)$$

2. При переходе через границу раздела двух сред, на которой нет свободных зарядов, нормальная составляющая электрического смещения не изменяется.

$$D_{2n} = D_{1n}. \qquad (40.11)$$

Для напряженности поля второе условие имеет вид:

$$\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (40.12)$$

### 40.5 *Сегнетоэлектрики*

***Сегнетоэлектрики*** – это диэлектрики, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля. Название объясняется тем, что впервые данное явление было открыто для сегнетовой соли.

Сегнетоэлектрики имеют ряд особенностей:

1. Диэлектрическая проницаемость может достигать значений $10^3$.

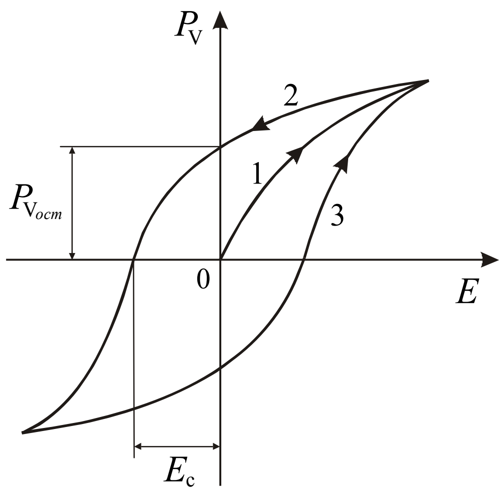



Рисунок 40.6

2. Зависимость поляризованности $P_V$ от напряженности внешнего электрического поля $E$ имеет нелинейный характер (см. ветвь 1 на рис. 40.6). Следовательно, диэлектрическая проницаемость будет зависеть от напряженности внешнего поля.
3. В сегнетоэлектриках наблюдается явление гистерезиса. ***Гистерезис*** (гистерезис – запаздывание (греч.)) – явление отставания изменения значений поляризованности сегнетоэлектрика от изменения напряженности $E$ переменного по величине и направлению внешнего электрического поля .

При циклических изменениях поля зависимость $P_V$ от $E$ изображается кривой, которая называется ***петлей гистерезиса***. С увеличением напряженности электрического поля $E$ поляризованность растет, достигая насыщения (кривая 1, рис. 40.6). Уменьшение $P_V$ с уменьшением $E$ происходит по кривой 2. При $E = 0$ сегнетоэлектрик сохраняет остаточную поляризованность $P_{V_{ост}}$. Чтобы поляризованность стала равной нулю, надо приложить поле обратного направления ($-E_c$). Величина $E_c$ называется ***коэрцитивной силой*** (coercitive (лат.) – удерживание). Если $E$ изменять дальше, то $P_V$ изменяется по кривой 3.

4. Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, при которой он теряет свои необычные свойства и становится обычным диэлектриком. Эта температура называется ***точкой Кюри****. Сегнетова соль имеет две точки Кюри: –15°С и +25°С.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические вещества. В кристалле возникают области, в пределах каждой из которых дипольные моменты частиц параллельны друг другу. Направления поляризации разных областей бывают различны. Области спонтанной (самопроизвольной) поляризации называются ***доменами***. Под действием внешнего поля моменты доменов поворачиваются как целое, устанавливаясь по направлению поля.

## §41 Проводники в электрическом поле

***Проводники*** – это вещества, в которых имеются носители заряда, способные перемещаться под действием сколь угодно малой силы. В металлических проводниках такими носителями являются электроны. Для того, чтобы заряды в проводнике находились в равновесии должны выполняться следующие условия:

1. Напряженность поля внутри проводника всюду должна быть равна нулю:

$$\vec{E} = 0.$$

$E = -\dfrac{d\varphi}{dl} = 0$, это значит, что $\varphi = \text{const}$. Потенциал внутри проводника должен быть постоянным.

2. Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности, так как касательная составляющая вектора $\vec{E}$ вызвала бы перемещение носителей заряда по поверхности проводника. Это противоречит условию равновесия. Поэтому

$$\vec{E} = \vec{E}_n.$$

Линии напряженности перпендикулярны поверхностям равного потенциала, поэтому в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной. Таким образом, потенциал φ во всех точках проводника будет иметь одно и то же значение, т.е. эквипотенциальная поверхность вырождается в эквипотенциальный объем.

Внесем проводник в электрическое поле. Под действием поля носители заряда начинают перемещаться. В результате их перемещения у концов проводника возникают заряды противоположного знака (рис. 41.1). Их называют ***индуцированными***. Перераспределение зарядов в проводнике под действием внешнего электростатического поля называется ***электростатической индукцией***.

*Кюри Пьер (1859–1906), французский физик, лауреат Нобелевской премии 1903 г.

Поле индуцированных зарядов $\vec{E}_i$ противоположно направлению внешнего поля $\vec{E}_0$. Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю

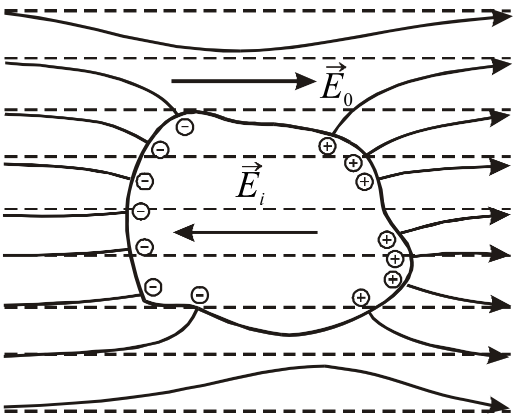



Рисунок 41.1

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$

$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными к поверхности.

Индуцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Если внутри проводника сделать полость, то напряженность поля в этой полости равна нулю, независимо от того, какое поле имеется снаружи.

На этом принципе основано ***явление электростатической защиты***. Когда прибор хотят защитить от внешних полей, его окружают проводящим экраном. Внешнее поле компенсируется внутри экрана возникающими на его поверхности индуцированными зарядами. Экран действует и в том случае, если он не сплошной, а выполнен в виде сетки.

## §42 Электроемкость. Энергия электрического поля

### 42.1 *Электроемкость уединенного проводника*

Если уединенному проводнику сообщить заряд $dq$, то потенциал этого проводника изменится. Изменение потенциала $d\varphi$ пропорционально сообщенному заряду:

$$d\varphi = \frac{1}{C} dq, \tag{42.1}$$

где $C$ – коэффициент пропорциональности, называемый электрической емкостью.

***Электрическая емкость (электроёмкость) – скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на один вольт.***

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{42.2}$$

$[C] = \dfrac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф}$ (фарад*).

*Фарадей Майкл (1791–1867), английский физик.

Фарад – это очень большая величина. Такой емкостью обладал бы шар радиуса $9\cdot10^9$ м, т.е. радиуса в 1500 раз больше радиуса Земли.

На практике емкость измеряют в миллифарадах (мФ), микрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ) и пикофарадах (пФ).

Электроёмкость зависит от геометрии проводника и диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник.

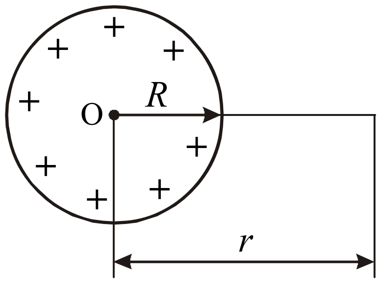



Рисунок 42.1

***Пример***. Рассчитаем электроёмкость уединенной проводящей сферы (рис. 42.1). Если сообщить сфере заряд $q$, то для расстояния $r > R$, ее потенциал определяется соотношением:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r}. \qquad (42.3)$$

На поверхности сферы, т.е. при $r = R$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon R}.$$

Тогда
$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Таким образом, электроёмкость сферы вычисляется по формуле:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \qquad (42.4)$$

## 42.2 *Конденсаторы*

Уединенные проводники имеют небольшую емкость. Например, шар размером с Землю имеет емкость 700 мкФ. На практике необходимы устройства, способные накапливать на себе («конденсировать») большие заряды. Их называют конденсаторами.

***Конденсатор*** – это система из двух проводников, заряженных разноименно, равными по абсолютному значению зарядами. Проводники расположены близко друг к другу и разделены диэлектриком.

Условное обозначение на схемах: 

Образующие конденсатор проводники называют ***обкладками***. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так их располагают, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию отвечают:

- две пластины, расположенные близко друг к другу;
- два коаксиальных цилиндра;
- две концентрические сферы.

Соответственно, по форме конденсаторы бывают:

- плоские;
- цилиндрические;
- сферические.

Основной характеристикой конденсатора является электроемкость $C$. По определению, электроёмкость равна отношению заряда на конденсаторе к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \tag{42.5}$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напряжение между обкладками;

$q$ – заряд положительной обкладки.

Величина электроемкости конденсатора определяется формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними, а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

Приведем формулы для расчета электроемкости некоторых видов конденсаторов.

1. Плоский конденсатор (рис. 42.2).

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{42.6}$$

где $S$ – площадь обкладки;

$d$ – расстояние между обкладками;

$\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды (диэлектрика), которая находится между обкладками.

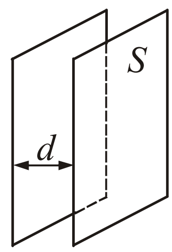



Рисунок42.2

2. Цилиндрический конденсатор (рис. 42.3).

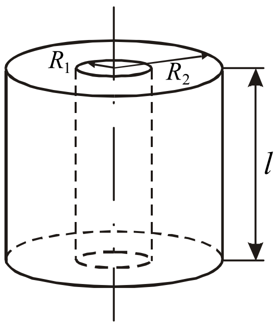



Рисунок 42.3

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}, \tag{42.7}$$

где $l$ – длина конденсатора;

$R_1$ и $R_2$ – радиусы внутренней и внешней обкладок.

3. Сферический конденсатор

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \tag{42.8}$$

где $R_1$ и $R_2$ – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Помимо ёмкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением $U_{\max}$, которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь пробоя. При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

Конденсаторы можно соединять в батареи различными способами.

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 42.4) они соединяются разноименно заряженными обкладками. При этом выполняются следующие соотношения:

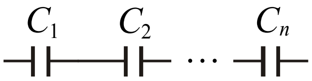



Рисунок 42.4

$$q_{\text{общ}} = q_1 = q_2 = \ldots = q_n$$
$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \qquad (42.9)$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Результирующая емкость всегда меньше минимальной электроемкости, входящей в батарею. При последовательном соединении уменьшается возможность пробоя конденсаторов, потому что на каждом конденсаторе имеется лишь часть общей разности потенциалов, поданной на всю батарею.

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 42.5) соединяются одноименные обкладки. При этом выполняются соотношения:

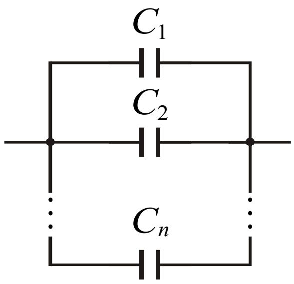



Рисунок 42.5

$$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$$
$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n \qquad (42.10)$$
$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Параллельное соединение конденсаторов используют для получения больших электроемкостей.

### 42.3 *Энергия электрического поля*

1. Энергия заряженного уединенного проводника.

Пусть имеется уединенный проводник. Обозначим:

$q$ – заряд проводника, $C$ – электроемкость, φ – потенциал.

Увеличим заряд этого проводника на $dq$. При перенесении заряда $dq$ из бесконечности на уединенный проводник нужно совершить элементарную работу против сил поля

$$\delta A = \varphi\, dq = C\varphi\, d\varphi\,,$$

где $dq = C\, d\varphi$.

Полная работа $$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} C\varphi\, d\varphi\,.$$

Если заряжаем от нулевого потенциала $\varphi = 0$ до потенциала φ, то

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi\, d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}\,.$$

По закону сохранения энергии

$$A = \Delta W\,,$$

где $$\Delta W = W_2 - W_1\,.$$

Учитывая, что $W_1 = 0$ (т.к. $\varphi_1 = 0$), получим

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}\,. \qquad (42.11)$$

2. Энергия заряженного конденсатора.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией. Энергия заряженного конденсатора определяется соотношениями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}\,. \qquad (42.12)$$

Формулу для энергии поля конденсатора можно преобразовать, используя величины, характеризующие электрическое поле.

Емкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$. Напряжение на обкладках конденсатора связано с напряженностью электрического поля соотношением

$$U = Ed\,.$$

Подстановка в формулу (42.12) дает:

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V\,, \qquad (42.13)$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора.

Если поле однородно (что имеет место в плоском конденсаторе), то заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью.

***Величина, равная отношению энергии поля к занимаемому полем объему, называется объемной плотностью энергии***.

$$w = \frac{W}{V}. \tag{42.14}$$

Для электрического поля:

$$w_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{42.15}$$

Формула (42.12) связывает энергию с емкостью конденсатора, а формула (42.15) – плотность энергии с напряженностью электрического поля.

Электростатика не может ответить на вопрос, о том, что является носителем энергии – заряд или поле? В электростатике поля и обусловившие их заряды неотделимы друг от друга. Дальнейшее развитие теории и эксперимента показало, что переменные во времени электрические и магнитные поля могут существовать независимо от возбудивших их зарядов и распространяться в пространстве в виде электромагнитных волн, перенося энергию. Это значит, что носителем энергии является поле.

# Глава 12. Постоянный электрический ток

## §43 Электрический ток. Характеристики тока

***Электрическим током*** называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Для протекания тока необходимо наличие в проводнике (или в данной среде) заряженных частиц, которые могут перемещаться в пределах всего проводника. Такие частицы называются ***носителями заряда***. Ими могут быть электроны, ионы или макроскопические частицы, несущие на себе заряд, например, заряженные пылинки. Ток возникает при условии, что внутри проводника существует электрическое поле.

Ток, возникающий в проводящих средах, называется ***током проводимости.*** Примером тока проводимости является ток в металлах. Для существования постоянного электрического тока проводимости необходимо выполнение следующих условий:

1. Наличие свободных носителей заряда.
2. Наличие внешнего электрического поля, энергия которого должна расходоваться на упорядоченное перемещение электрических зарядов.
3. Цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнутой.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

***Сила тока (i) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени***.

$$i = \frac{dq}{dt}. \tag{43.1}$$

$[i]$ = А (ампер*).

За направление тока принимается направление перемещения положительных зарядов. Если сила тока и его направление не изменяются, то ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \tag{43.2}$$

Другой характеристикой тока является плотность тока.

***Плотность тока ($\vec{j}$) – векторная физическая величина, численно равная электрическому заряду, переносимому за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения носителей тока.***

$$j = \frac{dq}{dt dS_\perp} = \frac{di}{dS_\perp}; \tag{43.3}$$

Для постоянного тока

$$j = \frac{I}{S}, \tag{43.4}$$

где $S$ – площадь поперечного сечения проводника.

$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$.

За направление вектора плотности тока принимается направление движения положительных носителей тока.

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v}, \tag{43.5}$$

где $\vec{v}$ – скорость движения положительных частиц.

Если ток создается носителями обоих знаков, то

$$\vec{j} = e_+ n_+ \vec{v}_+ + e_- n_- \vec{v}_-, \tag{43.6}$$

где $n_+$ и $n_-$ – концентрации положительных и отрицательных носителей заряда; $\vec{v}_+$ и $\vec{v}_-$ – их средние скорости.

В скалярном виде:

$$j = e_+ n_+ v_+ + e_- n_- v_-. \tag{43.7}$$

*Ампер Андре Мари (1775–1836), французский физик, математик и химик.

Зная вектор плотности тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока через произвольное сечение $S$:

$$i = \int_S \vec{j}\, d\vec{S}\,. \tag{43.8}$$

## §44 Электродвижущая сила. Напряжение

Для возникновения и поддержания в проводниках тока проводимости на заряженные частицы должны действовать силы, обеспечивающие их упорядоченное перемещение в течение конечного промежутка времени. Внутри проводника, по которому протекает постоянный электрический ток, на заряд действуют следующие силы:

1. Электростатические (кулоновские) силы, под действием которых положительные заряды движутся вдоль поля, отрицательные – против. Поле этих сил называют кулоновским, напряженность поля обозначают $\vec{E}_{\text{кул}}$.
2. Силы неэлектростатического происхождения. Их называют ***сторонними***, а поле этих сил – полем сторонних сил. Напряженность этого поля обозначают $\vec{E}_{\text{стор}}$.

Необходимость сторонних сил объясняется следующим образом. Электростатическое поле, создаваемое в металлическом проводнике электронами и положительно заряженными ионами кристаллической решетки, приводит к такому распределению зарядов, при котором напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю, а потенциалы всех точек проводника одинаковы (см. §41). Поэтому электростатическое поле не может быть причиной постоянного электрического тока в проводнике.

Чтобы поддерживать ток длительное время, нужно возбудить и поддерживать внутри проводника электрическое поле. Для этого в цепи должно работать устройство, в котором происходит разделение зарядов. Это устройство называют ***источником тока***.

Разделение зарядов внутри источника возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых сторонними. При этом сторонние силы должны совершать работу. Эта работа совершается за счет некоторого запаса механической, тепловой или химической энергии.

Работа по перемещению заряда по проводнику в процессе протекания по нему электрического тока совершается и кулоновскими, и сторонними силами. Полная работа по перемещению заряда

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}\,. \tag{44.1}$$

Разделим обе части на величину переносимого заряда $q$:

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q}\,. \tag{44.2}$$

Величина, равная отношению полной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда, к величине заряда называется ***напряжением*** на данном участке.

$$U = \frac{A}{q}. \tag{44.3}$$

Величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда называется ***электродвижущей силой*** **(эдс)**.

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \tag{44.4}$$

$[\varepsilon] = [U] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$ (вольт).

Напомним, что отношение

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{44.5}$$

Подставив записанные выражения в (44.2), получим:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \tag{44.6}$$

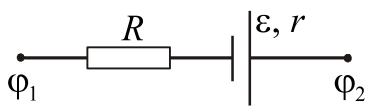



Рисунок 44.1

Напряжение на участке цепи (рис. 44.1) равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы.

Участок, на котором на носители заряда действуют сторонние силы, называют ***неоднородным***. Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называют ***однородным***.

Для однородного участка ($\varepsilon = 0$):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{44.7}$$

т.е. напряжение на однородном участке совпадает с разностью потенциалов на концах участка.

## §45 Закон Ома

### 45.1 *Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление*

Немецкий физик Г. Ом* экспериментально установил закон, согласно которому ***сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на этом проводнике и обратно пропорциональна сопротивлению проводника***.

$$I = \frac{U}{R}, \tag{45.1}$$

где $R$ – электрическое сопротивление.

$[R]$ = Ом.

*Ом Георг Симон (1787–1854), немецкий физик.

***Электрическое сопротивление (R) – скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения U на концах проводника к силе тока I, протекающего по нему.***

$$R = \frac{U}{I}. \tag{45.2}$$

Сопротивление проводников, наличие электрического тока в которых приводит к выделению тепла, называется ***омическим*** или ***активным***. Сопротивление проводника зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Для однородного цилиндрического проводника оно может быть рассчитано по формуле:

$$R = \rho\frac{l}{S}, \tag{45.3}$$

где $l$ – длина проводника,

$S$ – площадь поперечного сечения проводника;

$\rho$ – удельное электрическое сопротивление.

***Удельное электрическое сопротивление проводника*** – величина, характеризующая материал проводника и численно равная сопротивлению однородного цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$.

Сопротивление металлов зависит от температуры. С большой степенью точности можно считать, что зависимость сопротивления металлов от температуры является линейной:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \tag{45.4}$$

где $R$ – сопротивление при температуре $t$°C,

$R_0$ – сопротивление при 0°C,

$\alpha$ – температурный коэффициент сопротивления. ***Температурный коэффициент сопротивления*** характеризует температурную стабильность материала и численно равен относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на 1 K.

Для чистых металлов температурный коэффициент представляет величину порядка $\alpha \approx 0{,}004$ K$^{-1}$. Для некоторых электротехнических сплавов (манганин, константан) $\alpha$ настолько мало, что им можно пренебречь и в достаточно широком интервале температур считать сопротивление независящим от температуры.

Величина $G$, обратная сопротивлению, называется ***электропроводимостью*** (***электропроводностью***).

$$G = \frac{1}{R}. \tag{45.5}$$

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{См} \quad (\text{сименс*}).$$

При рассмотрении физической природы удельного электрического сопротивления используют понятие ***удельной электрической проводимости*** (***электропроводности***) σ. Удельная электропроводность σ связана с удельным электрическим сопротивлением ρ соотношением:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \tag{45.6}$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} = \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

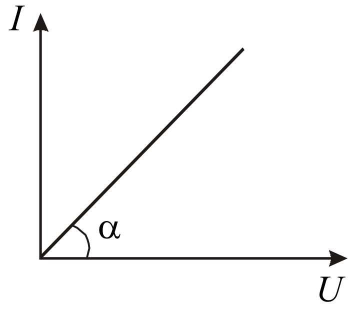



Рисунок 45.1

Зависимость силы тока от напряжения называется ***вольт-амперной характеристикой*** (ВАХ). Для металлов эта зависимость имеет линейный характер (рис. 45.1). Для неомических устройств ВАХ имеет нелинейный характер.

При ***последовательном соединении*** проводников конец предыдущего проводника соединяется с началом последующего и между проводниками ток не разветвляется (рис. 45.2).

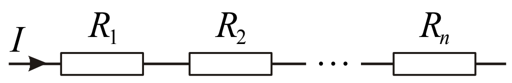



Рисунок 45.2

$$\begin{gathered} I = I_1 = I_2 = \ldots = I_n \\ U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \\ R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \end{gathered} \tag{45.7}$$

Если $n$ проводников сопротивлением $R_1$, $R_2$, …, $R_n$ соединены между собой последовательно, то через проводники течет одинаковый ток и напряжение на концах соединения равно сумме напряжений на отдельных проводниках.

Если начала проводников соединены в одной точке (узле), а концы в другой, то соединение называют ***параллельным*** (рис. 45.3).

