Т.П. ЛУМПІЄВА, Н.М. РУСАКОВА, О.Ф. ВОЛКОВ

ПРАКТИКУМ З ФІЗИКИ. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЧАСТИНА 1

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Рекомендовано Міністерством
освіти і науки, молоді та спорту України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів

Донецьк
ДВНЗ «ДонНТУ»
2014

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7
Л 67

Гриф надано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України, лист № 1/11-20263 від 29.12.2012.

Рецензенти:

П.І. Голубничий, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля, заслужений діяч науки и техніки України.

Ю.О. Мамалуй, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри загальної фізики и дидактики фізики Донецького національного університету.

О.Г. Петренко, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри нанофізики Донецького національного університету, член-кореспондент Академії технологічних наук України.

Лумпієва Т.П.

Л 67 Практикум з фізики. Розв'язання задач. Частина 1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / Т.П. Лумпієва, Н.М. Русакова, О.Ф. Волков – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2014. – 248 с.

ISBN 978-966-377-186-1

ISBN 978-966-377-187-8 (Частина 1)

«Практикум з фізики. Розв'язання задач. Частина 1» є доповненням до виданого в 2009 році навчального посібника «Курс фізики» у двох томах цих же авторів. В посібнику наведені стисли теоретичні зведення за розділами курсу фізики, розглянута методика розв'язування задач, наведені приклади розв'язання задач с детальним аналізом, а також приведені задачі для самостійного розв'язання. Розділи «Практикуму» відповідають розділам навчального посібника. Є необхідний довідковий матеріал. Приведений словник термінів використовуваних в даній книжці.

Посібник призначений для самостійної роботи студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Може бути використаний початкуючими викладачами при проведенні практичних занять.

Табл. 54. Іл. 95.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7

ISBN 978-966-377-186-1

ISBN 978-966-377-187-8 (Частина 1)

ЗМІСТ

	ПЕРЕДМОВА	5
	Умовні позначення	6
	ВСТУП	8
§1	Деякі фундаментальні поняття фізики	9
§2	Класифікація задач. Ідеалізація фізичних задач	9
§3	Етапи розв’язання задачі	11
§4	Загально-частинні методи розв’язання задач	13
	4.1. Метод диференціювання та інтегрування	13
	4.2. Графічний метод	16
Розділ 1. **Фізичні основи механіки**		20
§5	Кінематика	20
	5.1 Основні теоретичні відомості	20
	5.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради	22
	5.3 Приклади розв’язання задач	23
	Питання для підготовки до практичних занять	32
	5.4 Задачі для самостійного розв’язання	33
§6	Динаміка	38
	6.1 Основні теоретичні відомості	38
	6.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради	40
	6.3 Приклади розв’язання задач	42
	Питання для підготовки до практичних занять	54
	6.4 Задачі для самостійного розв’язання	55
§7	Робота, потужність, енергія. Закони збереження	59
	7.1 Основні теоретичні відомості	59
	7.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради	61
	7.3 Приклади розв’язання задач	63
	Питання для підготовки до практичних занять	74
	7.4 Задачі для самостійного розв’язання	75
Розділ 2. **Молекулярна фізика і термодинаміка**		80
§8	Молекулярна фізика	80
	8.1 Основні теоретичні відомості	80
	8.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради	82
	8.3 Приклади розв’язання задач	84
	Питання для підготовки до практичних занять	89
	8.4 Задачі для самостійного розв’язання	90
§9	Термодинаміка	93
	9.1 Основні теоретичні відомості	93
	9.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради	95
	9.3 Приклади розв’язання задач	95
	Питання для підготовки до практичних занять	102
	9.4 Задачі для самостійного розв’язання	103
Розділ 3. **Електростатика. Постійний електричний струм**		107

§10 Електростатика 107
10.1 Основні теоретичні відомості 107
10.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради 110
10.3 Приклади розв'язання задач 111
Питання для підготовки до практичних занять 122
10.4 Задачі для самостійного розв'язання 123
§11 Закони постійного струму 127
11.1 Основні теоретичні відомості 127
11.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради 130
11.3 Приклади розв'язання задач 132
Питання для підготовки до практичних занять 143
11.4 Задачі для самостійного розв'язання 144
Розділ 4. **Електромагнетизм** 148
§12 Магнітне поле постійного струму 148
12.1 Основні теоретичні відомості 148
12.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради 150
12.3 Приклади розв'язання задач 153
Питання для підготовки до практичних занять 167
12.4 Задачі для самостійного розв'язання 168
§13 Явище електромагнітної індукції 173
13.1 Основні теоретичні відомості 173
13.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради 174
13.3 Приклади розв'язання задач 175
Питання для підготовки до практичних занять 182
13.4 Задачі для самостійного розв'язання 183
Багатоваріантні задачі за темами 187
Таблиці до багатоваріантних задач 191
Довідкові матеріали 213
1. Деякі відомості з математики 215
2. Грецький і латинський алфавіти. Деякі відомості про одиниці фізичних величин 218
3. Таблиці фізичних величин 222
Термінологічний словник 238
Відповіді до задач для самостійного розв'язання 242
Використана література. 248

ПЕРЕДМОВА

Багаторічний досвід нашої педагогічної роботи показує, що найскладнішим для студентів при вивченні курсу фізики є розв'язання задач.

На практичних заняттях, як правило, не вдається розглянути усі типи задач і детально обговорити методику їх розв'язання, оскільки часу на ці заняття відводиться дуже мало. Даний посібник складений з таким розрахунком, щоб їм можна було користуватися для самостійних занять.

Увесь матеріал курсу розбитий на розділи, які відповідають навчальному посібнику «Курс фізики» для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів тих же авторів. Кожен розділ побудований за єдиною схемою, причому опрацьовувати матеріал розділу можна незалежно від інших.

Перший підрозділ містить основні теоретичні відомості по даному розділу. Якщо цього матеріалу Вам недостатньо, то зверніться до свого конспекту або навчального посібника.

У другому підрозділі аналізуються основні типи задач і методи їх розв'язування.

У третьому підрозділі розглянуті приклади розв'язання задач з детальним фізичним аналізом. Рекомендуємо наступний порядок роботи з цим розділом.

– Прочитайте умову задачі та спробуйте самостійно визначити, до якого типу вона відноситься.

– Поверніться до підрозділу «Алгоритми розв'язання задач» і прочитайте ще раз загальне формулювання методів розв'язання задач.

– Спробуйте вирішити задачу самостійно. Якщо Вам це вдалося, то перевірте правильність розв'язання, порівнявши його з приведеним в тексті.

– Якщо вирішити задачу не вдалося, то пропрацюйте розв'язок за текстом, а потім спробуйте його відтворити самостійно, не заглядаючи в текст.

У четвертому підрозділі наведені задачі для самостійного розв'язання . Вони розподілені по рівнях складності. Базовий рівень містить елементарні завдання, які можуть бути вирішені без загальних підходів. Розв'язання задач середнього і достатнього рівня не повинне викликати утруднень, якщо попередній матеріал сумлінно розглянутий. Якщо Ви не можете їх розв'язати, то поверніться до початку розділу і пропрацюйте відповідну частину розділу. До задач надані відповіді. Довідкові дані, необхідні для розв'язання задач, приведені в розділі «Довідкові матеріали». Також в посібнику є термінологічний словник.

Багатоваріантні задачі викладач може використовувати в якості домашніх завдань, або завдань для самостійної роботи, а також в якості контрольних завдань для студентів заочної форми навчання.

У посібник включені найбільш типові і характерні задачі. Тексти задач запозичені з існуючих підручників і задачників. Встановити точне першоджерело кожної задачі неможливо, тому у кінці посібника наводиться список використаної літератури.

Автори виражають глибоку вдячність рецензентам: завідувачу кафедри фізики Східноукраїнського університету ім. Володимира Даля професорові ***Голубничему П.І.***, професорові кафедри загальної фізики і дидактики фізики Донецького національного університету ***Мамалуй Ю.О.***, професорові кафедри нанофізики Донецького національного університету ***Петренко О.Г.***, за корисні зауваження і поради, які були враховані при підготовці рукопису до друку. Також виражаємо свою щиру вдячність ***Лумпієву І.В.*** за оформлення графічного матеріалу книги.

Із зауваженнями і пропозиціями по книзі до авторів можна звернутися по електронній пошті: afv.@fizmet.dgtu.donetsk.ua

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

A – робота
A_r – відносна атомна маса хімічного елемента
$\vec{a}$ – прискорення
$\vec{a}_n$ – нормальне прискорення
$\vec{a}_\tau$ – тангенціальне прискорення
$\vec{B}$ – магнітна індукція
C – електрична ємність (електроємність)
C_V – молярна теплоємність при постійному об’ємі
C_P – молярна теплоємність при постійному тиску
c_V – питома теплоємність при постійному об’ємі
c_p – питома теплоємність при постійному тиску
c – швидкість світла у вакуумі
D – коефіцієнт дифузії
$\vec{D}$ – електростатична індукція (електричне зміщення)
$d_{\text{еф}}$ – ефективний діаметр молекули
$\vec{E}$ – напруженість електричного поля
$\vec{F}$ – сила
G – гравітаційна стала
g – прискорення вільного падіння
$\vec{H}$ – напруженість магнітного поля
I – сила постійного струму
i – індекс підсумовування, число ступенів свободи, сила струму
J – момент інерції
$\vec{J}$ – намагніченість
$\vec{j}$ – густина струму
K – коефіцієнт теплопровідності
k – коефіцієнт жорсткості, стала Больцмана
L – індуктивність
$\vec{L}$ – момент імпульсу
M – молярна маса
M_r – відносна молекулярна маса речовини
$\vec{M}$ – момент сили
m – маса тіла
m_0 – маса спокою, маса однієї молекули
N – сила нормальної реакції опори, число молекул, механічна потужність
N_{A} – число Авоґадро
n – концентрація
P – потужність електричного струму
$\vec{P}_V$ – поляризованість
p – тиск
$\vec{p}$ – імпульс тіла, дипольний момент диполя

$\vec{p}_m$ – магнітний момент контура зі струмом
Q – кількість тепла (тепло)
q – електричний заряд
R – радіус кола, молярна (універсальна) газова стала, електричний опір
r – коефіцієнт опору середовища
$\vec{r}$ – радіус-вектор
S – шлях, ентропія, площа
T – період обертання, абсолютна температура
t – час
U – внутрішня енергія, електрична напруга
V – об'єм
$< v >$ – середня арифметична швидкість молекул газу
$v_{\text{в}}$ – найбільш імовірна швидкість молекул газу
$< v_{\text{кв}} >$ – середня квадратична швидкість молекул газу
$\vec{v}$ – швидкість
W – енергія, термодинамічна ймовірність
$W_{\text{к}}$ – кінетична енергія
$W_{\text{п}}$ – потенціальна енергія
w – об'ємна густина енергії
$< z >$ – середнє число зіткнень за одиницю часу

α – температурний коефіцієнт опору
γ – показник адіабати
$\Delta\vec{r}$ – переміщення
ε – відносне подовження, діелектрична проникність середовища, електрорушійна сила
$\vec{\varepsilon}$ – кутове прискорення
$< \varepsilon >$ – середня кінетична енергія молекули
η – коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість)
$< \lambda >$ – середня довжина вільного пробігу
μ – коефіцієнт тертя, магнітна проникність середовища
ν – частота обертання, число молей
ρ – густина, питомий опір
σ – механічне напруження, поверхнева густина заряду, питома електропровідність
τ – лінійна густина заряду
Φ – потік вектора напруженості електричного поля, магнітний потік
φ – кут повороту, потенціал електростатичного поля
Ψ – повний магнітний потік (потокозчеплення)
$\vec{\omega}$ – кутова швидкість
ω – циклічна частота

ВСТУП

Мета навчання – не в тому,
щоб довідатися деякий набір фактів і положень,
а в тому, щоб навчитися самостійно знаходити
підхід до розв'язання фізичних задач.
Річард Фейнман,
лауреат Нобелівської премії 1965 року.

У вивченні курсу фізики розв'язання задач має величезне значення. Фізичні задачі розвивають навик використання фізичних законів для вирішення конкретних питань, що мають практичне значення. Уміння розв'язувати задачі – це головний критерій оцінки засвоєння програмного матеріалу.

Навчитися розв'язувати задачі з фізики не просто. Можна дуже добре знати теорію і не вміти розв'язувати найпростіші задачі. Для успішного розв'язання задач знання теорії необхідно, але цього не достатньо. Крім конкретних знань потрібно опанувати ще й узагальненими знаннями, які, як правило, набуваються в процесі розв'язання задач. І ще одне дуже важливе вміння, яке допоможе Вам навчитися розв'язувати задачі, причому, не тільки фізичні, – це вміння аналітично мислити, тобто вміння міркувати.

Основу узагальнених знань складають фундаментальні поняття фізики. До них відносяться такі поняття як фізична система, фізична величина, фізичний закон, стан фізичної системи, взаємодія, фізичне явище, фізична модель, ідеальні об'єкти, ідеальні процеси.

Виходячи із системи фізичних понять, можна дати таке визначення фізичної задачі.

Фізична задача – це словесна модель фізичного явища, в якому невідомі будь-які зв'язки і величини.

Розв'язати фізичну задачу – означає відновити невідомі зв'язки і визначити шукані фізичні величини. З визначення випливає наступне: якщо завдання відображає якесь фізичне явище, то потрібно знати суть цього явища і вміти його аналізувати.

Аналіз явища починають з вибору та аналізу фізичної системи і закінчують складанням системи рівнянь, написаних в результаті застосування фізичних законів. Тому процес розв'язування задачі можна розділити на етапи: ***фізичний*** (закінчується складанням системи рівнянь), ***математичний*** (одержання розв'язку в загальному і числовому вигляді), аналіз розв'язку задачі.

Складовою частиною узагальнених знань є знання системи методів розв'язання задач, а також уміння використовувати ці методи.

§1 Деякі фундаментальні поняття фізики

Фізична система – сукупність виділених для розгляду фізичних об’єктів. Фізична система може складатися і з одного об’єкта. Фізичні об’єкти системи мають деякі фізичні властивості і можуть брати участь в різних фізичних процесах. Властивості фізичних об’єктів та фізичних процесів характеризують ***фізичними величинами.***

Тіла фізичної системи взаємопов’язані як між собою, так і з зовнішніми об’єктами. Цей зв’язок проявляється у взаємодії. У цьому посібнику ми будемо розглядати тільки два види взаємодій – гравітаційні й електромагнітні.

Взаємодія змінює положення системи або її стан. Процес зміни положення або стану фізичної системи називається ***фізичним явищем***. У природі відбувається безліч самих різних явищ: рух тіл, рух атомів і молекул, випромінювання світла і т.п.

Фізичне явище призводить до зміни будь-яких фізичних величин. Об’єктивна залежність одних фізичних величин від інших виражається ***фізичними законами.*** Всякий фізичний закон вірний тільки при виконанні певних умов. Сукупність цих умов називається межами застосовності закону. Якщо хоча б одна з умов не виконується, то цей закон застосовувати не можна.

Приклад 1.1. Другий закон Ньютона у вигляді $\vec{F} = m\vec{a}$ справедливий, якщо виконуються наступні умови:

1) рух тіла розглядається по відношенню до інерціальної системи відліку;
2) тіло є матеріальною точкою (рухається поступально);
3) маса тіла не змінюється;
4) швидкість тіла значно менше швидкості світла.

Якщо хоча б одна з цих умов не виконується, то другий закон Ньютона в записаній вище формі застосовувати не можна.

Знання фізичного закону (його фізичного змісту, меж застосовності) для розв’язання задач недостатньо. Для кожного закону існує метод (алгоритм) його застосування. Методи застосування основних законів ми розглянемо в наступних параграфах.

§2 Класифікація задач. Ідеалізація фізичних задач

При вивченні будь-якого фізичного явища якісь фізичні величини, що характеризують це явище, можуть бути відомі, а якісь ні.

Фізична задача – це словесна модель фізичного явища (або сукупності явищ) з деякими відомими і невідомими фізичними величинами, що характеризують це явище. Розв’язати задачу – це значить знайти невідомі зв’язки і невідомі фізичні величини.

Можливі два способи знаходження величин: експериментальний і теоретичний. В експериментальному методі невідомі величини визначаються шляхом вимірювань. Експериментальні задачі розглядаються в лабораторному практикумі, тому ми на них зупинятися не будемо.

Теоретична задача – це задача, яку розв'язують, не проводячи вимірювань. Як правило, при вивченні фізики як навчальної дисципліни розглядаються поставлені фізичні задачі, тобто задачі про ідеалізовані фізичні явища. Об'єктом розгляду в них виступає не реальний об'єкт, а його ідеальний образ – фізична модель. Це пояснюється тим, що реальні об'єкти і явища дуже складні і взаємопов'язані. Їх вивчення з урахуванням всіх взаємозв'язків і всіх взаємодій являє собою непереборну математичну задачу.

Найважливіша риса фізики як науки – розумна ідеалізація конкретних фізичних задач. Якби фізики не ідеалізували задачі, то вони не змогли б розв'язати до кінця жодної конкретної задачі.

Умови і обмеження, що спрощують розв'язування задачі формулюються в самій задачі, або присутні в прихованому або неявному вигляді.

Приклад 2.1. Тіло масою m=5 кг кинуто під кутом α=30° до горизонту з початковою швидкістю v=20 м/с. Нехтуючи опором повітря, знайти зміну імпульсу тіла за час польоту, а також імпульс сили, що діє на тіло під час польоту.

Одна умова, яка спрощує розв'язання задачі, вказана в явному вигляді: опором повітря можна знехтувати. Решта, що спрощують умови, маються на увазі: 1) не враховується обертання Землі навколо Сонця; 2) не враховується обертання Землі навколо своєї осі; 3) тіло вважається матеріальною точкою, 4) вектор прискорення вільного падіння має один і той же напрямок в будь-якій точці траєкторії, 5) чисельне значення $\vec{g}$ вважається постійним: $g = 9{,}8\ \text{м/с}^2$. Пункти 1 та 2 мало впливають на розв'язування задачі. Якщо ж відкинути припущення 4, то задача сильно ускладнюється.

В кожній задачі вводяться свої умови, що спрощують розв'язання, загальним є наступне: потрібно нехтувати несуттєвими, другорядними взаємодіями. Важливо розуміти, що в ідеалізованому об'єкті тільки нехтують якимись властивостями тіла, а насправді тіло ці властивості має. Але якщо в умовах конкретного завдання ці властивості виявляються слабо, то можна їх не враховувати.

У фізиці багато ідеалізованих об'єктів. До них відносяться матеріальна точка, абсолютно тверде тіло, ідеальний газ та інші. У понятті «матеріальна точка» нехтують розмірами тіла в порівнянні з відстанню, що розглядаються в задачі. У понятті «ідеальний газ» нехтують розмірами молекул і їх взаємодією на відстані.

Ідеалізують не тільки фізичні об'єкти, але і фізичні процеси. Прикладами ідеальних процесів є ізохорний, ізобарний, ізотермічний, адіабатний, рівноважний і т.п. Іноді, розв'язуючи конкретну задачу, нехтують зміною фізичної величини, вважаючи, що вона мала.

Таким чином, внаслідок ідеалізації та спрощення, у фізиці замість реального фізичного явища розглядається його схематична модель. В залежності від властивостей фізичної системи і умов протікання процесів виділяють дві моделі:

- модель класичних фізичних явищ (класична модель);
- модель квантових фізичних явищ (квантова модель).

Поставлені задачі можна класифікувати за тими засобами, які застосовуються при розв'язанні. За цими ознаками задачі поділяють на елементарні, стандартні, нестандартні.

Елементарної задачею називають задачу, для розв'язання якої необхідно і достатньо застосувати лише один фізичний закон.

Приклад 2.2. З якою силою взаємодіють два точкових заряди по 10 нКл кожний, що знаходяться на відстані 3 см один від одного у вакуумі?

Розв'язання. За законом Кулона сила взаємодії двох точкових зарядів

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon\, r^2},$$

де $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф – коефіцієнт пропорційності в СІ,

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала,

ε – діелектрична проникність середовища, для вакууму ε=1.
Після підстановки даних отримаємо: F=10^{-3} Н.

Для розв'язання цієї задачі досить залучити конкретний закон. Причому метод застосування цього закону полягає саме в його запису. Отже, задача елементарна. Елементарні задачі ще називають тренувальними, або просто вправами. Враховуючи, що елементарні задачі можуть бути розв'язані без загальних підходів, ми їх розглядати не будемо.

Стандартна задача – це задача, для розв'язання якої необхідно і достатньо залучити систему «звичайних» знань і «стандартних» методів і прийомів.

Нестандартна задача – це також поставлена задача, але застосування в процесі її розв'язання тільки «звичайних» законів і методів не приводить до мети: система виходить незамкненою. Залишається неврахованою «щось», про яке треба якось здогадатися. Ніяких загальних і універсальних практичних порад тут дати не можна.

У даному посібнику ми розглянемо методи розв'язання стандартних задач.

§3 Етапи розв'язання задачі

В основі кожної задачі лежить якесь фізичне явище чи сукупність явищ, що описуються конкретними фізичними законами. Тому, перш ніж приступити до розв'язання задачі якогось розділу курсу фізики, треба ретельно опрацювати теорію за підручником або конспектом лекцій. Без твердого знання теорії не можна розраховувати на успішне розв'язання навіть елементарних задач, не кажучи вже про складніші.

Розв'язання більшості фізичних завдань ділять на такі етапи: фізичний, математичний, аналіз розв'язку задачі.

Фізичний етап починається з ознайомлення з умовами задачі:

- Прочитавши задачу, випишіть всі відомі величини – їх чисельні значення та найменування – в колонку.
- Якщо задані величини виражені в різних системах одиниць, то переведіть їх в одну. Перевага віддається Міжнародній системі одиниць (СІ).

Ознайомившись з умовами задачі, не загострюйте свою увагу на невідомій величині і не намагайтеся її знайти відразу. Наступна Ваша мета – звести задачу від фізичної до математичної. Для цього виконайте наступне:

- Чітко уявіть собі, яке фізичне явище лежить в основі завдання.
- Виконайте, якщо необхідно, схематичний рисунок, на якому, хоча б умовно, вкажіть всі величини, що характеризують дане явище. Якщо при цьому виявиться, що для повного опису явища треба використовувати величини, яких немає в умові завдання, то введіть їх самі.
- Встановіть, які закони лежать в основі даного явища, згадайте математичне вираження цих законів.
- За допомогою фізичних законів і формул встановіть математичний зв’язок між усіма введеними в рішення величинами.
- При складанні алгебраїчних співвідношень зверніть увагу на векторний характер деяких величин, що входять в формули. Для повного визначення цих величин необхідно враховувати не тільки їх числові значення, а й напрямок.

Після складання системи рівнянь задача вважається фізично розв’язаною.

Математичний етап підрозділяється на дві частини.

Розв’язання задачі в загальному вигляді. При такій формі розв’язання залишається ясним, які закони застосовувалися в процесі розв’язання, можна перевірити викладки і виключити помилки. Перш ніж розв’язувати складену систему рівнянь, переконайтеся в тому, що число невідомих дорівнює кількості рівнянь, інакше система не буде мати певного рішення. Розв’язуючи систему, спочатку виключіть ті невідомі величини, які не потрібно знаходити за умовами задачі. Слідкуйте за тим, щоб при кожній алгебраїчній дії кількість невідомих зменшувалася.

Отримання числової відповіді (розрахунок). В остаточну формулу підставте числові дані, які виражені в одиницях однієї системи. Розрахунок за розрахунковою формулою треба проводити з дотриманням правил наближених обчислень. Як правило, остаточну відповідь слід записувати в стандартному вигляді, тобто як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідний ступінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати $3{,}52\cdot10^{3}$, а замість 0,0000129 записати $1{,}29\cdot10^{-5}$ і т.п.

Математичний етап розв’язання задачі є менш важливим, ніж фізичний, але він не є другорядним. Адже з точки зору практики задача розв’язана правильно тільки в тому випадку, якщо отримані її вірний загальний і числовий розрахунок.

Після отримання розв’язку в загальному вигляді та числового розрахунку проводять **аналіз розв’язку**. При аналізі числового розрахунку часто досліджують:

- Розмірність отриманої величини. Іноді це дослідження робиться при аналізі загального розв'язку, тобто до проведення обчислень. Зазначимо, що правильність розмірності – це необхідна ознака правильності розв'язання, але недостатня.
- Відповідність числової відповіді фізично можливим значенням шуканої величини. Наприклад, якщо отримане значення швидкості тіла більше ніж $3\cdot10^8$ м/с, то результат помилковий.
- Відповідність розв'язку умовам завдання, якщо відповідь багатозначна.

Аналіз розв'язку задачі є процесом творчим і не повинен бути жорстким.

§4 Загально-частинні методи розв'язання задач

Система загально-частинних методів може бути застосована до розв'язання задач майже з будь-якого розділу курсу загальної фізики. Загально-частинних методів порівняно небагато. До них відносяться кінематичний, динамічний, законів збереження, розрахунку фізичних полів, диференціювання та інтегрування. Окремим випадком методу інтегрування є графічний метод розв'язання задач. Перші чотири методи у відповідності зі своїми назвами застосовуються в аналогічних розділах курсу, де ми їх і розглянемо.

4.1 Метод диференціювання та інтегрування

Метод диференціювання*) та інтегрування застосовується практично в будь-якому розділі курсу фізики. Як вже було сказано, немає абсолютних фізичних законів, кожен закон має межі застосування. За допомогою методу диференціювання та інтегрування фізичний закон можна (змінивши його форму) поширити і за межі його застосовності. В основі методу лежать два принципи:

- можливість представлення закону в диференціальній формі;
- принцип суперпозиції (якщо величини можна додавати)

Тому метод диференціювання та інтегрування складається з двох частин. Спочатку записують закон в диференціальній формі. Для цього в більшості випадків тіла ділять на настільки малі частини, щоб ці частини можна було вважати матеріальними точками, або великі інтервали часу ділять на такі малі проміжки часу dt, щоб процес можна було наближено вважати рівномірним (або стаціонарним) і т.п.

Потім проводять підсумовування (інтегрування). Найважчим тут є вибір змінної інтегрування та визначення меж інтегрування.

---

*)Диференціювання - 1) операція знаходження диференціала (або похідної) функції (математ.); 2) розчленування, виділення складових елементів при розгляді, вивченні чого-небудь.

В даному випадку термін «диференціювання» не слід ототожнювати з його математичним змістом. Треба розуміти його в сенсі «поділ на частини», тобто як можливість уявлення фізичних законів в диференціальній формі.

Розглянемо приклади. Короткий запис умови в цих прикладах і всіх наступних ми будемо опускати, оскільки ця частина аналізу умов зазвичай не викликає у студентів труднощів.

Приклад 4.1.1. Дві нескінченно довгі нитки, що заряджені з однаковою лінійною густиною τ_1=τ_2=3 мкКл/м, знаходяться на відстані r_1=2 см один від одної. Яку роботу на одиницю довжини треба зробити, щоб зблизити ці нитки до відстані r_2=1см?

Розв'язання. Будемо вважати, що друга нитка перебуває в електричному полі, яке створене першою ниткою. Це поле діє на другу нитку з деякою силою. В даному випадку не можна застосувати формулу для розрахунку роботи у вигляді $A = F\,S\cos\alpha$, так як для переміщення нитки необхідно прикласти силу, яка дорівнює силі взаємодії заряджених ниток, а вона залежить від відстані між ними. Тому спочатку запишемо формулу для розрахунку роботи в диференціальній формі. Для цього відстань, на яку переміщується друга нитка, розіб'ємо на маленькі проміжки *dr* такі, щоб силу можна було вважати сталою. Тоді можна записати, що елементарна (дуже маленька) робота буде дорівнюватиме

$$\delta A = F dr \cos\alpha\,, \tag{1}$$

$\cos\alpha = 1$, так як напрям сили, що діє на другу нитку, збігається з напрямком її переміщення. Тепер перейдемо до однієї змінної. Для цього треба записати формулу для розрахунку сили. Нитки не є точковими зарядами, тому не можна користуватися законом Кулона. В цьому випадку

$$F = qE\,, \tag{2}$$

де q – це величина заряду, якій розміщений в полі напруженістю E. У нашій задачі q – заряд другої нитки, E – напруженість поля, що створене першою ниткою.

$$q = \tau_2\, l\,, \tag{3}$$

$$E = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0\, r}\,, \tag{4}$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична стала.

Записані співвідношення підставимо в формулу (1) та отримаємо

$$\delta A = \frac{\tau_1\tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{r}\,. \tag{5}$$

Тепер можна переходити до інтегрування. У рівняння входить тільки одна змінна – відстань r, яка змінюється в межах від r_1 до r_2. Тоді

$$A = \int \delta A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau_1\tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{r} = \frac{\tau_1\tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\tau_1\tau_2 l}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}\,. \tag{6}$$

Робота, яка припадає на одиницю довжини

$$A_l = \frac{A}{l} = \frac{\tau_1\tau_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (7)$$

Підставимо чисельні значення величин в формулу (7) і отримаємо:

$$A_l = \frac{3\cdot 10^{-6}\cdot 3\cdot 10^{-6}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\ln\frac{1}{2} = -0{,}11\left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}}\right).$$

Зверніть увагу! Нитки мають однаковий за знаком заряд, тому вони відштовхуються. Для того, щоб їх зблизити, необхідно здійснити роботу проти сил поля. Тому робота має знак «мінус».

Приклад 4.1.2. Сила струму у провіднику опором R=10 Ом за час t=50 с рівномірно зростає від I_1=5 А до I_2=10 А. Визначити кількість тепла Q, що було виділено за цей час у провіднику.

Розв'язання. Кількість тепла, яке виділяється у провіднику при протіканні постійного електричного струму, визначається законом Джоуля – Ленца

$$Q = I^2 Rt. \qquad (1)$$

Але застосовувати його у такому вигляді до розв'язання цієї задачі не можна, тому що струм змінюється. Тому спочатку запишемо формулу для розрахунку кількості тепла у диференціальній формі. Для цього інтервал часу, протягом якого змінюється струм, розіб'ємо на такі маленькі проміжки часу dt, щоб струм можна було вважати постійним. Для малого проміжку часу dt можна застосувати закон Джоуля – Ленца:

$$\delta Q = I^2 Rdt. \qquad (2)$$

Перейдемо до однієї змінної. Сила струму з часом наростає рівномірно, тому її можна описати рівнянням

$$I = I_1 + kt, \qquad (3)$$

де I_1 – значення струму у початковий момент часу, k – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили струму. З урахуванням (3) формула (2) набуде вигляду:

$$\delta Q = (I_1 + kt)^2 Rdt. \qquad (4)$$

Розрахуємо k, використовуючи рівняння (3):

$$k = \frac{I_2 - I_1}{t} = \frac{10-5}{50} = 0{,}1\left(\frac{\text{А}}{\text{с}}\right).$$

До рівняння (4) входить тільки одна змінна – час t, яка змінюється у межах від t_1=0 до t_2=50 с. Отже, можна переходити до інтегрування:

$$Q=\int\delta Q=\int_{t_1}^{t_2}\left(I_1+kt\right)^2 Rdt=\int_{t_1}^{t_2}\left(I_1^2+2I_1kt+k^2t^2\right)Rdt=\left(I_1^2t_2+I_1kt_2^2+k^2\frac{t_2^3}{3}\right)R-$$
$$-\left(I_1^2t_1+I_1kt_1^2+k^2\frac{t_1^3}{3}\right)R. \qquad (5)$$

Підставимо чисельні значення величин у формулу (5) і отримаємо

$$Q=\left(5^2\cdot 50+5\cdot 0{,}1\cdot 50^2+0{,}1^2\cdot\frac{50^3}{3}\right)\cdot 10=29{,}2\cdot 10^3\ (\text{Дж}).$$

Слід зазначити, що метод диференціювання та інтегрування є універсальним. Він необхідний як при вивченні теорії, так і при розв'язанні задач. У механіці за допомогою цього методу обчислюють роботу змінної сили, моменти інерції твердих тіл. При вивченні фізичних полів з його допомогою розраховують напруженості і потенціали полів, створених неточковими зарядами, макроструми і т.п. Математична основа методу – диференціювання та інтегрування функцій.

4.2 Графічний метод

Графічний метод розв'язання задач заснований на геометричному тлумаченні визначеного інтеграла. Наведемо цитату з «Довідника з вищої математики»*. «Розглянемо інтеграл

$$\int_a^b f(x)dx,$$

у якого нижня межа менше верхньої ($a<b$).

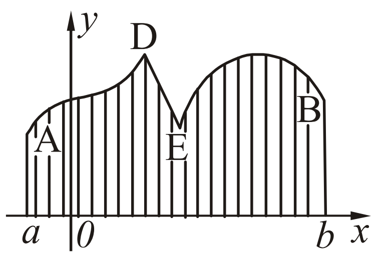


Рисунок 4.1

Якщо функція $f(x)$ додатна усередині проміжку (a, b), то інтеграл чисельно дорівнює площі, яка обмежена графіком $y=f(x)$ та ординатами a і b (рис. 4.1). Якщо функція $f(x)$ від'ємна усередині (a, b), то інтеграл за абсолютним значенням дорівнює площі, але має від'ємне значення (рис. 4.2).

Якщо $f(x)$ один або кілька разів змінює знак на проміжку (a, b), то інтеграл дорівнює різниці двох чисел, одне з яких (зменшуване) висловлює площа, яка обмежена позитивними ординатами, а інше (від'ємник) – площа, яка обмежена негативними ординатами.

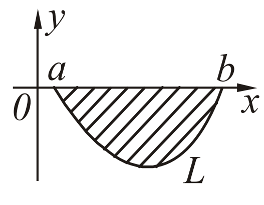


Рисунок 4.2

*Выготский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Изд-во «Наука», 1966. – С. 447.

Для випадку, зображеного на рис. 4.3:

$$\int_a^b f(x)dx = (S_1 + S_3 + S_5) - (S_2 + S_4)».$$

Найбільш часто графічний метод використовують для розрахунку шляху,

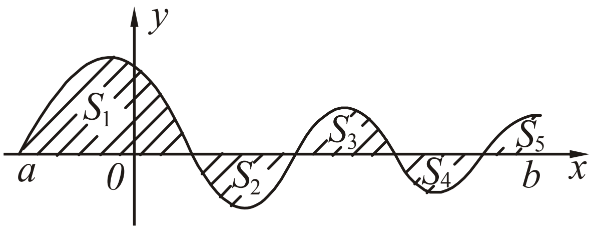


Рисунок 4.3

переміщення та роботи у механіці, роботи і кількості тепла у термодинаміці, а також для розрахунку заряду, що пройшов через поперечний переріз провідника.

При розв'язуванні задач необхідне враховувати наступне.

1. При прямолінійному русі в одному напрямку шлях і модуль переміщення збігаються і чисельно дорівнюють площі,яка обмежена графіком залежності швидкості від часу і ординатами t_1, t_2 і віссю абсцис (заштрихована фігура на рис. 4.4).

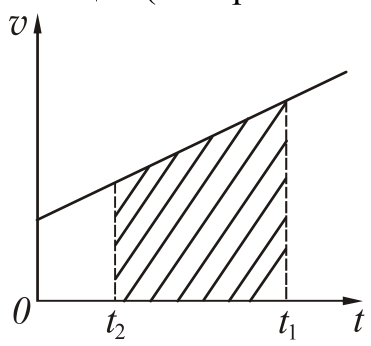


Рисунок 4.4

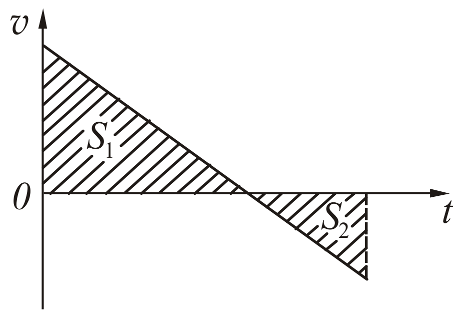


Рисунок 4.5

2. Якщо швидкість змінює свій напрямок, то шлях дорівнює сумі площ (заштриховані трикутники на рис. 4.5), а переміщення визначається алгебраїчною сумою тих же площ. Це означає, що при розрахунку модуля переміщення площа, що лежить під віссю абсцис, треба брати зі знаком «мінус».

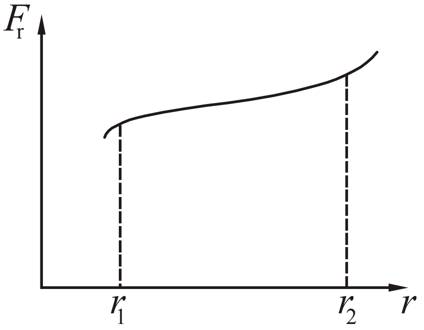


Рисунок 4.6

3. Механічна робота сили $\vec{F}$ на ділянці 1-2 дорівнює площі, яка обмежена графіком залежності $F_r(r)$, ординатами r_1, r_2 і віссю абсцис. F_r – проекція сили на напрям $\vec{r}$ (рис.4.6).

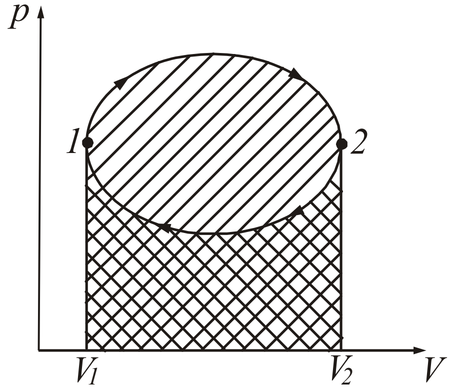


Рисунок 4.7

4. Робота в термодинаміці дорівнює площі, яка обмежена графіком залежності тиску від об'єму $p(V)$, ординатами V_1, V_2 і віссю абсцис (рис. 4.7). На ділянці 1-2 (розширення від об'єму V_1 до об'єму V_2) робота додатна і дорівнює площі, яка

зазначена нахиленим вправо штрихуванням. На ділянці 2-1 (стиснення від V_2 до V_1) робота від'ємна і дорівнює площі, яка зазначена нахиленим вліво штрихуванням. Отже, робота за цикл чисельно дорівнює площі, яку охоплює крива.

5. Кількість тепла, що система отримує в ході процесу, дорівнює площі фігури, яка обмежена графіком процесу на діаграмі T, S , ординатами S_1, S_2 і віссю абсцис (рис. 4.8).

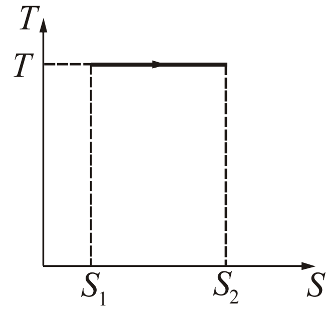


Рисунок 4.8

6. Заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника, чисельно дорівнює площі, яка обмежена графіком залежності сили струму від часу $i = f(t)$, ординатами часу і віссю абсцис (див. приклад 11.3.1).

Зверніть увагу! У всіх розглянутих випадках мова йде тільки про числову рівність! Розмірності шляху і площі, роботи і площі, заряду і площі не збігаються.

Приклад 4.2.1. Обчислити роботу, що здійснюється на шляху $S = 12$ м силою що рівномірно зростає, якщо на початку шляху F_1=10 Н, а в кінці шляху F_2=46 Н.

Розв'язання. Побудуємо графік залежності сили від відстані. Сила зростає рівномірно, тому графік $F(S)$ являє собою пряму лінію (рис. 4.9). Робота чисельно дорівнює площі, яка обмежена графіком та ординатами S_1=0, S_2=12. Фігура являє собою прямокутну трапецію з основами F_1=10 Н, F_2=46 Н и висотою S=12 м. Оскільки всі величини вказані в СІ, то робота буде вимірюватися в джоулях.

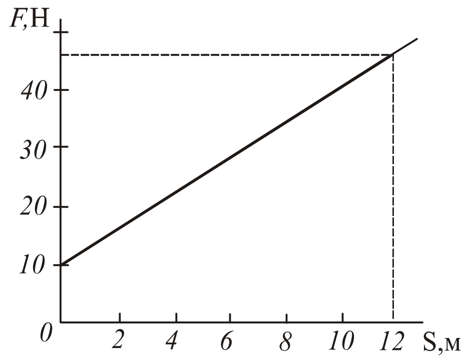


Рисунок 4.9

$$A = S_{\text{трап}} = \frac{(10+46)}{2} \cdot 12 = 336 \text{ (Дж)}.$$

Приклад 4.2.2. Робоче тіло здійснює цикл, в межах якого абсолютна температура змінюється в 3 рази, а сам цикл має вигляд, показаний на рис. 4.10. T –абсолютна температура, S – ентропія. Знайти ккд циклу.

Розв'язання. Ккд циклу обчислюється за формулою:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (1)$$

де Q_1 – кількість тепла, що отримане від нагрівача;
Q_2 – кількість тепла, що віддане холодильнику.

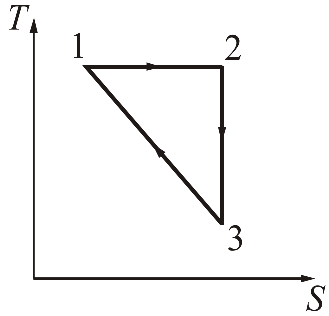


Рисунок 4.10

Вкажемо на графіку параметри циклу (рис. 4.11). Робоче тіло отримує від нагрівача тепло $Q_1 = Q_{12}$ на ділянці 1-2. Процес 2-3 є адіабатним і відбувається без теплообміну ($Q_{23} = 0$). На ділянці 3-1 робоче тіло віддає холодильнику тепло $Q_2 = |Q_{31}|$.

Кількість тепла, що отримала система в ході процесу, чисельно дорівнює площі фігури, яка обмежена графіком процесу та відповідними ординатами. Тоді Q_1 дорівнює площі прямокутника 1-2-S_2-S_1:

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1). \qquad (2)$$

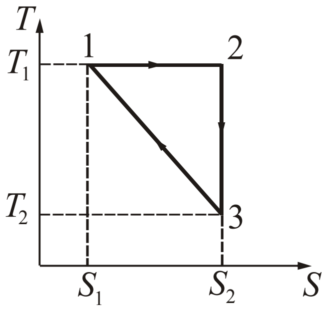


Рисунок 4.11

Різниця $(Q_1 - Q_2)$ чисельно дорівнює площі циклу, тобто площі трикутника 1-2-3. Отже,

$$Q_1 - Q_2 = \frac{1}{2}(S_2 - S_1)(T_1 - T_2). \qquad (3)$$

Підставимо формули (2) і (3) в (1). Отримаємо:

$$\eta = \frac{(S_2 - S_1)(T_1 - T_2)}{2T_1(S_2 - S_1)} = \frac{(T_1 - T_2)}{2T_1} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (4)$$

Оскільки $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3}$, то η=0,33.

Глава 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

§5 Кінематика

5.1 Основні теоретичні відомості

1. Кінематика математично описує рух, не розглядаючи його причин. Основна задача кінематики – визначити положення тіла в будь-який момент часу.

Положення точки в просторі задається радіус-вектором $\vec{r}$, проведеним з початку координат у дану точку. Переміщення $\Delta\vec{r}$ – це вектор, що з'єднує початкове і кінцеве положення точки.

2. Швидкість зміни положення точки в просторі характеризує швидкість руху:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{5.1}$$

Напрямок вектора швидкості в будь-якій точці траєкторії збігається з напрямком дотичній до траєкторії.

3. Шлях, пройдений тілом за кінцевий проміжок часу від t_1 до t_2, знаходиться інтегруванням:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt. \tag{5.2}$$

4. Швидкість зміни швидкості точки характеризує прискорення:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{5.3}$$

5. У загальному випадку криволінійного руху точки вектор прискорення направлений в кожній точці траєкторії довільно. Прийнято вектор повного прискорення розкладати на дві складові:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \tag{5.4}$$

$a_\tau = \dfrac{dv}{dt}$ – тангенціальне прискорення;

$a_n = \dfrac{v^2}{R}$ – нормальне прискорення; R – радіус кривини траєкторії.

Тангенціальне прискорення завжди спрямоване по лінії швидкості і характеризує швидкість зміни швидкості за величиною; нормальне прискорення завжди перпендикулярно швидкості і характеризує швидкість зміни швидкості за напрямком.

Модуль повного прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{5.5}$$

Якщо $a_\tau = 0$, $a_n \neq 0$, то змінюється тільки напрям швидкості, величина швидкості не змінюється. Криволінійний рух буде рівномірним.

Якщо $a_n = 0$, то напрямок руху не змінюється, рух стає прямолінійним.

6. Прямолінійний рух точки з постійним прискоренням.

Рівняння прискорення, швидкості і переміщення будуть мати вигляд:

$$a = \text{const}\,; \quad a = |\vec{a}| = |\vec{a}_\tau| = a_x = \text{const}\,; \qquad a_n = 0\,. \tag{5.6}$$

$$v = v_0 \pm at \tag{5.7}$$

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\,. \tag{5.8}$$

При рівноприскореному русі $a > 0$, при рівносповільненому русі $a < 0$.

7. Прямолінійний рівномірний рух. При цьому за визначенням $v = \text{const}$. Шлях розраховується за формулою:

$$S = vt\,. \tag{5.9}$$

Якщо тіло рухається нерівномірно, то величина, що дорівнює відношенню пройденого шляху ΔS до проміжку часу Δt, протягом якого був пройдений шлях, називається середньою швидкістю за цей проміжок часу

$$< v >= \frac{\Delta S}{\Delta t}\,. \tag{5.10}$$

8. Окремим випадком прямолінійного рівноприскореного руху є рух тіл під дією сили тяжіння. Сила тяжіння повідомляє всім тілам, які знаходяться в однорідному полі сили тяжіння, однакове прискорення (прискорення вільного падіння) g=9,8 м/с^2. Рівняння руху утворюються шляхом заміни $a \to g$, $S \to h$ в рівняннях (5.7), (5.8).

9. Кінематичними характеристиками обертального руху твердого тіла є кутове переміщення, кутова швидкість, кутове прискорення. Кутова швидкість і кутове прискорення вводять аналогічно швидкості і прискоренню при поступальному русі.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}\,; \qquad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\,. \tag{5.11}$$

де $d\vec{\varphi}$ – вектор кутового переміщення.

Якщо тіло обертається з постійним кутовим прискоренням, то за аналогією з поступальним рухом маємо:

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t\,; \tag{5.12}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}\,. \tag{5.13}$$

У разі рівномірного обертання ε=0.

10. Зв’язок між лінійними і кутовими характеристиками:

$$v = R\omega. \tag{5.14}$$

$$a_\tau = R\varepsilon. \tag{5.15}$$

5.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради

5.2.1. Першу частину фізичного аналізу – читання умов і виконання короткої записи умов – у всіх методичних вказівках ми будемо опускати, оскільки вона зазвичай не викликає у студентів труднощів.

У кінематиці розрізняють пряму і зворотну задачу. Пряма задача полягає в тому, щоб за відомим законом руху знайти швидкість і прискорення. Для цього використовують співвідношення (5.1) і (5.3). Зворотна задача – знаходження закону руху за відомим рівнянням швидкості або прискорення. Для цього використовують співвідношення (5.2).

5.2.2. Задачі з кінематики розв’язують за наступним **алгоритмом***.

1. Виконайте схематичний рисунок. Нарисуйте траєкторію тіла. Виберіть початок відліку, зв’яжіть з ним систему координат. Початок відліку зручно суміщати з положенням тіла в початковий момент часу. Осі потрібно спрямовувати так, щоб полегшити розкладання векторів на складові.

2. Позначте на рисунку всі кінематичні характеристики руху: переміщення, початкову та кінцеву швидкості, прискорення.

Якщо характер руху на різних ділянках різний, то весь шлях розбийте на окремі ділянки і рух на кожній з них розгляньте окремо.

3. Проаналізуйте за умовою задачі, як рухається тіло, і запишіть рівняння швидкості і переміщення для даного руху.

4. У вигляді допоміжних рівнянь запишіть додаткові умови задачі.

5. Порівняйте число невідомих у отриманій системі з числом рівнянь. Якщо число невідомих дорівнює числу рівнянь, то можна приступити до її розв’язання щодо шуканої величини. Якщо ні, то ще раз проаналізуйте умову і допишіть необхідні рівняння.

5.2.3. Крім загальних правил, врахуйте **деякі доповнення.**

а) Розв’язуючи задачі на рух тіл, кинутих вертикально вгору, зверніть увагу на наступне. Рівняння швидкості і переміщення для тіла, кинутого вертикально, дають загальну залежність швидкості v і висоти h від часу t для всього часу руху. Вони справедливі (зі знаком «мінус») не тільки для уповільненого підйому вгору, а й для подальшого рівноприскореного падіння, тому що після миттєвої зупинки у верхній точці траєкторії рух відбувається з тим же прискоренням. Під h при цьому розуміють координату в даний момент часу – відстань від початку відліку до точки.

б) Рух тіл, кинутих під кутом до горизонту, розглядають як результат накладення двох прямолінійних одночасних рухів по осях $0x$ і $0y$. За відсутності опору повітря уздовж осі $0x$ тіло рухається рівномірно, а вздовж осі $0y$ з постійним

*Алгоритм – спосіб розв’язання обчислювальних та інших задач, точно приписує, як і в якій послідовності отримати результат.

прискоренням g. Розв'язання всіх задач такого типу починають з розкладання вектора швидкості по осях. Кінематичні рівняння записують окремо для кожної осі. Врахуйте, що час руху вздовж осі $0x$ дорівнює часу руху вздовж осі $0y$.

в) Розв'язання задач про обертання твердого тіла навколо нерухомої осі (за умови, що кутове прискорення $\varepsilon = \text{const}$) засноване на застосуванні формул (5.12) і (5.13). У разі необхідності треба використовувати формули зв'язку між лінійними і кутовими характеристиками.

5.3. Приклади розв'язання задач*

Приклад 5.3.1. Пароплав йде по річці від пункту А до пункту В зі швидкістю v_1=10 км/г, а назад – зі швидкістю v_2=16 км/г. Знайти середню швидкість $<v>$ пароплава і швидкість u течії річки.

Розв'язання. Середня швидкість дорівнює відношенню пройденого шляху ΔS до проміжку часу Δt, протягом якого був пройдений цей шлях.

$$< v >= \frac{\Delta S}{\Delta t}. \tag{1}$$

Позначимо відстань від пункту А до пункту В через S. Тоді

$$\Delta S = 2S. \tag{2}$$

Час руху з пункту А в пункт В дорівнюватиме

$$t_1 = \frac{S}{v_1}. \tag{3}$$

Час руху з пункту В в пункт А дорівнюватиме

$$t_2 = \frac{S}{v_2}. \tag{4}$$

Весь час руху

$$\Delta t = t_1 + t_2 = S\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) = \frac{S(v_2 + v_1)}{v_1 v_2}. \tag{5}$$

Підставимо (2) та (5) у рівняння (1), отримаємо:

$$< v >= \frac{2Sv_1 v_2}{S(v_2 + v_1)} = \frac{2v_1 v_2}{(v_2 + v_1)}. \tag{6}$$

Для знаходження швидкості течії річки використовуємо закон додавання швидкостей. Позначимо швидкість руху пароплава у стоячій воді через $v_{п}$. Швидкість руху пароплава з пункту А в пункт В

$$v_1 = v_{п} - u. \tag{7}$$

*У розрахунках прискорення вільного падіння g прийнято рівним 10 м/с^2.

Швидкість руху пароплава з пункту В у пункт А

$$v_2 = v_{ї} + u. \tag{8}$$

Віднімемо з рівняння (8) рівняння (7), отримаємо:

$$v_2 - v_1 = 2u. \tag{9}$$

Знайдемо швидкість течії річки:

$$u = \frac{(v_2 - v_1)}{2}. \tag{10}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (6) і (10), отримаємо

$$< v >= 12{,}3 \text{ км/г}, \; u = 3 \text{ км/г}.$$

Приклад 5.3.2. Залежність координати x від часу t дається рівнянням $x = At - Bt^2 + Ct^3$, де A=2 м/с, B=3 м/с^2 и C=4 м/с^3. Знайти: а) залежність швидкості v і прискорення a від часу, б) відстань S, яка пройдена тілом, швидкість v і прискорення a тіла через час t=2 с після початку руху.

Розв'язання. а) Встановимо характер руху: тіло рухається прямолінійно, нерівномірно. За відомим законом руху необхідно знайти залежність швидкості v і прискорення a тіла від часу. Для цього скористаємося визначеннями цих величин. За визначенням швидкість:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{1}$$

Для прямолінійного руху $|\vec{r}| = x$, тому

$$v = \frac{dx}{dt}. \tag{2}$$

(Швидкість дорівнює першій похідній шляху за часом). Знайдемо похідну:

$$v = \frac{d\left(At - Bt^2 + Ct^3\right)}{dt} = A - 2Bt + 3Ct^2. \tag{3}$$

Прискорення за визначенням дорівнює першій похідній швидкості за часом

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{4}$$

При прямолінійному русі прискорення спрямоване уздовж однієї і тієї ж прямої, тому можна записати:

$$|\vec{a}| = a_\tau = \frac{dv}{dt}; \tag{5}$$

$$a = \frac{d\left(A - 2Bt + 3Ct^2\right)}{dt} = -2B + 6Ct\,. \qquad (6)$$

З аналізу формули (6) випливає, що прискорення залежить від часу. Таким чином, можна уточнити характер руху: тіло рухається прямолінійно з перемінним прискоренням.

б) Шлях, пройдений тілом дорівнює різниці початкової та кінцевої координат:

$$S = x - x_0\,. \qquad (7)$$

Початкова координата x_0=0, тому $S = x$.

Для того, щоб знайти чисельні значення шляху, швидкості і прискорення через 2 с після початку руху, підставимо чисельні значення параметрів *A*, *B*, *C* і часу *t* у відповідні рівняння.

$$x = S = At - Bt^2 + Ct^3 = 2\cdot 2 - 3\cdot 2^2 + 4\cdot 2^3 = 24\ (\text{м});$$

$$v = A - 2Bt + 3Ct^2 = 2 - 2\cdot 3\cdot 2 + 3\cdot 4\cdot 2^2 = 38\ (\text{м/с});$$

$$a = -2B + 6Ct = -2\cdot 3 + 6\cdot 4\cdot 2 = 42\ (\text{м/с}^2).$$

Отримаємо

S=24 м; v =38 м/с; a=42 м/с^2.

Приклад 5.3.3. Залежність швидкості тіла від часу задана рівнянням $v_x = 1 + 6t$. Написати рівняння залежності координати від часу $x = f(t)$, якщо в початковий момент часу (t=0) тіло перебуває в точці з координатою x_0=2 м. Обчислити шлях, пройдений тілом за 10 с.

Розв'язання. Спосіб 1. Встановимо характер руху: тіло рухається прямолінійно, оскільки змінюється тільки одна координата *x*. Порівнюючи задану формулу залежності швидкості від часу: $v_x = 1 + 6t$ з формулою (5.6): $v = v_0 + at$, робимо висновок, що рух рівноприскорений з прискоренням a=6 м/с^2 і початковою швидкістю v=1 м/с. Координата тіла в будь-який момент часу дорівнює

$$x = x_0 + S, \qquad (1)$$

де x_0=2 м – початкова координата, *S* – пройдений шлях.

Характер руху відомий – рівноприскорений прямолінійний. Тому для того, щоб написати рівняння залежності шляху від часу, можна скористатися готовою формулою

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}\,. \qquad (2)$$

Підставимо параметри, отримаємо:

$$S = t + \frac{6}{2}t^2 = t + 3t^2\,. \qquad (3)$$

Спосіб 2. Можна застосувати описаний вище спосіб диференціювання – інтегрування (див. § 4). У цьому випадку $dS = v(t)dt$. Щоб знайти весь шлях, підставимо закон зміни швидкості і про інтегруємо:

$$S = \int_0^t (1+6t)dt = t + 3t^2. \qquad (4)$$

Як бачите, результат вийшов один і той же.

Для знаходження чисельного значення пройденого шляху підставимо значення часу, отримаємо: S=310 м.

Спосіб 3. Задачу можна розв'язати графічним методом. Пройдений шлях чисельно дорівнює площі, обмеженій графіком швидкості і ординатами t_1 і t_2.

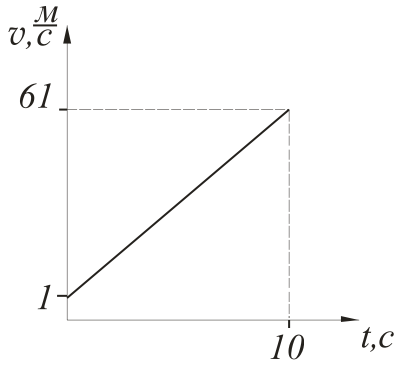


Рисунок 5.1

Побудуємо графік залежності швидкості від часу для інтервалу часу від 0 до 10 с (рис. 5.1). Отримана фігура є прямокутної трапецією. Площа трапеції дорівнює напівсумі основ, помноженій на висоту:

$$S = \frac{(1+61)}{2} \cdot 10 = 310 \text{ (м)}.$$

Наприкінці запишемо рівняння залежності координати від часу:

$$x = x_0 + t + 3t^2 = 2 + t + 3t^2. \qquad (5)$$

Приклад 5.3.4. Скільки часу падало тіло, якщо за останні 2 с свого руху воно пройшло шлях 60 м?

Розв'язання. Виконаємо рисунок (рис. 5.2). Початок відліку сумістимо з початковим положенням тіла. Вісь 0y направимо вниз по напрямку руху тіла. Вкажемо на рисунку: висоту h, з якої падає тіло; висоту h_1, на якій знаходилося тіло відносно Землі за 2 с до падіння; t – весь час руху, t_1 – час, протягом якого пройдено відстань h_1. Введемо спрощення – опір повітря не враховуємо. Встановимо характер руху тіла: прямолінійний рівноприскорений з прискоренням $\vec{a} = \vec{g}$.

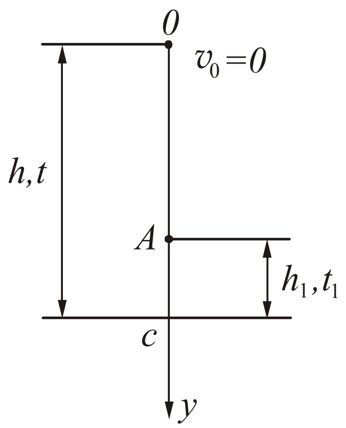


Рисунок 5.2

Тіло падає без початкової швидкості, тому краще записати рівняння руху для ділянок 0С і 0А. Для ділянки 0С:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

Для ділянки 0А:

$$h - h_1 = \frac{g(t-t_1)^2}{2}. \qquad (2)$$

Отримали систему з 2-х рівнянь з двома невідомими. Розв’яжемо її відносно *t*.

$$\frac{gt^2}{2}-h_1=\frac{g}{2}\left(t^2-2t_1t+t_1^2\right); \tag{3}$$

$$\frac{gt^2}{2}-h_1=\frac{gt^2}{2}-gt_1t+\frac{gt_1^2}{2}; \tag{4}$$

$$t=\frac{h_1+gt_1^2/2}{gt_1}=\frac{h_1}{gt_1}+\frac{t_1}{2}. \tag{5}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

t=4 с.

Приклад 5.3.5. Камінь кинули горизонтально зі швидкістю v_x=10 м/с. Знайти радіус кривини *R* траєкторії каменю через час t=3 с після початку руху.

Розв’язання. Камінь, кинутий горизонтально, буде рухатися по гілці параболи. Нарисуємо траєкторію руху (рис. 5.3). Введемо координатні осі 0*x* і 0*y*, поєднавши початок відліку з початковим положенням каменю. Нехай через час *t* камінь опиниться в точці М. Вкажемо напрям швидкості в даній точці: швидкість в будь-який момент часу спрямована по дотичній до траєкторії. Рух по параболі можна розкласти на складові:

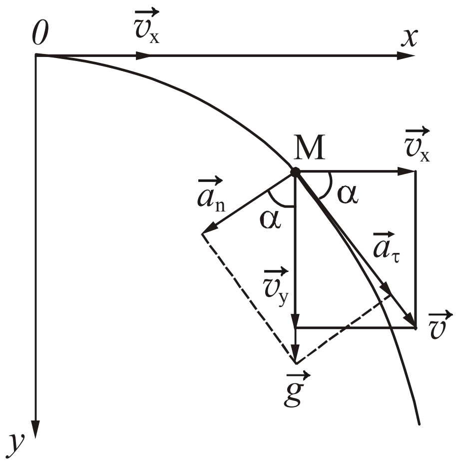


Рисунок 5.3

– рівномірний рух уздовж осі 0*x* зі швидкістю v_x (опір повітря не враховуємо);

– рівноприскорений рух уздовж осі 0*y* з прискоренням $\vec{a}=\vec{g}$, оскільки на тіло діє тільки сила тяжіння.

Тому швидкість $\vec{v}$ розкладемо на складові:

$$\vec{v}=\vec{v}_x+\vec{v}_y.$$

Модуль швидкості

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}. \tag{1}$$

Вектор повного прискорення також можна розкласти на складові:

$$\vec{g}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n.$$

Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ спрямоване вздовж швидкості, нормальне прискорення $\vec{a}_n$ – перпендикулярно швидкості по радіусу кривизни траєкторії.

$$a_n=\frac{v^2}{R}. \tag{2}$$

Звідки

$$R = \frac{v^2}{a_n}. \qquad (3)$$

З рисунку випливає, що $a_n = g\cos\alpha$. З трикутника швидкостей:

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}. \qquad (4)$$

Запишемо закон зміни швидкості уздовж осі $0y$:

$$v_y = gt, \qquad (5)$$

оскільки $v_{0y} = 0$.

Підставивши записані співвідношення у формулу для розрахунку радіуса, отримаємо

$$R = \frac{\sqrt{\left(v_x^2 + (gt)^2\right)^3}}{gv_x}. \qquad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

R=316 м.

Приклад 5.3.6. М'яч кинули зі швидкістю v_0=10 м/с під кутом α=30° до горизонту. На яку висоту h підніметься м'яч? На якій відстані S від місця кидання він впаде на землю? Який час t він буде в русі?

Розв'язання. Виконаємо схематичне рисунок (рис. 5.4). Нарисуємо траєкторію тіла. Початок відліку сполучимо з положенням тіла в початковий момент часу, зв'яжемо з ним систему осей координат.

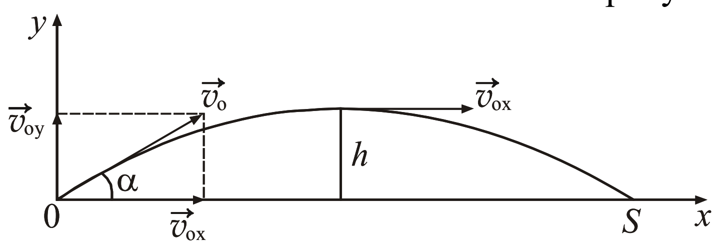


Рисунок 5.4

Рух тіл, кинутих під кутом до горизонту, розглядають як результат накладення двох одночасних прямолінійних рухів уздовж осей $0x$ і $0y$. За відсутності опору повітря уздовж осі $0x$ тіло рухається рівномірно, а вздовж осі $0y$ з постійним прискоренням g.

Розкладемо вектор початкової швидкості на осі. Кінематичні рівняння руху запишемо окремо для кожної осі.

$$0x: \quad v_x = v_{0x} = v_0\cos\alpha\ . \qquad (1)$$

$$x = v_0 t = v_0 t\cos\alpha. \qquad (2)$$

$$0y: \quad v_y = v_{0y} - gt = v_0\sin\alpha - gt. \qquad (3)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{4}$$

У верхній точці траєкторії швидкість v_y дорівнює нулю. Прирівняємо вираз (3) для v_y до нуля і знайдемо час підйому $t_п$.

$$v_0 \sin\alpha - gt_{\text{ї}} = 0,$$

$$t_{\text{ї}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{5}$$

Час падіння дорівнює часу підйому. Отже, час, протягом якого рухався м’яч, можна знайти таким чином:

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо $t = 1$ с.
У момент падіння координата x дорівнює відстані, яку пролетів м’яч. Підставивши знайдене значення часу в рівняння (2), розрахуємо S: $S = 8{,}7$ м.
Для знаходження висоти підйому розрахуємо час підйому $t_п$: $t_п = 0{,}5$ с.
Підставимо це значення в рівняння (4), отримаємо: $h = 1{,}25$ м.

Приклад 5.3.7. Точка рухається по колу радіусом 10 см з постійним тангенціальним прискоренням. Знайти тангенціальне прискорення точки, якщо відомо, що в кінці п’ятого оберту після початку руху лінійна швидкість точки дорівнює 80 см/с.

Розв’язання. Встановимо характер руху точки – прискорений обертальний, початкова швидкість дорівнює нулю. Запишемо формули залежності кутової швидкості та кута повороту від часу.

$$\omega = \varepsilon t, \tag{1}$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{2}$$

Доповнимо систему рівняннями, що зв’язують лінійні і кутові характеристики.