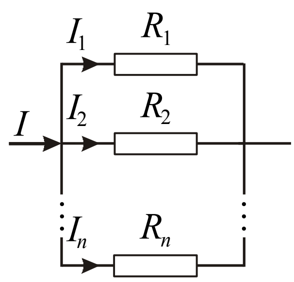



Рисунок 45.3

$$\begin{gathered} I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n \\ U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n \\ \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \end{gathered} \tag{45.8}$$

*Сименс Эрнст Вернер (1816–1892), немецкий электротехник и промышленник, иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук с 1882 г.

При параллельном соединении проводников сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов, текущих в разветвленных участках цепи, напряжение на параллельно соединенных участках цепи одинаково.

### 45.2 *Закон Ома для неоднородного участка*

Ранее было показано (см. формулу (44.6)), что напряжение между двумя точками электрической цепи измеряется работой, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении по цепи единичного положительного заряда из первой точки во вторую, т.е. равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon .$$

Тогда
$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}, \tag{45.9}$$

или
$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon . \tag{45.10}$$

Выражение (45.9) называется ***законом Ома для неоднородного участка***.

При отсутствии сторонних сил величины $U$ и $\varphi_1 - \varphi_2$ совпадают. Поэтому в задачах электростатики и задачах на ток, где рассматриваются участки цепи, не содержащие эдс, понятия напряжения и разности потенциалов часто отождествляют.

Если цепь содержит источник тока, эдс которого ε, и при этом замкнута, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Для замкнутой цепи (рис. 45.4) закон Ома примет вид:

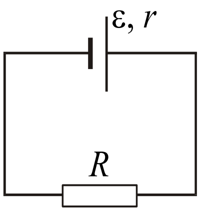



Рисунок 45.4

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{45.11}$$

где $r$ – сопротивление источника тока;
$R$ – сопротивление нагрузки;
($R$+$r$) – полное сопротивление цепи.

Из приведенного выше определения напряжения следует, что при наличии сторонних сил его необходимо применять всегда к конкретному участку цепи, соединяющему данные точки.

Чтобы безошибочно применять закон Ома (45.10) для участка цепи, содержащего эдс, необходимо придерживаться следующих правил:

а) начертить схему и обозначить на ней полюсы всех источников, а также направление тока в цепи (если оно неизвестно, то надо указать предполагаемое направление);

б) ток считать положительным на заданном участке 1-2, если он направлен от точки 1 к точке 2;

в) эдс считать положительной на участке 1-2, если она повышает потенциал в направлении от точки 1 к точке 2, т.е. при мысленном движении вдоль пути 1-2 сначала встречается отрицательный полюс источника, а потом положительный.

### 45.3 *Закон Ома в дифференциальной форме*

Преобразуем закон Ома для участка цепи (см. формулу (45.1)). Заменим силу тока через плотность тока:

$$I = jS;$$

напряжение на концах проводника – через напряженность поля:

$$U = El;$$

сопротивление – через геометрические размеры проводника:

$$R = \rho\frac{l}{S}.$$

Сделаем подстановку в формулу (45.1):

$$jS = \frac{El}{\rho\frac{l}{S}}.$$

Проведя сокращения, получим

$$j = \frac{E}{\rho}. \qquad (45.12)$$

С учетом формулы (45.6) выражение (45.12) можно переписать в виде:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}. \qquad (45.13)$$

***Плотность тока пропорциональна напряженности поля в данной точке проводника.*** Это выражение называется ***законом Ома в дифференциальной форме***.

## §46 Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных электрических цепей постоянного тока значительно упрощается, если использовать правила, сформулированные Кирхгофом*. Они устанавливают соотношения между токами и напряжениями. Этих правил два. Первое относится к узлам цепи. ***Узлом*** называется точка, в которой сходится более чем два проводника (рис. 46.1).

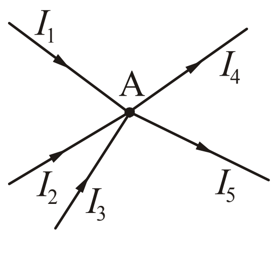



Рисунок 46.1

***Первое правило***: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$I_1 + I_2 + I_3 + ... = \sum_{i=1}^{N} I_i = 0. \qquad (46.1)$$

Токи считаются положительными, если они подходят к узлу. Токи, отходящие от узла, считаются отрицательными.

*Кирхгоф Густав Роберт (1824–1887), немецкий физик.

Для узла А, изображенного на рис. 46.1, первое правило запишется следующим образом:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

***Второе правило***: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов $I_i$ на сопротивления $R_i$ соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме имеющихся в контуре эдс:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i ,$$

где $I_i$ – сила тока на $i$-м участке; $R_i$ – активное сопротивление $i$-го участка; $\varepsilon_i$ – эдс источников тока на $i$-м участке; $N$ – число участков, содержащих активное сопротивление; $k$ – число источников тока.

Расчет разветвленной цепи постоянного тока проводится в такой последовательности:

1) произвольно выбираются направления токов во всех участках цепи и направление обхода контура;
2) записываются ($n$–1) независимых уравнений правила узлов, где $n$ – число узлов в цепи;

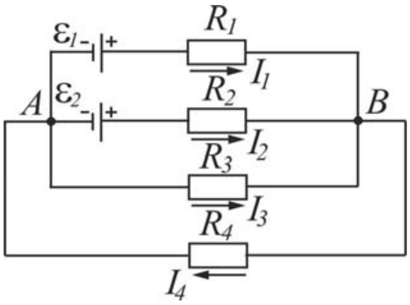



Рисунок 46.2

3) произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал, по крайней мере, один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры;
4) если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными. Эдс считаются положительными, если они повышают потенциал в направлении обхода контура.

Для контура $AR_1BR_2A$ (рис. 46.2) второе правило Кирхгофа запишется следующим образом:

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 ,$$

где $r_i$ –сопротивление $i$-го источника. Контур обходили по часовой стрелке.

## §47 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Её принято называть ***работой тока***.

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение $U$. За время $t$ через сечение проводника проходит заряд $q = It$. Это равносильно тому, что заряд $It$ переносится за время $t$ из одного конца проводника в другой. При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу:

$$A = Uq = UI\,t\,. \tag{47.1}$$

Напомним, что согласно (44.1) напряжение $U$ определяется как величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда.

Разделив работу $A$ на время $t$, за которое она совершается, получим ***мощность, развиваемую током*** на рассматриваемом участке цепи:

$$P = UI\,. \tag{47.2}$$

Эта мощность может расходоваться на совершение рассматриваемым участком цепи работы над внешними телами, на протекание химических реакций, на нагревание данного участка цепи и т.д.

Если проводник неподвижен и в нем не происходит химических превращений, то работа поля по перемещению зарядов идет на изменение внутренней энергии проводника, т.е. проводник нагревается. При этом выделяется количество тепла:

$$Q = A = IU\,t\,.$$

По закону Ома $U = IR$. Сделав замену, получаем

$$Q = I^2 Rt\,. \tag{47.3}$$

Данное выражение называется ***законом Джоуля**** ***− Ленца****.

Если сила тока изменяется с течением времени, то

$$Q = \int_0^t i^2(t) R dt\,. \tag{47.4}$$

От формулы (47.3), определяющей тепло, выделяющееся во всем проводнике, можно перейти к выражению, характеризующему выделение тепла в различных местах проводника. Так как

$$R = \rho\frac{l}{S}, \qquad I = jS,$$

то за время $dt$ выделится тепло:

$$dQ = I^2 Rdt = (jS)^2 \cdot \rho\frac{l}{S}dt = j^2\rho lS\,dt, \tag{47.5}$$

где $lS = V$ – объем проводника.

Разделив (47.4) на произведение $V\,dt$, найдем количество тепла $Q_{уд}$, выделяющееся в единице объема за единицу времени (удельную тепловую мощность):

$$Q_{уд} = j^2\rho\,. \tag{47.6}$$

Формула (47.6) представляет собой дифференциальную форму закона Джоуля – Ленца.

*Джоуль Джеймс Прескотт (1818–1889), английский физик.
*Ленц Эмиль Христиан (1804–1865), российский физик.

# §48 Электрические измерения

## 48.1 *Электроизмерительные приборы*

***Электроизмерительный прибор*** – это совокупность технических средств, при помощи которых происходит измерение той или иной электрической величины. Электроизмерительные приборы делятся на приборы непосредственной оценки и приборы сравнения. В приборах непосредственной оценки измеряемая величина определяется непосредственно по показанию стрелки на шкале прибора или светового «зайчика» на градуированной шкале. В цифровых приборах показания снимаются с цифрового табло. К таким приборам относятся амперметры, вольтметры, ваттметры, омметры, гальванометры. К приборам сравнения относятся многочисленные компенсаторы и электрические мосты. В них измеряемая величина определяется сравнением с известной однородной величиной.

Для измерения электрических величин в приборах непосредственной оценки используются физические явления, создающие вращательный момент и перемещение подвижной системы прибора. Вращательный момент может быть создан взаимодействием магнитного поля постоянного магнита и тока в катушке, магнитного поля катушки с током и ферромагнетика, взаимодействием магнитных полей катушек с током, взаимодействием заряженных тел. В зависимости от используемого в приборах явления взаимодействия различают следующие системы электроизмерительных приборов: магнитоэлектрическую, электромагнитную, электродинамическую, индукционную, электростатическую, термоэлектрическую и т. д.

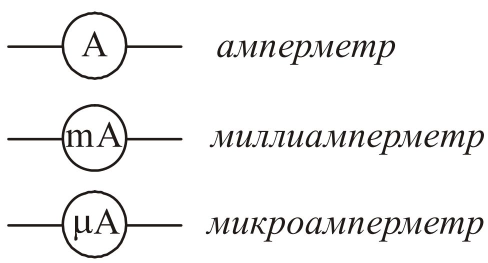


Рисунок 48.1

1. Силу тока в цепи измеряют амперметрами, миллиамперметрами, микроамперметрами. Эти приборы включают в цепь последовательно. На рис. 48.1 показано их условное изображение на схемах.

Любой измерительный прибор должен как можно меньше влиять на измеряемую величину. Нужно иметь в виду, что сам амперметр обладает некоторым сопротивлением $R_A$. Поэтому сопротивление участка цепи с включенным амперметром увеличивается, и при неизменном напряжении сила тока уменьшается в соответствии с законом Ома. Чтобы амперметр не влиял на измеряемый ток, его сопротивление делают очень малым. Это нужно помнить и никогда не пытаться измерять силу тока в осветительной сети, подключая амперметр к розетке. Произойдет ***короткое замыкание***: сила тока при малом сопротивлении прибора достигнет столь большой величины, что обмотка амперметра сгорит.

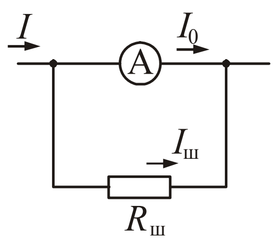


Рисунок 48.2

Для расширения пределов измерения амперметра используют ***шунтирование*** – подключение параллельно амперметру сопротивления $R_ш$. (рис. 48.2).

Приведем пример расчета сопротивления шунта, который нужно подключить для увеличения предела измерения тока в $n$ раз, т.е. для значений $I = nI_0$, где $I_0$ – ток, на который рассчитан амперметр; $I$ – ток в цепи.

Ток $I_ш$, текущий через шунт, по законам параллельного соединения равен:

$$I_ш = nI_0 - I_0 = I_0(n-1). \qquad (48.1)$$

Напряжение на амперметре $U_A$ равно напряжению на шунте $U_ш$: $U_A = U_ш$. По закону Ома для однородного участка цепи:

$$U_A = I_0 R_A; \qquad U_ш = I_ш R_ш .$$

где $R_A$ – сопротивление амперметра;
$R_ш$ – сопротивление шунта.

$$I_0 R_A = I_ш R_ш .$$

Отсюда:

$$R_ш = \frac{I_0 R_A}{I_ш} .$$

Заменив $I_ш$ по формуле (48.1), получим

$$R_ш = \frac{I_0 R_A}{I_0(n-1)} = \frac{R_A}{(n-1)} . \qquad (48.2)$$

Таким образом, сопротивление шунта должно быть в ($n$–1) раз меньше сопротивления амперметра.

2. Напряжение измеряют вольтметрами, милливольтметрами и т.д. Эти приборы включают в цепь параллельно участку, на котором измеряется напряжение. На рис. 48.3 показано их условное изображение на схемах.

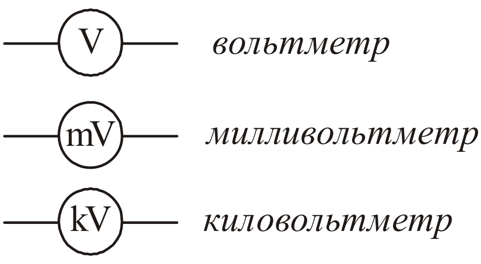



Рисунок 48.3

Показание вольтметра равно падению напряжения на сопротивлении прибора:

$$U_V = I_V R_V .$$

Напряжение на вольтметре совпадает с напряжением на участке цепи.

Если сопротивление вольтметра $R_V$, то после включения его в цепь, сопротивление участка будет уже не $R$, а $R' = \frac{RR_V}{R + R_V} < R$. Из-за этого измеряемое напряжение на участке цепи уменьшится. Для того чтобы вольтметр не вносил заметных искажений в измеряемое напряжение его сопротивление должно быть большим по сравнению с сопротивлением участка цепи, на котором измеряется напряжение. Вольтметр можно включать в сеть без риска, что он сгорит, если только он рассчитан на напряжение, превышающее напряжение сети.

Чтобы расширить пределы измерения напряжения в $n$ раз и измерять напряжения до значений $U > U_0$, последовательно вольтметру нужно присоединить ***добавочное сопротивление*** $R_д$ (рис. 48.4).

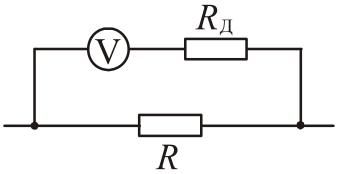


Рисунок 48.4

Приведем пример расчета добавочного сопротивления. Вольтметр имеет сопротивление $R_V$ и рассчитан на напряжение $U_0$. Нужно расширить пределы измерения, т.е. сделать возможным измерение напряжений в $n$ раз больших, чем указано на шкале прибора:

$$U = nU_0.$$

Без внешнего добавочного сопротивления предел измерений вольтметра равен $U_0$. Ток, отклоняющий стрелку вольтметра на всю шкалу, определится по закону Ома:

$$I = \frac{U_0}{R_V}.$$

При подключении добавочного сопротивления предел измерения будет равен $nU_0$, а общее сопротивление окажется равным $R_V + R_д$.

Следовательно,

$$I = \frac{nU_0}{R_V + R_д}.$$

В первом и во втором случаях токи одинаковые. На основании этого можно записать:

$$\frac{U_0}{R_V} = \frac{nU_0}{R_V + R_д},$$

или

$$R_д = R_V(n-1). \qquad (48.3)$$

Таким образом, добавочное сопротивление должно быть в ($n$–1) раз больше сопротивления вольтметра.

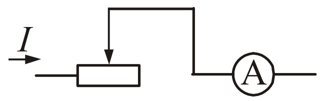


Рисунок 48.5

3. Для регулировки силы тока в цепи и напряжения используют реостат со скользящим контактом.

а). Для регулировки силы тока реостат включается в цепь последовательно (рис. 48.5).

***Практический совет:*** перед началом измерений реостат включают (вводят) полностью. На рис. 48.5 это соответствует крайнему правому положению скользящего контакта.

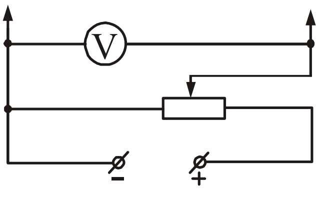


Рисунок 48.6

б). Для регулировки напряжения реостат включается параллельно источнику (рис. 48.6). В этом случае его называют потенциометром или делителем напряжения. ***Практический совет***: перед началом измерений потенциометр выводят на нуль. На рис. 48.6 это соответствует крайнему левому положению скользящего контакта.

### 48.2 *Основные характеристики приборов*

Качество электроизмерительных приборов определяется их чувствительностью, классом точности, пределами измерений, равномерностью шкалы и т.д.

1. ***Чувствительность*** – отношение линейного или углового $\Delta\alpha$ перемещения стрелки прибора к изменению $\Delta x$ измеряемой величины, вызвавшему это перемещение:

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta x}.$$

Пример: Предел измерений миллиамперметра 150 мА, шкала имеет 75 делений.

$$S = \frac{75}{150} = 0{,}5\,(\frac{\text{дел}}{\text{мА}}).$$

2. ***Цена деления прибора*** – это значение изменения $\Delta x$ измеряемой величины, вызывающей отклонение указателя прибора на одно деление:

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta\alpha}.$$

Пример: Предел измерений вольтметра 3 В, шкала имеет 150 делений.

$$C = \frac{3}{150} = 0{,}02\,(\frac{\text{В}}{\text{дел}}).$$

3. ***Класс точности прибора*** определяется максимальной ошибкой прибора, выраженной в процентах от полной величины шкалы. Класс точности указывается на шкале прибора (цифра в кружке на шкале прибора). Существуют следующие классы точности: 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 и т.д. У приборов с высоким классом точности шкала, как правило, зеркальная.

Так, например, амперметр класса 1,5 с полной шкалой 1 А измеряет протекающий через него ток с ошибкой не превосходящей $\frac{1{,}5}{100}\cdot 1\,\text{А} = 0{,}015\,\text{А}$.

Ошибка 0,015 А составляет небольшую долю от измеренного тока лишь при измерении токов порядка 1 А, т.е. при отклонении стрелки на всю шкалу. При отклонении стрелки на 1/2 шкалы ошибка составит уже 3% от измеряемой величины, а при измерении еще меньших токов может составить 10% или даже 20% от величины измеряемого тока. Поэтому рекомендуется выбирать такой прибор, на котором измеряемый ток вызовет отклонение больше чем на половину шкалы.

- **Обратите внимание!**

***В двух смысловых значениях используют термины*:**

***Заряд*** – а) заряженное тело или частица; б) неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем.

***Сопротивление*** – а) структурный элемент электрической цепи (в виде законченного элемента), основное назначение которого – оказывать сопротивление электрическому току с целью регулирования тока и напряжения; б) скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения $U$ на концах проводника к силе тока $I$, протекающего по нему.

***Электрическая проводимость*** (***электропроводность***) – а) способность вещества проводить постоянный электрический ток под действием не изменяющегося во времени электрического поля; б) величина, обратная электрическому сопротивлению.

***Электростатическая индукция*** – а) векторная величина, характеризующая электростатическое поле; б) перераспределение зарядов в проводнике под действием внешнего электростатического поля.

***Термин применяется к объектам, к которым его применять нельзя***

***Электродвижущая сила*** (эдс) – величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда. Электродвижущая сила является характеристикой источников тока и не имеет ничего общего с термином «сила» из курса механики.

***Сила тока*** – скалярная физическая величина, численно равная заряду, протекающему через сечение проводника за единицу времени. Термин не имеет ничего общего с термином «сила» из курса механики.

***Одно и то же понятие называется разными терминами***

***Электростатическая индукция*** – электрическое смещение.

***Различайте следующие, близкие по звучанию, термины*:**

***Напряженность электрического поля*** – векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

***Напряжение*** – скалярная физическая величина, равная отношению полной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда, к величине заряда.

- **Изучив раздел «Электростатика. Постоянный ток», студент должен *ЗНАТЬ*:**

***Суть понятий***:
Заряд, точечный заряд. Электрическое поле, линии напряженности электрического поля (силовые линии), эквипотенциальные поверхности. Диэлектрик, проводник, диполь. Уединенный проводник, конденсатор.
Ток. Источник тока, резистор. Однородный участок цепи, неоднородный участок цепи. Узел, разветвленная цепь. Вольтамперная характеристика. Параллельное и последовательное соединение, шунт, добавочное сопротивление.

***Определения физических величин, их единицы измерения и формулы, по которым рассчитываются величины***:
Заряд. Напряженность электрического поля, потенциал, разность потенциалов. Линейная плотность заряда, поверхностная плотность заряда. Диэлектрическая проницаемость среды, диэлектрическая восприимчивость. Дипольный момент, поляризованность. Электроемкость.
Сила тока, плотность тока. Напряжение, электродвижущая сила. Сопротивление, удельное сопротивление, проводимость, удельная проводимость, температурный коэффициент сопротивления.

***Законы***:
Закон Кулона. Принцип суперпозиции полей. Закон Ома для однородного участка цепи, для неоднородного участка цепи; для замкнутой цепи, содержащей эдс; в дифференциальной форме. Законы Кирхгофа. Закон Джоуля-Ленца.

***Теоремы***:
Теорема Гаусса для электростатического поля.

***Явления*:**
Поляризация диэлектриков.

***Формулы***:
Связь между напряженностью и потенциалом для однородного и неоднородного электростатического поля. Напряженность и потенциал поля точечного заряда. Напряженность поля бесконечно длинной тонкой равномерно заряженной нити, бесконечной равномерно заряженной плоскости.
Электроемкость уединенного шара. Электроемкость плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов. Энергия электрического поля, объемная плотности энергии электрического поля.
Зависимость сопротивления от температуры, расчет сопротивления однородного проводника по его геометрическим размерам. Работа и мощность постоянного тока.

***Графики***:
Зависимость поляризованности изотропных диэлектриков от напряженности электрического поля. Вольт-амперная характеристика проводника. Зависимость сопротивления от температуры.

# ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ТЕМЕ «ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК»

**Инструкция.** Данный тест предназначен для проверки знаний по теме ***“Электростатика. Постоянный электрический ток”***. Ответьте на вопросы. Подсчитайте количество правильных ответов, используя таблицу кодов. Если Вы дали

1) 40-50 правильных ответов – уровень усвоения материала темы высокий.
2) 30-40 правильных ответов – уровень усвоения материала темы средний.
3) 20-30 правильных ответов – уровень усвоения материала темы низкий.
4) меньше 20 правильных ответов – Вы не усвоили учебный материал. Прочитайте его еще раз.