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}, \tag{3}$$

$$\omega = \frac{v}{R}. \tag{4}$$

Кут повороту пов’язаний з числом обертів співвідношенням:

$$\varphi = 2\pi N, \tag{5}$$

оскільки один оберт відповідає куту повороту 2π (радіан).
Підставимо формули (3), (4), (5) у рівняння (1) і (2). Отримаємо систему:

$$\frac{v}{R} = \frac{a_\tau}{R} t, \tag{6}$$

$$2\pi N = \frac{a_\tau t^2}{2R}. \tag{7}$$

З рівняння (6) виразимо час і підставимо його в (7). Отримаємо:

$$2\pi N = \frac{a_\tau}{2R} \cdot \frac{v^2}{a_\tau^2}. \tag{8}$$

Отримаємо формулу для розрахунку тангенціального прискорення:

$$a_\tau = \frac{v^2}{4\pi R N}. \tag{9}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (9), отримаємо

$$a_\tau = 0{,}10 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 5.3.8. Колесо обертається так, що залежність кута повороту радіуса колеса від часу надається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де B=1 рад/с, C=1 рад/с^2, и D=1 рад/с^3 (рис. 5.5). Знайти радіус колеса, якщо відомо, що у кінці другої секунди руху для точок, що лежать на ободі колеса, нормальне прискорення дорівнює a_n=3,46·10^2 м/с^2.

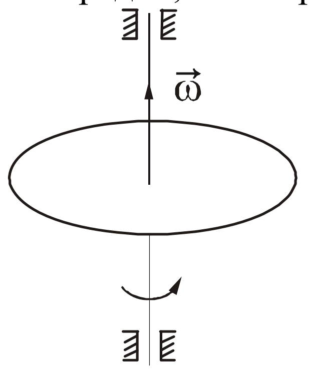


Рисунок 5.5

Розв'язання. Встановимо характер руху колеса – прискорений обертальний. Нормальне прискорення точки, що рухається по колу, визначається формулою:

$$a_n = \omega^2 R, \tag{1}$$

де R – радіус кола, ω – кутова швидкість.

За визначенням

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \tag{2}$$

тобто кутова швидкість дорівнює першій похідній кута повороту за часом. Знайдемо похідну:

$$\omega = \frac{d\left(A + Bt + Ct^2 + Dt^3\right)}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2. \tag{3}$$

Підставимо отримані співвідношення у формулу для розрахунку нормального прискорення і виразимо радіус R:

$$R = \frac{a_n}{\left(B + 2Ct + 3Dt^2\right)^2}. \qquad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$R = 1{,}20 \text{ м.}$$

Приклад 5.3.9. У верхніх шарах атмосфери народжується μ-мезон, що рухається зі швидкістю $v = 0{,}99c$ (c – швидкість світла). До розпаду він встигає пролетіти *S*=5,0 км. Який час життя μ-мезона, спостережуване нами, і чому він дорівнює в системі координат, пов’язаної з самим μ-мезоном? Чому дорівнює товщина *h* шару атмосфери, пройденого μ-мезоном, якщо його виміряти в системі координат, пов’язаній з мезоном?

Розв’язання. У системі координат, пов’язаній з земним спостерігачем, час життя мезона дорівнює

$$\Delta\tau = \frac{S}{v}, \qquad (1)$$

Час життя мезона в системі координат, пов’язаній з ним (власний час),

$$\Delta\tau_0 = \Delta\tau\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad (2)$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Товщина шару атмосфери, пройденого мезоном, якщо його виміряти в системі координат, пов’язаної з ним, буде дорівнювати:

$$h = \Delta\tau_0 v. \qquad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (1), (2), (3) отримаємо

$$\Delta\tau = 1{,}68 \cdot 10^{-5} \text{ с}, \ \Delta\tau_0 = 2{,}37 \cdot 10^{-6} \text{ с}, \ h = 7{,}04 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

Зверніть увагу! Власний час життя мезона менше часу, відрахованого по годиннику, який рухається відносно мезона.

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Що вивчає кінематика?
2. Які фізичні моделі матеріальних тіл використовують в механіці?
3. Дайте визначення таких понять: тіло відліку, система відліку, траєкторія.
4. Якими способами можна задати положення тіла в просторі?
5. Перелічіть основні характеристики руху, які використовуються в кінематиці.
6. Що таке шлях, радіус-вектор і переміщення? Як можна представити шлях графічно?
7. Що називається середньою швидкістю руху, миттєвою швидкістю? Як направлений вектор миттєвої швидкості?
8. Дайте визначення миттєвого прискорення.
9. Що характеризують нормальне і тангенціальне прискорення? Як направлені вектори цих прискорень?
10. Дайте визначення кутового переміщення, кутової швидкості, кутового прискорення. Як направлений вектор кутовий швидкості, кутового прискорення?
11. Дайте визначення періоду обертання, частоти обертання. Як пов’язана кутова швидкість з періодом і частотою обертання?
12. Який зв’язок між лінійними і кутовими кінематичними характеристиками?

5.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

5.1. Автомобіль проїхав 5 км по прямій дорозі із заходу на схід, після чого повернув на 90° і проїхав ще 3 км на північ. Знайти пройдений автомобілем шлях і модуль переміщення.

5.2. Два автомобілі рухаються назустріч один одному зі швидкостями 90 км/год і 60 км/год відносно Землі. Визначити модуль швидкості першого автомобіля відносно другого.

5.3. Два поїзда рухаються назустріч один одному зі швидкостями 72 км/год і 54 км/год. Пасажир, що знаходиться в першому поїзді, помічає, що другий поїзд проходить повз нього протягом 6 с. Чому дорівнює довжина другого поїзда?

5.4. Матеріальна точка рухалася протягом t_1=15 с зі швидкістю v_1=5 м/с, t_2=10 с зі швидкістю v_2=8 м/с і t_3=5 с зі швидкістю v_3=20 м/с. Яка середня швидкість точки?

5.5. Тіло, що рухається рівноприскорено, протягом 6 с збільшує свою швидкість від 1 м/с до 4 м/с. З яким прискоренням рухається тіло? Яку швидкість буде мати тіло через 10 с після початку руху?

5.6. Поїзд через 10 с після початку руху набуває швидкість 0,6 м/с. Через скільки часу від початку руху швидкість поїзда стане рівною 3 м/с?

5.7. Вагонетка протягом 1 хв котиться під ухил з прискоренням 0,15 м/с^2. Який шлях вона пройде за цей час? Яка її швидкість в кінці шляху?

5.8. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де A=2 м, B=1 м/с, C= – 0,5 м/с^3. Знайти координату, швидкість і прискорення точки в момент часу, рівний 2 с.

5.9. Рівняння руху матеріальної точки має вигляд $x = -\,0{,}2\,t^2$. Знайти координату точки через 5 с і шлях, що пройдений точкою за цей час. Який характер руху?

5.10. М'яч кидають з вишки, яка знаходиться на висоті 20 м від поверхні Землі. Початкова швидкість м'яча дорівнює 4,5 м/с і направлена горизонтально. Яка дальність польоту м'яча?

5.11. Визначити лінійну швидкість v і нормальне прискорення точки, що лежить на екваторі земної поверхні.

5.12. Ковзаняр рухається зі швидкістю 12 м/с по колу радіусом 50 м. Чому дорівнює нормальне прискорення ковзаняра?

5.13. Знайти частоту обертання барабана лебідки діаметром 16 см при підйомі вантажу зі швидкістю 0,4 м/с.

5.14. Шліфувальний камінь радіусом 20 см робить один оберт за 0,6 с. Де розташовані точки, що мають найбільшу лінійну швидкість, і чому вона дорівнює?

5.15. Колесо, що оберталося рівноприскорено, досягло кутовий швидкості ω=20 рад/с через N = 10 обертів після початку обертання. Знайти кутове прискорення колеса.

5.16. Колесо велосипеда має радіус 40 см. З якою швидкістю їде велосипедист, якщо колесо велосипеда робить 90 об/хв?

Середній рівень

5.17. Автомобіль проїхав 3 км по прямій дорозі з півдня на північ. Потім дорога перейшла в кільцеву радіусом 2 км, за якою автомобіль їхав до моменту часу, коли він знову став їхати на південь. Знайти відношення пройденого шляху до модуля переміщення.

5.18. Товарний поїзд довжиною 630 м та експрес довжиною 120 м йдуть по двох паралельних коліях в одному напрямку зі швидкостями v_1= 48,6 км/год і v_2= 102,6 км/год відповідно. Протягом якого часу експрес буде обганяти товарний поїзд?

5.19. Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю v_1= 80 км/год, а другу половину – зі швидкістю v_2= 40 км/год. Яка середня швидкість руху автомобіля?

5.20. При аварійному гальмуванні автомобіль, що рухається зі швидкістю 72 км/г, зупинився через 5 с. Знайти гальмівний шлях.

5.21. Рух матеріальної точки задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де A=4 м, B= –0,05 м/с^2. Визначити момент часу, в який швидкість точки стане рівною нулю. Знайти координату і прискорення точки в цей момент часу.

5.22. Рівняння швидкості руху точки має вигляд v= 8 – 2t (м/с). Чому рівні початкова швидкість v_0 і прискорення a точки? Визначити шлях, пройдений тілом за перші шість секунд руху.

5.23. Рух точки по прямій задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де A=2 м, B= –0,5 м/с^2. Визначити середню швидкість руху точки в інтервалі часу від t_1=1 с до t_2=3 с.

5.24. Поїзд рухається рівносповільнено з середньою швидкістю 10 м/с. Яка початкова швидкість його руху, якщо кінцева швидкість дорівнює 5 м/с?

5.25. Поїзд, що рухається зі швидкістю 54 км/г, став рухатися рівносповільнено з прискоренням –0,4 м/с2. Через який час швидкість його зменшиться у 3 рази, і який шлях він пройде за цей час.

5.26. На рис. 5.26 представлений графік залежності швидкості автомобіля від часу. Визначити середню швидкість за 40 с руху. Який характер руху на кожній ділянці?

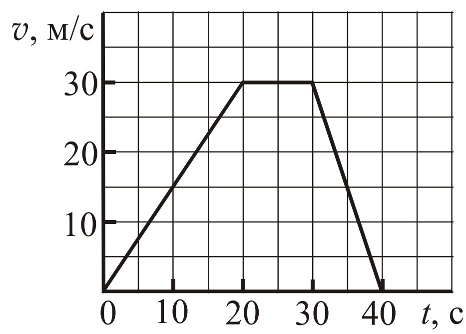


Рисунок 5.26

5.27. Тіло, рухаючись рівномірно, за 5 с проходить 25 м, після чого починає рухатися рівноприскорене і протягом наступних 5 с проходить 150 м. З яким прискоренням почало рухатися тіло? Побудувати графік залежності швидкості тіла від часу для інтервалу $0 \le t \le 10$ с.

5.28. Хлопчик кинув горизонтально м'яч з вікна, що знаходиться на висоті 20 м. Скільки часу летів м'яч до землі, і з якою швидкістю він був кинутий, якщо м'яч впав на відстані 6 м від фундаменту?

5.29. Клітка ліфта протягом перших трьох секунд піднімається рівноприскорено і досягає швидкості 3 м/с, з якою продовжує підніматися протягом 6 с, а останні 3 с рухається рівносповільнено з початковим прискоренням. Побудувати графік швидкості руху ліфта і визначити висоту підйому.

5.30. Лінійна швидкість точок обода диска, що обертається, v_1=3 м/с, а точок, що знаходяться на 10 см ближче до осі обертання, v_2=2 м/с. Знайти частоту обертання диска.

5.31. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де A=10 рад, B=20 рад/с, C= – 2 рад/с^2. Знайти повне прискорення точки, що знаходиться на відстані 0,1 м від осі обертання, для моменту часу t=4 с.

5.32. Маховик робив 4 оберту за секунду. При гальмуванні він почав обертатися рівносповільнено і зупинився через 3 с. Скільки обертів зробив маховик до зупинки?

5.33. Вентилятор обертається зі швидкістю, що відповідає частоті 900 об/хв. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки 75 об. Скільки часу пройшло з моменту виключення вентилятора до повної його зупинки?

Достатній рівень

5.34. Товарний поїзд іде зі швидкістю v_1=36 км/год. Через 30 хв у тому ж напрямку через ту ж станцію пройшов експрес зі швидкістю v_2=72 км/год. Через який час після виходу товарного поїзда і на якій відстані від станції експрес наздожене товарний поїзд? Задачу розв'язати аналітично і графічно.

5.35. Рухи двох матеріальних точок задані рівняннями: $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ (м) і $x_2 = 2 + 2t + 0{,}5t^2$ (м). В який момент часу швидкості точок однакові? Чому дорівнюють швидкості і прискорення точок у цей момент часу?

5.36. Два велосипедиста рухаються уздовж осі 0x згідно рівнянням: $x_1 = 5t$ (м), $x_2 = 150 - 10t$ (м). Побудувати графік залежності координати кожного велосипедиста від часу. Використовуючи графіки, знайти час і місце зустрічі. Результат перевірити розрахунковим методом.

5.37. Автомобіль при рівноприскореному русі протягом 10 с збільшив свою швидкість від 36 км/год до 54 км/год. Потім протягом 0,3 хвилини автомобіль рухався рівномірно. Побудувати графік залежності швидкості автомобіля від часу. Використовуючи графік, визначити пройдений шлях та середню швидкість руху.

5.38. Тіло протягом 6 с пройшло 270 см, причому перші 3 с воно рухалося рівноприскорено, а останні 3 с рівномірно зі швидкістю, якою воно набуло до кінця третьої секунди. Визначити шлях, пройдений тілом за першу секунду і швидкість рівномірного руху.

5.39. Поїзд пройшов шлях 17 км між двома станціями з середньою швидкістю 60 км/год. При цьому на розгін з початку руху і гальмування перед зупинкою було витрачено 4 хв, а решту часу потяг рухався з постійною швидкістю. Чому дорівнює ця швидкість?

5.40. Камінь кинули з висоти 28 м вертикально вгору з початковою швидкістю v_0=8 м/с. Знайти швидкість каменя в момент падіння на землю.

5.41. Тіло, що кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с. 1) Якою була початкова швидкість тіла? 2) На яку висоту піднялося тіло? Опір повітря не враховувати.

5.42. Тіло падає вертикально з висоти 19,6 м з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде: 1) перший метр, 2) останній метр свого шляху? Опір повітря не враховувати.

5.43. Тіло скинуто зі столу горизонтально. При падінні на підлогу його швидкість v=7,8 м/с. Висота стола 1,5 м. Знайти початкову швидкість тіла.

5.44. Камінь кинули горизонтально зі швидкістю v_x=15 м/с. Знайти нормальне, тангенціальне і повне прискорення каменю через 1 с після початку руху. Опір повітря не враховувати.

5.45. Камінь кинули з вишки зі швидкістю 29,4 м/с в горизонтальному напрямку. Знайти радіус кривини траєкторії каменю в точці, де він буде через 4 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

5.46. Тіло кинуто з землі під кутом α=40° до горизонту з початковою швидкістю v_0=15 м/с. 1) Який час тіло буде перебувати в польоті? 2) Яку відстань по горизонталі від місця кидання пролетить тіло?

5.47. Тіло кинуто під кутом α до горизонту. Знайти величину цього кута, якщо горизонтальна дальність польоту тіла в три рази більше максимальної висоти траєкторії.

5.48. Тіло кинуто зі швидкістю v_0 під кутом до горизонту. Тривалість польоту 2,2 с. Знайти найбільшу висоту підйому цього тіла. Опір повітря не враховувати.

5.49. Маховик, що обертається з постійною частотою 10 об/с, при гальмуванні почав обертатися рівносповільнено. Коли гальмування припинилося, обертання маховика знову зробилося рівномірним, але вже з частотою 6 об/с. Визначити кутове прискорення маховика і тривалість гальмування, якщо за час рівносповільненого руху маховик зробив 50 обертів.

5.50. Точка рухається по колу радіусом 20 см з постійним тангенціальним прискоренням a_τ=5 см/с^2. Через скільки часу після початку руху нормальне прискорення a_n точки буде: 1) дорівнюватиме тангенціальному, 2) вдвічі більше тангенціального?

5.51. Точка рухається по колу радіусом 10 см з постійним тангенціальним прискоренням a_τ. Знайти тангенціальне прискорення a_τ точки, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберту після початку руху швидкість точки стала 79,2 см/с.

5.52. Диск радіусом $R = 20$ см обертається згідно з рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^3$, де A=3 рад, B= – 1 рад/с, C= – 0,1 рад/с^3. Знайти тангенціальне, нормальне і повне прискорення точок, що знаходяться на ободі диска для моменту часу t=7 с.

5.53. Знайти кутове прискорення ε колеса, якщо відомо, що через час t=2 с після початку руху вектор повного прискорення точки, що лежить на ободі, становить кут α=60° із вектором її лінійної швидкості.

§6 Динаміка

6.1 Основні теоретичні відомості

1. Динаміка вивчає рух тіл з урахуванням причин, що викликають цей рух. Динаміка ділиться на дві частини: динаміку матеріальної точки і тіла, що рухається поступально, і динаміку твердого тіла.

2. У процесі взаємодії тіл один з одним змінюється їх механічний рух. Міра взаємодії тіл, в результаті якого тіла деформуються або набувають прискорення, називається силою. Позначається: $\vec{F}$. Вид формули для розрахунку сили залежить від виду взаємодії. Сили прийнято виражати законами дії сил.

Сила гравітаційної взаємодії (закон всесвітнього тяжіння):

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \tag{6.1}$$

де G – гравітаційна стала, m_1 и m_2 – маси матеріальних точок, що взаємодіють, r– відстань між ними.

Якщо тіло знаходиться поблизу поверхні Землі, то сила його гравітаційної взаємодії із Землею дорівнює силі тяжіння:

$$F = mg, \tag{6.1a}$$

де g – прискорення вільного падіння.

Сила пружності (закон Гука):

$$F_x = -kx, \tag{6.2}$$

де F_x – проекція сили пружності на вісь x;
k – жорсткість пружини;
x – абсолютне подовження пружини.

Сила тертя (закон сухого тертя):

$$F_{\text{тер}} = \mu N, \tag{6.3}$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання,
N – сила нормальної реакції опори.

3. Основою динаміки служать три закони Ньютона, які сформульовані для матеріальної точки і тіл, які рухаються поступально в інерціальних системах відліку.

Перший закон Ньютона: Існують такі системи відліку, відносно яких всяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на це тіло не діють інші тіла або дія цих тіл скомпенсована. Такі системи відліку називаються інерціальними.

Другий закон Ньютона: Швидкість зміни імпульсу тіла дорівнює рівнодіючій всіх сил, що діють на тіло:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \tag{6.4}$$

Окремі випадки:

а) якщо $m = \text{const}$, то $$\vec{F} = m\vec{a}\,. \quad (6.5)$$

б) якщо $\vec{F} = \text{const}$, то $$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}\,. \quad (6.6)$$

Третій закон Ньютона: Сили, з якими взаємодіють два тіла, рівні за величиною і протилежні за напрямком.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}\,. \quad (6.7)$$

4. *Основне рівняння динаміки обертального руху (рівняння моментів)*: Швидкість зміни моменту імпульсу тіла дорівнює сумарному моменту зовнішніх сил, що діють на тіло.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \quad (6.8)$$

При обертанні твердого тіла відносно нерухомої осі, якщо момент інерції J=const,

$$M = J\varepsilon\,, \quad (6.9)$$

де M – сума моментів зовнішніх сил відносно осі обертання, J – момент інерції відносно осі обертання; ε – кутове прискорення.

5. Момент імпульсу твердого тіла:

$$\vec{L} = J\vec{\omega}\,, \quad (6.10)$$

де ω – кутова швидкість.

6. Момент сили відносно осі:

$$M_z = Fd\,, \quad (6.11)$$

де d – плече сили відносно осі.

7. Момент інерції деяких однорідних тіл відносно осі, що проходить через центр мас:

Диск (вісь перпендикулярна площині диска) – $$J = \frac{1}{2}mR^2\,. \quad (6.12)$$

Шар – $$J = \frac{2}{5}mR^2\,. \quad (6.13)$$

Стрижень (вісь перпендикулярна стрижню) – $$J = \frac{1}{12}ml^2\,. \quad (6.14)$$

Обруч (вісь перпендикулярна площині обруча) – $$J = mR^2\,. \quad (6.15)$$

Якщо вісь не проходить через центр мас, то для знаходження моменту інерції застосовують теорему Штейнера:

$$J = J_\text{c} + md^2\,, \quad (6.16)$$

де J_c – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній;

d – відстань між осями.

6.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

6.2.1. Суть динамічного методу розв'язання задач з фізики полягає у застосуванні трьох законів Ньютона (частіше другого). Основним поняттям динаміки є сила, тому дуже важливо навчитися знаходити сили, що діють на тіло. Типова помилка, якої припускаються студенти, полягає в тому, що одна і та ж сила, але під різними назвами, враховується двічі. Не можна користуватися термінами, які характеризують силу по її дії або за геометричною ознакою: рушійна, сила, що скочує, відцентрова, доцентрова і т.д. Сили треба характеризувати по джерелу, яке викликало їх появу. Це означає, що ***за кожною силою треба бачити тіло, дією якого викликана ця сила.***

При аналізі умов спочатку слід з'ясувати, з якими іншими тілами взаємодіє дане тіло. Потім треба визначити, яким є вид взаємодії, так як формула для розрахунку сили залежить від виду взаємодії. Важливо розуміти, що на дане тіло в результаті взаємодії його з яким-небудь іншим тілом можуть діяти декілька різних сил. Якщо виявиться, що деякі сили малі в порівнянні з іншими, то ними в умовах даної задачі можна знехтувати.

Задачі на рух матеріальної точки, що вимагають застосування законів Ньютона, вирішують за наступним алгоритмом:

1. Зробіть схематичний рисунок, вкажіть на ньому все кінематичні характеристики руху, про які йдеться в задачі. Якщо можливо, обов'язково проставте вектор прискорення.
2. Розставте сили, що прикладені до матеріальної точки. Якщо в задачі йдеться про поступальний рух поїзда, машини, літаки і т.п., то такий рух можна розглядати як рух матеріальної точки. Розставляючи сили, керуйтеся визначенням сили і третім законом Ньютона. Пам'ятайте, що сили можуть діяти на дане тіло тільки з боку інших тіл: сила тяжіння – з боку Землі, сила натягу – з боку нитки, сила нормальної реакції опори і сила тертя – з боку поверхні і т.д.
3. Сили тяжіння, що діють між окремими тілами, настільки малі в порівнянні з силою земного тяжіння, що у всіх завданнях, якщо немає спеціальних застережень, ними нехтують.
4. Складіть основне рівняння динаміки у вигляді

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = m\vec{a}\ .$$

5. Як правило, сили не складають. Зручніше вчинити інакше: рух описати двома скалярними рівняннями. Для цього потрібно визначити проекції на осі $0x$ і $0y$ всіх сил, що прикладені до розглянутого тіла. Позитивний напрямок однієї з осей зручно вибрати так, щоб він збігався з напрямком прискорення. Другу вісь направляють перпендикулярно.
6. Якщо всі сили діють по одній прямій або по двох взаємно перпендикулярним напрямам, можна відразу записувати рівняння в проекціях.
7. За наявності сили тертя записану систему рівнянь доповніть рівнянням для сили тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N.$$

8. Записавши основне рівняння динаміки в проекціях на осі, проведіть скорочення, якщо це можливо. Потім ще раз прочитайте завдання, визначте число невідомих у системі. Якщо число невідомих виявиться більше, ніж число рівнянь, то доповніть систему необхідними кінематичними і динамічними співвідношеннями.
9. Перш ніж приступити до числових розрахунків, перевірте правильність рішення методом перевірки одиниць вимірювання. У завданнях на динаміку відповідь, як правило, виходить у вигляді складної формули, в якій дуже часто роблять помилки. Тому бажано таку перевірку робити завжди.

6.2.2. Курс динаміки включає в себе завдання про поступальний рух пов'язаних тел. Їх зводять до динаміки окремої матеріальної точки. Для цього треба розставити сили, що діють на кожну матеріальну точку системи і для кожної матеріальної точки записати другий закон Ньютона в проекціях на осі. Далі завдання вирішується за алгоритмом, описаного вище.

Розв'язуючи задачі на рух вантажів, пов'язаних ниткою, перекинутою через один або кілька блоків, врахуйте наступне. Передбачається, що нитка, що зв'язує вантажі, невагома, не розтягується, а тертя на осі блоку відсутнє.

Нехтуючи масою нитки в порівнянні з масою вантажів, можна вважати рух вантажів рівноприскореним. Якщо маса блоку дуже мала в порівнянні з масою вантажів, то можна вважати рівними сили натягу нитки в будь-якому її перерізі.

6.2.3. В задачах на динаміку обертального руху зазвичай розглядають обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. У цьому випадку всі вектори, що характеризують обертальний рух тіла $\vec{\omega}, \vec{\varepsilon}, \vec{M}, \vec{L}$ спрямовані уздовж осі обертання. Вісь обертання вибирають за вісь проекцій. Рівняння обертального руху (6.8), (6.9) і (6.10) при цьому записуються в скалярному вигляді. Знаки величин вибирають таким чином:

1) деякий напрямок обертання (за годинниковою стрілкою або проти неї) вибирають за позитивний;

2) величини $\omega, \varepsilon, M, L$ беруть зі знаком плюс, якщо їх напрямок відповідає обраному позитивному напрямку, в іншому випадку – зі знаком мінус. Знак величини ε завжди збігається зі знаком величини M;

3) при прискореному обертанні тіла знаки всіх чотирьох величин збігаються; при сповільненому русі дві пари величин ω, L і ε, M – мають протилежні знаки.

Метод застосування основного рівняння динаміки обертального руху такий же, як метод застосування другого закону Ньютона для поступальних руху тіла. Але тут додається ще дві додаткові дії: знаходження моменту інерції твердого тіла і моменту зовнішніх сил відносно відповідної осі.

6.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 6.3.1. До нитки підвішений тягар масою m=1 кг. Знайти силу натягу нитки, якщо вантаж: а) піднімати з прискоренням a=5 м/с^2; б) опускати з прискоренням a=5 м/с^2.

Розв'язання. а) Фізична система складається з тіла (тягаря) масою m, яке приймемо за матеріальну точку. Аналізуючи умову задачі, визначаємо, що вантаж буде взаємодіяти з Землею і ниткою. Отже, на нього діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ з боку Землі і сила натягу $\vec{F}_н$ з боку нитки. Виконаємо схематичний рисунок, вкажемо на ньому сили і напрям прискорення $\vec{a}$ (рис. 6.1 а). Вісь 0y направимо за напрямом прискорення. Сили діють по одній прямій, тому друга вісь не потрібна.

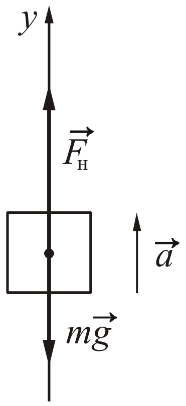


Рисунок 6.1 а

Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді (див. формулу (6.3)). Зверніть увагу на те, що $\vec{F}$ – це результуюча всіх сил, що діють на тіло. У нашому випадку $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_н$. Тому другий закон Ньютона стосовно до цієї задачі записується таким чином

$$m\vec{g} + \vec{F}_н = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Запишемо рівняння (1) в проекції на вісь 0y:

$$F_н - mg = ma. \qquad (2)$$

Знайдемо силу натягу:

$$F_н = m(g + a). \qquad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$F_н\text{=15 Н.}$$

б) Якщо прискорення направлено вниз, то зміниться тільки напрямок прискорення (див. рис. 6.1 б). У цьому випадку векторна форма запису другого закону Ньютона не зміниться. Переходячи до проекціям, отримаємо

$$F_н - mg = -ma. \qquad (4)$$

Звідси сила натягу буде дорівнювати

$$F_н = m(g - a). \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо $F_н$=5 Н.

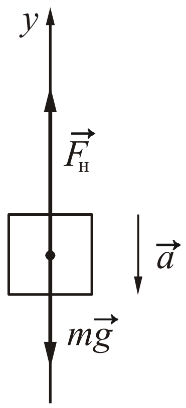


Рисунок 6.1 б

Приклад 6.3.2. На похилій площині довжиною 5 м і заввишки 3 м знаходиться тягар масою 50 кг. Яку силу, спрямовану вздовж площини, треба прикласти до тягаря, щоб:

а) тягнути його рівномірно вгору, б) тягнути його вгору з прискоренням 1 м/с^2; в) утримати вантаж на площині. Коефіцієнт тертя тягаря об площину дорівнює 0,2.

Розв'язання. а) Фізична система складається з тіла (тягаря) масою m, яке приймемо за матеріальну точку. Аналізуючи умову задачі, визначаємо, що тягар взаємодіє із Землею, похилою площиною і деяким тілом, яке діє з силою $\vec{F}$. Для розв'язання задачі зовсім не грає ролі, що це за тіло. Їм, наприклад, може бути канат, прив'язаний до тягаря. Отже, на вантаж будуть діяти такі сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ – з боку Землі; сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ і сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$ – з боку площини; сила $\vec{F}$ – з боку деякого тіла.

Виконаємо схематичний рисунок (див. рис. 6.2 а), розставимо сили. Зверніть увагу на те, що сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ спрямована перпендикулярно поверхні стикання тіла з похилою площиною.

Виберемо позитивні напрямки осей 0x і 0y. Вісь 0x, як правило, направляють уздовж похилій площини у бік руху тіла, вісь 0y – перпендикулярно їй. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

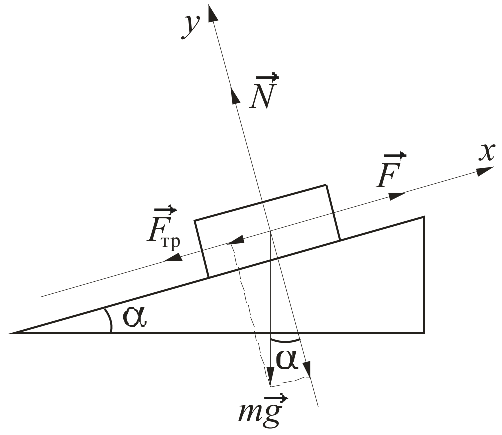


Рисунок 6.2 а

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}. \quad (1)$$

Тіло рухається рівномірно вгору по похилій площині. Це означає, що його прискорення $\vec{a} = 0$. Сила тяжіння $m\vec{g}$ утворює з осями деякі кути, тому розкладемо її на складові. Для цього опустимо з кінця $m\vec{g}$ вектора перпендикуляри на відповідні осі.

Запишемо другий закон Ньютона в проекціях на осі 0x і 0y. Врахуємо, що проекції складових сили тяжіння на осі рівні відповідно $(m\vec{g})_x = -mg\sin\alpha$ і $(m\vec{g})_y = -mg\cos\alpha$. тоді отримаємо:

$$0x: \qquad F - mg\sin\alpha - F_{\text{тер}} = 0, \quad (2)$$

$$0y: \qquad N - mg\cos\alpha = 0. \quad (3)$$

Доповнимо отриману систему рівнянням для сили тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu N. \quad (4)$$

Проаналізуємо систему рівнянь. Кут похилої площини невідомий, але дано її розміри. Визначимо, $\sin\alpha = \dfrac{h}{l}$, $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$. Для спрощення викладок проведемо попередні розрахунки: $\sin\alpha = 0{,}6$ і $\cos\alpha = 0{,}8$.

З рівняння (3):

$$N = mg\cos\alpha\,. \qquad (5)$$

Підставимо (5) в рівняння (4), отримаємо:

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha\,, \qquad (6)$$

Зробимо заміну в рівнянні (2) і знайдемо F:

$$F = mg\sin\alpha + F_{\text{тер}} = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \qquad (7)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо F=380 Н.

б) Тіло рухається вгору з прискоренням $\vec{a}$.

На тіло будуть діяти ті ж сили, тому рисунок буде тим же. Вкажемо на ньому напрямок прискорення (рис. 6.2 б).

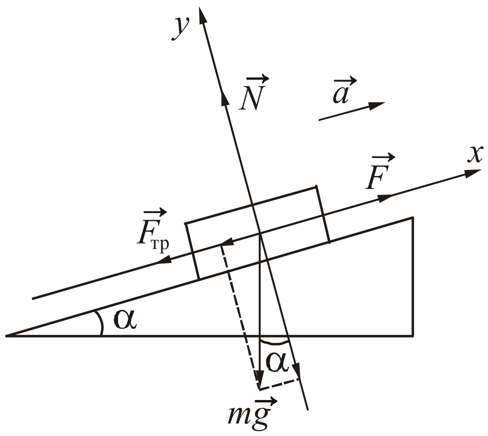


Рисунок 6.2 б

Векторна форма запису другого закону Ньютона не зміниться:

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}\,.$$

Запишемо рівняння у проекціях на осі.

$$0x\!: \quad F - mg\sin\alpha - F_{\text{тер}} = ma\,, \qquad (8)$$

$$0y\!: \quad N - mg\cos\alpha = 0\,, \qquad (9)$$

$$F_{\text{тер}} = \mu N\,. \qquad (10)$$

Розв'яжемо систему відносно F:

$$F = mg\sin\alpha + F_{\text{тер}} + ma = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + ma = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha + a/g).(11)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (11), отримаємо F=430 Н.

в) Тіло утримують на похилій площині. На тіло будуть діяти ті ж сили (рис. 6.2 в). Врахуємо, що сила тертя спокою перешкоджає сповзанню тіла вниз і спрямована вгору уздовж похилої площини. Векторна форма запису другого закону Ньютона не зміниться.

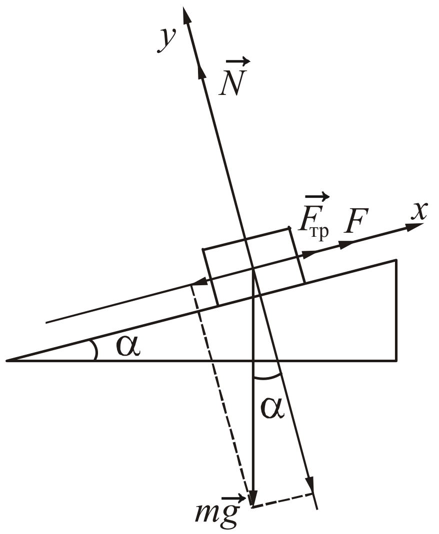


Рисунок 6.2 в

Перейдемо до проекцій. Як і у випадку рівномірного руху $\vec{a} = 0$.

$$0x\!: \quad F - mg\sin\alpha + F_{\text{тр}} = 0 \qquad (12)$$

$$0y\!: \quad N - mg\cos\alpha = 0 \qquad (13)$$

Максимальна сила тертя спокою дорівнює

$$F_{\text{тер}} = \mu N\,. \qquad (14)$$

Розв'яжемо систему відносно F:

$$F = mg\sin\alpha - F_{\text{тер}} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha). \qquad (15)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (15), отримаємо F=220 Н.

Приклад 6.3.3. Тягарець масою 20 г, прикріплений до кінця невагомого стрижня, що має довжину l=40 см, рівномірно обертається у вертикальній площині навколо іншого кінця з частотою n=10 об/с. Знайти сили натягу T_1 і T_2 стрижня в моменти проходження тягарцем верхньої і нижньої точок траєкторії.

Розв'язання. Фізична система складається з тягарця і стрижня. Тягарець взаємодіє із Землею і стрижнем. Отже, на нього діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу $\vec{T}$ стрижня. Під дією цих сил тягарець обертається рівномірно, отже, рівнодіюча цих сил повідомляє йому доцентрове прискорення $\vec{a}_n$.

Розставимо сили, що діють на тягарець у верхній і нижній точці траєкторії, вкажемо напрямок прискорення $\vec{a}_n$ (рис. 6.3). Виберемо позитивний напрямок осі 0y. Запишемо для тягарця другий закон Ньютона у векторному вигляді.

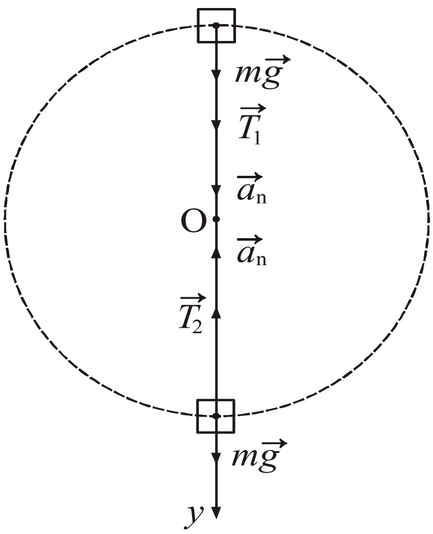


Рисунок 6.3

У верхній точці траєкторії

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a}_n. \qquad (1)$$

У нижній точці траєкторії

$$m\vec{g} + \vec{T}_2 = m\vec{a}_n, \qquad (2)$$

де a_n– нормальне прискорення тягарця.
Запишемо ці рівняння в проекції на вісь 0y:

$$mg + T_1 = ma_n, \qquad (3)$$

$$mg - T_2 = -ma_n. \qquad (4)$$

Нормальне прискорення пов'язане з кутовою швидкістю обертання співвідношенням:

$$a_n = \omega^2 l. \qquad (5)$$

Довжина стрижня дорівнює радіусу обертання. Кутову швидкість можна виразити через частоту обертання:

$$\omega = 2\pi n. \qquad (6)$$

Зробимо заміну в рівняннях (3) і (4) і виразимо з них сили натягу стрижня у верхній і нижній точках траєкторії:

$$T_1 = m(4\pi^2 n^2 l - g), \qquad (7)$$

$$T_2 = m(4\pi^2 n^2 l + g). \qquad (8)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (7) і (8), отримаємо

$$T_1 = 31{,}35 \text{ Н}, \;\; T_2 = 31{,}75 \text{ Н}.$$

Приклад 6.3.4. Через річку завширшки d=100 м перекинутий опуклий міст у формі дуги кола. Верхня точка моста піднімається над берегом на висоту h=10 м. Міст може витримати максимальну силу тиску F=44,1 кН. При якій швидкості вантажівка масою 5 т може переїхати через міст?

Розв'язання. Вантажівка взаємодіє із Землею і мостом. З боку Землі на неї діє сила тяжіння $m\vec{g}$, з боку моста – сила нормальної реакції опори $\vec{N}$. Виконаємо рисунок, розставимо сили (рис. 6.4). Повне прискорення тіла, що рухається по дузі кола з постійною швидкістю, дорівнює нормальному прискоренню. Воно спрямоване по радіусу до центру кола. Вісь 0y направимо щодо прискорення. Запишемо для вантажівки другий закон Ньютона у векторному вигляді:

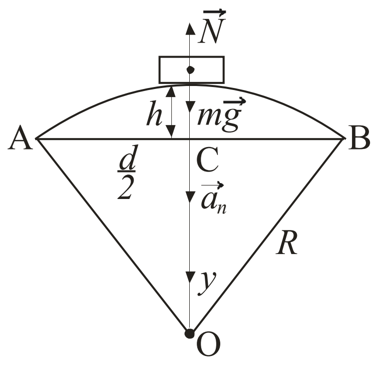


Рисунок 6.4

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_n, \tag{1}$$

де a_n– нормальне прискорення вантажівки.
У проекції на вісь 0y рівняння прийме вигляд:

$$mg - N = ma_n. \tag{2}$$

За третім законом Ньютона сила тиску на міст дорівнює по модулю силі нормальної реакції опори.

$$F = N. \tag{3}$$

Виразимо нормальне прискорення через лінійну швидкість і радіус кривини моста:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{4}$$

Зробимо заміну в рівнянні (2), отримаємо:

$$mg - F = m\frac{v^2}{R}. \tag{5}$$

З рівняння (5) випливає, що максимальній силі тиску на міст відповідає мінімальна швидкість руху вантажівки. Отже, вантажівка повинна рухатися зі швидкістю

$$v \ge \sqrt{\frac{R(mg - F)}{m}}. \tag{6}$$

Радіус кривини моста знайдемо за теоремою Піфагора з ΔBCO (рис. 6.4):

$$R^2 = \frac{d^2}{4} + (R - h)^2. \tag{7}$$

Звідси отримаємо (виконайте самостійно):

$$R = \frac{(4h^2 + d^2)}{8h}. \tag{8}$$

Проведемо проміжний розрахунок, підставивши чисельні значення величин у формулу (8). Отримаємо $R = 130$ м.
Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$v \geq 12{,}4 \text{ м/с=44,6 км/г.}$$

Приклад 6.3.5. На нитці, що перекинута через нерухомий невагомий блок, підвішені тягарі масами 0,30 кг і 0,34 кг. За 2 с після початку руху кожен тягар пройшов шлях 1,2 м. Знайти прискорення вільного падіння, виходячи з даних досліду.

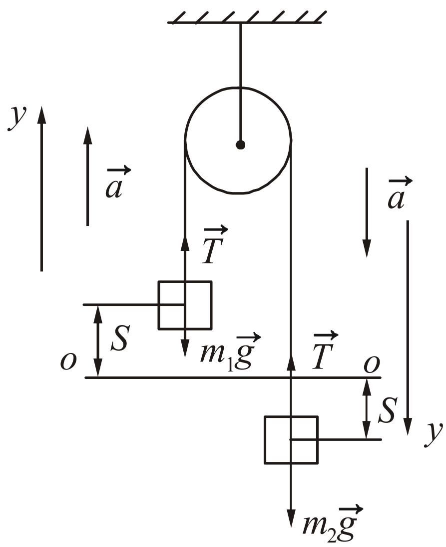


Рисунок 6.5

Розв'язання. Фізична система складається з двох тіл, зв'язаних між собою. Ці тіла можна вважати матеріальними точками. Обидва тягаря взаємодіють із Землею і ниткою. Отже, на кожен тягар діють сила тяжіння і сила натягу нитки. Введемо спрощення: нитки будемо вважати невагомими і нерозтяжними. Сила натягу буде однаковою для кожного тягаря, тому що блок невагомий.

Розставимо сили, що діють на кожен вантаж, вкажемо напрямок прискорення $\vec{a}$ (рис. 6.5). Для кожного вантажу виберемо свій позитивний напрямок осі $0y$. Запишемо для кожного тягаря другий закон Ньютона у векторному вигляді.

Для першого тягаря: $$\vec{T} + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}. \tag{1}$$

Для другого тягаря: $$\vec{T} + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}. \tag{2}$$

Запишемо рівняння в проекціях на вісь $0y$:

$$T - m_1 g = m_1 a. \tag{4}$$

$$m_2 g - T = m_2 a. \tag{5}$$

За умовою задачі не треба шукати силу натягу T, тому виключимо її з системи, склавши рівняння почленно. Отримаємо

$$m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a. \tag{6}$$

З цього рівняння знайдемо прискорення вільного падіння

$$g = a\frac{(m_2 + m_1)}{m_2 - m_1}. \tag{7}$$

Отримали рівняння з двома невідомими (a і g). Значення прискорення a можна знайти, використовуючи кінематичні співвідношення. Рух тягарів прямолінійний, рівноприскорений без початкової швидкості. Запишемо залежність шляху від часу:

$$S = \frac{at^2}{2}. \quad (8)$$

З рівняння (8) висловимо прискорення:

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (9)$$

Підставивши знайдене значення a, отримаємо

$$g = \frac{2S}{t^2} \cdot \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1}. \quad (10)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (10), отримаємо

$$g = 9{,}60 \text{ м/с}^2.$$

Зверніть увагу! Блок вважається невагомим, тому для нього не треба писати рівняння руху.

Приклад 6.3.6. Радіус диска R=10 см, маса m=800 г. Визначити момент інерції диска відносно осі, що проходить через середину одного з радіусів, перпендикулярно площині диска.

Розв'язання. Вісь не проходить через центр мас, тому для визначення моменту інерції застосуємо теорему Штейнера.

$$J = J_c + md^2, \quad (1)$$

де J_c – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній; d – відстань між осями.
Момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас перпендикулярно площині диска:

$$J_c = \frac{1}{2} mR^2. \quad (2)$$

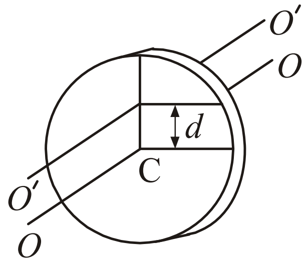


Рисунок 6.6

Відстань між осями дорівнює половині радіуса (рис. 6.6)

$$d = \frac{R}{2}. \quad (3)$$

Підставимо формули (2) і (3) в рівняння (1), отримаємо:

$$J = \frac{mR^2}{2} + \frac{mR^2}{4} = \frac{3mR^2}{4}. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$J = 6\cdot 10^{-3}\ \text{кг·м}^2.$$

Приклад 6.3.7. На барабан масою m_0=9 кг намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою m=2 кг. Знайти прискорення a, з яким опускається тягар. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.

Розв'язання. Фізична система складається з барабана, шнура і тягаря. Тягар взаємодіє із Землею і шнуром. Отже, на вантаж діють: сила тяжіння $m\vec{g}$ – з боку Землі; сила натягу $\vec{T}$ – з боку шнура. У результаті взаємодії він рухається прямолінійно рівноприскоренно з прискоренням $\vec{a}$.

Барабан взаємодіє із Землею, опорою і шнуром. Отже, на барабан діють: сила тяжіння $m_0\vec{g}$ – з боку Землі; сила натягу $\vec{T}$ – з боку шнура, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ – з боку опори. У результаті цих взаємодій він обертається навколо нерухомої осі. Введемо спрощення: будемо вважати шнур невагомим і нерозтяжним.

Виконаємо рисунок. Розставимо сили, вкажемо напрямок прискорення $\vec{a}$, виберемо позитивний напрямок осі 0y (рис 6.7).

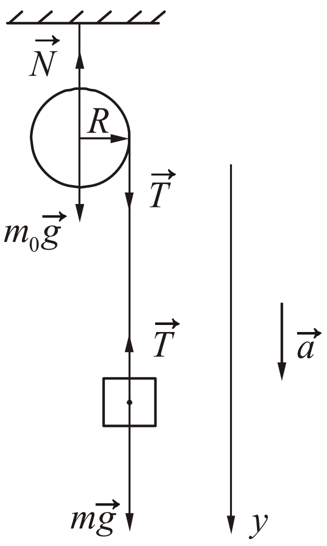


Рисунок 6.7

Для тягаря запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді.

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}. \tag{1}$$

Запишемо рівняння в проекції на вісь 0y:

$$mg - T = ma. \tag{2}$$

Для барабана запишемо основний закон динаміки обертального руху:

$$M = J\varepsilon. \tag{3}$$

Момент зовнішніх сил M буде створюватися лише силою натягу $\vec{T}$. Моменти сили тяжіння і сили нормальної реакції опори дорівнюють нулю, оскільки лінії дії цих сил проходять через вісь обертання (в цьому випадку плече сили дорівнює нулю).

$$M = TR, \tag{4}$$

оскільки плече сили натягу дорівнює радіусу барабана.

Барабан за умовою вважається однорідним диском, тому момент інерції можна розрахувати за формулою

$$J = \frac{m_0R^2}{2}. \tag{5}$$

Шнур не ковзає по барабану, тому тангенціальне прискорення точок, що лежать на ободі барабана, дорівнює лінійному прискоренню вантажу: $a = a_\tau$.

Тангенціальне прискорення пов’язане з кутовим прискоренням співвідношенням $a_\tau = \varepsilon R$, звідки

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \tag{6}$$

Підставимо співвідношення (4), (5), (6) у основне рівняння динаміки обертального руху (3), отримаємо:

$$TR = \frac{m_0 R^2}{2} \cdot \frac{a}{R}. \tag{7}$$

Здійснивши скорочення, отримаємо:

$$T = \frac{m_0 a}{2}. \tag{8}$$

Підставимо вираз для сили натягу (8) в (2):

$$mg - \frac{m_0 a}{2} = ma. \tag{9}$$

Звідси знайдемо прискорення

$$a = \frac{mg}{\frac{m_0}{2} + m}. \tag{10}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (10), отримаємо

$$a = 3{,}1 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 6.3.8. По дотичній до шківа маховика у вигляді диска діаметром D=75 см і масою m=40 кг прикладена сила F=1 кН. Визначити кутове прискорення і частоту обертання маховика через час t=10 с після початку дії сили, якщо радіус шківа дорівнює r=12 см. Тертям знехтувати.

Розв’язання. Фізична система складається з одного тіла – маховика, який обертається відносно нерухомої осі. Момент інерції маховика в процесі обертання не змінюється, тому застосуємо для вирішення завдання основний закон динаміки обертального руху:

$$M = J\varepsilon, \tag{1}$$

де M – сумарний момент зовнішніх сил, що діють на маховик.

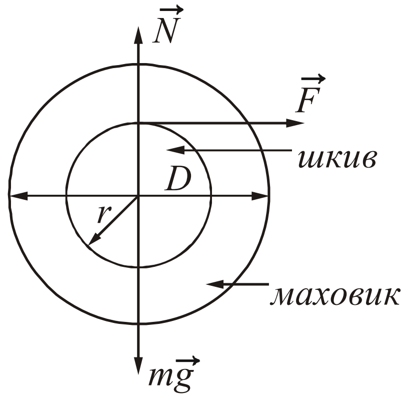


Рисунок 6.8

Проаналізуємо, які сили діють на маховик. Це сила тяжіння $m\vec{g}$ з боку Землі, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ (маховик повинен бути насаджений на якусь нерухому опору або вісь, інакше він буде рухатися ще й поступально) – з боку опори; прикладена сила $\vec{F}$ (рис. 6.8). Джерелом сили $\vec{F}$ може бути, наприклад, ремінь, надітий на шків.

Плече сил $m\vec{g}$ і $\vec{N}$ дорівнює нулю, тому що лінія дії цих сил проходить через вісь обертання. Отже, ці сили не створюють обертального моменту. За умовою задачі тертям можна знехтувати, у цьому випадку.

$$M = Fr, \tag{2}$$

оскільки плече сили дорівнює радіусу шківа.
Розрахуємо момент інерції маховика. За умовою задачі маховик має форму диска, отже

$$J = \frac{mR^2}{2}, \tag{3}$$

де $R = \dfrac{D}{2}$.

Підставивши співвідношення (2) і (3) в основний закон динаміки обертального руху (1), отримаємо

$$Fr = \frac{mR^2}{2}\varepsilon,$$

або

$$Fr = \frac{mD^2}{8}\varepsilon, \tag{4}$$

звідки знайдемо кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{8Fr}{mD^2}. \tag{5}$$

Запишемо закон зміни кутової швидкості. Рух рівноприскорений, тому

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t. \tag{6}$$

У початковий момент часу кутова швидкість дорівнювала нулю: $\omega_0=0$.

Кутова швидкість пов’язана з частотою обертання співвідношенням $\omega = 2\pi n$. Тому $2\pi n = \varepsilon t$. Звідси отримуємо

$$n = \frac{\varepsilon t}{2\pi}. \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (5) і (7), отримаємо

$$\varepsilon = 42{,}7 \text{ рад/с}^2, \quad n = 68 \text{ об/с}.$$

Приклад 6.3.9. Нитка з прив’язаними до її кінців тягарями масами m_1=50 г і m_2=60 г перекинута через колесо діаметром D=4 см. Визначити момент інерції колеса, якщо під дією сили тяжіння тягарів воно отримало кутове прискорення ε=1,5 рад/с^2. Тертям на осі та проковзуванням нитки по колесу знехтувати.

Розв'язання. Фізична система складається з трьох тіл: колеса і двох тягарів. Проведемо аналіз умови задачі. Тягарі рухаються поступально, колесо – обертається. Тягарі можна вважати матеріальними точками, які взаємодіють із Землею і ниткою. На перший тягар діють: сила тяжіння $m_1\vec{g}$ з боку Землі і сила натягу T_1 – з боку нитки. На другий тягар: сила тяжіння $m_2\vec{g}$ з боку Землі і сила натягу T_2 – з боку нитки.

Колесо взаємодіє з опорою, Землею і ниткою. На нього діють сила тяжіння $m_0\vec{g}$ – з боку Землі, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ – з боку опори, сили натягу T_1 і T_2 – з боку нитки.

Виконаємо схематичний рисунок, розставимо сили, що діють на тіла системи (рис. 6.9). Вкажемо напрямки прискорення $\vec{a}$ тягарів і для кожного з них виберемо свій позитивний напрямок осі $0y$.

Для кожного тягаря запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді.

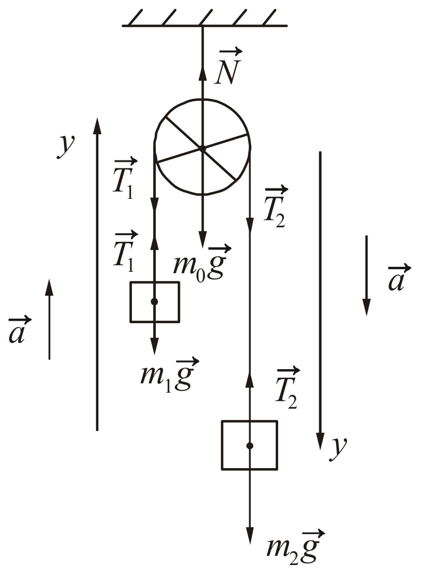


Рисунок 6.9

Перший тягар: $$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}. \tag{1}$$

Другий тягар: $$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}. \tag{2}$$

Запишемо ці рівняння в проекціях на осі:

$$T_1 - m_1 g = m_1 a \tag{3}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \tag{4}$$

Для колеса запишемо основний закон динаміки обертального руху:

$$M = J\varepsilon. \tag{5}$$

Сила тяжіння колеса $m_0\vec{g}$ і сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ обертального моменту не створюють, оскільки лінія дії цих сил проходить через вісь обертання. Сумарний момент зовнішніх сил дорівнює сумі моментів сил натягу T_1 і T_2 (тертям на осі нехтуємо). Оскільки маса другого тіла більше, ніж маса першого, то колесо буде обертатися за годинниковою стрілкою. Приймемо цей напрямок за позитивний. Тоді

$$M = T_2 R - T_1 R = R(T_2 - T_1), \tag{6}$$

де R – радіус колеса.

Отримали систему з трьох рівнянь:

$$T_1 - m_1 g = m_1 a \tag{7}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \tag{8}$$

$$R(T_2 - T_1) = J\varepsilon. \tag{9}$$

В системі чотири невідомих: T_1, T_2, a, ε. Складемо додаткове рівняння, використовуючи кінематичні співвідношення. Проковзуванням нитки нехтуємо, отже, можна вважати, що тангенціальне прискорення точок, що лежать на ободі колеса, дорівнює лінійному прискоренню тягарів: $a = a_\tau$. Тангенціальне прискорення пов'язане з кутовим прискоренням співвідношенням:

$$a_\tau = \varepsilon R. \qquad (10)$$

Тепер можна розв'язати систему відносно J.

$$T_1 = m_1(g + a)$$

$$T_2 = m_2(g - a)$$

$$R(m_2(g - a) - m_1(g + a)) = J\varepsilon.$$

$$J = \frac{R(m_2 g - m_2 a - m_1 a - m_1 g)}{\varepsilon} = \frac{R(g(m_2 - m_1) - a(m_2 + m_1))}{\varepsilon}. \qquad (11)$$

Враховуючи, що радіус колеса $R = D/2$ і $a = a_\tau = \varepsilon R$ остаточно отримаємо:

$$J = \frac{D(g(m_2 - m_1) - \varepsilon(D/2)(m_2 + m_1))}{2\varepsilon}. \qquad (12)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (12), отримаємо

$$J = 1{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ кг·м}^2.$$

Приклад 6.3.10. З якою швидкістю v рухається частинка, якщо її релятивістська маса в три рази більше маси спокою?

Розв'язання. Релятивістська маса рухомої частинки визначається співвідношенням:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

де m_0 – маса спокою частинки, c – швидкість світла у вакуумі.
Проведемо перетворення:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{m}.$$

Знайдемо швидкість:

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2}. \qquad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (12), отримаємо

$$v = 0{,}94c = 2{,}83 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Що вивчає динаміка?
2. Перелічіть основні динамічні характеристики поступального руху. Дайте їх визначення.
3. Запишіть закони сил, які розглядаються в механіці. До яких видів фундаментальних взаємодій вони відносяться?
4. Сформулюйте перший закон Ньютона. Які системи відліку називаються інерціальними?
5. Сформулюйте другий закон Ньютона.
6. Сформулюйте третій закон Ньютона. Які межі застосування законів Ньютона?
7. Які тіла називаються абсолютно твердими?
8. Перелічіть основні динамічні характеристики обертального руху.
9. Чому дорівнює момент інерції системи матеріальних точок відносно осі?
10. Запишіть формули для розрахунку моменту інерції наступних тіл відносно осі, що проходить через центр мас: суцільного диска, обруча, кулі, стрижня.
11. Сформулюйте і запишіть теорему Штейнера.
12. Чому дорівнює момент сили відносно осі?
13. Чому дорівнює момент імпульсу твердого тіла відносно осі обертання?
14. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла відносно нерухомої осі.

6.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

6.1. Чому дорівнює маса свинцевої кульки, діаметр якої дорівнює 2,8 мм?

6.2. На гладенькому столі лежить брусок масою 4 кг. До бруска прив'язаний шнур, до другого кінця якого прикладена сила 1,0 Н, яка спрямована паралельно поверхні столу. Знайти прискорення бруска.

6.3. Сила F=60 Н надає тілу прискорення 0,8 м/с^2. Яка сила надасть цьому ж тілу прискорення 2 м/с^2?

6.4. Маса легкового автомобіля дорівнює 2 т, а вантажного 8 т. У скільки разів відрізняються прискорення автомобілів, якщо сила тяги вантажного автомобіля у 2 рази більше, ніж легкового?

6.5. Потяг масою 500 т, рухаючись рівносповільнено, протягом 1 хв зменшує свою швидкість від 40 км/год до 28 км/год. Знайти силу гальмування.

6.6. Автомобіль масою 1000 кг, рушаючи зі стану спокою, досягає швидкості 30 м/с протягом 20 с. Знайти силу тяги, якщо коефіцієнт опору дорівнює 0,05.

6.7. На горизонтальній площині знаходиться брусок масою m=10 кг. Коефіцієнт тертя ковзання між бруском і площиною μ=0,1. Визначити прискорення, з яким буде рухатися брусок, якщо до нього прикласти силу F=15 Н, спрямовану паралельно площині. Чи зрушиться брусок, якщо до нього прикласти горизонтальну силу F_0=5 Н?

6.8. Тіло масою 50 кг, зісковзнувши з похилої площини, проїхало по горизонтальній дорозі до зупинки шлях 20 м за 10 с. Знайти силу тертя і коефіцієнт тертя.

6.9. Вантаж якої маси потрібно підвісити до пружини для пружного подовження її на 3 см, якщо коефіцієнт жорсткості пружини дорівнює 900 Н/м?

6.10. На скільки подовжиться лісочка жорсткістю 0,5 кН/м при рівномірному піднятті вгору вантажу масою 200 г?

6.11. Для стиснення пружини на x_0=2 мм необхідно прикласти силу F=20 Н. Розрахувати силу для розтягування цієї пружини до x_1=3 см від недеформованого стану.

6.12. Знайти силу гравітаційної взаємодії Землі і Сонця.

6.13. Космічна ракета при старті з поверхні Землі рухається вгору з прискоренням 20 м/с^2. Знайти вагу льотчика в кабіні, якщо його маса 80 кг.

Середній рівень

6.14. Крижина рівномірної товщини плаває, виступаючи над рівнем води на висоту 2 см. Знайти масу крижини, якщо площа її основи 200 см^2.

6.15. Вага тіла довільної форми у воді в три рази менше, ніж у повітрі. Визначити густину тіла.

6.16. Ліфт розганяється зі стану спокою до швидкості 6 м/с за 15 с. З якою силою тисне людина масою 70 кг на підлогу ліфта в цей час?

6.17. Сталевий дріт деякого діаметру витримує силу натягу F=4,4 кН. З яким найбільшим прискоренням можна піднімати вантаж масою m=400 кг, підвішений на цьому дроті, щоб він не розірвався?

6.18. Маса ліфта з пасажирами m=800 кг Визначити чисельне значення й напрямок прискорення, з яким рухається ліфт, якщо відомо, що сила натягу троса, що підтримує ліфт: а) T=12 кН; б) T=6кН?

6.19. Хлопчик масою 50 кг гойдається на гойдалках з довжиною підвісу 4 м. З якою силою він тисне на сидіння при проходженні положення рівноваги зі швидкість 6 м/с?

6.20. Тягар масою m=50 кг рівномірно переміщують по горизонтальній площині. Мотузка, за яку тягнуть тягар, складає кут α=60° з горизонтом. Коефіцієнт тертя ковзання по поверхні μ=0,3. Визначити силу натягу мотузки.

6.21. Тягар масою m=50 кг переміщується по горизонтальній поверхні під дією сили F=150 Н спрямованої під кутом 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя μ=0,1. Визначити прискорення тягаря.

6.22. На рис. 6.22 представлений графік залежності швидкості трамвая від часу. Який характер руху на кожній ділянці? Яке співвідношення між силою тяги і силою опору, що діють на трамвай, в наступні інтервали часу: 1) от 0 до 10 с; 2) от 10 до 30 с; 3) 30 до 40 с?

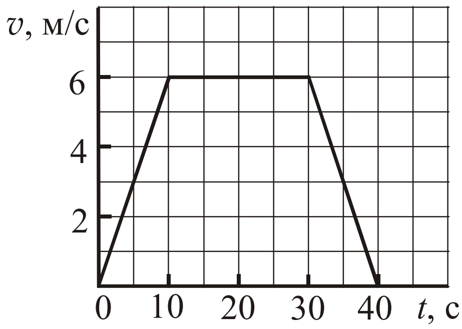


Рисунок 6.22

6.23. Велосипедист рухається зі швидкістю v_0=8,0 м/с. Який шлях пройде він після того, як перестане обертати педалі? коефіцієнт тертя μ=0,05.

6.24. З похилої площини довжиною 32 м і кутом нахилу 30° зісковзує тіло. Яка швидкість тіла біля основи площини, якщо коефіцієнт тертя μ=0,1?

6.25. З похилої площини довжиною 40 м і кутом нахилу 20° зісковзує тіло. Визначити коефіцієнт тертя μ, якщо у основи площини тіло придбало швидкість v=10 м/с.

6.26. Знайти подовження буксирного троса з жорсткістю 100 кН/м при буксируванні автомобіля масою 2 т з прискоренням 0,5 м/с^2. Тертям знехтувати.

6.27. Тіло масою m=0,5 кг рухається прямолінійно, причому залежність пройденого шляху від часу дається рівнянням $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ (м), де C=5 м/с^2 и D=1 м/с^3. Знайти силу, що діє на тіло в кінці першої секунди руху.

6.28. На якій висоті від поверхні Землі прискорення вільного падіння дорівнює 8 м/с^2?

6.29. Диск масою m=12 г і діаметром d=4,2 см обертається навколо осі, що проходить через його центр. Рівняння обертання має вигляд $\varphi = A + Bt + Ct^3$, де A=3 рад, B=4 рад/с, C=1 рад/с^3. Знайти момент сил, діючих на диск, у момент часу t=2 с.

6.30. Маховик, момент інерції якого J=63,6 кг·м^2, обертається з постійною кутовою швидкістю ω=31,4 рад/с. Знайти гальмуючий момент M, під дією якого маховик, обертаючись рівносповільнено, зупиняється через t=20 с.

6.31. На барабан масою m=9 кг намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою m_1=2 кг. Знайти прискорення тягаря. Барабан вважати однорідним циліндром.

Достатній рівень

6.32. Похила площина, що утворює кут α=25° з площиною горизонту, має довжину L=1,2 м. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час t=2 с. Визначити коефіцієнт тертя тіла об площину.

6.33. Дерев'яний брусок масою 200 г рівномірно перемістили по похилій площині вгору за допомогою динамометра. Сила тяги, виміряна динамометром, дорівнює 1 Н. Довжина похилої площини 1 м, висота 20 см. Знайти коефіцієнт тертя.

6.34. Тягар масою m=15 кг витягають за мотузку з постійною швидкістю вгору по похилій площині, яка становить кут α=20° з горизонтом. Мотузка становить кут β=45° з похилою площиною. Коефіцієнт тертя тягаря по площині дорівнює μ=0,3. Знайти силу F натягнення мотузки.

6.35. Тягар, підвішений на нитці довжиною l=60 см, рухаючись з постійною за величиною швидкістю, описує в горизонтальній площині коло. З якою швидкістю рухається тягар, якщо під час його руху нитка утворює з вертикаллю постійний кут α=30°?

6.36. Невелике тіло масою m=0,02 кг обертається на нитці у вертикальній площині. Визначити різницю сил натягнення нитки в нижній і верхній точках траєкторії, якщо: 1) швидкість обертання постійна; 2) зміна швидкості обертання викликається силою тяжіння.

6.37. Літак робить «мертву петлю» радіусом R=800 м і рухається по ній із швидкістю v=720 км/год. З якою силою тіло пілота масою m=70 кг буде тиснути на сидіння літака у верхній і нижній точках петлі?

6.38. Плоский магніт масою m=50 г прилип до вертикально розташованої сталевої плити. Для рівномірного ковзання магніту вниз прикладають силу F=1,5 Н. З якою силою магніт притискається до плити? Яку силу треба прикласти, щоб рівномірно переміщати магніт по плиті вертикально вгору, якщо коефіцієнт тертя дорівнює μ=0,2?

6.39. До дроту діаметром 2,5 мм і довжиною 1,5 м підвісили вантаж масою 3,3 кг. При цьому дріт подовжилася на 0,14 мм. Визначити модуль пружності матеріалу дроту. Чому дорівнює механічна напруга в дроті і його відносне подовження?

6.40. До сталевого стрижня, модуль пружності якого дорівнює E=2,16·10^{11} Н/м^2, довжина l=3 м і діаметр d=2 см, підвішений вантаж масою m=2,5 10^3 кг. Визначити напруження σ в стрижні, відносне ε і абсолютне Δl подовження.