1. Электростатическое поле в вакууме может быть создано …
   1) неподвижными электрическими зарядами. 2) намагниченными телами.
   3) движущимися электрическими зарядами. 4) электрическими токами.
   5) переменными магнитными полями.
2. Какими из перечисленных свойств обладает электростатическое поле?
   1. Оказывает силовое воздействие на материальные тела.
   2. Оказывает силовое воздействие на заряженные частицы или тела.
   3. Оказывает силовое воздействие на проводники с током.
   4. Обладает энергией.
   5. Обусловлено изменяющимся во времени магнитным полем.
3. Какое из перечисленных ниже утверждений носит название закона сохранения электрического заряда?
   1. Заряд любого тела является целым кратным элементарному заряду: $q = \pm Ne$.
   2. Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остается величиной постоянной: $q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n = \text{const}$.
   3. Электрические заряды не могут исчезать и возникать вновь.
   4. В электрически замкнутой системе число положительных зарядов равно числу отрицательных зарядов.
4. В чем состоит принцип суперпозиции электрических полей?
   1. Напряженность поля системы зарядов равна алгебраической сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов в отдельности: $E = E_1 + E_2 + E_3 + \cdots + E_n$.
   2. Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$.
   3. Напряженность электрического поля равна отношению силы, действующей на заряд, к величине заряда: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$.
5. Как следует изменить расстояние между точечными зарядами, чтобы сила взаимодействия между ними уменьшилась в 2 раза?
   1. Увеличить в $\sqrt{2}$ раз 2. Уменьшить в $\sqrt{2}$ раз

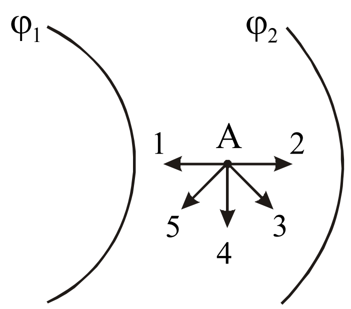
3. Увеличить в 4 раза  4. Увеличить в $\sqrt{3}$ раз
5. Уменьшить в $\sqrt{3}$ раз

6. Как изменится сила взаимодействия двух точечных зарядов при перенесении их из среды с относительной диэлектрической проницаемостью ε в вакуум (расстояние между зарядами $r = \text{const}$)?
   1. Увеличится в ε раз.  2. Уменьшится в ε раз.
   3. Уменьшится в $\varepsilon_0\varepsilon$ раз.  4. Увеличится в $\varepsilon_0\varepsilon$ раз.
   5. Увеличится в $4\pi\varepsilon_0\varepsilon$ раз .  6. Не изменится.
7. Какая из формул является определением напряженности электрического поля?
   1. $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$  2. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$  3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$.
8. Укажите формулу, по которой рассчитывается напряженность электрического поля точечного заряда.
   1. $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$  2. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$  3. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$.
9. Укажите формулу, по которой рассчитывается напряженность электрического поля, создаваемого бесконечно длинной заряженной нитью.
   1. $E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\tau}{r}$  2. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$  3. $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
10. Укажите формулу, по которой рассчитывается напряженность электрического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью.
   1. $E = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\tau}{r}$  2. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$  3. $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
11. Как изменится напряженность электрического поля между двумя равномерно заряженными пластинами, если поверхностную плотность заряда этих пластин увеличить в 3 раза? Пластины заряжены разноименными зарядами.
   1. Увеличится в 3 раза.  2. Увеличится в 9 раз.
   3. Уменьшится в 3 раза.  4. Уменьшится в 9 раз.
   5. Останется прежней.
12. Численное значение потенциала в данной точке электростатического поля определяется …
   1) потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля.
   2) потенциальной энергией любого «пробного» заряда, помещенного в данную точку поля.
   3) работой, совершаемой при перемещении единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.
   4) силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.
   5) силой, действующей на любой «пробный» заряд, помещенный в данную точку поля.

13. Численное значение разности потенциалов двух точек электростатического поля определяется …
    1) разностью потенциальных энергий, которыми обладает единичный положительный заряд в данных точках поля.
    2) средней силой, с которой электростатическое поле действует на единичный положительный заряд в данных точках поля.
    3) разностью потенциальных энергий, которыми обладает произвольный заряд в данных точках поля.
    4) работой, совершаемой при перемещении произвольного заряда из одной точки поля в другую.
    5) работой, совершаемой при перемещении единичного положительного заряда из одной точки поля в другую.
14. Укажите формулу, по которой рассчитывается потенциал электрического поля точечного заряда.

    1. $\varphi = \dfrac{q}{C}$ 2. $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r}$ 3. $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon r^2}$ 4. $\varphi = \mathrm{const}$

15. Точка А расположена между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами $\varphi_1 = 2$ В и $\varphi_2 = 1$ В (поверхности изображены на рисунке кривыми линиями). Укажите направление вектора напряженности электростатического поля в этой точке.




16. Точка А расположена между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами $\varphi_1 = 2$ В и $\varphi_2 = 1$ В (поверхности изображены на рисунке кривыми линиями.). Укажите направление вектора grad $\varphi$ в этой точке.
17. Как взаимно расположены эквипотенциальные поверхности и линии напряженности электростатического поля?
    1. Пересекаются под углом $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
    2. Нигде не пересекаются.
    3. Линии напряженности направлены по касательной к эквипотенциальным поверхностям.
    4. Линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.
18. Какие из приведенных формул выражают связь между напряженностью и потенциалом?

    1. $\vec{E} = \dfrac{\varphi}{r^2}$ 2. $E_l = -\dfrac{d\varphi}{dl}$ 3. $\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi$ 4. $E = \dfrac{\Delta\varphi}{d}$

19. Что называют электрическим диполем?
    1. Электрический диполь – это два одноименных электрических заряда, разделенных диэлектриком.
    2. Электрический диполь – это два разноименных электрических заряда, разделенных диэлектриком.

3. Электрический диполь – это система двух одинаковых по величине разноименных точечных электрических зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.
4. Электрический диполь – это система двух одинаковых по величине одноименных точечных электрических зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.

20. Диэлектрическая проницаемость ε среды – это …
    1. физическая величина, характеристика поля, которая показывает, во сколько раз напряженность электрического поля в диэлектрике больше, чем в вакууме.
    2. физическая величина, характеристика поля, которая показывает, во сколько раз напряженность электрического поля в диэлектрике меньше, чем в вакууме.
    3. физическая величина, характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз напряженность электрического поля в вакууме больше, чем в диэлектрике.
    4. физическая величина, характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз напряженность электрического поля в вакууме меньше, чем в диэлектрике.
21. Электроемкостью уединенного проводника называется …
    1) физическая величина, равная отношению заряда проводника к его потенциалу.
    2) физическая величина, равная отношению потенциала проводника к его заряду.
    3) физическая величина, равная произведению заряда проводника на его потенциал.
22. Электроемкость проводника зависит …
    1) от материала проводника и его агрегатного состояния.
    2) от его линейных размеров и геометрической формы.
    3) от удельного электрического сопротивления материала проводника.
    4) от температуры проводника.
23. Укажите формулу, по которой рассчитывается электроемкость плоского конденсатора.

    1. $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)}$ 2. $C = \dfrac{\varphi}{q}$ 3. $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ 4. $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 d}{S}$
24. Чему равно отношение электроемкостей двух уединенных проводящих шаров с радиусами, равными $R$ и $2R$?

    1. $\dfrac{C_1}{C_2} = 1$ 2. $\dfrac{C_1}{C_2} = 1$ 3. $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{1}{2}$ 4. $\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{1}{4}$ 5. $\dfrac{C_1}{C_2} = 4$.
25. Как изменится электроемкость проводника при приближении к нему другого проводника?

1. Не изменится.
2. Увеличится.
3. Уменьшится.
4. Увеличивается только во время приближения, а потом становится прежней.

26. Как изменится электроемкость плоского конденсатора, если площадь увеличить в 2 раза, а расстояние между ними уменьшить в 6 раз?
    1. Увеличится в 8 раз.
    2. Уменьшится в 8 раз.
    3. Увеличится в 3 раза.
    4. Уменьшится в 3 раза.
    5. Увеличится в 12 раз.
    6. Не изменится.

27. Три конденсатора, электроемкости которых равны $C_1$, $C_2$ и $C_3$, соединены последовательно. Какие из перечисленных ниже условий справедливы?

1. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $C_0 = C_1 + C_2 + C_3$

2. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $C_0 = C_1 + C_2 + C_3$

3. $q_0 = q_1 = q_2 = q_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

4. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

28. Три конденсатора, электроемкости которых равны $C_1$, $C_2$ и $C_3$, соединены параллельно. Какие из перечисленных ниже условий справедливы?

1. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $C_0 = C_1 + C_2 + C_3$

2. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $C_0 = C_1 + C_2 + C_3$

3. $q_0 = q_1 = q_2 = q_3$, $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$, $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

4. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$, $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$, $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

29. Укажите формулу, по которой рассчитывается энергия поля заряженного конденсатора.

1. $W = \frac{CU^2}{2}$ 2. $W = \frac{qU^2}{2}$ 3. $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ 4. $W = \frac{q^2}{2C}$

30. Укажите формулу, по которой рассчитывается объемная плотность энергии электрического поля.

1. $w = \frac{CU^2}{2}$ 2. $w = \frac{qU^2}{2}$ 3. $w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ 4. $w = \frac{q^2}{2C}$

31. Какая из формул является определением силы тока?

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R+r}$ 4. $i = \int_S j dS$

32. Какая из формул является определением плотности тока?

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $j = \frac{di}{dS}$ 3. $j = \frac{1}{\rho E}$ 4. $j = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$

33. Как изменится плотность тока в медном проводнике, если ток в нем увеличить в 3 раза, а площадь поперечного сечения уменьшить в 2 раза?

1. Уменьшится в 12 раз. 2. Увеличится в 3 раза.
3. Увеличится в 12 раз. 4. Увеличится в 6 раз.
5. Уменьшится в 3 раза.

34. Какая из формул является определением электродвижущей силы?

1. $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$ 2. $\varepsilon = \frac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = \frac{1}{ne}\frac{Bi}{a}$

35. Укажите формулу, выражающую закон Ома для замкнутой цепи, содержащей источник тока.

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R + r}$ 4. $P = i^2 R$

36. Укажите формулу, выражающую закон Ома в дифференциальной форме.

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $j = \frac{di}{dS}$ 3. $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$ 4. $P = j^2 R$

37. Укажите формулу, выражающую закон Ома для однородного участка цепи.

1. $i = \frac{dq}{dt}$ 2. $i = \frac{U}{R}$ 3. $i = \frac{\varepsilon}{R + r}$ 4. $P = i^2 R$

38. Сопротивление участка цепи уменьшили в 2 раза, а напряжение увеличили в 3 раза. Как изменится сила тока?

1. Увеличилась в 6 раз. 2. Уменьшилась в 1,5 раза.
3. Увеличилась в 5 раз. 4. Увеличилась в 3 раза.
5. Увеличилась в 1,5 раза. 6. Не изменится.

39. Сопротивление проводника зависит …

1) от эдс источника, к которому подключен проводник.
2) от силы тока в цепи.
3) от геометрических размеров и материала проводника.
4) от разности потенциалов на концах проводника.

40. Три проводника, сопротивления которых $R_1$, $R_2$ , $R_3$, соединены последовательно. Какие из перечисленных ниже утверждений справедливы?

1. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$
$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

2. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$
$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

3. $I_0 = I_1 = I_2 = I_3$
$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$
$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

4. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
$U_0 = U_1 = U_2 = U_3$
$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

41. Три проводника, сопротивления которых $R_1$, $R_2$ , $R_3$, соединены параллельно. Какие из перечисленных ниже утверждений справедливы?

1. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
   $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$
   $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

2. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
   $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$
   $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

3. $I_0 = I_1 = I_2 = I_3$
   $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$
   $R_0 = R_1 + R_2 + R_3$

4. $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$
   $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$
   $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

42. Укажите формулу зависимости сопротивления проводника от температуры.

1. $R = \frac{U}{I}$ 2. $R = R_0(1 + \alpha t)$ 3. $R = R_0\, e^{\alpha t}$ 4. $R = R_0 \alpha t$

43. Укажите формулу, по которой рассчитывается сопротивление проводника.

1. $R = \rho\frac{l}{S}$ 2. $R = R_0(1 + \alpha t)$ 3. $R = \frac{I}{U}$ 4. $R = UI$

44. Укажите формулу зависимости удельного электрического сопротивления проводника от температуры.

1. $\rho = \frac{1}{\sigma}$ 2. $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ 3. $\rho = \rho_0\, e^{\frac{\Delta E}{2kT}}$ 4. $\rho = \rho_0 \alpha t$

45. Удельным сопротивлением проводника называется …
   1) отношение напряжения на участке цепи к силе тока.
   2) величина, обратная сопротивлению участка цепи.
   3) произведение силы тока на сопротивление.
   4) сопротивление проводника длиной 1 м, площадью поперечного сечения 1 м$^2$.
   5) величина, обратная удельной проводимости участка цепи.

46. Удельной проводимостью участка цепи называется …
   1) отношение напряжения на участке цепи к силе тока.
   2) величина, обратная сопротивлению участка цепи.
   3) произведение силы тока на сопротивление.
   4) сопротивление проводника длиной 1 м, площадью поперечного сечения 1 м$^2$.
   5) величина, обратная удельному сопротивлению.

47. Укажите буквенное обозначение и единицу измерения каждой из перечисленных величин. *Пример:* Сила – $F$ – Н (ньютон).

   Заряд, потенциал, линейная плотность заряда, поверхностная плотность заряда, напряженность электрического поля, электроемкость.

48. Укажите буквенное обозначение и единицу измерения каждой из перечисленных величин. *Пример:* Сила – $F$ – Н (ньютон).

   Сила тока, плотность тока, напряжение, сопротивление, удельное сопротивление, электродвижущая сила, проводимость, удельная проводимость.

49. Укажите формулы, по которым рассчитывается мощность электрического тока.

1. $P = IU$  2. $P = \frac{U^2}{R}$  3. $P = j^2\rho$  4. $P = I^2 R$

50. Укажите формулы, выражающие закон Джоуля–Ленца.

1. $Q = I^2 Rt$  2. $Q = \int_0^t i^2(t) R dt$  3. $i = \frac{\varepsilon}{R + r}$  4. $Q = \Delta U + A$

## КОДЫ ОТВЕТОВ К ТЕСТУ «Электростатика. Постоянный ток»

| № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 11 | 1 | 21 | 1 | 31 | 1 | 41 | 4 |
| 2 | 2,4 | 12 | 1,3 | 22 | 2 | 32 | 2 | 42 | 2 |
| 3 | 2 | 13 | 1,5 | 23 | 3 | 33 | 4 | 43 | 1 |
| 4 | 2 | 14 | 2 | 24 | 3 | 34 | 2 | 44 | 2 |
| 5 | 1 | 15 | 2 | 25 | 2 | 35 | 3 | 45 | 4 |
| 6 | 1 | 16 | 1 | 26 | 5 | 36 | 3 | 46 | 5 |
| 7 | 1 | 17 | 4 | 27 | 3 | 37 | 2 | 47 | – |
| 8 | 2 | 18 | 2,3 | 28 | 1 | 38 | 1 | 48 | – |
| 9 | 1 | 19 | 3 | 29 | 1,4 | 39 | 3 | 49 | 1,2,4 |
| 10 | 3 | 20 | 3 | 30 | 3 | 40 | 3 | 50 | 1,2 |

# ЧАСТЬ 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## Глава 13. Магнитное поле в вакууме

***Магнетизм*** – особая форма взаимодействия между электрическими токами, между электрическими токами и магнитами и между магнитами. Магнитные свойства присущи в той или иной степени всем без исключения телам, поэтому при рассмотрении магнитных свойств веществ введен общий термин – ***магнетики***.

В наиболее общем виде магнетизм можно определить как особую форму материального взаимодействия, возникающую между движущимися электрически заряженными частицами. Передача магнитного взаимодействия, реализующая связь между пространственно разделенными телами, осуществляется магнитным полем. Магнитные поля существуют в космическом пространстве, они влияют на движение заряженных частиц, образующих космические лучи. Широкий диапазон явлений магнетизма, простирающийся от магнетизма элементарных частиц до магнетизма космического пространства, обуславливает его большую роль в науке и технике.

### §49 Магнитное поле

#### 49.1 *Характеристики магнитного поля*

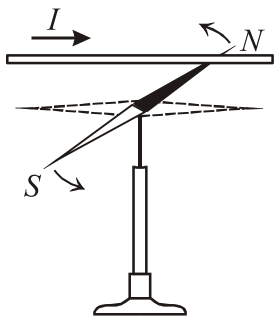



Рисунок 49.1

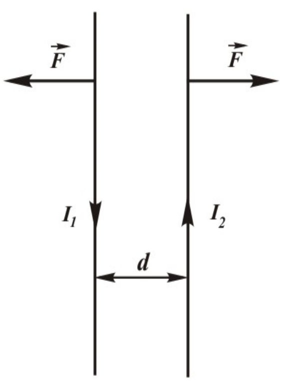



Рисунок 49.2

В 1820 году датский физик Эрстед* обнаружил, что магнитная стрелка, расположенная параллельно прямолинейному проводнику, при пропускании через него постоянного тока $I$ стремится расположиться перпендикулярно проводнику (рис. 49.1). При изменении направления тока стрелка поворачивалась на 180°. То же самое происходило, когда стрелка переносилась вверх и располагалась над проводом.

В том же году А. Ампер* установил, что два проводника, расположенные параллельно друг другу, испытывают взаимное притяжение при пропускании через них тока в одном направлении и отталкиваются, если токи имеют противоположные направления (рис. 49.2). Сила взаимодействия проводников пропорциональна величине токов и обратно пропорциональна расстоянию между ними:

$$F \sim \frac{I_1 I_2}{d}.$$

Если проводник с током поместить между полюсами подковообразного магнита, то он будет или

*Эрстед Ханс Кристиан (1777–1851), датский физик.
*Ампер Андре Мари (1775–1836), французский физик, математик и химик.

втягиваться, или выталкиваться из него в зависимости от направления тока (рис. 49.3). Сила действия со стороны магнитного поля пропорциональна силе тока и длине проводника: $F \sim I \cdot l$.

Таким образом, эксперименты показали, что вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует ***магнитное поле***, которое обнаруживается по его силовому действию на другие проводники с током, постоянные магниты, движущиеся электрические заряды. В отличие от электрического поля магнитное поле не оказывает действия на покоящийся заряд.

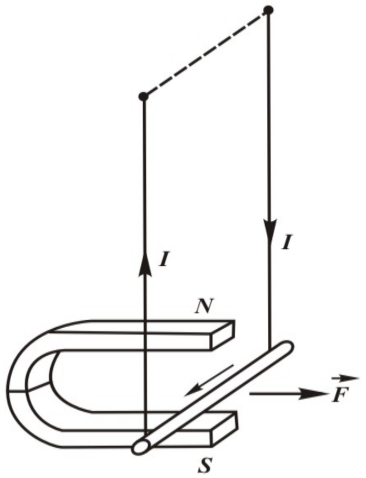


Рисунок 49.3

Для характеристики способности магнитного поля оказывать силовое действие на проводники с током вводится физическая величина, называемая ***магнитной индукцией***.

Магнитное поле исследуют с помощью замкнутого контура с током. Контур должен иметь малые размеры по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется. Это может быть проволочная рамка произвольной формы (рис. 49.4 а). Подводящие проводники сплетают вместе, чтобы результирующая сила, действующая на них со стороны магнитного поля, была равна нулю.

Расположим на расстоянии, значительно большем размеров рамки, провод. Если пропустить ток через рамку и провод, то рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (рис. 49.4 б). Как известно из курса механики, тело поворачивается под действием момента сил. Если брать разные по площади рамки с разными токами, то моменты сил, действующие на эти рамки в данной точке поля, будут разными. Однако, отношение максимального момента сил к произведению силы тока в рамке на ее площадь будет для данной точки поля одним и тем же. Это отношение принимают в качестве величины, характеризующей магнитное поле, и называют магнитной индукцией поля в данной точке.

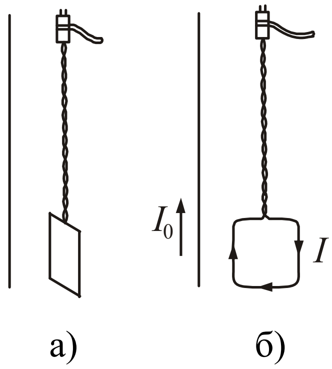


Рисунок 49.4

***Магнитная индукция ($\vec{B}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального вращающего момента, действующего на контур с током в однородном магнитном поле, к произведению силы тока I в контуре на его площадь S***.

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \qquad (49.1)$$

Из опытов Ампера следует, что на проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, пропорциональная силе тока в проводнике и длине проводника. Величина силы также зависит от ориентации проводника в магнитном поле. Оказывается, что отношение максимальной силы, действующей на проводник с током, к произведению силы тока на длину проводника, для данной точки поля остается постоянным. Поэтому можно дать другое определение магнитной индукции.

***Магнитная индукция ($\vec{B}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального значения силы, действующей на проводник с током в однородном магнитном поле, к произведению силы тока I в нем на длину проводника l.***

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}. \tag{49.2}$$

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{А}\cdot\text{с}^2\cdot\text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{А}\cdot\text{с}^2} = \text{Тл (тесла}^*\text{)}$$

Кроме вектора магнитной индукции для характеристики магнитного поля используют вспомогательную величину $\vec{H}$, называемую ***напряженностью магнитного поля***. Магнитная индукция и напряженность связаны между собой соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \tag{49.3}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

$\mu$ – относительная магнитная проницаемость среды;

$H$ – напряженность магнитного поля.

***Магнитная проницаемость среды*** $\mu$ – физическая величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция поля в данной среде отличается от магнитной индукции поля в вакууме. Для вакуума $\mu = 1$.

***Напряженность магнитного поля*** $\vec{H}$ – векторная величина, являющаяся количественной характеристикой магнитного поля. Напряженность магнитного поля определяет тот вклад в магнитную индукцию, который дают внешние источники поля.