6.41. Дві кулі однакового радіуса R=5 см закріплені на кінцях невагомого стрижня. Відстань між центрами куль r=0,5 м. Маса кожної кулі m=1 кг. Знайти момент інерції системи відносно осі, що проходить через середину стрижня перпендикулярно до нього. Яку помилку ми припускаємо, приймаючи кулі за матеріальні точки?

6.42. До ободу однорідного диска радіусом 0,2 м прикладена дотична сила 98,1 Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{тер}$=4,9 Н·м. Знайти масу диска, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням 100 рад/с^2.

6.43. Маховик радіусом 0,2 м і масою 10 кг з'єднаний з мотором за допомогою приводного ременя. Сила натягу ременя, що йде без ковзання, F=14,7 Н. Яку частоту обертання матиме маховик через 10 с після початку обертання? Маховик вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

6.44. Через блок, масою якого можна знехтувати, перекинута нитка, на якій висять дві гирі з масами m_1=6 кг і m_2=2 кг. Знайти прискорення, з яким рухатимуться гирі, і силу натягу нитки.

6.45. На барабан радіусом R=0,15 м намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою m=2 кг. Знайти момент інерції барабана, якщо відомо, що тягар опускається з висоти h=1 м за час t=1,1 с.

6.46. Маятник Обербека складається з хрестовини, яка може обертатися навколо горизонтальної осі. Хрестовина має шків, радіусом r=3 см, на який намотується нитка. На спицях хрестовини на відстані R=25 см від осі прикріплені чотири однакових тягарця, масою m_1=100 г кожен. Визначити момент інерції J_0 хрестовини, якщо тягарець масою m=300 г, прив'язаний до нитки, опускається з висоти h=1,5 м за час t=10,0 с. Тягарці вважати матеріальними точками.

§7 Робота, потужність, енергія. Закони збереження

7.1 Основні теоретичні відомості

1. Імпульс тіла – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює добутку маси тіла на його швидкість

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{7.1}$$

2. *Закон збереження імпульсу*: Імпульс замкнутої системи матеріальних точок залишається величиною постійною

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \text{const} \tag{7.2}$$

або

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = \text{const}. \tag{7.2a}$$

3. Робота змінної сили F на шляху S

$$A = \int_0^S \vec{F}d\vec{S} = \int_0^S F\cos\alpha\, dS. \tag{7.3}$$

Робота, що здійснюється постійною силою F на шляху S при прямолінійному русі

$$A = FS\cos\alpha, \tag{7.4}$$

де α – кут між напрямком сили і переміщення.
Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt}. \tag{7.5}$$

Середня потужність

$$< N > = \frac{A}{t}. \tag{7.6}$$

Робота при обертальному русі:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi. \tag{7.7}$$

За умови, що M = const

$$A = M\varphi,$$

де φ – кут повороту, виражений в радіанах.

Потужність

$$N = M\omega. \tag{7.8}$$

4. Механічна енергія поділяється на два види: потенціальну $W_п$ і кінетичну $W_к$.

Потенціальна енергія:

– пружно деформованої пружини $$W_\text{п} = \frac{kx^2}{2};\quad (7.9)$$

– тіла, піднятого на висоту h поблизу поверхні Землі $$W_\text{п} = mgh.\quad (7.10)$$

Кінетична енергія тіла, що рухається поступально:

$$W_\text{к} = \frac{mv^2}{2}. \qquad (7.11)$$

Кінетична енергія тіла, що обертається відносно нерухомої осі

$$W_\text{к}^\text{об} = \frac{J\omega^2}{2}. \qquad (7.12)$$

Кінетична енергія тіла, що здійснює плоский рух

$$W_\text{к} = W_\text{к}^\text{пост} + W_\text{к}^\text{об} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \qquad (7.13)$$

де v – швидкість поступального руху центру мас;

ω – кутова швидкість обертання відносно осі, що проходить через центр мас.

5. *Теорема про зміну кінетичної енергії*: Зміна кінетичної енергії тіла дорівнює роботі всіх сил, що діють на тіло:

$$A = \Delta W_\text{к}.$$

Для поступального руху

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (7.14)$$

Для обертового руху

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}. \qquad (7.15)$$

6. *Закон збереження механічної енергії*: Повна механічна енергія системи тіл, в якій діють тільки консервативні сили, залишається величиною постійною:

$$W_\text{к} + W_\text{п} = \text{const}. \qquad (7.16)$$

7. Зміна повної енергії системи дорівнює роботі, яку здійснюють неконсервативні сили, що прикладені до системи

$$W_2 - W_1 = A_\text{неконс}^\text{зовн} + A_\text{неконс}^\text{внутр}. \qquad (7.17)$$

8. *Закон збереження моменту імпульсу системи тіл, що обертаються відносно нерухомої осі*: Момент імпульсу замкнутої системи тіл залишається постійним:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + ... + J_n\vec{\omega}_n = \text{const}. \qquad (7.18)$$

7.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

Крім кінематичного і динамічного методів розв'язання задач у фізиці використовують ще один, більш універсальний, метод законів збереження. Універсальність цього методу в тому, що кінематичний і динамічний методи використовують тільки для класичних фізичних систем, а метод законів збереження використовують і в класичних, і в квантових системах.

В основі методу лежать закони збереження. Для класичних систем їх чотири: закон збереження імпульсу, закон збереження енергії (окремий випадок - закон збереження механічної енергії), закон збереження моменту імпульсу і закон збереження електричного заряду. Спільним для всіх цих законів є твердження про збереження якоїсь фізичної величини при певних умовах.

У більшості випадків закони збереження використовують, якщо відбувається процес взаємодії тіл. У цьому процесі треба розрізняти три етапи: стан тіл до взаємодії, сам процес взаємодії, стан тіл після взаємодії. Процес взаємодії для законів збереження неістотний. Для них важливо одне: значення відповідної фізичної величини не повинно змінюватися.

7.2.1. Закон збереження імпульсу пов'язує кінцеві і початкові значення імпульсів тіл замкненої системи і дозволяє виключити з розгляду сили взаємодії між тілами. Його застосовують при розв'язанні задач, в яких сили взаємодії є величинами змінними, а також, якщо характер зміни сил невідомий або складний (удар, вибух і т.д.).

Рівняння, яке виражає закон збереження імпульсу, є векторним. Це означає, що зберігається не тільки чисельне значення, а й напрямок сумарного імпульсу системи тіл. Відповідно, проекція імпульсу системи тіл на будь-який напрямок залишається незмінною.

Векторному рівнянню відповідають скалярні рівняння для проекцій векторів на осі координат. Закон збереження імпульсу справедливий для замкнутих систем. Проте його можна застосовувати для систем, на які діють зовнішні сили, якщо векторна сума цих сил дорівнює нулю. У тому випадку, коли дорівнює нулю сума проекцій зовнішніх сил на будь-який напрямок, зберігається проекція імпульсу системи на цей же напрям.

Задачі, в яких використовують закон збереження імпульсу, включають в себе задачі про розрив одного тіла на частини, з'єднанні декількох тіл в одне, задачі на зіткнення. Розв'язуючи їх, дотримуйтеся наступного **алгоритму.**

1. Встановіть, чи виконуються умови збереження імпульсу або який-небудь з його проекцій.

2. Якщо час дії сил дуже короткочасний і зовнішні сили значно менше внутрішніх (вибух тощо), то можна застосовувати закон збереження імпульсу, навіть у тих випадках, коли на систему діють зовнішні сили, такі як сила тяжіння або сили опору.

3. Зробіть рисунок, вкажіть для кожного тіла вектори імпульсу на початку і в кінці процесу.

4. Якщо всі вектори спрямовані вздовж однієї прямої, то вкажіть позитивний напрям осі $0x$. Потім знайдіть проекції імпульсів на цю вісь.

Якщо вектори не спрямовані вздовж однієї прямої, то виберіть прямокутну систему координат, знайдіть проекції кожного вектора на осі 0x і 0y. Осі виберіть так, щоб була рівна нулю сума проекцій зовнішніх сил на яку-небудь вісь.

5. Запишіть рівняння закону збереження імпульсу в проекціях на осі. Зазвичай зліва від знака рівності пишуть імпульс системи до взаємодії, праворуч - після взаємодії.

6. При записі закону збереження імпульсу треба уважно стежити за знаками. Якщо напрямок вектора $\vec{p}$ або його складової співпадає з напрямком осі, то проекції беруть зі знаком «плюс», якщо ні, то зі знаком «мінус». Для тіл, напрямки імпульсу яких в умові завдання не задані, знаки можуть бути розставлені довільно. Якщо в результаті рішення задачі виявиться, що проекція імпульсу (швидкість) позитивна, то напрям руху тіла вибрано правильно, якщо негативно – той напрямок руху протилежно обраному.

7. Проведіть аналіз записаних рівнянь. Якщо невідомих більше, ніж рівнянь, то запишіть формули кінематики або закону збереження механічної енергії і розв'яжіть систему відносно шуканої величини.

Зверніть увагу! ***Швидкості тіл треба брати відносно однієї і тієї ж системи відліку***, як правило, відносно Землі.

7.2.2. Рівняння закону збереження (7.16) і перетворення енергії (7.17) є найбільш загальними законами динаміки. Зазвичай закон збереження енергії застосовують при розв'язанні задач, в яких:
а) розглядаються два положення або стану тіла в процесі нерівномірно змінного руху;
б) дається два механічних стану або положення тіла при рівнозмінному русі.

Зверніть увагу! Механічна енергія замкнутої системи зберігається тільки в тому випадку, якщо в ній ***діють консервативні сили (сила тяжіння, сила пружності і т.д.).*** Якщо в системі діятимуть ***неконсервативні сили (сили опору або тертя)***, то механічна енергія не зберігається. За наявності неконсервативних сил використовуйте формулу (7.17).

Механічна енергія не зберігається при непружному зіткненні. Для знаходження швидкостей після удару використовують закон збереження імпульсу.

Алгоритм розв'язання задач з використанням закону збереження механічної енергії полягає в наступному:
1. Встановіть, чи є система замкнутої, консервативні або неконсервативні сили діють між тілами системи.
2. Зробить рисунок. Позначте кінематичні характеристики v і h, що визначають механічну енергію тіла (системи) в початковому і кінцевому положеннях.
3. Виберіть нульовий рівень потенціальної енергії. Його можна вибирати довільно, але зручно вибирати по самому нижньому положенню, яке займає тіло, або відраховувати від рівня, на який опускається тіло, переходячи з початкового положення в кінцеве.
4. Складіть вираз для повної механічної енергії тіла (системи) в початковому і кінцевому положеннях. Підставте ці вирази в закон збереження енергії і знайдіть з нього ту величину, яка вважається невідомою. Якщо невідомих більше

одного, то додайте формули кінематики, закон збереження імпульсу, рівняння динаміки матеріальної точки.

5. Якщо система незамкнута або в ній діють неконсервативні сили, то запишіть рівняння перетворення енергії у вигляді (7.17).

7.2.3. При розв'язанні задач на динаміку твердого тіла поряд із законами збереження імпульсу та механічної енергії використовують закон збереження моменту імпульсу. Найчастіше використовують закон збереження моменту імпульсу у формі, яка випливає з рівняння руху тіла відносно нерухомої осі (див. формулу 7.18). Методика застосування закону збереження моменту імпульсу та ж, що і закону збереження імпульсу (див. п. 7.2.1).

7.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 7.3.1. М'яч масою 100 г, що летів зі швидкістю 20 м/с, вдарився об горизонтальну площину. Кут падіння дорівнює 60°. Знайти зміну імпульсу, якщо удар абсолютно пружний.

Розв'язання. Зробимо рисунок, вкажемо напрям імпульсу до удару і напрям імпульсу після удару (рис. 7.1). Виберемо позитивний напрямок осей $0x$ і $0y$. Зміна імпульсу дорівнює

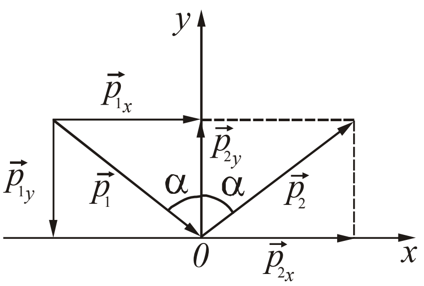


Рисунок 7.1

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 . \qquad (1)$$

При пружному ударі виконуються закони збереження механічної енергії та імпульсу. Із закону збереження енергії випливає, що чисельне значення швидкості залишається без зміни. Змінюється тільки напрям швидкості.

За визначенням імпульс $\vec{p} = m\vec{v}$, отже

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = |m\vec{v}| = mv . \qquad (2)$$

У напрямку осі $0x$ сили не діють, тому проекція імпульсу на цю вісь, що дорівнює $p\sin\alpha$, зберігається. Значить, кут падіння буде дорівнювати куту відбиття. Зміна імпульсу в напрямку осі $0x$

$$\Delta p_x = p_2 \sin\alpha - p_1 \sin\alpha = 0 . \qquad (3)$$

Знайдемо проекції $\vec{p}_1$ і $\vec{p}_2$ на вісь $0y$:

$$p_{1y} = -p_1 \cos\alpha , \qquad p_{2y} = p_2 \cos\alpha . \qquad (4)$$

Зміна імпульсу в напрямку осі $0y$ з урахуванням формул (4)

$$\Delta p_y = p_2 \cos\alpha - (-p_1 \cos\alpha) = 2mv\cos\alpha . \qquad (5)$$

отже

$$\Delta p = \Delta p_y = 2mv\cos\alpha . \qquad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$\Delta p = 2\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

Приклад 7.3.2. Снаряд масою m=10 кг, що летить зі швидкістю v=200 м/с, знаходиться у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на два осколки. Менший осколок масою m_1=3 кг здобув швидкість u_1=400 м/с в початковому напрямі. Знайти швидкість u_2 другого, більшого осколка після вибуху.

Розв'язання. Фізична система складається із снаряда і його осколків. Вона не є замкнутою, оскільки на снаряд і осколки діє сила тяжіння з боку Землі. Характер сил, що виникають при вибуху, невідомий, тому вирішити дану задачу динамічним методом неможливо.

Час дії сил дуже короткочасний, а зовнішні сили значно менше внутрішніх, тому можна застосувати закон збереження імпульсу. Зробимо рисунок, вкажемо напрямок руху снаряда і осколків. Напрямок руху другого осколка невідомо, тому припустимо, що він буде рухатися в ту ж сторону. Вкажемо позитивний напрямок осі 0x (рис. 7.2).

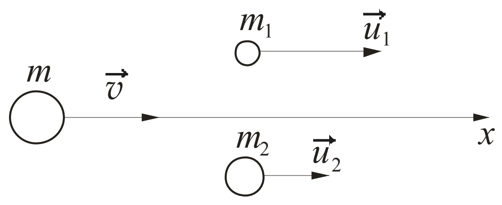


Рисунок 7.2

Імпульс системи до вибуху

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}. \qquad (1)$$

Імпульс системи після вибуху

$$\vec{p}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2. \qquad (2)$$

За законом збереження імпульсу

$$m\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2. \qquad (3)$$

Запишемо рівняння (3) в проекції на вісь 0x

$$mv = m_1u_1 + m_2u_2. \qquad (4)$$

Знайдемо швидкість другого осколка

$$u_2 = \frac{mv - m_1u_1}{m_2} = \frac{mv - m_1u_1}{m - m_1}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$u_2 = 114\ \text{м/с}.$$

Зверніть увагу! Значення швидкості має знак «плюс». Це означає, що другий осколок після вибуху буде рухатися в позитивному напрямку осі 0x.

Приклад 7.3.3. З якою швидкістю v рухався вагон масою m=20 т, якщо при ударі об стінку кожен з двох буферів стиснувся на x=10 см? Жорсткість пружини кожного буфера k =1 МН/м.

Розв'язок. Фізична система складається з вагона і буферів. Вона є замкненою. Усередині системи діють консервативні сили – сила тяжіння і сила пружності, тому можна застосувати закон збереження механічної енергії. Будемо вважати, що вагон рухається по горизонтальному шляху. У цьому випадку його потенціальна енергія відносно Землі не змінюється.

У початковому положенні вагон мав кінетичну енергію

$$W_к = \frac{mv^2}{2}. \tag{1}$$

Буфери були в недеформованому стані, тому потенціальна енергія пружної деформації $W_п=0$.

Розглянемо кінцевий стан. Вагон при ударі зупинився, тобто його кінетична енергія стала рівною нулю. Пружини буферів стиснулися, тобто кожна з них придбала потенціальну енергію пружної деформації

$$W_{п_1} = \frac{kx^2}{2}. \tag{2}$$

Вагон має два буфера, отже, повна енергія пружної деформації

$$W_п = 2W_{п_1} = 2\cdot\frac{kx^2}{2} = kx^2. \tag{3}$$

За законом збереження механічної енергії

$$\frac{mv^2}{2} = kx^2. \tag{4}$$

З (4) знайдемо швидкість руху вагона

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}x. \tag{5}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$v=1 \text{ м/с}.$$

Приклад 7.3.4. Знайти роботу, яку треба здійснити, щоб на шляху S = 10 м збільшити швидкість руху тіла масою m=1 кг від v_1=2 м/с до v_2=6 м/с. На всьому шляху діє постійна сила тертя $F_{тер}$=2 Н.

Розв'язання. Фізична система складається з тіла, яке рухається. Механічна енергія системи не зберігається, оскільки діють зовнішня прикладена сила і сила тертя, які є неконсервативні. Зміна кінетичної енергії системи буде дорівнювати роботі всіх сил, прикладених до тіла. Будемо вважати, що тіло рухається прямолінійно по горизонтальній поверхні, тому робота сили тяжіння дорівнює нулю.

Кінетична енергія тіла в початковому положенні:

$$W_{1к} = \frac{mv_1^2}{2},$$

в кінцевому положенні:

$$W_{2\text{к}} = \frac{mv_2^2}{2}.$$

Зміна енергії

$$\Delta W = W_{2\text{к}} - W_{1\text{к}} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (1)$$

Зовнішня сила F, яка прикладена до тіла, здійснює роботу A. На всьому шляху діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, яка здійснює роботу $A_{\text{тер}}$. Робота сил тертя

$$A_{\text{тер}} = F_{\text{тер}} S \cos\alpha. \quad (2)$$

де α – кут між напрямком сили і переміщення. Сила тертя спрямована в бік, протилежний руху, тобто α=180°, cos180°= –1. Тому

$$A_{\text{тер}} = -F_{\text{тер}} S. \quad (3)$$

Сумарна робота, що здійснюється всіма силами

$$A_{\text{усіх сил}} = A + A_{\text{тер}}. \quad (4)$$

За теоремою про зміну кінетичної енергії можна записати:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A + A_{\text{тер}},$$

Винесемо загальний множник за дужку і зробимо заміну за формулою (3). Отримаємо

$$\frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = A - F_{\text{тер}} S. \quad (5)$$

З формули (5) знайдемо роботу зовнішньої сили

$$A = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + F_{\text{тер}} S. \quad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$A = 36 \text{ Дж}.$$

Приклад 7.3.5. Лава Жуковського являє собою обертову круглу горизонтальну платформу, яка закріплена на станині з опорним шаровим підшипником. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стрижень довжиною l=2,4 м і масою m=8 кг, розташований вертикально уздовж осі обертання лави. Лава з людиною обертається з частотою n_1=1 с$^{-1}$. З якою частотою n_2 буде обертатися лава з людиною, якщо вона поверне стрижень в горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини і лави дорівнює 6 кг·м^2.

Розв'язання. Фізична система складається з людини, стрижня й лави Жуковського. Система обертається відносно нерухомої осі обертання (рис. 7.3). Застосуємо до неї основне рівняння динаміки обертального руху

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \tag{1}$$

На систему діють зовнішні сили – сила тяжіння і сила реакції опори, але ці сили не створюють обертального моменту, тому що лінія дії цих сил збігається з віссю обертання (плече сили в цьому випадку дорівнює нулю). Якщо сумарний момент зовнішніх сил дорівнює нулю, то виконується закон збереження моменту імпульсу, тобто

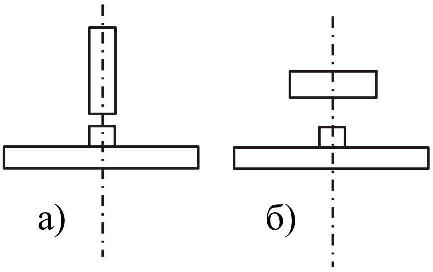


Рисунок 7.3

$$L_1 = L_2, \tag{2}$$

де L_1 – момент імпульсу системи відносно осі обертання при вертикальному положенні стрижня (рис. 7.3 а), L_2 – момент імпульсу системи при горизонтальному положенні стрижня (рис. 7.3 б).

Момент імпульсу системи:

$$L = J\omega, \tag{3}$$

де J – момент інерції системи, ω – кутова швидкість обертання.

Момент інерції системи дорівнює сумі моментів інерції тіл, що входять в систему. При вертикальному розташуванні стрижня його момент інерції дорівнює нулю. Тоді момент інерції системи в першому положенні:

$$J_1 = J\,. \tag{4}$$

При горизонтальному розташуванні стрижня:

$$J_2 = J + J_{ст}, \tag{5}$$

де $J_{ст}$ – момент інерції стрижня відносно осі, що проходить через його центр мас перпендикулярно стрижню.

$$J_{ст} = \frac{1}{12}ml^2\,. \tag{6}$$

Кутова швидкість пов'язана з частотою обертання співвідношенням:

$$\omega = 2\pi n\,. \tag{7}$$

Записані співвідношення підставимо в рівняння (2), отримаємо:

$$2\pi n_1 J = 2\pi n_2\left(J + \frac{1}{12}ml^2\right). \tag{8}$$

Зробимо скорочення і знайдемо частоту обертання n_2:

$$n_2 = \frac{J n_1}{\left(J + \frac{1}{12}ml^2\right)}\,. \tag{9}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (9), отримаємо

$$n_2 = 0{,}61\ \text{с}^{-1}.$$

Приклад 7.3.6. Диск масою m=2кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю v=4 м/с. Знайти кінетичну енергію $W_к$ диска.

Розв'язання. Диск здійснює плоский рух, який може бути представлений як накладення двох рухів – поступального і обертального. Кінетична енергія тіла в цьому випадку складається з енергії поступального руху зі швидкістю, що дорівнює швидкості центру мас, і енергії обертального руху навколо осі, що проходить через центр мас тіла.

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2}, \tag{1}$$

де v – швидкість центру мас, тобто швидкість поступального руху;
J_c – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас;
ω – кутова швидкість обертання відносно центра мас.

Оскільки диск бере участь у двох рухах, то швидкість будь-якої його точки

$$\vec{v}_i = \vec{v} + \vec{u}_i, \tag{2}$$

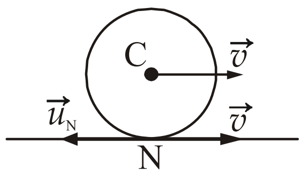


Рисунок 7.4

де $\vec{u}_i$ – лінійна швидкість, обумовлена обертанням навколо центру мас. Модуль $u_i = \omega r_i$, де r_i – відстань від цієї точки до центру мас С.

За відсутності ковзання швидкість $\vec{v}_N$ точки N, що стикається з площиною, дорівнює нулю $\vec{v}_N = \vec{u}_N + \vec{v} = 0$ (рис. 7.4), отже,

$$v = \omega R, \tag{3}$$

де $r_i = R$ – радіус диска.

Для диска
$$J_c = \frac{1}{2}mR^2. \tag{4}$$

Підставимо в (1) $\omega = \dfrac{v}{R}$ і вираження для моменту інерції. Отримаємо:

$$W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3mv^2}{4}. \tag{5}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$W_к = 24\ \text{Дж}$$

Приклад 7.3.7. Знайти лінійну швидкість v руху центру мас кулі, що скотилася без ковзання з похилої площини. Висота похилої площини h=0,5 м, початкова швидкість кулі v_0=0.

Розв'язання. Відсутність проковзування означає, що швидкість кулі в точці дотику з похилою площиною дорівнює нулю. Прикладена до цієї точки сила тертя ковзання не здійснює роботи і не впливає на величину механічної енергії тіла що скачується. Роль сили тертя зводиться до того, щоб привести тіло в обертання і забезпечити чисте кочення. Таким чином, для вирішення завдання можна застосувати закон збереження механічної енергії.

У початковий момент часу куля знаходиться на висоті h відносно горизонтальної поверхні похилої площини (рис. 7.5). Будемо вважати, що на горизонтальній поверхні потенціальна енергія кулі дорівнює нулю. Тоді в першому положенні потенціальна енергія кулі дорівнює

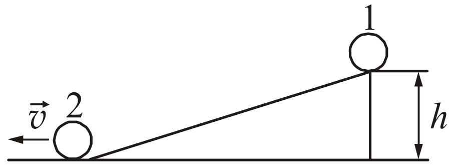


Рисунок 7.5

$$W_1 = mgh\,. \tag{1}$$

При русі кулі вниз по похилій площині її потенціальна енергія зменшується і переходить у кінетичну енергію. На горизонтальній поверхні потенціальна енергія стане рівною нулю, і повністю перейде в кінетичну.

Куля бере участь в плоскому русі – всі її точки рухаються в паралельних площинах. Плоский рух можна розбити на поступальний рух зі швидкістю центру мас і обертання навколо осі, що проходить через центр мас. Кінетична енергія в цьому випадку представляється у вигляді суми двох незалежних доданків, один з яких визначається тільки величинами, що характеризують поступальний рух, а інший – тільки величинами, що характеризують обертальний рух. Тому для другого положення кулі можемо записати:

$$W_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{2}$$

де $\frac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху, v – швидкість центру мас; $\frac{J\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху навколо осі, що проходить через центр мас, ω – кутова швидкість обертання.

За законом збереження механічної енергії $W_1 = W_2$, тому:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \tag{3}$$

Момент інерції кулі відносно осі, що проходить через центр мас

$$J = \frac{2}{5}mR^2, \tag{4}$$

де m – маса кулі, R – радіус кулі.

Кутова швидкість обертання ω пов'язана з лінійною швидкістю v центру мас співвідношенням: (див. приклад 7.3.6)

$$\omega = \frac{v}{R}. \tag{5}$$

Підставимо формули (4) і (5) в рівняння (3), проведемо скорочення і отримаємо:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{5}\cdot\frac{mR^2v^2}{2R^2} = 0{,}7\,mv^2. \tag{6}$$

З рівняння (6) знайдемо швидкість:

$$v = \sqrt{\frac{gh}{0{,}7}}. \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

v=2,67 м/с.

Приклад 7.3.8. Однорідний тонкий стрижень довжиною l=80 см може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, що проходить через верхній кінець стрижня. Стрижень відхилили від положення рівноваги на кут α=π/2 і відпустили. Визначити кутову швидкість ω стрижня і лінійну швидкість v нижнього кінця стрижня в момент проходження положення рівноваги.

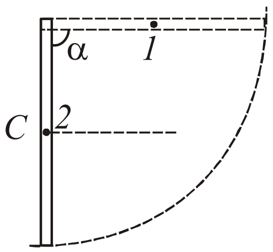


Рисунок 7.6

Розв'язання. Тертя на осі стрижня відсутнє, отже, можна застосувати закон збереження енергії. Піднятий стрижень має потенціальну енергією. За нульовий рівень відліку висоти приймемо лінію, що проходить через центр мас стержня в нижньому положенні (точка 2 на рис. 7.6). Потенціальна енергія піднятого стрижня в точці 1 буде дорівнювати

$$W_1 = mg\frac{l}{2}. \tag{1}$$

У нижньому положенні стрижень має кінетичної енергією обертового руху

$$W_2 = \frac{J\omega^2}{2}, \tag{2}$$

де ω – кутова швидкість стрижня; J – момент інерції стрижня відносно осі обертання.

Момент інерції знайдемо за теоремою Штейнера:

$$J = J_c + md^2, \tag{3}$$

де J_c – момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даної; d – відстань між осями.

$$J_{\text{c}} = \frac{1}{12} ml^2 . \tag{4}$$

Відстань між осями

$$d = \frac{l}{2} . \tag{5}$$

Зробимо заміну в (3), отримаємо:

$$J = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2 = \frac{1}{3} ml^2 . \tag{6}$$

Прирівняємо вирази для енергій, замінивши момент інерції за формулою (6). отримаємо:

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{3} ml^2 \frac{\omega^2}{2} . \tag{7}$$

Зробимо скорочення і виразимо кутову швидкість.

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} . \tag{8}$$

Лінійна швидкість пов’язана з кутовою співвідношенням:

$$v = \omega R = \omega l = \sqrt{3gl} , \tag{9}$$

оскільки радіус обертання R нижнього кінця стрижня дорівнює його довжині. Підставивши чисельні значення величин у формули (8) і (9), отримаємо

$$\omega = 6,1 \text{ рад/с}, \; v = 4,9 \text{ м/с}.$$

Приклад 7.3.9. Маховик, маса якого 500 кг рівномірно розподілена по ободу діаметром 1 м, обертається з частотою 60 об/хв. Яку роботу необхідно виконати, щоб збільшити частоту обертання до 120 об/хв?

Розв’язання. Обертовий маховик має кінетичну енергію обертового руху. Для знаходження роботи по зміні частоти обертання можна скористатися теоремою про зміну кінетичної енергії.

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2} , \tag{1}$$

де J – момент інерції маховика, ω – кутова швидкість руху.

Маса маховика рівномірно розподілена по ободу, тому його можна вважати обручем (тонкостінним циліндром). Момент інерції обруча навколо осі, що проходить через центр мас перпендикулярно площині обруча, визначається формулою:

$$J = mR^2 , \tag{2}$$

де R – радіус маховика.

$$R = \frac{d}{2}. \quad (3)$$

Кутова швидкість пов'язана з частотою обертання n співвідношенням:

$$\omega = 2\pi n. \quad (4)$$

Підставимо записані співвідношення в рівняння (1), отримаємо:

$$A = \frac{md^2}{4}\frac{(4\pi^2 n_2^2 - 4\pi^2 n_1^2)}{2} = \frac{\pi^2 md^2 (n_2^2 - n_1^2)}{2}. \quad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$A = 7{,}4\,\text{кДж}.$$

Приклад 7.3.10. Для визначення потужності мотора на його шків діаметром d=20 см накинули стрічку. До одного кінця стрічки прикріпили динамометр, до іншого підвісили тягар масою m=1 кг. Знайти потужність мотора, якщо мотор рівномірно обертається з частотою n=24 с$^{-1}$, а показання динамометра F=24 Н.

Розв'язання. Потужність, що розвивається при рівномірному обертанні тіла, визначається формулою:

$$N = M\omega, \quad (1)$$

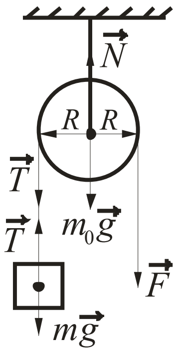


Рисунок 7.7

де M – обертальний момент, ω – кутова швидкість обертання.

Зробимо рисунок і вкажемо сили, що діють на шків (рис. 7.7): сила тяжіння $m_0\vec{g}$ – з боку Землі, сила натягу $\vec{T}$ – з боку стрічки, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$ – з боку опори, $\vec{F}$ – сила, з якою діє динамометр.

Моменти сили тяжіння і сили нормальної реакції опори дорівнюють нулю, оскільки лінії дії цих сил проходять через вісь обертання (в цьому випадку плече сили дорівнює нулю). Обертальний момент буде створюватися силами $\vec{T}$ і $\vec{F}$.

Сила $\vec{F}$. прагне повернути шків маховика за годинниковою стрілкою, а сила натягу $\vec{T}$ – проти годинникової. Результуючий момент сил буде дорівнювати

$$M = FR - TR = R(F - T), \quad (2)$$

де R – радіус шківа, який є плечем обох сил. $R = \frac{d}{2}$.

На тягар діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу $\vec{T}$ стрічки. Тягар не рухається, тому сума сил повинна дорівнювати нулю:

$$mg - T = 0. \quad (3)$$

З (3) знайдемо силу натягу

$$T = mg\,, \tag{4}$$

і отриманий вираз підставимо в (2). Обертальний момент буде дорівнювати:

$$M = R(F - mg) = \frac{d(F - mg)}{2}\,. \tag{5}$$

Кутова швидкість пов'язана з частотою обертання n співвідношенням:

$$\omega = 2\pi n\,. \tag{6}$$

Підставимо співвідношення (5) і (6) у формулу (1), отримаємо:

$$N = \frac{2\pi nd}{2}(F - mg) = \pi nd(F - mg)\,. \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$N = 211\,\text{Вт}.$$

Приклад 7.3.11. Визначити релятивістський імпульс p і кінетичну енергію електрона, що рухається зі швидкістю v=0,9 c (c – швидкість світла у вакуумі).

Розв'язання. Релятивістський імпульс електрона визначається співвідношенням:

$$p = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \tag{1}$$

де m_0 – маса покою електрона, c – швидкість світла у вакуумі.
Кінетична енергія частинки в релятивістській механіці дорівнює різниці повної енергії $E = mc^2$ та енергії спокою $E_0 = m_0 c^2$:

$$W_к = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2\,. \tag{2}$$

Остаточно отримаємо

$$W_к = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \tag{3}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (1), (3) отримаємо

$$p = 5{,}6 \cdot 10^{-22} \text{ кг·м/с}, \; W_k = 1{,}06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

У позасистемних одиницях енергія спокою електрона $m_0c^2 = 0{,}51$ МеВ. Підставивши це значення у формулу (3), отримаємо $W_k = 0{,}66$ МэВ.

- **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Дайте визначення понять: механічна система, замкнута система тіл.
2. Запишіть формулу для розрахунку імпульсу тіла. Чому дорівнює імпульс системи тіл?
3. Сформулюйте закон збереження імпульсу системи тіл. У яких випадках може зберігатися проекція імпульсу незамкненою системи тіл?
4. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу.
5. Дайте визначення елементарної механічної роботи. Як розраховується робота постійної сили? Як можна представити роботу графічно? Як розраховується робота при обертальному русі?
6. Дайте визначення потужності. Як розрахувати потужність при поступальному і обертальному русі?
7. Дайте визначення енергії. Які види механічної енергії Ви знаєте?
8. Дайте визначення кінетичної енергії. Назвіть основні властивості кінетичної енергії.
9. Запишіть формули для розрахунку кінетичної енергії тіла, яке: а) рухається поступально, б) обертається навколо нерухомої осі, в) здійснює плоский рух.
10. Сформулюйте теорему про зміну кінетичної енергії.
11. Дайте визначення потенціальної енергії. Назвіть основні властивості потенціальної енергії.
12. Які сили називаються консервативними, неконсервативними? До яких сил можна застосовувати поняття потенціальної енергії?
13. Запишіть формули для розрахунку потенціальної енергії пружно деформованої пружини; тіла, піднятого на висоту h поблизу поверхні Землі.
14. Сформулюйте закон збереження механічної енергії системи. Чи може закон виконуватися для незамкнутих систем?
15. Як пов’язана зміна повної механічної енергії з роботою неконсервативних сил, що діють на систему?
16. Які закони збереження виконуються при пружному і непружному ударі тіл?

7.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

7.1. Залежність швидкості тіла від часу задана рівнянням $v = 4 - 3t$ (м/с). Маса тіла дорівнює 5 кг. Чому дорівнюватиме імпульс тіла через 4 с після початку руху.

7.2. Тіло масою 2 кг рухалося в певному напрямі зі швидкістю 12 м/с. Під дією сили 6 Н тіло придбало швидкість 6 м/с в протилежному напрямку. Визначити час, протягом якого діяла сила.

7.3. Два тіла, маси яких 2 кг і 6 кг, рухаються назустріч один одному зі швидкостями 2 м/с і 3 м/с відповідно. Визначити модуль і напрямок швидкості кожного з цих тіл після зіткнення, якщо удар непружний.

7.4. Людина масою m_1=60 кг, що біжить зі швидкістю v_1=8 км/год, наздоганяє візок масою m_2=80 кг, що рухається зі швидкістю v_2=2,9 км/год, і стрибає на нього. З якою швидкістю u буде рухатися візок? З якою швидкістю u буде рухатися візок, якщо людина рухається йому назустріч?

7.5. Пластилінова кулька масою m, що рухається зі швидкістю v, налітає на пластилінову кульку масою $2m$, що перебуває у стані спокою. Після удару кульки злиплими рухаються разом. Яка швидкість їх руху?

7.6. Сани з мисливцем перебувають у стані спокою на дуже гладкому льоді. Мисливець стріляє з рушниці в горизонтальному напрямку. Маса заряду 0,03 кг. Швидкість саней після пострілу 0,15 м/с. Загальна маса мисливця, рушниці і саней дорівнює 120 кг. Визначити швидкість заряду при його вильоті з рушниці.

7.7. Стиснута пружина пружинного пістолета має потенціальну енергію 20 Дж. Яку максимальну швидкість вона може надати кульці масою 100 г?

7.8. Для стиснення пружини на x_0=2 см необхідно прикласти силу F=200 Н. Розрахувати роботу з подовження цієї пружини від x_1=3 см до x_2=5 см.

7.9. Ліфт масою m=600 кг піднімають вгору з постійним прискоренням a=1,4 м/с^2. Яка робота виконується при підйомі ліфта на висоту 10 м?

7.10. При вертикальному підйомі вантажу масою m=2 кг на висоту h=1 м постійною силою була виконана робота A=3 Дж. З яким прискоренням піднімали вантаж?

7.11. Тіло масою m=1 кг рухається прямолінійно зі стану спокою під дією постійної сили. Яку роботу повинна виконати ця сила, щоб швидкість тіла стала дорівнювати v=10 м/с?

7.12. У якому випадку двигун автомобіля повинен здійснити більшу роботу: для розгону з місця до швидкості 36 км/год або на збільшення швидкості від 36 км/год до 72 км/год? У скільки разів?

7.13. Якір мотора обертається з частотою ν=1500 хв$^{-1}$. Визначити обертальний момент, якщо мотор розвиває потужність N=500 Вт.

Середній рівень

7.14. Рух тіла описується рівнянням $x = 5 - 8t + 4t^2$. Вважаючи масу рівної m=2 кг, знайти імпульс тіла через 2 с і через 4 с після початку відліку часу, а також силу F, що викликала цю зміну імпульсу.

7.15. Тіло масою m_1=2 кг рухається зі швидкістю v_1=3 м/с і наганяє тіло масою m_2=8 кг, що рухається зі швидкістю v_2=1 м/с. Вважаючи удар центральним, знайти швидкості u_1 і u_2 тіл після удару, якщо удар: а) непружний, б) пружний.

7.16. Тіло масою m=150 г рухається зі швидкістю 6 м/с і вдаряється об нерухоме тіло такої ж маси. Вважаючи удар центральним і непружним, знайти кількість тепла, що виділилося при ударі.

7.17. Молекула масою m=4,65·10^{-26} кг, що летить по нормалі до стінки посудини зі швидкістю v=600 м/с, вдаряється об стінку і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили $F\Delta t$, отриманий стінкою за час удару.

7.18. З гармати, укріпленої на залізничній платформі, зробили постріл в напрямку залізничної колії. Маса снаряда m=40 кг, початкова швидкість v=500 м/с. Маса платформи з гарматою M=20 тонн. На яку відстань відкотиться платформа, якщо коефіцієнт тертя μ=0,02?

7.19. Шофер автомобіля, що має масу m=1 т, починає гальмувати на відстані S=25 м від перешкоди на дорозі. Сила тертя в гальмівних колодках автомобіля F=3,84 кН. При якій граничній швидкості v руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою? Тертям коліс об дорогу знехтувати.

7.20. Тіло кинуто вертикально вниз з висоти h=10 м з початковою швидкістю v_0=5 м/с. Визначити швидкість тіла в момент удару об землю і час падіння. Опір повітря не враховувати.

7.21. Визначити роботу, що виконується на шляху S=12 м рівномірно зростаючою силою, якщо на початку шляху F_1=10 Н, а в кінці шляху F_2=46 Н.

7.22. На рис. 7.22 представлений графік залежності сили від пройденого шляху. Визначити роботу цієї сили на шляху 40 м. Чому дорівнює середнє значення потужності, якщо час руху дорівнює 1 хв 20 с?

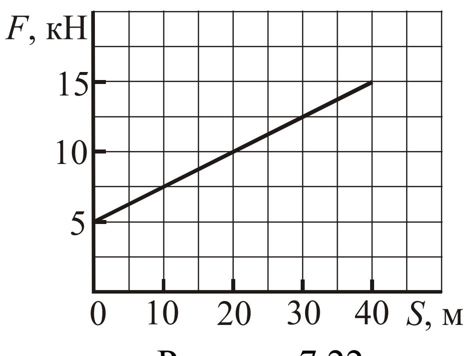


Рисунок 7.22

7.23. Визначити роботу, яку треба виконати, щоб на шляху S=12 м збільшити швидкість руху тіла від 4 м/с до 8 м/с. На всьому шляху діє постійна сила опору, що дорівнює 0,2 Н. Маса тіла дорівнює m=1 кг.

7.24. Для розтягування пружини на 4 мм необхідно виконати роботу 0,02 Дж. Яку силу треба прикласти, щоб розтягнути цю пружину на 3 см від недеформованого стану?

7.25. Тіло масою m=50 г кинули з висоти h=20 м над поверхнею землі зі швидкістю v_1=18 м/с. Тіло впало на поверхню землі зі швидкістю v_2=24 м/с. Визначити, яка робота виконується по подоланню сили опору повітря.

7.26. Літак масою m=2 т рухається в горизонтальному напрямку зі швидкістю v_1=50 м/с. Перебуваючи на висоті 420 м, він переходить на зниження при вимкненому двигуні і досягає доріжки аеродрому зі швидкістю v_2=30 м/с. Визначити роботу сил опору повітря під час вільного польоту.

7.27. Трактор має тягову потужність (потужність на гаку) P =72 кВт. З якою швидкістю може тягнути цей трактор причіп масою m=5 т на підйом 0,2 при коефіцієнті тертя μ=0,4? (*Ухил (підйом) вимірюється відношенням висоти h похилій площині до її довжини l і дорівнює синусу кута* α *нахилу площини до горизонту*: $h/l = \sin\alpha$).

7.28. Обруч масою m=2 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю v=4 м/с. Знайти кінетичну енергію обруча.

7.29. Кулька, швидкість якої v_0=1,0 м/с, закочується на похилу площину. На яку висоту підніметься кулька?

7.30. Кінетична енергія вала, що обертається з частотою ν=5,0 с$^{-1}$ дорівнює 60 Дж. Знайти момент імпульсу цього вала.

7.31. Яку потужність розвиває двигун, якщо він змінює частоту обертання диска масою m=20 г і радіусом R=5 см від ν_1=1200 об/хв до ν_2=7200 об/хв за 20 с?

Достатній рівень

7.32. Куля, що летить горизонтально, попадає в кулю, яка підвішена на невагомому жорсткому стрижні, і застряє в ній. Маса кулі в 1000 разів менше маси кулі. Відстань від центра кулі до точки підвісу стрижня l=1 м. Знайти швидкість v кулі, якщо відомо, що стрижень відхилився від удару кулі на кут α=10°.

7.33. Дерев'яний стрижень масою M=2 кг і довжиною l=1 м може обертатися навколо горизонтальної осі, що проходить через кінець стрижня. У вільний кінець стрижня потрапляє куля, що летить перпендикулярно до осі і до стрижня і застряє в ньому. Маса кулі m=10 г. При якій найменшій швидкості v кулі стрижень може досягти горизонтального положення?

7.34. Сталева кулька масою m=50 г падає з висоти h_1=2,0 м на сталеву плиту і після удару відскакує на висоту h_2=1,9 м. Тривалість удару $\Delta\tau$=0,001 с. Визначити середнє значення сили удару. Удар вважати пружним.

7.35. Сталева кулька масою m=3 г вільно падає з висоти h_1=1,5 м на горизонтальну кам'яну плиту і підскакує після удару на висоту h_2=1 м. Визначити зміну імпульсу кульки при ударі і кількість теплоти, що виділилася при ударі.

7.36. Тіло масою m, що рухається зі швидкістю v, налітає на нерухоме тіло і після пружного зіткнення відскакує від нього під кутом 90° до початкового напрямку руху зі швидкістю u. Знайти масу другого тіла.

7.37. Хлопчик масою M=60 кг, що стоїть на ковзанах, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою m=2 кг зі швидкістю v=6 м/с. На яку відстань відкотиться хлопчик, якщо коефіцієнт тертя сталі по льоду дорівнює μ=0,02?

7.38. Камінь, пущений по поверхні льоду зі швидкістю v=2 м/с, пройшов до повної зупинки відстань S=20,4 м. Знайти коефіцієнт тертя каменя по льоду, вважаючи його постійним.

7.39. З гірки висотою h=2 м і основою b=5 м з'їжджають санки, які зупиняються, пройшовши горизонтальний шлях S=35 м від основи гірки. Знайти коефіцієнт тертя, вважаючи його однаковим на всьому шляху.

7.40. З шахти глибиною h=200 м піднімають вантаж масою m=500 кг на канаті, кожен метр якого має масу μ=1,5 кг/м. Яка робота виконується при рівномірному піднятті вантажу? Знайти коефіцієнт корисної дії установки.

7.41. Куля масою m=10 г підлітає до закріпленої дошки товщиною h=4 см зі швидкістю v_1=600 м/с і, пробивши дошку, вилітає з неї зі швидкістю v_2=400 м/с. Знайти середню силу опору дошки.

7.42. Шків починає обертатися з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon=4{,}5\cdot10^3$ с$^{-2}$ і через t_1=2 с набуває момент імпульсу L=250 кг·м^2/с. Знайти кінетичну енергію шківа через t_2=3 с після початку обертання.

7.43. Зі шківа діаметром d=0,48 м через ремінь передається потужність 9 кВт. Шків обертається з частотою ν=240 хв$^{-1}$. Сила натягу T_1 ведучої гілки ременя в 2 рази більше сили натягу T_2 веденої гілки. Знайти сили натягу обох гілок ременя.

7.44. Вентилятор обертається з частотою ν=900 хв$^{-1}$. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки N=75 оборотів. Робота сил гальмування дорівнює 44,4 Дж. Знайти: 1) момент інерції вентилятора; 2) кутове прискорення; 3) момент сили гальмування.

7.45. Олівець, поставлений вертикально, падає на стіл. Довжина олівця l=15 см. Яку кутову ω і лінійну v швидкість буде мати на момент падіння верхній кінець олівця?

7.46. Яку роботу необхідно виконати, щоб телеграфний стовп масою m=200 кг, до вершини якого прикріплена хрестовина масою m_1=30 кг, перевести з горизонтального положення у вертикальне? Довжина стовпа L=10 м.

7.47. Платформа у вигляді диска радіусом R=1,0 м обертається за інерцією з частотою ν_1=0,1 с$^{-1}$. На краю платформи стоїть людина, маса якого m=80 кг. З якою частотою буде обертатися платформа, якщо людина перейде в її центр? Момент інерції платформи J=120 кг·м^2. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

7.48. Людина стоїть в центрі платформи і обертається разом з нею за інерцією. Частота обертання ν_1=0,5 с$^{-1}$. Момент інерції тіла людини відносно осі обертання дорівнює J_1=1,6 кг·м^2. У витягнутих в сторони руках людина тримає по гирі масою m=2 кг кожна. Відстань між гирями l_1=1,6 м. Визначити частоту обертання платформи з людиною, коли вона опустить руки і відстань між гирями стане рівною l_2=0,4 м. Момент інерції платформи вважати рівним J_2=3,5 кг·м^2.

7.49. У ядерній техніці часто буває потрібно зменшувати швидкість нейтронів, що виділяються при ядерних реакціях. Це здійснюється, наприклад, при пружному ударі нейтрона з ядром сповільнювача. У скільки разів зменшиться енергія нейтрона: а) при пружному лобовому ударі об ядро сповільнювача, б) якщо після удару об ядро нейтрон рухається перпендикулярно початковому напрямку? Прийняти, що сповільнювачем є графіт (ядро вуглецю), маса ядра вуглецю в 12 разів більше маси нейтрона.

Глава 3. Молекулярна фізика і термодинаміка

§8 Молекулярна фізика

8.1 Основні теоретичні відомості

1. Об’єкт (тіло), що складається з великої кількості частинок, називають макросистемою. Основними параметрами, що характеризують стан макросистеми, є температура T, тиск p, об’єм V.

2. Найпростішою макросистемою є ідеальний газ. Його стан описується рівнянням Менделєєва – Клапейрона (рівнянням стану ідеального газу)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT, \tag{8.1}$$

де m – маса газу, M – молярна маса газу, R – молярна газова стала, ν – кількість речовини, T – термодинамічна температура.

Кількість речовини

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \tag{8.2}$$

де N – число частинок (атомів, молекул, іонів); N_A – стала Авоґадро.
Або

$$\nu = \frac{m}{M}, \tag{8.3}$$

де m – маса газу; M – молярна маса речовини.

3. Зв’язок між тиском газу, концентрацією молекул і температурою:

$$p=nkT, \tag{8.4}$$

де k – стала Больцмана.

4. Процес переходу ідеального газу з одного стану в інший за умови, що хімічний склад газу і його маса не змінюються, описується об’єднаним газовим законом

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \tag{8.5}$$

5. Якщо якийсь параметр газу не змінюється, то рівняння (8.5) переходить в рівняння, що описують наступні процеси:

а) ізотермічний процес (закон Бойля – Маріотта, T=const, m=const):

$$pV=\text{const}. \tag{8.6}$$

б) ізобарний процес (закон Гей-Люссака, p=const, m=const):

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \tag{8.7}$$

в) ізохорний процес (закон Шарля, V=const, m=const):

$$\frac{p}{T} = \text{const}\,. \tag{8.8}$$

6. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}_{\text{кв}}^2, \tag{8.9}$$

де m_0 – маса однієї молекули, $n = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул, $\overline{v}_{\text{кв}}$ – середня квадратична швидкість.

7. *Закон Дальтона*: Тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що утворюють суміш.

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i\,. \tag{8.10}$$

8. Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$<\varepsilon> = \frac{3}{2} kT\,. \tag{8.11}$$

9. Повна середня кінетична енергія молекули

$$<\varepsilon> = \frac{i}{2} kT\,, \tag{8.12}$$

де i – число ступенів свободи молекули.

10. Швидкості молекул:

$$< v_{\text{кв}} > = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ – середня квадратична;} \tag{8.13}$$

$$< v > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ – середня арифметична;} \tag{8.14}$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \text{ – найбільш ймовірна,} \tag{8.15}$$

де m_0 – маса однієї молекули.

11. Стан реального газу можна описати рівнянням Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{M} b\right) = \frac{m}{M} RT\,, \tag{8.16}$$

де p – тиск, який чиниться на газ ззовні (дорівнює тиску газу на стінки посудини); a і b – сталі Ван-дер-Ваальса.

12. Закон зміни тиску p ідеального газу з висотою h в однорідному полі тяжіння описується барометричною формулою Лапласа

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \tag{8.17}$$

де p_0 – атмосферний тиск на висоті h=0, M – молярна маса газу.

13. Розподіл Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}, \tag{8.18}$$

де n_0 – концентрація молекул при h=0; n – концентрація молекул на висоті h.

14. Середня довжина вільного пробігу молекул

$$<\lambda> = \frac{<v>}{<z>} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \tag{8.19}$$

де $<v>$ – середня арифметична швидкість, $<z>$ – число зіткнень за одиницю часу, d – ефективний діаметр молекули.

15. Коефіцієнт теплопровідності газів:

$$K = \frac{1}{3} <\lambda><v> \rho\, c_V, \tag{8.20}$$

де $<\lambda>$ – середня довжина вільного пробігу молекул, $<v>$ – середня арифметична швидкість, ρ – густина газу, c_V – питома теплоємність при постійному об’ємі.

16. Коефіцієнт дифузії:

$$D = \frac{1}{3} <\lambda><v>. \tag{8.21}$$

17. Коефіцієнт внутрішнього тертя:

$$\eta = \frac{1}{3} <\lambda><v> \rho. \tag{8.22}$$

8.2 Алгоритми розв’язання задач та методичні поради

8.2.1. Якщо фізичною системою є ідеальний газ, то його стан описується рівнянням стану (8.1). Рівняння стану можна застосовувати до газів, взятих за умови, що не надто відрізняються від нормальних (T=273 К, p=10^5 Па), а також до розріджених газів. Сильно стиснуті гази, що знаходяться при дуже великих тисках (понад 10^7 Па) або при дуже низьких температурах не підпорядковуються рівнянню Менделєєва – Клапейрона.

Задачі на розрахунок параметрів стану ідеальних газів можна розділити на дві групи:

– задачи, в яких розглядається два або кілька станів газу, але маса газу при цьому не змінюється. Для розв'язання таких задач можна застосовувати об'єднаний газовий закон або рівняння ізопроцесів.

– задачи, в яких маса газу змінюється. У цьому випадку використовують рівняння Менделєєва – Клапейрона (8.1).

При розв'язанні задач на розрахунок параметрів рекомендується дотримуватися наступного алгоритму:

1. З'ясуйте, який газ бере участь в тому чи іншому процесі.
2. Зробіть, якщо це можливо, схематичний рисунок і, зазначивши кожний стан газу, вкажіть параметри p, V, T, що характеризують цей стан.
3. Перевірте, чи змінюється маса газу при зміні параметрів. Якщо маса і хімічний склад не змінюються, то визначте, який з параметрів стану не змінюється, і якому газовому закону підпорядковуються змінні параметри. Запишіть відповідне рівняння процесу. Особливу увагу треба звернути на визначення тиску. Щоб його знайти часто доводиться використовувати закон Паскаля.
4. Якщо за умовою задачі розглядаються стани газу з масою, що змінюється, то для кожного стану запишіть рівняння Менделєєва – Клапейрона. Якщо дана суміш газів, то рівняння запишіть для кожного компонента. Результуючий тиск суміші визначається законом Дальтона (8.10).
5. Якщо в задачі розглядаються гази, відокремлені один від одного перегородками або поршнями, то рівняння записують для кожного газу окремо.
6. Запишіть формули для допоміжних величин і розв'яжіть отриману систему рівнянь.

Якщо фізичної системою є реальний газ, то його стан описується рівнянням Ван-дер-Ваальса. Зазвичай в умовах завдання обумовлюють ті випадки, коли газ треба розглядати як реальний.

8.2.2. У статистичній фізиці приймається, що фізичні величини, що визначаються експериментально (макропараметри) можуть бути знайдені як середні значення, обчислені по безлічі допустимих мікростанів (мікропараметров). Тому основним типом завдань, що вирішуються в даному курсі статистичним методом, є знаходження середніх значень різних фізичних величин.

Середньої квадратичної швидкістю користуються в тих випадках, коли треба обчислити будь-яку фізичну величину, пропорційну квадрату швидкості, наприклад, кінетичну енергію поступального руху молекул газу або тиск газу.

Середня арифметична швидкість дозволяє визначити середні значення величин, у формулу яких швидкість входить в першій ступені, наприклад, середнє число зіткнень молекули в одиницю часу, середній час вільного пробігу, середній імпульс молекул.

Найбільш ймовірною швидкістю користуються в задачах, пов'язаних із застосуванням закону розподілу молекул за швидкостями.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії та пов'язані з ним рівняння застосовують тільки для ідеальних газів.

Розподіл Больцмана, що характеризує розподіл концентрації n молекул або густини ρ, а також барометричну формулу Лапласа можна застосовувати тільки до газів, які у стані термодинамічної рівноваги, тобто при T=const.

8.2.3. Фізичні умови, зумовлені температурою 0°С (273 К) і тиском в одну фізичну атмосферу ($1{,}013\cdot10^5$ Па) вважаються нормальними умовами.

8.2.4. Тиск вимірюють манометрами, барометрами, вакуумметрами, а також різними датчиками тиску. Барометрами вимірюють атмосферний тиск.

Манометри використовують для вимірювання тиску вище атмосферного. Їх зазвичай градуюють так, що вони вимірюють не абсолютний тиск газу в балоні, а надлишковий над атмосферним. Тому тиск у балоні, якщо він виміреий манометром, дорівнює сумі атмосферного і того, що показує манометр:

$$p = p_0 + p_\text{м},$$

де p_0 – атмосферний тиск, $p_\text{м}$ – показання манометра.

Вакуумметри використовують для вимірювання тисків нижче атмосферного. Їх градуюють так, що вони показують різницю між атмосферним тиском і тиском усередині балона. Тому тиск у балоні, якщо він виміреий вакуумметром, дорівнює різниці атмосферного і того, що показує вакуумметр:

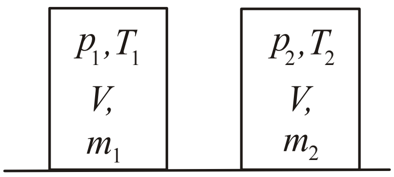
$$p = p_0 - p_\text{в},$$

де p_0 – атмосферний тиск, $p_\text{в}$ – показання вакуумметра.

8.3. Приклади розв’язання задач

Приклад 8.3.1. В балоні знаходиться газ при температурі 15°С. У скільки разів зменшиться тиск газу, якщо 40% його вийде з балона, а температура при цьому знизиться на 8°С?

Розв’язання. Фізичною системою є газ, природа якого невідома. Нехай його молярна маса дорівнює M. Газ виходить з балона, значить, маса змінюється. Зробимо схематичний рисунок, вкажемо для кожного стану параметри (рис. 8.1).



1-е состояние 2-е состояние

Рисунок 8.1

Запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона для кожного стану газу:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1, \tag{1}$$

$$p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2. \tag{2}$$

Запишемо у вигляді формул додаткові умови задачі:

$$\Delta m = m_1 - m_2; \qquad \Delta m = 0{,}4m_1,$$

де Δm – маса газу, що вийшов.

Тоді:

$$m_2 = 0{,}6 m_1; \qquad (3)$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T, \qquad (4)$$

де ΔT=8 К.

Рівняння (3) і (4) підставимо в (1) і (2) і розділимо одне на інше:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1}{0{,}6 m_1} \cdot \frac{T_1}{(T_1 - \Delta T)}.$$

Зробимо скорочення. Отримаємо:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{0{,}6(T_1 - \Delta T)}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\frac{p_1}{p_2} = 1{,}71.$$

Приклад 8.3.2. Повітряна бульбашка спливає з дна водойма. На глибині 6 м вона мала об’єм 10 мм^3. Знайти об’єм бульбашки біля поверхні води, якщо температура повітря в бульбашці не змінилася.

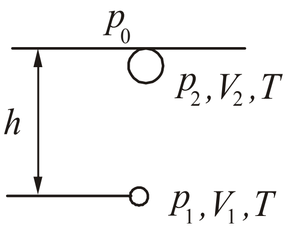


Рисунок 8.2

Розв’язання. Фізичної системою є повітря, яке знаходиться усередині бульбашки. Вважаємо його ідеальним газом. Стан системи змінюється. Виконаємо рисунок, вкажемо параметри кожного стану (рис. 8.2).

Температура не змінюється, тому процес є ізотермічним. Маса повітря в бульбашці не змінювалася, отже, можна застосувати закон Бойля – Маріотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \qquad (1)$$

Зовнішній тиск на глибині h складається з атмосферного тиску і тиску стовпа рідини висотою h:

$$p_{\text{вн}_1} = p_0 + \rho g h,$$

де p_0 – атмосферний тиск, ρ – густина води.

Цей зовнішній тиск врівноважується тиском повітря на стінки бульбашки, тому

$$p_1 = p_{\text{вн}_1} = p_0 + \rho g h. \qquad (2)$$

Зовнішній тиск у поверхні води дорівнює атмосферному, тому за аналогією запишемо:

$$p_2 = p_{\text{вн}_2} = p_0\,. \tag{3}$$

Підставимо (2) та (3) в рівняння (1) і розв'яжемо його відносно об'єму V_2:

$$V_2 = \frac{(p_0 + \rho g h)V_1}{p_0}\,. \tag{4}$$

Атмосферний тиск $p_0 = 10^5$ Па. Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$V_2 = 16\ \text{мм}^3.$$

Приклад 8.3.3. У колбі об'ємом V=240 см^3 знаходиться газ при температурі 290 К і тиску p=50 кПа. Визначити кількість речовини ν газу і число N його молекул.

Розв'язання. Фізичною системою є газ невідомої природи, який будемо вважати ідеальним. Стан газу не змінюється. Запишемо для нього рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \nu RT\,. \tag{1}$$

Знайдемо кількість речовини ν:

$$\nu = \frac{pV}{RT}\,, \tag{2}$$

де R – молярна газова стала.

Число молекул, що містяться в кількості речовини ν, визначимо із співвідношення:

$$N = \nu N_A\,, \tag{3}$$

де N_A – число Авоґадро.

Підставивши чисельні значення величин у формули (2) і (3), отримаємо

$$\nu = 0{,}005\ \text{моль}, \quad N = 3\cdot 10^{21}\,.$$

Приклад 8.3.4. У посудині знаходиться 16 г кисню і 12 г гелію при температурі 100°С і тиску 10^6 Па. Знайти об'єм посудини і густину суміші

Розв'язання. Фізичної системою є суміш газів, яку будемо вважати ідеальним газом. Скористаємося законом Дальтона:

$$p = p_1 + p_2\,, \tag{1}$$

де p_1 и p_2 – парціальний тиск кисню і гелію.

Виразимо парціальний тиск з рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_2}\cdot\frac{RT}{V}\,, \tag{2}$$

$$p_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{RT}{V}. \qquad (3)$$

Підставимо (2) і (3) у формулу (1). Отримаємо:

$$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right). \qquad (4)$$

Виразимо об'єм:

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right). \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$V = 1{,}08 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Густина дорівнює відношенню маси до об'єму:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (6)$$

Враховуючи, що $m = m_1 + m_2$, а об'єм V знайдений, отримаємо

$$\rho = 2{,}59 \text{кг/м}^3.$$

Приклад 8.3.5. Колба об'ємом V=4 л містить деякий газ масою m=0,6 г під тиском p=200 кПа. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу.

Розв'язання. Фізичною системою є газ, який будемо вважати ідеальним. Середня квадратична швидкість молекул

$$< v_{кв} >= \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \qquad (1)$$

де T – термодинамічна температура, M – молярна маса, R – молярна газова стала.

Стан газу не змінюється. Запишемо для нього рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT. \qquad (2)$$

З рівняння (2) знайдемо відношення $\frac{RT}{M}$:

$$\frac{RT}{M} = \frac{pV}{m}. \qquad (3)$$

Вираз (3) підставимо в (1), отримаємо:

$$< v_{\text{кв}} >= \sqrt{\frac{3pV}{m}} . \qquad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$< v_{\text{кв}} >= 2 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Приклад 8.3.6. Середня довжина вільного пробігу $< \lambda >$ молекули вуглекислого газу при нормальних умовах дорівнює 40 нм. Визначити середню арифметичну швидкість молекул і число $<z>$ зіткнень молекули за 1 с.

Розв'язання. Фізичної системою є газ, що знаходиться при нормальних умовах. Будемо вважати його ідеальним. Природа газу відома – CO_2. Визначаємо його молярну масу:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль).}$$

Відносну молярну масу знайдемо з використанням таблиці Менделєєва: $M_r = 12 + 2 \cdot 16 = 44$. Тогда $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Середня арифметична швидкість визначається за формулою:

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} . \qquad (1)$$

Середнє число $<z>$ зіткнень молекули за 1 с дорівнює відношенню середньої арифметичної швидкості $< v >$ до середньої довжини вільного пробігу $< \lambda >$:

$$< z >= \frac{< v >}{< \lambda >} . \qquad (2)$$

Підставивши числові значення величин у формули (1) і (2), отримаємо

$$< v >= 362 \text{ м/с,} \quad < z >= 9{,}1 \cdot 10^9 \text{ 1/с.}$$

<u>Зверніть увагу!</u> Нормальним умовам відповідає температура T=273 К і тиск в одну фізичну атмосферу $p_0 \approx 10^5$ Па.

Приклад 8.3.7. Порошинки, зважені в повітрі, мають масу $m=10^{-18}$ г. У скільки разів зменшується їх концентрація при збільшенні висоти з h_1=10 м до h_2=20 м? температура повітря T=300 К.

Розв'язання. Фізична система складається з порошинок, зважених у повітрі. При рівноважному розподілі порошинок їх концентрація залежить тільки від координати h спрямованої вертикально. У цьому випадку розподіл порошинок описується формулою Больцмана:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} , \qquad (1)$$

де n_0 – концентрація порошинок на висоті h=0,
k – стала Больцмана.

Запишемо рівняння (1) для висоти h_1 і h_2:

$$n_1 = n_0 e^{-\frac{mgh_1}{kT}}, \qquad (2)$$

$$n_2 = n_0 e^{-\frac{mgh_2}{kT}}. \qquad (3)$$

Поділимо рівняння (2) на рівняння (3), отримаємо:

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{\frac{mg}{kT}(h_2 - h_1)}. \qquad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{24} = 3{,}1 \cdot 10^{10}.$$

- **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Що називається макросистемою?
2. Які методи застосовують для опису процесів, що відбуваються в макросистемах?
3. Назвіть основні характеристики атомів і молекул.
4. Назвіть основні параметри стану макросистем.
5. Який газ називається ідеальним? За яких умов газ можна вважати ідеальним?
6. Запишіть рівняння стану ідеального газу.
7. Запишіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.
8. Запишіть рівняння, що зв'язує термодинамічну температуру і середню кінетичну енергію поступального руху молекул.
9. Запишіть формули для розрахунку найбільш ймовірної, середньої арифметичної та середньої квадратичної швидкості молекул газу.
10. Запишіть барометричну формулу Лапласа.
11. Запишіть формулу, що описує розподіл Больцмана.
12. Який процес називається ізотермічним, ізохорним, ізобарним? Запишіть закони, яким підпорядковуються ці ізопроцеси.
13. Який процес називається адіабатним? Запишіть рівняння Пуассона для адіабатного процесу.