$[H] = \text{А/м}$.

## 49.2 *Графическое изображение магнитных полей*

Графически магнитные поля можно изображать с помощью линий магнитной индукции (силовых линий магнитного поля).

Линия, в любой точке которой вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен по касательной к ней, называется ***линией магнитной индукции*** (***силовой линией магнитного поля***).

Силовые линии чертят так, чтобы их густота была пропорциональна модулю вектора $\vec{B}$ в данном месте. Линии индукции магнитного поля ни в одной точке поля не обрываются, т.е. они всегда непрерывны. Они не имеют ни начала, ни конца. Этим силовые линии магнитного поля отличаются от силовых линий электростатического поля, которые всегда начинаются и заканчиваются

*Тесла Никола (1856–1943), америк. ученый, физик, инженер. Серб по происхождению.

на электрических зарядах или уходят в бесконечность. Векторное поле, имеющее непрерывные силовые линии, называется ***вихревым полем***. Магнитное поле – это вихревое поле.

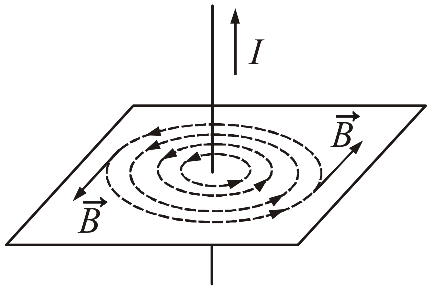



Рисунок 49.5

Линии индукции прямого проводника с током представляют собой окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной к проводнику. Центры окружностей находятся на оси проводника (рис. 49.5) Направление линий индукции магнитного поля определяется по мнемоническому ***правилу буравчика***: направление линий индукции совпадает с направлением ручки буравчика, ввинчиваемого вдоль направления тока.

Линии индукции кругового тока представлены на рис. 49.6. Линии индукции поля, создаваемого постоянным магнитом – на рис. 49.7.

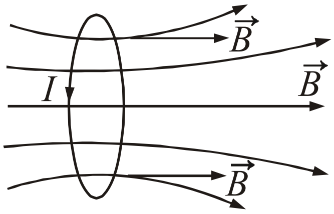



Рисунок 49.6

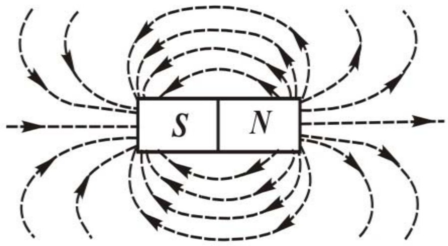



Рисунок 49.7

Если во всех точках некоторой части пространства вектор магнитной индукции $\vec{B}$ не изменяет своего направления и численного значения, то магнитное поле в этой части пространства называется однородным. В противном случае магнитное поле является неоднородным.

## §50 Расчет магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа

### 50.1 *Закон Био – Савара – Лапласа*

В 1820 году французские ученые Био* и Савар* провели исследование магнитных полей токов, текущих по тонким проводникам различной формы. Лаплас* проанализировал экспериментальные данные и получил соотношение, которое позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$ поля, создаваемого элементом тока. Под ***элементом тока*** понимают произведение тока $I$ на элемент длины $d\vec{l}$ проводника.

По закону Био – Савара – Лапласа индукция $d\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в произвольной точке А, определяется выражением:

*Био Жан Батист (1774–1862), французский физик.
*Савар Феликс (1791–1841), французский физик.
*Лаплас Пьер Симон (1749–1827), французский астроном, математик и физик.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \qquad (50.1)$$

В скалярном виде:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \qquad (50.2)$$

где $\alpha$ – угол между направлениями элемента тока и радиус-вектора $\vec{r}$, идущего от элемента тока к точке, в которой определяется индукция (рис. 50.1).

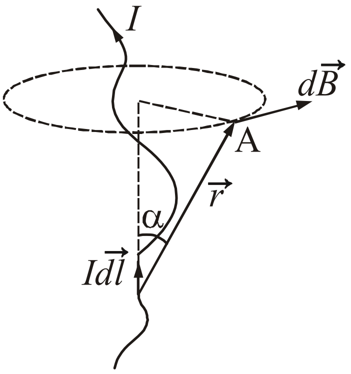


Рисунок 50.1

Аналогичные формулы можно записать для напряженности магнитного поля:

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \qquad (50.3)$$

$$dH = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (50.4)$$

Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма полей, создаваемых элементарными участками токов:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Если магнитное поле создается системой проводников с током, то индукция результирующего поля в любой его точке также равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ... + \vec{B}_n.$$

Данное утверждение носит название ***принципа суперпозиции полей***.

Применим закон Био – Савара – Лапласа для расчета полей, создаваемых проводниками правильной геометрической формы в вакууме.

### 50.2 *Примеры расчета магнитных полей*

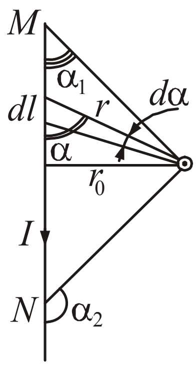


Рисунок 50.2

1. ***Поле прямого тока***. Все элементы тока прямолинейного проводника дают сонаправленные векторы $d\vec{B}$ (для указанного на рис. 50.2 направления тока векторы $d\vec{B}$ направлены перпендикулярно плоскости чертежа к нам). Векторное сложение можно заменить скалярным:

$$B = \int_l dB = \int_l \frac{\mu_0 I\, dl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (50.5)$$

Приведем подынтегральное выражение к одной переменной $\alpha$. Из рис. 50.2 следует, что

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}, \qquad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Полученные выражения подставим в формулу (50.5):

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{r_0 d\alpha \sin^3\alpha}{\sin^2\alpha\, r_0^2} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \sin\alpha\, d\alpha.$$

Интегрирование дает соотношение:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \tag{50.6}$$

Углы $\alpha_1$ и $\alpha_2$ обозначены на рис. 50.2.

Рассмотрим проводник бесконечной длины. Практически это выполняется при условии $r_0 << l$. Получим выражение для индукции магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным проводником. В этом случае можно считать, что $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos 0 - \cos\pi\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} 2,$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \tag{50.7}$$

где $r_0$ – расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Аналогичную формулу можно записать для напряженности магнитного поля:

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \tag{50.8}$$

2. ***Поле кругового тока на его оси***. Найдем индукцию магнитного поля $\vec{B}$ в точке А, расположенной на оси кругового тока радиуса *R*, на расстоянии *x* от его центра (рис. 50.3).

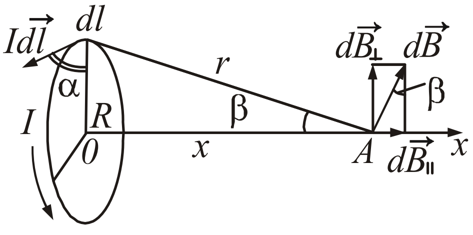



Рисунок 50.3

Индукция $d\vec{B}$ поля, созданного элементом тока $Id\vec{l}$, согласно формуле (50.2):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}.$$

Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: $d\vec{B}_{||}$ – направленную вдоль оси $0x$ и $d\vec{B}_\perp$ – перпендикулярную к ней.

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_{\parallel} + \int_l d\vec{B}_{\perp} .$$

При суммировании полей всех элементов тока по длине окружности составляющие $d\vec{B}_{\perp}$ в сумме дадут нуль, т.е.

$$\int_l d\vec{B}_{\perp} = 0 .$$

Векторы $d\vec{B}_{\parallel}$ сонаправлены, поэтому векторную сумму заменим скалярной:

$$B = \int_l dB_{\parallel} = \int_l dB \sin\beta .$$

Из рис. 50.3 находим

$$r^2 = R^2 + x^2 , \qquad \sin\beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} .$$

Подставив полученные соотношения и учитывая, что $\sin\alpha = 1$, имеем:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl\, R}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} .$$

Интегрируя по $dl$ и учитывая то, что $\int_l dl = l = 2\pi R$, получим:

$$B = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IdlR}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0\, I\, 2\pi R^2}{4\pi\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} ,$$

$$B = \frac{\mu_0\, I R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} . \qquad (50.9)$$

Аналогичную формулу можно записать для напряженности магнитного поля:

$$H = \frac{IR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} . \qquad (50.10)$$

При $x = 0$ получим выражение для расчета индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0\, I}{2R} . \qquad (50.11)$$

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока:

$$H = \frac{I}{2R}. \tag{50.12}$$

3. ***Поле соленоида конечной длины***. Соленоид представляет собой провод, навитый на круглый цилиндрический каркас. На рис. 50.4 показано сечение соленоида. Магнитная индукция $\vec{B}$ поля соленоида конечной длины равна геометрической сумме магнитных индукций $\vec{B}_i$ полей всех витков этого соленоида:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i . \tag{50.13}$$

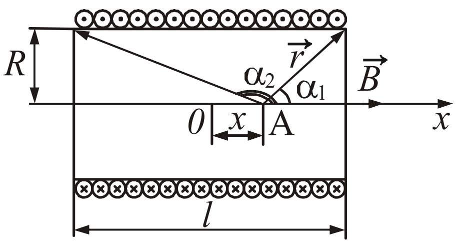


Рисунок 50.4

Внутри соленоида направление индукции $\vec{B}$ совпадает с направлением оси.

Используя формулы (50.9) и (50.13), можно получить формулу для расчета индукции магнитного поля в произвольной точке А, лежащей на его оси соленоида конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \tag{50.14}$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида (плотность намотки);
$\alpha_1$ и $\alpha_2$ – углы, под которыми из точки А видны концы соленоида (рис. 50.4).

Напряженность магнитного поля в произвольной точке на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{I\,n}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \tag{50.15}$$

В учении об электромагнетизме большую роль играет воображаемый ***бесконечно длинный соленоид***. Причина этого заключается в том, что поле такого соленоида однородно и ограничено объемом соленоида (аналогично электрическое поле бесконечного плоского конденсатора однородно и ограничено объемом конденсатора). Соленоид считается бесконечно длинным, если $l >> R$. Для бесконечно длинного соленоида $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тогда:

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}\left(\cos 0 - \cos\pi\right) = \frac{\mu_0 In}{2}\cdot 2,$$

$$B = \mu_0\, I\, n. \tag{50.16}$$

Соответственно, напряженность магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида:

$$H = In. \qquad (50.17)$$

## §51 Законы магнитного поля

### 51.1 *Магнитный поток*

***Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком (dФ) сквозь площадку dS называется скалярная физическая величина***

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BdS\cos\alpha, \qquad (51.1)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к площадке;

$\alpha$ – угол между направлением нормали $\vec{n}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ (рис. 51.1).

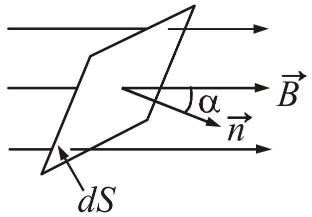


Рисунок 51.1

$[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб}$ (вебер*).

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность *S*:

$$\Phi = \iint_S \vec{B}d\vec{S}. \qquad (51.2)$$

Если поле однородно $(\vec{B} = \text{const})$, а поверхность плоская, то

$$\Phi = BS\cos\alpha. \qquad (51.3)$$

### 51.2 *Теорема Гаусса для магнитного поля*

Теорема Гаусса* для магнитного поля является обобщением опытных данных. Согласно теореме Гаусса:

***Поток вектора магнитной индукции $\vec{B}$ сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю.***

$$\oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0. \qquad (51.4)$$

Она отражает тот экспериментальный факт, что линии вектора $\vec{B}$ не имеют ни начала, ни конца. Поэтому число линий вектора $\vec{B}$, выходящих из любого объема, ограниченного ***замкнутой*** поверхностью *S*, всегда равно числу линий, входящих в этот объем.

*Вебер Вильгельм Эдуард (1804–1891), немецкий физик.

*Гаусс Карл Фридрих (1777–1855), немецкий математик, астроном и физик.

Закон (51.4) выражает также и тот факт, что в природе не существуют единичные магнитные заряды, на которых начинались бы или заканчивались линии вектора $\vec{B}$.

### 51.3 *Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока*

***Циркуляцией вектора магнитной индукции*** $\vec{B}$ по замкнутому контуру $l$ называется интеграл вида:

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l Bdl\cos\left(\vec{B}, d\vec{l}\right), \tag{51.5}$$

где $l$ – замкнутый контур произвольной формы,

$d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный по обходу контура.

Согласно закону полного тока:

***Циркуляция вектора магнитной индукции*** $\vec{B}$ ***в вакууме по произвольному замкнутому контуру l равна произведению магнитной постоянной*** $\mu_0$ ***на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром***.

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k , \tag{51.6}$$

где $N$ – число проводников с током, охватываемых контуром $l$ произвольной формы.

Закон справедлив для проводников с током любой формы и любых размеров. При вычислении алгебраической суммы токов ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта. Ток противоположного направления считается отрицательным.

Закон полного тока можно сформулировать и для циркуляции вектора напряженности:

***Циркуляция вектора напряженности магнитного поля*** $\vec{H}$ ***по произвольному замкнутому контуру l равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.***

$$\oint_l \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{N} I_k . \tag{51.7}$$

Закон полного тока играет примерно ту же роль, что и теорема Гаусса для вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$. Мы знаем, что магнитное поле определяется всеми токами, а циркуляция вектора $\vec{B}$ только теми токами, которые охватывает данный контур. При наличии симметрии теорема о циркуляции позволяет очень просто находить $\vec{B}$. Это бывает в тех случаях, когда вычисление циркуляции вектора $\vec{B}$ можно свести, выбрав разумно контур, к произведению $B$ на длину контура или его часть. Если этого нет, то расчет приходится проводить другими способами, например, с помощью закона

Био – Савара – Лапласа или путем решения соответствующих дифференциальных уравнений, и расчет становится значительно сложнее.

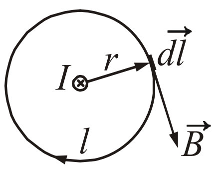


Рисунок 51.2

***Пример***: расчет индукции магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным проводником с током.

В качестве контура выберем окружность радиуса $r$ (рис. 51.2), совпадающую с линией магнитной индукции (ток $I$ идет от нас за чертеж). Запишем закон полного тока:

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i \,,$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l Bdl\cos\left(\vec{B},d\vec{l}\right).$$

Угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ равен нулю, $\cos 0 = 1$. Внутри выбранного контура находится ток $I$. Тогда:

$$\int_l Bdl = \mu_0 I \,.$$

Так как замкнутый контур обхода выбран в виде окружности, то для данного расстояния $r$ от провода $B = \text{const}$. После интегрирования получим:

$$B\,2\pi r = \mu_0 I \,,$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \qquad (51.8)$$

Полученный результат совпадает с формулой (50.7).

## §52 Действие магнитного поля на проводник с током

### 52.1 *Закон Ампера*

Обобщив экспериментальные данные по исследованию действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что ***сила*** $d\vec{F}$ ***, с которой магнитное поле действует на элемент тока, равна векторному произведению элемента тока*** $Id\vec{l}$ ***на магнитную индукцию*** $\vec{B}$ **.**

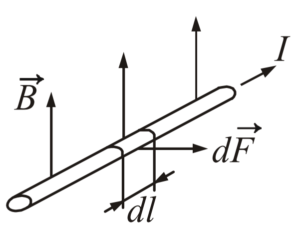


Рисунок 52.1

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}\,, \qquad (52.1)$$

$$dF = IBdl\sin\alpha\,, \qquad (52.2)$$

где $\alpha$ – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ (рис. 52.1).

Направление силы $d\vec{F}$ определяют по правилу векторного произведения. На практике чаще применяют мнемоническое ***правило левой руки***: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока, то отставленный на 90° большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током в магнитном поле (рис. 52.1).

Если проводник имеет конечные размеры, то

$$F = \int_l d\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}\,. \tag{52.3}$$

***Примеры***:

1. Сила, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле (рис. 52.2).

Для однородного поля $\vec{B} = \text{const}$, поэтому

$$F = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B} = \int_l IB\sin\alpha\, dl\,,$$

$$F = IBl\sin\alpha\,, \tag{52.4}$$

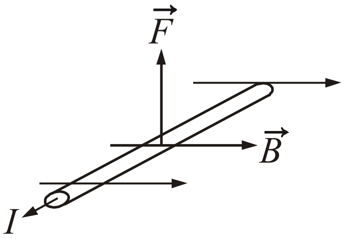


Рисунок 52.2

где $l$ – длина проводника.

$\alpha$ – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

2. Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямых токов.

Рассмотрим два параллельных тока $I_1$ и $I_2$, находящихся на расстоянии $r$ друг от друга (рис. 52.3). Из опытов Ампера (см. §49) следует, что

– параллельные токи одного направления притягиваются;

– параллельные токи противоположных направлений отталкиваются.

Пусть длина каждого проводника $l$. Каждый из проводников с током находится в магнитном поле тока другого проводника. Сила, с которой второй ток действует на первый

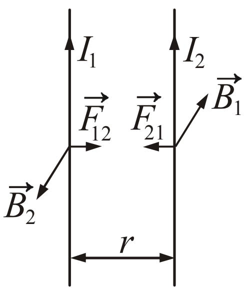


Рисунок 52.3

$$F_{12} = I_1 B_2 l \sin\alpha\,,$$

$$\alpha = 90^\circ,\ \sin 90^\circ = 1.$$

Так как проводники длинные, то

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}.$$

Сделаем замену, получим

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l\,. \tag{52.5}$$

Можно показать, что сила $F_{21}$, с которой первый ток действует на второй, равна и противоположна силе $F_{12}$, с которой второй ток действует на первый.

Сила, действующая на единицу длины проводника:

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \qquad (52.6)$$

На основании формулы (52.6) дается определение единицы силы тока – амперу.

***Ампер – это сила такого неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывал бы между этими проводниками силу взаимодействия, равную* $\mathbf{2\cdot 10^{-7}}$ Н *на каждый метр длины проводника.***

### 52.2 *Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле*

Рассмотрим цепь с током, образованную неподвижными проводами и скользящим по ним подвижным проводником длиной $l$ (рис. 52.4). Цепь находится в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$), направленном перпендикулярно к плоскости чертежа.

По закону Ампера на проводник действует сила

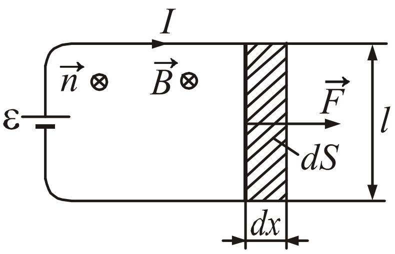



Рисунок 52.4

$$F = IBl.$$

При перемещении проводника на расстояние $dx$ эта сила совершит работу

$$\delta A = Fdx = IBldx = IBdS, \qquad (52.7)$$

где $dS = ldx$ – заштрихованная площадь (см. рис. 52.4).

Произведение $BdS$ дает магнитный поток $d\Phi$ (см. формулу (51.1)). Сделаем замену в (52.7), получим

$$\delta A = I d\Phi, \qquad (52.8)$$

где $d\Phi$ – магнитный поток через площадь, которую пересекает проводник при движении.

Таким образом, работа, совершаемая магнитной силой над проводником с током, равна произведению силы тока на величину магнитного потока через поверхность, пересеченную проводником при рассматриваемом движении.

$$A = \int_1^2 I d\Phi. \qquad (52.9)$$

Для $I$=const:

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \tag{52.10}$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока.

## §53 Действие магнитного поля на контур с током

### 53.1 *Магнитный момент*

***Магнитным моментом*** $(\vec{p}_m)$ ***плоского замкнутого контура с током I называется векторная физическая величина, численно равная произведению тока I на площадь контура S.***

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \tag{53.1}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор положительной нормали к поверхности, ограниченной этим контуром. Положительной называется нормаль, направление которой связано с направлением тока в контуре правилом правого винта. Поэтому вектор $\vec{p}_m$ направлен перпендикулярно плоскости контура так, что из его конца ток в контуре виден идущим против часовой стрелки (рис. 53.1).

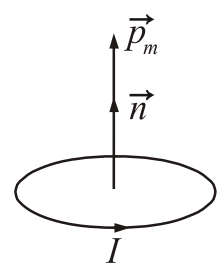


Рисунок 53.1

$[p_m] = \text{А} \cdot \text{м}^2$.

Магнитный момент является очень важной характеристикой контура с током. Этой характеристикой определяется как поле, создаваемое контуром, так и поведение контура во внешнем магнитном поле.

### 53.2 *Сила, действующая на контур с током в однородном магнитном поле*

Рассмотрим, как ведет себя контур с током в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$). По формуле (52.2) на элемент контура действует сила

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}. \tag{53.2}$$

Результирующая этих сил равна

$$\vec{F} = \oint_l Id\vec{l} \times \vec{B}. \tag{53.3}$$

Постоянные величины $I$ и $\vec{B}$ можно вынести за знак интеграла:

$$\vec{F} = I\left(\oint_l d\vec{l}\right) \times \vec{B},$$

Из курса математики известно, что $\oint_l d\vec{l} = 0$, поэтому $\vec{F} = 0$. Таким образом, результирующая сила, действующая на контур с током в однородном магнитном поле, равна нулю. Это справедливо для контуров любой формы при произвольном расположении контура относительно поля.

### 53.3 *Вращающий момент, создаваемый силами, приложенными к контуру*

Рассмотрим плоский контур, находящийся в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \mathrm{const}$). Пусть контур ориентирован так, что линии магнитной индукции параллельны плоскости контура (рис. 53.2). На стороны 1–2 и 3–4 контура действуют силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{34}$:

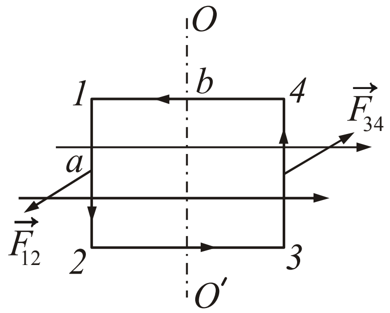



Рисунок 53.2

$$F_{12} = F_{34} = IBa, \tag{53.4}$$

где $a$ – сторона 1–2 контура.

Силы, приложенные к противоположным сторонам, образуют пару сил, момент которой равен:

$$M = F_{12} l, \tag{53.5}$$

В результате контур поворачивается относительно оси OO'. На рис. 53.3 показан вид на контур сверху. Из рисунка следует, что плечо пары сил

$$l = b \sin \varphi,$$

где $b$ – сторона 1–4 контура;

$\varphi$ – угол между направлением вектора $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру (рис. 53.3).

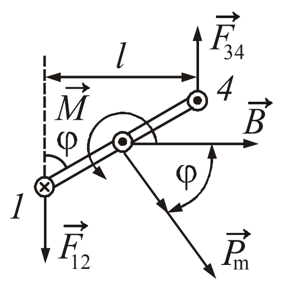



Рисунок 53.3

Заменив в (53.5) $F_{12}$ по формуле (53.4), получим

$$M = IBab \sin \varphi. \tag{53.6}$$

Произведение $ab$ дает площадь контура $S$.

Таким образом,

$$M = IBS \sin \varphi. \tag{53.7}$$

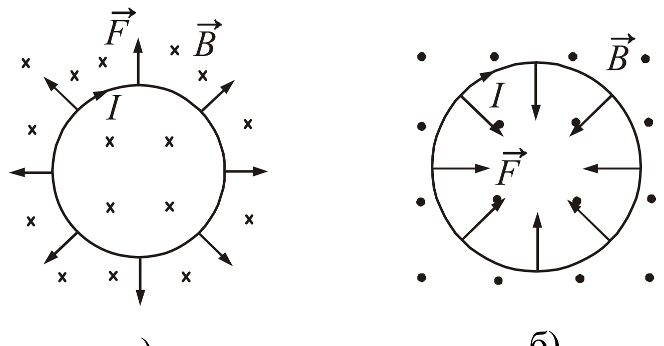
Выражение (53.7) можно преобразовать, воспользовавшись понятием магнитного момента. Заменив произведение $IS$ через магнитный момент, получим

$$M = p_m B \sin \varphi. \tag{53.8}$$

Формулу (53.8) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \tag{53.9}$$

Вектор вращающего момента $\vec{M}$ направлен вдоль оси вращения OO' так, что из его конца вращение рамки под действием пары сил видно




а)

б)

Рисунок 53.4

происходящим против часовой стрелки (рис. 53.3).

Если магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости контура, то векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ будут сонаправлены. В этом случае вращающий момент $\vec{M}$ (см. формулу (53.8)) равен нулю.

Силы, действующие на разные элементы контура, будут либо растягивать его (рис. 53.4 а), либо сжимать (рис. 53.4 б) в зависимости от направления поля и тока.

### 53.4 *Контур с током в неоднородном магнитном поле*

Рассмотрим контур с током, находящийся в неоднородном магнитном поле. Поле называется ***неоднородным***, если направление и (или) численное значение вектора магнитной индукции изменяются, т.е. $\vec{B} \neq \text{const}$. Предположим, что поле быстрее всего изменяется в направлении оси $0x$, совпадающей с направлением $\vec{B}$ в том месте, где расположен центр контура.

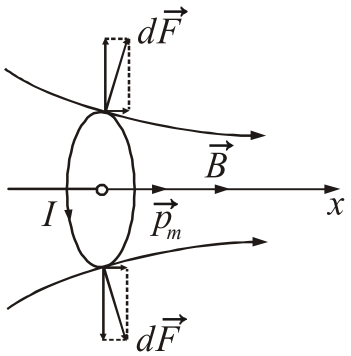


Рисунок 53.5

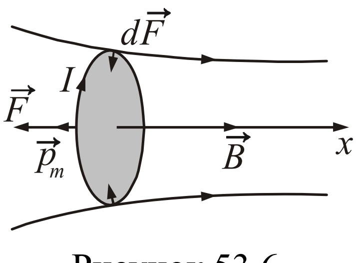


Рисунок 53.6

Магнитный момент $\vec{p}_m$ контура ориентирован по полю (рис. 53.5). Так как $\vec{B} \neq \text{const}$, выражение (53.2) может не быть равным нулю. Сила $d\vec{F}$, действующая на элемент контура, перпендикулярна к $\vec{B}$, т.е. линии магнитной индукции в месте пересечения ее с $d\vec{l}$.

Результирующая сил, приложенных к элементам контура, направлена в сторону возрастания $\vec{B}$ и, следовательно, втягивает контур в область более сильного поля. Если изменить направление тока на противоположное ($\vec{p}_m$ будет направлен против $\vec{B}$), то направления всех $d\vec{F}$ и их результирующей $\vec{F}$ изменятся на обратные. При такой ориентации $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ контур будет выталкиваться из поля (рис. 53.6).

Величина силы, втягивающей или выталкивающей контур, определяется соотношением:

$$F_x = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\alpha, \qquad (53.10)$$

где $p_m$ – магнитный момент контура;

$\alpha$ – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$;

$\frac{\partial B}{\partial x}$ – градиент индукции магнитного поля – величина, характеризующая степень неоднородности поля, численно равная изменению индукции, приходящемуся на единицу длины.

Таким образом, в неоднородном магнитном поле контур не только сжимается (растягивается), но и втягивается (выталкивается) в область неоднородного поля.

## §54 Работа, совершаемая при вращении контура с током в постоянном магнитном поле

При повороте контура на угол $d\varphi$ (см. рис. 53.3) совершается элементарная работа

$$\delta A = \vec{M} d\vec{\varphi} = M d\varphi \cos\left(\vec{M}, d\vec{\varphi}\right). \qquad (54.1)$$

Так как

$$M = p_m B \sin\varphi,$$

а векторы $\vec{M}$ и $d\vec{\varphi}$ сонаправлены (при этом $\cos(\vec{M}, d\vec{\varphi}) = 1$), то

$$\delta A = p_m B \sin\varphi d\varphi. \qquad (54.2)$$

Работа, совершаемая при повороте контура на конечный угол от $\varphi_1$ до $\varphi_2$, определяется интегрированием:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \delta A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_m B \sin\varphi\, d\varphi = -(p_m B \cos\varphi_2 - p_m B \cos\varphi_1). \qquad (54.3)$$

Из формулы (54.3) можно сделать вывод, что работа по повороту контура определяется лишь его конечным и начальным положениями.

Величину $-p_m B \cos\varphi$ обозначим через $W_п$ и назовем ее ***потенциальной энергией взаимодействия контура с током с магнитным полем.***

$$W_п = -p_m B \cos\varphi. \qquad (54.4)$$

Выражение (54.4) можно записать как скалярное произведение векторов $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$:

$$W_п = -\vec{p}_m \vec{B}. \qquad (54.5)$$

## §55 Сила Лоренца

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле. Сила $\vec{F}_л$, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле, называется ***силой Лоренца****. Сила Лоренца рассчитывается по формуле:

$$\vec{F}_л = q\vec{v} \times \vec{B}. \qquad (55.1)$$

Модуль силы Лоренца равен:

$$F_л = qBv \sin\alpha, \qquad (55.2)$$

где $q$ – заряд частицы;

$B$ – индукция магнитного поля, в котором движется заряд;

*Лоренц Хедрик Антон (1853–1928), нидерландский физик.

$v$ – скорость заряда;

$\alpha$ – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения. На практике можно использовать правило левой руки (см. §52), при этом надо учитывать знак заряда. Для отрицательных частиц направление силы меняется на противоположное.

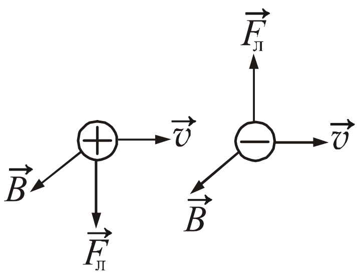


Рисунок 55.1

Взаимные расположения векторов $\vec{v}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}_л$ для положительного ($q > 0$) и отрицательного ($q < 0$) зарядов показаны на рис. 55.1.

С помощью силы Лоренца можно дать еще одно определение магнитной индукции $\vec{B}$.

***Магнитная индукция*** **(**$\vec{B}$**)** ***– векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального значения силы, действующей на единичный положительный заряд, который в данной точке движется с единичной скоростью***.

$$B = \frac{F_{л\,max}}{qv}. \qquad (55.3)$$

Сила Лоренца направлена всегда перпендикулярно скорости движения заряженной частицы и сообщает ей центростремительное ускорение. Не изменяя модуля скорости, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает работы и кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Рассмотрим частные случаи.

1. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Под действием силы Лоренца заряженная частица движется по окружности постоянного радиуса $R$ (рис. 55.2).

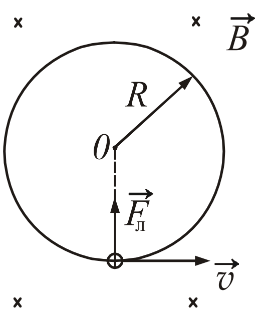


Рисунок 55.2

$$F_л = qBv, \qquad (55.4)$$

($\sin\alpha = 1$, так как $\vec{v} \perp \vec{B}$).

По второму закону Ньютона:

$$F = ma_n, \qquad (55.5)$$

где $m$ – масса частицы.

Нормальное (центростремительное) ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Приравняем выражения (55.4) и (55.5), заменив $a_n$:

$$qBv = m\frac{v^2}{R}.$$

Найдем радиус окружности:

$$R = \frac{mv}{qB}. \qquad (55.6)$$

Период вращения (время одного полного оборота):

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB},$$

где $l = 2\pi R$ – длина окружности.

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (55.7)$$

2. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha$ к линиям магнитной индукции.

Разложим скорость $\vec{v}$ частицы на две составляющие (рис. 55.3): $\vec{v}_{||}$ – параллельную вектору $\vec{B}$, и $\vec{v}_{\perp}$ – перпендикулярную вектору $\vec{B}$. Скорость $\vec{v}_{||}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение заряженной частицы вдоль силовой линии. Скорость $\vec{v}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению. Движение частицы можно рассматривать как сложение двух движений: равномерного вращения по окружности со скоростью $\vec{v}_{\perp}$ и равномерного перемещения вдоль поля со скоростью $\vec{v}_{||}$. В результате частица движется по винтовой линии.

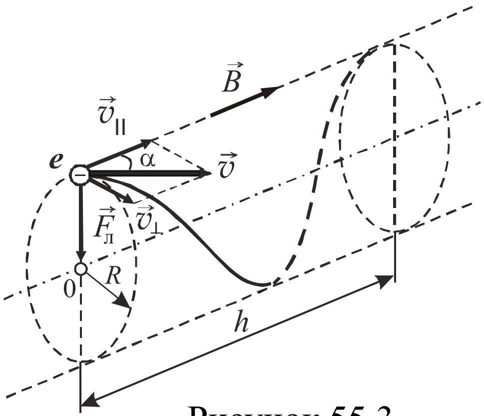


Рисунок 55.3

На основании формулы (55.6)

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv\sin\alpha}{qB}. \qquad (55.8)$$

Шаг *h* винтовой линии (расстояние между соседними витками)

$$h = v_{||} T.$$

Заменив *T* по формуле (55.7), получим

$$h = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}. \qquad (55.9)$$

Если на движущийся электрический заряд кроме магнитного поля индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила $\vec{F}$, приложенная к заряду, равна векторной сумме силы $\vec{F}_э = q\vec{E}$ и силы Лоренца (55.1):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}. \qquad (55.10)$$

Выражение (55.10) также называется силой Лоренца, иногда – обобщенной силой Лоренца.

## §56 Эффект Холла

Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов. Это явление было обнаружено Э. Холлом* в 1879 году и называется ***эффектом Холла***.

Величина разности потенциалов $U$ зависит от тока $I$, индукции магнитного поля $B$ и толщины пластинки $b$:

$$U_{\mathrm{H}} = R_{\mathrm{H}} \frac{IB}{b}, \qquad (56.1)$$

где $R_{\mathrm{H}}$ – постоянная Холла. Ее значение и знак определяются природой проводника.

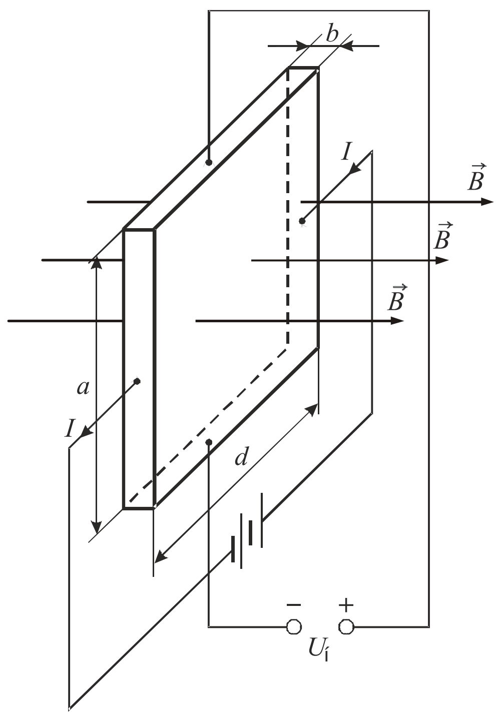



Рисунок 56.1

Направления магнитной индукции $\vec{B}$, тока $I$ указаны на рис. 56.1. Одной из основных причин эффекта Холла является отклонение носителей заряда, движущихся в магнитном поле, под действием силы Лоренца. Наблюдается эффект Холла во всех проводниках и полупроводниках, независимо от материала.

Для металлов и примесных полупроводников с одним типом проводимости постоянная Холла равна:

$$R_{\mathrm{H}} = \frac{1}{nq}, \qquad (56.2)$$

где $q$ – заряд;

$n$ – концентрация носителей тока.

Измерения постоянной Холла были произведены в очень широком интервале температур. Оказалось, что ***в металлах постоянная Холла не зависит от температуры***, следовательно, и ***концентрация свободных электронов не зависит от температуры***. Это означает, что тепловое движение не играет никакой роли в образовании свободных электронов в металлах.

Значительно более сложные явления наблюдаются при проведении опыта Холла с полупроводниками: селеном, кремнием, германием, окислами ряда металлов и т.д. Постоянная Холла для них примерно в $10^5$ раз больше;

*Холл Эдвин Герберт (1855–1938), американский физик.

электропроводность в $10^5$ раз меньше, примерно во столько же раз меньше и концентрация свободных электронов. ***Постоянная Холла полупроводников с ростом температуры резко падает***, следовательно, ***концентрация свободных электронов растет при увеличении температуры полупроводника***. Второй характерной особенностью полупроводников является то, что у некоторых из них эффект Холла имеет противоположный знак – при таких же направлениях тока и индукции магнитного поля, как на рис. 56.1, нижняя грань пластины заряжается положительно. Это означает, что проводимость осуществляется за счет движения положительных зарядов.

Таким образом, эффект Холла является одним из эффективных методов исследования носителей заряда, особенно в полупроводниках. Он позволяет оценивать концентрацию носителей и определять их знак, судить о количестве примесей в полупроводниках и характере химических связей. Кроме этого эффект Холла применяется для измерения величины магнитной индукции (датчики Холла), определения величины сильных разрядных токов.

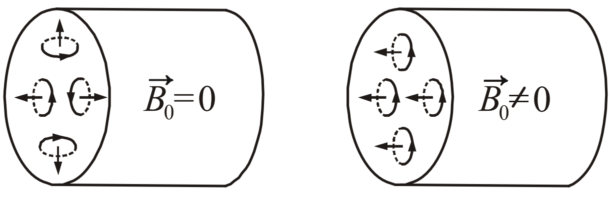
# Глава 14. Магнитное поле в веществе

## §57 Магнитное поле в веществе

### 57.1 *Намагничивание магнетика*

***Магнетик*** – термин, применяемый ко всем веществам при рассмотрении их магнитных свойств. Разнообразие типов магнетиков обусловлено различием магнитных свойств микрочастиц, образующих вещество, а также характером взаимодействия между ними.

Эксперименты показывают, что все вещества являются магнетиками, т.е. способны под действием магнитного поля намагничиваться. Для объяснения намагничивания тел А. Ампер выдвинул гипотезу, согласно которой в молекулах вещества циркулируют круговые (молекулярные) токи. Каждый такой ток обладает магнитным моментом $\vec{p}_m$ и создает в окружающем пространстве магнитное поле. Магнитное поле намагниченного тела слагается из магнитных полей этих круговых токов.




а) б)

Рисунок 57.1

В ненамагниченном теле все элементарные токи расположены хаотически (рис. 57.1 а), поэтому во внешнем пространстве не наблюдается никакого магнитного поля. Процесс намагничивания тела заключается в том, что под влиянием внешнего магнитного поля его элементарные токи в большей или меньшей степени устанавливаются параллельно друг другу (рис. 57.1 б). Суммарный магнитный момент магнетика становится отличным от нуля.

В веществе различают два вида токов, создающих магнитное поле – макротоки и микротоки. ***Макротоками*** называются токи проводимости. ***Микро-***

***токами*** (молекулярными) называются токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах. Магнитное поле в веществе является векторной суммой двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками, и внутреннего или собственного магнитного поля, которое создается микротоками.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ магнитного поля в веществе характеризует результирующее магнитное поле и равен геометрической сумме магнитных индукций внешнего $\vec{B}_0$ и внутреннего $\vec{B}'$ магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0 . \qquad (57.1)$$

Первичным источником магнитного поля в магнетиках являются макротоки. Их магнитные поля являются причиной намагничивания вещества, помещенного во внешнее магнитное поле.

Количественно намагничивание характеризуется вектором намагниченности.

***Намагниченность*** **($\vec{J}$)** ***– векторная физическая величина, численно равная суммарному магнитному моменту молекул, заключенных в единице объема***.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{m_i} , \qquad (57.2)$$

где $\Delta V$ – физически бесконечно малый объем, взятый вблизи рассматриваемой точки;
$\vec{p}_{m_i}$ – магнитный момент отдельной молекулы.

$$[J] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}} .$$

Единица измерения намагниченности совпадает с единицей измерения напряженности магнитного поля.

### 57.2 *Классификация магнетиков*

По характеру зависимости намагниченности $\vec{J}$ от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ магнетики делятся на три группы:

- диамагнетики
- парамагнетики
- ферромагнетики

Намагниченность изотропных парамагнетиков и диамагнетиков, находящихся в слабых магнитных полях, прямо пропорциональна напряженности магнитного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} , \qquad (57.3)$$

где $\chi$ – ***магнитная восприимчивость***. Магнитная восприимчивость зависит от физико-химических свойств материала. Для вакуума $\chi$=0.

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \qquad (57.4)$$

называется ***магнитной проницаемостью*** вещества. Она является характеристикой магнитных свойств вещества. Для вакуума $\mu$=1.

### 57.3 *Диамагнетики. Парамагнетики*

1. ***Диамагнетики*** – вещества, у которых магнитная восприимчивость $\chi$ отрицательна: $\chi<0$. Численное значение $\chi$ находится в пределах $10^{-4} \div 10^{-5}$. Вектор намагниченности $\vec{J}$ диамагнетиков направлен противоположно направлению напряженности намагничивающего поля $\vec{H}$. Если диамагнетик поместить в неоднородное магнитное поле, то он выталкивается из поля.

Магнитная проницаемость диамагнетиков $\mu$<1, но отличие от единицы невелико. К диамагнетикам относятся инертные газы, водород, кремний, висмут, олово, медь, цинк, вода, кварц и многие органические соединения.

2. ***Парамагнетики*** – вещества, у которых магнитная восприимчивость положительна: $\chi>0$. Численное значение $\chi$ находится в пределах $10^{-3} \div 10^{-4}$. Направление намагниченности $\vec{J}$ парамагнетиков совпадает с направлением напряженности намагничивающего поля $\vec{H}$. Парамагнетики втягиваются в неоднородное магнитное поле.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков зависит от температуры и подчиняется закону Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \qquad (57.5)$$

где $C$ – постоянная Кюри;
$T$ – абсолютная температура.

Магнитная проницаемость парамагнетиков $\mu$>1, но отличие от единицы очень невелико. К парамагнетикам относятся алюминий, марганец, палладий, платина, растворы железных и никелевых солей, кислород, воздух и др.

Нужно особенно подчеркнуть, что для парамагнитных и диамагнитных веществ магнитная проницаемость $\mu$ ***не зависит*** от напряженности внешнего намагничивающего поля, т.е. представляет собой постоянную величину, характеризующую данное вещество.

### 57.4 *Ферромагнетики*

***Ферромагнетики*** – вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Свое название они получили по наиболее распространенному представителю – железу.

К ферромагнетикам кроме железа, принадлежат никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, некоторые сплавы и соединения марганца и хрома с неферромагнитными элементами (например, сплав, содержащий 61% Cu, 24% Mn, 15% Al), а также сплавы системы неодим-железо-бор. Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами. Их намагниченность в огромное число раз (до $10^{10}$) превосходит намагниченность диа- и парамагнетиков, принадлежащих к категории слабомагнитных веществ.

Ферромагнетики обладают следующими характерными свойствами:

1. Имеют очень большие значения $\mu$ и $\chi$ ($\mu$ достигает значений $10^4 \div 10^5$). Это означает, что ферромагнетики создают сильное добавочное магнитное поле.

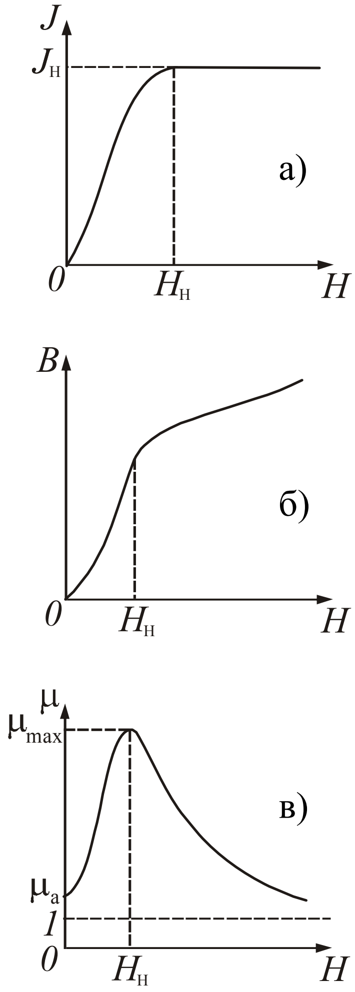


Рисунок 57.2

2. Величины $\mu$ и $\chi$ не остаются постоянными, а являются функциями напряженности внешнего поля. Поэтому намагниченность $J$ и магнитная индукция $B$ также не пропорциональны напряженности $H$ магнитного поля, а зависят от нее сложным образом (рис. 57.2).