8.4 Задачі для самостійного розв’язання

Базовий рівень

8.1. У колбі об’ємом V=0,3 м^3 знаходиться газ при температурі t=20°C і тиску p=9,97·10^4 Па. Визначити, скільки молей і скільки молекул газу міститься в колбі.

8.2. У посудині об’ємом 4 л знаходиться 1 г водню. Знайти концентрацію молекул в посудині.

8.3. Яка кількість речовини міститься в газі, якщо при тиску 200 кПа і температурі 240 К його об’єм дорівнює 40 л?

8.4. Визначити концентрацію молекул ідеального газу при температурі t=27°C і тиску p=1,5·10^5 Па.

8.5. Який об’єм займає кисень масою 2 г при тиску 100 кПа і температурі 20°C?

8.6. Яким має бути найменший об’єм балона, що вміщує 6,4 кг кисню, якщо його стінки при 20°C витримують тиск 15,7 МПа?

8.7. Який тиск стисненого повітря, що знаходиться в балоні об’ємом 20 л при 12°C, якщо маса цього повітря 2 кг?

8.8. Газ стискають при постійній температурі. При цьому його об’єм зменшився від 8 дм^3 до 5 дм^3, а тиск підвищився на 60 кПа. Знайти початковий тиск.

8.9. При збільшенні термодинамічної температури в 1,4 рази об’єм газу збільшився на 40 см^3. Знайти первинний об’єм, якщо процес відбувався при постійному тиску.

8.10. При температурі 27°C тиск газу в закритій посудині був 75 кПа. Яким буде тиск при температурі −13°C?

8.11. У балоні міститься газ при температурі 100°C. До якої температури потрібно нагріти газ, щоб його тиск збільшився в два рази?

8.12. Деякий газ при температурі 10°C і тиску 200 кПа має густину 0,34 кг/м^3. Знайти молярну масу газу.

8.13. Визначити середню арифметичну $\langle v\rangle$ і найбільш ймовірну $v_в$ швидкості молекул водню при температурі t=127°C.

8.14. Знайти середню квадратичну швидкість $\langle v_{кв}\rangle$ молекул азоту при температурі t=27°C.

Середній рівень

8.15. Знайти густину водню при температурі t=15°C і тиску p=9,5 МПа.

8.16. Скільки молекул повітря виходить з кімнати об’ємом 120 м^3 при підвищенні температури від 15°C до 25°C? Атмосферний тиск 10^5 Па.

8.17. Визначити початкову і кінцеву температури ідеального газу, якщо при ізобарному охолодженні на 290 К його об’єм зменшився вдвічі.

8.18. Посудину, що містить газ під тиском $1{,}4 \cdot 10^5$ Па, з'єднали з порожньою посудиною об'ємом 6 л. Після цього в обох посудинах встановився тиск 10^5 Па. Знайти об'єм першої посудини, якщо температура весь час залишалася постійною.

8.19. Ідеальний газ, здійснює цикл, зображений на рис. 8.19. З яких процесів складається цикл? Побудуйте цей цикл в координатах (p,V).

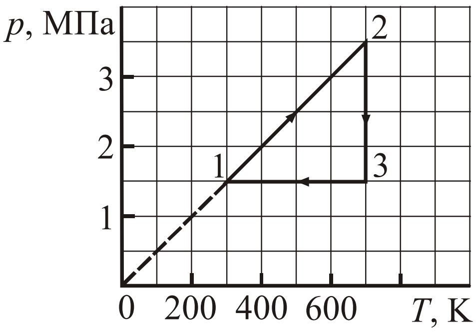


Рисунок 8.19

8.20. У балоні об'ємом 5 л міститься кисень масою 20 г. Визначити концентрацію молекул в балоні.

8.21. Газ при температурі 36°C і тиску 0,7 МПа має густину 12 кг/м^3. Визначити молярну масу газу.

8.22. Колба об'ємом 4 дм^3 містить деякий газ масою 0,6 г під тиском 200 кПа. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу.

8.23. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул водню при тиску p=0,1 Па і температурі T=100 К.

8.24. У посудині знаходиться вуглекислий газ, густина якого 1,7 кг/м^3. Середня довжина вільного пробігу молекул 52 нм. Знайти ефективний діаметр молекул вуглекислого газу.

8.25. Знайти середнє число зіткнень в одиницю часу молекул азоту при температурі 27°C і тиску 50 кПа.

8.26. Знайти коефіцієнт дифузії водню при нормальних умовах, якщо середня довжина вільного пробігу молекул дорівнює 16 нм.

8.27. Знайти коефіцієнт теплопровідності повітря при тиску 100 кПа і температурі 10°C. Ефективний діаметр молекул повітря вважати рівним 0,36 нм.

8.28. Знайти коефіцієнт в'язкості кисню при нормальних умовах.

Достатній рівень

8.29. Знайти молярну масу M суміші кисню масою m_1=25 г і азоту масою m_2=75 г.

8.30. Який об'єм займає суміш, що складається з 0,28 кг азоту и 0,04 кг гелію при температурі t=–13°C і тиску $p=9{,}8 \cdot 10^4$ Па?

8.31. У балоні знаходиться газ при температурі t_1=40°C і тиску $p_1=1{,}6 \cdot 10^7$ Па. Визначити тиск p_2 в балоні після того, як 30% маси газу було використано, а температура стала t_2=7°C.

8.32. Гранично допустима концентрація молекул парів ртуті в повітрі дорівнює $3 \cdot 10^{16}$ м$^{-3}$. Знайти, при якій масі речовини в одному кубічному метрі повітря з'являється небезпека отруєння.

8.33. Який тиск газу, якщо його густина 1,35 кг/м^3, а середня квадратична швидкість молекул 500 м/с?

8.34. Середня квадратична швидкість молекул деякого газу за нормальних умов дорівнює $\langle v_{кв} \rangle$=450 м/с. Скільки молекул міститься в масі m=1 г цього газу?

8.35. Повітря нагріли на ΔT=3 К, при цьому його об'єм збільшився на 1% від початкового. Яка була початкова температура, якщо в процесі нагрівання тиск не змінювався?

8.36. Манометр на автомобільній камері при температурі t_1=–13°С показує тиск 0,160 МПа (надлишкове над атмосферним). Яким став тиск, якщо в результаті тривалого руху автомобіля повітря в камері нагрілося до 37°С?

8.37. Манометр на балоні з газом в приміщенні з температурою t_1=17°С показує тиск p=0,24 МПа (надлишкове над атмосферним). На вулиці показання манометра зменшилося на Δp=0,04 МПа. Знайти температуру повітря на вулиці, якщо атмосферний тиск p_0=0,1 МПа.

8.38. На якій висоті тиск повітря зменшується в 5 разів? Температуру повітря t вважати постійною і рівною 17°С.

8.39. На якій висоті густина повітря становить 25% від його густини на рівні моря? Температуру повітря t вважати постійною і рівною 0°С.

8.40. Вважаючи повітря ідеальним газом, розрахувати на якій висоті над поверхнею Землі концентрація молекул кисню в e разів менше, ніж у поверхні Землі. Температуру вважати постійною і рівною t=15°С. e – основа натуральних логарифмів.

8.41. Знайти густину повітря на висоті 4 км від поверхні Землі. Температуру повітря t вважати постійною і рівною 0°С. Тиск повітря біля поверхні Землі p_0=100 кПа.

8.42. Знайти середнє число зіткнень молекули кисню протягом t=1 с при нормальних умовах.

8.43. Площа поперечного перерізу мідного стрижня S=10 см^2, довжина стрижня l=50 см. Різниця температур на кінцях стрижня ΔT=15 К. Яка кількість тепла проходить в одиницю часу через переріз стрижня? Втратами тепла крізь бічну поверхню знехтувати.

8.44. Яку кількість тепла втрачає за 1 хв кімната розміром 4х5 м^2 і заввишки 3 м через чотири цегляні стіни? Температура в кімнаті t_1=15°С, температура зовнішнього повітря t_2=–20°С. Товщина стін 50 см. Теплопровідність цегли 0,84 Вт/(м·К). Втратами тепла через підлогу і стелю знехтувати.

8.45. Два однакових сталевих моста повинні бути побудовані один на півночі, інший на півдні. Якими мають бути при 0°С зазори, що компенсують подовження мосту при зміні температури, якщо на півдні можливі коливання від –10 до +50°С, а на півночі від –50 до +20°С? При 0°С довжина моста l_0=100 м. Коефіцієнт лінійного розширення сталі $1\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

§9 Термодинаміка

9.1 Основні теоретичні відомості

Характеристиками процесів теплопередачі і виконання роботи є кількість тепла Q і робота A. Теплопередача відбувається в результаті взаємодії атомів або молекул, тобто на мікрорівні. Робота виконується в результаті взаємодії макротіл, тобто на макрорівні.

1. *Перший закон термодинаміки*: Кількість тепла, що передане системі, йде на приріст внутрішньої енергії системи і на виконання системою роботи над зовнішніми тілами.

$$Q = \Delta U + A . \tag{9.1}$$

Перший закон термодинаміки в диференціальній формі:

$$\delta Q = dU + \delta A . \tag{9.2}$$

2. Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_V T , \tag{9.3}$$

де i – число ступенів свободи молекули.
Для одноатомної молекули жорстким зв'язком i=3, для двоатомної i=5. Якщо число атомів в молекулі три і більше трьох, то число ступенів свободи i=6.

3. Робота розширення газу в загальному випадку:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV . \tag{9.4}$$

При ізобарному процесі: $$A = p(V_2 - V_1) , \tag{9.5}$$

при ізотермічному процесі: $$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1} , \tag{9.6}$$

при адіабатному процесі: $$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T , \tag{9.7}$$

або

$$A = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] , \tag{9.8}$$

де $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ – показник адіабати.

4. Молярні теплоємності ідеального газу при постійному об'ємі (C_v) і постійному тиску (C_P)

$$C_v = \frac{i}{2}R, \tag{9.9}$$

$$C_P = \frac{i+2}{2}R. \tag{9.10}$$

Зв'язок між питомою c і молярною C теплоємностями

$$c = \frac{C}{M}. \tag{9.11}$$

Рівняння Майєра:

$$C_P - C_v = R. \tag{9.12}$$

5. Рівняння Пуассона, що зв'язує параметри ідеального газу при адіабатному процесі:

$$pV^{\gamma} = \text{const}.$$

Для двох станів:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}. \tag{9.13}$$

Зробивши заміну в рівнянні (9.13), його можна записати наступним чином:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \text{або} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

6. Коефіцієнт корисної дії (ккд) теплової машини:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \tag{9.14}$$

При цьому

$$Q_1 - Q_2 = A, \tag{9.15}$$

де Q_1 – кількість тепла, що одержується робочим тілом від тепловіддавача;
Q_2 – кількість тепла, що віддається робочим тілом теплоприймачу;
A – робота, що здійснюються робочим тілом.

Ккд циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \tag{9.16}$$

де T_1 и T_2 – термодинамічні температури тепловіддавача і теплоприймача.

7. *Другий закон термодинаміки*: ентропія замкнутої системи за будь-яких процесів, що відбуваються в ній не зменшується – вона зростає при необоротних процесах і залишається постійною у випадку оборотних процесів, тобто

$$\Delta S \geq 0. \tag{9.17}$$

Зміна ентропії системи в будь-якому оборотному процесі, що переводить її з рівноважного стану 1 в рівноважний стан 2:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_{\text{обр}}}{T}. \tag{9.18}$$

9.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

9.2.1. Перш за все, треба з'ясувати характер процесу, що протікає в газі, якщо він не вказаний в умові завдання. Для ізобарного процесу виконується умова $p = \text{const}$, для ізохорного – $V = \text{const}$, для ізотермічного – $T = \text{const}$, для адиабатного – $Q = 0$.

Для виконання ізотермічного процесу необхідно повільне протікання процесу. Близькими до адіабатного процесу є процеси яки протікають швидко, оскільки кількість тепла, яким обмінюється тіло з зовнішнім середовищем, буде тим менше, чим швидше протікає процес.

9.2.2. Основна задача термодинаміки рівноважних процесів полягає в знаходженні всіх макростанів фізичної системи. Якщо початковий і кінцевий стани системи відомі, то можна знайти зміну її внутрішньої енергії. Для ідеального газу в цьому випадку використовують формулу (9.3).

Якщо процес відомий, то можна знайти роботу, що виконана системою, розрахувати кількість тепла, що отримане або віддане системою, використовуючи формули (9.4) – (9.8), а також перший закон термодинаміки – формули (9.1), (9.2).

9.2.3. При розрахунку зміни ентропії за формулою (9.18) треба пам'ятати, що δQ означає кількість тепла, яке отримане тілом. Якщо тіло віддає тепло, то δQ пишуть зі знаком мінус. Якщо перехід з початкового стану в кінцеве здійснюється декількома процесами, то зведена кількість тепла дорівнює їх алгебраїчній сумі у кожному процесі. Формулу (9.18) можна застосовувати тільки до оборотних процесів.

9.3. Приклади розв'язання задач

Приклад 9.3.1. Ідеальний газ переходить зі стану 1 в стан 2 (рис. 9.1): а) по ділянці 1A2; б) по ділянці 1BCD2. Вкажіть характер процесу на кожній ділянці. У якому випадку газ виконує більш велику роботу і в скільки разів?

Розв'язання. Розглянемо ділянку 1A2. Віна складається з двох процесів. Перехід 1A відповідає ізохорному процесу, оскільки об'єм постійний, перехід A2 – ізобарний, оскільки тиск постійний. При ізохорному процесі робота дорівнює нулю, так що об'єм залишається постійним: $A_{1A} = 0$. Отже, робота при переході газу із стану 1 в стан 2 по ділянці 1A2 буде дорівнювати роботі на ділянці A2. Робота при ізобарному процесі чисельно дорівнює площі, обмеженій графіком процесу і ординатами об'єму. З графіка визначаємо: p=1 МПа=10^6 Па, V_1=10 л =$10\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=40 л =$40\cdot10^{-3}$ м^3.

Розрахуємо роботу:

$$A_{1A2} = 10^6(40-10)\cdot10^{-3} = 30\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

Розглянемо ділянку 1BCD2. Вона складається з чотирьох процесів. Переходи 1B і CD відповідають ізобарним процесам, так вони відбуваються при постійних тисках. Переходи BC і D2 відповідають ізохорним процесам, оскільки вони відбуваються при постійних об'ємах. Отже, робота при переході газу із стану 1 в стан 2 по ділянці 1BCD2 дорівнюватиме сумі робіт на ділянках 1B і CD. З графіка визначаємо: на ділянці 1B p=3 МПа=$3\cdot10^6$ Па, V_1=10 л =$10\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=20 л =$20\cdot10^{-3}$ м^3.

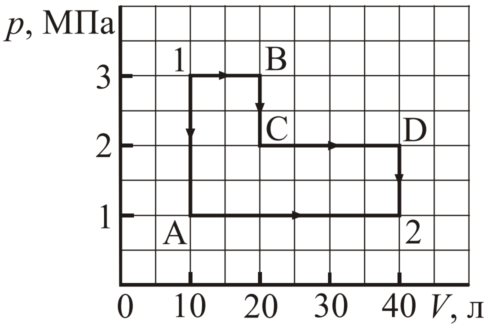


Рисунок 9.1

Розрахуємо роботу на ділянці 1B:

$$A_{1B} = 3\cdot10^6(20-10)\cdot10^{-3} = 30\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

З графіка визначаємо: на ділянці CD p=2 МПа=$2\cdot10^6$ Па, V_1=20 л =$20\cdot10^{-3}$ м^3, V_2=40 л=$40\cdot10^{-3}$ м^3.

Розрахуємо роботу на ділянці CD:

$$A_{CD} = 2\cdot10^6(40-20)\cdot10^{-3} = 40\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

Робота на ділянці 1BCD2:

$$A_{1BCD2} = (30+40)\cdot10^3 = 70\cdot10^3 \text{ Дж}.$$

Знайдемо відношення робіт:

$$\frac{A_{1BCD2}}{A_{1A2}} = \frac{70\cdot10^3}{30\cdot10^3} = 2{,}33.$$

Приклад 9.3.2. Деяка маса кисню займає об'єм V_1=3 л при температурі t_1=27°C і тиску p_1=820 кПа (рис. 9.2). У стані B газ має параметри V_2=4,5 л і p_2=600 кПа. Знайти кількість тепла Q, що отримане газом, роботу A, що виконана газом при розширенні, і зміну ΔU внутрішньої енергії газу, якщо він переходить зі стану A в стан B: а) по ділянці ACB; б) по ділянці ADB.

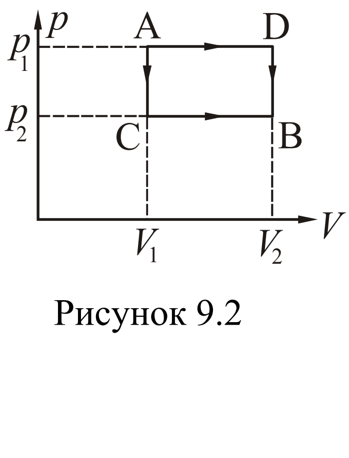


Рисунок 9.2

Розв'язання. а) Розглянемо перехід по ділянці ACB. Цей перехід складається з двох процесів: ділянка АС – ізохорний процес при V_1=const, ділянка СВ – ізобарний процес при p_2=const. На ділянці АС об'єм не змінюється, тому робота з розширення газу дорівнює нулю. Отже, робота, що здійснюється газом на ділянці АСВ, буде дорівнювати роботі, яка виконується на ділянці СВ. Процес ізобарний, тому

$$A = p_2(V_2 - V_1)\,. \tag{1}$$

Внутрішня енергія є функцією стану. Це означає, що її зміна не залежить від того, як здійснювався перехід, а буде визначатися тільки значеннями температури в початковому і кінцевому станах. Позначимо температуру кінцевого стану (стану В) через T_2. тоді

$$\Delta U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}\left(\frac{m}{M}RT_2 - \frac{m}{M}RT_1\right), \tag{2}$$

де i – число ступенів свободи. Кисень – двоатомний газ, тому i=5.

Для станів А і В запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1, \tag{3}$$

$$p_2V_2 = \frac{m}{M}RT_2\,. \tag{4}$$

Зробимо заміну в (2) з урахуванням рівнянь (3) і (4), отримаємо:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right). \tag{5}$$

Кількість тепла, що отримане газом, розраховується за першим законом термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A\,. \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (1), (2), (6) отримаємо:

$$A = 900 \text{ Дж}, \quad \Delta U = 600 \text{ Дж}, \quad Q = 1500 \text{ Дж}.$$

б) Розглянемо перехід по ділянці ADB. Він теж складається з двох процесів: AD – ізобарний процес при p_1=const, DB – ізохорний процес при V_2=const. Робота на ділянці DB дорівнює нулю, оскільки об'єм не змінюється. Отже

$$A = p_1\left(V_2 - V_1\right). \tag{7}$$

Зміна внутрішньої енергії знайдена в попередньому пункті.
Підставивши чисельні значення величин у Формулу (7), отримаємо

$$A = 1230 \text{ Дж}, \quad \Delta U = 600 \text{ Дж}, \quad Q = 1800 \text{ Дж}.$$

Приклад 9.3.3. Двоатомний газ займає об'єм V_1=0,5 л при тиску p_1=50 кПа. Газ стискається адіабатно до деякого об'єму V_2 і тиску p_2. Потім він охолоджується при V_2=const до початкової температури, причому його тиск стає рівним p_0=100 кПа. Накреслити графік процесу. Знайти об'єм V_2 і тиск p_2.

Розв'язання. Накреслимо графік процесу в координатах pV (рис. 9.3). Ділянка 1-2 – адіабатний процес, ділянка 2-3 – ізохорний процес. Зазначимо на графіку параметри станів 1, 2, 3.

За умовою в станах 3 і 1 температура однакова, це значить, що вони знаходяться на одній ізотермі. Параметри цих станів пов'язані рівнянням Бойля – Маріотта:

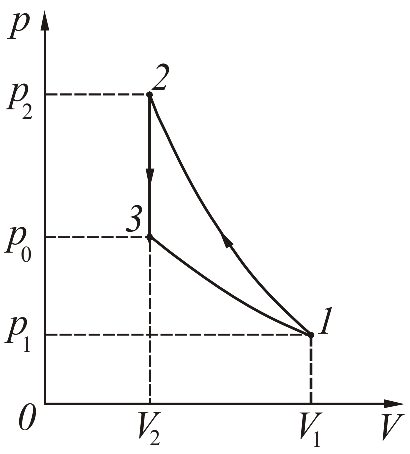


Рисунок 9.3

$$p_1V_1 = p_0V_2. \tag{1}$$

Знайдемо об'єм V_2:

$$V_2 = \frac{p_1V_1}{p_0}. \tag{2}$$

Процес 1-2 описується рівнянням Пуассона для адіабатного процесу:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}, \tag{3}$$

де γ – показник адіабати.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}, \tag{4}$$

де $C_P = \frac{i+2}{2}R$ – молярна теплоємність при постійному тиску;

$C_{\text{v}} = \frac{i}{2}R$ – молярна теплоємність при постійному об'ємі.

Тоді:

$$\gamma = \frac{(i+2)R}{2} \cdot \frac{2}{iR} = \frac{(i+2)}{i}, \tag{5}$$

де i – число ступенів свободи, i=5, оскільки газ двоатомний.
З рівняння (3) знайдемо тиск p_2:

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}. \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (2), (5), (6), отримаємо:

$$V_2 = 0{,}25 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3,\ \ \gamma = 1{,}4,\ \ p_2 = 1{,}32\ \text{кПа}.$$

Приклад 9.3.4. Ідеальна теплова машина, що працює за циклом Карно, виконує за один цикл роботу A=73,5 кДж. Температура нагрівача t_1=100°С, температура холодильника t_2=0°C. Знайти ккд циклу, кількість тепла Q_1, що одержується машиною за один цикл від нагрівача, і кількість тепла Q_2, що віддається за один цикл холодильнику.

Розв'язання. Коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (1)$$

де Q_1 – кількість тепла, що одержується робочим тілом від тепловіддавача;
Q_2 – кількість тепла, що віддається робочим тілом теплоприймачу.

Ккд ідеального циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2)$$

де T_1 и T_2 – термодинамічні температури нагрівача і холодильника.

Різниця $Q_1 - Q_2$ дає роботу, що виконується робочим тілом:

$$Q_1 - Q_2 = A. \qquad (3)$$

З урахуванням (3) формулу (1) перепишемо у вигляді:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \qquad (4)$$

Звідси:

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (2) і (5), отримаємо

$$\eta = 0{,}27, \quad Q_1 = 272 \text{ кДж.}$$

З рівняння (3) знайдемо Q_2:

$$Q_2 = Q_1 - A. \qquad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$Q_2 = 198{,}5 \text{ кДж.}$$

Приклад 9.3.5. Теплова машина, робочим тілом якої є ідеальний одноатомний газ, здійснює цикл, зображений на рис. 9.4. Знайти ккд теплової машини.

Розв'язання. Коефіцієнт корисної дії теплової машини визначається співвідношенням:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%, \qquad (1)$$

де A – робота, що виконується за цикл,

Q_1 – кількість тепла, що одержується робочим тілом від тепловіддавача за цикл.

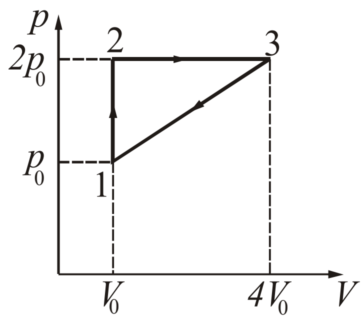


Рисунок 9.4

Робота циклу дорівнює площі, обмеженій графіками процесу. У нашій задачі – це прямокутний трикутник з основою $\left(4V_0 - V_0\right)$ і висотою $(2p_0 - p_0)$. Отже,

$$A = \frac{1}{2} 3V_0\, p_0 = 1{,}5 p_0 V_0 . \quad (2)$$

Знайдемо Q_1, використовуючи перший закон термодинаміки:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = A_{12} + A_{23} + \Delta U , \quad (3)$$

де A_{12} – робота на ділянці 1-2,
A_{23} – робота на ділянці 2-3,
ΔU – зміна внутрішньої енергії на ділянці 1-2-3.

$$A_{12} = 0, \quad (4)$$

оскільки процес 1-2 є ізохорний (V=const).

$$A_{23} = 2p_0(4V_0 - V_0) = 6p_0V_0, \quad (5)$$

оскільки процес 2-3 є ізобарний (p=const).

Зміна внутрішньої енергії ΔU на ділянці 1-2-3 буде визначатися початковими і кінцевими значеннями температур, тобто значеннями температур T_1 і T_3 в точках 1 і 3.

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\left(T_3 - T_1\right), \quad (6)$$

де i – число ступенів свободи. i=3, оскільки газ одноатомний.

Виразимо ΔU через параметри p_0 і V_0. Для цього запишемо рівняння Менделєєва – Клапейрона для станів 1 і 3:

$$p_0V_0 = \frac{m}{M} RT_1, \quad (7)$$

$$2p_0 \cdot 4V_0 = \frac{m}{M} RT_3 . \quad (8)$$

Віднімемо з рівняння (8) рівняння (7), отримаємо:

$$7p_0V_0 = \frac{m}{M} R(T_3 - T_1) . \quad (9)$$

Порівнявши (6) і (9), запишемо:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 7 p_0 V_0 = 10{,}5 p_0 V_0 . \qquad (10)$$

Підставимо (5) і (10) в рівняння (3), отримаємо:

$$Q_1 = 6 p_0 V_0 + 10{,}5 p_0 V_0 = 16.5 p_0 V_0 . \qquad (11)$$

Знайдемо ккд циклу, зробивши підстановку в рівняння (1):

$$\eta = \frac{1{,}5 p_0 V_0}{16{,}5 p_0 V_0} \cdot 100\% = 9{,}1\% .$$

Приклад 9.3.6. Знайти зміну ентропії ΔS при перетворенні маси m=1 г води, що знаходиться при температурі t=0°С в пару ($t_п$=100°С).

Розв'язання. Процес перетворення води в пару складається з двох процесів: 1) нагрівання води від 0°С до 100°С; 2) процес пароутворення, тобто перехід з рідкого стану в газоподібний. Зміна ентропії дорівнюватиме алгебраїчній сумі змін ентропії в зазначених процесах.

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q_1}{T} + \int_{\text{рідина}}^{\text{газ}} \frac{\delta Q_2}{T_2} . \qquad (1)$$

Кількість тепла, необхідне для нагрівання води:

$$\delta Q_1 = c\, m\, dT , \qquad (2)$$

де c – питома теплоємність води.

Кількість тепла, необхідне для пароутворення:

$$\delta Q_2 = r dm , \qquad (3)$$

де r – питома теплота пароутворення.

Зробимо заміну в рівнянні (1) і інтегруємо:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c\, m\, dT}{T} + \frac{rm}{T_2} = c\, m \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{r\, m}{T_2} , \qquad (4)$$

оскільки в процесі пароутворення температура T_2 не змінюється.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\Delta S = 7{,}48 \text{ Дж/К}.$$

<u>Зверніть увагу!</u> Питома теплоємність води $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), питома теплота пароутворення $r = 22{,}6 \cdot 10^5$ Дж/кг.

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Що називається термодинамічною системою?
2. Який процес називається рівноважним? нерівноважним?
3. Який процес називається оборотним? необоротним?
4. Запишіть вираз для роботи, що здійснюється системою при зміні об’єму.
5. Що називається числом ступенів свободи? Чому дорівнює число ступенів свободи для одноатомної, двоатомної і багатоатомної молекули?
6. Сформулюйте закон рівнорозподілу енергії за ступенями свободи.
7. Дайте визначення внутрішньої енергії. З чого складається внутрішня енергія ідеального газу? Запишіть формулу для розрахунку внутрішньої енергії ідеального газу.
8. Що називається кількістю тепла? Дайте визначення теплоємності тіла, молярної теплоємності, питомої теплоємності. Запишіть формули для розрахунку молярної теплоємності ідеального газу в ізохорному і ізобарному процесі.
9. Сформулюйте і запишіть перший закон термодинаміки.
10. Як розраховується робота ідеального газу при ізотермічному, ізобарному і адіабатному процесах?
11. Який цикл називається циклом Карно? Як розраховується ккд циклу Карно?
12. Як розраховується зміна ентропії в разі оборотних процесів?

9.4 Задачі для самостійного розв'язування

Базовий рівень

9.1. Обчислити питомі і молярні теплоємності гелію, водню і вуглекислого газу.

9.2. 1 кмоль водяної пари знаходиться при температурі t=300°С. Знайти: а) середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули, б) повну середню кінетичну енергію цієї молекули; в) кінетичну енергію всіх молекул пари.

9.3. На скільки змінюється внутрішня енергія кисню масою 200 г при збільшенні температури на 20°С?

9.4. Яка внутрішня енергія гелію, що заповнює аеростат об'ємом 60 м^3 при тиску 100 кПа?

9.5. Деякий газ займав об'єм 20 дм^3. Яким став об'єм газу, якщо при ізобарному розширенні була виконана робота 496 Дж. Тиск газу 80 кПа.

9.6. При розширенні газу в циліндрі з поперечним перерізом 100 см^2 газу надали 75 кДж тепла. Тиск при цьому залишився постійним і рівним 15 МПа. Як і на скільки змінилася внутрішня енергія газу, якщо поршень пересунувся на відстань 40 см?

9.7. 4 моля ідеального одноатомного газу отримує деяку кількість тепла. При цьому температура газу підвищується на 20°С. Робота, що здійснюється газом у цьому процесі, дорівнює 1 кДж. Визначити отриману кількість тепла.

9.8. Ідеальному двоатомному газу передали 4 кДж тепла. При цьому температура газу підвищується на 25°С. Робота, що виконана газом у цьому процесі, дорівнює 1 кДж. Визначити кількість речовини.

9.9. Температура нагрівача ідеальної теплової машини 117°С, а теплоприймача 27°С. Кількість тепла, що отримується машиною за один цикл, дорівнює 60 кДж. Обчислити ккд машини і кількість тепла, що віддається теплоприймачу за один цикл.

9.10. Ккд ідеального теплового двигуна 40%. Газ отримав від нагрівача 5 кДж тепла. Яка кількість тепла віддано холодильнику?

Середній рівень

9.11. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули кисню, якщо кисень знаходиться під тиском $3\cdot10^5$ Па і має густину 2 кг/м^3.

9.12. Метан, який займає об'єм V=10^{-2} м^3 і що знаходиться під тиском p=$15\cdot10^5$ Па, був нагрітий від 10°С до 27°С при постійному тиску. Визначити роботу розширення газу і зміну його внутрішньої енергії.

9.13. Чому дорівнює внутрішня енергія молекул двоатомних газу, який займає посудину об'ємом V=2 м^3 і знаходиться під тиском p=$6\cdot10^5$ Па?

9.14. При стисканні кисню масою m=0,5 кг при постійному тиску була виконана робота A=600 Дж. Як і на скільки змінилася температура газу?

9.15. Яка робота виконується при ізотермічному стисканні повітря масою m=0,50 кг, взятого при температурі t=17°С, якщо об'єм газу зменшується в 5 разів?

9.16. Скільки тепла поглинається при ізотермічному розширенні газу, що знаходиться під тиском $p_1=10^5$ Па, від об'єму $V_1=1{,}0\cdot10^{-2}$ м^3 до об'єму $V_2=1{,}5\cdot10^{-2}$ м^3?

9.17. 1 кмоль двоатомного газу стискають адіабатно. При цьому була виконана робота 46 кДж. На скільки збільшилася температура газу при стисканні?

9.18. Температура повітря в кімнаті об'ємом 70 м^3 була 7°С. Після того, як включили обігрівач, температура піднялася до 23°С. Знайти роботу повітря при розширенні, якщо тиск постійний і дорівнює 100 кПа.

9.19. Перехід газу із стану 1 в стан 2 описується графіком, що представлений на рис. 9.19. Маса газу не змінюється. Визначити роботу, що виконується газом. Як змінилася температура газу?

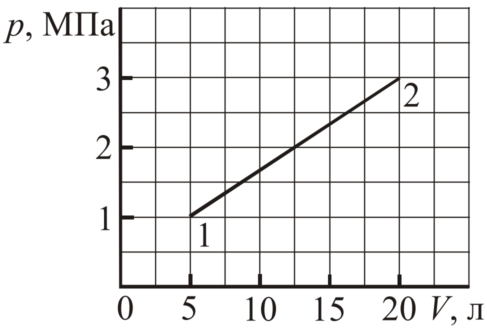


Рисунок 9.19

9.20. При ізохорному нагріванні кисню об'ємом V=50 л тиск змінився від p_1=0,8 МПа до p_2=1,3 МПа. Знайти кількість тепла, що передано газу.

9.21. Кисень об'ємом V_1=7,5 л адіабатно стискають до об'єму V_2=1,0 л, причому в кінці стискання встановився тиск p_2=1,6 МПа. Під яким тиском перебував газ до стискання?

9.22. Ідеальна теплова машина, що працює за циклом Карно, отримує за кожен цикл від нагрівача 2500 Дж тепла. Температура нагрівача 400 К, температура холодильника 300 К. Знайти роботу, що виконується машиною за один цикл, і кількість тепла, що віддається холодильнику за один цикл.

9.23. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. Визначити ккд циклу, якщо відомо, що за один цикл була виконана робота рівна $3\cdot10^4$ Дж, а холодильнику було передано $13\cdot10^4$ Дж тепла.

9.24. Ідеальна теплова машина, що працює за циклом Карно, виконує за один цикл роботу $7{,}35\cdot10^4$ Дж. Температура нагрівача 100°С, температура холодильника 0°С. Знайти: а) ккд машини, б) кількість тепла, що одержує машина за один цикл від нагрівача; в) кількість тепла, що віддається за один цикл холодильнику.

Достатній рівень

9.25. Знайти питомі теплоємності c_p і c_V деякого двоатомного газу, якщо густина цього газу при нормальних умовах дорівнює ρ=1,43 кг/м^3.

9.26. Знайти питомі теплоємності c_p і c_V деякого газу, якщо відомо що молярна маса цього газу $M=32\cdot10^{-3}$ кг/моль, а відношення молярних теплоємностей $C_p/C_V=1{,}4$.

9.27. $5\cdot10^{-3}$ м^3 повітря, що міститься в посудині при нормальних умовах, розширюють при постійному тиску до подвійного об'єму, а потім адіабатно розширюють так, що тиск стає в 4 рази менше, ніж первинний. Обчислити роботу розширення газу за цих умов.

9.28. Газ розширюється адіабатно, причому його об'єм збільшується вдвічі, а термодинамічна температура падає в 1,32 рази. Яке число ступенів свободи мають молекули цього газу?

9.29. Газ, що займає об'єм V_1=0,01 м^3, перебуває під тиском p_1=0,01 МПа і має температуру T_1=300 К. Газ нагрівається спочатку при постійному об'ємі до температури T_2=320 К, а потім при постійному тиску до температури T_3=350 К. Накреслити графік процесу в координатах pV. Знайти роботу, що виконується при переході зі стану 1 в стан 3.

9.30. Перехід 10 моль газу із стану 1 в стан 3 описується графіком, що представлений на рис. 9.30. Маса газу не змінюється. Визначити роботу, що виконується газом при переході з 1 в 2. Вкажіть співвідношення температур в станах 1,2,3.

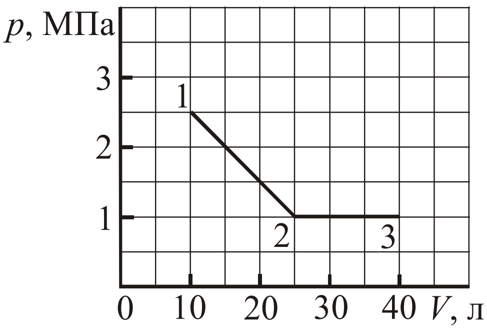


Рисунок 9.30

9.31. Один моль ідеального газу здійснює замкнутий цикл, який складається з двох ізохор і двох ізобар. Температура в точці 1 складає T_1=373 К, а в точці 3 – T_3=473 К. Накреслити графік процесу в координатах pV. Знайти роботу, яку виконав газ за цикл, якщо точки 2 і 4 лежать на одній ізотермі.

9.32. У циліндрі з площею основи S=100 см^2 знаходиться повітря при температурі T=290 К. На висоті h=0,6 м від основи циліндра знаходиться легкий поршень, на якому лежить гиря масою m=100 кг. Яку роботу виконає газ при розширенні, якщо його нагріти на 50 К? Атмосферний тиск p_0=10^5 Па.

9.33. Один моль ідеального двоатомного газу здійснює цикл, що складається з двох ізохор і двох ізобар. Найменший об'єм V_{min}=10 л, найбільший V_{max}=20 л, найменший тиск p_{min}=246 кПа, найбільшу p_{max}=410 кПа. Накреслити графік циклу. Визначити температуру газу для характерних точок циклу і його ккд.

9.34. Теплова машина, робочим тілом якої є ідеальний одноатомний газ, здійснює цикл, зображений на рис. 9.34. Знайти ккд теплової машини.

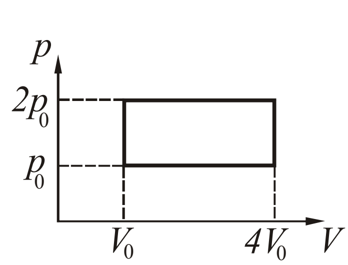


Рисунок 9.34

9.35. Ідеальна теплова машина, для якої навколишнє повітря, що знаходиться при нормальних атмосферних умовах, є холодильником, піднімає вантаж масою 400 кг. Робоче тіло машини від нагрівача з температурою 200°С отримує 80 кДж тепла. На яку максимальну висоту підніме вантаж теплова машина? Тертям знехтувати.

9.36. Внаслідок ізохорного нагрівання водню масою m=1 г тиск газу збільшився в два рази. Визначити зміну ентропії газу.

9.37. Шматок льоду масою m=200 г, узятий при температурі $t_1 = -10°C$, був нагрітий до температури t_2=0°C і розплавлений, після чого вода, що утворилася, була нагріта до t=10°C. Визначити зміну ентропії в ході зазначених процесів.

9.38. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні кисню масою m=16 г від тиску p_1=100 кПа до тиску p_2=50 кПа.

Глава 3. Електростатика. Постійний електричний струм

§10 Електростатика

10.1 Основні теоретичні відомості

1. Для електричного заряду виконується *закон збереження заряду*: алгебраїчна сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною постійною:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_N = \text{const} \tag{10.1}$$

або

$$\sum_{i=1}^{N} q_i = \text{const}.$$

2. Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів q_1 і q_2, що знаходяться на відстані r один від одного в середовищі з діелектричною проникністю ε, визначається за законом Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \tag{10.2}$$

де ε_0 – електрична стала.

3. Основними характеристиками електростатичного поля є напруженість $\vec{E}$ і потенціал φ.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \tag{10.3}$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє з боку електричного поля на позитивний пробний заряд q, поміщений у дану точку поля.

$$\varphi = \frac{W_\text{п}}{q}, \tag{10.4}$$

де $W_\text{п}$ – потенціальна енергія позитивного пробного заряду q, що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенціальна енергія заряду, віддаленого у нескінченність, дорівнює нулю).

4. Для поля, створеного точковим зарядом q:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \tag{10.5}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r}, \tag{10.6}$$

де r – відстань від заряду q до точки, в якій визначаються напруженість і потенціал.

Напруженість поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні радіусом R в точках, що лежать поза і всередині сфери на відстані r від її центру, відповідно дорівнює:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2}, \text{ якщо } r \geq R, \tag{10.7}$$

$$E = 0, \text{ якщо } r < R.$$

Напруженість поля нескінченної рівномірно зарядженої нитки

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{\varepsilon r}, \tag{10.8}$$

де $\tau = \frac{q}{\ell}$ – лінійна густина заряду,

r – відстань від нитки до точки, в якій визначається напруженість.

Напруженість поля нескінченної рівномірно зарядженої площини

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{10.9}$$

де $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхнева густина заряду.

Напруженість поля, що створюється двома нескінченними паралельними площинами, різнойменно зарядженими з постійною поверхневою густиною заряду σ (поле плоского конденсатора) у точках, розташованих між площинами і поза ними, відповідно дорівнює

$$E_{\text{внутр}} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad E_{\text{зовн}} = 0. \tag{10.10}$$

5. *Принцип суперпозиції полів*: Напруженість поля, що створюється кількома зарядженими тілами, дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються в даній точці простору кожним із заряджених тіл:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n. \tag{10.11}$$

Потенціал поля, що створюється кількома зарядженими тілами, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, що створюються в даній точці простору кожним із заряджених тіл:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots \varphi_n. \tag{10.12}$$

6. Зв'язок напруженості з потенціалом:

а) у разі однорідного поля $E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$; (10.13)

б) у разі поля, що має центральну або осьову симетрію

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \tag{10.14}$$

7. Робота сил поля з переміщення заряду q з точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2:

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{10.15}$$

або:

$$A = q\int_{r_1}^{r_2} E_r dr, \tag{10.16}$$

де E_r – проекція вектора напруженості $\vec{E}$ на напрям $d\vec{r}$.

8. Електроємність відокремленого провідника і конденсатора відповідно

$$C = \frac{q}{\varphi}, \qquad C = \frac{q}{U}, \tag{10.17}$$

де q – заряд провідника або модуль заряду пластини конденсатора відповідно; φ – потенціал провідника (за умови, що у нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю); U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора.

Електроємність відокремленої кулі

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R, \tag{10.18}$$

де R – радіус кулі.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}, \tag{10.19}$$

де S – площа пластини (однієї) конденсатора, d – відстань між пластинами.

Електроємність батареї конденсаторів:

а) при послідовному з'єднанні
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}, \tag{10.20}$$

б) при паралельному з'єднанні
$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n, \tag{10.21}$$

де n – число конденсаторів в батареї.

9. Енергія електричного поля зарядженого конденсатора:

$$W_{\text{ел}} = \frac{qU}{2}, \qquad W_{\text{ел}} = \frac{CU^2}{2}, \qquad W_{\text{ел}} = \frac{q^2}{2C}. \tag{10.22}$$

Об'ємна густина енергії електричного поля:

$$w_{\text{ел}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{10.23}$$

10.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

10.2.1. Основна задача електростатики – розрахунок електростатичних полів, тобто знаходження напруженості електростатичного поля. При розв'язанні задач можуть зустрітися наступні випадки:

а) поле створене одним або кількома точковими зарядами. У цьому випадку використовують формулу (10.5) і принцип суперпозиції полів (10.11).

б) поле створене зарядами, які не є точковими, але вони рівномірно розподілені по сферичним, циліндровим або плоским поверхням. Тоді застосовують формули (10.7), (10.8), (10.9), (10.10).

в) якщо заряджене тіло не є ні сферою, ні нескінченно довгою ниткою (циліндром), ні нескінченної площиною, то для розрахунку напруженості застосовують метод диференціювання та інтегрування (див. § 4). Тіло треба розбити на нескінченно малі елементи, знайти напруженість $d\vec{E}$ поля, створеного в даній точці кожним елементом, а потім підсумувати всі елементарні напруженості $d\vec{E}$. При цьому треба враховувати напрями векторів, які складаються.

10.2.2. Сила взаємодії між зарядами розраховується двома способами:
а) за законом Кулона, якщо заряди точкові.
б) за співвідношенням $\vec{F} = q\vec{E}$, якщо хоча б один із зарядів неточковий. При цьому один із зарядів розглядають як заряд, що знаходиться в електричному полі, створеному іншим зарядом.

10.2.3. Якщо в умові не вказується середовище, в якому знаходяться заряди, то мається на увазі вакуум (ε=1) або повітря, діелектрична проникність якого близька до одиниці.

10.2.4. Для обчислення потенціалу поля, створеного одним або декількома точковими зарядами, використовують формулу (10.6) і принцип суперпозиції полів (10.12). У формулу (10.12) входить алгебраїчна сума потенціалів. Це означає, що треба враховувати їх знаки.

Потенціал Землі і всіх тіл, з'єднаних провідником із Землею, приймається рівним нулю.

Фізичний зміст має не сам потенціал, а лише його зміна (різниця потенціалів, напруга), подібно до того, як істотним є не сама потенціальна енергія, а її зменшення, яке дорівнює роботі консервативних сил. Для знаходження різниці потенціалів можна використовувати співвідношення (10.13) і (10.14).

10.2.5. Задачі, в яких заряди знаходяться в рівновазі або рухаються, розв'язують із застосуванням законів механіки з урахуванням сил з боку електричного поля. Такі задачі рекомендується розв'язувати за наступним алгоритмом.

1. Розставте сили, що діють на заряд, поміщений в електричне поле, і запишіть для нього рівняння рівноваги або другий закон Ньютона.
2. Виразіть сили електричної взаємодії через заряди і характеристики електричного поля і підставте у вихідне рівняння.

3. Якщо при взаємодії заряджених тіл відбувається перерозподіл зарядів, то запишіть закон збереження заряду.
4. При необхідності запишіть допоміжні формули і розв'яжіть отриману систему рівнянь відносно невідомої величини.

10.2.6. При розв'язанні задач на з'єднання конденсаторів в батарею, перш за все, треба встановити тип з'єднання: послідовне або паралельне. Якщо встановлено тип з'єднання, і ясно як знайти ємність батареї, то далі записуються співвідношення між зарядами і напругами.

1. Якщо плоский конденсатор підключити до джерела живлення, зарядити його і потім відключити, то при зміні ємності внаслідок розсування (зближення) його пластин, внесення (видалення) діелектрика заряд на конденсаторі не змінюється.

2. Якщо конденсатор підключений до джерела постійної напруги, то при всіх зазначених вище змінах ємності напруга між його пластинами залишається постійною.

3. Якщо між обкладинками конденсатора вставляють (або виймають) металеву пластинку, яка не замикає конденсатор, то область поля конденсатора зменшується на величину обсягу цієї платівки. Всі величини при цьому будуть змінюватися точно так само, як якщо б ми зближували (або розсовували) обкладки конденсатора.

10.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 10.3.1. Точкові заряди q_1=20 нКл і q_2=–10 нКл знаходяться на відстані r=5 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленій на r_1=3 см від першого і r_2=4 см від другого заряду. Визначити також силу F, що діє в цій точці на точковий заряд q=1 нКл.

Розв'язання. Кожен заряд буде створювати своє поле незалежно від присутності в просторі інших зарядів. За принципом суперпозиції напруженість $\vec{E}$ електричного поля в точці A дорівнює геометричній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ полів, що створювані кожним зарядом окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \tag{1}$$

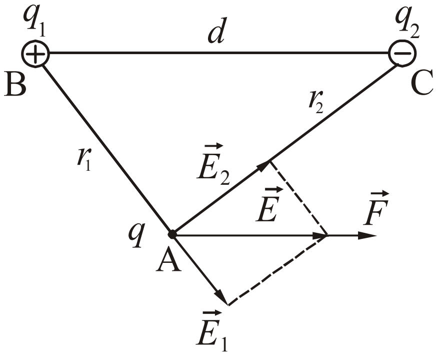


Рисунок 10.1

Виконаємо рисунок, вкажемо напрямки векторів $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ і $\vec{E}$. Вектор $\vec{E}_1$ спрямований від заряду q_1, так як цей заряд позитивний. Вектор $\vec{E}_2$ спрямований до заряду q_2, так як цей заряд негативний (див. рис. 10.1).

Заряди точкові, тому напруженості E_1 і E_2 можна розрахувати за формулами:

$$E_1 = k \cdot \frac{q_1}{r_1^2}, \qquad E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2}, \tag{2}$$

де $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коефіцієнт пропорційності в СІ. Формули записані в припущенні, що заряди знаходяться у вакуумі (ε=1).

Розглянемо ΔABC, утворений зарядами і точкою A. Зі співвідношення між сторонами $\left(r^2 = r_1^2 + r_2^2\right)$ можна зробити висновок, що він є прямокутним. Отже, $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ також є сторонами прямокутника. Знайдемо модуль напруженості $\vec{E}$ за теоремою Піфагора:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}\,. \tag{3}$$

Підставимо у формулу (3) вирази для E_1 і E_2, отримаємо:

$$E = k\sqrt{\left(\frac{q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{r_2^2}\right)^2}\,. \tag{4}$$

Силу, що діє на точковий заряд, поміщений в точку A цього поля, можна знайти, використовуючи співвідношення:

$$\vec{F} = q\vec{E}\,. \tag{5}$$

Напрямок сили збігається з напрямком напруженості $\vec{E}$ (див. рис.10.1), оскільки заряд q позитивний.

Підставивши чисельні значення величин у формули (4), (5), отримаємо

$$E = 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ В/м}; \quad F = 0{,}21 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Приклад 10.3. 2. В однорідному полі напруженістю 40 кВ/м перебуває точковий заряд 27 нКл. Знайти напруженість результуючого поля на відстані 9 см від заряду в точках, що лежать: а) на силовій лінії однорідного поля, що проходить через заряд; б) на прямій, що проходить через заряд і перпендикулярна силовим лініям.

Розв'язання. а) Виконаємо рисунок (рис. 10.2), на якому вкажемо напрямок силових ліній однорідного поля й поля точкового заряду. Поле точкового заряду є центрально-симетричним, тому на силовій лінії, що проходить через заряд, буде дві точки, що відстоять від заряду на відстані r. Позначимо їх через A и B. Напруженість однорідного поля $\vec{E}_1$, напруженість поля, створеного точковим зарядом – $\vec{E}_2$.

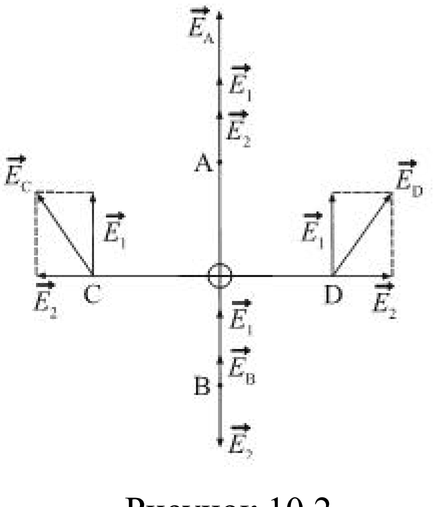


Рисунок 10.2

За принципом суперпозиції напруженість $\vec{E}$ результуючого електричного поля дорівнює векторній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \tag{1}$$

У точці А вектори $\vec{E}_1$ й $\vec{E}_2$ спрямовані в одну сторону, тому

$$E_{\text{A}} = E_1 + E_2 . \tag{2}$$

У точці В вектори $\vec{E}_1$ й $\vec{E}_2$ спрямовані в протилежні сторони, тому

$$E_{\text{B}} = E_1 - E_2 . \tag{3}$$

Напрямок вектора $\vec{E}_1$ прийняли за позитивний.
Напруженість поля точкового заряду розраховується по формулі:

$$E_2 = k \cdot \frac{q_2}{r_2^2} , \tag{4}$$

де $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коефіцієнт пропорційності в СІ. Формула записана в припущенні, що середовищем є вакуум (ε=1).

Проведемо проміжний розрахунок, підставивши чисельні значення у формулу (4). Одержимо: $E_2 = 30$ кВ/м.

Розрахуємо напруженість результуючого поля в точках А и В, підставивши чисельні значення у формули (2) і (3). Одержимо:

$$E_{\text{A}} = 70 \text{ кВ/м}; \quad E_{\text{B}} = 10 \text{ кВ/м}.$$

б) На прямій, що проходить через заряд і перпендикулярна силовим лініям, у силу симетрії також буде дві точки, що відстоять від заряду на відстані *r*. Позначимо їх через С и D (рис. 10.2). За принципом суперпозиції напруженість $\vec{E}$ результуючого електричного поля дорівнює векторній сумі напруженостей $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \tag{5}$$

Напруженість поля точкового заряду в точках С и D однакова, тому що вони знаходяться від заряду на однаковій відстані, тому

$$E_{\text{C}} = E_{\text{D}} . \tag{6}$$

Знайдемо модуль напруженості по теоремі Піфагора:

$$E_{\text{C}} = E_{\text{D}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} . \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення у формулу (7), одержимо:

$$E_{\text{C}} = E_{\text{D}} = 50 \text{ кВ/м}.$$

Приклад 10.3.3. Тонкий стрижень довжиною *l*=20 см несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною τ=0,1 мкКл/м. Визначити напруженість *E* електричного поля, що створюється розподіленим зарядом у точці, що лежить на осі стрижня на відстані a=20 см від його кінця.

Розв'язання. У даному випадку не можна використовувати формулу для розрахунку напруженості поля, що створюється ниткою (10.7), оскільки ця формула застосовна для розрахунку поля в точках, що знаходяться на деякій відстані від осі нитки. У нашій задачі точка лежить на осі. Скористаємося методом диференціювання та інтегрування. Для цього розіб'ємо стрижень на ділянки довжиною dr, настільки малі, щоб заряди dq цих ділянок можна було вважати точковими (рис.10.3). Заряд такої ділянки можна знайти наступним чином:

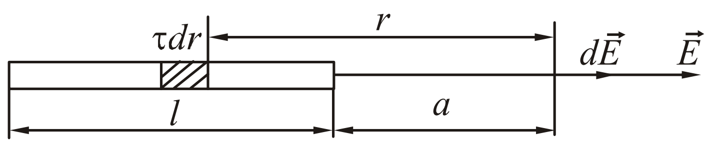


Рисунок 10.3

$$dq = \tau dr\,. \tag{1}$$

Напруженість поля, що створюється кожною малою ділянкою (такі ділянки називають елементарними), знаходимо, використовуючи формулу для розрахунку поля точкового заряду:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{r^2}\,. \tag{2}$$

Припускаємо, що стрижень знаходиться у вакуумі (ε=1). Якщо переміщатися від кінця стрижня до його початку, то відстань від точки до елементарних ділянок змінюється в межах від $r_1 = a$ до $r_2 = a + l$.

Напруженість $\vec{E}$ результуючого поля знайдемо, проінтегрувавши вираз (2) у межах від r_1 до r_2. Поля елементарних ділянок спрямовані в одну сторону, тому векторну форму запису замінюємо скалярною:

$$E = \int_{r_1}^{r_2} dE\,. \tag{3}$$

Підставимо в (3) співвідношення (2) і інтегруємо:

$$E = \int_a^{a+l} \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{r^2} = -\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\bigg|_a^{a+l} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right). \tag{4}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$E = 2{,}25\cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

Приклад 10.3.4. Поблизу зарядженої нескінченно протяжної площини знаходиться точковий заряд q=0,66 нКл. Заряд переміщається по лінії напруженості поля на відстань Δr=2 см. При цьому виконується робота A=5 мкДж. Знайти поверхневу густину заряду на площині.

Розв'язання. Припустимо, що площина заряджена позитивно. Виконаємо рисунок, вкажемо напрям вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля, створюваного площиною (рис. 10.4). З боку поля на заряд q діє сила

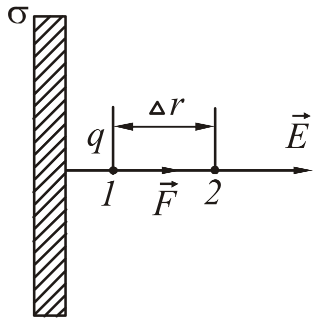


Рисунок 10.4

$$F_э = qE\,, \tag{1}$$

де E – напруженість електричного поля площини.

Напруженість електричного поля зарядженої площини визначається формулою:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\,, \tag{2}$$

де σ – поверхнева густина заряду, ε_0 – електрична стала, ε – діелектрична проникність середовища. В умові задачі не вказується середовище, в якому знаходяться заряди, тому припускаємо, що вони знаходяться у вакуумі (ε=1).

З формули (2) випливає, що напруженість поля площини не залежить від відстані. Отже, сила, що діє на заряд, є величиною постійною. Робота постійної сили може бути обчислена за формулою:

$$A = F\,\Delta r \cos\alpha\,, \tag{3}$$

де α – кут між напрямком сили і переміщення. Для розглянутого випадку α=0°, cos0°=1.

Підставимо вирази (1) і (2) в рівняння (3), отримаємо:

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\Delta r\,. \tag{4}$$

З рівняння (4) виразимо поверхневу густину заряду:

$$\sigma = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 A}{q\,\Delta r}\,. \tag{5}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\sigma = 6{,}7\cdot 10^{-6}\ \text{Кл/м}^2.$$

Приклад 10.3.5. Заряди q_1=1 мкКл і q_2=–1 мкКл знаходяться на відстані d=10 см. Визначити потенціал φ поля в точці, віддаленій на відстань r=10 см від першого заряду, яка лежить на лінії, що проходить через перший заряд перпендикулярно напрямку від q_1 до q_2.

Розв'язання. Виконаємо рисунок (рис. 10.5). Позначимо точку, в якій визначається потенціал, через А. У точці А поле створюється двома точковими зарядами. За принципом суперпозиції полів потенціал результуючого поля буде дорівнювати алгебраїчній сумі потенціалів полів, створюваних кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 . \quad (1)$$

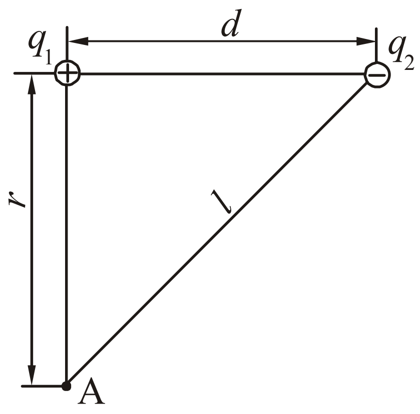


Рисунок 10.5

Оскільки заряди точкові, то потенціали φ_1 і φ_2 можна знайти, використовуючи такі формули:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{r}, \qquad \varphi_2 = k\frac{q_2}{l}, \quad (2)$$

де $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф – коефіцієнт пропорційності в СІ, l – відстань між точкою А і зарядом q_2 (рис. 10.4).

Заряди q_1, q_2 і точка А утворюють прямокутний трикутник. За теоремою Піфагора:

$$l = \sqrt{r^2 + d^2} . \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в рівняння (1), отримаємо:

$$\varphi = k\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{\sqrt{r^2 + l^2}}\right). \quad (4)$$

Зверніть увагу! Заряд q_2 негативний, не забудьте про знак «–» при підстановці чисельних значень величин.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\varphi = 26{,}4 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Приклад 10.3.6. Електричне поле створене нескінченно довгою тонкою ниткою рівномірно зарядженою з лінійною густиною τ=20 нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться на відстані r_1=0,5 см и r_2=2 см від нитки.

Розв'язання. Поле, що створюється ниткою, не є однорідним, тому для визначення різниці потенціалів скористаємося співвідношенням, яке пов'язує напруженість і потенціал:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad \text{або} \qquad d\varphi = -E\,dr . \quad (1)$$

Нитка тонка, нескінченно довга, тому напруженість поля такої нитки можна знайти за формулою:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}, \quad (2)$$

де ε_0 – електрична стала, ε – діелектрична проникність середовища. В умові не вказується середовище, в якому знаходиться нитка, тому припускаємо, що вона знаходиться у вакуумі (ε=1).

Зробимо заміну в (1), отримаємо:

$$d\varphi = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}. \tag{3}$$

Для знаходження різниці потенціалів двох точок, віддалених від нитки на відстанях r_1 и r_2, проінтегруємо вираз (3):

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}, \tag{4}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Або:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{5}$$

Значення електричної сталої визначається за таблицею «Основні фізичні постійні», п. 3.1. Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 499 \text{ В}.$$

Приклад 10.3.7. Мідна кулька радіусом R=0,5 см поміщена в масло, густина масла $\rho_м$=0,8·10^3 кг/м^3. Знайти заряд q кульки, якщо в однорідному електричному полі вона виявилася зваженою у маслі. Електричне поле спрямоване вертикально вгору і його напруженість E=3,6 МВ/м.

Розв'язання. На заряджену кулю, що знаходиться в однорідному електричному полі будуть діяти: сила тяжіння $m\vec{g}$ – з боку Землі, сила, що виштовхує $\vec{F}_А$ – з боку рідини (сила Архімеда) і сила $\vec{F}_э$ – з боку електричного поля. Виконаємо рисунок (рис. 10.6), вкажемо напрям напруженості електричного поля і сили, що діють на кульку.

Шар знаходиться в рівновазі. За умовою рівноваги сума діючих сил повинна дорівнювати нулю:

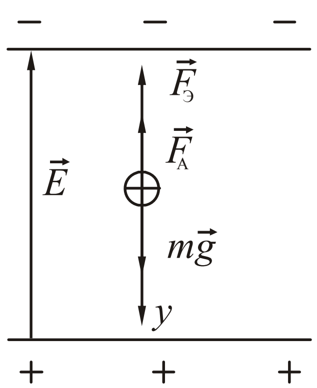


Рисунок 10.6

$$m\vec{g} + \vec{F}_А + \vec{F}_э = 0. \tag{1}$$

Запишемо рівняння (1) в проекції на вісь 0y:

$$mg - F_э - F_А = 0. \tag{2}$$

Запишемо рівняння для сил. Сила тяжіння:

$$mg = \rho_{Cu} V g = \rho_{Cu} \frac{4}{3}\pi R^3 g, \tag{3}$$

де ρ_{Cu} – густина міді, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – об'єм кулі.

Сила, що діє на заряд з боку електричного поля:

$$F_э = qE\,, \tag{4}$$

де q – заряд кулі, E – напруженість електричного поля.
Сила Архімеда:

$$F_A = \rho_м Vg = \rho_м \frac{4}{3}\pi R^3 g\,, \tag{5}$$

де $\rho_м$ – густина масла.

Формули (3), (4), (5) підставимо в (2), отримаємо наступне рівняння:

$$\rho_{Cu}\frac{4}{3}\pi R^3 g - \rho_м \frac{4}{3}\pi R^3 g - qE = 0\,. \tag{6}$$

З рівняння (6) знайдемо заряд q:

$$q = \frac{4}{3}\cdot\frac{\pi R^3 g}{E}\cdot\left(\rho_{Cu} - \rho_м\right). \tag{7}$$

Значення густини міді визначаємо за довідковими даними: «Таблиці фізичних величин», п. 3.3.2. Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$q = 11{,}6\cdot 10^{-9}\,\text{Кл.}$$

Приклад 10.3.8. Електрон, що має кінетичну енергію $W_к$ =10 еВ, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яку швидкістю буде мати електрон, якщо він пройде в цьому полі різницю потенціалів U=8 В?

Розв'язання. Електрон рухається уздовж силової лінії (лінії напруженості електричного поля). Силові лінії спрямовані від «+» до «–» (рис. 10.7). Отже, електрон повинен зменшити свою швидкість і, відповідно, кінетичну енергію. За теоремою про зміну кінетичної енергії можна записати:

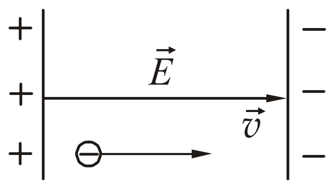


Рисунок 10.7

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}\,, \tag{1}$$

де A – робота всіх сил, що діють на електрон, m – маса електрону, v_1 – початкова швидкість електрона, v_2 – кінцева швидкість.

Гальмування електрона відбувається за рахунок сили, що діє з боку електричного поля. Робота сил електричного поля:

$$A = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = qU\,, \tag{2}$$

де q – заряд електрона.

Врахуємо, що

$$\frac{mv_1^2}{2} = W_{к_1}\,, \tag{3}$$

Зробимо заміну в (1) швидкість, отримаємо:

$$qU = \frac{mv_2^2}{2} - W_{k_1}\,. \tag{4}$$

Виразимо з (4) швидкість v_2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(W_{\text{к}_1} + A\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(W_{\text{к}_1} + qU\right)}{m}}\,. \tag{5}$$

<u>Зверніть увагу!</u> Заряд електрона негативний, не забудьте про знак «–» при підстановці чисельних значень величин.
Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$v_2 = 0{,}84 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Приклад 10.3.9. Електрон влетів у простір між пластинами плоского конденсатора зі швидкістю v_0=10 Мм/с, спрямованою паралельно пластинам. На скільки відхилиться електрон від початкового напрямку за час руху всередині конденсатора (поле вважати однорідним), якщо відстань d між пластинами дорівнює 16 мм, різниця потенціалів U=30 В, довжина l пластин дорівнює 6 см?

Розв'язання. На електрон, що влетів в конденсатор, буде діяти електричне поле, яке викривляє його траєкторію. Виконаємо рисунок (рис. 10.8). Введемо систему координат $x0y$, поєднавши початок відліку з положенням електрона в момент попадання його в електричне поле. Вважаємо, що сили опору руху відсутні. У цьому випадку електрон буде рухатися вздовж осі $0x$ з постійною швидкістю v_0, тобто рівномірно. Уздовж осі $0y$ він рухатиметься рівноприскорено, так як на нього діє постійна сила з боку електричного поля. Таким чином, рух електрона буде аналогічним руху тіла, кинутого горизонтально.