Зависимость намагниченности $J$ от напряженности $H$ внешнего магнитного поля характеризуется наличием магнитного насыщения $J_н$, наступающего при $H > H_н$ (рис. 57.2 а). $H_н$ – напряженность насыщения.

Магнитная индукция $B$ растет с возрастанием поля $H$ и при $H \geq H_н$ кривая переходит в прямую (рис. 57.2 б).

Зависимость магнитной проницаемости $\mu$ от $H$ имеет сложный характер. $\mu_a$ – начальная магнитная проницаемость. При стремлении напряженности $H$ к бесконечности магнитная проницаемость $\mu$ асимптотически стремится к единице (рис. 57.2 в).

3. Ферромагнетикам свойственно явление магнитного гистерезиса. ***Гистерезис*** – явление отставания изменения $B$ индукции магнитного поля от изменения напряженности $H$ переменного по величине и направлению внешнего магнитного поля.

На рис. 57.3 кривая 0–1 соответствует основной кривой намагничивания. Если довести намагничивание до насыщения (точка 1), а затем уменьшать напряженность намагничивающего поля, то индукция $B$ следует не по первоначальной кривой 0–1, а изменяется по кривой 1–2. При $H = 0$ сохраняется остаточная намагниченность, которая характеризуется ***остаточной индукцией*** – $B_r$.

Индукция обращается в нуль лишь под действием поля $H_c$, имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность магнитного поля, в котором ферромагнитный образец, первоначально намагниченный до насыщения, полностью размагничивается называется ***коэрцитивной силой***. Увеличивая обратное поле, затем уменьшая его и накладывая вновь положительное поле, получим, что индукция изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–1, которая

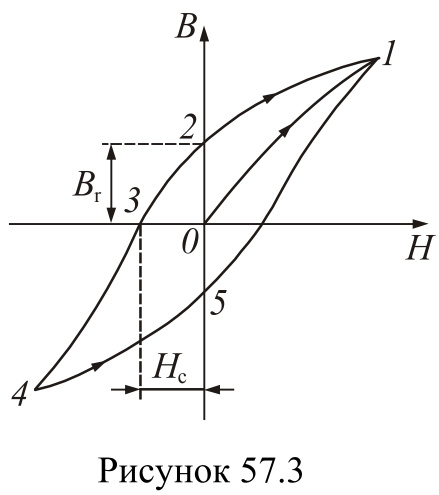


Рисунок 57.3

называется ***петлей гистерезиса***. Перемагничивание ферромагнетика связано с изменением ориентации областей спонтанной намагниченности (см. п. 6) и требует совершения работы за счет энергии внешнего магнитного поля. Количество теплоты, выделившееся при перемагничивании, пропорционально площади петли гистерезиса. В зависимости от формы и площади петли ферромагнетики делят на:

– магнитномягкие (узкая петля гистерезиса, $H_c \sim 1 \div 100$ А/м);
– магнитножесткие (широкая петля гистерезиса, $H_c \sim 10^3 \div 10^5$ А/м).

Для изготовления постоянных магнитов используют магнитножесткие ферромагнетики, для сердечников трансформаторов – магнитномягкие.

4. При намагничивании ферромагнетиков происходит изменение их линейных размеров и объема. Это явление называется ***магнитострикцией***. Относительное удлинение ферромагнетиков достигает величины $\sim 10^{-5} - 10^{-2}$. Магнитострикция используется в гидроакустике, в ультразвуковых технологиях, акустоэлектронике и других областях техники.

5. Перечисленные выше свойства ферромагнитных веществ обнаруживаются при температурах, меньших точки Кюри. ***Точка Кюри*** ($T_c$) – температура, при которой ферромагнетик теряет свои ферромагнитные свойства и становится парамагнетиком. Магнитная восприимчивость при температурах $T \geq T_c$ подчиняется закону Кюри – Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}, \tag{57.6}$$

где $C$ – постоянная Кюри.

Точка Кюри для железа 1063 K, для никеля 623 K, для кобальта 1423 K, для сплава пермаллоя – 823 K. При понижении температуры ниже точки Кюри ферромагнитные свойства восстанавливаются.

6. Ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (их также называют спиновыми) магнитные моменты электронов. При определенных условиях в кристаллах возникают силы, которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. Эти силы называются обменными. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называют также ***доменами***. Домены имеют размеры порядка 1÷10 мкм. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю и образец в целом представляется макроскопически ненамагниченным.

При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс является необратимым и служит причиной гистерезиса и остаточного намагничивания.

# Глава 15. Электромагнитная индукция

## §58 Электромагнитная индукция

### 58.1 *Явление электромагнитной индукции*

Опыты Эрстеда и Ампера показали, что вокруг проводников с током возникает магнитное поле. М. Фарадей* выдвинул обратную идею: под действием изменяющегося магнитного поля в замкнутом проводнике должен возникать электрический ток. Для доказательства этой идеи Фарадей проделал ряд опытов. Один из них заключается в следующем.

Если полосовой магнит перемещать вдоль оси катушки К (рис. 58.1), то в ней появляется ток, который регистрирует гальванометр G.

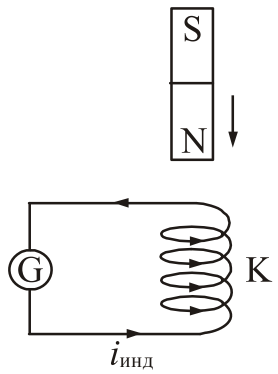


Рисунок 58.1

Направление тока зависит от того, каким полюсом был обращен магнит к катушке и от направления его движения. Тот же результат получался, если магнит оставался неподвижным, а катушка надевалась на магнит или снималась с него. Открытое Фарадеем явление было названо явлением электромагнитной индукции.

***Электромагнитной индукцией называется явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур***.

Возникшая эдс называется электродвижущей силой электромагнитной индукции $\varepsilon_i$. Если проводник замкнут, то возникает ток, который называют ***индукционным***. Тогда можно дать другое определение явления.

***Электромагнитной индукцией называется явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур***.

Дальнейшие эксперименты показали, что эдс электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (58.1)$$

При этом несущественно, чем вызвано изменение магнитного потока. Это может быть изменение магнитного поля во времени, изменение площади контура или перемещение контура во внешнем поле.

Выражение (58.1) называется законом Фарадея для электромагнитной индукции. Знак « – » введен в формулу в соответствии с правилом Ленца. Правило Ленца:

***Индукционный ток имеет такое направление, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.***

*Фарадей Майкл (1791–1867), английский физик.

***Пример***: При приближении полосового магнита к замкнутому контуру (рис. 58.2) в нем наводится индукционный ток, который своим магнитным действием препятствует приближению магнита и возрастанию магнитного потока, пронизывающего контур. При удалении магнита (рис. 58.3) от контура в нем наводится индукционный ток противоположного направления, который препятствует удалению магнита и уменьшению магнитного потока, пронизывающего контур.

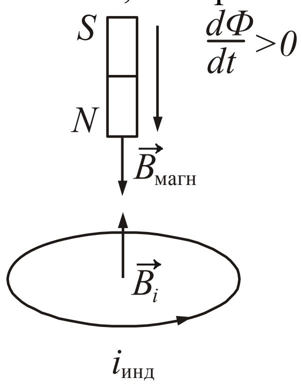



Рисунок 58.2

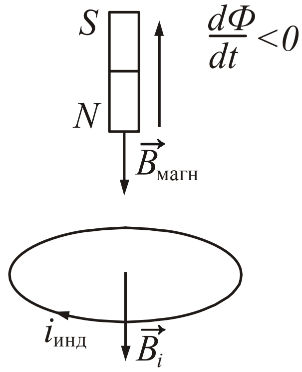



Рисунок 58.3

Если замкнутый контур состоит из $N$ последовательно соединенных витков (например, соленоид), то закон электромагнитной индукции записывается следующим образом:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt}.$$

Величину $\Psi = N\Phi$ называют полным магнитным потоком или ***потокосцеплением***. С учетом этого:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (58.2)$$

## 58.2 *Принцип работы генератора переменного тока*

Одним из важнейших применений явления электромагнитной индукции является преобразование механической энергии в электрическую.

Рассмотрим рамку, состоящую из $N$ витков, которая вращается в магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$) с постоянной угловой скоростью $\omega$ (рис. 58.4).

Полный магнитный поток, пронизывающий рамку, в любой момент времени определяется соотношением:

$$\Psi = NBS\cos\alpha,$$

где $S$ – площадь рамки,

$\alpha$ – угол между векторами нормали $\vec{n}$ и магнитной индукции $\vec{B}$.

При равномерном вращении $\alpha = \omega t$.

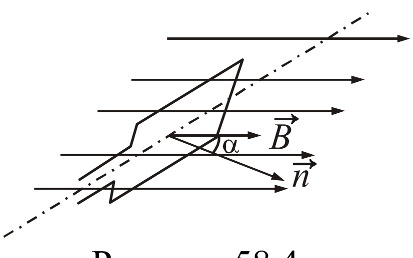



Рисунок 58.4

Найдем эдс индукции, возникающую в рамке при ее вращении, используя закон Фарадея (см. формулу 58.2):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = NBS\omega\sin\omega t$$

или

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{\max}\sin\omega t, \qquad (58.3)$$

где величину $\varepsilon_{max} = NBS\omega$ можно рассматривать как амплитудное значение переменной эдс.

Возникновение эдс индукции во вращающейся в магнитном поле рамке явилось основой для создания генераторов переменного тока. Если концы витка присоединить к вращающимся вместе с ним двум медным кольцам, соприкасающимся с двумя неподвижными угольными щетками, а к щеткам присоединить электрическую цепь, то по цепи потечёт ***переменный ток*** $i$, изменяющийся так же, как изменяется эдс ε.

По закону Ома:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega}{R}\sin\omega t,$$

$$i = i_{max}\sin\omega t, \tag{58.4}$$

где $i_{max} = \dfrac{NBS\omega}{R}$ – максимальное (амплитудное) значение силы тока;

$i$ – мгновенное значение тока.

Большинство приборов, измеряющих переменный ток и переменное напряжение, показывают не мгновенные значения тока и напряжения, а действующие (эффективные) значения. Действующие значения силы тока $I_д$ и напряжения $U_д$ определяются мощностью, выделяемой в цепи переменного тока. Они связаны с амплитудными значениями силы тока и напряжения следующими соотношениями:

$$I_д = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}, \qquad U_д = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}. \tag{58.5}$$

Действующие значения напряжения и тока являются важнейшими электротехническими параметрами устройств. Именно эти величины указываются в паспортах любых электроустановок и устройств.

### 58.3 *Токи Фуко*

Индукционные токи, которые возникают в сплошных массивных проводниках, находящихся в переменных магнитных полях, называют ***вихревыми токами или токами Фуко****.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие направления, чтобы своим действием возможно сильнее противиться причине, которая их вызывает. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Это используют для демпфирования (успокоения) подвижных частей гальванометров, сейсмографов и др. приборов.

Тепловое действие токов Фуко используются в индукционных печах. Такая печь представляет собой катушку, питаемую высокочастотным током

*Фуко Жан Бернар Леон (1819–1868), французский физик-экспериментатор.

большой силы. Если поместить внутрь катушки проводящее тело, в нем возникают интенсивные вихревые токи. Эти токи могут разогреть тело до плавления. Таким способом осуществляют плавление металлов в вакууме, это дает возможность получать материалы исключительно высокой чистоты.

Токи Фуко бывают и нежелательными. В электрических машинах и трансформаторах они приводят к значительным потерям энергии. Поэтому сердечники трансформаторов набирают из тонких пластин разделенных изолирующими прослойками. Пластины располагают так, чтобы возможные направления токов Фуко были к ним перпендикулярными.

В проводах, по которым текут переменные токи, также возникают токи Фуко. Они направлены так, что ослабляют ток внутри провода и усиливают вблизи поверхности. В результате быстропеременный ток как бы вытесняется на поверхность проводника. Это явление называется скин-эффектом (*skin* – кожа). Из-за скин-эффекта внутренняя часть проводников в высокочастотных цепях оказывается бесполезной. Поэтому в высокочастотных цепях применяют проводники в виде трубок.

## §59 Самоиндукция

***Самоиндукция – это явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении электрического тока, идущего по этому контуру.*** Самоиндукция является частным случаем электромагнитной индукции. При изменении тока в контуре меняется поток магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром. В результате этого в нем возбуждается эдс самоиндукции. При увеличении в цепи силы тока эдс самоиндукции препятствует его возрастанию, а при уменьшении тока – его убыванию. Можно сказать, что самоиндукция подобна явлению инерции в механике. Из эксперимента следует, что величина эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока и величине, называемой индуктивностью.

### 59.1 *Индуктивность контура*

Электрический ток, текущий в проводящем контуре, создает в окружающем пространстве магнитное поле. Полный магнитный поток Ψ, пронизывающий контур (сцепленный с ним), будет прямо пропорционален току:

$$\Psi = LI\,. \tag{59.1}$$

Коэффициент пропорциональности $L$ между полным магнитным потоком (потокосцеплением) и силой тока называется индуктивностью контура или коэффициентом самоиндукции контура.

***Индуктивность*** ($L$) – это скалярная физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрической цепи и равная отношению полного магнитного потока, сцепленного с контуром, к силе тока, текущему по контуру и создающему этот поток:

$$L = \frac{\Psi}{I}. \qquad (59.2)$$

Линейная зависимость Ψ от $I$ наблюдается только в том случае, если магнитная проницаемость μ среды, которой окружен контур, не зависит от напряженности поля $H$. Это означает, что среда должна быть неферромагнитная. В противном случае μ сложным образом зависит от тока и, следовательно, зависимость полного магнитного потока от тока также будет довольно сложная. Однако, соотношение (59.1) распространяют и на этот случай, считая индуктивность $L$ функцией тока $I$.

Из сказанного следует, что индуктивность зависит от геометрической формы и размеров контура, а также магнитных свойств среды, в которой он находится. Если контур жесткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность является величиной постоянной.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого проводника (контура), у которого при силе тока в нем 1 А возникает сцепленный с ним полный проток Ψ, равный 1 Вб. Эту единицу называют генри (Гн).

$$[L] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн} \text{ (генри*)}.$$

Индуктивность можно рассчитывать на основе геометрии проводника.

***Пример***. Расчет индуктивности соленоида.

Возьмем соленоид такой длины, чтобы его можно было считать бесконечным. На практике это означает, что $d \ll l$ (рис. 59.1). При протекании по обмотке тока $I$ внутри соленоида возбуждается однородное магнитное поле, индукция которого

$$B = \mu_0 \mu I n,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – плотность намотки;

$I$ – сила тока.

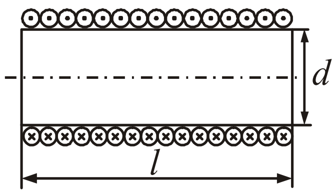



Рисунок 59.1

Полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом

$$\Psi = \Phi N,$$

где Φ – магнитный поток, пронизывающий один виток,

$N$ – число витков соленоида.

$$\Phi = BS,$$

где $B$ – индукция магнитного поля;

$S$ – площадь поперечного сечения соленоида.

Записанные соотношения подставим в формулу (59.2), получим:

$$L = \frac{\mu_0 \mu I n S N}{I} = \mu_0 \mu n^2 l S, \qquad (59.3)$$

*Генри Джозеф (1799–1878), американский физик.

или $$L = \mu_0 \mu n^2 Sl = \mu_0 \mu n^2 V, \tag{59.4}$$

или $$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}, \tag{59.5}$$

где $lS = V$ – объем соленоида.

Из формулы (59.4) следует, что индуктивность соленоида, не имеющего ферромагнитного сердечника, пропорциональна квадрату плотности намотки витков.

## 59.2. *Эдс самоиндукции*

Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции. Воспользуемся законом Фарадея для электромагнитной индукции (см. формулу (58.2)):

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Согласно (59.1) полный магнитный поток:

$$\Psi = LI.$$

Сделаем замену, получим:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt}. \tag{59.6}$$

Если сила тока в контуре изменяется, то эдс самоиндукции будет равна:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dI}\cdot\frac{dI}{dt}\right) = -\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)\cdot\frac{dI}{dt}. \tag{59.7}$$

Величину $\left(L + I\dfrac{dL}{dI}\right)$ обозначим через $L_{\text{дин}}$ и назовем ***динамической*** индуктивностью. В случае изменяющейся силы тока

$$\varepsilon_s = -L_{\text{дин}}\frac{dI}{dt}. \tag{59.8}$$

Если контур жесткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность $L$ является величиной постоянной, и ее называют ***статической***. В этом случае:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}, \tag{59.9}$$

так как в выражении (59.7) производная индуктивности по току при этих условиях обращается в нуль: $\dfrac{dL}{dI} = 0$.

Из формул (59.8) и (59.9) следует, что эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока. Знак «–» обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.

Соотношение (59.9) дает возможность определить индуктивность как коэффициент пропорциональности между скоростью изменения силы тока в контуре и возникающей вследствие этого эдс самоиндукции. Однако, такое определение правомерно лишь в случае, когда $L = \mathrm{const}$.

### 59.3 *Токи при замыкании и размыкании цепи*

При замыкании цепи, содержащей постоянную эдс, сила тока за счет эдс самоиндукции устанавливается не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. При выключении источника (размыкании цепи) ток не прекращается мгновенно. Это объясняется тем, что в контуре появляется индукционный ток, который по правилу Ленца противодействует изменению тока в цепи, вызвавшего явление самоиндукции. Индукционный ток, накладываясь на основной ток, замедляет его возрастание или препятствует его убыванию.

Установим характер изменения тока в цепи, содержащей индуктивность. Будет считать, что индуктивность не зависит от тока, т.е. $L = \mathrm{const}$.

а) ***Замыкание цепи***

К параллельно соединенным сопротивлению $R$ и индуктивности $L$ с помощью переключателя $\Pi$ может быть подключен источник, эдс которого $\varepsilon$ (рис. 59.2).

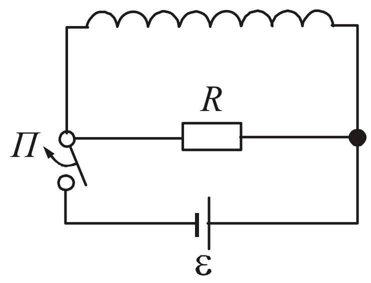



Рисунок 59.2

После подключения источника эдс до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения $I_0$, в цепи кроме эдс $\varepsilon$ будет действовать эдс самоиндукции $\varepsilon_s$. По закону Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L\frac{dI}{dt}$$

Разделив это уравнение на $L$, приведем его к следующему виду:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon}{L}.$$

Решая данное линейное неоднородное дифференциальное уравнение (попробуйте выполнить это самостоятельно) и, учтя, что в момент времени $t$=0 сила тока равна нулю, получим:

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad (59.10)$$

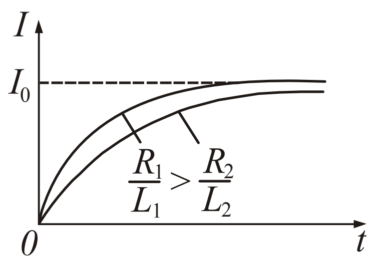



Рисунок 59.3

График возрастания силы тока приведен на рис. 59.3. Из графика следует, что чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление, тем быстрее нарастает ток.

б) ***Размыкание цепи***.

В момент времени $t$=0 отключим источник переключателем $П$ (рис. 59.2). Сила тока начнет убывать, в цепи возникает эдс самоиндукции. По закону Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

Разделим уравнение на $L$, получим:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0.$$

Решая данное линейное однородное дифференциальное уравнение (попробуйте выполнить это самостоятельно) и учтя, что при $t$=0 сила тока имела значение $I_0$, получим:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \tag{59.11}$$

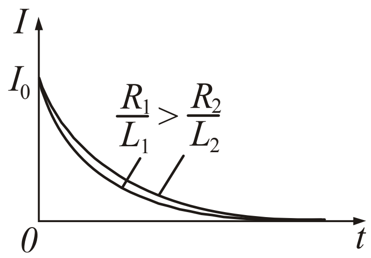



Рисунок 59.4

После отключения источника сила тока в цепи убывает по экспоненциальному закону. График зависимости $I = f(t)$ приведен на рис. 59.4. Из графика следует, что чем больше индуктивность и чем меньше сопротивление, тем медленнее спадает ток в цепи.

## §60 Взаимная индукция

***Взаимной индукцией называется явление возникновения электродвижущей силы в одном из контуров при изменении тока в другом***.

Рассмотрим два близко расположенных контура 1 и 2 (рис. 60.1). В контуре 1 течет ток $I_1$, который создает магнитный поток $\Phi_{21}$, пронизывающий контур 2:

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1. \tag{60.1}$$

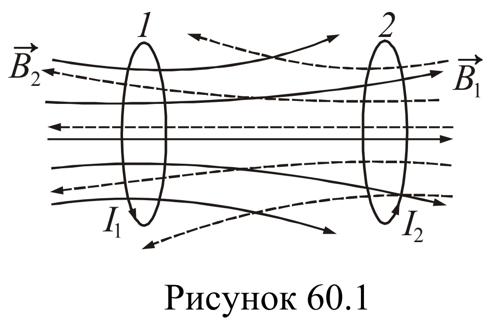



Рисунок 60.1

Коэффициент пропорциональности $L_{21}$ называется взаимной индуктивностью или коэффициентом взаимной индукции контуров 1 и 2.

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока силы $I_2$ возникает магнитный поток $\Phi_{12}$, сцепленный с контуром 1:

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2, \tag{60.2}$$

где $L_{12}$ – коэффициент взаимной индукции контуров 2 и 1.

***Взаимная индуктивность*** – это скалярная физическая величина, характеризующая магнитную связь двух или более контуров. Взаимная индуктивность зависит от размеров и формы контуров 1 и 2, расстояния между ними, от их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости окружающей их среды. Измеряется взаимная индуктивность в генри.

Согласно закону электромагнитной индукции при изменении тока $I_1$ в контуре 2 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}. \qquad (60.3)$$

При изменении тока $I_2$ в контуре 1 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}. \qquad (60.4)$$

Если контуры находятся в неферромагнитной среде, то $L_{12} = L_{21}$. Поэтому можно не делать различия между $L_{12}$ и $L_{21}$ и просто говорить о взаимной индуктивности двух контуров.

Найдем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный железный сердечник (рис. 60.2). Если в первой катушке $N_1$ витков и по ней течет ток $I_1$, то по закону полного тока (см. формулу (51.7)):

$$Hl = N_1 I_1, \qquad (60.5)$$

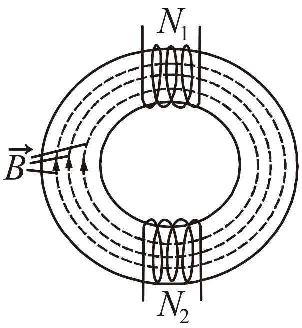



Рисунок 60.2

где $l$ – длина сердечника;

$H$ – напряженность поля внутри сердечника. Полный магнитный поток (потокосцепление) через вторую катушку:

$$\Psi_{21} = BSN_2 = \mu\mu_0 HSN_2, \qquad (60.6)$$

где $S$ – площадь поперечного сечения сердечника:

Из (60.5)

$$H = \frac{N_1 I_1}{l}. \qquad (60.7)$$

(60.7) подставим в (60.6), получим:

$$\Psi_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l} I_1. \qquad (60.8)$$

Сравнение выражения (60.8) с формулой (60.1) позволяет сделать вывод, что

$$L_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \qquad (60.9)$$

Аналогичное значение можно получить для $L_{12}$:

$$L_{12} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \qquad (60.10)$$

В данном случае нельзя утверждать, что $L_{12}$ равно $L_{21}$, т.к. величина $\mu$, входящая в формулы, зависит от напряженности $H$ поля в сердечнике.

На явлении взаимоиндукции основана работа трансформатора, который служит для повышения или понижения напряжения переменного тока.

## §61 Энергия магнитного поля

Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 61.1. Если замкнуть переключатель *П*, то по цепи потечет ток, который создает в катушке (соленоиде) магнитное поле. Если разомкнуть переключатель, то через сопротивление *R* будет течь убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде эдс самоиндукции. Работа, совершаемая этим током за время $dt$:

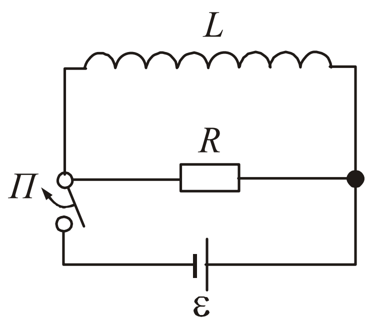



Рисунок 61.1

$$\delta A = \varepsilon_s I dt = -L\frac{dI}{dt} I dt = -LIdI\,, \qquad (61.1)$$

(эдс самоиндукции $\varepsilon_s$ заменили по формуле (59.9)).

Работа, совершаемая в цепи за все время, в течение которого исчезает магнитное поле:

$$A = -\int_I^0 LIdI = \frac{LI^2}{2}\,, \qquad (61.2)$$

так как ток при этом уменьшается от первоначального значения $I$ до нуля.

Работа, вычисленная по формуле (61.2), идет на нагревание сопротивления *R*, соленоида и соединительных проводов. Совершение работы сопровождается исчезновением магнитного поля, которое существовало в соленоиде. Так как никаких других изменений не произошло, можно сделать вывод, что магнитное поле является носителем энергии, за счет которой совершается работа. По закону сохранения энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (61.3)$$

Выразим энергию магнитного поля через величины, характеризующие само поле. Если соленоид длинный, то его индуктивность

$$L = \mu_0 \mu n^2 V\,,$$

Напряженность поля внутри соленоида

$$H = nI\,, \qquad \text{отсюда} \qquad I = \frac{H}{n}.$$

(см. формулы (59.4) и (50.17)).

Подставим значение $L$ и $I$ в выражение (61.3) и, проведя преобразования, получим:

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \qquad (61.4)$$

Так как магнитное поле бесконечного соленоида однородно, то энергия распределена по его объему с постоянной плотностью $w$.

Объемная плотность энергии магнитного поля равна отношению энергии к объему:

$$w_{\text{м}} = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \qquad (61.5)$$

Используя соотношение (49.3), можно формуле (61.5) придать вид:

$$w_{\text{м}} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \qquad (61.6)$$

Из формулы (61.6) следует, что носителем энергии является магнитное поле, которое локализовано в пространстве с объемной плотностью $w$. Объемная плотность энергии пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля.

## §62 Магнитные измерения

***Магнитные измерения*** – это измерения характеристик магнитного поля или магнитных свойств веществ (материалов). К измеряемым характеристикам магнитного поля относятся: вектор магнитной индукции $\vec{B}$, напряженность магнитного поля $\vec{H}$, поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) Ф, градиент магнитного поля и др.

Для измерения магнитных характеристик применяют следующие методы: баллистический, магнетометрический, электродинамический, индукционный, мостовой, нейтронографический, резонансный и др.

Баллистический метод основан на измерении баллистическим гальванометром количества электричества $q$, переносимого индукционным током через надетую на образец измерительную катушку с числом витков $N$ при быстром изменении сцепленного с ней магнитного потока Ф. Изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = \frac{qR}{N},$$

где $R$ – сопротивление цепи.

Баллистическим методом определяют основную кривую индукции $B = f(H)$, кривую намагничивания $J = f(H)$, петлю гистерезиса, различные виды проницаемости.

Магнетометрический метод основан на воздействии исследуемого намагниченного образца на расположенный вблизи него постоянный магнит. Распространен действующий по этому принципу астатический магнитометр. Он состоит из двух одинаковых последовательно включенных в цепь катушек – намагничивающей и компенсационной, между которыми на подвесе укреплен магнитный датчик: система из двух линейных магнитов одинаковых размеров с равными магнитными моментами (астатическая система). Магниты расположены параллельно друг другу полюсами в разные стороны. Действие магнитных полей катушек на астатическую систему взаимно компенсировано. Образец, помещаемый в намагничивающую катушку, нарушает скомпенсированность полей и вызывает поворот системы магнитов. По углу поворота системы определяют магнитный момент образца. Далее можно вычислить $J$, $B$ и $H$. Метод дает возможность найти зависимость $B(H)$ и $J(H)$, петлю гистерезиса и магнитную восприимчивость. Благодаря высокой чувствительности магнитометрического метода его применяют для измерения геомагнитного поля и решения ряда метрологических задач.

Иногда для измерения характеристик магнитного поля, в частности в промышленных условиях, применяется электродинамический метод, при котором измеряется угол поворота рамки с током, находящейся в магнитном поле намагниченного образца. Преимущество метода – возможность градуирования шкалы прибора непосредственно в единицах измеряемой величины – в Тл (для $B$) и А/м (для $H$).

Для исследования ферромагнитных веществ в широком интервале значений $H$ используют индукционный метод, который позволяет измерять $B(H)$, $J(H)$, петлю гистерезиса и различные виды проницаемости. Он основан на измерении эдс индукции, которая возбуждается во вторичной обмотке, намотанной на образец, при пропускании намагничивающего переменного тока через первичную обмотку. Этот метод может быть также использован для измерения намагниченности в сильных импульсных магнитных полях и магнитной восприимчивости диа- и парамагнитных веществ в радиочастотном диапазоне. Этот метод используется, в частности, в индукционном магнитометре, в котором исследуемый образец колеблется в магнитном поле и при этом возбуждает эдс в измерительных катушках.

Приборы для магнитных измерений классифицируют по их назначению, условиям применения, по принципу действия чувствительного элемента (датчика, или преобразователя). Приборы для измерения напряженности магнитного поля $\vec{H}$ его индукции $\vec{B}$, магнитного момента и ряда других магнитных характеристик вещества обычно называют магнитометрами, из них некоторые имеют свое наименование: для измерения магнитного потока – флюксметры или веберметры; потенциала поля – магнитные потенциалометры; градиента – градиентометры; коэрцитивной силы – коэрцитиметры и т.д.

Индуктивность элементов электрических цепей определят с помощью прибора, который называют измерителем индуктивности (генриметр). Современные генриметры обеспечивают измерение индуктивности в диапазоне $10^{-8} \div 10^{5}$ Гн при погрешности до 0,1%.

- **Обратите внимание!**

Векторную величину $\vec{B}$, являющуюся силовой характеристикой магнитного поля, логично было бы по аналогии с напряженностью $\vec{E}$ электрического поля назвать напряженностью магнитного поля. Однако по историческим причинам основную характеристику магнитного поля назвали «магнитной индукцией». Название «напряженность магнитного поля» оказалось присвоенным вспомогательной величине $\vec{H}$, аналогичной вспомогательной характеристике $\vec{D}$ электрического поля. Напомним, что $\vec{D}$ – электростатическая индукция, которая имеет второе название – вектор электрического смещения.

***Различайте следующие, близкие по звучанию, термины***

***Магнитная индукция*** – векторная величина $\vec{B}$, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля. Магнитная индукция численно равна отношению максимального вращающего момента, действующего на контур с током в однородном магнитном поле, к произведению силы тока в контуре на его площадь.

***Электромагнитная индукция*** – явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.

***Самоиндукция*** – явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении электрического тока, идущего по этому контуру.

***Взаимоиндукция*** – явление возникновения электродвижущей силы в одном из контуров при изменении силы электрического тока в другом контуре.

***Термин применяется к объектам, к которым его применять нельзя***

***Коэрцитивная сила*** – напряженность магнитного поля, в котором ферромагнитный образец, первоначально намагниченный до насыщения, полностью размагничивается. Термин не имеет ничего общего с термином «сила» из курса механики.

- **Изучив раздел «Электромагнетизм», студент должен *ЗНАТЬ*:**

***Суть понятий***:
Магнитное поле, линии магнитной индукции, элемент тока. Магнетик, парамагнетик, диамагнетик, ферромагнетик, коэрцитивная сила, гистерезис, домен. Индукционный ток. Эдс индукции.

***Определения физических величин, их единицы измерения и формулы, по которым рассчитываются величины*:**
Магнитная индукция, напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость, магнитная восприимчивость, намагниченность. Магнитный поток, потокосцепление, магнитный момент. Индуктивность.

***Гипотезы:***
Гипотеза Ампера.

***Законы*:**
Закон Био-Савара-Лапласа. Закон полного тока. Принцип суперпозиции полей. Закон Ампера. Закон электромагнитной индукции. Закон Кюри. Закон Кюри-Вейса.

***Явления*:**
Эффект Холла. Явление электромагнитной индукции. Явление самоиндукции, Явление взаимоиндукции.

***Формулы*:**
Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля. Расчет магнитной индукции и напряженности магнитных полей прямого тока, кругового тока, соленоида. Сила взаимодействия бесконечно длинных параллельных токов. Вращающий момент, действующий на рамку с током в магнитном поле. Сила Лоренца. Эдс Холла. Работа перемещения контура с током и проводника с током в магнитном поле. Индуктивность соленоида. Энергия магнитного поля, объемная плотность энергии магнитного поля. Токи замыкания и размыкания.

***Графики*:**
Графики зависимости намагниченности, магнитной индукции и магнитной проницаемости ферромагнетиков от напряженности внешнего намагничивающего поля. Петля гистерезиса.

***Классические опыты*:**
Опыт Эрстеда. Опыты Ампера. Опыты Фарадея.

# ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО ТЕМЕ «ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ»

**Инструкция.** Данный тест предназначен для проверки знаний по теме ***“Электромагнетизм”***. Ответьте на вопросы. Подсчитайте количество правильных ответов, используя таблицу ответов. Если Вы дали

1) 40-50 правильных ответов – уровень усвоения материала темы высокий.
2) 30-40 правильных ответов – уровень усвоения материала темы средний.
3) 20-30 правильных ответов – уровень усвоения материала темы низкий.
4) меньше 20 правильных ответов – Вы не усвоили учебный материал. Прочитайте его еще раз.

1. Какие из перечисленных процессов приводят к возникновению магнитного поля?
   1. Движение заряженных частиц.
   2. Электризация тел.
   3. Изменение во времени электрического поля.
   4. Протекание тока по проводнику.

2. Магнитное поле в вакууме может быть создано …
   1) неподвижными электрическими зарядами.
   2) намагниченными телами.
   3) движущимися электрическими зарядами.
   4) электрическими токами.
   5) переменными электрическими полями.

3. Что доказывает опыт Эрстеда?
   1. Магнитное поле действует на намагниченные поля.
   2. Магнитное поле оказывает силовое действие на движущиеся заряженные частицы.
   3. Вокруг проводников с током возникает магнитное поле.
   4. Магнитное поле возникает при движении заряженных частиц.

4. Укажите формулу, выражающую закон Био-Савара-Лапласа.

1. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 2. $d\vec{B} = \dfrac{\mu\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$ 3. $d\vec{H} = \dfrac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

5. Укажите формулу, выражающую закон полного тока.

1. $\oiint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum\limits_{k=1}^{n} q_k$ 2. $\oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \sum\limits_{k=1}^{n} I_k$ 3. $d\vec{H} = \dfrac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

6. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного проводником конечной длины.

1. $H = \dfrac{nI}{2}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$ 2. $H = nl$ 3. $H = \dfrac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \dfrac{I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

7. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным проводником с током.

1. $H = \dfrac{B}{\mu\mu_0}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \dfrac{I}{2\pi R}$ 4. $d\vec{H} = \dfrac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

8. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного круговым током на его оси.

1. $H = \dfrac{I}{2R}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \dfrac{IR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$ 4. $H = \dfrac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

9. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного круговым током в его центре.

1. $H = \dfrac{I}{2R}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \dfrac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \dfrac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

10. Как изменится значение индукции магнитного поля в центре кругового проводника, если радиус его увеличится в 2 раза, а сила тока в проводнике уменьшится в 3 раза?
   1. Уменьшится в 6 раз.
   2. Увеличится в 6 раз.
   3. Увеличится в 1,5 раза.
   4. Уменьшится в 1,5 раза.
   5. Уменьшится в 5 раз.

11. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного соленоидом конечной длины.

1. $H = \dfrac{nI}{2}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right)$ 2. $H = nI$ 3. $H = \dfrac{I}{2\pi R}$ 4. $H = \dfrac{I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$

12. Укажите формулу, выражающую напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным соленоидом.

1. $H = \dfrac{B}{\mu\mu_0}$ 2. $H = nI$ 3. $H = \dfrac{I}{2\pi R}$ 4. $d\vec{H} = \dfrac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

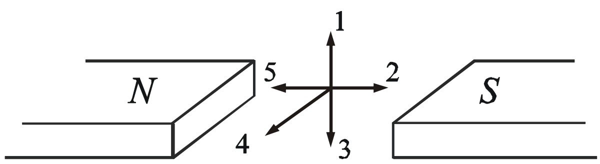
13. Какие из формул определяют силу действия магнитного поля на проводник с током (силу Ампера)?

1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $F = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I_1 I_2}{d} l$

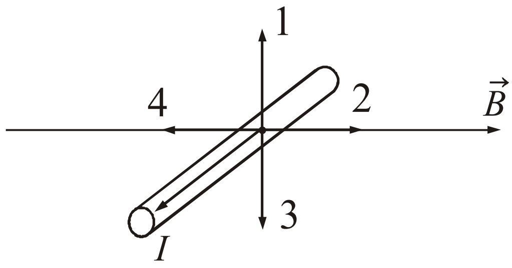
14. Какая из формул определяет силу взаимодействия двух проводников с током в вакууме?

1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $F = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I_1 I_2}{d} l$

15. Укажите направление индукции магнитного поля в точке, расположенной между полюсами магнита.



16. Чем определяется значение магнитного момента контура с током?
   1. Произведением силы тока на длину контура $\vec{p}_m = \vec{I} \times \vec{l}$ .
   2. Произведением силы тока на площадь контура $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ .
   3. Произведением магнитной индукции на площадь контура $\vec{p}_m = \vec{B} \times \vec{S}$ .
   4. Произведением магнитной индукции на силу тока $\vec{p}_m = \vec{B} \cdot I$ .
17. Какое из указанных на рисунке направлений совпадает с направлением силы Ампера, действующей на прямолинейный проводник с током, расположенный в магнитном поле индукцией $\vec{B}$?



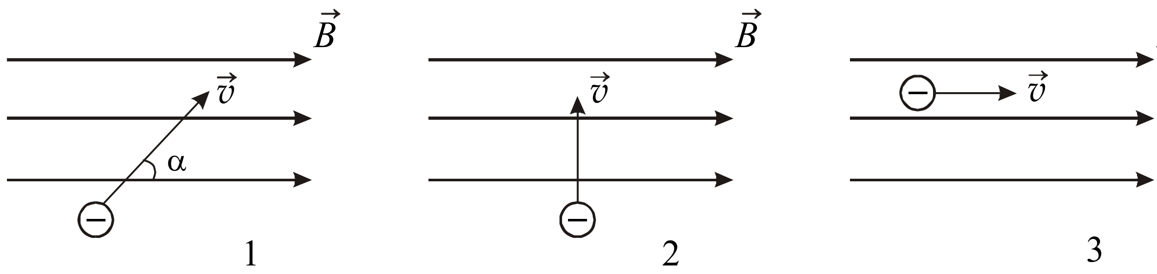

18. Контур с током находится в однородном магнитном поле. Чему равен вращающий момент, действующий на контур с током со стороны поля?

   1. $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ 2. $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ 3. $W_m = -\vec{p}_m\vec{B}$ 4. $\vec{p}_m = \vec{B} \times \vec{S}$

19. Что принято называть силой Лоренца?
   1. Силу взаимодействия двух проводников с током.
   2. Силу, действующую на проводник с током со стороны магнитного поля.
   3. Силу, действующую со стороны магнитного поля на заряженную частицу.
   4. Силу, действующую со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу.
20. Какая формула определяет силу Лоренца?

   1. $F = IBl\sin\alpha$ 2. $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ 3. $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ 4. $\vec{F} = q\vec{E}$

21. В каком из приведенных на рисунке случаев электрон, влетающий в однородное магнитное поле, будет двигаться по винтовой линии?




22. В каком из приведенных на рисунке случаев электрон, влетающий в однородное магнитное поле, будет двигаться прямолинейно?
23. В каком из приведенных на рисунке случаев электрон, влетающий в однородное магнитное поле, будет двигаться по окружности?
24. Какое утверждение относится к эффекту Холла?
   1. Если металлическую пластинку, вдоль которой течет переменный электрический ток, поместить в перпендикулярное ей магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

2. Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в параллельное ей магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.
3. Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное ей магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.
4. Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное ей магнитное поле, то между гранями, перпендикулярными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

25. Какие из перечисленных формул определяют холловскую разность потенциалов?

1. $U_{\text{H}} = \frac{1}{ne}\frac{BI}{b}$  2. $U_{\text{H}} = \frac{1}{ne}\frac{I}{Ba}$  3. $U_{\text{H}} = R_{\text{H}} a\, j\, B$  4. $U_{\text{H}} = \frac{1}{ne}\frac{a}{BI}$

26. В чем состоит явление электромагнитной индукции?
   1. В замкнутом проводящем контуре при изменении потока вектора напряженности электрического поля через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.
   2. В замкнутом проводящем контуре при изменении потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.
   3. В замкнутом непроводящем контуре при изменении потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.
   4. Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.
27. От чего зависит возникающая в замкнутом контуре электродвижущая сила индукции?
   1. От величины магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.
   2. От скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.
   3. От сопротивления контура.
   4. От величины индукции внешнего магнитного поля.

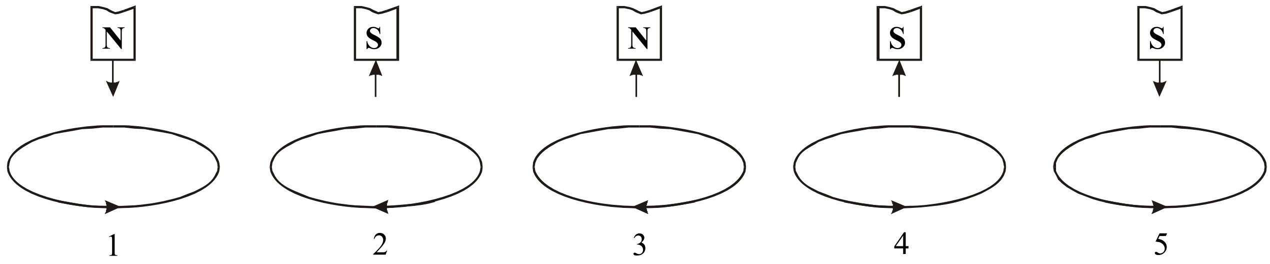
28. Какая из формул является выражением закона Фарадея для электромагнитной индукции?

1. $\varepsilon = I(R+r)$  2. $\varepsilon = \frac{A^{\text{стор}}}{q}$  3. $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$  4. $\varepsilon = \frac{1}{ne}\frac{BI}{b}$

29. О чем говорит правило Ленца?

1. В замкнутом проводящем контуре при изменении потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.
2. Индукционный ток всегда больше причины, его вызывающей.
3. Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

30. На каких рисунках правильно указано направление индукционного тока в витке, относительно которого перемещается магнит (направление перемещения магнита показано стрелками)?