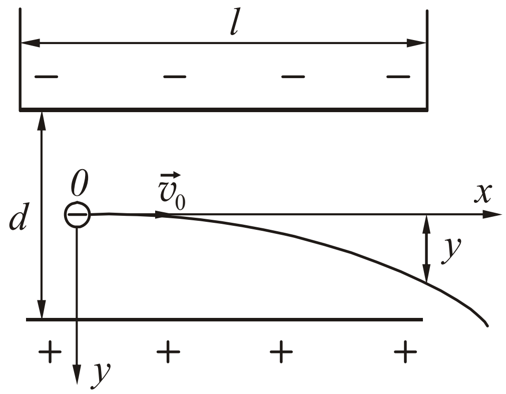


Рисунок 10.8

Запишемо рівняння кінематики. Врахуємо, що в момент вильоту з конденсатора координата x дорівнює довжині пластин.

$$x = l = v_0\, t\,, \tag{1}$$

$$y = \frac{a t^2}{2}\,. \tag{2}$$

Сила, що діє на електрон з боку електричного поля:

$$F = qE\,. \tag{3}$$

Напруженість E однорідного електричного поля пов'язана з різницею потенціалів співвідношенням:

$$E = \frac{U}{d}. \tag{4}$$

За другим законом Ньютона:

$$F = ma. \tag{5}$$

Зробимо заміну в рівнянні (3), отримане співвідношення підставимо в (5), отримаємо:

$$ma = \frac{qU}{d}. \tag{6}$$

Знайдемо прискорення a:

$$a = \frac{qU}{md}. \tag{7}$$

Виразимо з рівняння (1) час

$$t = \frac{l}{v_0}. \tag{8}$$

Підставимо в рівняння (2) формули (7) і (8) і знайдемо відхилення електрона:

$$y = \frac{qU}{2md} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}. \tag{9}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (9), отримаємо

$$y = 5{,}9 \text{ мм}.$$

Зверніть увагу! Якщо в момент попадання в конденсатор електрон знаходився на відстані, меншій ніж 5,9 мм від позитивної пластини, то він впаде на неї перш, ніж покине конденсатор.

Приклад 10.3.10. До плоского конденсатора, у якому діелектриком служить слюда (ε=7,5) прикладена напруга U=1000 В. Відстань між пластинами d=1,00 мм, площа пластин 100 см^2. Визначити енергію електричного поля конденсатора й густину енергії електричного поля.

Розв'язання. Енергія електричного поля, створеного в конденсаторі, може бути визначена зі співвідношення:

$$W = \frac{CU^2}{2}, \tag{1}$$

де C – електроємність конденсатора, U – напруга, що прикладена до пластин. Електроємність плоского конденсатора розраховується за формулою:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{2}$$

де ε_0 – електрична стала, ε – діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між обкладинками, S – площа пластини; d – відстань між пластинами

Підставимо записані співвідношення у формулу (1), отримаємо:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d}. \tag{3}$$

Густина енергії електричного поля конденсатора дорівнює відношенню енергії поля до об’єму, в якому поле зосереджено:

$$w = \frac{W}{V}. \tag{4}$$

Об’єм конденсатора:

$$V = S\,d, \tag{5}$$

Підставимо формулу(5) у формулу (3), отримаємо

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d^2\,S} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

W=332мкДж; $w = 33{,}2$ Дж/м^3.

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Перелічіть основні властивості електричного заряду.
2. Сформулюйте і запишіть закон Кулона. Які межі застосування цього закону?
3. Що є джерелом електростатичного поля? Яким чином можна виявити наявність електростатичного поля?
4. Що називається електричним полем? Назвіть основні характеристики електричного поля. Яке поле називається однорідним?
5. Дайте означення напруженості електричного поля. Запишіть формулу для розрахунку напруженості електричного поля, створюваного точковим зарядом.
6. Дайте означення потенціалу електричного поля. Запишіть формулу для розрахунку потенціалу електричного поля, створюваного точковим зарядом.
7. Як пов'язані напруженість і потенціал в загальному випадку? Запишіть формулу, що зв'язує напруженість і потенціал однорідного електричного поля.
8. Дайте означення потоку напруженості електростатичного поля. Сформулюйте і запишіть теорему Гауса для електростатичного поля.
9. Запишіть формули для розрахунку напруженості поля, створюваного нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою, нескінченною рівномірно зарядженою площиною, рівномірно зарядженою сферою.
10. Що називається електричним диполем? Як розраховується дипольний момент диполя?
11. Які речовини відносять до діелектриків?
12. Які заряди називаються пов'язаними? Що розуміють під поляризацією діелектрика?
13. Як діелектрик впливає на електричне поле? Що називається діелектричною проникністю речовини?
14. Які умови виконуються на межі розділу двох діелектриків?
15. Які речовини відносяться до провідників? Як провідник впливає на електричне поле?
16. Які заряди називаються індукованими? Що таке електростатична індукція?
17. Дайте означення електроємності відокремленого провідника. Запишіть формулу для розрахунку електроємності усамітненої кулі.
18. Який пристрій називається конденсатором? Як він позначається на схемах? Дайте визначення електроємності конденсатора. Як розраховується ємність плоского конденсатора?
19. Як розраховується ємність батареї конденсаторів при їх послідовному і паралельному з'єднаннях? Які співвідношення виконуються для заряду і напруги?
20. Запишіть формули для розрахунку енергії електричного поля. Дайте означення об'ємної густини енергії. Запишіть формулу для розрахунку об'ємної густини енергії електричного поля.

10.4 Задачі для самостійного розв'язання *)

Базовий рівень

10.1. З якою силою взаємодіють два заряди по q=10 нКл кожен, якщо відстань між ними дорівнює 3 см?

10.2. Визначити величину q двох однакових точкових електричних зарядів, які взаємодіють у вакуумі з силою F=100 мН. Відстань між зарядами r=60 см.

10.3. На відстані 3 см від заряду q=4 нКл, що перебуває в рідкому діелектрику, напруженість електричного поля дорівнює 20 кВ/м. Яка діелектрична проникність діелектрика?

10.4. Кулі радіусом 3 см надали заряд 10 нКл. Чому дорівнює потенціал кулі?

10.5. Яка сила діє на заряд 12 нКл, поміщений в точку, в якій напруженість електричного поля дорівнює 2 кВ/м?

10.6. В деякій точці поля на заряд 2 нКл діє сила 0,4 мкН. Знайти напруженість електричного поля в цій точці.

10.7. Електричне поле утворено зарядженою нескінченно довгою ниткою з лінійною густиною заряду 0,2 мкКл/м. На якій відстані від нитки напруженість поля дорівнює 36 кВ/м?

10.8. Знайти напруженість поля, створеного зарядженою нескінченною пластиною, якщо поверхнева густина заряду дорівнює 354 нКл/м^2.

10.9. Потенціали точок А і В електричного поля дорівнюють 0,3 кВ і 1,2 кВ, відповідно. Яку роботу необхідно здійснити для того, щоб заряд 30 нКл перемістити з точки А в точку В?

10.10. Площа пластин плоского повітряного конденсатора дорівнює 20 см^2, відстань між ними 1,5 мм. Знайти ємність цього конденсатора.

10.11. Конденсатор ємністю 20 мкФ заряджений до різниці потенціалів 100 В. Знайти енергію електричного поля конденсатора.

10.12. Плоский конденсатор площею пластин 300 см^2 кожна заряджений до різниці потенціалів 1 кВ. Відстань між пластинами 4 см. Діелектрик – скло. Визначити електроємність конденсатора, енергію електричного поля конденсатора і об'ємну густину енергії.

Середній рівень

10.13. Довга тонка нитка рівномірно заряджена з лінійною густиною заряду τ=10 нКл/м. З якою силою ця нитка діє на точковий заряд q=5 нКл, розташований від неї на відстані 2 см?

*) Якщо в умові не вказується середовище, в якому знаходяться заряди, то мається на увазі вакуум (ε=1) або повітря, діелектрична проникність якого близька до одиниці.

10.14. Довга тонка нитка рівномірно заряджена з лінійною густиною заряду τ=9 нКл/м. Яку роботу виконують сили електростатичного поля, переміщаючи заряд q=5 нКл з точки, розташованої на відстані 2,5 см від нитки, в точку на відстані 5 см від нитки?

10.15. Знайти, з якою силою на одиницю довжини будуть відштовхуватися дві однаково заряджені паралельні нитки, розташовані на відстані 10 см. Лінійна густина заряду ниток τ_1=0,2 мкКл/м і τ_2=0,1 мкКл/м.

10.16. Знайти, з якою силою на одиницю площі будуть відштовхуватися дві однойменно заряджені площини. Поверхнева густина заряду площин однакова і дорівнює $\sigma=3\cdot10^{-8}$ Кл/см^2.

10.17. Кулька, заряджена до потенціалу 790 В, має поверхневу густину заряду, яка дорівнює σ =0,3 мкКл/м^2. Чому дорівнює радіус кульки?

10.18. Розрахувати масу електронів, які передані кульці при зарядці, якщо потенціал кульки φ=2000 В. Радіус кульки 2 см.

10.19. Двадцять сім однакових крапель ртуті, заряджених до потенціалу φ=20 В, зливаються в одну велику краплю. Який потенціал φ_0 краплі, що утворилася?

10.20. Відстань між двома точковими зарядами q_1=8 нКл і q_2=–5,3 нКл дорівнює 40 см. Обчислити напруженість поля в точці, що лежить посередині між зарядами. Вкажіть напрямок вектора напруженості $\vec{E}$.

10.21. Відстань між зарядами q_1=3,2 нКл і q_2=–3,2 нКл диполя дорівнює 12 см. Знайти напруженість електричного поля, створеного диполем, в точці, що віддалена на r=1,5 м як від першого, так і від другого заряду.

10.22. Електричне поле створено двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневими густинами заряду σ_1=0,4 мкКл/м^2 і σ_2=0,1 мкКл/м^2. Визначити напруженість електричного поля між площинами.

10.23. Близько зарядженої нескінченно протяжної площини знаходиться порошинка масою m=1,8 мг, яка має заряд q=9 нКл. З яким прискоренням буде рухатися порошинка, якщо поверхнева густина заряду площини σ=0,885 мкКл/м^2?

10.24. Електричне поле створено двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневими густинами заряду σ_1=0,4 мкКл/м^2 і σ_2=0,1 мкКл/м^2. З яким прискоренням буде рухатися в цьому полі порошинка масою 1,2 мг і зарядом 3 нКл?

10.25. Електрон, що рухається зі швидкістю $1{,}83\cdot10^6$ м/с, влетів в однорідне електричне поле в напрямку, протилежному напруженості поля. Яку різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб його кінетична енергія стала рівною 13,6 еВ?

10.26. Мильна бульбашка з зарядом 200 нКл знаходиться в рівновазі в полі плоского горизонтально розташованого конденсатора. Знайти різницю потенціалів між пластинами конденсатора, якщо маса бульбашки 0,01 г, а відстань між пластинами 5 см.

10.27. Два конденсатора, що мають ємності C_1=0,25 мкФ і C_2=0,5 мкФ, з’єднали послідовно і підключили до джерела з ерс 3,0 В. Чому дорівнює електроємність утвореної системи, та чому дорівнює енергія батареї заряджених конденсаторів?

10.28. Два конденсатора, що мають ємності C_1=0,25 мкФ і C_2=0,5 мкФ, з'єднали паралельно і підключили до джерела з ерс 12 В. Який заряд матиме батарея конденсаторів, і чому дорівнює її енергія?

10.29. Площа пластин плоского повітряного конденсатора 0,01 м^2, відстань між ними 1 мм. До пластин прикладена різниця потенціалів 0,1 кВ. Пластини розсуваються до відстані 25 мм. Знайти енергію конденсатора до і після розсування пластин, якщо джерело напруги перед розсуванням не відключається.

10.30. Площа пластин плоского повітряного конденсатора 0,01м^2, відстань між ними 1 мм. До пластин прикладена різниця потенціалів 0,1 кВ. Пластини розсуваються до відстані 25 мм. Знайти енергію конденсатора до і після розсування пластин, якщо джерело напруги перед розсуванням відключається.

Достатній рівень

10.31. Відстань між двома точковими зарядами q_1=9 нКл і q_2=–4,5 нКл дорівнює 5 см. Обчислити напруженість поля в точці, що лежить на відстані 4 см від першого заряду і 3 см від другого заряду.

10.32. У трьох вершинах квадрата зі стороною a=40 см знаходяться однакові позитивні заряди $q=5\cdot10^{-10}$ Кл кожен. Знайти напруженість електростатичного поля в центрі квадрата.

10.33. Розрахувати величину і вказати напрямок напруженості результуючого електричного поля, створеного двома довгими однойменно зарядженими паралельними нитками в точці, яка знаходиться на відстані 3 см від однієї нитки і 4 см від іншої. Відстань між нитками 5 см. Лінійні густини зарядів ниток $\tau_1=\tau_2=10^{-7}$ Кл/см.

10.34. Крапля ртуті, яка лежить на склі, має потенціал φ_0=10 В. Цю краплю розділили на n=27 однакових краплинок. Знайти потенціал краплинок, що утворилися.

10.35. Розрахувати поверхневу густину заряду площини, якщо однойменно заряджена кулька масою m=0,04 г і зарядом $q=6{,}67\cdot10^{-10}$ Кл відхиляється від неї на кут 10°.

10.36. Чотири однакових заряду q розміщені в кутах квадрата. Який заряд q_0 протилежного знака треба помістити в центр квадрата, щоб система перебувала в рівновазі?

10.37. Визначити радіус краплі ртуті, яка знаходиться в рівновазі в плоскому горизонтальному конденсаторі. Заряд краплі дорівнює $q=0{,}8\cdot10^{-10}$ Кл, напруженість електростатичного поля конденсатора E=600 В/см.

10.38. Два однакових заряджених кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α. Кульки занурюються в масло густиною $8\cdot10^3$ кг/м^3. Яка діелектрична проникність масла, якщо кут між нитками при зануренні кульок в масло не змінився? Густина матеріалу кульок $1{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

10.39. Електрон перебуває в стані спокою між пластинами плоского конденсатора. Який шлях пройде електрон за час 1 нс, якщо між пластинами створити електричне поле напруженістю E=200 кВ/м.

10.40. Різниця потенціалів між анодом і катодом електронної лампи U=90 В, відстань між ними d=1 мм. З яким прискоренням рухається електрон від катода до анода? Визначити час руху. Електричне поле в лампі вважати однорідним.

10.41. Електрон влетів в плоский конденсатор, маючи швидкість $v_0=10^7$ м/с, спрямовану паралельно пластин. У момент вильоту з конденсатора напрям швидкості електрона складає кут $\alpha=35°$ з початковим напрямком швидкості. Визначити різницю потенціалів між пластинами, якщо довжина пластин дорівнює 10 см, а відстань між ними дорівнює 2 см. Поле вважати однорідним.

10.42. Чому буде дорівнювати поверхнева густина заряду на двох металевих кульках, якщо їх з'єднати провідником, ємність якого можна не враховувати? Заряд кожної кульки q=1 нКл. Радіуси кульок r_1=2 см і r_2=6 см.

10.43. Позитивні заряди q_1=+3 мкКл і q_2=+20 нКл знаходяться у вакуумі на відстані r_1=0,3 м один від одного. Визначити роботу, яку потрібно здійснити, щоб зблизити заряди до відстані r_2=0,2 м.

10.44. Заряди 1,5 мкКл і 3,0 мкКл знаходяться на відстані 10 см один від одного. Яку роботу здійснять сили поля, якщо другий заряд, відштовхуючись від першого, віддалиться від нього на відстань 1,0 м?

10.45. Три конденсатора, що мають ємності 0,125 мкФ, 0,3 мкФ і 0,7 мкФ, з'єднали паралельно і підключили до джерела з ерс 9,0 В. Який заряд має утворена система, і чому дорівнює її енергія?

10.46. На пластини плоского конденсатора, заповненого діелектриком, подана деяка різниця потенціалів. Енергія електричного поля конденсатора при цьому дорівнює 20 мкДж. Після того як конденсатор відключили від джерела напруги, діелектрик вийняли з конденсатора. Робота, яку треба було здійснити проти сил електричного поля, щоб вийняти діелектрик, дорівнює 70 мкДж. Знайти діелектричну проникність діелектрика.

10.47. Між пластинами плоского конденсатора знаходиться діелектрик – скляна пластинка з діелектричної проникністю ε=5. Знайти роботу, яку необхідно виконати, щоб видалити з конденсатора діелектрик. Об'єм конденсатора V=100 см^3. Поверхнева густину заряду на пластинах конденсатора σ=8,85 нКл/м^2. Діелектрик видаляють при відключеному джерелі струму.

§11 Закони постійного струму

11.1 Основні теоретичні відомості

1 Сила струму чисельно дорівнює заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$i = \frac{dq}{dt}. \qquad (11.1)$$

2. Вектор густини електричного струму чисельно дорівнює заряду, що проходить за одиницю часу через одиницю площі поперечного перерізу провідника. Напрям вектора густини струму збігається з напрямом струму в провіднику.

$$\left|\vec{j}\right| = \frac{dq}{dt dS} = \frac{di}{dS}. \qquad (11.2)$$

Якщо струм постійний, то

$$I = \frac{q}{t}, \qquad (11.3)$$

де q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t.

$$j = \frac{I}{S}, \qquad (11.4)$$

де I – сила струму, S – площа поперечного перерізу провідника.

3. Опір однорідного циліндричного провідника

$$R = \rho\frac{l}{S}, \qquad (11.5)$$

де ρ – питомий електричний опір речовини провідника, l – довжина провідника, S – площа поперечного перерізу провідника.

Електрична провідність G провідника і питома електрична провідність речовини σ:

$$G = \frac{1}{R}, \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}. \qquad (11.6)$$

Залежність питомого електричного опору провідників від температури:

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t), \qquad (11.7)$$

де ρ і ρ_0 – питомі опори відповідно при температурі t і 0°С; t – температура за шкалою Цельсія; α – температурний коефіцієнт опору.

Результуючий опір при з'єднанні провідників:

послідовно: $$R = R_1 + R_2 + ... + R_n; \qquad (11.8)$$

паралельно: $$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n};\qquad(11.9)$$

де n – число провідників.

4. При послідовному з'єднанні декількох джерел струму ерс всієї батареї дорівнює алгебраїчній сумі ерс окремих джерел

$$\varepsilon_0=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n.\qquad(11.10)$$

Внутрішній опір батареї:

$$r_0=r_1+r_2+\cdots+r_n.\qquad(11.11)$$

При паралельному з'єднанні декількох джерел струму батарею акумуляторів можна замінити одним джерелом, який створюватиме у зовнішньому колі такий же струм, як і дана батарея. Внутрішній опір r_0 і ерс еквівалентного джерела ε_0 можна знайти з формул:

$$\frac{1}{r_0}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\cdots+\frac{1}{r_n},\qquad(11.12)$$

$$\frac{\varepsilon_0}{r_0}=\frac{\varepsilon_1}{r_1}+\frac{\varepsilon_2}{r_2}+\cdots+\frac{\varepsilon_n}{r_n}.\qquad(11.13)$$

5. Закон Ома:

- для неоднорідної ділянки кола (тобто коло містить джерело струму):

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon_{12}}{R+r};\qquad(11.14)$$

- для однорідної ділянки кола (тобто коло не містить джерела струму) $\varepsilon_{12}=0$, $\varphi_1-\varphi_2=U$:

$$I=\frac{U}{R};\qquad(11.15)$$

- для замкнутого кола ($\varphi_1=\varphi_2$):

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r};\qquad(11.16)$$

- закон Ома в диференціальній формі:

$$\vec{j}=\sigma\vec{E},\qquad(11.17)$$

де σ – питома електрична провідність речовини; E – напруженість електричного поля.

У формулах (11.14) – (11.17): φ_1 і φ_2 – потенціали точок 1 і 2 ділянки кола; ε_{12} – алгебраїчна сума ерс джерел струму, що діють на ділянці; U – напруга на діляннці кола; R – зовнішній опір кола (ділянки кола); r – внутрішній опір (опір джерела струму); ε – алгебраїчна сума ерс всіх джерел струму.

6. Правила Кірхгофа.

Перше правило: алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N} I_i = 0. \tag{11.18}$$

Друге правило: в замкнутому контурі алгебраїчна сума напруг на всіх ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі ерс.

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{K} \varepsilon_i, \tag{11.19}$$

де I_i – сила струму на i-й ділянці; R_i – повний активний опір на i-й ділянки; ε_i – ерс джерел струму на i-й ділянці; N – число ділянок, що містять активний опір; K – число ділянок, що містять джерела струму.

7. При проходженні заряду q по ділянці електричного кола електричне поле здійснює роботу з переміщення заряду:

$$A = qU = IUt = \frac{U^2}{R}t = I^2 Rt. \tag{11.20}$$

Перші два вирази справедливі для будь-якої ділянки кола, на кінцях якого підтримується різниця потенціалів U, останні два – якщо на ділянці немає ерс.

Потужність струму

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \tag{11.21}$$

Якщо джерело з ерс ε і внутрішнім опором r замкнуто на опір R, то повна потужність, що розвивається джерелом дорівнює:

$$P_0 = I\varepsilon = I^2(R + r) = \frac{\varepsilon^2}{R + r}. \tag{11.22}$$

8. *Закон Джоуля – Ленца*: При проходженні струму I по ділянці кола опором R в ньому за час t виділяється кількість тепла Q:

$$Q = I^2 Rt. \tag{11.23}$$

Якщо ділянка кола не містить джерел струму, то кількість тепла, що виділяється на цій ділянці, можна визначати за формулами:

$$Q = IUt, \qquad Q = \frac{U^2}{R}t, \tag{11.24}$$

де U – напруга на кінцях ділянки.

11.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

11.2.1. Основною задачею теорії постійного струму є задача про розрахунок електричного кола. У загальному вигляді ця задача виглядає наступним чином: *задано довільне електричне коло, задані його параметри (ерс, опір і т.п.); потрібно знайти якісь інші (невідомі) величини: струми, роботу струму, потужність і т.п.* Найважливішою, фундаментальної величиною в явищі протікання заряду по електричному колі є величина струму I. Знаючи її (або знайшовши), можна визначити будь-яку іншу, що характеризує це явище.

11.2.2. Задачі на розрахунок кіл можна умовно розділити на наступні типи:

– У електричному колі є тільки одне джерело струму.

– У електричному колі є кілька джерел струму.

Задачі першого типу розв'язуються послідовним застосуванням закону Ома для замкнутого кола (детально див. п. 11.2.5), закону Ома для однорідної ділянки кола (формула 11.15).

Задачі другого типу зводяться до задач першого типу, якщо за правилами з'єднання джерел струму в батарею знайти результуючу ерс кола і за правилами з'єднання опорів визначити результуючий внутрішній опір батареї (див. п. 11.2.5.)

Якщо ж неможливо визначити результуючу ерс, не можна застосовувати закон Ома для замкнутого кола. Найбільш поширеним методом розв'язання таких задач є метод, заснований на застосуванні правил Кірхгофа (див. п 11.2.6).

11.2.3. Як допоміжний тип можна виділити задачі на розрахунок опорів окремих провідників і з'єднань з них.

1. Якщо в умові зазначено, з якого матеріалу виготовлений провідник і наводяться відомості про його геометричні розміри, то використовують формулу (11.5) і співвідношення між масою, густиною і об'ємом провідника.
2. Задачі про температурну залежність опорів розв'язуються за допомогою формули (11.7). При розв'язанні задач врахуйте наступне: температурний коефіцієнт опору в довідкових матеріалах може вказуватися як в 1/ºC, так і в 1/K. В обох випадках температуру в формулу (8.4) треба підставляти в градусах Цельсія. Це засновано на тому, що температурний коефіцієнт опору показує, на яку частку змінюється опір провідника при зміні температури на 1°C. $\Delta t = \Delta T = 1^\circ\mathrm{C} = 1\,\mathrm{K}$.
3. Задачі на обчислення опорів складних з'єднань розв'язують, дотримуючись наступного **алгоритму**:

– проаналізуйте схему і відшукайте в ній які-небудь провідники, з'єднані один з одним послідовно або паралельно, розрахуйте їх загальний опір;

– замініть ці провідники на схемі розрахованим і отримаєте спрощену еквівалентну схему;

– в схемах, що представляють собою комбінацію послідовно і паралельно з'єднаних провідників, цей прийом застосуйте кілька разів, до тих пір, поки не буде знайдено загальний опір.

– опір як завгодно складної схеми можна розраховувати за допомогою правил Кірхгофа.

11.2.4. В задачах на розрахунок кіл іноді терміном «напруга» позначають різні величини. Нагадаємо, що *напруга, це величина, що чисельно дорівнює роботі, яку виконують електростатичні і сторонні сили при переміщенні позитивного одиничного заряду з однієї точки в іншу*.

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12},$$

де ε_{12}– електрорушійна сила, що діє на ділянці 1-2. Якщо на даній ділянці 1-2 немає ерс, то поняття напруги і різниці потенціалів збігаються.

11.2.5. При розв’язанні задач на застосування закону Ома для кола, що містить ерс, необхідно дотримуватися наступного **алгоритму**:

– накреслити схему, позначити полюса джерел і напрям струму в колі (якщо він невідомий, то вказати передбачуваний напрямок);

– струм на ділянці 1-2 вважається позитивним, якщо він спрямований від точки 1 до точки 2.

– ерс вважається позитивною на ділянці 1-2, якщо вона підвищує потенціал від точки 1 до точки 2, тобто при уявному русі від точки 1 до точки 2 спочатку зустрічається негативний полюс джерела, а потім позитивний.

11.2.6. Алгоритм розв’язання задач із застосуванням правил Кірхгофа:

1. Вибрати довільно напрямки струмів, через опори, вказавши їх стрілками на рисунку. При виборі напрямів врахувати, що частина струмів повинна входити у вузол, а частина – виходити з вузла, оскільки заряд у вузлах не накопичується.
2. При складанні рівняння (11.18) дотримуватися правила знаків: струм, що підходить до вузла, входить в рівняння зі знаком плюс; струм, що відходить від вузла, – зі знаком мінус.
3. Число незалежних рівнянь, складених за першим правилом Кірхгофа, завжди на одиницю менше числа вузлів, що є в даному колі.
4. Вибрати напрямок обходу контурів (за годинниковою стрілкою або проти). Якщо струм у напрямку збігається з обраним напрямом обходу контурів, то відповідний добуток IR входить в рівняння (11.19) зі знаком плюс, інакше добуток IR входить в рівняння зі знаком мінус. Якщо ерс підвищує потенціал у напрямку обходу контуру, тобто якщо при обході контуру доводиться йти від мінуса до плюса всередині джерела, то відповідна ерс входить в рівняння зі знаком плюс, в іншому випадку – зі знаком мінус.
5. Щоб рівняння, які можуть бути складені по другому правилу Кирхгофа, були незалежними, контури треба вибирати таким чином, щоб у кожен новий контур входила хоча б одна вітка, яка не брала участь ні в одному з раніше використаних контурів.
6. Для спрощення викладок, пов’язаних з розв’язанням отриманої системи рівнянь, попередньо підставте числові значення всіх відомих величин.
7. Якщо в отриманій відповіді який-небудь струм має знак «мінус», то це означає, що насправді струм тече у зворотному напрямку.

8. Якщо в отриманій відповіді який-небудь опір має знак «мінус», то це також означає, що насправді струм в даному провіднику має зворотний напрямок. Але в цьому випадку числове значення опору виявиться невірним. Необхідно змінити на кресленні напрямок струму в провіднику, скласти нову систему рівнянь і розв'язати її.

11.2.7. Задачі на розрахунок роботи, потужності і теплову дію струму також діляться на три типи.

1. Задачі на розрахунок кіл. Для їх розв'язання записують рівняння закону Ома і до них додають формули потужності. Якщо в умові потужність дана, а треба знайти силу струму, напругу або опір, то ці формули відіграють допоміжну роль. Якщо треба знайти потужність, то розв'язання починається з запису формул потужності.

Особливу увагу зверніть на вибір формул потужності. Перш, ніж їх записати, з'ясуйте з умови, про які потужності йдеться: про потужності, що виділяються на ділянці кола; про потужності, що розвиваються джерелом (повної потужності) або потужності у зовнішньому колі джерела.

2. Задачі на теплову дію струму. Їх розв'язують, застосовуючи закон Джоуля-Ленца. Для однорідної ділянки кола можна використовувати співвідношення (11.24). Якщо на ділянці є ерс, то в якості основної розрахункової формули використовують (11.23).
3. Задачі про перетворення електричної енергії в механічну, теплову та хімічну. Їх рішення засноване на застосуванні закону збереження енергії. Іноді доводиться додавати закони постійного струму і механіки.

11.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 11.3.1. Сила струму в провіднику рівномірно наростає від I_0=5 А до I=10 А протягом часу t=50 с. Визначити заряд q, що пройшов через провідник.

Розв'язання. **Спосіб 1**. Сила струму в даній задачі є величиною змінною, тому застосуємо метод диференціювання та інтегрування.

За визначенням сила струму в провіднику дорівнює заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{1}$$

Елементарний заряд dq, що пройшов через переріз провідника за час dt, дорівнює

$$dq = I\,dt\,. \tag{2}$$

У рівнянні (2) сила струму є деякою функцією часу. Наростання відбувається рівномірно, тому цю функцію можна записати у вигляді:

$$I = I_0 + kt\,, \tag{3}$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що рівний відношенню приросту сили струму до інтервалу часу, протягом якого відбулося це збільшення.

З урахуванням (3) формула (2) прийме вид:

$$dq = (I_0 + kt)dt . \qquad (4)$$

Для визначення величини заряду треба проінтегрувати вираз (4) в межах от t_0=0 до t=50 с.

$$q = \int_0^t (I_0 + kt)\,dt = (I_0\,t + \frac{kt^2}{2}) . \qquad (5)$$

Використовуючи рівняння (3), знайдемо чисельне значення коефіцієнта k.

$$k = \frac{I - I_0}{t} = \frac{10-5}{50} = 0{,}1 \text{ А/с.}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо $q = 375$ Кл.

Спосіб 2. Задачу можна розв'язати графічним методом. Сила струму є деякою функцією часу. Наростання відбувається рівномірно, тому цю функцію можна записати в наступному вигляді:

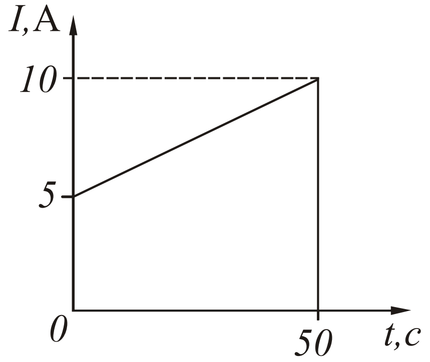


Рисунок 11.1

$$I = I_0 + kt \ , \qquad (1)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, рівний відношенню приросту сили струму до інтервалу часу, протягом якого відбулося це прирощення.

Знайдемо чисельне значення коефіцієнта k.

$$k = \frac{10-5}{50} = 0{,}1 \text{ А/с.}$$

Рівняння (1) запишемо з числовими коефіцієнтами:

$$I = 5 + 0{,}1t \text{ (А).} \qquad (2)$$

Побудуємо графік залежності сили струму від часу (рис. 11.1). Заряд буде чисельно дорівнювати площі, обмеженої графіком функції і ординатами t_0=0 і t=50 с. Отримана фігура є прямокутної трапецією. Тоді

$$q = \frac{(5+10)}{2} \cdot 50 = 375 \text{ Кл.}$$

Як бачите, результат вийшов один і той же.

Приклад 11.3.2. Напруга на затискачах джерела в замкнутому колі U=2,1 В, опори R_1=5 Ом, R_2=6 Ом і R_3=3 Ом (рис. 11.2). Який струм показує амперметр?

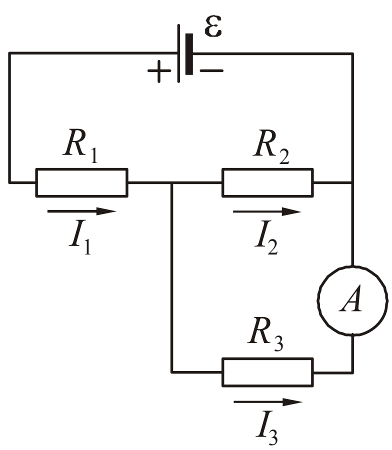


Рисунок 11.2

Розв'язання. Проаналізуємо схему. Опори R_2 і R_3 з'єднані паралельно, R_1 – послідовно з R_2. Амперметр включений послідовно з опором R_3, тому він буде показувати струм, що тече через цей опір. Позначимо його через I_3. На схемі позначимо полюса елемента, вкажемо передбачувані напрямки струмів.

Знайдемо повний опір R кола. Опори амперметра і елемента в умові не вказані, тому будемо вважати їх нехтовно малими. Опір паралельно сполученої ділянки позначимо через R_{23}. Для нього можна записати наступне співвідношення:

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \tag{1}$$

Тоді за законами послідовного з'єднання:

$$R = R_1 + R_{23}. \tag{2}$$

За законом Ома для замкнутого кола знайдемо струм I, що тече через джерело:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}. \tag{3}$$

Напруга на затискачах елемента дорівнює ерс, оскільки внутрішній опір елемента дорівнює нулю:

$$U = \varepsilon. \tag{4}$$

Напруга на ділянці R_{23}

$$U_{23} = I\,R_{23}. \tag{5}$$

Напруга U_3 на опорі R_3 дорівнює напрузі U_{23}. Тоді

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{I\,R_{23}}{R_3}. \tag{6}$$

Проведемо проміжні розрахунки опорів, щоб не отримати громіздких математичних виразів:

$$R_{23} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \text{ (Ом)},$$

$$R = 5 + 2 = 7 \text{ (Ом)}.$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (3) і (6), отримаємо:

$$I = 0{,}3 \text{ А}, \quad I_3 = 0{,}2 \text{ А}.$$

Приклад 11.3.3. Для розширення границі вимірювання струмів використовують шунтування – підключення паралельно амперметру опору $R_{ш}$. (рис. 11.3). Який опір $R_{ш}$ повинен мати шунт, щоб цим міліамперметром можна було виміряти в n разів більший струм? Провести розрахунки для наступного випадку: міліамперметр із межею вимірювання струмів I_0=25 мА треба використати як амперметр для виміру струму I=5 А. Опір амперметра R_A=10 Ом.

Розв'язання. Границю вимірювання струму треба збільшити в n разів:

$$n = \frac{I}{I_0}, \quad (1)$$

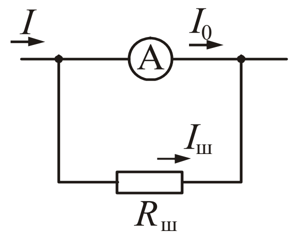


Рисунок 11.3

де I_0 – струм, на який розрахований амперметр;
I – струм у колі.

При підключенні шунта паралельно міліамперметру струм I повинен ділитися так, щоб через міліамперметр протікав струм I_0. Тому струм $I_{ш}$, що тече через шунт, дорівнює:

$$I_{ø} = I - I_0 = nI_0 - I_0 = I_0(n-1). \quad (2)$$

Напруга на амперметр U_A дорівнює напрузі на шунті $U_{ш}$, оскільки вони з'єднані паралельно:

$$U_A = U_{ш}. \quad (3)$$

За законом Ома для однорідної ділянки кола:

$$U_A = I_0 R_A; \qquad U_{ш} = I_{ш} R_{ш}. \quad (4)$$

де R_A – опір амперметра;
$R_{ш}$ – опір шунта.
Підставимо співвідношення (4) у формулу (3), отримаємо:

$$I_0 R_A = I_{ш} R_{ш}.$$

Звідси:

$$R_{ш} = \frac{I_0 R_A}{I_{ш}}. \quad (5)$$

Замінимо в (5) $I_{ш}$ відповідно до формули (2), отримаємо

$$R_{ш} = \frac{I_0 R_A}{I_0(n-1)} = \frac{R_A}{(n-1)}. \quad (6)$$

Таким чином, опір шунта має бути в (n–1) разів менше опору амперметра. Розрахуємо попередньо n: $n = \frac{5}{25 \cdot 10^{-3}} = 200$. Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$R_{ш} = 0{,}05 \text{ Ом}.$$

Приклад 11.3.4. Для розширення границі вимірювання напруги, послідовно вольтметру приєднують додатковий опір $R_д$ (рис. 11.4). Який додатковий опір $R_д$ потрібно приєднати до вольтметра, щоб їм можна було виміряти в n разів більшу напругу? Провести розрахунки для наступного випадку: вольтметр, розрахований на напругу U_0=30 В, треба використати для вимірювання напруги U=150 В. Опір вольтметра R_V=3000 Ом.

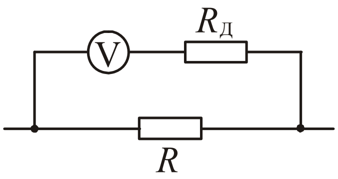


Рисунок 11.4.

Розв'язання. Границю виміру напруги треба збільшити в n разів:

$$n = \frac{U}{U_0}. \tag{1}$$

де U_0 – напруга, на яку розрахований вольтметр;
U – напруга, яку треба виміряти.

Без зовнішнього додаткового опору границя вимірювань вольтметра дорівнює U_0. Струм, що відхиляє стрілку вольтметра на всю шкалу, визначиться за законом Ома:

$$I = \frac{U_0}{R_V}. \tag{2}$$

При послідовному підключенні додаткового опору межа вимірювання буде дорівнювати nU_0, а загальний опір виявиться рівним $R_V + R_д$. Отже,

$$I = \frac{nU_0}{R_V + R_д}. \tag{3}$$

Через вольтметр і додатковий опір течуть однакові струми. На підставі цього можна записати:

$$\frac{U_0}{R_V} = \frac{nU_0}{R_V + R_д}. \tag{4}$$

Виразимо з (4) додатковий опір:

$$R_д = R_V(n-1). \tag{5}$$

Таким чином, додатковий опір має бути в (n–1) разів більше опору вольтметра. Розрахуємо попередньо n: $n = \frac{150}{30} = 5$. Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$R_д = 12000 \text{ Ом=12 кОм.}$$

Приклад 11.3.5. Два паралельно з'єднаних елемента з однаковими ерс ε_1=ε_2=2 В і внутрішніми опорами r_1=1 Ом і r_2=1,5 Ом замкнені на зовнішній опір R=1,4 Ом (рис. 11.5). Знайти струм в кожному з елементів і у всьому колі.

Розв’язання. Проаналізуємо схему. Вкажемо полюса джерел і передбачувані напрямки струмів. Позначимо: I_1 – струм, що тече через перший елемент; I_2 – струм, що тече через другий елемент; I – загальний струм.

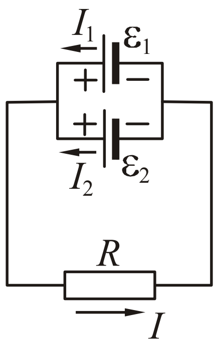


Рисунок 11.5

Елементи батареї з’єднані паралельно. Їх ерс однакові: $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$. Батарею в цьому випадку можна замінити еквівалентним джерелом з тією ж ерс ε, але іншим внутрішнім опором, яке знайдемо, використовуючи закони паралельного з’єднання.

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}, \tag{1}$$

$$r=\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}. \tag{2}$$

Струм, що тече в колі, знайдемо, використовуючи закон Ома для замкнутого кола:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon}{R+\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}}. \tag{3}$$

За законом Ома для однорідної ділянки кола

$$U=IR. \tag{4}$$

Напруга на затискачах елементів, замкнутих зовнішнім опором R:

$$U_1=U_2=U. \tag{5}$$

Внутрішній опір елементів не дорівнює нулю, тому

$$U_1=\varepsilon-I_1 r_1, \tag{6}$$

$$U_2=\varepsilon-I_2 r_2. \tag{7}$$

Знайдемо струм I_1, використовуючи рівняння (4), (5), (6).

$$IR=\varepsilon-I_1 r_1.$$

$$I_1=\frac{\varepsilon-IR}{r_1}. \tag{8}$$

Аналогічно:

$$I_2=\frac{\varepsilon-IR}{r_2}. \tag{9}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (3), (8), (9), отримаємо

$$I=1\ \text{А},\ I_1=0{,}6\ \text{А},\ I_2=0{,}4\ \text{А}.$$

Можна знайти струм I_2 іншим способом, використовуючи наступне співвідношення:

$$I = I_1 + I_2 .$$

$$I_2 = I - I_1 = 1 - 0{,}6 = 0{,}4 \text{ А}.$$

Як бачите, результат вийшов один і той же.

Приклад 11.3.6. Визначити силу струму I_3 в резисторі опором R_3 (рис. 11.6) і напругу на кінцях резистора, якщо ε_1=4 В, ε_2=3 В, R_1=2 Ом, R_2=6 Ом, R_3=1 Ом. Внутрішніми опорами джерел знехтувати.

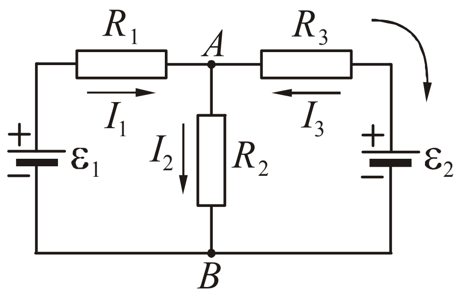


Рисунок 11.6

Розв'язання. Коло розгалужене, тому для розв'язання задачі застосуємо правила Кірхгофа. Позначимо полюса джерел, вкажемо передбачувані напрямки струмів. Коло містить два вузла – А і В. Запишемо перше правило Кірхгофа для вузла А:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 . \qquad (1)$$

Струми, що входять у вузол взяті зі знаком «плюс», що виходить – зі знаком «мінус». Рівняння для вузла В писати не треба, так як воно буде наслідком першого рівняння.

У рівняння (1) входить три невідомих, отже, треба скласти ще два рівняння. Їх запишемо з використанням другого правила Кірхгофа для контурів. Щоб отримати необхідну кількість незалежних рівнянь, треба дотримуватися правила: контури вибираються таким чином, щоб у кожен новий контур входила хоча б одна вітка, яка не брала участь раніше ні в одному з контурів. Виберемо напрямок обходу. Напрямок вибирається довільно, припустимо за годинниковою стрілкою (див. рис. 11.6).

Для контуру $R_1R_2\varepsilon_1$:

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_1 . \qquad (2)$$

Для контуру $R_1R_3\varepsilon_2\varepsilon_1$:

$$I_1R_1 - I_3R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 . \qquad (3)$$

Добутки IR бралися зі знаком «плюс», якщо струм збігався за напрямком з напрямком обходу, в протилежному випадку брався «мінус».

Ерс ε_1 взяли зі знаком «плюс», оскільки при обході всередині джерела йшли від «мінуса» до «плюса» (потенціал підвищувався). Ерс ε_2 взяли зі знаком «мінус», оскільки при обході йшли від «плюса» до «мінуса» (потенціал знижувався).

У рівняння (1), (2), (3) підставимо чисельні значення, отримаємо систему:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \qquad (4)$$

$$2I_1 + 6I_2 = 4 \qquad (5)$$

$$2I_1 - I_3 = 4 - 3 = 1 \qquad (6)$$

Розв'яжемо систему. Для цього віднімемо з рівняння (5) рівняння (6), отримаємо:

$$6I_2 + I_3 = 3\,.$$

Знайдемо I_2:

$$I_2 = \frac{3 - I_3}{6}\,. \qquad (7)$$

З (5) знайдемо I_1, замінивши I_2 за формулою (7):

$$I_1 = 2 - 3I_2 = 2 - 3 \cdot \frac{3 - I_3}{6} = 2 - \frac{3 - I_3}{2}\,. \qquad (8)$$

Вирази (7) і (8) підставимо в (4), отримаємо:

$$2 - \frac{3 - I_3}{2} + I_3 - \frac{3 - I_3}{6} = 0\,.$$

Приведемо до спільного знаменника:

$$\frac{12 - 9 + 3I_3 + 6I_3 - 3 + I_3}{6} = 0\,.$$

Звідси:

$$10I_3 = 0 \qquad \text{або} \qquad I_3=0. \qquad (9)$$

Напруга на опорі R_3 за законом Ома для однорідної ділянки кола:

$$U_3 = I_3 R_3\,. \qquad (10)$$

$$U_3 = 0 \quad \text{, оскільки } I_3=0.$$

Приклад 11.3.7. Батарею з ерс ε=100 В включили в коло так, як показано на рис. 11.7. До якої напруги зарядиться конденсатор ємністю C=5 мкФ? Який заряд отримає при цьому конденсатор? Опори R_1=40 Ом, R_2=60 Ом. Внутрішнім опором батареї знехтувати.

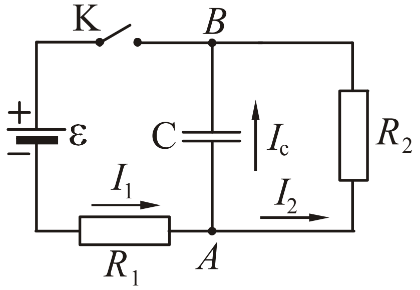


Рисунок 11.7

Розв'язання. Проаналізуємо схему. Вкажемо полюса джерела і передбачувані напрямки струмів. Позначимо:
I_1 – струм, що тече через опір R_1; I_2 – струм, що тече через опір R_2; I_c – струм, який обумовлює зарядку конденсатора.

Після закінчення процесу зарядки конденсатора струм I_c стане рівним нулю. При цьому по контуру $\varepsilon R_1 R_2 \varepsilon$ потече струм $I_1 = I_2$.

За законом Ома для замкнутого кола

$$I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}. \qquad (1)$$

Напруга на обкладинках конденсатора буде при цьому максимальною і рівною різниці потенціалів між точками А і В.

$$U_с = \varphi_A - \varphi_B = I_2 R_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (2)$$

Оскільки за визначенням електроємність конденсатора дорівнює відношенню заряду до різниці потенціалів, то заряд буде дорівнювати:

$$q = CU_с. \qquad (3)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (2) і (3), отримаємо

$$U_с = 60 \text{ В}, \; q = 300 \text{ мкКл}.$$

Приклад 11.3.8. Едс батареї ε=120 В, опори R_2=60 Ом, R_3=30 Ом (рис. 11.8). Амперметр показує струм I=2 А. Знайти потужність P, що виділяється на опорі R_1.

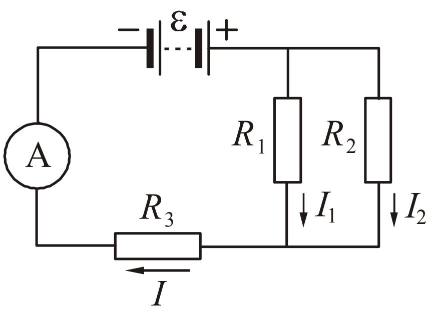


Рисунок 11.8

Розв'язання. Введемо спрощення: будемо вважати, що опори джерела і амперметра дорівнюють нулю.

Вкажемо полюса джерела і передбачувані напрямки струмів. Позначимо: I_1 – струм, що тече через опір R_1; I_2 – струм, що тече через опір R_2; I – струм, що тече через джерело ерс. Зі схеми випливає, що струм I_3, що тече через опір R_3, дорівнює струму I.

Потужність, що виділяється на опорі R_1, можна визначити зі співвідношення:

$$P_1 = I_1 U_1. \qquad (1)$$

За законами паралельного з'єднання

$$I = I_1 + I_2, \qquad (2)$$

$$U_1 = U_2 = U. \qquad (3)$$

Із закону Ома випливає, що ерс дорівнює сумі напруг на окремих ділянках кола. Опір джерела дорівнює нулю, тому

$$\varepsilon = U + U_3 = U + IR_3, \qquad (4)$$

оскільки за законом Ома для ділянки кола

$$U_3 = I_3 R_3, \quad \text{але} \quad I_3 = I.$$

З рівняння (4) знайдемо U:

$$U = \varepsilon - IR_3 . \tag{5}$$

З рівняння (2) знайдемо струм I_1:

$$I_1 = I - I_2 . \tag{6}$$

Струм I_2 знаходиться із закону Ома для ділянки кола:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{\varepsilon - IR_3}{R_2} . \tag{7}$$

У рівнянні (7) ми врахували, що U_1=U_2.

Записані співвідношення підставимо в (1), отримаємо:

$$P_1 = \left(I - \frac{\varepsilon - IR_3}{R_2} \right) \cdot \left(\varepsilon - IR_3 \right). \tag{8}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (8), отримаємо

$$P_1 = 60 \text{ Вт}.$$

Приклад 11.3.9. До батареї акумуляторів, ерс якої ε дорівнює 2 В і внутрішній опір r=0,5 Ом, приєднаний провідник. Визначити: 1) при якому опорі R провідника в ньому виділяється максимальна потужність; 2) величину максимальної потужності $P_{\max}$.

Розв'язання. Потужність, що виділяється на ділянці кола, розраховується за формулою:

$$P = I^2 R , \tag{1}$$

де I – струм, що тече через ділянку, R – опір ділянки.
За законом Ома для замкнутого кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} , \tag{2}$$

де ε – ерс джерела, r – опір джерела (внутрішній опір).
Підставами (2) в (1), отримаємо:

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(R + r \right)^2} . \tag{3}$$

Для того, щоб знайти значення опору R, при якому потужність прийме максимальне значення, досліджуємо функцію (3) на максимум. Для цього знайдемо похідну по R і прирівняємо її до нуля.

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} = \varepsilon^2 \frac{(R+r-2R)}{(R+r)^3} = 0 . \tag{4}$$

Звідси випливає, що

$$r - R = 0 .$$

Або

$$R = r . \tag{5}$$

Це означає, що потужність, що виділяється в зовнішньому колі, буде максимальна, якщо зовнішній опір дорівнює внутрішньому. Для розрахунку максимальної потужності використовуємо рівняння (3), замінивши R на r.

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2 r}{4r^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r} . \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (5) і (6), отримаємо:

$$R = 0{,}5 \text{ Ом}, \qquad P_{\max} = 2 \text{ Вт}.$$

Приклад 11.3.10. Електродвигун живиться від джерела напругою U=24 В. Чому дорівнює потужність на валу двигуна при протіканні по його обмотці струму I=8 А, якщо відомо, що при повному гальмуванні ротора по колу йде струм I_0=16 А?

Розв'язання. Потужність P струму, що йде по обмотці працюючого електродвигуна, дорівнює сумі механічної потужності (потужності на валу електродвигуна) та теплової потужності.

$$P = P_{\text{мех}} + P_{\text{тепл}} . \tag{1}$$

Потужність струму, що йде по обмотці

$$P = IU . \tag{2}$$

Теплова потужність

$$P_{\text{тепл}} = IR^2 . \tag{3}$$

де R – опір кола електродвигуна.

Підставимо (2) і (3) в (1), і знайдемо потужність на валу електродвигуна:

$$P_{\text{мех}} = P - P_{\text{тепл}} = IU - IR^2 = I(U - IR). \tag{4}$$

Знайдемо опір кола електродвигуна. При повному гальмуванні ротора напруга, що прикладена до двигуна, дорівнює добутку сили струму I_0 на опір кола (в цьому випадку не виникає ерс самоіндукції):

$$U = I_0 R . \tag{5}$$

Тоді

$$R = \frac{U}{I_0}. \qquad (6)$$

Підставами (6) у формулу (4), отримаємо:

$$P_{\text{мех}} = I\left(U - I\frac{U}{I_0}\right) = IU\left(1 - \frac{I}{I_0}\right). \qquad (7)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$P_{\text{мех}} = 96\,\text{Вт}$$

- **Питання для підготовки до практичних занять**

1. Що називається електричним струмом? Які умови існування електричного струму?
2. Дайте визначення величини струму і густини струму. Як вони пов’язані між собою?
3. Яка ділянка кола називається однорідною? Сформулюйте і запишіть закон Ома для однорідної ділянки кола.
4. Як опір однорідного провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів? Дайте визначення питомого опору.
5. Як опір провідника залежить від температури? Що називається температурним коефіцієнтом опору?
6. Яку величину називають електропровідністю, питомою електропровідністю?
7. Які співвідношення виконуються для струмів і напруг при послідовному і паралельному з’єднанні провідників? Як при цьому розраховується результуючий опір?
8. Яка ділянка кола називається неоднорідною? Запишіть закон Ома для неоднорідної ділянки кола.
9. Запишіть закон Ома для замкнутого кола.
10. Запишіть і сформулюйте закон Ома в диференціальній формі.
11. Сформулюйте перше правило Кірхгофа.
12. Сформулюйте друге правило Кірхгофа.
13. Скільки незалежних рівнянь для визначення струмів в колі можна скласти на основі першого і другого правил Кірхгофа?
14. Запишіть формули для розрахунку роботи та потужності постійного струму.
15. Запишіть і сформулюйте закон Джоуля- Ленца.

11.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

11.1. Конденсатор ємністю C=100 мкФ заряджається до напруги U=500 В за час t=0,5 с. Яке середнє значення величини зарядного струму?

11.2. Обмотка реостата опором 84 Ом виконана з нікелінового дроту площею поперечного перерізу 1 мм^2. Яка довжина дроту?

11.3. Мідний дріт має електричний опір 6 Ом. Який електричний опір має мідний дріт, у якого в 2 рази більша довжина і в 3 рази більша площа поперечного перерізу?

11.4. Знайти падіння напруги на мідному дроті довжиною l=510 м і діаметром d=2 мм, якщо величина струму в ньому I=2 А.

11.5. Резистор підключений до джерела струму з едс 10 В і внутрішнім опором 1 Ом. Струм в колі дорівнює 1 А. Чому дорівнює опір резистора?

11.6. Знайти падіння напруги на джерелі і зовнішній опір електричного кола, якщо струм в колі I=0,25 А. Ерс джерела ε=2 В, внутрішній опір джерела r=0,5 Ом.

11.7. Який внутрішній опір гальванічного елемента, якщо його ерс ε=1,5 В, а при зовнішньому опорі R=5,0 Ом сила струму в колі дорівнює I=0,2 А?

11.8. Елемент, що має ерс 1,1 В і внутрішній опір 1 Ом, замкнутий на зовнішній опір 9 Ом. Знайти величину струму в колі, падіння напруги в зовнішній частині кола, падіння напруги всередині елемента.

11.9. На балоні мережевої лампи розжарювання написано: 220 В, 60 Вт. Знайти силу струму і опір лампи в робочому режимі.

11.10. Сила струму в провіднику змінилася від 0,2 А до 0,8 А за час 0,02 с. Визначити заряд, що пройшов за цей час через поперечний переріз провідника.

11.11. При проходженні по провіднику електричного струму силою 5 А протягом 2 хв відбувається робота 150 кДж. Чому дорівнює опір провідника?

11.12. На вході в електричне коло квартири встановлено запобіжник, який розмикає коло при силі струму 10 А. Напруга в колі дорівнює 220 В. Яка максимальна кількість електроприладів, потужність кожного з яких дорівнює 400 Вт, можна одночасно включити в квартирі?

Середній рівень

11.13. Обмотка котушки з мідного дроту при температурі 14ºC має опір 10 Ом. Після пропускання струму опір обмотки стал рівним 12,2 Ом. До якої температури нагрілася обмотка? Температурний коефіцієнт опору міді дорівнює $4{,}15\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$.

11.14. Сила струму в провіднику змінюється відповідно до рівняння $I = I_0 + kt$, где $I_0 = 5$ А, k=3 А/с. Який заряд проходить через поперечний переріз провідника за час від t_1=3 с до t_2=8 с?

11.15. У провіднику опором 2 Ом, підключеному до елементу з ерс ε=1,1В, сила струму дорівнює 0,5 А. Яка сила струму при короткому замиканні?

11.16. Амперметр опором 0,16 Ом зашунтований опором 0,04 Ом. Амперметр показує струм 8 А. Знайти силу струму в колі.

11.17. Який опір потрібно включити послідовно з електричною лампочкою, яка споживає струм 1 А при напрузі 200 В, якщо напруга в колі 220 В?

11.18. Є призначений для вимірювання струмів до 10 А амперметр опором 0,18 Ом, шкала якого розділена на 100 поділок. 1) Який опір треба взяти і як його включити, щоб цим амперметром можна було виміряти силу струму до 100 А? 2) Як зміниться при цьому ціна поділки амперметра?

11.19. Є вольтметр, призначений для вимірювань напруги до 30 В, шкала якого розділена на 150 поділок. Опір вольтметра 2 кОм. 1) Який опір треба взяти і як його включити, щоб цим вольтметром можна було вимірювати напруги до 75 В? 2) Як зміниться при цьому ціна поділки вольтметра?

11.20. При замиканні гальванічного елемента на опір R_1=3,75 Ом в колі встановився ток I_1=0,5 А. Якщо зовнішній опір кола збільшити до R_2=4,75 Ом, то величина струму зменшиться до I_2=0,4 А. Знайти ерс елемента, внутрішній опір *r* елемента і струм короткого замикання.

11.21. Визначити густину струму в залізному провіднику довжиною *l*=10 см, якщо провід знаходиться під напругою *U*=6,0 В.

11.22. Лампочка і реостат, з'єднані послідовно, приєднані до джерела струму. Напруга на затискачах лампочки 40 В, опір реостата 10 Ом. Зовнішнє коло споживає потужність 120 Вт. Знайти силу струму в колі.

11.23. При підключенні до гальванічної батареї по черзі двох опорів R_1=32 Ом і R_2=4 Ом на них виділяється однакова потужність. Знайти внутрішній опір батареї.

11.24. Два провідника, опори яких рівні 2,0 Ом і 8,0 Ом, з'єднані паралельно і підключені до елементу з ерс 1,2 В. Сила струму у колі дорівнює 0,5 А. Яка сила струму при короткому замиканні?

11.25. Електродвигун включений в мережу постійного струму напругою 220 В. Опір обмотки двигуна 2 Ом. Сила споживаного струму 10 А. Знайти споживану потужність і ккд двигуна.

Достатній рівень

11.26. Визначити середню швидкість спрямованого руху електронів вздовж мідного провідника при густини постійного струму *j*=10 А/мм^2, якщо вважати, що на кожен атом міді в металі припадає один вільний електрон.

11.27. Визначити концентрацію електронів в пучку електронно-променевої трубки осцилографа поблизу екрана. Переріз пучка *S*=4 мм^2, сила струму $I=1{,}6\cdot10^{-3}$ А. Електрони вилітають з катода без початкової швидкості і прискорюються між катодом і анодом електричним полем різницею потенціалів *U*=28,5 кВ.

11.28. Сила струму в провіднику рівномірно зростає від I_1=3 А до I_2=7 А протягом 1,6 с. Записати рівняння, що описує зміну струму в провіднику. Визначити заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час від t_1=1,0 с до t_2=1,6 с .

11.29. Котушка з мідного дроту має опір 10,8 Ом. Маса мідного дроту 3,41 кг. Якої довжини і якого діаметру дріт на котушці?

11.30. До кола, схема якого наведена на рисунку 11.30, підведена напруга 90 В. Опір лампи Л2 дорівнює опору лампи Л1, а опір лампи Л3 в 4 рази більше опору лампи Л1. Величина струму, споживана від джерела, дорівнює 0,5 А. Знайти опір кожної лампи, напругу на лампах Л1 і Л3 і величину струму в них.

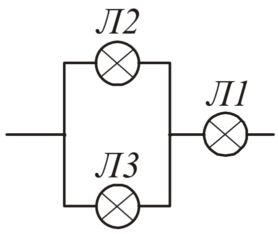


Рисунок 11.30

11.31. Дві групи з трьох послідовно з'єднаних елементів з'єднані паралельно. Ерс кожного елемента дорівнює 1,2 В, внутрішній опір – 0,2 Ом. Отримана батарея замкнута на зовнішній опір 1,5 Ом. Знайти силу струму в зовнішньому колі.

11.32. У скільки разів зміняться показання амперметра, якщо від схеми, наведеної на рисунку 11.32 а, перейти до схеми показаної на рисунку 11.32 б? Напруга, подана на кінці кола, не змінюється.

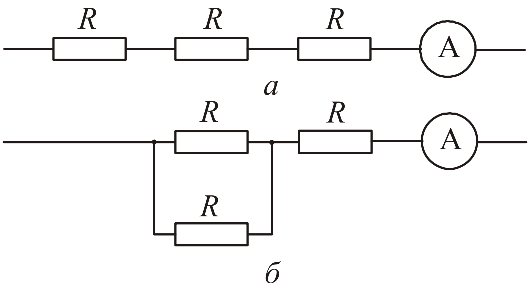


Рисунок 11.32

11.33. Ерс батареї 12 В, сила струму короткого замикання 5 А. Яка максимальна потужність може виділитися в зовнішньому колі?

11.34. При величині струму 3 А в зовнішньому колі виділяється потужність 18 Вт, а при величині струму 1 А відповідно – 10 Вт. Визначити ерс і внутрішній опір батареї.

11.35. У схемі, наведеній на рис. 11.35 ерс ε_1=9 В, ε_2=8 В, ε_3=1 В, опори R_1=50 Ом, R_2=20 Ом, R_3=10 Ом. Знайти силу струму в усіх вітках кола, а також різницю потенціалів між точками А і В. Опором джерел знехтувати.

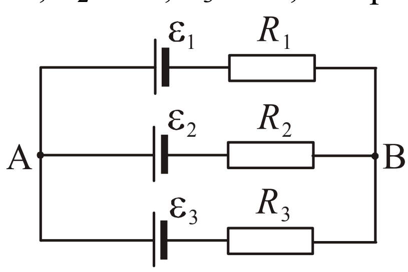


Рисунок 11.35

11.36. Знайти внутрішній опір і ерс джерела струму, якщо при величині струму 30 А потужність у зовнішньому колі дорівнює 180 Вт, а при величині струму 10 А ця потужність дорівнює 100 Вт. Чому дорівнює струм короткого замикання даного джерела струму?

11.37. Сила струму в провіднику опором R=10,0 Ом рівномірно наростає від I_1=2 А до I_2=6 А протягом часу t=8 с. Яка кількість тепла Q виділяється в цьому провіднику за вказаний проміжок часу?

11.38. В електричний чайник налили 600 см^3 води при температурі 9°С. Чайник включили в мережу і забули вимкнути. Опір обмотки чайника 16 Ом, напруга в мережі 120 В. Через який час вода з чайнику википить, якщо його ккд дорівнює 60%?

11.39. Знайти довжину l ніхромового дроту діаметром d=0,25 мм, необхідного для виготовлення спіралі нагрівача потужністю P=0,5 кВт, який працює від джерела постійного струму напругою U=110 В.

11.40. Якої довжини l необхідно взяти ніхромовий дріт перерізом S=0,1 мм^2, щоб виготовити нагрівач, яким можна за 3 хвилини нагріти m=200 г води від 10ºС до 100ºС при ккд 90% і напрузі U=220 В?

11.41. Знайти показання амперметра і вольтметра в схемах, представлених на рис. 11.41. Опір вольтметра 1000 Ом, ерс батареї 110 В, R_1=400 Ом і R_2=600 Ом. Опором батареї і амперметра знехтувати.

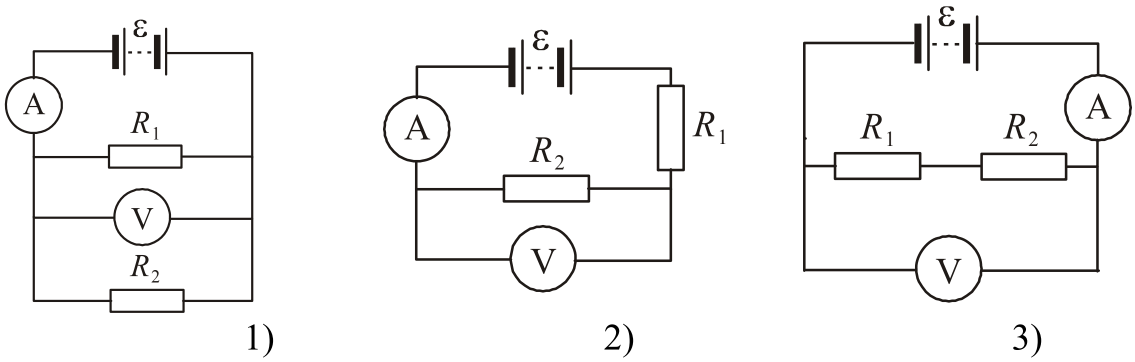


Рисунок 11.41

Глава 4. Електромагнетизм

§12 Магнітне поле постійного струму

12.1 Основні теоретичні відомості

1. Основною характеристикою магнітного поля є магнітна індукція $\vec{B}$. Вектор напруженості $\vec{H}$ магнітного поля є допоміжною величиною. Магнітна індукція $\vec{B}$ пов'язана з напруженістю $\vec{H}$ магнітного поля співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\,, \tag{12.1}$$

де μ – магнітна проникність ізотропного середовища, μ_0 – магнітна стала. Для немагнітних середовищ магнітну проникність в більшості випадків можна вважати рівною 1.

У феромагнетику зв'язок між магнітною індукцією B поля і напруженістю H поля, що намагнічує виражається графічно і має нелінійний характер. Графік залежності для деяких феромагнетиків наведено в довідкових матеріалах («Таблиці фізичних величин», п. 3.5.9).

2. Магнітна індукція поля, створюваного прямолінійним відрізком провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi\, r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,. \tag{12.2}$$

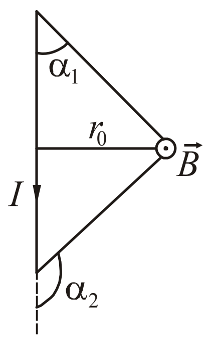


Рисунок 12.1

(Позначення див. на рис. 12.1)

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ перпендикулярний площині рисунка, спрямований до нас і, тому, зображений точкою.

Магнітна індукція поля прямого нескінченно довгого провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi\, r_0}, \tag{12.3}$$

де r_0 – відстань від осі провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція.