31. Величина возникающей в контуре электродвижущей силы самоиндукции зависит от …
   1) индуктивности контура.
   2) сопротивления контура.
   3) силы тока в контуре.
   4) скорости изменения силы тока в контуре.
   5) ориентации контура по отношению к внешнему магнитному полю.
32. Какая из формул выражает эдс самоиндукции, если контур не имеет ферромагнитного сердечника?

1. $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$ 2. $\varepsilon = \dfrac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = \dfrac{1}{ne}\dfrac{BI}{b}$

33. Индуктивность контура, который находится в вакууме, зависит от …
   1) силы тока в контуре.
   2) скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.
   3) формы и размеров контура.
   4) материала проводника.
   5) ориентации контура относительно внешнего магнитного поля.
34. Какая из формул выражает эдс самоиндукции, если контур имеет ферромагнитной сердечник?

1. $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$ 2. $\varepsilon = \dfrac{A^{\text{стор}}}{q}$ 3. $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 4. $\varepsilon = -\dfrac{dI}{dt}\left(I\dfrac{dL}{dt} + L\right)$

35. Индуктивность соленоида, который имеет ферромагнитный сердечник, зависит от …
   1) количества витков.

2) геометрических размеров соленоида.
3) сопротивления проводника, из которого изготовлен соленоид.
4) силы тока в соленоиде.
5) площади поперечного сечения проводника, из которого изготовлен соленоид.

36. Какие токи называют индукционными (вихревыми) токами Фуко?
   1. Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.
   2. Индукционные токи, которые возбуждаются в сплошных массивных проводниках в изменяющихся магнитных полях.
   3. Индукционные токи, которые возбуждаются в замкнутых проводниках при изменении в них силы тока.
   4. Индукционные токи, которые возбуждаются в замкнутом проводнике при наличии разности потенциалов.

37. Какая формула выражает энергию магнитного поля, создаваемого током?

1. $W_м = \dfrac{BH}{2}$ 2. $W_м = \dfrac{q^2}{2C}$ 3. $W_м = \dfrac{LI^2}{2}$ 4. $W_м = -L\dfrac{dI}{dt}$

38. Какие формулы позволяют рассчитать плотность энергии магнитного поля?

1. $w_м = \dfrac{BH}{2}$ 2. $w_м = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ 3. $w_м = \dfrac{LI^2}{2}$ 4. $w_м = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

39. Для каждой из перечисленных величин укажите ее буквенное обозначение и единицу измерения. *Пример:* Сила тока – *I* – А (ампер).

   Напряженность магнитного поля, магнитный поток, магнитная постоянная, объемная плотность энергии магнитного поля, магнитный момент.

40. Для каждой из перечисленных величин укажите ее буквенное обозначение и единицу измерения. *Пример:* Сила тока – *I* – А (ампер).

   Магнитная индукция, магнитная проницаемость, индуктивность, намагниченность, магнитная восприимчивость.

41. Какое значение относительной магнитной проницаемости соответствует парамагнетикам?

   1. 2000 2. 0,9998 3. 100 4. 1,000023 5. 10

42. Какие значения магнитной восприимчивости соответствуют диамагнетикам?

   1. – 0,0002 2. 0,0002 3. 1999 4. 0,000023 5. – 0,0004

43. Какие значения относительной магнитной проницаемости соответствуют ферромагнетикам (данные для μ приведены для одной и той же напряженности внешнего магнитного поля)?

   1. 5000 2. 0,99996 3. 1,00017 4. 0,9998 5. 10

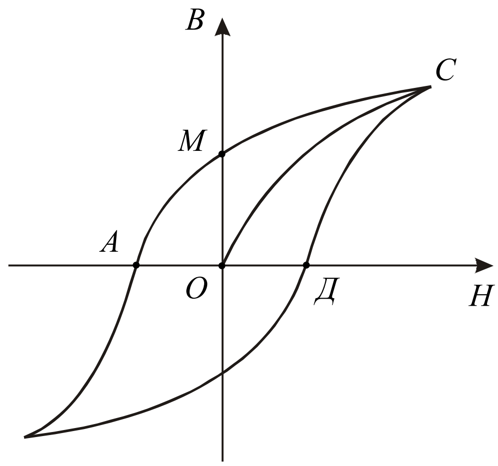
44. Для какого типа магнетиков зависимость магнитной восприимчивости от температуры описывается формулой $\chi = \dfrac{C}{T}$?

1. Парамагнетики
2. Ферромагнетики
3. Диамагнетики
4. Антиферромагнетики

45. Укажите тип магнетиков, зависимость магнитной восприимчивости от температуры которых описывается формулой $\chi = \dfrac{C}{T - T_c}$.

1. Парамагнетики
2. Ферромагнетики
3. Диамагнетики
4. Антиферромагнетики

46. Какие из перечисленных ниже утверждений относятся к характеристике ферромагнетиков?
   1. Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами.
   2. Это вещества, обладающие магнитной проницаемостью меньше единицы.
   3. Зависимость между индукцией и напряженностью магнитного поля нелинейная.
   4. Это вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля.
   5. Магнитная проницаемость нелинейно меняется с напряженностью магнитного поля.




47. Какой из отрезков (или участков) на приведенной петле гистерезиса ферромагнетика соответствует коэрцитивной силе?

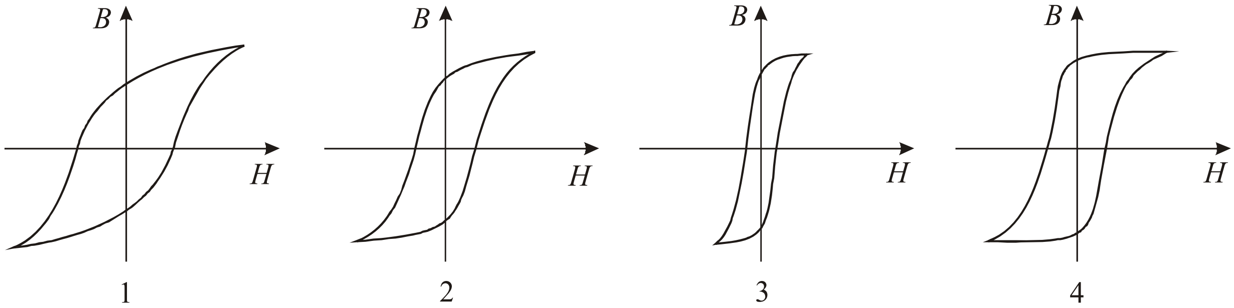
1. $OC$ 2. $AM$ 3. $OA$ 4. $OM$ 5. $AC$

48. Какой из отрезков (или участков) на приведенной петле гистерезиса ферромагнетика соответствует остаточной индукции?

1. $AM$ 2. $OM$ 3. $OC$ 4. $OA$ 5. $AC$

49. Для ферромагнетиков характерно:
   1. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu \geq 1$, $B = \text{const}$
   2. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu >> 1$, $B = \text{const}$
   3. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu >> 1$, $B=f(H)$
   4. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\mu < 1$, $B = f(H)$

50. Какой из ферромагнетиков, петли гистерезиса которых приведены на рисунке, является наиболее магнитно-мягким?




## КОДЫ ОТВЕТОВ К ТЕСТУ «Электромагнетизм»

| № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа | № вопр. | Код ответа |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,3,4 | 11 | 1 | 21 | 1 | 31 | 4 | 41 | 4 |
| 2 | 2,3,4,5 | 12 | 2 | 22 | 3 | 32 | 1 | 42 | 1,5 |
| 3 | 3 | 13 | 1,2 | 23 | 2 | 33 | 3 | 43 | 1,5 |
| 4 | 2 | 14 | 4 | 24 | 3 | 34 | 4 | 44 | 1 |
| 5 | 2 | 15 | 2 | 25 | 1 | 35 | 1,2,4 | 45 | 2 |
| 6 | 4 | 16 | 2 | 26 | 2 | 36 | 2 | 46 | 1,3,4,5 |
| 7 | 3 | 17 | 1 | 27 | 2 | 37 | 3 | 47 | 3 |
| 8 | 3 | 18 | 2 | 28 | 3 | 38 | 1,2 | 48 | 2 |
| 9 | 1 | 19 | 4 | 29 | 3 | 39 | 3 | 49 | 3 |
| 10 | 1 | 20 | 3 | 30 | 1,3,4 | 40 | 3 | 50 | 3 |

# СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

## 1.1 Основные физические постоянные

| Величина | Обозначение | Значения |
|---|---|---|
| Гравитационная постоянная | $G$, $\gamma$ | $6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м²/кг² |
| Ускорение свободного падения | $g$ | 9,81 м/с² |
| Скорость света в вакууме | $c$ | $3\cdot10^{8}$ м/с |
| Молярная газовая постоянная | $R$ | 8,31 Дж/(моль·К) |
| Постоянная Больцмана | $k$ | $1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К |
| Число Авогадро | $N_{\mathrm{A}}$ | $6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ |
| Стандартный объем 1 моля газа | $V_{\mathrm{m}}$ | $22{,}4\cdot10^{-3}$ м³/моль |
| Атомная единица массы | 1 а.е.м. | $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг |
| Масса покоя электрона | $m_{\mathrm{e}}$ | $9{,}11\cdot10^{-31}$ кг<br>0,00055 а.е.м. |
| Масса покоя нейтрона | $m_n$ | $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг<br>1,00867 а.е.м. |
| Масса покоя протона | $m_p$ | $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг<br>1,00728 а.е.м. |
| Элементарный заряд | $e$, $q_e$ | $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл |
| Удельный заряд электрона | $e/m_e$ | $1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг |
| Электрическая постоянная | $\varepsilon_0$ | $8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м |
| Магнитная постоянная | $\mu_0$ | $4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м |
| Постоянная Планка | $h$ | $6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с |
| Постоянная Стефана-Больцмана | $\sigma$ | $5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) |
| Постоянная смещения Вина | $b$ | $2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К |
| Постоянная Ридберга | $R$ | $1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$ |
| Боровский радиус | $a_0$ | $0{,}529\cdot10^{-10}$ м |
| Комптоновская длина волны для электрона | $\lambda_{\mathrm{C}}$ | $2{,}43\cdot10^{-12}$ м$^{-1}$ |
| Магнетон Бора | $\mu_{\text{Б}}$ | $9{,}27\cdot10^{-24}$ А·м² |
| Электрон-вольт | 1 эВ | $1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж |
| Энергия ионизации атома водорода | $E_{\mathrm{i}}$ | 13,6 эВ |
| Энергетический эквивалент 1 а.е.м. | | 931,5 МэВ |
| Масса Земли | $M_{\text{З}}$ | $5{,}98\cdot10^{24}$ кг |
| Радиус Земли | $R_{\text{З}}$ | $6{,}37\cdot10^{6}$ м |

## 1.2 Некоторые сведения о единицах физических величин

### 1.2.1 Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

| Величина | Единица | | |
|---|---|---|---|
| | наименование | обозначение (русское) | обозначение (международное) |
| Длина | метр | м | m |
| Масса | килограмм | кг | kg |
| Время | секунда | с | s |
| Плоский угол | радиан | рад | rad |
| Телесный угол | стерадиан | ср | sr |
| Сила, вес | ньютон | Н | N |
| Работа, энергия | джоуль | Дж | J |
| Мощность | ватт | Вт | W |
| Давление | паскаль | Па | Pa |
| Напряжение (механическое) | паскаль | Па | Pa |
| Модуль упругости | паскаль | Па | Pa |
| Частота колебаний | герц | Гц | Hz |
| Термодинамическая температура | кельвин | К | K |
| Тепло (количество тепла) | джоуль | Дж | J |
| Количество вещества | моль | моль | mol |
| Электрический заряд | кулон | Кл | C |
| Сила тока | ампер | А | A |
| Потенциал электрического поля | вольт | В | V |
| Напряжение (электрическое) | вольт | В | V |
| Электрическая ёмкость | фарад | Ф | F |
| Электрическое сопротивление | ом | Ом | Ω |
| Электрическая проводимость | сименс | См | S |
| Магнитная индукция | тесла | Тл | T |
| Магнитный поток | вебер | Вб | Wb |
| Индуктивность | генри | Гн | H |
| Сила света | кандела | кд | cd |
| Световой поток | люмен | лм | lm |
| Освещенность | люкс | лк | lx |
| Поток излучения | ватт | Вт | W |
| Поглощенная доза (доза излучения) | грей | Гр | Gy |
| Активность препарата | беккерель | Бк | Bq |

## 1.2.2 Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

| Множитель | Приставка | | Пример | |
|---|---|---|---|---|
| | наименование | обозначение | | |
| $10^{15}$ | пета | П | петагерц | ПГц |
| $10^{12}$ | тера | Т | тераджоуль | ТДж |
| $10^{9}$ | гига | Г | гиганьютон | ГН |
| $10^{6}$ | мега | М | мегаом | МОм |
| $10^{3}$ | кило | к | километр | км |
| $10^{2}$ | гекто | г | гектоватт | гВт |
| $10^{1}$ | дека | да | декалитр | дал |
| $10^{-1}$ | деци | д | дециметр | дм |
| $10^{-2}$ | санти | с | сантиметр | см |
| $10^{-3}$ | милли | м | миллиампер | мА |
| $10^{-6}$ | микро | мк | микровольт | мкВ |
| $10^{-9}$ | нано | н | наносекунда | нс |
| $10^{-12}$ | пико | п | пикофарад | пф |
| $10^{-15}$ | фемто | ф | фемтометр | фм |

Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.).

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах от 0,1 до 1000. Например, для выражения числа $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ м следует выбрать приставку микро …, а не милли … или нано …. С приставкой микро … получим $7{,}5 \cdot 10^{-5}$=75 мкм, т.е. число, находящееся в пределах от 0,1 до 1000. С приставкой милли получим $7{,}5 \cdot 10^{-5}$=0,075 мм, т.е., число меньшее 0,1. С приставкой нано – $7{,}5 \cdot 10^{-5}$=75000 нм, т.е. число, большее 1000.

Наименования и обозначения десятичных кратных и дольных единиц образуются присоединением приставок к наименованиям исходных единиц. Присоединение двух (и более) приставок подряд не допускается. Например, вместо единицы «микромикрофарад» следует применять единицу «пикофарад».

Обозначение приставки пишется слитно с обозначением единицы, к которой она присоединяется. При сложном наименовании производной единицы СИ приставку присоединяют к наименованию первой единицы, входящей в произведение или числитель дроби. Например, кПа·с/м, но не Па·кс/м. В виде исключения из этого правила в случаях, когда это нашло широкое применение, допускается присоединение приставки к наименованию единицы, входящей в знаменатель дроби. Например: кВ/см, А/мм$^2$.

Кроме десятичных кратных и дольных единиц допущены к использованию кратные и дольные единицы времени, плоского угла и относительных величин, не являющихся десятичными. Например, единицы времени (минута, час, сутки); единицы плоского угла (градус, минута, секунда).

## 1.2.3 Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ (в соответствии со стандартом 1052-78 «Метрология. Единицы физических величин»)

| Величина | Наименование | Обозначение | Соотношение с единицей СИ |
|---|---|---|---|
| Масса | тонна<br>грамм | т<br>г | 1000 кг<br>0,001 кг |
| Объем, вместимость | литр | л | 0,001 $м^3$ |
| Относительная величина | единица (число 1)<br>процент | –<br>% | 1<br>$10^{-2}$ |
| Логарифмическая величина | бел<br>децибел | Б<br>дБ | –<br>– |
| Температура | градус Цельсия | °C | 1°C = 1 K |

## 1.2.4 Соотношения между внесистемными единицами и единицами СИ

| *Единицы механических величин* | |
|---|---|
| Длина | 1 ангстрем = $10^{-10}$ м |
| Время | 1 сутки = 86400 с |
| | 1 год = 365,25 суток = $3{,}16\cdot10^{7}$ с |
| Плоский угол | $1°= \pi/180$ рад = $1{,}75\cdot10^{-2}$ рад |
| | $1' = (\pi/108)\cdot10^{-2}$ рад = $2{,}91\cdot10^{-4}$ рад |
| | $1'' = (\pi/648)\cdot10^{-3}$ рад = $4{,}85\cdot10^{-6}$ рад |
| Объем, вместимость | 1 л = 1 $дм^3$ = $10^{-3}$ $м^3$ |
| Масса | 1 т = $10^{3}$ кг |
| | 1 г = $10^{-3}$ кг |
| | 1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг |
| Сила | 1 кгс = 9,81 Н |
| Работа, энергия | 1 эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж |
| | 1 кВт·ч = $3{,}6\cdot10^{6}$ Дж |
| Мощность | 1 л.с. =736 Вт |
| Давление | 1 $кгс/см^2$ =1 атм (техн) = $9{,}81\cdot10^{4}$ Па |
| | 1 мм рт. ст. = 133,3 Па |
| Тепло (количество тепла) | 1 кал = 4,19 Дж |
| Магнитная индукция | 1 Гс (гаусс) = $10^{-4}$ Тл |
| Напряженность магнитного поля | 1 Э (эрстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м |

## 2. Греческий и латинский алфавиты

Для обозначения физических величин в физике используют греческие и латинские буквы, поэтому знание греческого и латинского алфавита облегчит понимание физического текста.

### 2.1 Алфавит латинский

Современный латинский алфавит, являющийся основой письменности германских, романских и многих других языков, состоит из 26 букв. Буквы в разных языках называются по разному. В таблице приведены русские и «русские математические» названия, которые следуют «французской» традиции.

| Латинская буква | | Название буквы | Латинская буква | | Название буквы |
|---|---|---|---|---|---|
| | Курсив | | | Курсив | |
| A, a | *A, a* | а | N, n | *N, n* | эн |
| B, b | *B, b* | бэ | O, o | *O, o* | о |
| C, c | *C, c* | це | P, p | *P, p* | пэ |
| D, d | *D, d* | дэ | Q, q | *Q, q* | ку, кю |
| E, e | *E, e* | е, э | R, r | *R, r* | эр |
| F, f | *F, f* | эф | S, s | *S, s* | эс |
| G, g | *G, g* | же, гэ | T, t | *T, t* | тэ |
| H, h | *H, h* | аш, ха | U, u | *U, u* | у |
| I, i | *I, i* | и | V, v | *V, v, v* | вэ |
| J, j | *J, j* | йот, жи | W, w | *W, w, w* | дубль-вэ |
| K, k | *K, k* | ка | X, x | *X, x* | икс |
| L, l | *L, l* | эль | Y, y | *Y, y* | игрек |
| M, m | *M, m* | эм | Z, z | *Z, z* | зет, зета |

#### ***Немного истории***

Первые приставки были введены в 1773–1795 г. при узаконении в Франции метрической системы мер. Было принято для кратных единиц наименования приставок брать из греческого языка, для дольных – из латинского. В те годы были приняты следующие приставки: *кило…* (от греч. chilioi – тысяча), *гекто …* (от греч. hekaton – сто), *дека…* (от греч. deka – десять), *деци…* (от лат. decem – десять), *санти…* (от лат. centum – сто), *милли…* (от лат. mille – тысяча).

В последующие годы число кратных и дольных единиц увеличилось. Наименования приставок заимствовались иногда и из других языков.

Появились следующие приставки: *мега…* (от греч. megas – большой), *гига…* (от греч. gigas, gigantos – великан), *тера…* (от греч. teras, teratos – огромный, чудовище), *микро…* (от греч. mikros – малый, маленький), *нано…* (от греч. nanos – карлик), *пико…* (от итал. piccolo – небольшой, мелкий), *фемто…* (от датск. femten – пятнадцать), *атто…* (от датск. atten – восемнадцать). Последние приставки – *пета…* и *экса…* – были приняты в 1975 году: *пета* (от греч. peta – пять, что соответствует пяти разрядам по $10^3$), *экса…* (от греч. hex – шесть, что соответствует шести разрядам по $10^3$).

## 2.2 Алфавит греческий

| Греческая буква | Название по-английски | Название по-русски |
|---|---|---|
| Α α | alpha | альфа |
| Β β | beta | бета |
| Γ γ | gamma | гамма |
| Δ δ | delta | дельта |
| Ε ε | epsilon | эпсилон |
| Ζ ζ | zeta | дзета |
| Η η | eta | эта |
| Θ θ | theta | тета |
| Ι ι | iota | йота |
| Κ κ | kappa | каппа |
| Λ λ | lambda | ламбда |
| Μ μ | mu | мю |
| Ν ν | nu | ню |
| Ξ ξ | xi | кси |
| Ο ο | omicron | омикрон |
| Π π | pi | пи |
| Ρ ρ | rho | ро |
| Σ σ | sigma | сигма |
| Τ τ | tau | тау |
| Υ υ | upsilon | ипсилон |
| Φ φ ϕ | phi | фи |
| Χ χ | chi | хи |
| Ψ ψ | psi | пси |
| Ω ω | omega | омега |

# РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

## *Основная литература*


1. Воловик П.М. Фізика. (Підручник для університетів). – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 2006. – 532 с.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2006. – 452 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 3. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 2006. – 518 с.
5. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. К.: Техніка, 2004. – 560 с.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1985. – 384 с.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.
8. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001. – 542 с.
9. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1981. – 496 с.


## *Дополнительная литература*


10. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 447 с.
11. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
12. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
13. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
14. Савельев И.В. Курс физики: Учебное пособие. В 3-х тт. – 2-е изд. – СПб: Изд-во «Лань», 2006.
15. Тригг Дж. Решающие эксперименты в современной физике. – Изд-во «Мир», 1974. – 159 с.
16. Чертов А.Г. Физические величины (терминология, определения, обозначения, размерности, единицы): Справочник. – М.: Аквариум, 1997. – 335 с.: ил.

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

*Навчальне видання*

**Волков Олександр Федорович**
**Лумпієва Таїсія Петрівна**

# КУРС ФІЗИКИ

У двох томах

**Том 1**

*(російською мовою)*

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК №2982 від 21.09.2007.

ISBN 978-966-377-072-7 (загальний)
ISBN 978-966-377-073-4 (том 1)

Підп. до друку 10.06.2009. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Друк різографія.
Ум. друк. арк. 14. Обл.-вид. арк.
Тираж 300 прим.

Надруковано ТОВ фірма «Друк-Інфо»
83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58, к. 1.113
тел. (062) 335-64-55