3. Магнітна індукція на осі кругового провідника із струмом

$$B = \frac{\mu\mu_0\, IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}\,, \tag{12.4}$$

де x – відстань від центру витка до точки, в якій визначається магнітна індукція;
R – радіус витка.

Магнітна індукція в центрі кругового провідника із струмом

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}. \qquad (12.5)$$

4. Магнітна індукція в довільній точці А, що лежить на осі соленоїда кінцевої довжини, по якому тече струм I

$$B = \frac{\mu_0 In}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \qquad (12.6)$$

де $n = \dfrac{N}{l}$ – число витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда (густина намотування);
α_1 і α_2 – кути, під якими з точки А видно кінці соленоїда (рис. 12.2).

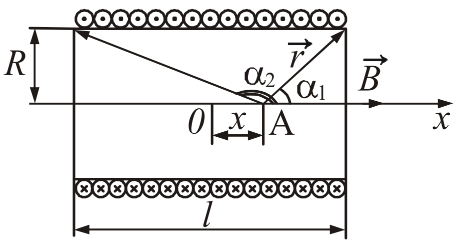


Рисунок 12.2

Магнітна індукція $\vec{B}$ поля, створюваного нескінченно довгим соленоїдом

$$B = \mu\mu_0 nI, \qquad (12.7)$$

де n – число витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда.

5. *Принцип суперпозиції магнітних полів.*
Магнітна індукція $\vec{B}$ поля, яке створюване кількома провідниками з струмом, дорівнює векторній сумі магнітних індукцій полів, створюваних кожним струмом окремо.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots + \vec{B}_n. \qquad (12.8)$$

6. *Теорема про циркуляцію напруженості магнітного поля* (*закон повного струму).*
Циркуляція вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля по довільному контуру l дорівнює алгебраїчній сумі струмів, які охоплюються цим контуром.

$$\oint_l \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{N} I_k. \qquad (12.9)$$

7. Сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі (сила Ампера)

$$F = IBl\sin\alpha, \qquad (12.10)$$

де l – довжина провідника, α – кут між напрямком струму в провіднику і вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

8. Сила взаємодії двох нескінченно довгих прямолінійних провідників зі струмами I_1 і I_2, що знаходяться на відстані r один від одного

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l. \qquad (12.11)$$

9. Сила, що діє на заряд q, що рухається зі швидкістю v в магнітному полі (сила Лоренца)

$$F = qBv\sin\alpha, \tag{12.12}$$

де α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

10. Магнітний момент плоского контура зі струмом

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \tag{12.13}$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор позитивної нормалі до площини контуру,
I – сила струму, що тече в контурі; S – площа контуру.

11. Механічний момент, що діє на контур зі струмом, поміщений в однорідне магнітне поле

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}.$$

У скалярному вигляді

$$M = p_m B\sin\alpha, \tag{12.14}$$

де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$.

12. *Ефект Холла*: Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм I, помістити в перпендикулярне до нього магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямками струму і поля, виникає різниця потенціалів.

$$U_H = R_H\frac{IB}{b}, \tag{12.15}$$

де R_H – постійна Холла, b – товщина пластинки (розмір пластинки в напрямку вектора магнітної індукції), B – індукція магнітного поля.
Постійна Холла:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \tag{12.16}$$

де q – заряд носіїв;
n – концентрація носіїв струму.

12.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

12.2.1. У цьому параграфі розглядається два типи задач:

1. Задачі на розрахунок характеристик магнітного поля довільної системи струмів.
2. Задачі про силову дію магнітного поля на провідники зі струмом і рухомі електричні заряди.

В обох типах задач мається на увазі, що струми є лінійними. Це означає, що струми течуть по провідникам, поперечні розміри яких нехтовно малі.

12.2.2. Розрахунок індукції $\vec{B}$ магнітного поля проводиться або на підставі закону Біо-Савара-Лапласа та принципу суперпозиції полів, або на підставі теореми про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля (закону повного струму).

1. Розрахунок полів, створених найпростішими провідниками зі струмом (відрізком, круговим витком і т.д.), проводиться за допомогою формул (12.2) – (12.7). Вони отримані із закону Біо-Савара-Лапласа. Якщо в задачі немає спеціальних застережень, то ці формули використовують в готовому вигляді, без виведення.
2. Розрахунок полів, створених кількома найпростішими провідниками, проводять за допомогою формул (12.2) – (12.7) і принципу суперпозиції полів (12.8). Для того, щоб знайти векторну суму, спочатку знаходять напрямок векторів магнітної індукції $\vec{B}_i$ полів, створюваних кожним провідником окремо, потім складають вектори за правилом додавання векторів. Далі розраховують модуль результуючого вектора.
3. Розрахунок полів, створених провідником зі струмом, який є комбінацією відрізків, дуг, кіл і т.д., проводять за наступним **алгоритмом:**

   – розбити цю комбінацію на складові частини так, щоб можна було розрахувати магнітну індукцію поля цих частин за формулами (12.2) – (12.7);

   – визначити напрямок векторів магнітної індукції $\vec{B}_i$ полів, створюваних кожною частиною окремо, потім скласти їх за правилом додавання векторів;

   – розрахувати модуль результуючого вектора.
4. Розрахунок симетричних магнітних полів проводять за допомогою закону повного струму. Через точку, в якій потрібно визначити вектор $\vec{B}$, проводять замкнутий контур l, що співпадає з лінією індукції поля. При цьому важливо, щоб для всіх точок цього контура виконувалося співвідношення $\left|\vec{B}_i\right| = \text{const}$. У цьому випадку кут між $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ дорівнює 0°, $\cos 0^\circ = 1$. Рівняння (12.9) при цьому набуває простий вигляд:

$$Bl = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k \ .$$

12.2.2. Якщо в задачі потрібно знайти напруженість $\vec{H}$ поля в вакуумі, то, знайшовши індукцію $\vec{B}$ описаними вище способами, напруженість розраховують, використовуючи співвідношення (12.1).

12.2.3. Задачі про силову дію однорідного магнітного поля на провідники і контури зі струмом розв'язують за наступним **алгоритмом**.

1. Зробити схематичний рисунок, на якому зобразити провідник або контур зі струмом і напрям силових ліній магнітного поля. Відзначити кути між напрямками магнітної індукції і струму в провіднику. Якщо контур складається з декількох прямих провідників, то кути треба відзначати для кожного провідника.

2. Визначити напрямок сил, що діють на провідник або на кожен елемент контуру, проставити сили на рисунку.
3. Записати рівняння (12.10) або (12.14). При необхідності додати вираз, що визначає обертаючий момент, що діє на контур зі струмом. Знайти шукану величину.

12.2.4. Якщо в задачі розглядається рівновага провідника зі струмом в магнітному полі, то вкажіть не тільки силу Ампера, але і всі інші сили, що діють на провідник або контур. Умову рівноваги для провідника запишіть у вигляді: $\sum \vec{F}_i = 0$. Далі запишіть закони сил. В результаті отримаєте рівняння для визначення шуканої величини.

Контур зі струмом в магнітному полі під дією обертального моменту повертається так, що кут між магнітним моментом $\vec{p}_m$ і магнітною індукцією $\vec{B}$ зменшується. При α=0 настає стан стійкої рівноваги контура в магнітному полі. Умова рівноваги для контуру записується у вигляді: $\sum \vec{M}_i = 0$. Далі запишіть вирази для моментів сил. В результаті отримаєте рівняння для визначення шуканої величини.

12.2.5. Задачі про силову дію магнітного поля на заряджені частинки вирішуються тими ж методами, що і задачі з механіки. Різниця лише в природі сил. **Алгоритм** розв’язання, тому, виглядає аналогічно.

1. Виконати рисунок, вказати на ньому напрям вектора магнітної індукції $\vec{B}$, вектора швидкості частинки, проставити знак її заряду.
2. Якщо швидкість частинки перпендикулярна вектору магнітної індукції $\vec{B}$, то під дією сили Лоренца частинка буде рівномірно обертатися по колу.
3. Якщо швидкість частинки направлена під кутом до вектора індукції $\vec{B}$ магнітного поля, то треба розкласти швидкість на дві складові. Одна з них повинна бути спрямована перпендикулярно вектору $\vec{B}$, друга паралельно йому. Таке розкладання дозволяє розглядати рух частинки як складання двох рухів: рівномірного переміщення уздовж поля зі швидкістю $\vec{v}_{\parallel}$ і рівномірного обертання по колу зі швидкістю $\vec{v}_{\perp}$ в площині, що перпендикулярна вектору магнітної індукції $\vec{B}$. У результаті частинка рухається по гвинтовій лінії (спіралі). Крок h гвинтової лінії (відстань між сусідніми витками) $h = v_{\parallel} T$, де T – період обертання.
4. Вказати напрям сили Лоренца. Напрям сили Лоренца визначається за правилом лівої руки. При використанні цього правила звернути увагу на знак заряду частинки. Сила тяжіння, що діє на елементарні частинки мізерно мала в порівнянні з силами електромагнітного поля, тому, якщо в завданні немає спеціальних застережень, її не враховують.
5. Записати рівняння руху частинки – другий закон Ньютона. Врахувати, що сила Лоренца надає рухомій частинці нормальне прискорення, не змінюючи модуля швидкості. Якщо для знаходження невідомої величини записаного рівняння виявиться недостатньо, то додати рівняння кінематики.

12.2.6. Якщо частинки рухаються в схрещених електричному і магнітному полях, то схема розв’язання задачі зберігається (див. п. 12.2.5), але додається сила, що діє з боку електричного поля: $\vec{F}_{ел} = q\vec{E}$. При визначенні напрямку $\vec{F}_{ел}$ врахуйте знак заряду: якщо q<0, то $\vec{F}_{ел}$ спрямована протилежно вектору напруженості електричного поля $\vec{E}$; якщо q>0, то напрямки $\vec{F}_{ел}$ і $\vec{E}$ збігаються.

12.2.7. Розв'язуючи задачі на розрахунок магнітних полів при наявності магнітних середовищ, пам'ятайте, що магнітна проникність μ феромагнетика залежить від магнітного поля всередині речовини. Тому між вектором магнітної індукції $\vec{B}$ і напруженістю $\vec{H}$ поля, що намагнічує немає пропорційної залежності.

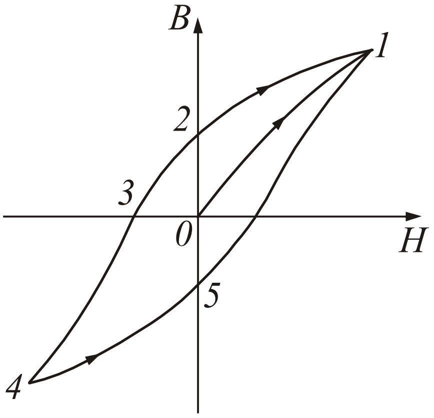


Рисунок 12.3

Нелінійна залежність між B і H різна для різних феромагнетиків. Вона наводиться в довідниках у вигляді отриманих експериментально кривих намагнічування (див. «Таблиці фізичних величин», п. 3.5.9).

Внаслідок явища магнітного гистерезиса крива намагнічування феромагнетика (рис. 12.3) не збігається з кривою його розмагнічування. Тому для відшукання зв'язку між B і H в феромагнетику користуються кривої намагнічування тільки в тих випадках, коли відомо, що аналізований в задачі стан феромагнетика виник в процесі його намагнічування. При цьому необхідно, щоб на початку цього процесу феромагнетик не мав залишкової намагніченості, інакше крива намагнічування не проходитиме через точку O і , отже, не збігається з основною кривою намагнічування, що наводиться в довідниках.

12.3 Приклади розв'язання задач

Приклад 12.3.1. Два паралельних нескінченно довгих дроти, по яких в одному напрямку течуть струми силою I=60 А, розташовані на відстані d=10 см один від одного. Визначити магнітну індукцію B в точці, що відстоїть на відстані r_1=5 см від одного провідника і на відстані r_2=12 см – від іншого.

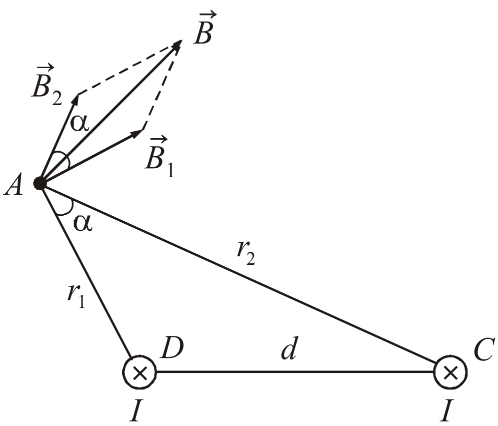


Рисунок 12.4

Розв'язання. Виконаємо рисунок (рис. 12.4). Будемо вважати, що струми спрямовані за рисунок. Визначимо напрямок векторів індукції $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ полів, що створюються в точці А кожним струмом окремо, використовуючи правило правого гвинта, і вкажемо їх на рисунку. За принципом суперпозиції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 .$$

Складемо вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ за правилом паралелограма і знайдемо напрямок вектора $\vec{B}$. Використовуючи теорему косинусів, знайдемо модуль вектора $\vec{B}$:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}\,. \qquad (1)$$

Оскільки провідники нескінченно довгі, то:

$$B_1 = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi r_1}, \qquad B_2 = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi r_2}. \qquad (2)$$

Середовище, в якому знаходяться провідники, не вказано, тому вважаємо, що вони знаходяться у вакуумі. У цьому випадку μ=1.
З трикутника ΔADC знайдемо $\cos\alpha$. За теоремою косинусів:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}. \qquad (3)$$

Обчислимо значення $\cos\alpha$, підставивши дані: $\cos\alpha$ =0,576. Вирази для B_1 і B_2 підставимо в (1) і отримаємо формулу для розрахунку B:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2\cos\alpha}{r_1r_2}}\,. \qquad (4)$$

Значення магнітної сталої визначається за таблицею «Основні фізичні сталі», п. 3.1. Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$B = 0{,}286 \text{ мТл}.$$

Приклад 12.3.2. Два кругових витка розташовані в двох взаємно перпендикулярних площинах так, що центри цих витків збігаються. Радіус кожного витка R=2 см, по витках течуть струми I_1=I_2=5 А. Знайти індукцію B магнітного поля в центрі цих витків.

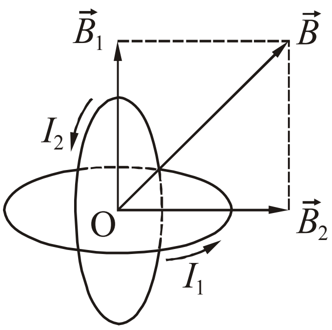


Рисунок 12.5

Розв'язання. Виконаємо рисунок, виберемо напрямок струмів у витках (рис. 12.5). Позначимо буквою О точку, яка є центром витків. Користуючись правилом правого гвинта, визначимо напрями векторів магнітної індукції $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ в цій точці. За принципом суперпозиції:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2\,. \qquad (1)$$

Складемо ці вектори за правилом паралелограма і вкажемо напрямок вектора $\vec{B}$. Модуль вектора магнітної індукції визначимо за теоремою Піфагора.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}\,. \qquad (2)$$

Індукція магнітного поля в центрі кругового струму визначається за формулою:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}, \tag{3}$$

де R – радіус витка.

Радіуси витків однакові, сила струму однакова. Це означає, що

$$B_1 = B_2. \tag{4}$$

Підставимо (3) у формулу (2), отримаємо:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I\sqrt{2}}{2R}. \tag{5}$$

Середовище, в якому знаходяться провідники, не вказано, тому вважаємо, що вони знаходяться у вакуумі: μ=1. Значення магнітної сталої визначається за таблицею «Основні фізичні сталі», п. 3.1.

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$B = 4{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Зверніть увагу! Якщо змінити напрямки струмів у витках, то зміниться тільки напрямок вектора магнітної індукції результуючого поля, чисельне значення буде таким же.

Приклад 12.3.3. Струм I = 20 А йде по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість $\vec{H}$ магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і віддаленої від вершини кута на відстані a=10 см.

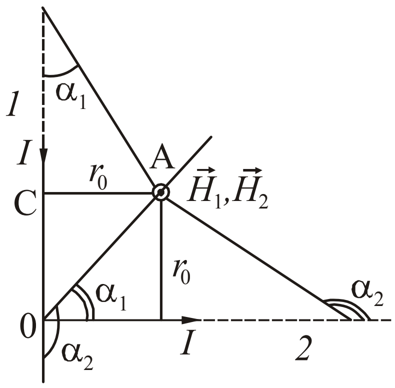


Рисунок 12.6

Розв'язання. Виконаємо рисунок, виберемо напрямок струму в провіднику, вкажемо точку А (рис. 12.6). У даному випадку не можна скористатися формулою для розрахунку поля нескінченно довгого провідника, оскільки прямі обмежені з одного боку.

Розіб'ємо провідник на частини 1 і 2. За принципом суперпозиції полів напруженість магнітного поля в точці А дорівнює векторній сумі напруженостей $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ полів, створюваних кожною частиною провідника.

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2. \tag{1}$$

Визначимо напрямки $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ в точці А за правилом правого гвинта. Ці вектори перпендикулярні площині рисунка, спрямовані до нас, тому зображаємо їх у вигляді точки, укладеної в коло. Напрямок векторів збігається, тому можна від векторної суми перейти до скалярної:

$$H = H_1 + H_2. \tag{2}$$

Для знаходження чисельного значення H_1 і H_2 скористаємося формулою для розрахунку напруженості поля, утвореного відрізком провідника зі струмом, оскільки точка А лежить поблизу одного з кінців відрізка.

$$H = \frac{I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,, \tag{3}$$

де r_0 – відстань від точки до провідника. Кути α_1 і α_2 вказані на рис. 12.6.

Точка А лежить на бісектрисі прямого кута, тому

$$r_0 = a\sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}\,. \tag{4}$$

З рис. 12.6 випливає, що якщо провідник нескінченно довгий, то для першої частини α_1 прямує до 0 ($\alpha_1 \to 0$), α_2=135°. $\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ$.

Перетворимо формулу (3):

$$H_1 = \frac{\sqrt{2}\,I}{4\pi a}\left(\cos 0^\circ + \sin 45^\circ\right) = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a}. \tag{5}$$

Для другої частини провідника α_1'=45°; α_2' прямує до 180° ($\alpha_2' \to 180^\circ$). Отримаємо:

$$H_2 = \frac{\sqrt{2}\,I}{4\pi a}\left(\cos 45^\circ - \cos 180^\circ\right) = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - (-1)\right) = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a}. \tag{6}$$

Напруженість поля в точці А:

$$H = 2\cdot\frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{4\pi a} = \frac{I\left(\sqrt{2}+1\right)}{2\pi a}. \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$H = 77 \text{ А/м}.$$

Приклад 12.3.4. У соленоїді довжиною l=20 см і діаметром D=5 см треба отримати магнітне поле напруженістю H=1 кА/м. Знайти число ампер-витків IN соленоїда і розрахувати напругу U, яку треба прикласти до кінців обмотки, якщо соленоїд зроблений з мідного дроту діаметром d=0,5 мм. Поле соленоїда вважати однорідним.

Розв'язання. За умовою задачі поле соленоїда вважається однорідним. У цьому випадку напруженість поля розраховується за формулою:

$$H = I\,n\,, \tag{1}$$

де $n = \dfrac{N}{l}$ – густина намотування (число витків, що припадає на одиницю довжини).

Зробимо заміну в (1) і знайдемо число ампер-витків:

$$H = \frac{IN}{l}. \tag{2}$$

$$IN = Hl. \tag{3}$$

Напругу, яку треба прикласти до кінців обмотки, можна знайти, використовуючи закон Ома для однорідної ділянки кола:

$$U = IR, \tag{4}$$

де R – опір обмотки.

$$R = \rho \frac{l_{\text{др}}}{S_{\text{др}}}, \tag{5}$$

де ρ – питомий опір міді, $l_{\text{др}}$ – довжина дроту, $S_{\text{др}}$ – площа поперечного перерізу дроту.

$$S_{\text{др}} = \frac{\pi d^2}{4}. \tag{6}$$

Знайдемо довжину дроту. Щоб намотати один виток, потрібен шматок дроту, довжина якого дорівнює довжині кола перерізу соленоїда πD. Якщо витків N, то довжина всього дроту

$$l_{\text{др}} = \pi ND. \tag{7}$$

Підставимо співвідношення (5), (6), (7) в рівняння (4), отримаємо:

$$U = \rho I \cdot \frac{4\pi ND}{\pi d^2} = \frac{4\rho IND}{d^2}. \tag{8}$$

Число ампер-витків визначається формулою (3). Зробимо заміну в (8):

$$U = \frac{4\rho DHl}{d^2}. \tag{9}$$

Значення питомого опору міді визначається по «Таблицям фізичних величин», п. 3.5.8. Підставивши чисельні значення величин у формули (3) і (9), отримаємо

$$IN = 200 \text{ ампер-витків}, \; U = 2{,}5 \text{ В}.$$

Приклад 12.3.5. Яку похибку ми допускаємо при знаходженні напруженості магнітного поля в центрі соленоїда, вважаючи соленоїд з прикладу 12.3.4 нескінченно довгим?

Розв'язання. Допустима похибка

$$\varepsilon = \frac{(H_1 - H_2)}{H_1} \cdot 100\%, \tag{1}$$

де H_1 – напруженість поля всередині нескінченно довгого соленоїда, H_2 – напруженість поля всередині соленоїда кінцевої довжини.

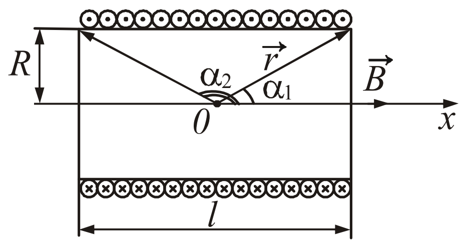


Рисунок 12.7

Напруженість поля всередині соленоїда кінцевої довжини визначається формулою:

$$H_2 = \frac{In}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \qquad (2)$$

де $n = \frac{N}{l}$ – густина намотування, кути α_1 і α_2 вказані на рис. 12.7.

Точка О знаходиться в центрі соленоїда, тому

$$\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + (D/2)^2}} = \frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}}, \qquad (3)$$

$$\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1 = -\frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}}. \qquad (4)$$

Зробимо заміну в (2), отримаємо:

$$H_2 = In \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + D^2}} = \frac{IN}{\sqrt{l^2 + D^2}}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо: $H_2 = 970$ А/м. H_1 за умовою дорівнює 1000 А/м. Допущена похибка

$$\varepsilon = \frac{(1000 - 970)}{1000} \cdot 100\% = 3\%.$$

Приклад 12.3.6. Знайти циркуляцію вектора магнітної індукції $\vec{B}$ по контуру l Напрямок обходу контуру вказано на рис.12.8, величини струмів I_1=I_2=1 А, I_3=2 А.

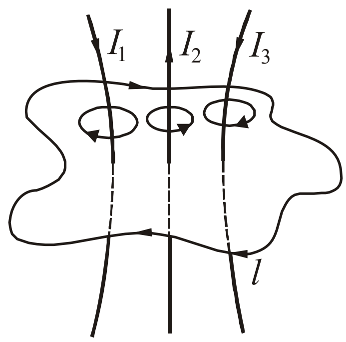


Рисунок 12.8

Розв'язання. За законом повного струму циркуляція вектора магнітної індукції $\vec{B}$ у вакуумі по довільному контуру дорівнює добутку магнітної сталої на алгебраїчну суму струмів, які охоплюються цим контуром.

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k. \qquad (1)$$

Визначимо знаки струмів. Для цього знайдемо напрямки силових ліній кожного струму за правилом правого гвинта (див. рис. 12.8). Якщо напрямок обходу контуру збігається з напрямком силових ліній, то струм береться зі знаком «+», якщо не збігається – зі знаком «–». Для зазначеного на рисунку обходу контуру

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3). \qquad (2)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (2), отримаємо

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = 2{,}51 \cdot 10^{-6} \text{ Тл·м.}$$

Приклад 12.3.7. Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на відстані d_1=10 см один від одного. По провідникам в одному напрямку течуть струми I_1=20 А і I_2=30 А. Яку роботу A_l (на одиницю довжини провідників) треба здійснити, щоб збільшити відстань між ними до d_2=20 см?

Розв'язання. Виконаємо рисунок, вкажемо напрямки струмів (рис. 12.9). Якщо по провідниках течуть струми одного напряму, то вони будуть притягатися.

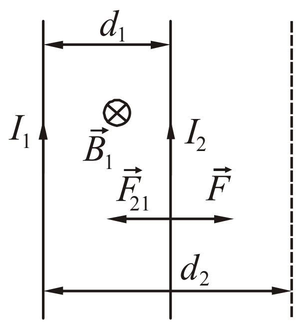


Рисунок 12.9

Будемо вважати , що другий провідник знаходиться в магнітному полі, створеному першим провідником. На другий провідник буде діяти сила $\vec{F}_{21}$. Щоб перемістити другий провідник на відстань d_2, треба прикласти силу, рівну по модулю, але протилежну за напрямком $\vec{F}_{21}$. Знайдемо значення сили. Перший провідник створює магнітне поле індукцією $\vec{B}_1$. Напрямок $\vec{B}_1$ визначимо за правилом правого гвинта (вказано на рис. 12.9 хрестиком , укладеними в коло). Магнітна індукція поля, створюваного нескінченно довгим провідником зі струмом I_1 в точці, що знаходиться на відстані r від нього

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi r}, \qquad (1)$$

μ_0 – магнітна стала, μ – магнітна проникність середовища.
Середовище, в якому знаходяться провідники, не вказано, тому вважаємо, що вони знаходяться у вакуумі: μ=1.

З боку цього поля на провідник зі струмом I_2 діє сила Ампера

$$F_{21} = I_2 B_1 l \sin\alpha, \qquad (2)$$

де l – довжина провідника, α – кут між напрямком струму I_2 і $\vec{B}_1$. α=90°, $\sin 90^\circ = 1$.
Підставимо (1) в (2), отримаємо:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \qquad (3)$$

Сила залежить від відстані між провідниками, тому для знаходження роботи застосуємо метод диференціювання та інтегрування. При переміщенні другого провідника на відстань dr необхідно виконати елементарну роботу

$$\delta A = Fdr = F_{21}dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} \cdot dr . \tag{4}$$

Ми врахували, що модуль сили $\vec{F}$ дорівнює модулю сили $\vec{F}_{21}$.

Щоб знайти роботу, яку треба виконати для переміщення провідника від відстані d_1 до відстані d_2 проінтегруємо (4):

$$A = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln r \Big|_{d_1}^{d_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} . \tag{5}$$

Робота, що припадає на одиницю довжини провідника:

$$A_l = \frac{A}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} . \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$A_l = 8{,}32 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м.}$$

Приклад 12.3.8. З дроту довжиною l=20 см зроблені круговий і квадратний контури. Знайти обертаючі моменти сил M_1 і M_2, що діють на кожен контур, поміщений в однорідне магнітне поле індукцією B=0,1 Тл. По контурам тече струм I=2 А. Площина кожного контуру складає кут α=30° з напрямком поля.

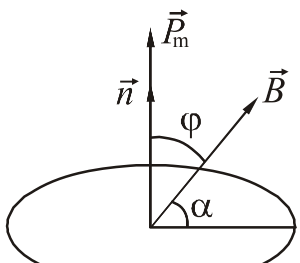


Рисунок 12.10

Розв'язання. На контур зі струмом, поміщений в магнітне поле, діє обертаючий момент

$$M = p_m B \sin\varphi , \tag{1}$$

де p_m – магнітний момент контуру, B – індукція магнітного поля, φ – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ (рис. 12.10).

Магнітний момент контуру зі струмом

$$p_m = IS , \tag{2}$$

де I – величина струму, S – площа контуру.

Площа кругового контуру

$$S_1 = \pi r^2 , \tag{3}$$

де r – радіус контуру.

Довжина кола дорівнює довжині дроту $l = 2\pi r$, тому $r = \dfrac{l}{2\pi}$. Тоді

$$S_1 = \pi \frac{l^2}{4\pi^2} = \frac{l^2}{4\pi}. \qquad (4)$$

Площа квадратного контуру

$$S_2 = a^2. \qquad (5)$$

Периметр квадрата дорівнює довжині дроту, тому $a = l/4$. Тоді

$$S_2 = \frac{l^2}{16}. \qquad (6)$$

Кут між $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$, як випливає з рис. 12.10

$$\varphi = 90^\circ - \alpha. \qquad (7)$$

Зробимо підстановку в (1), отримаємо:

$$M_1 = I\frac{l^2}{4\pi}B\sin\left(90^\circ - \alpha\right) = \frac{Il^2B}{4\pi}\cos\alpha. \qquad (8)$$

$$M_2 = I\frac{l^2}{16}B\sin\left(90^\circ - \alpha\right) = \frac{Il^2B}{16}\cos\alpha, \qquad (9)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (8) і (9), отримаємо

$$M_1 = 5{,}52\cdot 10^{-4}\ \text{Н·м},\quad M_2 = 4{,}33\cdot 10^{-4}\ \text{Н·м}.$$

Приклад 12.3.9. Альфа-частинка, кінетична енергія якої 500 еВ, влітає в однорідне магнітне поле, перпендикулярне до напрямку її руху. Індукція магнітного поля B=0,1 Тл. Знайти силу, що діє на α-частинку, радіус R кола, за яким рухається частинка, і період T обертання α-частинки.

Розв'язання. З боку магнітного поля на рухому заряджену частинку діє сила Лоренца. Виконаємо рисунок, виберемо напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ (вектор перпендикулярний площині рисунка, спрямований за рисунок, тому зображений хрестиком) і напрям швидкості руху α-частинки (рис. 12.11). Визначимо напрямок сили Лоренца за правилом лівої руки, вкажемо її на рисунку. Чисельне значення сили Лоренца визначається за формулою:

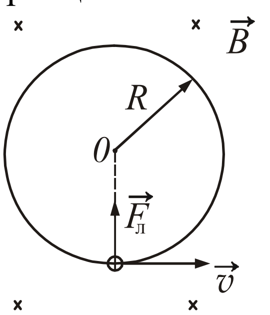


Рисунок 12.11

$$F_л = qBv\sin\alpha, \qquad (1)$$

де α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

α=90°, оскільки напрямок вектора магнітної індукції перпендикулярний напрямку швидкості руху, $\sin 90^\circ = 1$.

Кінетична енергія α-частинки:

$$W = \frac{mv^2}{2}. \tag{2}$$

де m – маса частинки.
Знайдемо швидкість v α-частинки з виразу (2):

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}}. \tag{3}$$

Підставами (3) в (1), отримаємо:

$$F_{\text{л}} = qB\sqrt{\frac{2W}{m}}. \tag{4}$$

Сила Лоренца перпендикулярна швидкості, тому вона надає α-частинці нормальне (доцентрове) прискорення a_n. Використовуючи другий закон Ньютона, можна записати:

$$F_{\text{л}} = ma_n = \frac{mv^2}{R}. \tag{5}$$

Прирівняємо (5) до (1). врахуємо, що $\sin\alpha = 1$. Отримаємо:

$$qBv = \frac{mv^2}{R}. \tag{6}$$

Виразимо з формули (6) радіус:

$$R = \frac{mv}{qB}. \tag{7}$$

Підставами в (7) вираз (3) для швидкості і зробимо скорочення:

$$R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{\sqrt{2Wm}}{qB}. \tag{8}$$

Період обертання - це час, протягом якого відбувається один повний оборот.

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi R}{v}, \tag{9}$$

де l – довжина кола.
Замінимо радіус обертання за формулою (7) і проведемо скорочення. Отримаємо:

$$T = \frac{2\pi mv}{qBv} = \frac{2\pi m}{qB}. \tag{10}$$

Маса α-частинки і її заряд визначаються за допомогою «Таблиць фізичних величин». Підставивши чисельні значення величин у формули (4), (8) і (10), отримаємо

$$F_{л}=5\cdot10^{-15}\text{ Н},\ R=3{,}2\text{ см},\ T=1{,}3\text{ мкс}.$$

Приклад 12.3.10. Електрон влітає в однорідне магнітне поле індукцією B=10^{-2} Тл зі швидкістю v=10^6 м/с, спрямованою під кутом 30° до вектора магнітної індукції. Знайти радіус R і крок h гвинтової траєкторії, по якій рухається електрон, а також кутову швидкість обертання.

Розв'язання. Виконаємо рисунок, вкажемо напрям вектора магнітної індукції і напрям швидкості руху електрона (рис. 12.12). Розкладемо швидкість $\vec{v}$ на дві складові: $\vec{v}_{||}$ – паралельну вектору $\vec{B}$ і $\vec{v}_{\perp}$ – перпендикулярно до нього. З рисунка знайдемо модулі складових:

$$v_{||}=v\cos\alpha\,, \tag{1}$$

$$v_{\perp}=v\sin\alpha\,. \tag{2}$$

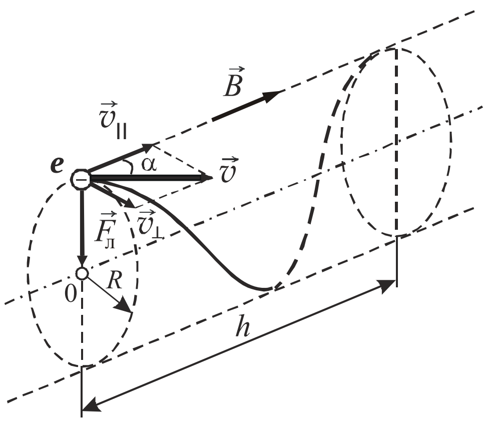


Рисунок 12.12

Швидкість $\vec{v}_{||}$ в магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення зарядженої частинки уздовж силової лінії. Швидкість $\vec{v}_{\perp}$ в результаті дії сили Лоренца буде змінюватися тільки за напрямком. Рух електрона можна розглядати як додавання двох рухів:

1) рівномірного обертання по колу зі швидкістю $\vec{v}_{\perp}$ в площині, перпендикулярно вектору магнітної індукції;

2) рівномірного переміщення уздовж поля зі швидкістю $\vec{v}_{||}$.

У результаті частинка рухається по гвинтовій траєкторії (спіралі), вісь якої збігається з напрямком магнітної індукції.

Визначимо напрям сили Лоренца (врахуємо, що електрон має негативний заряд,), зазначимо її на рисунку. Під дією сили Лоренца електрон рухається по колу зі швидкістю $\vec{v}_{\perp}$, тому:

$$F_{л}=qBv\sin\alpha\,. \tag{3}$$

Сила Лоренца надає електрону доцентрове прискорення. За другим законом Ньютона:

$$F_{л}=ma_n=\frac{mv_{\perp}^2}{R}=\frac{mv^2\sin^2\alpha}{R}\,. \tag{4}$$

Прирівняємо (3) і (4), зробимо скорочення і знайдемо радіус кола:

$$qBv\sin\alpha = \frac{mv^2\sin^2\alpha}{R},$$

$$R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}. \qquad (5)$$

Оскільки уздовж силової лінії електрон рухається рівномірно зі швидкістю $\vec{v}_{||}$, то крок гвинтової лінії (крок – відстань між сусідніми витками) визначатиметься співвідношенням:

$$h = v_{||}T. \qquad (6)$$

Період обертання:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}. \qquad (7)$$

Підставимо (1) і (7) в формулу (6), отримаємо:

$$h = v\cos\alpha\frac{2\pi R}{v\sin\alpha} = \frac{2\pi R}{\mathrm{tg}\,\alpha}. \qquad (8)$$

Кутова швидкість обертання пов'язана з перпендикулярною складовою швидкості $\vec{v}_{\perp}$ співвідношенням:

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{R} = \frac{v\sin\alpha}{R}. \qquad (9)$$

Маса електрона і його заряд визначаються за допомогою таблиці «Основні фізичні сталі». Підставивши чисельні значення величин у формули (5), (8) і (9), отримаємо

$$R = 2{,}84\cdot10^{-4}\ \text{м},\quad h = 3{,}09\cdot10^{-3}\ \text{м},\quad \omega = 1{,}76\cdot10^{9}\ \text{с}^{-1}.$$

Приклад 12.3.11. Через перетин алюмінієвої пластинки пропускається струм I=5 А. Платівка поміщена в магнітне поле , перпендикулярне ребру і напрямку струму . Індукція магнітного поля B=0,5 Тл. Товщина пластинки (розмір пластинки в напрямку вектора магнітної індукції) b=0,1 мм. Знайти холівську різницю потенціалів U_H, яка при цьому виникає. Концентрацію електронів провідності вважати рівною концентрації атомів.

Розв'язання. Якщо металеву пластинку, уздовж якої тече постійний електричний струм I, помістити в перпендикулярне до неї магнітне поле, то між гранями, паралельними напрямками струму і поля, виникає різниця потенціалів.

$$U_H = R_H\frac{IB}{b}, \qquad (1)$$

де R_H – постійна Холла, b – товщина пластинки, B – індукція магнітного поля.

Постійна Холла:

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{nq}, \qquad (2)$$

де q – заряд електрона;

n – концентрація електронів.

Знайдемо концентрацію n електронів, яка за умовою дорівнює концентрації атомів. За визначенням

$$n = \frac{N}{V}, \qquad (3)$$

де N – число атомів, V – об'єм пластинки.

Число атомів можна розрахувати за формулою

$$N = \frac{m}{M} N_A, \qquad (4)$$

де m – маса пластинки, M – молярна маса алюмінію, N_{A} – стала Авоґадро.

Розділимо обидві частини рівняння (4) на об'єм, отримаємо:

$$\frac{N}{V} = \frac{m}{V} \cdot \frac{N_A}{M}. \qquad (5)$$

Відношення маси до об'єму дасть густину пластинки:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (6)$$

Зробимо у формулі (5) заміну з урахуванням виразів (3) і (6), отримаємо:

$$n = \rho \cdot \frac{N_A}{M}. \qquad (7)$$

Замінимо в рівнянні (1) постійну Холла, використавши вираз (7):

$$U_{\text{H}} = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{b} = \frac{M}{q\rho N_A} \cdot \frac{IB}{b}. \qquad (8)$$

Заряд електрона, густина алюмінію і його молярна маса визначаються за «Таблицям фізичних величин». Підставивши чисельні значення величин у формулу (8), отримаємо

$$U_{\text{H}} = 2{,}6 \text{ мкВ}.$$

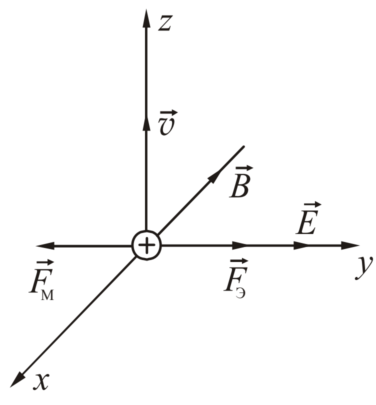


Рисунок 12.13

Приклад 12.3.12. Перпендикулярно магнітному полю індукцією B=0,1 Тл створено електричне поле напруженістю E=100 кВ/м. Перпендикулярно обом полям рухається іон, не відхиляючись від прямолінійної траєкторії. Знайти швидкість v іона.

Розв'язання. Припустимо, що іон заряджений позитивно. Виконаємо рисунок. Вкажемо напрямки індукції $\vec{B}$ магнітного поля і напруженості $\vec{E}$ електричного поля, а також напрямок швидкості $\vec{v}$ (рис.12.13). З боку магнітного поля на рухомий іон діє сила, яка визначається формулою:

$$F_{\text{м}} = qBv\sin\alpha\,, \qquad (1)$$

де q – заряд іона, α – кут між швидкістю $\vec{v}$ і магнітною індукцією $\vec{B}$. (α=90°, $\sin 90^\circ = 1$).
Напрям сили визначимо за правилом лівої руки і вкажемо її на рисунку.
Сила, що діє на іон з боку електричного поля, визначається формулою:

$$F_{\text{е}} = qE\,. \qquad (2)$$

Якщо іон позитивний, то напрям сили збігається з напрямом напруженості поля (рис. 12.13).

Іон рухається прямолінійно, якщо дії магнітного й електричного полів компенсують одна одну. При цьому виконується умова:

$$F_{\text{л}} - F_{\text{е}} = 0\,. \qquad (3)$$

Підставимо в (3) значення сил відповідно до рівняннями (1) і (2), отримаємо:

$$qBv - qE = 0\,. \qquad (4)$$

Знайдемо з (4) швидкість іона

$$v = \frac{E}{B}\,. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо:

$$v = 10^6 \text{ м/с.}$$

<u>Зверніть увагу!</u> Якщо припустити, що іон заряджений негативно, то напрямки сил зміняться на протилежні. Рішення задачі від цього не зміниться.

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Що є джерелом магнітного поля? Яким чином можна виявити наявність магнітного поля?
2. Дайте визначення магнітної індукції. Як визначається напрямок вектора магнітної індукції?
3. Запишіть формулу, що зв'язує магнітну індукцію з напруженістю магнітного поля.
4. Сформулюйте принцип суперпозиції для магнітних полів.
5. Як графічно зображуються магнітні поля? Яке поле називається однорідним?
6. Запишіть формули для розрахунку магнітної індукції поля, створеного відрізком провідника зі струмом, нескінченно довгим провідником зі струмом.
7. Запишіть формули для розрахунку магнітної індукції поля, створеного круговим струмом на його осі і в центрі кругового струму.
8. Запишіть формули для розрахунку магнітної індукції поля, створеного соленоїдом кінцевої довжини , нескінченно довгим соленоїдом.
9. Що називається циркуляцією напруженості магнітного поля? Сформулюйте теорему про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля (закон повного струму).
10. Яку дію робить магнітне поле на провідник зі струмом? Запишіть формулу для розрахунку сили Ампера.
11. Як взаємодіють між собою довгі прямолінійні провідники зі струмом? Запишіть формулу, яка дозволяє розрахувати силу взаємодії.
12. Як розрахувати роботу, що здійснює сила Ампера, при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі?
13. Як визначається величина і напрямок магнітного моменту контуру зі струмом?
14. Яку дію робить магнітне поле на контур зі струмом ? Запишіть формулу для розрахунку обертального моменту.
15. Як розраховується робота, що здійснюється при обертанні контуру в однорідному магнітному полі?
16. Яку дію робить магнітне поле на рухомий заряд ? Запишіть формулу для розрахунку сили Лоренца.
17. Опишіть рух заряджених частинок в однорідному магнітному полі у випадку, коли вектор швидкості перпендикулярний вектору індукції магнітного поля.
18. У чому полягає ефект Холла? Запишіть формули для розрахунку холлівської різниці потенціалів, постійної Холла.
19. У чому полягає процес намагнічування речовини?
20. Дайте визначення намагніченості.
21. Що називається магнітною проникністю?
22. Які речовини називаються диа-, пара- феромагнетиками?
23. Перелічите основні властивості феромагнетиків.

12.4 Задачі для самостійного розв’язування

Базовий рівень

12.1. По прямому нескінченно довгому провіднику тече струм силою I=50 А. Визначити магнітну індукцію B в точці, віддаленій на відстань r=5 см від провідника.

12.2. Знайти магнітну індукцію B в центрі тонкого кільця, діаметром d=10 см, по якому йде струм I=10 А.

12.3. Напруженість магнітного поля в центрі кругового струму радіусом r=8 см дорівнює H=30 А/м. Визначити силу струму у витку.

12.4. Довгий прямий соленоїд з дроту діаметром d=0,5 мм намотаний так, що витки щільно прилягають один до одного. Яка напруженість магнітного поля всередині соленоїда при силі струму I=4 А?

12.5. На котушку довжиною 40 см намотали 1000 витків. Чому буде дорівнювати напруженість магнітного поля в котушці, якщо по ній пропустити струм силою 2 А? Діаметр котушки вважати малим у порівнянні з її довжиною.

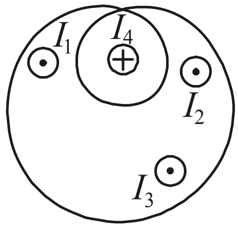


Рисунок 12.6

12.6. Знайти циркуляцію вектора напруженості по контуру, зображеному на рисунку 12.6. Струми I_1=10 А, I_2=5 А, I_3=4 А, течуть в одному напрямку, струм I_4=20 А тече в протилежному напрямку.

12.7. Прямий провід довжиною l=10 см, по якому тече струм силою I=20 А, знаходиться в однорідному магнітному полі індукцією B=0,01 Тл. Знайти кут між напрямком вектора магнітної індукції і напрямком струму, якщо на провід діє сила F=10 мН.

12.8. По кільцю радіусом r=5 см тече струм силою I=10 А. Визначити магнітний момент p_m кругового струму.

12.9. Максимальний обертовий момент, діючий на рамку зі струмом площею S=1 см^2, що знаходиться в однорідному магнітному полі, дорівнює $M_{\max}$=2 мкН· м. Сила струму в рамці дорівнювати I=0,5 А. Знайти індукцію B магнітного поля.

12.10. Яка сила діє на протон, що рухається зі швидкістю 10 Мм/с у магнітному полі індукцією 0,2 Тл перпендикулярно лініям індукції?

12.11. У напрямку, перпендикулярному лініям індукції, влітає в магнітне поле електрон зі швидкістю 10 Мм/с. Знайти індукцію поля, якщо електрон описав у полі коло радіусом 1 см.

12.12. У магнітному полі індукцією B=1,5·10^{-2} Тл протон рухається по дузі кола радіусом r=1,4 м. Маса протона m_p=1,67·10^{-27} кг. Визначити швидкість, з якою рухається протон.

12.13. Діамагнітна сприйнятливість міді χ=–9,5·10^{-6}. Визначте намагніченість і магнітну індукцію в мідному дроті при впливі на нього однорідного магнітного поля напруженістю 1400 А/м. Вкажіть як орієнтовані вектори напруженості і намагніченості відносно один одного.

12.14. У магнітне поле індукцією $2\cdot10^{-5}$ Тл поміщена кулька з вольфраму. Визначте намагніченість вольфраму, а також напруженість магнітного поля, в якому він знаходиться. Магнітна сприйнятливість вольфраму $\chi=1,76\cdot10^{-4}$.

12.15. Сталеве осердя знаходиться в однорідному магнітному полі напруженістю 1000 А/м. Визначити індукцію магнітного поля в осерді та магнітну проникність сталі при цих умовах. (Скористатися графіком $B=f(H)$, наведеному в довідкових матеріалах).

12.16. На рисунку 12.16 представлена права частина петлі магнітного гістерезису. Користуючись графіком визначити: 1) значення коерцитивної сили H_c, 2) залишкову індукцію B_r; 3) індукцію B_{max} і напруженість H_{max} насичення; 4) розрахувати значення магнітної проникності μ для точки насичення.

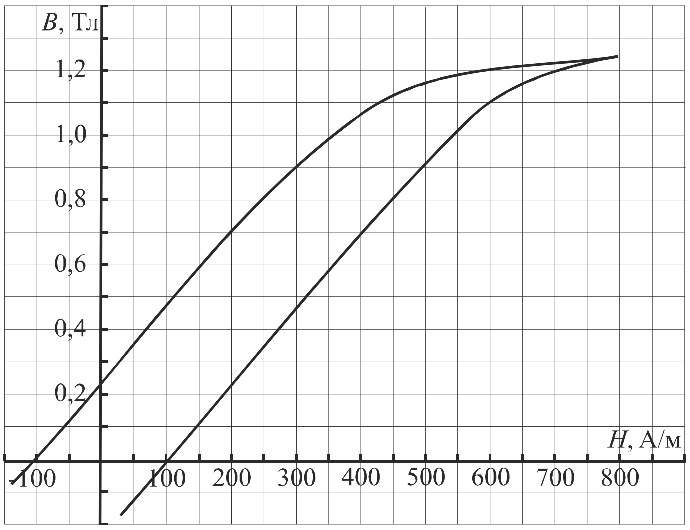


Рисунок 12.16

Середній рівень

12.17. Напруженість магнітного поля в центрі кругового струму радіусом r=8 см дорівнює H=30 А/м. Визначити напруженість поля на осі витка в точці, розташованій на відстані x=6 см від центру витка.

12.18. Два кругових витка розташовані в двох взаємно перпендикулярних площинах так, що центри цих витків збігаються. Радіус кожного витка r=2 см, сила струму в першому витку I_1=5 А, а в другому витку I_2=7 А. Знайти напруженість H магнітного поля в центрі цих витків. Вкажіть напрямок вектора $\vec{H}$.

12.19. Алюмінієвий дріт діаметром 8 мм і довжиною 10 м підключений до джерела струму напругою 12 В. Визначити магнітну індукцію в точці, віддаленій на відстань 3 см від провідника.

12.20. Знайти силу взаємодії, що припадає на одиницю довжини проводів повітряної лінії електропередачі, якщо струм в лінії I=50,0 А, а відстань між проводами d=50 см.

12.21. Шини генератора являють собою дві паралельні смуги довжиною l=2,0 м кожна, віддалені один від одного на відстані d=20 см. Визначити силу взаємного відштовхування шин у разі короткого замикання, коли по них тече струм силою I=10 кА.

12.22. Сила струму в горизонтально розташованому провіднику довжиною 20 см і масою 4 г дорівнює 10 А. Знайти індукцію (модуль та напрямок) магнітного поля, в яке потрібно помістити провідник, щоб сила тяжіння врівноважилась силою Ампера.

12.23. В провіднику довжиною 8 см сила струму дорівнює 50 А. Він знаходиться в однорідному магнітному полі індукцією 20 мТл. Яку роботу здійснила сила Ампера, якщо провідник перемістився на 10 см перпендикулярно лініям магнітної індукції?

12.24. На дротяний виток із струмом радіусом r=10 см, поміщений між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент M_{max}=6,5 мкН·м. Сила струму у витку дорівнює I=2 А. Визначити магнітний момент витка і магнітну індукцію поля між полюсами магніту.

12.25. Знайти магнітний момент p_m кругового витка із струмом, якщо радіус витка r=10 см, а індукція створеного ним магнітного поля в центрі витка B=6 мкТл.

12.26. Рамка гальванометра довжиною a=4 см і шириною b=1,5 см, що містить N=200 витків тонкого дроту, знаходиться в магнітному полі індукцією B=0,1 Тл. Площина рамки паралельна лініям індукції. Знайти механічний момент M, діючий на рамку, якщо по ній тече струм силою I=1 мА.

12.27. Електрон, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів U=400 В, влітає в однорідне магнітне поле індукцією B=1,5 мТл. Визначити радіус R кривизни траєкторії, якщо вектор швидкості електрона перпендикулярний лініям індукції.

12.28. Електрон влітає в однорідне магнітне поле індукцією B=4 мТл перпендикулярно силовим лініям. Знайти період T обертання електрона.

12.29. Заряджена частинка рухається в однорідному магнітному полі індукцією B=0,3 Тл зі швидкістю $v=10^6$ м/с. Радіус описуваної нею окружності r=0,04 м. Знайти заряд частинки, якщо відомо, що її енергія $W=19{,}2\cdot10^{-16}$ Дж.

12.30. У магнітне поле індукцією $2\cdot10^{-5}$ Тл поміщена кулька з вісмуту. Визначите намагніченість вісмуту й напруженість магнітного поля, у якому перебуває кулька. Магнітна сприйнятливість вісмуту $\chi = -1{,}76\cdot10^{-4}$.

12.31. У соленоїд довжиною l=20 см, що містить N=300 витків дроту, введено чавунне осердя. В обмотці соленоїда проходить струм силою I=1 А. Знайти магнітну проникність μ чавуну, що знаходиться в соленоїді, якщо його магнітні властивості описані за допомогою графіка $B=f(H)$, наведеного в довідкових матеріалах.

Достатній рівень

12.32. Два довгих паралельних дроти знаходяться на відстані r=5 см один від одного. По проводам течуть струми в протилежних напрямках силою I=10 А кожен. Знайти напруженість H магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані a=3 см від одного і b=4 см від іншого проводу.

12.33. Нескінченно довгий дріт утворює кругової виток, дотичний до дроту. По дроту тече струм 5 А. Знайти радіус витка, якщо напруженість магнітного поля в центрі витка дорівнює 41 А/м.

12.34. По перерізу провідника рівномірно розподілений струм густиною 2 МА/м^2. Знайти циркуляцію вектора напруженості по колу радіусом 5 мм, що проходить всередині провідника і орієнтованої так, що його площина складає кут 30° з вектором густини струму.

12.35. До довгого тонкого провідника, розташованого в вакуумі, прикладена напруга U=5 В. Струм, який проходить по провіднику, створює в точці, що знаходиться від нього на відстані r=1 см, магнітне поле індукцією $B=5\cdot10^{-4}$ Тл. Визначити опір провідника.

12.36. Ток силою I=20 А, протікаючи по кільцю з мідного дроту перерізом S=1 мм^2, створює в центрі кільця напруженість магнітного поля H=178 А/м. Яка різниця потенціалів U прикладена до кінців дроту, що утворює кільце?

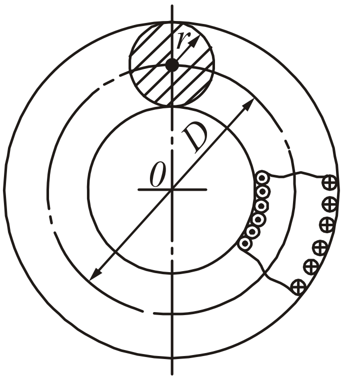


Рисунок 12.37

12.37. Діаметр тороїда без осердя по середній лінії дорівнює D=30 см (див. рис. 12.37). У перерізі тороїд має коло радіусом r=5 см. По обмотці тороїда, що містить N=2000 витків, тече струм силою I=5 А. Користуючись законом повного струму, визначити максимальне і мінімальне значення магнітної індукції в тороїді.

12.38. По круговому витку радіусом r=5 см тече струм I=20 А. Виток розташований в однорідному магнітному полі, індукція якого B=40 мТл так, що нормаль до площини контуру складає кут $\varphi_1=\pi/6$ з вектором індукції. Визначити зміну потенціальної енергії ΔW контуру при його повороті на кут $\Delta\varphi=\pi/2$ в напрямку збільшення кута φ.

12.39. Електрон, прискорений різницею потенціалів U=300 В, рухається паралельно прямолінійному проводу на відстані r=4 мм від нього. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пустити струм силою I=5 А?

12.40. Протон і альфа-частинка влітають в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. Порівняти радіуси кіл, які описують частинки, якщо у них однакові: а) швидкості, б) енергії.

12.41. Електрон, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів 3 кВ, влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно силовим лініям. Індукція магнітного поля дорівнює 10^{-3} Тл. Чому рівні тангенціальне і нормальне прискорення електрона в магнітному полі?

12.42. Альфа-частинка пройшла прискорювальну різницю потенціалів U=300 В і, потрапивши в однорідне магнітне поле, стала рухатися по гвинтовій лінії радіусом r=1 см і кроком h=4 см. Визначити магнітну індукцію B поля.

12.43. Через переріз металевої пластинки товщиною b=0,5 мм йде струм I=20 А. При розміщенні пластинки в магнітному поле, перпендикулярному напрямку струму, виникає поперечна різниця потенціалів $U_H=3{,}1\cdot10^{-6}$ В. Індукція магнітного поля B=1,0 Тл. Визначити концентрацію електронів провідності в металі, з якого зроблена пластинка.

12.44. У схрещені під прямим кутом однорідні магнітне поле напруженістю $H=1\cdot10^6$ А/м і електричне поле, напруженість якого E=50 кВ/м, влетів іон. При якій швидкості іона (за модулем і напрямом) він буде рухатися в схрещених полях прямолінійно?

12.45. Круговий контур поміщений в однорідне магнітне поле так, що площина контуру перпендикулярна силовим лініям поля. Напруженість магнітного поля 2000 А/м. По контуру тече струм 2 А. Радіус контуру 2 см. Яку роботу потрібно здійснити, щоб повернути контур на кут 45° навколо осі, совпадаючої з діаметром контура?

12.46. Рамка довжиною 3 см і шириною 2 см, що містить 400 витків дроту, знаходиться в магнітному полі напруженістю $16\cdot10^4$ А/м. По рамці тече струм 10^{-7} А. Визначити магнітний момент рамки і повний магнітний потік, що пронизує рамку, якщо площина рамки становить кут 60° з напрямком магнітного поля.

12.47. Довгий циліндровий стрижень з титану поміщений в однорідне магнітне поле уздовж силових ліній. Магнітна сприйнятливість титану $\chi=1{,}5\cdot10^{-5}$. Яку частину індукції сумарного магнітного поля B становить індукція магнітного поля молекулярних струмів B'?

§13 Явище електромагнітної індукції

13.1 Основні теоретичні відомості

1. Магнітний потік крізь довільну поверхню S:

$$\Phi = \iint\limits_S \vec{B}d\vec{S}\,. \qquad (13.1)$$

Якщо поле однорідне $\left(\vec{B} = \text{const}\right)$, а поверхня плоска, то

$$\Phi = BS\cos\alpha\,, \qquad (13.2)$$

де α – кут між нормаллю до контуру і вектором магнітної індукції $\vec{B}$,
S – площа контуру.

Потокозчеплення Ψ – повний магнітний потік, зчеплений з усіма витками. У разі соленоїда або тороїда потік через кожен виток один і той же, тому

$$\Psi = \Phi N\,, \qquad (13.3)$$

де N – повне число витків в соленоїді або тороїді.

3. Робота переміщення замкненого контура зі струмом у магнітному полі

$$A = \int_1^2 I\,d\Phi\,. \qquad (13.4)$$

Якщо струм постійний, то

$$A = I\Delta\Phi = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right), \qquad (13.5)$$

де $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – зміна магнітного потоку, який пронизує поверхню, обмежену контуром.

4. *Закон електромагнітної індукції* (*закон Фарадея*).

Ерс електромагнітної індукції пропорційна швидкості зміни повного магнітного потоку, який пронизує контур

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}\,, \qquad (13.6)$$

де ε_i – електрорушійна сила індукції; Ψ – повний магнітний потік (потокозчеплення).

5. Потокозчеплення пропорційно силі струму в контурі

$$\Psi = LI\,, \qquad (13.7)$$

де L – індуктивність контура.

6. Електрорушійна сила самоіндукції ε_S, що виникає в замкнутому контурі при зміні сили струму в ньому при L=const

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}, \qquad (13.8)$$

де L – індуктивність контура.

7. Індуктивність довгого соленоїда'

$$L = \mu\mu_0 n^2 V, \qquad (13.9)$$

де n – число витків, що припадає на одиницю довжини (щільність намотування), V – об'єм соленоїда.

8. Внаслідок явища самоіндукції в колі, що має активний опір R і індуктивність L, сила струму при замиканні і розмиканні кола змінюється не миттєво, а поступово.

Після замикання кола:

$$I = I_0\left(1 - e^{-(R/L)t}\right), \qquad (13.10)$$

де I_0 – усталене значення сили струму, t – час, що минув після замикання кола.

Після розмикання кола:

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}, \qquad (13.11)$$

де I_0 – значення сили струму в колі при t=0, t – час, що минув після розмикання кола.

9. Енергія магнітного поля соленоїда

$$W_м = \frac{LI^2}{2}. \qquad (13.12)$$

Об'ємна густина енергії магнітного поля (енергія, яка міститься в одиниці об'єму)

$$w_м = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \qquad (13.13)$$

13.2 Алгоритми розв'язання задач та методичні поради

13.2.1. Основна задача, яке ставиться при розгляді явища електромагнітної індукції, полягає в знаходженні ерс індукції ε_i. При проведенні фізичного аналізу, перш за все, треба встановити причини зміни магнітного потоку, який пронизує контур, і те, як він змінювався. В задачах, що розглядаються в даному параграфі, будемо вважати, що контур плоский. Тоді можна виділити наступні типи задач.

1. Плоский контур розташований в однорідному змінному (нестаціонарному) магнітному полі перпендикулярно лініям індукції. Якщо відомий закон зміни індукції магнітного поля $B = f(t)$, то ерс індукції знаходиться наступним чином:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{dB}{dt} S,$$

де $\dfrac{dB}{dt}$ – швидкість зміни індукції магнітного поля.

2. Плоский контур знаходиться в постійному магнітному полі, але міняється положення контура відносно поля (контур обертається в магнітному полі відносно нерухомої осі). У цьому випадку застосовують закон Фарадея у вигляді (13.6).

3. Провідник (плоский контур) рухається в постійному магнітному полі, причому кут α між вектором магнітної індукції $\vec{B}$ і нормаллю $\vec{n}$ до контуру не змінюється. У цьому випадку зміна магнітного потоку обумовлено зміною площі, що перетинається провідником при русі. Різниця потенціалів на кінцях провідника дорівнюватиме ерс, індукованої в провіднику.

4. Розрахунок середньої ерс індукції. Залежно від причини зміни магнітного потоку використовують наступні співвідношення для знаходження зміни магнітного потоку.

При зміні індукції:

$$\Delta\Phi = (B_2 - B_1) S \cos\alpha .$$

При зміні положення контуру:

$$\Delta\Phi = BS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1).$$

При зміні площі контуру або при перетині рухомим провідником ліній магнітної індукції:

$$\Delta\Phi = B(S_2 - S_1)\cos\alpha .$$

<u>Зверніть увагу!</u> α – кут між вектором магнітної індукції $\vec{B}$ і нормаллю $\vec{n}$ до контура.

5. Розрахунок заряду, що протікає по провіднику; кількості тепла, що виділився за рахунок протікання індукційного струму. Використовують метод диференціювання та інтегрування (див. §4).

13.3 Приклади розв’язання задач

Приклад 13.3.1. У магнітному полі, індукція якого змінюється за законом $B = B_0 \sin\omega t$, розташована плоска квадратна рамка зі стороною a=20 см. Площина рамки перпендикулярна вектору магнітної індукції $\vec{B}$. Визначити ерс індукції в рамці в момент часу t=10 с, якщо B_0=0,8 Тл, ω=15 рад/с.

Розв’язання. Причиною зміни магнітного потоку, який пронизує контур, є зміна індукції магнітного поля. Запишемо закон зміни магнітного потоку:

$$\Phi = BS\cos\alpha = B_0 S \sin\omega t \cdot \cos\alpha , \qquad (1)$$

де α – кут між вектором магнітної індукції $\vec{B}$ і нормаллю $\vec{n}$ до контуру.

Напрямок вектора магнітної $\vec{B}$ індукції збігається за напрямком з нормаллю, тому $\alpha = 0^\circ$, $\cos 0^\circ = 1$.
Площа S контуру:

$$S = a^2. \quad (2)$$

Ерс індукції, що виникає в контурі, дорівнює швидкості зміни магнітного потоку

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(B_0 S \sin\omega t\right)}{dt} = -B_0 S\,\omega\cos\omega t. \quad (3)$$

Замінимо площу за формулою (2), отримаємо:

$$\varepsilon_i = -B_0\,\omega a^2 \cos\omega t. \quad (4)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$\varepsilon = -0{,}34\ \text{В}.$$

Приклад 13.3.2. В однорідному магнітному полі, індукція якого B=0,1 Тл, обертається котушка, що складається з N=200 витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна до її осі і до напрямку магнітного поля. Період обертання котушки T=0,2 с; площа поперечного перерізу S=4 см^2. Знайти максимальну ерс $\varepsilon_{\max}$ в котушці, що обертається.

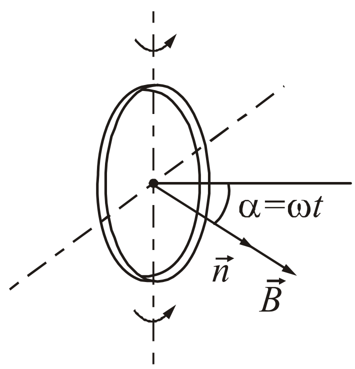


Рисунок 13.1

Розв'язання. Виконаємо рисунок, вкажемо напрямок вектора магнітної індукції $\vec{B}$ і напрям нормалі $\vec{n}$ до перерізу котушки (рис. 13.1). Причиною зміни магнітного потоку є зміна положення котушки в магнітному полі. При цьому змінюється кут α між векторами $\vec{B}$ і $\vec{n}$.

Будемо вважати, що в початковий момент часу напрямки $\vec{B}$ й $\vec{n}$ збігалися. Тоді при рівномірному обертанні

$$\alpha = \omega t, \quad (1)$$

де ω – кутова швидкість обертання.
Повний магнітний потік (потокозчеплення), зчеплений з усіма витками котушки, буде змінюватися за законом

$$\Psi = NBS\cos\omega t, \quad (2)$$

де S – площа поперечного перерізу котушки, N – кількість витків.
За законом Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\left(NBS\cos\omega t\right)}{dt} = NBS\omega\sin\omega t. \quad (3)$$

де

$$NBS\omega = \varepsilon_{max} \tag{4}$$

Кутова швидкість і період обертання пов'язані співвідношенням

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{5}$$

Зробимо заміну в (4), отримаємо:

$$\varepsilon_{max} = \frac{2\pi BS}{T} N. \tag{6}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$\varepsilon_{max} = 0{,}25\ \text{В}.$$

Приклад 13.3.3. Провідник довжиною l=1 м рухається зі швидкістю v=5 м/с перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля. Визначити індукцію B магнітного поля, якщо на кінцях провідника виникає різниця потенціалів U=0,02 В.

Розв'язання. Виконаємо рисунок (рис. 13.2). Зміна магнітного потоку обумовлена зміною площі, що перетинається провідником при русі. Різниця потенціалів на кінцях провідника дорівнюватиме ерс, що індукована в провіднику.

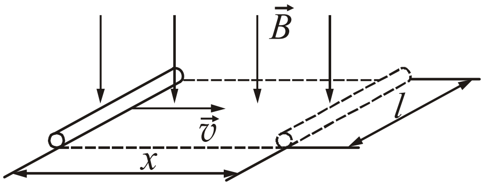


Рисунок 13.2

За законом Фарадея:

$$U = \varepsilon_i = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right|. \tag{1}$$

Магнітний потік, що пронизує площу, яка перетинається провідником при русі, визначається співвідношенням:

$$\Phi = BS\cos\alpha, \tag{2}$$

де B – індукція магнітного поля;

S – площа, яку перетинає стрижень при своєму русі;

α – кут між нормаллю до площі і вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

α=0°, оскільки вектор магнітної індукції $\vec{B}$ збігається за напрямком з нормаллю $\vec{n}$.

Якщо провідник рухається зі швидкістю $\vec{v}$, то за час t він переміститься на відстань x. Площа, яку перетнуть лінії індукції при русі провідника (див. рис. 13.2):

$$S = l\,x. \tag{3}$$

Формули (2) і (3) підставимо в (1), отримаємо:

$$U = \frac{d(Bl\,x)}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv\,, \qquad (4)$$

де $\frac{dx}{dt} = v$ – швидкість, з якою рухається провідник.

Таким чином,

$$U = Blv\,. \qquad (5)$$

З формули (5) знайдемо індукцію магнітного поля:

$$B = \frac{U}{lv}\,. \qquad (6)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (6), отримаємо

$$B = 4 \text{ мТл.}$$

Приклад 13.3.4. К Котушка з залізним осердям має площу поперечного перерізу S=20 см^2 і число витків N=500. Індуктивність котушки з осердям L=0,28 Гн при струмі через обмотку I=5 А. Знайти магнітну проникність μ залізного осердя.

Розв'язання. Потокозчеплення будь-якого контуру пропорційно силі струму

$$\Psi = LI\,. \qquad (1)$$

де L – індуктивність контуру (котушки).

З іншого боку, повний магнітний потік, що пронизує котушку:

$$\Psi = N\Phi\,. \qquad (2)$$

Магнітний потік:

$$\Phi = BS\cos\alpha\,, \qquad (3)$$

де α – кут між нормаллю до площі поперечного перерізу котушки і вектором $\vec{B}$.

α=0°, оскільки вектор магнітної індукції $\vec{B}$ збігається за напрямком з нормаллю.

Прирівняємо (1) і (2), замінивши Φ за формулою (3). отримаємо:

$$LI = NBS\,. \qquad (4)$$

З (4) знайдемо індукцію магнітного поля B:

$$B = \frac{LI}{NS}\,. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо $B = 1{,}4$ Тл.

Використовуючи графік залежності магнітної індукції B в залізі від напруженості зовнішнього поля H, що намагнічує, наведений в довідкових матеріалах («Таблиці фізичних величин», п. 3.3.12) знайдемо відповідне значення H: H≈1700 А/м.

Для знаходження магнітної проникності μ використовуємо формулу зв'язку магнітної індукції B і напруженості H:

$$B = \mu\mu_0 H\ . \tag{6}$$

Виразимо з (6) магнітну проникність:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \tag{7}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (7), отримаємо

$$\mu = 656\,.$$

Приклад 13.3.5. Соленоїд має N=800 витків. Переріз осердя (з немагнітного матеріалу) S=10 см^2. По обмотці тече струм, що створює поле індукцією B=8 мТл. Визначити середнє значення ерс самоіндукції $\langle \varepsilon_S \rangle$, яка виникає на затискачах обмотки соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час Δt=0,08 с.

Розв'язання. Самоіндукція є окремим випадком явища електромагнітної індукції. Ерс самоіндукції виникає за рахунок зміни магнітного потоку Ф, створеного струмом що змінюються, який тече по соленоїду. Середнє значення ерс самоіндукції $\langle \varepsilon_S \rangle$ можна визначити із співвідношення:

$$\langle \varepsilon_s \rangle = -\frac{\Delta\psi}{\Delta t} = -\frac{N(\Phi_2 - \Phi_1)}{\Delta t}, \tag{1}$$

де N – число витків.

Струм утворює в соленоїді магнітне поле індукцією B. Зміну магнітного потоку можна знайти за формулою

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (B_2 - B_1)S\cos\alpha\,, \tag{2}$$

де α – кут між напрямками вектора магнітної індукції і нормаллю до перерізу соленоїда. α=0°, cos0°=1.
Оскільки струм зменшується до нуля, то B_2=0, B_1=B.
Підставимо рівняння (2) в (1), отримаємо:

$$\langle \varepsilon_s \rangle = \frac{NBS}{\Delta t}\,. \tag{3}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (3), отримаємо

$$\langle \varepsilon_s \rangle = 80 \text{ мВ}.$$

Приклад 13.3.6. Коло складається з котушки індуктивністю L=0,01 Гн і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи кола. Час, через який сила струму зменшиться до 0,001 початкового значення, дорівнює t=0,07 с. Визначити опір котушки.

Розв'язання. Струм, що зменшується, створює в котушці змінний магнітний потік. Зміна магнітного потоку внаслідок явища самоіндукції приводить до виникнення в котушці ерс самоіндукції. Після відключення джерела сила струму в ланцюзі буде зменшуватися за законом:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \tag{1}$$

де I_0 – початкове значення сили струму.
Перетворимо рівняння (1):

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{R}{L}}. \tag{2}$$

Логарифмуємо отриманий вираз:

$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t. \tag{3}$$

Знайдемо з (3) опір котушки:

$$R = -\frac{L}{t}\ln\frac{I}{I_0}. \tag{4}$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (4), отримаємо

$$R = 0{,}98 \text{ Ом}.$$

Приклад 13.3.7. Джерело струму замкнули на котушку опором R=20 Ом. Через час t=0,1 с сила струму I в котушці досягла 0,95 граничного значення. Визначити індуктивність котушки.

Розв'язання. Зростаючий струм створює в котушці змінний магнітний потік. Зміна магнітного потоку внаслідок явища самоіндукції приводить до виникнення в котушці ерс самоіндукції. При замиканні кола сила струму буде наростати за законом:

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \tag{1}$$

де I_0 – граничне значення сили струму.

Перетворимо рівняння (1):

$$\frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\frac{R}{L}t}. \qquad (2)$$

$$e^{-\frac{R}{L}t} = 1 - \frac{I}{I_0}. \qquad (3)$$

Логарифмуємо отриманий вираз і знайдемо індуктивність L:

$$-\frac{R}{L}t = \ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right). \qquad (4)$$

$$L = -\frac{R\,t}{\ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формулу (5), отримаємо

$$L = 0{,}67 \text{ Гн}.$$

Приклад 13.3.8. Соленоїд з осердям з немагнітного матеріалу містить N=1200 витків дроту, щільно прилеглих один до одного. При силі струму I=4 А магнітний потік Ф=6 мкВб. Визначити індуктивність L соленоїда і енергію W магнітного поля соленоїда.

Розв'язання. Повний магнітний потік (потокозчеплення) пропорційний силі струму

$$\Psi = LI. \qquad (1)$$

З іншого боку:

$$\Psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Прирівнюючи формули (1) і (2), отримаємо:

$$LI = N\Phi. \qquad (3)$$

З (3) знайдемо індуктивність:

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \qquad (4)$$

Енергія магнітного поля визначається співвідношенням:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (5)$$

Підставивши чисельні значення величин у формули (4) і (5), отримаємо

$$L = 1{,}8 \text{ мГн}, \quad W = 14{,}4 \text{ мДж}.$$

• Питання для підготовки до практичних занять

1. Дайте визначення потоку вектора магнітної індукції (магнітного потоку). Як розраховується магнітний потік, якщо поле однорідне, а контур плоский?
2. Що називається потокозчепленням?
3. Запишіть формулу, по якій розраховується робота переміщення замкнутого контуру зі струмом у магнітному полі.
4. Опишіть досліди Фарадея, завдяки яким він відкрив явище електромагнітної індукції.
5. У чому полягає явище електромагнітної індукції?
6. Запишіть закон Фарадея для ерс індукції.
7. Сформулюйте правило Ленца.
8. Дайте визначення індуктивності. Запишіть формулу для розрахунку індуктивності соленоїда.
9. У чому полягає явище самоіндукції? Запишіть формулу для розрахунку ерс самоіндукції.
10. Запишіть рівняння, що описують закон зміни струму при замиканні і розмиканні кола.
11. У чому полягає явище взаємної індукції?
12. Поясніть принцип роботи генератора змінного струму. Наведіть приклади використання явища електромагнітної індукції.
13. Як розраховується енергія магнітного поля? Як розраховується об'ємна густина енергії магнітного поля?

13.4 Задачі для самостійного розв'язання

Базовий рівень

13.1. Магнітний потік, що дорівнює 0,3 мВб, пронизує плоску поверхню площею S=60 см^2. Знайти індукцію магнітного поля. Поле вважати однорідним і спрямованим перпендикулярно поверхні.

13.2. Який магнітний потік пронизує плоску поверхню площею 50 см^2 при індукції поля 0,4 Тл, якщо ця поверхня: а) перпендикулярна вектору магнітної індукції, б) розташована під кутом 30° до вектора магнітної індукції?

13.3. Який магнітний потік виникає в контурі індуктивністю 0,2 мГн при силі струму 10 А?

13.4. За 5 мс магнітний потік, що пронизує контур убуває від 9 мВб до 4 мВб. Знайти середнє значення ерс індукції в контурі.

13.5. Яка індуктивність контура, якщо при силі струму 5 А його пронизує магнітний потік 0,5 мВб?

13.6. Скільки витків має котушка, індуктивність якої L=0,001 Гн, якщо при силі струму I=1 А магнітний потік крізь котушку Ф=$2\cdot10^{-6}$ Вб?

13.7. По соленоїду тече струм силою I=2 А. Магнітний потік, що пронизує поперечний переріз соленоїда, дорівнює Ф=4 мкВб. Визначити індуктивність L соленоїда, якщо він має N=800 витків.

13.8. По соленоїду тече струм силою 2 А. При збільшенні струму до 5 А магнітний потік, що пронизує поперечний переріз соленоїда, змінився на 4 мкВб. Визначити індуктивність соленоїда, якщо він має 900 витків.

13.9. Соленоїд довжиною 10,0 см і площею поперечного перерізу 2 см^2 має індуктивність 0,1 мкГн. При якій силі струму об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда дорівнює 10 мДж/м^3.

13.10. По обмотці соленоїда індуктивністю 0,2 Гн тече струм силою 10 А. Визначити енергію магнітного поля соленоїда.

13.11. При індукції поля 1 Тл, об'ємна густина енергії магнітного поля в залізі дорівнює 200 Дж/м^3. Визначити магнітну проникність заліза в цих умовах.

Середній рівень

13.12. Скільки витків повинна містити котушка площею поперечного перерізу S=50 см^2, щоб при зміні магнітної індукції від 0,2 Тл до 0,3 Тл протягом Δt=4 мс в ній виникала середня ерс індукції 10 В? Площина витків котушки становить з вектором індукції магнітного поля кут 20°.

13.13. Магнітний потік через виток, зроблений з алюмінієвого дроту площею поперечного перерізу S=1,4 мм^2 і довжиною l=10 см, змінюється зі швидкістю 10 мВб/с. Знайти силу індукційного струму.

13.14. Який заряд пройде через поперечний переріз витка, опір якого 0,03 Ом, при зменшенні магнітного потоку через виток від 15 мВб до 3 мВб?

13.15. Сила струму в соленоїді змінюється від 1,0 А до 0,5 А протягом Δt=0,01 с. При цьому в його обмотці виникає ерс самоіндукції, середнє значення якої ε=0,08 В. Визначити індуктивність L соленоїда.

13.16. Магнітний потік через поперечний переріз котушки, що має N=1000 витків, змінився на величину 2 мкВб в результаті зміни струму в котушці від 4 А до 20 А. Знайти індуктивність L котушки.

13.17. У колі йшов струм силою I_0=50 А. Джерело струму можна відключити від мережі, не розриваючи кола. Визначити силу струму в цьому колі через t=0,01 с після відключення його від джерела струму. Опір R кола дорівнює 20 Ом, його індуктивність L=0,1 Гн.

13.18. Всередині соленоїда без осердя індукція магнітного поля 2 мТл. Яким стане магнітний потік, якщо в соленоїд ввести чавунне осердя площею поперечного перерізу 100 см^2. (Скористатися графіком $B=f(H)$).

13.19. Знайти об’ємну густину енергії магнітного поля в залізному осерді соленоїда, якщо напруженість поля, що намагнічує, дорівнює 1,6 кА/м. (Скористатися графіком $B=f(H)$).

Достатній рівень

13.20. В однорідному магнітному полі індукцією B=0,1 Тл рівномірно з частотою ν=10 с$^{-1}$ обертається котушка, яка містить N=1000 витків. Площа рамки S=150 см^2. Вісь обертання перпендикулярна осі котушки і напряму магнітного поля. Визначити максимальне значення ерс індукції, яка виникає в котушці, що обертається.

13.21. Знайти частоту обертання прямокутної рамки в однорідному магнітному полі індукцією B=0,2 Тл, якщо амплітудне значення індукованої в рамці ерс дорівнює 10 В. Площа рамки S=200 см^2, число витків рамки N=20.

13.22. Соленоїд, що має N=90 витків і діаметр d=8 см, знаходиться в магнітному полі індукцією B=0,06 Тл. Силові лінії магнітного поля паралельні осі соленоїда. Соленоїд повертають на кут 180° протягом Δt=0,2 с. Знайти середнє значення ерс індукції, що виникає в соленоїді.

13.23. Соленоїд, що має N=90 витків і діаметр d=7 см, знаходиться в магнітному полі. Силові лінії магнітного поля паралельні осі соленоїда. Соленоїд повертають на кут 90° протягом Δt=0,1 с. Середнє значення ерс індукції, що виникає при цьому в соленоїді, становить 0,2 мВ. Знайти індукцію магнітного поля.

13.24. Прямий дріт завдовжки l=40 см рухається в однорідному магнітному полі зі швидкістю v=5 м/с перпендикулярно лініям індукції. При цьому між кінцями дроту виникає різниця потенціалів U=0,6 В. Знайти індукцію B магнітного поля.

13.25. Знайти ерс індукції на кінцях осі залізничного вагона, довжина якої l=1,6 м, якщо швидкість потягу на горизонтальній ділянці шляху v=72 км/год, а вертикальна складова індукції магнітного поля Землі $B=5\cdot10^{-5}$ Тл.

13.26. Дротове кільце радіусом r=10 см лежить на столі. Який заряд q пройде по кільцю, якщо його перевернути з одного боку на іншу. Опір кільця

R=0,5 Ом. Вертикальна складова індукції магнітного поля Землі дорівнює B=50 мкТл.

13.27. Мідне дротове кільце розташоване горизонтально в однорідному вертикальному магнітному полі. Магнітна індукція поля змінюється зі швидкістю 2 Тл/с. Радіус кільця дорівнює 5 см, а діаметр дроту 1 мм. Знайти індукційний струм у кільці.

13.28. Плоска кругла котушка діаметром 10 см, що має 500 витків, знаходиться в магнітному полі. Площина котушки становить кут 80° з напрямком магнітного поля. Чому буде дорівнює середнє значення ерс індукції в цій котушці, якщо індукція магнітного поля рівномірно збільшується протягом 0,1 с від 0,5 Вб до 2,0 Вб.

13.29. У магнітне поле індукцією 0,1 Тл поміщений контур, виконаний у вигляді кругового витка радіусом 3,4 см. Виток зроблений з мідного дроту, площа поперечного перерізу якого 1 мм^2. Нормаль до площини витка збігається з лініями індукції поля. Який заряд пройде через поперечний переріз витка при зникненні магнітного поля?

13.30. У однорідне магнітне поле індукцією 0,1 Тл поміщений дротяний виток площею 0,1 м^2 і опором 2 Ом так, що його площина перпендикулярна лініям магнітної індукції. Виток замкнутий на гальванометр. При повороті витка через гальванометр пройшов заряд рівний $7{,}5\cdot10^{-3}$ Кл. На який кут повернули виток?

13.31. В однорідному магнітному полі індукцією B=0,01 Тл знаходиться прямий дріт завдовжки l=8,0 см, розташований перпендикулярно лініям індукції. По дроту тече струм силою I=2,0 А. Під дією поля провід перемістився на відстань Δx=5 см. Знайти виконану роботу.

13.32. Котушка довжиною l=20 см і діаметром d=3 см має N=400 витків. По котушці йде струм силою I=2 А. Знайти індуктивність L котушки і магнітний потік Ф, що пронизує її поперечний переріз.

13.33. Котушка має опір R=10,0 Ом і індуктивність L=0,144 Гн. Через скільки часу після замикання струм в котушці буде дорівнювати 0,8 усталеного значення?

13.34. На стрижень з немагнітного матеріалу довжиною l=50 см намотаний в один шар дріт так, що на кожен сантиметр довжини стрижня припадає n=20 витків. Визначити енергію магнітного поля всередині соленоїда, якщо сила струму в обмотці I=0,5 А. Площа перерізу стрижня дорівнює S=2 см^2.

13.35. Соленоїд довжиною l=15,0 см і площею поперечного перерізу S=2см^2 має індуктивність L=0,2 мкГн. При якій силі струму об’ємна густину енергії магнітного поля всередині соленоїда дорівнює 10 мДж/м^3.

13.36. По обмотці довгого соленоїда зі сталевим осердям тече струм силою I=2 А. Визначити об’ємну густину енергії магнітного поля в осерді, якщо на кожному сантиметрі довжини соленоїда намотано n=7 витків. (Скористатися графіком B=f(H)).

13.37. Щоб визначити індукцію магнітного поля в зазорі між полюсами електромагніту, в нього помістили рамку площею 3,2 см^2, що складається з 50 витків тонкого дроту. Рамка приєднана до балістичного гальванометра, постійна якого $2\cdot10^{-5}$ Кл/поділ. Загальний опір гальванометра і рамки 100 Ом. Коли рамку висмикнули з поля, стрілка гальванометра відхилилася на 20 поділок. Чому дорівнює значення індукції магнітного поля?

13.38. На рис. 13.38 представлений графік зміни струму в рамці, що обертається в однорідному магнітному полі. Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна напрямку вектора магнітної індукції (модель генератора змінного струму). Користуючись графіком, визначити кутову швидкість обертання рамки. Розрахувати максимальне значення магнітного потоку, який пронизує площу рамки, і індукцію магнітного поля. Площа рамки S=100 см^2, опір рамки R=0,5 Ом.

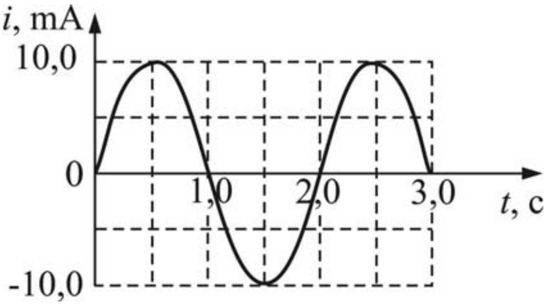


Рисунок 13.38

Глава 5. Багатоваріантні задачі за темами

§14 Багатоваріантні задачі

14.1 Умови задач

Фізичні основи механіки

Задача 1. Рівняння руху точки має вигляд, вказаний в таблиці 1. Користуючись рівнянням, виконати наступне: 1) визначити координату x_0 точки в початковий момент часу; 2) написати формулу залежності швидкості від часу $v=f(t)$; 3) знайти початкову швидкість v_0 точки, 4) знайти прискорення a точки; 5) побудувати графік залежності координати від часу $x=f(t)$ і швидкості від часу $v=f(t)$ в інтервалі $0 \le t \le \tau$ з кроком Δt; 6) вказати характер руху точки.

Задача 2. Колесо радіусом R обертається так, що залежність кута повороту радіуса колеса від часу надається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Використовуючи дані таблиці 2, знайти для точок, що лежать на ободі колеса через t с після початку руху такі величини: 1) кутову швидкість; 2) лінійну швидкість; 3) кутове прискорення; 4) тангенціальне прискорення; 5) нормальне прискорення; 6) повне прискорення.

Задача 3. Під дією сили F тіло масою m рівномірно переміщається по похилій площині довжиною l в напрямку, вказаному у таблиці 3. Висота похилої площини h. Використовуючи дані таблиці 3, знайти коефіцієнт тертя μ тіла по площині. Прийняти g=9,8 м/с^2.

Задача 4. До ободу однорідного диска масою m і радіусом R прикладена дотична сила F. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тер}}$. Диск обертається з кутовим прискоренням ε. Використовуючи дані таблиці 4, знайти відсутню величину.

Задача 5. Куля, яка летить горизонтально зі швидкістю v, потрапляє в дерев'яний брусок, підвішений на невагомому жорсткому стрижні, і застряє в ньому. Маса кулі – m, маса бруска – M. Відстань від центру бруска до точки підвісу стрижня – l. Від удару кулі стрижень з бруском відхилився на кут α, піднявшись на висоту h. Використовуючи дані таблиці 5, знайти відсутні величини. Прийняти g=9,8 м/с^2.

Молекулярна фізика і термодинаміка

Задача 6. У колбі об'ємом V знаходиться суміш двох газів відомої природи (M_1, M_2 – молярні маси). Експериментатор встановив, що при тиску газу p_1 маса колби з газом дорівнювала m_1, а при тиску p_2 – m_2. Знайти молярну масу суміші та масову частку кожного з компонентів газової суміші x_1 і x_2, якщо температура газу t. Вихідні дані наведені в таблиці 6.

Масова частка компонента – це відношення маси даного газу до сумарної маси газів, що складають суміш:

$$x_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}.$$

Задача 7. Атмосфера планети складається з газу, молярна маса якого M. Вимірювання показали, що на висоті h_1 над поверхнею планети атмосферний тиск дорівнює p_1, густина газу при цьому дорівнює ρ_1. При підйомі на висоту h_2 атмосферний тиск став рівним p_2, а густина газу – ρ_2. Температура t газу в процесі підйому не змінювалася.

Використовуючи дані таблиці 7, знайти відсутні величини. g – прискорення вільного падіння для даної планети.

Задача 8. Тиск води у водопроводі біля основи будівлі дорівнює p_0. Під яким тиском p виходить вода з крана на висоті h від основи? З якою силою F тисне вода на отвір площею S? На яку висоту H може піднятися вода в трубі? Вихідні дані наведені в таблиці 8.

Задача 9. Газ відомої природи масою m займає об'єм V_1 при температурі t_1 і знаходиться під тиском p_1. ν – кількість речовини. Газу повідомили кількість тепла Q, в результаті цього параметри газу змінилися. У таблиці 9 зазначено умова, за якої здійснювалася передача тепла. Використовуючи дані таблиці 9, виконати наступне:

1. Розрахувати відсутні величини.
2. Знайти роботу A, виконану газом; кількість тепла Q, що передане газу; зміну внутрішньої енергії ΔU.
3. Привести діаграму процесу в координатах p,V (можна без дотримання масштабу).

Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм

Задача 10. Два точкових заряди q_1 і q_2 знаходяться в середовищі з діелектричною проникністю ε на відстані r. Сила взаємодії зарядів F. Використовуючи дані таблиці 10, знайдіть відсутні дані. Вкажіть характер взаємодії: притягання або відштовхування?

Задача 11. Використовуючи дані таблиці 11, знайти чисельне значення і вказати напрямок вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами q_1 і q_2. Відстань між зарядами d. Заряди знаходяться в середовищі з діелектричною проникністю ε.

Задача 12. Заряд q_0 перебуває в полі нескінченно довгої зарядженою нитки з лінійною густиною заряду на ній τ. При переміщенні заряду q_0 з точки, віддаленої на відстані r_1 від нитки, в точку, що знаходиться на відстані r_2 від нитки, виконується робота A. $\Delta\varphi$ – різниця потенціалів між точками, $E(r_1)$ – напруженість поля на відстані r_1. Використовуючи дані таблиці 12, знайти відсутні величини.

Задача 13. Плоский конденсатор площею пластин S і відстанню між пластинами d заповнений речовиною з діелектричною проникністю ε. До конденсатора прикладена напруга U. Використовуючи дані, що наведені в таблиці 13, визначити: електроємність C конденсатора, енергію W зарядженого конденсатора, напруженість електричного поля E між пластинами, об'ємну густину енергії w.

Задача 14. Для виготовлення нагрівального елемента потужністю P взяли дріт довжиною l. Діаметр дроту d, питомий опір матеріалу, з якого виготовлений дріт – ρ. Прикладена напруга U. Використовуючи дані таблиці 14, визначити довжину l дроту, його опір R, силу струму I і густину струму j.

Задача 15. Провідник довжиною l і діаметром d знаходиться при температурі t_1, при цьому його опір R_1. Після нагрівання до температури t_2 його опір став R_2. ρ_0 – питомий опір матеріалу при температурі 0°C, α – температурний коефіцієнт опору.

1. Використовуючи дані таблиці 15, знайти відсутні величини.
2. Побудувати графік залежності опору від температури $R=f(t)$ в інтервалі $t_1 \le t \le t_2$ с кроком Δt.
3. Використовуючи довідкові дані, визначити можливий матеріал провідника.

Задача 16. Для визначення ерс ε і внутрішнього опору r джерела струму зібрали коло за схемою, наведеною на рис. 16. При деякому положенні ковзного контакту реостата амперметр показав силу струму I_1, а вольтметр – напругу U_1. Коли контакт перемістили вліво, амперметр показав – I_2, а вольтметр – U_2. Знайти внутрішній опір r джерела та його ерс ε. Вихідні дані наведені в таблиці 16.

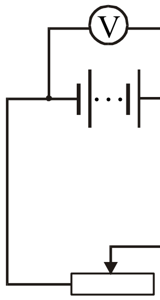


Рисунок 16

Задача 17. Складіть схему з трьох ділянок, які зображені на рис. 17, з'єднавши однойменні точки в вузол. Номери ділянок, ерс джерел ε_i, внутрішній опір джерел r_i, опір ділянок R_i (або сила струму I_i, який протікає по одної з ділянок в напрямку від точки А до точки В) наведені в таблиці 17. Знайти: 1) величини, зазначені в останній колонці таблиці; 2) різницю потенціалів $(\varphi_A - \varphi_B)$ між точками А і В.

Задача 18. Нескінченно довгий тонкий провідник, по якому тече струм I, має вигин (плоску петлю) радіусом R. Використовуючи дані таблиці 18, розрахуйте напруженість H і магнітну індукцію B поля, створюваного цим струмом в точці О. Вкажіть напрямок векторів $\vec{H}$ і $\vec{B}$.

Задача 19. Прямокутна плоска котушка зі сторонами a і b містить N витків дроту і знаходиться в однорідному магнітному полі індукцією $\vec{B}$. По котушці тече струм силою I. Використовуючи дані таблиці 19, визначте магнітний момент p_m котушки зі струмом і обертальний момент $M_{об}$, який діє на неї з боку магнітного поля, якщо площина котушки утворює з напрямком ліній магнітної індукції кут α. Зробіть рисунок, що пояснює та вкажіть на ньому напрям векторів $\vec{p}_m$ і $\vec{M}_{об}$.

Задача 20. Іони елемента ${}^{A}_{Z}X$ (Z – порядковий номер, A – масове число), вилітають з плазмової печі і проходять через фільтр швидкостей, який являє собою схрещені під прямим кутом електричне і магнітне поля. $\vec{E}$ – напруженість електричного поля, $\vec{B}_1$ – індукція магнітного поля. T – температура плазми. У фільтрі іони рухаються перпендикулярно обом полям, не зазнаючи відхилень від прямолінійної траєкторії. Потім вони потрапляють в магнітне поле, індукцією $\vec{B}_2$ мас-спектрометра Бейнбріджа (див. рисунок 20). Радіус кривизни траєкторії іонів в цьому полі – r, заряд іонів $q = +ne$ (де n – кратність іонізації, $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Фільтр швидкостей "налаштований" на найбільш ймовірну швидкість атомів.

Використовуючи дані таблиці 20, знайти відсутні величини.

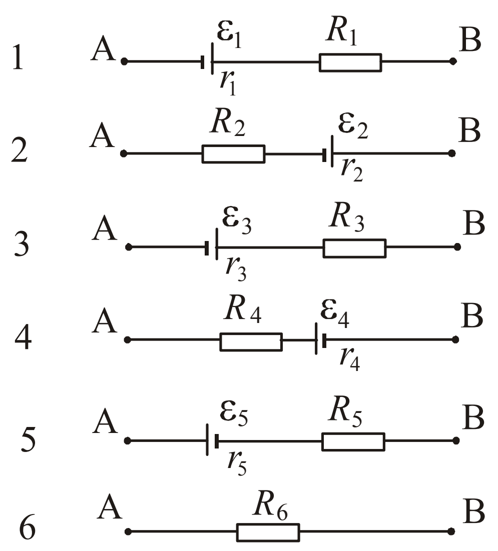


Рисунок 17

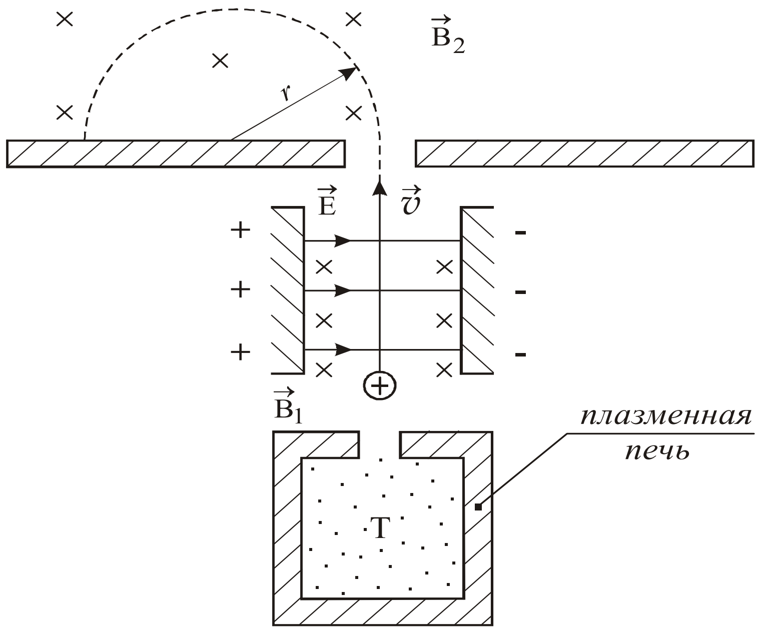


Рисунок 20

Задача 21. В однорідному магнітному полі, індукція якого B, обертається рамка з постійною частотою f. Обмотка рамки містить N витків дроту і охоплює площу S. При цьому на кінцях обмотки реєструється напруга, ефективне значення якої $U_{\text{еф}}$. Використовуючи дані таблиці 21, знайти відсутню величину.

Задача 22. Котушка, що намотана на немагнітний циліндричний каркас, містить N витків дроту. Довжина котушки l, площа поперечного перерізу S. По дроту тече струм I_0. За час Δt сила струму спадає до значення I. Використовуючи дані таблиці 22, визначити індуктивність L котушки і середнє значення ерс ε, що виникає в контурі.

14.2. Таблиці до задач

Таблиця 1

№ п/п	Рівняння руху $x(t)$, м	τ, с	Δt, с	x_0, м	v_0, м/с	a, м/с^2	Вид руху
1	$x=-270+12t$	20	2,0				
2	$x=-1{,}5t$	10	1,0				
3	$x=20+0{,}4t^2$	40	4,0				
4	$x=1-0{,}2t^2$	30	3,0				
5	$x=-0{,}4t^2$	20	2,0				
6	$x=20+5t$	50	5,0				
7	$x=150-10t$	40	4,0				
8	$x=400-0{,}6t$	100	10,0				
9	$x=10t+0{,}4t^2$	20	2,0				
10	$x=2t-t^2$	15	1,5				
11	$x=3-4t+2t^2$	25	2,5				
12	$x=-t-6t^2$	50	5,0				
13	$x=-10+0{,}5t$	40	4,0				
14	$x=5-t$	100	10,0				
15	$x=2t+0{,}2t^2$	30	3,0				
16	$x=80-4t$	50	5,0				
17	$x=15+t^2$	20	2,0				
18	$x=5+8t$	40	4,0				
19	$x=4+t+0{,}3t^2$	50	5,0				
20	$x=-3+2t+0{,}4t^2$	20	2,0				
21	$x=10t+0{,}5t^2$	30	3,0				
22	$x=40+5t+0{,}6t^2$	100	10,0				
23	$x=-20+4t$	40	4,0				
24	$x=0{,}9t^2$	20	2,0				
25	$x=30t+5t^2$	30	3,0				
26	$x=30t-5t^2$	30	3,0				
27	$x=10-100t^2$	50	5,0				
28	$x=12-0{,}6t^2$	20	2,0				
29	$x=20+2t$	40	4,0				

Таблиця 2

№ п/п	B, рад/с	C, рад/с^2	R, м	t, с	ω, рад/с	v, м/с	ε, рад/с^2	a_τ, м/с^2	a_n, м/с^2	a, м/с^2
1	5	6	0,20	2,5						
2	3	4	0,15	1,5						
3	7	3	0,25	3,0						
4	2	8	0,10	2,0						
5	3	4	0,50	3,0						
6	1	7	0,30	1,5						
7	4	2	0,45	3,0						
8	1	3	0,50	2,5						
9	5	4	0,25	1,5						
10	2	1	0,10	2,0						
11	6	5	0,15	3,0						
12	4	3	0,25	2,0						
13	3	7	0,10	3,0						
14	8	2	0,50	1,5						
15	4	3	0,30	3,0						
16	7	1	0,45	2,5						
17	2	4	0,50	1,5						
18	3	1	0,25	2,0						
19	4	5	0,10	3,0						
20	1	2	0,45	2,0						
21	2	3	0,30	3,0						
22	3	8	0,45	1,5						
23	1	4	0,50	3,0						
24	4	7	0,25	2,5						
25	1	2	0,10	1,5						
26	5	3	0,15	2,0						
27	2	4	0,25	3,0						
28	6	1	0,10	2,0						
29	4	5	0,50	3,0						
30	3	3	0,30	1,5						

Таблиця 3

№ п/п	*l*, м	*h*, м	*m*, кг	*F*, Н	μ	Напрямок руху
1	1,0	0,20	0,20	1,0		вгору
2	1,1	0,38	0,15	0,24		вниз
3	1,2	0,21	0,12	0,51		вгору
4	9,8	1,2	14,0	31,0		вниз
5	8,0	1,4	12,5	69,6		вгору
6	12,8	2,0	135	381		вниз
7	7,2	1,5	18,0	123		вгору
8	6,6	1,7	22,0	110		вгору
9	9,3	2,1	1,9	9,3		вгору
10	21,0	2,2	19,5	37		вниз
11	5,8	1,1	25	124		вгору
12	3,3	0,8	24,0	21		вниз
13	4,3	0,9	23,0	126		вгору
14	4,4	1,0	21,0	31,5		вниз
15	13,8	1,2	17,0	81		вгору
16	18,6	1,3	15,0	51		вниз
17	20,5	2,5	150,0	822		вгору
18	9,6	1,5	16,8	49		вниз
19	6,2	1,6	16,0	113		вгору
20	7,9	1,1	80,0	203		вгору
21	10,0	1,9	70,0	225		вгору
22	19,5	1,7	75,0	53		вниз
23	10,4	1,8	65,0	224		вгору
24	18,0	2,2	50,0	37,5		вниз
25	8,1	2,1	40,0	185		вгору
26	6,2	1,5	36,0	31		вниз
27	6,2	1,4	72,0	276		вгору
28	7,2	1,5	66,0	49		вниз
29	12,2	1,7	10,0	28		вгору
30	6,6	1,6	34,0	52		вниз

Таблиця 4

№ п/п	R, м	F, Н	$M_{тер}$, Н·м	ε, рад/с^2	m, кг
1	0,3		3,6	72	10
2	0,25	140		84	12
3	0,5	200	10,0		20
4	1,2	1150	120	8,8	
5	0,45		4,0	80	5
6	1,3	900	120		250
7	1,4	800	150	3,3	
8	0,75	250		4,0	100
9	0,2	98,1	4,9		7,4
10	0,9		20	7,0	90
11	1,8	1300	270	1,5	
12	0,6	400	22		70
13	1,25	1000	125	4,0	
14	1,0		30	10,0	85
15	1,8	1400	280		1000
16	1,1		100	4,0	400
17	0,8	600	60	20	
18	0,85	650	50		120
19	0,3	160		70	14
20	1,4	950	200	2,5	
21	1,5	850	180		500
22	0,45		4,0	60	15
23	1,35	1000	160	3,4	
24	0,7	800		35	60
25	1,2	700	90	2,5	
26	1,95	1250	300		1500
27	0,75		65	14	150
28	1,7	1200		1,0	1400
29	0,25	130	28	60	
30	1,6		180	0,8	1600

Таблиця 5

№ п/п	m, г	M, г	v, м/с	l, м	α,°	h, см
1	3,6	3600		1,00		1,5
2	4,2		600	0,74		8,1
3		2600	550	1,57		18,4
4	8,8	3800			24	8,9
5	3,9		610		22	3,3
6		2450	480		20	9.6
7	5,5	3050		1,16	15	
8	4,6		670	1,51	5	
9	6,8	1850	470	1,49		
10		1400	520	2,19	17	
11	6,6	2650		0,94		12,6
12	8,2	4600			23	4,5
13	4,3		600		32	9,9
14	6,5	1700	540	0,97		
15	6,4		500	0,65		11,8
16		1500	700	1,07	33	
17	7,2	3100	650		29	
18		1300	670		37	30,8
19		2700	590	1,07		9,3
20	4,4	1900		1,18	20	
21	7,4	3500		1,11		10,4
22	8,0		540	1,10	18	
23	3,8		560	0,57	29	
24	6,0	2000		1,27	25	
25	5,8	2550			20	8,9
26		1150	660	2,36	31	
27	5,0		620	0,64		6,5
28	7,6	2300	520	1,37		
29		3400	740		14	4,0
30	7,8		550		33	8,4

Таблиця 6

№ п/п	V, см^3	m_1, г	m_2, г	p_1, мм рт.ст	p_2, мм рт.ст	t, °С	Хім. склад
1	300	144,26	143,92	742	70	22	O_2, N_2
2	260	121,67	121,50	750	30	17	O_2, H_2
3	350	153,38	152,97	737	42	25	Ar, He
4	240	117,66	117,51	744	25	20	N_2, H_2
5	270	131,44	131,12	740	15	32	CO_2, CH_4
6	310	141,83	141,60	748	30	19	He, CO
7	175	89,19	88,97	753	18	24	Ar, CH_4
8	340	138,65	138,52	745	50	20	SO_2, H_2
9	320	133,71	133,55	739	42	30	CO_2, H_2
10	340	140,84	140,71	750	31	18	O_2, He
11	290	125,08	124,92	752	37	20	N_2, He
12	240	121,17	120,81	725	41	22	SO_2, NH_3
13	250	125,23	125,04	740	47	24	N_2, He
14	350	152,47	152,35	755	53	30	CO_2, H_2
15	310	148,44	148,05	750	44	21	CO_2, CH_4
16	280	146,33	146,21	743	55	35	Ar, H_2
17	315	154,38	153,67	755	32	22	SO_2, N_2
18	270	121,77	121,45	746	24	20	Ar, H_2
19	284	139,22	138,98	735	28	19	CO, He
20	324	160,77	160,55	743	41	23	N_2, He
21	360	136,48	136,37	749	38	24	H_2, CH_4
22	245	121,43	120,87	753	28	20	Cl_2, N_2
23	294	128,44	127,99	748	33	21	Cl_2, He
24	325	135,94	135,28	758	44	24	Cl_2, Ar
25	305	141,35	140,84	757	48	20	Cl_2, Ne
26	285	136,84	136,45	734	52	19	N_2, Ar
27	360	190,38	190,11	742	42	25	CO_2, He
28	318	166,63	165,88	751	66	23	H_2S, Cl_2
29	360	135,72	134,96	730	72	22	NH_3, Cl_2
30	400	124,52	123,98	746	53	10	N_2, CO_2

Таблиця 7

№ п/п	h_1, км	p_1, МПа	h_2, км	p_2, МПа	g, м/с^2	t, °С	ρ_1, кг/м^3	ρ_2, кг/м^3	M, кг/моль
1	0	9,120	5	6,717	8,76	468			
2	5	6,717	10	4,845	8,75	420			
3	10	4,845	20	2,372	8,74	360			
4	20	2,372	30	1,048	8,73	280			
5	30	1,048	40	0,405	8,72	202			
6	40	0,405	50	0,125	8,70	110			
7	50	0,125	70	0,0048	8,69	3			
8	0		5		8,70	460	63,23	46,51	
9	5		10		8,69	433	49,86	36,26	
10	10		20		8,68	405	38,95	20,08	
11	20		30		8,67	285	21,93	9,82	
12	30		40		8,65	190	11,53	4,39	
13	40		50		8,64	120	5,38	1,72	
14	50		60		8,63	0	2,34	0,46	
15	0	0,101	1,0		9,81	20			0,029
16	0,5	0,095	1,5		9,80	0			0,029
17	1,0	0,090	2,0		9,80	– 10			0,029
18	1,5	0,079	3,0		9,80	– 20			0,029
19	2,0		4,0	0,060	9,78	– 25			0,029
20	3,0		5,0	0,054	9,78	– 28			0,029
21	5,0	0,054	6,0		9,78	– 30			0,029
22	6,0	0,043	7,0		9,78	– 33			0,029
23	2,0		8,0	0,030	9,81	– 30			0,029
24	3,0		9,0	0,027	9,81	– 30			0,029
25	1,0		1,5		9,81	– 10	1,10		0,029
26	15		22		8,73	310	43,31	25,10	
27	18		25		8,72	296	21,19	12,18	
28	35		40		8,70	117	9,23	5,19	
29	26	1,675	33	0,843	8,72	187			
30	12	5,102	20	2,643	8,73	277			

Таблиця 8

№ п/п	p_0, атм	h, м	S, см^2	p, Па	F, Н	H, м
1	2,5	15	0,50			
2	4,1	18	0,61			
3	3,7	12	0,72			
4	1,7	3	0,85			
5	1,9	6	0,52			
6	3,0	10	0,84			
7	7,5	30	0,86			
8	4,7	26	0,60			
9	5,2	21	0,95			
10	3,6	11	0,65			
11	2,6	12	0,68			
12	5,4	14	0,74			
13	6,7	31	1,00			
14	2,4	9	0,88			
15	3,4	13	0,55			
16	5,1	29	0,96			
17	4,9	23	0,75			
18	4,3	19	0,70			
19	3,5	16	0,97			
20	7,7	32	0,48			
21	6,5	21	0,62			
22	5,7	27	0,54			
23	6,2	25	0,78			
24	5,8	29	0,98			
25	4,6	17	0,80			
26	7,8	17	0,57			
27	7,9	24	0,66			
28	5,0	22	0,90			
29	8,0	19	0,82			
30	8,1	28	0,59			

Таблиця 9

№ п/п	Процесс	Газ	ν, моль	*m*, кг	p_1, кПа	V_1, дм^3	t_1, °С	p_2 , кПа	V_2 , дм^3	t_2, °С
1	Q=0	O_2	1,0		100	22			11	
2	T=*const*	N_2	2,0		70	40		35		
3	p=*const*	He		0,010	100		27			77
4	V=*const*	Повітря	0,8		100		20			60
5	T=*const*	O_2		0,029		20	30		40	
6	Q=0	He	2,0		200	40		80		
7	p=*const*	Ar		0,043	200		33			200
8	V=*const*	Ne		0,012	90	15				300
9	T=*const*	He	1,0		100	23		80		
10	Q=0	Повітря		0,021		15	25	30		
11	p=*const*	O_2	1,2				20	100		250
12	V=*const*	Ar		0,010		5	40			100
13	T=*const*	Cl_2			100	20		50		50
14	Q=0	He			100	40	20		20	
15	p=*const*	Повітря		0,015	100		25			70
16	V=*const*	O_2		0,016	65			100	20	
17	T=*const*	Ar	1,0		150	18		75		
18	Q=0	Cl_2		0,071	200		27			127
19	p=*const*	Ne		0,020	100	28			30	
20	V=*const*	CH_4		0,032		20	30			200
21	T=*const*	CH_4		0,016		15		30		70
22	p=*const*	N_2		0,014	100	12			30	
23	Q=0	He	2,0		90	50			100	
24	V=*const*	Ar		0,04		20	27			80
25	T=*const*	O_2	3,0		100			50		50
26	Q=0	NH_3		0,034	95		17			97
27	V=*const*	He	2,5			7	28			67
28	p=*const*	CO_2		0,088	200	2			75	
29	T=*const*	Cl_2		0,071		25		100		37
30	p=*const*	SO_2	1,5		78		30			66

Таблиця 10

№ п/п	ε	q_1, нКл	q_2, нКл	r, см	F, мкН
1	2,0	– 20,0	30,0	10,0	
2	7,0	7,5		5,0	56,7
3	3,0		6,0	8,0	43,6
4	5,0	18,0	– 35,0		50,4
5		24,0	7,5	3,0	90
6	7,0	14,0		12,0	31,3
7	5,0	– 6,5	27,0	7,0	
8	2,2		8,0	4,0	511,4
9		17	5,5	7,0	21,5
10	3,0	8,5	– 14,6	5,5	
11	3,0	– 12,0	7,0		205,7
12	5,0	4,5		4,5	55,2
13	2,1		9,5	5,0	
14		12,5	4,0	7,0	23,0
15	8,0		3,5	3,0	80,9
16	2,2	3,0		2,5	166,9
17	5,0	7,0	25,0		20,2
18	7,0	8,5	16,5	7,5	
19	2,2	4,5	5,0		9,2
20	3,0	3,0		8,0	10,5
21	8,0		6,5	6,5	20,8
22		15,5	7,0	7,5	82,7
23	7,0		2,5	4,0	35,2
24	4,0	6,5		3,0	195,0
25	2,2	7,0	15,0		53,0
26	5,0	10,0	4,5	12,0	
27	3,0	8,5	7,0		59,0
28	4,0	12,5		3,5	126,3
29	2,2		3,6	7,5	30,1
30		17,5	4,8	13,0	6,4

Таблиця 11

№ п/п	ε	q_1 , нКл	q_2 , нКл	d, см	E, кВ/м
1	2,1	– 6,0	4,0	16	
2	7,0	5,5	3,0	12	
3	5,0	5,5	– 6,2	6	
4	2,2	– 3,5	8,0	8	
5	4,0	– 5,3	– 6,5	20	
6	5,0	– 12,3	9,0	14	
7	2,1	– 8,3	12,0	10	
8	7,0	4,0	5,0	8	
9	3,0	– 4,6	9,5	12	
10	8,0	9,2	– 4,8	18	
11	2,2	4,0	– 6,0	10	
12	8,0	3,0	5,5	22	
13	2,2	– 6,2	5,5	16	
14	5,0	8,0	– 3,5	14	
15	7,0	– 6,5	– 5,3	24	
16	2,2	9,0	– 12,3	14	
17	3,0	12,0	– 8,3	18	
18	8,0	5,0	4,0	20	
19	2,1	9,5	– 4,6	14	
20	7,0	– 4,8	9,2	12	
21	5,0	– 12,3	4,0	8	
22	2,2	– 8,3	3,0	6	
23	4,0	4,0	– 6,2	16	
24	5,0	– 4,6	8,0	12	
25	2,1	9,2	– 6,5	18	
26	7,0	4,0	9,0	22	
27	3,0	3,0	12,0	20	
28	8,0	– 6,2	5,0	24	
29	2,2	8,0	9,5	16	
30	8,0	– 6,5	– 4,8	18	

Таблиця 12

№ п/п	q_0, нКл	τ, нКл/м	r_1, см	r_2, см	A, мкДж	$E(r_1)$, кВ/м	Δφ, В
1	30		2,0	4,0	1,50		
2	25		1,0	2,0			74,8
3	50	4,0		3,0	2,50		
4	35	2,5	2,4		1,25		
5		7,5			3,07	3,86	68,2
6	52		3,0	6,2	2,17		
7		5,0			2,80	5,62	82,4
8	28	8,8		7,2	2,61		
9	25	15,0	1,6		5,84		
10		3,5			1,60	3,50	53,4
11	22		2,0	4,7	1,42		
12		7,0			1,88	4,84	94,4
13	35	8,0	2,4		4,78		
14	45		2,2	5,2			103,7
15		2,0			1,04	2,00	20,7
16	75	7,2		4,3	7,94		
17	70		2,0			3,42	55,4
18		8,5			3,69	9,00	123,0
19	55	3,6	1,8		2,85		
20	65		1,9			4,17	64,7
21	27		2,0	4,5	3,31		
22	60	6,4		4,8	5,71		
23		5,5	2,2		4,08		90,7
24	30		2,3	5,0			70,0
25	40		2,5			3,24	74,8
26	35	3,5		2,5	2,02		
27		10,0	1,2		1,14		152,5
28	60		1,3			12,46	112,2
29	44		1,4	3,5			131,9
30	20		1,5	4,0	2,47		

Таблиця 13

№ п/п	ε	*d*, мм	*S*, см^2	*U*, В	*C*, нФ	*W*, мкДж	*E*, кВ/м	*w*, Дж/м^3
1	2,0	0,2	50	30				
2	7,0	1,1	100	150				
3	3,0	1,2	30	100				
4	5,0	1,3	60	40				
5	2,0	1,4	30	36				
6	7,0	1,5	50	70				
7	5,0	1,6	20	30				
8	2,2	1,7	80	150				
9	2,0	1,8	120	100				
10	3,0	1,9	40	40				
11	5,0	2,0	50	36				
12	2,2	0,8	100	70				
13	5,0	0,7	30	30				
14	3,0	0,6	60	150				
15	7,0	0,5	30	100				
16	2,0	0,5	50	40				
17	7,0	0,6	20	36				
18	3,0	0,7	80	70				
19	5,0	0,8	120	36				
20	2,0	0,9	40	70				
21	7,0	1,0	50	30				
22	5,0	1,1	100	150				
23	2,2	1,2	30	100				
24	2,0	1,3	60	40				
25	3,0	1,4	30	36				
26	5,0	1,5	50	70				
27	2,2	1,6	20	54				
28	5,0	1,7	80	110				
29	3,0	1,8	120	80				
30	7,0	1,9	40	30				

Таблиця 14

№ п/п	ρ, мкОм·м	*d*, мм	*S*, мм^2	*P*, Вт	*U*, В	*l*, м	*R*, Ом	*I*, А	*j*, А/мм^2
1	1,1	1,0		100	36				
2	1,1	1,1		150	24				
3	1,1	1,2		120	36				
4	1,1	1,3		200	36				
5	1,1	1,4		250	24				
6	1,1	1,5		300	110				
7	1,1	1,6		180	36				
8	1,1	1,7		2500	220				
9	1,1	1,8		2000	220				
10	1,1	1,9		1500	110				
11	1,1	2,0		1800	110				
12	1,1	0,8		200	36				
13	1,1	0,7		300	110				
14	1,1	0,6		100	12				
15	1,1	0,5		120	24				
16	1,3	0,5		100	36				
17	1,3	0,6		110	24				
18	1,3	0,7		350	36				
19	1,3	0,8		270	24				
20	1,3	0,9		180	24				
21	1,3	1,0		700	110				
22	1,3	1,1		1000	220				
23	1,3	1,2		240	36				
24	1,3	1,3		1200	220				
25	1,3	1,4		1700	220				
26	1,3	1,5		1200	110				
27	1,3	1,6		1100	110				
28	1,3	1,7		2400	220				
29	1,3	1,8		2500	220				
30	1,3	1,9		1600	110				

Таблиця 15

№ п/п	l, м	d, мм	R_1, Ом	t_1, °C	R_2, Ом	t_2, °C	ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} 1/°C	Δt, °C
1	1,0	1,90		10		100	2,5	4,60	10
2	1,5	0,10		10		60	18,2	3,90	5
3	0,5	0,70		20		80	4,89	5,10	6
4	0,8	0,50		24		64	8,6	6,51	4
5	2,0	1,20		10		90	2,06	4,02	8
6	4,0	1,30		14		74	5,57	6,04	6
7	3,0	0,60		20		70	4,31	4,12	5
8	1,8	0,85		10		110	1,55	4,33	10
9	2,4	1,15		22		62	5,05	4,73	4
10	2,6	1,30		15		65	71,0	2,00	5
11	1,8	0,20		18		78	6,14	6,92	6
12	1,6	0,45		12		92	11,15	4,65	8
13	0,7	0,40		20		100	9,77	3,77	10
14	2,5	1,80		16		56	9,81	3,96	4
15	3,5	1,60		20		70	65,8	1,71	5
16	2,4	0,25		25		85	19,2	4,28	6
17	3,2	0,30		5		85	1,49	4,30	8
18	0,5	2,00		20		60	42,0	5,46	4
19	0,9	1,70		2		102	14,1	3,01	10
20	2,2	0,35		24		64	5,65	4,17	6
21	3,8	0,55		20		100	12,0	6,10	8
22	0,8	1,75		8		88	50,0	0,05	10
23	1,8	1,85		5		60	43,0	0,01	5
24	3,6	0,15		32		72	30,0	0,25	4
25	1,5	0,90		12		92	40,0	0,11	8
26	1,4	1,00		6		96	110,0	0,12	10
27	1,3	0,75		16		76	130,0	0,15	6
28	2,7	0,95		4		84	7,1	1,70	8
29	2,8	0,80		30		80	21,7	1,39	5
30	1,2	0,65		28		68	27,0	0,24	4

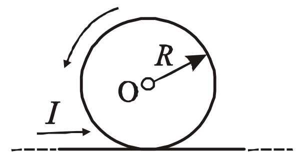
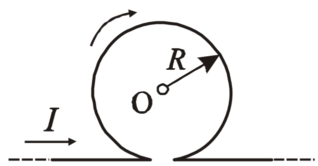
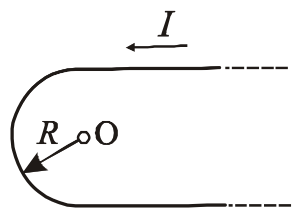
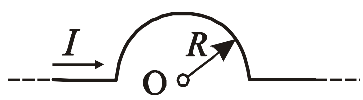
Таблиця 16

№ п/п	U_1, В	U_2, В	I_1, А	I_2, А	ε, В	*r*, Ом
1	4,0	3,6	0,50	0,9		
2	5,6	5,1	0,80	1,3		
3	8,2	7,8	0,94	1,4		
4	15,1	13,9	0,50	1,2		
5	16,3	14,7	1,70	2,4		
6	6,6	5,9	0,20	0,25		
7	5,5	5,0	0,30	0,35		
8	4,5	4,1	0,40	0,45		
9	3,6	3,0	0,50	0,55		
10	2,7	2,4	0,60	0,65		
11	3,0	1,5	0,57	0,66		
12	6,5	2,0	0,21	0,64		
13	5,5	3,5	0,32	0,51		
14	4,5	4,0	0,41	0,47		
15	6,0	5,0	0,26	0,36		
16	6,6	6,0	0,17	0,18		
17	5,9	5,5	0,19	0,24		
18	5,0	4,5	0,31	0,36		
19	4,0	3,5	0,42	0,47		
20	3,0	2,8	0,54	0,63		
21	3,0	1,5	0,57	0,66		
22	5,0	4,0	0,36	0,47		
23	6,0	4,5	0,26	0,41		
24	6,5	2,0	0,21	0,64		
25	5,5	3,5	0,32	0,51		
26	6,8	6,6	0,14	0,16		
27	6,4	6,0	0,18	0,20		
28	5,6	5,4	0,23	0,26		
29	4,0	3,0	0,30	0,35		
30	2,0	1,0	0,43	0,58		

Таблиця 17

№ п/п	Номери ділянок	ε_i, В	r_i, Ом	R_i, Ом	I_i, А	Знайти
1	1,2,3	$\varepsilon_1=11,\ \varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=6$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=25, R_2=50, R_3=10$	–	I_1, I_2, I_3
2	4,5,6	$\varepsilon_4=9,\ \varepsilon_5=10$	$r_4=1,\ r_5=2$	$R_4=19,\ R_5=38$	$I_6=0{,}1$	I_4, I_5, R_6
3	1,2,4	$\varepsilon_1=16,\ \varepsilon_2=5,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_2=30,\ R_4=50$	$I_1=0{,}4$	I_2, I_4, R_1
4	5,4,1	$\varepsilon_1=9,\ \varepsilon_4=6,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_4=50,\ R_5=10$	$I_1=0{,}2$	I_4, I_5, R_1
5	1,2,6	$\varepsilon_1=10,\ \varepsilon_2=8$	$r_1=2,\ r_2=1$	$R_1=8,\ R_2=18,\ R_6=60$	–	I_1, I_2, I_6
6	3,2,1	$\varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=5$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=30, R_2=40, R_3=20$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_3, ε_1
7	1,4,6	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_4=2$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=18, R_4=39, R_6=80$	–	I_1, I_4, I_6
8	1,4,2	$\varepsilon_2=11,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=50, R_2=20, R_4=30$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_4, ε_1
9	2,3,1	$\varepsilon_1=9,\ \varepsilon_2=8,\ \varepsilon_3=1$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=50, R_2=20, R_3=10$	–	I_1, I_2, I_3
10	4,1,5	$\varepsilon_4=4,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=25, R_4=50, R_5=10$	$I_1=0{,}4$	I_4, I_5, ε_1
11	1,3,2	$\varepsilon_2=16,\ \varepsilon_3=3$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_1=70, R_2=20, R_3=10$	$I_1=0{,}1$	I_2, I_3, ε_1
12	6,4,1	$\varepsilon_1=3,\ \varepsilon_4=7$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=78,\ R_4=39$	$I_6=0{,}1$	I_1, I_4, R_6
13	5,4,1	$\varepsilon_4=4,\ \varepsilon_5=14$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=90, R_4=20, R_5=40$	$I_1=0{,}1$	I_4, I_5, ε_1
14	4,6,5	$\varepsilon_4=10,\ \varepsilon_5=5$	$r_4=2,\ r_5=1$	$R_4=33,\ R_5=19$	$I_6=0{,}3$	I_4, I_5, R_6
15	1,6,4	$\varepsilon_1=4,\ \varepsilon_4=3$	$r_1=2,\ r_4=1$	$R_1=18,\ R_4=9,\ R_6=60$	–	I_1, I_4, I_6
16	4,1,6	$\varepsilon_1=2,\ \varepsilon_4=12$	$r_1=3,\ r_4=2$	$R_1=97,\ R_4=18$	$I_6=0{,}1$	I_1, I_4, R_6
17	4,1,5	$\varepsilon_1=22,\ \varepsilon_4=8,\ \varepsilon_5=4$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_1=25, R_4=50, R_5=10$	–	I_1, I_4, I_5
18	2,1,6	$\varepsilon_1=20,\ \varepsilon_2=6$	$r_2=1$	$R_1=82, R_2=29,\ R_6=10$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_6, r_1
19	2,3,1	$\varepsilon_1=19,\ \varepsilon_2=4,\ \varepsilon_3=5$	$r_1=r_2=r_3=0$	$R_2=20,\ R_3=10$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_3, R_1
20	4,1,6	$\varepsilon_1=13,\ \varepsilon_4=1$	$r_4=1$	$R_1=27, R_4=24,\ R_6=40$	$I_1=0{,}3$	I_4, I_6, r_1
21	2,1,4	$\varepsilon_1=12,\ \varepsilon_2=9,\ \varepsilon_4=5$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=30, R_2=60, R_4=20$	–	I_1, I_2, I_4
22	2,1,6	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_2=6$	$r_1=3$	$R_1=27,\ R_2=9,\ R_6=25$	$I_2=0{,}1$	I_1, I_6, r_2
23	5,1,4	$\varepsilon_1=19,\ \varepsilon_4=6,\ \varepsilon_5=2$	$r_1=r_4=r_5=0$	$R_4=50,\ R_5=10$	$I_1=0{,}2$	I_4, I_5, R_1
24	1,6,2	$\varepsilon_1=18,\ \varepsilon_2=15$	$r_1=2,\ r_2=1$	$R_1=58,\ R_2=9,\ R_6=30$	–	I_1, I_2, I_6
25	4,1,2	$\varepsilon_2=4,\ \varepsilon_4=2$	$r_1=r_2=r_4=0$	$R_1=50, R_2=20,\ R_4=80$	$I_1=0{,}2$	I_2, I_4, ε_1
26	1,6,5	$\varepsilon_1=8,\ \varepsilon_5=6$	$r_1=2,\ r_5=3$	$R_1=8,\ R_5=12,\ R_6=10$	–	I_1, I_5, I_6
27	2,4,5	$\varepsilon_2=8$	$r_2=2,\ r_4=1,$ $r_5=5$	$R_2=18,\ R_4=14,$ $R_5=25$	$I_4=0{,}2$ $I_5=0{,}3$	$I_2, \varepsilon_4, \varepsilon_5$
28	3,6,4	$\varepsilon_3=36,\ \varepsilon_4=9$	$r_3=2,\ r_4=1$	$R_3=16,\ R_4=8$	$I_6=0{,}5$	I_3, I_4, R_6
29	3,1,5	$\varepsilon_3=40,\ \varepsilon_5=30$	$r_1=2,\ r_3=5,$ $r_5=2$	$R_1=28,\ R_3=35,$ $R_5=28$	$I_1=0{,}7$	I_3, I_5, ε_1
30	2,3,4	$\varepsilon_2=20,\ \varepsilon_3=10,$ $\varepsilon_4=40$	$r_2=10, r_3=5,$ $r_4=15$	$R_2=110,\ R_4=105$	$I_3=0{,}2$	I_2, I_4, R_3

Таблиця 18

№ п/п	I, А	R, см	H, А/м	B, мТл	Рисунок
1	100	20			
2	90	12			
3	115	16			
4	120	11			
5	125	15			
6	130	18			
7	135	14			
8	140	13			
9	100	20			
10	110	14			
11	120	13			
12	130	11			
13	140	12			
14	150	10			
15	95	15			
16	85	17			
17	100	20			
18	110	15			
19	120	10			
20	95	25			
21	75	13			
22	85	12			
23	150	10			
24	100	20			
25	120	12			
26	130	16			
27	95	18			
28	85	14			
29	90	13			
30	75	11			

Таблиця 19

№ п/п	a, см	b, см	N	I, мА	B, Тл	α, град	p_m, А·м^2	$M_{обер}$, мН·м
1	10	20	100	30	0,15	60		
2	20	30	150	20	0,12	30		
3	25	10	400	10	0,25	60		
4	20	15	270	20	0,015	45		
5	12	15	350	14	0,03	20		
6	13	14	200	15	0,15	40		
7	28	12	500	12	0,35	50		
8	15	21	380	20	0,45	20		
9	2,5	1	800	10	0,55	40		
10	16	13	340	35	0,12	25		
11	4,5	2	140	20	0,32	26		
12	3,5	2,1	240	35	0,52	15		
13	17	12	370	27	0,43	55		
14	10	15	440	24	0,27	17		
15	9	5	230	45	0,16	28		
16	7,5	5	520	18	0,33	42		
17	14	12	360	30	0,25	30		
18	15	12	120	20	0,35	50		
19	8	10	270	14	0,09	60		
20	25	15	380	23	0,43	20		
21	5	8	520	35	0,55	15		
22	7,5	13	310	15	0,43	50		
23	4,5	3,5	160	27	0,62	10		
24	8	5	280	45	0,53	35		
25	2,5	3,5	320	52	0,32	42		
26	5,5	8	260	63	0,18	17		
27	7	9	580	42	0,57	55		
28	12	16	640	75	0,32	75		
29	22	16	750	24	0,33	70		
30	11	14	300	30	0,15	60		

Таблиця 20

№ п/п	Z	A	n	E, кВ/м	B_1, Тл	B_2, мТл	r, см	v, м/с	T, К
1	6	12	1		0,5	5			3000
2	7	14	1	0,8		4		2000	
3	5	9	1		0,2	3		1600	
4	7	15	2		0,1		5	1200	
5	8	16	2	1,0			8		4000
6	11	23	1	0,8		3			3500
7	12	24	1		0,4		6	1700	
8	13	27	3		0,4		8	1400	
9	19	40	1	0,6			10		4200
10	15	32	3		0,2	3		1800	
11	47	110	1		0,2		12		3200
12	20	42	2	0,5		4		1600	
13	21	44	3		0,2		10	1900	
14	88	226	1		0,1		10		3800
15	92	235	3	1,0		5		650	
16	3	7	1	0,6		1		2400	
17	4	9	2	0,7		2		2500	
18	29	64	3		0,5		6	800	
19	16	32	3	0,6		5		2000	
20	6	12	2		0,1		10		4000
21	8	16	1		0,2		12		3800
22	27	59	2	0,8		4		1100	
23	5	11	2	1,0			8		4000
24	20	40	3		0,2	3		1900	
25	2	3	1	0,9		2	10		
26	5	11	1	0,75		1			4200
27	6	13	2		0,4		5	1850	
28	4	9	2	0,7		8			3100
29	26	56	1		0,3	2	5		
30	13	27	2	0,85		3		2200	

Таблиця 21

№ п/п	S, см^2	f, Гц	N	$U_{еф}$, В	B, Тл
1	50	15	100	50	
2	30	20	120		1,56
3	60	10		36	0,90
4	100		250	24	0,14
5		8	220	40	1,14
6	68		130	20	0,42
7	150	5		12	0,29
8	34	10	90		1,54
9	56	14	85	9	
10	140	6	250		0,23
11	240	7		12	0,05
12	160		150	24	0,19
13		9	120	45	0,47
14	120		90	52	0,83
15	80	8		43	1,26
16	100	14	180		0,11
17	240	7	210	16	
18	140	9	160		0,09
19	50	10		33	0,65
20	180		125	48	0,44
21		4	90	35	1,68
22	90		270	53	0,82
23	65	12		13	0,31
24	135	11	100		0,49
25	76	9	270	26	
26	130	8	95		0,71
27	48	7		44	1,79
28	84		190	23	0,27
29		11	125	30	0,79
30	100		210	25	0,45

Таблиця 22

№ п/п	N	l, см	S, см^2	I_0, А	I, А	Δt, мкс	L, мГн	ε, В
1	200	10	4,0	0,6	0,1	120		
2	500	8	2,5	1,2	0,3	50		
3	250	9	3,0	1,5	0,2	100		
4	300	5	2,0	2,0	0,8	90		
5	350	7	3,5	1,8	0,6	125		
6	220	5,5	1,5	2,5	0,6	130		
7	320	9,5	2,8	1,3	0,15	150		
8	260	7,5	1,9	2,3	0,25	100		
9	400	12	4,5	0,8	0,15	110		
10	450	8,5	2,5	1,3	0,05	180		
11	480	6,5	3,5	0,9	0,06	80		
12	330	5	4,0	1,8	0,3	150		
13	470	5,5	3,2	1,2	0,2	80		
14	150	9	5,5	1,4	0,7	170		
15	340	7,5	2,5	2,3	0,4	120		
16	280	6,5	6,2	1,5	0,2	150		
17	345	12	4,5	2,4	0,5	90		
18	520	8,5	3,7	1,2	0,1	200		
19	175	5	4,6	1,8	0,3	100		
20	365	6,5	3,8	1,3	0,2	85		
21	290	7	2,2	0,9	0,1	100		
22	190	5,5	6,0	2,7	0,6	150		
23	470	11	5,2	0,8	0,25	50		
24	385	9	6,3	1,2	0,3	130		
25	155	7,5	2,6	2,4	0,15	70		
26	375	8	4,9	1,5	0,35	140		
27	460	9	3,7	2,3	0,25	120		
28	230	10	6,2	0,9	0,15	80		
29	135	6	2,8	2,7	0,55	100		
30	540	12	3,2	1,0	0,05	120		

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Розв'язання багатьох фізичних і технічних завдань неможливе без використання довідкових даних, тому уміння працювати з довідником є обов'язковим умінням для фахівця будь-якого напряму підготовки. Перш ніж скористатися довідковими даними, прочитайте пояснення до таблиць.

Пояснення до таблиць

Як вибирати приставки?

Перераховані в таблиці множники і приставки використовуються для утворення кратних і часткових одиниць від одиниць Міжнародної системи (СІ) і від позасистемних одиниць, допущених до застосування.

Приставки гекто…, дека…, деци… і санти… допускається застосовувати тільки в найменуваннях кратних і часткових одиниць, що вже набули широкого поширення (гектар, декалітр, дециметр, сантиметр і ін.).

Приставки рекомендується вибирати так, щоб числові значення величин знаходилися в межах від 0,1 до 1000. Наприклад, для виразу числа $7{,}5\cdot10^{-5}$ м слід вибрати приставку мікро…, а не мілі… або нано... З приставкою мікро… отримаємо $7{,}5\cdot10^{-5}$=75 мкм, тобто число, що знаходиться в межах від 0,1 до 1000.

З приставкою мілі… отримаємо $7{,}5\cdot10^{-5}$=0,075 мм, тобто, число менше 0,1. З приставкою нано… – $7{,}5\cdot10^{-5}$=75000 нм, тобто число, більше 1000.

Найменування і позначення десяткових кратних і часткових одиниць утворюються приєднанням приставок до найменувань одиниць, які мають власну назву. Приєднання двох (і більш) приставок підряд не допускається. Наприклад, замість одиниці «мікромікрофарад» слід застосовувати одиницю «пікофарад».

Позначення приставки пишеться злито з позначенням одиниці, до якої вона приєднується. При складному найменуванні похідної одиниці СІ приставку приєднують до найменування першої одиниці, що входить до добутку або чисельник дробу. Наприклад, кПа·с, але не Па·кс.

Як виняток з цього правила у випадках, коли це знайшло широке застосування, допускається приєднання приставки до найменування одиниці, що входить в знаменник дробу. Наприклад: кВ/см, А/мм^2.

Окрім десяткових кратних і часткових одиниць допущені до використання кратні і часткові одиниці часу, плоского кута і відносних величин, що немають десяткових. Наприклад, одиниці часу (хвилина, година, доба); одиниці плоского кута (градус, хвилина, секунда).

Про одиниці вимірювання параметрів

Одиниці вимірювання параметрів вказані в заголовках стовпців. Багато хто з них вказаний з приставками. При розрахунку не забудьте замість приставки записати відповідний множник (див. табл. 2.3.).

Про множники в заголовках стовпців

У заголовку деяких стовпців таблиць присутній множник вигляду 10^n, де n – ціле додатне або від’ємне число. Наявність такого множника указує, на те, що поміщені в стовпці числа слід помножити на цей множник. Наприклад, в таблиці «Температурні коефіцієнти електричного опору провідників» в заголовку присутній множник 10^{-3}. Отже, температурний коефіцієнт електричного опору, наприклад, алюмінію дорівнює $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ град$^{-1}$.

За яких умов визначалися параметри?

Параметри багатьох речовин залежать від температури або тиску. Як правило, в заголовку таблиць указуються значення температури (або тиск), при яких визначалися значення параметрів. Якщо в заголовку таблиці вони не вказані, то це означає, що параметри визначалися за лабораторних умов, тобто при нормальному атмосферному тиску і кімнатній температурі (p_0=10^5 Па, T=300 К).

Трохи історії

Перші приставки були введені в 1773–1795 роках при узаконенні у Франції метричної системи мір. Було прийнято для кратних одиниць найменування приставок брати з грецької мови, для часткових – з латинської. В ті роки були прийняті наступні приставки: кіло… (від грец. chilioi – тисяча), гекто… (від грец. hekaton – сто), дека… (від грец. deka – десять), деци… (від лат. decem – десять), санти… (від лат. centum – сто), мілі… (від лат. mille – тисяча).

У подальші роки число кратних і часткових одиниць збільшилося. Найменування приставок запозичувалися іноді і з інших мов.

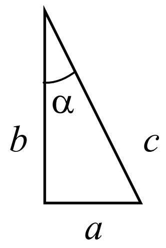
З’явилися наступні приставки: мега… (від грец. megas – большой), гіга… (від грец. gigas, gigantos – велетень), тера… (від грец. teras, teratos – величезний, чудовисько), мікро… (від грец. mikros – малий, маленький), нано… (від грец. nanos – карлик), піко… (від італ. piccolo – невеликий, дрібний), фемто… (від датск. femten – п’ятнадцять), атто… (від датск. atten – вісімнадцять). Останні приставки – пета… и екса… – були прийняті в 1975 році: пета (від грец. peta – п’ять, що відповідає п’яти розрядам по 10^3), екса… (від грец. hex – шість, що відповідає шести розрядам по 10^3).

1. Деякі відомості з математики

1.1. *Властивості степенів*

$a^0 = 1$	$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$a^n \cdot b^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$
$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

1.2. *Формули тригонометрії*



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}};$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b} \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha \qquad \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha \qquad \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha \qquad \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = +\sin\alpha$$

$$\sin(\alpha+\pi) = -\sin\alpha \qquad \sin(\alpha-\pi) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha+\pi) = -\cos\alpha \qquad \cos(\alpha-\pi) = -\cos\alpha$$

1.3. *Значення тригонометричних функцій для деяких кутів*

Радіани	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Градуси	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	– 1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	– 1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$

1.4. *Властивості логарифмів*

Якщо $\log_a x = b$, то $x = a^b$.

Якщо $a = e = 2{,}71828\ldots$ – основа натуральних логарифмів

$\log_e x = \ln x = b$, то $x = e^b$.

$\ln 1 = 0$; $\ln(ab) = \ln a + \ln b$; $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$.

1.5. *Многочлени*

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

1.6. *Розв'язання рівнянь алгебри*

Рівняння	$ax + b = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 + px + q = 0$
Розв'язок	$x = \frac{-b}{a}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

1.7. *Площі деяких фігур*

Прямокутний трикутник	Трапеція	Круг	Сферична поверхня	Бічна поверхня циліндра
$S = \frac{1}{2}ab$	$S = \frac{a+b}{2}h$	$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}$	$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$S_{\text{бок}} = 2\pi Rh$

де a, b – катети трикутника, основи трапеції; R – радіус; d – діаметр; h – висота трапеції, висота циліндра.

1.8. *Об'єми деяких фігур*

Куб	Паралелепіпед	Циліндр	Куля, сфера
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \pi R^2 L = \frac{\pi d^2 h}{4}$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi d^3}{6}$

де a, b, c – сторони паралелепіпеда (куба); R – радіус; d – діаметр;
h – висота циліндра.

1.9. *Довжина кола*

$$L = 2\pi R = \pi d,$$

де R – радіус кола, d – діаметр кола

1.10. *Формули для наближених обчислень*

Якщо a<<1, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\frac{1}{1\pm a}=1\mp a;\qquad e^{a}=1+a;\qquad \sqrt{1\pm a}=1\pm\frac{1}{2}a;$$

$$(1\pm a)^2=1\pm 2a;\qquad \ln(1+a)=a;\qquad \frac{1}{\sqrt{1\pm a}}=1\mp\frac{1}{2}a.$$

Якщо кут α малий ($\alpha<5°$ або $\alpha<0{,}1$ рад) і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha=\alpha;\qquad \cos\alpha=1.$$

1.11. *Деякі формули диференціального числення*

$$\frac{d(uv)}{dx}=v\frac{du}{dx}+u\frac{dv}{dx};\qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx}=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2};$$

$$\frac{d\left(x^m\right)}{dx}=mx^{m-1};\qquad \frac{d\left(e^x\right)}{dx}=e^x;\qquad \frac{d(\ln x)}{dx}=\frac{1}{x};$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx}=\cos x;\qquad \frac{d(\cos x)}{dx}=-\sin x;\qquad \frac{d(\operatorname{tg}x)}{dx}=\frac{1}{\cos^2 x}.$$

1.12. *Деякі формули інтегрального числення*

Невизначений інтеграл	Визначений інтеграл
$\int x^m dx=\frac{1}{m+1}\cdot x^{m+1}+\text{const}$	$\int_a^b x^m dx=\frac{1}{m+1}\left(b^{m+1}-a^{m+1}\right)$
$\int\frac{1}{x^2}\cdot dx=-\frac{1}{x}+\text{const}$	$\int_a^b\frac{1}{x^2}\cdot dx=-\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$
$\int\frac{dx}{x}=\ln x+\text{const}$	$\int_a^b\frac{dx}{x}=\ln b-\ln a=\ln\frac{b}{a}$
$\int\sin xdx=-\cos x+\text{const}$	$\int_a^a\sin xdx=-(\cos a-\cos b)=\cos b-\cos a$
$\int\cos xdx=\sin x+\text{const}$	$\int_a^b\cos xdx=\sin b-\sin a$
$\int e^x dx=e^x+\text{const}$	$\int_a^b e^x dx=e^b-e^a$

2. Грецький і латинський алфавіти. Деякі відомості про одиниці фізичних величин

Для позначення фізичних величин у фізиці використовують грецькі і латинські букви, тому знання грецького і латинського алфавіту полегшить розуміння фізичного тексту.

2.1. *Алфавіт грецький*

Грецька буква	Назва англійською	Назва українською
Α α	alpha	альфа
Β β	beta	бета
Γ γ	gamma	гамма
Δ δ	delta	дельта
Ε ε	epsilon	епсілон
Ζ ζ	zeta	дзета
Η η	eta	ета
Θ θ	theta	тета
Ι ι	iota	йота
Κ κ	kappa	капа
Λ λ	lambda	ламбда
Μ μ	mu	мю
Ν ν	nu	ню
Ξ ξ	xi	ксі
Ο ο	omicron	омікрон
Π π	pi	пі
Ρ ρ	rho	ро
Σ σ	sigma	сигма
Τ τ	tau	тау
Υ υ	upsilon	іпсілон
Φ φ ϕ	phi	фі
Χ χ	chi	хі
Ψ ψ	psi	псі
Ω ω	omega	омега

2.2. *Алфавіт латинський*

Сучасний латинський алфавіт, що є основою писемності німецьких, романських і багатьох інших мов, складається з 26 букв. Букви в різних мовах називаються по-різному. У таблиці наведені «українські математичні» назви.

Латинська буква		Назва букви	Латинська буква		Назва букви
	Курсив			Курсив	
A, a	*A, a*	а	N, n	*N, n*	ен
B, b	*B, b*	бе	O, o	*O, o*	о
C, c	*C, c*	це	P, p	*P, p*	пе
D, d	*D, d*	де	Q, q	*Q, q*	ку, кю
E, e	*E, e*	е	R, r	*R, r*	ер
F, f	*F, f*	еф	S, s	*S, s*	ес
G, g	*G, g*	же, ге	T, t	*T, t*	те
H, h	*H, h*	аш, ха	U, u	*U, u*	у
I, i	*I, i*	і	V, v	*V, v*	ве
J, j	*J, j*	йот, жі	W, w	*W, w*	дубль-ве
K, k	*K, k*	ка	X, x	*X, x*	ікс
L, l	*L, l*	ель	Y, y	*Y, y*	ігрек
M, m	*M, m*	ем	Z, z	*Z, z*	зет, зета

2.3. Множники і приставки для утворення десяткових, кратних і часткових одиниць і їх найменувань

Множник	Приставка			Приклад		
	найменування	Познач. українське	Познач. міжнарод.			
10^{12}	тера	Т	T	тераджоуль	ТДж	TJ
10^{9}	гіга	Г	G	гіганьютон	ГН	GN
10^{6}	мега	М	M	мегом	МОм	MΩ
10^{3}	кіло	к	k	кілометр	км	km
10^{2}	гекто	г	h	гектоват	гВт	hW
10^{1}	дека	да	da	декалітр	дал	dal
10^{-1}	деци	д	d	дециметр	дм	dm
10^{-2}	санти	с	c	сантиметр	см	cm
10^{-3}	мілі	м	m	мілівольт	мВ	mV
10^{-6}	мікро	мк	μ	мікроампер	мкА	μA
10^{-9}	нано	н	n	наносекунда	нс	nc
10^{-12}	піко	п	p	пікофарад	пФ	pF
10^{-15}	фемто	ф	f	фемтометр	фм	fm

2.4. Деякі відомості про одиниці фізичних величин

2.4.1. *Одиниці фізичних величин СІ, що мають власні найменування*

Величина	Одиниця		
	найменування	позначення (українське)	позначення (міжнародне)
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Плоский кут	радіан	рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
Сила	ньютон	Н	N
Робота, енергія	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W
Тиск	паскаль	Па	Pa
Напруга (механічна)	паскаль	Па	Pa
Модуль пружності	паскаль	Па	Pa
Частота коливань	герц	Гц	Hz
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Тепло (кількість тепла)	джоуль	Дж	J
Кількість речовини	моль	моль	mol
Електричний заряд	кулон	Кл	C
Сила струму	ампер	А	A
Потенціал електричного поля	вольт	В	V
Напруга (електрична)	вольт	В	V
Електрична ємність	фарад	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	Ω
Електрична провідність	сименс	См	S
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Індуктивність	генрі	Гн	H
Сила світла	кандела	кд	cd
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Потік випромінювання	ват	Вт	W
Доза випромінювання (поглинена доза)	грей	Гр	Gy
Активність препарату	бекерель	Бк	Bq

2.4.2. *Позасистемні одиниці, допущені до застосування нарівні з одиницями СІ (відповідно до стандарту 1052-78 «Метрологія. Одиниці фізичних величин»)*

Величина	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницею СІ
Маса	тонна грам	т г	1000 кг 0,001 кг
Об’єм, місткість	літр	л	1 л=0,001 $м^3$
Відносна величина	одиниця (число 1) відсоток	– %	1 10^{-2}
Логарифмічна величина	бел децибел	Б дБ	– –
Температура	градус Цельсія	°С	1°С = 1К

2.4.3. *Співвідношення між позасистемними одиницями і одиницями СІ*

Довжина	1 ангстрем = 10^{-10} м
Час	1 доба = 86400 с
	1 рік = 365,25 суток = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ с
Плоский кут	$1° = \pi/180$ рад = $1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад
	$1' = (\pi/108) \cdot 10^{-2}$ рад = $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад
	$1'' = (\pi/648) \cdot 10^{-3}$ рад = $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
	1 рад = 57,29577951°=57°17′44″8
Об’єм, місткість	1 л = 1 $дм^3$ = 10^{-3} $м^3$
Маса	1 т = 10^{3} кг
	1 г = 10^{-3} кг
	1 а.о.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Робота, енергія	1 еВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж
	1 кВт·ч = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ Дж
Потужність	1 к.с. =736 Вт (кінська сила)
Тиск	1 кгс/$см^2$ =1 ат (техн) = $9{,}81 \cdot 10^{4}$ Па
	1 бар=10^{5} Па=0,1 МПа
	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
Тепло (кількість тепла)	1 кал = 4,19 Дж
Магнітна індукція	1 Гс (гаус) = 10^{-4} Тл
Напруженість магнітного поля	1 Е (ерстед) = 79,6 А/м ≈ 80 А/м

3. Таблиці фізичних величин

3.1. Фундаментальні фізичні сталі

Величина	Позначення	Значення
Гравітаційна стала	G, γ	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²
Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с²
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^{8}$ м/с
Молярна газова стала	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стала Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Авоґадро	$N_{\text{А}}$	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярна маса повітря	M	$29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
Атомна одиниця маси	1 а.о.м.	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою електрона	m_{e}	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг 0,00055 а.о.м.
Маса спокою нейтрона	m_n	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00867 а.о.м.
Маса спокою протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00728 а.о.м.
Елементарний заряд	e, q_e	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Питомий заряд електрона	e/m_e	$1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Електрична стала	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Стала Планка	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴)
Стала в законі зміщення Віна	b	$2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К
Стала Рідберга	R	$1{,}097 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Борівський радіус	a_0	$0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_{C}	$2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м$^{-1}$
Магнетон Бора	$\mu_{\text{Б}}$	$9{,}27 \cdot 10^{-24}$ А·м²
Електрон-вольт	1 еВ	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Енергія іонізації атома водню	E_i	13,6 еВ
Енергетичний еквівалент 1 а.о.м.		931,5 МеВ

3.2. *Астрономічні величини*

Радіус Сонця	$6{,}94 \cdot 10^{8}$ м
Маса Сонця	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус Землі	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Маса Землі	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Місяця	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Маса Місяця	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Середня відстань від Землі до Сонця	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ м
Середня відстань від Землі до Місяця	$3{,}844 \cdot 10^{8}$ м
Час повного обороту Землі навколо своєї осі	23 години 56 хв 4,09 сек
Період обернення Місяця навколо Землі	27 діб 7 годин 43 хв

3.3. *Густина і модуль пружності твердих тіл*

Матеріал		Густина ρ, 10^3 кг/м^3	Модуль пружності (модуль Юнга) E, ГПа
Алюміній	Al	2,70	69 – 72
Вольфрам	W	19,3	350 – 400
Германій	Ge	5,32	82
Залізо	Fe	7,86	195 – 205
Золото	Au	19,3	78 – 83
Індій	In	7,31	10,5
Кремній	Si	2,33	110 – 160
Мідь	Cu	8,96	110 – 130
Молібден	Mo	10,2	300 – 330
Нікель	Ni	8,9	200 – 220
Олово	Sn	7,3	41 – 55
Паладій	Pd	12,0	115 – 125
Платина	Pt	21,4	150 – 175
Селен	Se	4,79	55
Срібло	Ag	10,5	72 – 72,5
Свинець	Pb	11,4	14 – 18
Титан	Ti	4,51	110
Цинк	Zn	7,14	100 – 130
Дюралюміній		2,79	70 – 72,5
Сталь (катана)		7,85–8,0	200 – 210
Мідні сплави (латунь)		8,4–8,7	102 – 115

3.4. *Теплові властивості твердих тіл*

Речовина	$t_{пл}$, °C	c, кДж/(кг·К)	λ, 10^5 Дж/кг	K, Вт/(м·К)	α, 10^{-5} К$^{-1}$
Алюміній	660	0,86	4,0	237	2,3 – 2,4
Дюралюміній	600	0,60		130	1,8 – 2,6
Сталь	1440	0,45	2,7	50	1,0 – 1,8
Золото	1063		0,64	317	7,8 – 8,3
Мідь	1083	0,38	2,1	400	1,6 – 1,7
Мідні сплави (латунь)	900	0,35		110	1,8 – 2,0
Свинець	327	0,13	0,23	35	2,8 – 2,9
Олово	232	0,23	0,605	70	2,0 – 2,2
Лід	0	2,1	3,4	2,2	5,27
Стекло (віконне)	600	0,67	1,4	0,92	0,6 – 1,0

$t_{пл}$ – температура плавлення; c – питома теплоємність;
λ – питома теплота плавлення; K – коефіцієнт теплопровідності;
α – температурний коефіцієнт лінійного розширення (середні значення).

3.5. *Властивості рідин при* 20°C

Речовина	Густина ρ, кг/м^3	В'язкість η, мПа·с	Поверхневий натяг α, мН/м	Температура кипіння t, °C
Вода	1000	1,00	72,8	100
Гліцерин	1260	1480	59,4	290
Масло касторове	955	986	32,8	
Гас	840	1,5	24,0	150 – 250
Ртуть	13595	1,55	475,0	356,6

3.6. *Властивості газів при* 20°C

Речовина	Густина ρ, кг/м^3	Діаметр молекули d, нм	В'язкість η, мкПа·с	Показник адіабати $\gamma=c_p/c_v$
Азот N_2	1,250	0,371	17,66	1,401
Водень H_2	0,089	0,28	8,80	1,405
Повітря	1,293	0,357	18,12	1,401
Гелій He	0,178	0,1987	19,46	1,63
Кисень O_2	1,429	0,35	20,26	1,400
Метан CH_4	0,717		10,92	1,31
Вуглекислий газ CO_2	1,977	0,45	13,8	1,29

3.7. *Швидкість звуку при* 20°C

Гази		Рідини		Тверді тіла	
Речовина	v, м/с	Речовина	v, м/с	Речовина	v, м/с
Азот	334	Анілін	1656	Алюміній	5080
Водень	1300	Бензол	1321	Залізо	5170
Повітря	334	Вода	1482	Сталь	5100
Гелій	965	Гліцерин	1895	Чавун	3850
Кисень	315	Дихлоретан	1034	Латунь	3490
Метан	430	Гас	1295	Граніт	3950
Вуглекислий газ CO_2	260	Спирт	1156	Лід (–4°C)	3280

3.8. *Склад сухого атмосферного повітря*

Газ	Хім. формула	Об’ємні %	Вагові %
Азот	N_2	78,09	75,50
Кисень	O_2	20,95	23,10
Аргон	Ar	0,932	1,286
Вуглекислий газ	CO_2	0,030	0,046
Неон	Ne	$1,8\cdot10^{-3}$	$1,3\cdot10^{-3}$
Гелій	He	$4,6\cdot10^{-4}$	$7,2\cdot10^{-5}$

Примітки:

1. Склад повітря постійний до висоти 60 км.
2. Молярна маса повітря M=0,029 кг/моль.
3. Вміст водяної пари в повітрі коливається від 0,1 до 2,8 об’ємних %.

3.9. *Критичні параметри і поправки Ван-дер-Ваальса*

Газ	Критична температура	Критичний тиск	Поправка Ван-дер-Ваальса	
	$T_{кр}$, К	$p_{кр}$, МПа	a, Н·м^4/моль^2	b, 10^{-5}м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водень	33	1,30	0,025	2,66
Водяна пара	647	22,1	0,545	3,04
Гелій	5,2	0,23	0,003	2,36
Кисень	1,55	5,08	0,136	3,17
Вуглекислий газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62
Ефір	467	3,59	1,746	13,33

3.10. *Елементи періодичної системи*

Z – порядковий номер; *A* – відносна атомна маса
хімічного елементу (закруглені значення)

Z	Елемент	Символ	*A*	*Z*	Елемент	Символ	*A*
1	Водень	H	1	47	Срібло	Ag	108
2	Гелій	He	4	48	Кадмій	Cd	112
3	Літій	Li	7	49	Індій	In	115
4	Берилій	Be	9	50	Олово	Sn	119
5	Бор	B	11	51	Сурма	Sb	122
6	Вуглець	C	12	52	Телур	Te	128
7	Азот	N	14	53	Йод	I	127
8	Кисень	O	16	54	Ксенон	Xe	131
9	Фтор	F	19	55	Цезій	Cs	133
10	Неон	Ne	20	56	Барій	Ba	137
11	Натрій	Na	23	57	Лантан	La	139
12	Магній	Mg	24	58	Церій	Ce	140
13	Алюміній	Al	27	59	Празеодим	Pr	141
14	Кремній	Si	28	60	Неодим	Nd	144
15	Фосфор	P	31	61	Прометій	Pm	145
16	Сірка	S	32	62	Самарій	Sm	150
17	Хлор	Cl	35	63	Європій	Eu	152
18	Аргон	Ar	40	64	Гадоліній	Gd	157
19	Калій	K	39	65	Тербій	Tb	159
20	Кальцій	Ca	40	66	Диспрозій	Dy	163
21	Скандій	Sc	45	67	Гольмій	Ho	165
22	Титан	Ti	47	68	Ербій	Er	167
23	Ванадій	V	51	69	Тулій	Tu	169
24	Хром	Cr	52	70	Ітербій	Yb	173
25	Марганець	Mn	55	71	Лютецій	Lu	175
26	Залізо	Fe	56	72	Гафній	Hf	178
27	Кобальт	Co	59	73	Тантал	Ta	181
28	Нікель	Ni	59	74	Вольфрам	W	184
29	Мідь	Cu	64	75	Реній	Re	186
30	Цинк	Zn	65	76	Осмій	Os	190
31	Галій	Ga	70	77	Іридій	Ir	192
32	Германій	Ge	73	78	Платина	Pt	195
33	Миш’як	As	75	79	Золото	Au	197
34	Селен	Se	79	80	Ртуть	Hg	201
35	Бром	Br	80	81	Талій	Tl	204
36	Криптон	Kr	84	82	Свинець	Pb	207
37	Рубідій	Rb	86	83	Вісмут	Bi	209
38	Стронцій	Sr	88	84	Полоній	Po	210
39	Ітрій	Y	89	85	Астат	At	210
40	Цирконій	Zr	91	86	Радон	Rn	222
41	Ніобій	Nb	93	87	Францій	Fr	223
42	Молібден	Mo	96	88	Радій	Ra	226
43	Технецій	Tc	99	89	Актиній	Ac	227
44	Рутеній	Ru	101	90	Торій	Th	232
45	Родій	Rh	103	91	Протактиній	Pa	231
46	Паладій	Pd	106	92	Уран	U	238

3.11. *Електричні властивості речовин*

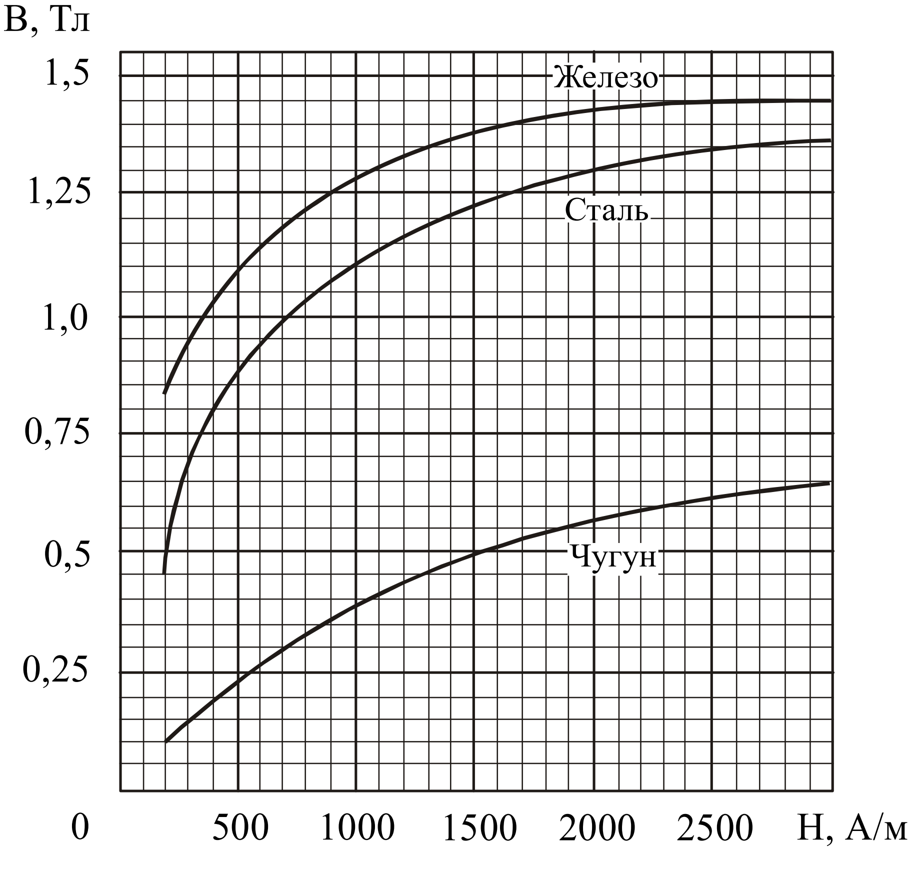
Речовина	Діелектрична проникність, ε	Пробивна напруженість E, 10^6 В/м
Повітря	1,0	3,1
Масло трансформаторне	2,2	12 – 20
Масло конденсаторне	4,0	20 – 25
Слюда	7,0	100 – 250
Скло електроізоляційне	5,0	40 – 44
Текстоліт	8,0	27 – 30
Парафінований папір	2,1	40 – 60
Поліетилен	2,2	25 – 60
Гас	2,1	–
Фарфор	5,0	30 – 32
Ебоніт	3,0	20 – 35

3.12. *Питомий електричний опір* ρ_0 *і температурний коефіцієнт опору* α *деяких провідників при* 0°C

Провідник		ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} град$^{-1}$
Алюміній	Al	2,5	4,60
Ванадій	V	18,2	3,90
Вольфрам	W	4,89	5,10
Залізо	Fe	8,6	6,51
Золото	Au	2,06	4,02
Кобальт	Co	5,57	6,04
Магній	Mg	4,31	4,12
Мідь	Cu	1,55	4,33
Молібден	Mo	5,05	4,73
Неодим	Nd	71,0	2,00
Нікель	Ni	6,14	6,92
Олово	Sn	11,15	4,65
Паладій	Pd	9,77	3,77
Платина	Pt	9,81	3,96
Ртуть	Hg	94,07	0,99
Свинець	Pb	19,2	4,28
Срібло	Ag	1,49	4,30
Титан	Ti	42,0	5,46
Хром	Cr	14,1	3,01
Цинк	Zn	5,65	4,17

Провідник	ρ_0, 10^{-8} Ом·м	α, 10^{-3} град$^{-1}$
Сталь	12,0	6,10
Константан	50,0	0,05
Манганін	43,0	0,01
Нейзильбер	30,0	0,25
Нікелін	40,0	0,11
Ніхром	110,0	0,12
Фехраль	130,0	0,15
Латунь	7,1	1,70
Платино-срібний	27,0	0,24

3.13. ***Зв'язок між магнітною індукцією B поля у феромагнетику і напруженістю H поля, що намагнічує***



3.14. ***Показники заломлення (середні значення)***

Гази		Рідини		Тверді тіла	
Речовина	*n*	Речовина	*n*	Речовина	*n*
Азот	1,000297	Вода	1,33	Алмаз	2,42
Повітря	1,000292	Гліцерин	1,47	Кварц плав	1,46
Метан	1,000441	Масло кедрове	1,52	Скло	1,50
Хлор	1,000768	Масло коричне	1,60	NaCl	1,53

3.15. *Інтервали довжин хвиль і частот та відповідні їм кольори видимої частини спектру**

Колір спектру	Довжина хвилі λ, нм	Частота ν, 10^{14} Гц
Червоний	760 – 620	3,95 – 4,83
Оранжевий	620 – 590	4,83 – 5,08
Жовтий	590 – 560	5,08 – 5,36
Зелений	560 – 500	5,36 – 6,00
Блакитний	500 – 480	6,00 – 6,25
Синій	480 – 450	6,25 – 6,66
Фіолетовий	450 – 380	6,66 – 7,89
∗Область видимої частини спектру розміщена у межах хвиль приблизно від 380 до 760 нм. Межі кольорів спектру також визначаються лише умовно.		

3.16. *Шкала електромагнітних хвиль*

Назва діапазону хвиль	Приблизний діапазон довжин хвиль		Діапазон частот
	м	Інші одиниці	Гц
Низькочастотні електричні коливання	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div$ 100 км	$0 \div 3{\cdot}10^{3}$
Радіохвилі	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км ÷ 1 мм	$3{\cdot}10^{3} \div 3{\cdot}10^{11}$
Інфрачервоне випромінювання	$2{\cdot}10^{-3} \div 7{,}6{\cdot}10^{-7}$	2 мм ÷ 760 нм	$1{,}5{\cdot}10^{11} \div 4{,}0{\cdot}10^{14}$
Видиме випромінювання	$7{,}6{\cdot}10^{-7} \div 3{,}8{\cdot}10^{-7}$	760 ÷ 380 нм	$4{,}0{\cdot}10^{14} \div 8{,}0{\cdot}10^{14}$
Ультрафіолетове випромінювання	$3{,}8{\cdot}10^{-7} \div 3{\cdot}10^{-9}$	380 ÷ 3 нм	$8{,}0{\cdot}10^{14} \div 10^{17}$
Рентгенівське випромінювання	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм ÷ 1 пм	$3{\cdot}10^{16} \div 3{\cdot}10^{20}$
Гамма-випромінювання	10^{-11} і менш	10 пм и менш	$3{\cdot}10^{19}$ і вище

Зверніть увагу! Різні види електромагнітного випромінювання відрізняються лише довжиною хвилі (або, що те ж саме, частотою). Залежно від довжини хвилі (частоти) міняються властивості хвиль, їх дії, способи отримання і назви окремих ділянок.

3.17. *Довжини хвиль яскравих ліній в спектрі ртутної лампи ПРК-4*

Забарвлення лінії	Довжина хвилі λ, нм	Відносна яскравість (візуальна оцінка)
Фіолетова	404,66	2
Фіолетова	407,78	1
Синя	433,9	1
Синя	434,8	1
Синя	435,83	8
Блакитна	491,60	1
Зелена	546,07	10
Жовта	576,96	8
Жовта	579,07	10

3.18. *Довжини хвиль деяких яскравих ліній в спектрі неону*[1)]

Забарвлення лінії	Довжина хвилі λ, нм	Відносна яскравість (візуальна оцінка)
Жовта	576,44	3
Жовта	585,25	10
Жовта	588,19	4
Оранжева	594,48	3
Оранжева	597,55	2
Червоно-оранжева	603,00	2
Червоно-оранжева	607,43	4
Червоно-оранжева	609,62	3
Червоно-оранжева	614,31	6
Яскраво-червона	616,36	5
Яскраво-червона	621,73	3
Яскраво-червона	626,65	8
Яскраво-червона	630,48	2
Яскраво-червона	633,44	5
Яскраво-червона	638,30	10
Яскраво-червона	640,22	10
Червона	650,65	5
Червона	653,29	5
Червона	659,89	5
Червона	667,83	3
Червона	671,70	1

[1)] У таблиці детально дані лінії червоно-оранжевої області спектру, які зазвичай використовуються для градуювання спектральних приладів. В області довжин хвиль, менших 580 нм, градуювання зручніше проводити за спектром ртуті.

3.19. *Спектральні лінії атома водню у видимій частині спектру (серія Бальмера)*

Перехід $n_i \to n_k$	Позначення	Довжина хвилі λ, нм	Частота ν, 10^{14} Гц	Колір
$3 \to 2$	H_α	656,280	4,571	Червона
$4 \to 2$	H_β	486,132	6,171	Зелено-блакитна
$5 \to 2$	H_γ	434,046	6,911	Синьо-фіолетова
$6 \to 2$	H_δ	410,173	7,313	Фіолетова

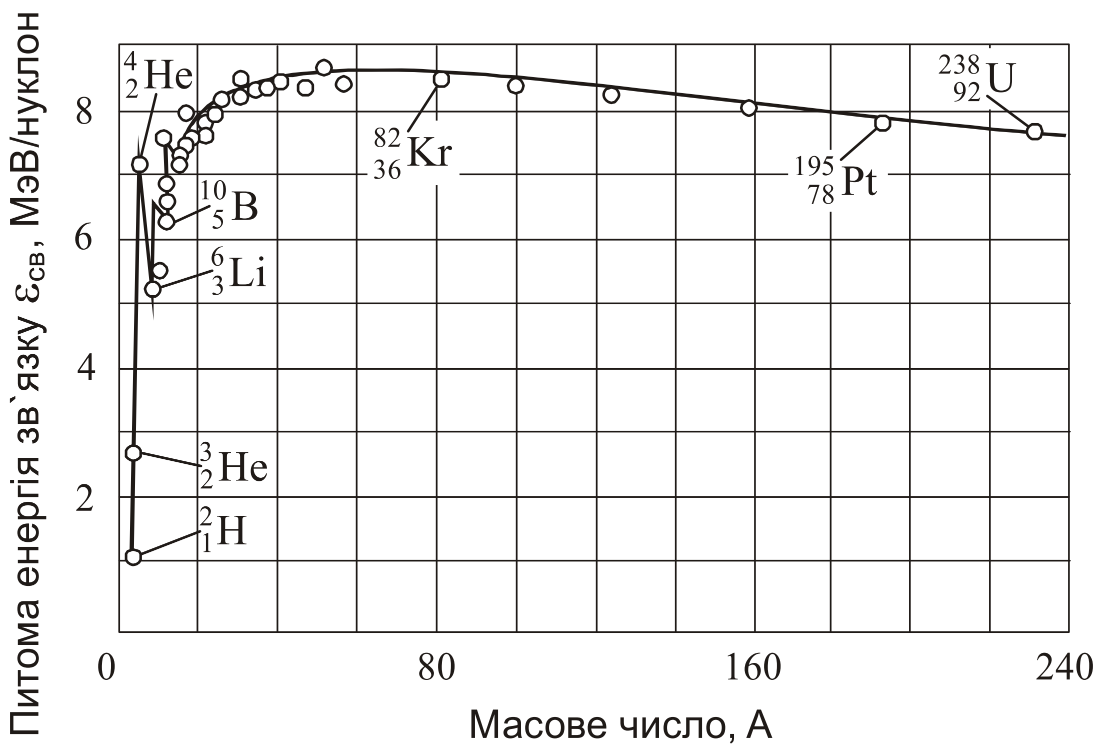
3.20. *Основні фізичні властивості деяких напівпровідникових матеріалів*

Речовина	Ширина забороненої зони ΔE, еВ	Рухливість електронів $\mu_Э$, $см^2/(В \cdot с)$	Рухливість дірок $\mu_Д$, $см^2/(В \cdot с)$	Густина ρ, 10^3 кг/м^3
Si	1,11	1600	500	2,33
Ge	0,66	3900	1900	5,32
AlAs	2,20	1200	–	3,60
AlP	2,45	50	150	2,85
AlSb	1,63	200	420	4,15
Mg_2Ge	0,57	500	100	3,09
GaAs	1,43	8500	420	5,37
GaSb	0,78	4000	650	5,61
GaTe	1,78	4000	650	5,61
InAs	0,36	33 000	460	5,68
InSb	0,18	78000	750	5,78
InP	1,26	4600	150	4,79
InS	1,92	50	–	5,18
PbSe	0,28	0,50	1000	8,15
PbTe	0,32	1730	840	8,16
SnTe	0,18	–	400	6,45
Cd_3P_2	0,55	3000	–	5,60
ZnTe	2,34	340	110	5,68
$Al_xGa_{1-x}As$	1,41–2,20			
$In_xGa_{1-x}As$	1,38–1,97			

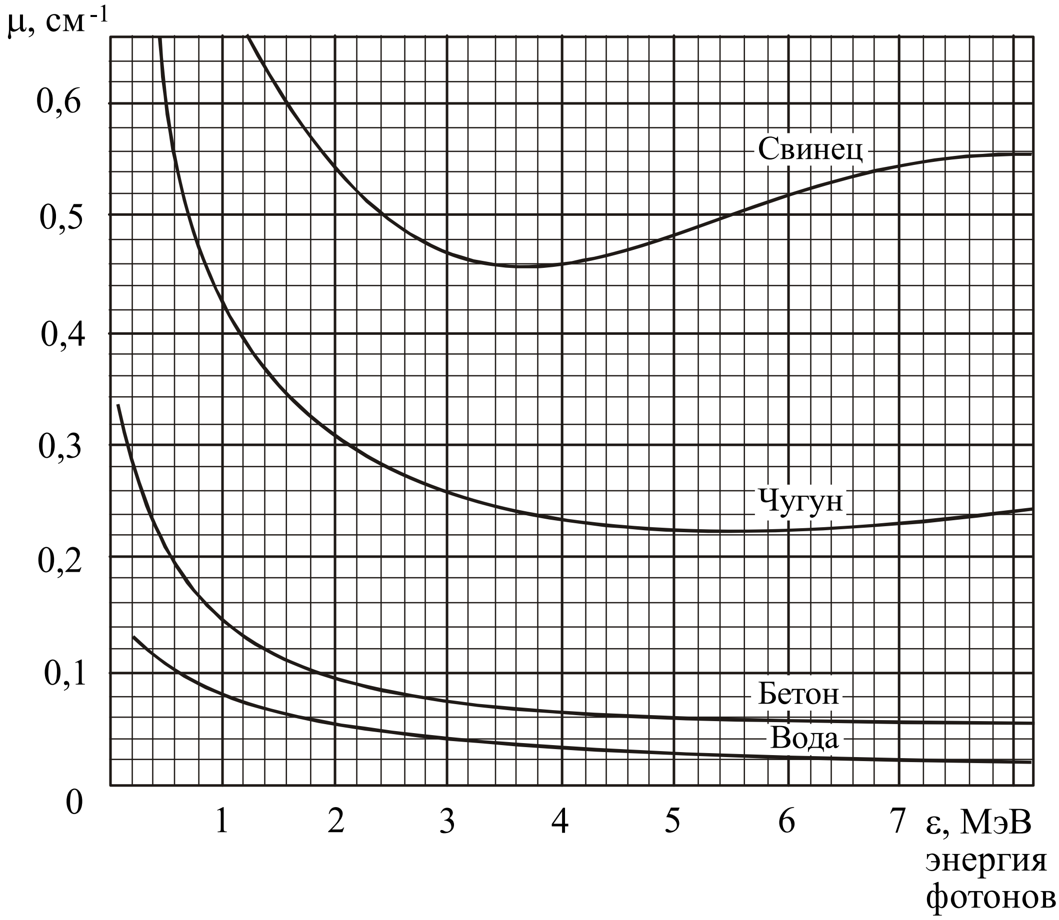
3.21. ***Робота виходу для хімічно чистих елементів і елементів, покритих шаром адсорбата***

Елемент	Символ	*A*, еВ	Адсорбент – адсорбат	*A*, еВ
Алюміній	Al	4,25	C – Cs	1,37
Вольфрам	W	4,54	Ti – Cs	1,32
Германій	Ge	4,76	Cr – Cs	1,71
Індій	In	3,80	Fe – Cs	1,82
Ітрій	Y	3,30	Cu – Cs	1,64
Калій	K	2,22	Mo – Cs	1,54
Кобальт	Co	4,41	Ge – Ba	2,20
Кремній	Si	4,80	Mo – Th	2,58
Магній	Mg	3,64	Ag – Ba	1,56
Марганець	Mn	3,83	Ta – Cs	1,10
Мідь	Cu	4,40	W – Li	2,18
Натрій	Na	2,35	W – La	2,20
Нікель	Ni	4,50	Pt – Na	2,10
Паладій	Pd	4,80	Pt – Rb	1,57
Празеодим	Pr	2,70	Pt – Ba	1,90
Самарій	Sm	2,70	W – O – Na	1,72
Селен	Se	4,72	Сталь 1Х18Н9Т – Cs	1,41
Срібло	Ag	4,30	Ta_2C – Cs	1,40
Стронцій	Sr	2,35	$TaSi_2$ – Cs	1,47
Хром	Cr	4,58	Mo_2C – Cs	1,45
Цезій	Cs	1,81	WSi_2 – Cs	1,47
Цинк	Zn	4,24	Pd – Cs	1,51

3.22. *Залежність питомої енергії зв'язку від масового числа*



3.23. *Залежність лінійного коефіцієнта ослаблення від енергії падаючих фотонів для деяких матеріалів*



3.24. *Основні властивості деяких ізотопів*

Таблиця 3.24

Елемент	Символ ізотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Нейтрон	${}_0n^1$	1,008665	–	β –	14,5 хв
Протон	${}_1p^1$	1,007276	–		стабільний
Протій	${}_1H^1$	1,007825	99,985		стабільний
Дейтерій	${}_1H^2$	2,014102	0,015		стабільний
Тритій	${}_1H^3$	3,016049	–	β –	12,33 років
Гелій	${}_2He^3$	3,016030	0,000138		стабільний
Гелій	${}_2He^4$	4,002604	99,99986		стабільний
Гелій	${}_2He^6$	6,018891	–	β –	0,808 с
Літій	${}_3Li^6$	6,015126	7,52		стабільний
Літій	${}_3Li^7$	7,016005	92,48		стабільний
Літій	${}_3Li^8$	8,022487	–	β –	0,842 с
Берилій	${}_4Be^7$	7,016930	–	ел.захват	53 доби
Берилій	${}_4Be^9$	9,012186	100		стабільний
Бор	${}_5B^{10}$	10,012939	19,9		стабільний
Бор	${}_5B^{11}$	11,009305	80,1		стабільний
Вуглець	${}_6C^{12}$	12,00000	98,89		стабільний
Вуглець	${}_6C^{13}$	13,003354	1,11		стабільний
Вуглець	${}_6C^{14}$	14,003242	–	β –	5730 років
Азот	${}_7N^{13}$	13,005739	–	β +	9,96 хв
Азот	${}_7N^{14}$	14,003074	99,63		стабільний
Азот	${}_7N^{15}$	15,000108	0,37		стабільний
Азот	${}_7N^{16}$	16,005739	–	β –	7,13 с
Кисень	${}_8O^{16}$	15,994915	99,762		стабільний
Кисень	${}_8O^{17}$	16,999133	0,038		стабільний
Кисень	${}_8O^{18}$	17,999160	0,200		стабільний
Фтор	${}_9F^{19}$	18,998405	100		стабільний
Неон	${}_{10}Ne^{20}$	19,992440	90,51		стабільний
Неон	${}_{10}Ne^{22}$	21,991384	9,22		стабільний
Натрій	${}_{11}Na^{22}$	21,994435	–	β+	2,6 роки
Натрій	${}_{11}Na^{23}$	22,989773	100		стабільний
Магній	${}_{12}Mg^{23}$	22,994135	–	β+	11,3 с
Магній	${}_{12}Mg^{24}$	23,985044	78,99		стабільний
Магній	${}_{12}Mg^{26}$	25,982591	11,01		стабільний
Магній	${}_{12}Mg^{27}$	26,984345	–	β –	9,46 хв
Алюміній	${}_{13}Al^{27}$	26,981535	100		стабільний
Кремній	${}_{14}Si^{28}$	27,976927	92,23		стабільний
Кремній	${}_{14}Si^{30}$	29,973761	3,10		стабільний

Продовження таблиці 3.24

Елемент	Символ ізотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Фосфор	$_{15}P^{31}$	30,973763	100		стабільний
Фосфор	$_{15}P^{32}$	31,973908	–	β –	14,36 доби
Сірка	$_{16}S^{32}$	31,972074	95,02		стабільний
Сірка	$_{16}S^{35}$	34,969034	–	β –	87,24 доби
Хлор	$_{17}Cl^{35}$	34,968854	75,77		стабільний
Хлор	$_{17}Cl^{37}$	36,965896	24,23		стабільний
Аргон	$_{18}Ar^{36}$	35,967548	0,34		стабільний
Аргон	$_{18}Ar^{40}$	39,962384	99,60		стабільний
Калій	$_{19}K^{39}$	38,963714	93,26		стабільний
Калій	$_{19}K^{40}$	39,963999	0,0117	β –	$1{,}28\cdot10^{6}$ років
Калій	$_{19}K^{42}$	41,962417	–	β –	12,5 хв
Кальцій	$_{20}Ca^{40}$	39,962589	96,94		стабільний
Кальцій	$_{20}Ca^{45}$	44,956189	–	β –	163,8 доби
Скандій	$_{21}Sc^{45}$	44,955919	100		стабільний
Титан	$_{22}Ti^{48}$	47,947948	73,8		стабільний
Ванадій	$_{23}V^{51}$	50,943978	99,75		стабільний
Хром	$_{24}Cr^{51}$	50,944786	–	ел.захват	27,7 доби
Хром	$_{24}Cr^{52}$	51,940506	83,79		стабільний
Марганець	$_{25}Mn^{55}$	54,938054	100		стабільний
Залізо	$_{26}Fe^{55}$	54,940438	–	ел.захват	2,7 роки
Залізо	$_{26}Fe^{56}$	55,934935	91,72		стабільний
Залізо	$_{26}Fe^{57}$	56,935391	2,2		стабільний
Кобальт	$_{27}Co^{58}$	57,935754	–	ел.захват	70,78 доби
Кобальт	$_{27}Co^{59}$	58,933189	100		стабільний
Кобальт	$_{27}Co^{60}$	59,933816	–	β –	5,27 роки
Нікель	$_{28}Ni^{58}$	57,935343	68,27		стабільний
Нікель	$_{28}Ni^{63}$	62,929665	–	β+	100,1 роки
Мідь	$_{29}Cu^{63}$	62,929594	69,17		стабільний
Мідь	$_{29}Cu^{65}$	64,927786	30,83		стабільний
Цинк	$_{30}Zn^{64}$	63,929141	48,6		стабільний
Галій	$_{31}Ga^{69}$	68,925576	60,1		стабільний
Галій	$_{31}Ga^{71}$	70,924695	39,9		стабільний
Германій	$_{32}Ge^{70}$	69,924245	20,5		стабільний
Германій	$_{32}Ge^{72}$	71,922075	27,4		стабільний
Миш’як	$_{33}As^{75}$	74,921590	100		стабільний
Селен	$_{34}Se^{78}$	77,917298	23,6		стабільний
Селен	$_{34}Se^{80}$	79,916515	49,7		стабільний
Бром	$_{35}Br^{79}$	78,918330	50,69		стабільний

Продовження таблиці 3.24

Елемент	Символ ізотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Криптон	$_{36}Kr^{84}$	83,911446	57,0		стабільний
Криптон	$_{36}Kr^{85}$	84,912531	–	β –	10,72 роки
Рубідій	$_{37}Rb^{85}$	84,911788	72,16		стабільний
Рубідій	$_{37}Rb^{86}$	85,909183	–	β –	18,66 доби
Стронцій	$_{38}Sr^{88}$	87,905622	82,58		стабільний
Стронцій	$_{38}Sr^{90}$	88,907734	–	β –	28,6 роки
Стронцій	$_{38}Sr^{94}$	93,915234	–	β –	78 с
Ітрій	$_{39}Y^{88}$	87,909503	–	ел.захват	106,6 доби
Ітрій	$_{39}Y^{89}$	88,905849	100		стабільний
Цирконій	$_{40}Zr^{90}$	89,904701	51,45		стабільний
Цирконій	$_{40}Zr^{95}$	94,908028	–	β –	64,0 доби
Ніобій	$_{41}Nb^{93}$	92,906372	100		стабільний
Молібден	$_{42}Mo^{92}$	91,906802	14,84		стабільний
Технецій	$_{43}Tc^{98}$	97,907203	–	β –	$4{,}2\cdot10^{6}$ років
Рутеній	$_{44}Ru^{102}$	101,904338	31,6		стабільний
Родій	$_{45}Rh^{101}$	100,906162	–	ел.захват	3,3 роки
Родій	$_{45}Rh^{103}$	102,905502	100		стабільний
Паладій	$_{46}Pd^{108}$	107,903891	26,46		стабільний
Срібло	$_{47}Ag^{107}$	106,905088	51,84		стабільний
Срібло	$_{47}Ag^{108}$	107,905956	–	β –	2,37 хв
Кадмій	$_{48}Cd^{113}$	112,904901	12,22		стабільний
Кадмій	$_{48}Cd^{114}$	113,903354	28,73		стабільний
Індій	$_{49}In^{115}$	114,904070	95,72		стабільний
Олово	$_{50}Sn^{118}$	117,901790	24,22		стабільний
Олово	$_{50}Sn^{123}$	122,905715	–	β –	129,2 доби
Сурма	$_{51}Sb^{121}$	120,903750	57,25		стабільний
Сурма	$_{51}Sb^{123}$	122,904216	42,75		стабільний
Телур	$_{52}Te^{130}$	129,906700	33,8		стабільний
Йод	$_{53}I^{127}$	126,904471	100		стабільний
Йод	$_{53}I^{131}$	130,906112	–	β –	8,04 доби
Ксенон	$_{54}Xe^{132}$	131,904142	26,9		стабільний
Ксенон	$_{54}Xe^{135}$	134,907040	–	β –	9,13 години
Ксенон	$_{54}Xe^{140}$	139,921439	–	β –	13,60 с
Цезій	$_{55}Cs^{133}$	132,905427	100		стабільний
Цезій	$_{55}Cs^{134}$	133,906694	–	β –	2,06 роки
Барій	$_{56}Ba^{138}$	137,905226	71,7		стабільний
Лантан	$_{57}La^{139}$	138,906348	99,91		стабільний
Церій	$_{58}Ce^{140}$	139,905436	88,48		стабільний

Продовження таблиці 3.24

Елемент	Символ ізотопу	Атомна маса, а.о.м.	Відносна поширеність %	Тип розпаду	Період піврозпаду
Празеодим	$_{59}Pr^{141}$	140,907651	100		стабільний
Неодим	$_{60}Nd^{146}$	145,913121	17,2		стабільний
Іридій	$_{77}Ir^{192}$	191,962990	–	β –	73,8 доби
Золото	$_{79}Au^{197}$	196,966557	100		стабільний
Ртуть	$_{80}Hg^{194}$	196,966557	–	ел.захват	260 діб
Ртуть	$_{80}Hg^{200}$	199,968316	23,13		стабільний
Талій	$_{81}Tl^{204}$	203,973884	–	β –	3,78 роки
Талій	$_{81}Tl^{210}$	209,990069	–	β –	1,30 хв
Свинець	$_{82}Pb^{207}$	206,975932	22,1		стабільний
Свинець	$_{82}Pb^{208}$	207,976641	52,4		стабільний
Свинець	$_{82}Pb^{210}$	209,984178	–	β –	22,3 роки
Вісмут	$_{83}Bi^{209}$	208,980423	100		стабільний
Вісмут	$_{83}Bi^{210}$	209,984114	–	β –	5,0 діб
Вісмут	$_{83}Bi^{211}$	210,987263	–	α	2,14 хв
Полоній	$_{84}Po^{210}$	209,982871	–	α	138,4 доби
Астат	$_{85}At^{210}$	209,987490	–	ел.захват	8,1 години
Радон	$_{86}Rn^{222}$	222,017533	–	α	3,8 доби
Радій	$_{88}Ra^{220}$	220,010972	–	α	0,025 с
Радій	$_{88}Ra^{225}$	225,023604	–	β –	0,842 с
Радій	$_{88}Ra^{226}$	226,025361	–	α	1620 діб
Радій	$_{88}Ra^{227}$	227,029220	–	β –	42,2 хв
Актиній	$_{89}Ac^{225}$	225,023216	–	ел.захват	10,0 діб
Актиній	$_{89}Ac^{228}$	228,031169	–	β –	6,13 години
Торій	$_{90}Th^{229}$	229,031629	–	α	7340 діб
Торій	$_{90}Th^{230}$	230,03080	–	α	$7{,}54 \cdot 10^4$ років
Торій	$_{90}Th^{231}$	231,036301	–	β –	25,52 години
Торій	$_{90}Th^{232}$	232,038211	100	α	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ років
Протактиній	$_{91}Pa^{233}$	233,040246	–	β –	27,0 діб
Уран	$_{92}U^{233}$	233,039632	–	α	$1{,}59 \cdot 10^5$ років
Уран	$_{92}U^{234}$	234,040950	0,006	α	$2{,}45 \cdot 10^5$ років
Уран	$_{92}U^{235}$	235,043931	0,72	α	$7{,}04 \cdot 10^8$ років
Уран	$_{92}U^{238}$	238,050762	99,27	α	$4{,}46 \cdot 10^9$ років
Уран	$_{92}U^{239}$	239,054321	–	β –	23,5 хв
Нептуній	$_{93}Np^{237}$	237,048172	–	α	$2{,}14 \cdot 10^6$ років
Нептуній	$_{93}Np^{239}$	239,052935	–	β –	2,36 доби
Плутоній	$_{94}Pu^{238}$	238,049522	–	α	87,74 роки
Плутоній	$_{94}Pu^{240}$	240,053812	–	α	$6{,}54 \cdot 10^3$ років

Термінологічний словник

Відносна атомна маса (A_r) хімічного елемента – відношення маси атома цього елемента до 1/12 маси атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$ (ізотопу вуглецю з масовим числом 12).

Відносна молекулярна маса (M_r) речовини – відношення маси молекули цієї речовини до 1/12 маси атома $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Густина (ρ) – скалярна фізична величина, характеристика речовини, яка чисельно дорівнює масі одиниці об'єму речовини.

Густина струму ($\vec{j}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що переноситься за одиницю часу через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно напрямку руху носіїв заряду.

Дипольний момент (електричний момент диполя) ($\vec{p}$) – вектор, що збігається за напрямком з плечем диполя і чисельно дорівнює добутку модуля заряду на плече.

Діелектрична проникність середовища (ε) – скалярна фізична величина, характеристика речовини, яка показує, у скільки разів напруженість електричного поля всередині однорідного діелектрика менше, ніж у вакуумі.

Електрична ємність (електроємність) (*C*) – скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд і чисельно дорівнює заряду, надання якого провіднику змінює його потенціал на один вольт.

Електричний заряд (*q*) – невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (протонів, електронів і т.д.), що визначає їх взаємодію з зовнішнім електромагнітним полем.

Електричний опір (*R*) – скалярна фізична величина, що характеризує властивість провідника протидіяти пропущенню електричного струму і дорівнює відношенню напруги на кінцях провідника до сили струму, що протікає по ньому.

Електропровідність (*G*) – величина, зворотна опору.

Електрорушійна сила (*ерс*) (ε) – скалярна фізична величина, що дорівнює роботі, яку здійснюють сторонні сили з переміщення одиничного позитивного заряду.

Енергія (*W*) – єдина міра всіх форм руху матерії і типів взаємодії матеріальних об'єктів.

Ентропія (*S*) – скалярна фізична величина, що є функцією стану системи, зміна якої при переході системи з одного рівноважного стану в інший в будь-якому оборотному процесі дорівнює наведеної кількості тепла.

Ефективний діаметр молекули ($d_{\text{еф}}$) – мінімальна відстань, на яке зближуються при зіткненні центри молекул.

Імпульс тіла ($\vec{p}$) – векторна фізична величина, що дорівнює добутку маси тіла на його швидкість.

Індуктивність (*L*) – скалярна фізична величина, що характеризує магнітні властивості електричного кола і дорівнює відношенню повного магнітного потоку, зчепленого з контуром, до сили струму, що тече по контуру і створює цей потік.

Коефіцієнт поверхневого натягу (α) – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню модуля сили поверхневого натягу F, що діє на границю поверхневого шару довжиною l, до цієї довжини.

Кутова швидкість ($\vec{\omega}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість обертання і дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом.

Кутове переміщення елементарне ($d\vec{\varphi}$) – вектор, модуль якого дорівнює куту повороту, вираженого в радіанах.

Кутове прискорення ($\vec{\varepsilon}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни кутової швидкості і дорівнює першій похідній кутової швидкості за часом.

Лінійна густина заряду (τ) – скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю довжини.

Магнітна індукція $\left(\vec{B}\right)$– векторна фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню максимального моменту сил, що діє на рамку зі струмом з боку магнітного поля, до добутку сили струму в рамці на її площу.

Магнітна проникність середовища (μ) – скалярна фізична величина, що показує, у скільки разів магнітна індукція поля в даному середовищі відрізняється від магнітної індукції поля у вакуумі.

Магнітний момент $\left(\vec{p}_m\right)$ плоского замкнутого контуру зі струмом – векторна фізична величина, що чисельно дорівнює добутку струму на площу, обмежену контуром.

Магнітний потік (Φ) – скалярна фізична величина, в однорідному магнітному полі дорівнює добутку магнітної індукції на площу контура, яку перетинає магнітне поле, і на косинус кута між напрямком поля і нормаллю до поверхні контуру.

Маса (m) – скалярна фізична величина, яка є мірою інертних і гравітаційних властивостей тіла. Може служити мірою енерговмісту.

Матеріальна точка – тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Моль – кількість речовини, в якому міститься число частинок (атомів, молекул, іонів, електронів або інших структурних одиниць), яка дорівнює кількості атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Момент імпульсу ($\vec{L}$) матеріальної точки відносно точки О – векторна фізична величина, що дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в місце знаходження матеріальної точки, на вектор її імпульсу $\vec{p}$.

Момент імпульсу (L_z) тіла відносно осі z – скалярна фізична величина, сума проекцій моментів імпульсів окремих точок на цю вісь. Для твердого тіла дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно цієї осі на кутову швидкість обертання.

Момент інерції (J) – скалярна фізична величина, міра інертних властивостей твердого тіла при обертальному русі, що залежить від розподілу маси відносно осі обертання.

Момент сили ($\vec{M}$) відносно точки О – векторна фізична величина, що дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в точку до якої прикладена сила, на силу $\vec{F}$. Момент сили (M) відносно оси – скалярна фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили на плече сили.

Намагніченість ($\vec{J}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює сумарному магнітному моменту атомів (молекул), які містяться в одиниці об'єму.

Напруга (U) – величина, що дорівнює роботі, яку здійснюють електростатичні і сторонні сили на даній ділянці при переміщенні одиничного позитивного заряду.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, яка чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд, поміщений у дану точку поля.

Напруженість магнітного поля ($\vec{H}$) – векторна величина, що є допоміжною характеристикою магнітного поля і визначається тим внеском в магнітну індукцію, який дають зовнішні джерела поля.

Об'ємна густина енергії – скалярна фізична величина, що дорівнює енергії поля в одиниці об'єму.

Період обертання (T) – час, протягом якого відбувається один повний оборот.

Питомий електричний опір провідника (ρ) – величина, що характеризує матеріал провідника і чисельно дорівнює опору однорідного циліндричного провідника одиничної довжини і одиничної площі поперечного перерізу.

Плече диполя ($\vec{l}$) – вектор, спрямований від негативного заряду до позитивного і чисельно рівний відстані між ними.

Поверхнева густина заряду (σ) – скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду, що припадає на одиницю площі.

Показник адіабати (γ) – відношення молярної теплоємності при постійному тиску до молярної теплоємності при постійному об'ємі.

Потенціал (φ) – скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку має в даній точці поля одиничний позитивний заряд.

Потужність (N) – скалярна фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи і чисельно дорівнює роботі, що виконується за одиницю часу.

Прискорення ($\vec{a}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни вектора швидкості і дорівнює першій похідній вектора швидкості за часом.

Радіус-вектор ($\vec{r}$) – вектор, проведений з початку координат у розглянуту точку.

Робота елементарна (δA) – скалярна фізична величина, що дорівнює скалярному добутку сили $\vec{F}$ на елементарне переміщення $d\vec{r}$ точки прикладання сили.

Сила ($\vec{F}$) – векторна фізична величина, що є мірою механічної дії на тіло інших тіл або полів.

Сила струму (*i*) – скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу.

Температура рівноважного стану – міра інтенсивності теплового руху її молекул (атомів, іонів).

Температурний коефіцієнт опору (α) – величина, що характеризує температурну стабільність матеріалу і чисельно дорівнює відносній зміни опору провідника при зміні температури на 1 К.

Тепло (*Q*) – кількість енергії, передана від одного тіла до іншого за допомогою теплопередачі.

Теплоємність молярна (C) – скалярна фізична величина, яка дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати одному молю речовини, щоб нагріти його на один кельвін.

Теплоємність питома (c) – скалярна фізична величина, яка дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати 1 кг речовини, щоб нагріти його на один кельвін.

Теплоємність тіла ($C_{\text{тіла}}$) – скалярна фізична величина, яка дорівнює кількості тепла, яке потрібно надати тілу, щоб нагріти його на один кельвін.

Тиск (p)– скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню нормальної складової сили тиску $F_{\perp}$ до площі поверхні S.

Частота обертання (ν) – число обертів за одиницю часу.

Число ступенів свободи (*i*) механічної системи – кількість незалежних величин, за допомогою яких може бути задане положення системи в просторі.

Швидкість ($\vec{v}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни положення тіла в просторі і рівна першій похідній радіус-вектора за часом.

Відповіді до задач для самостійного розв'язання

§5 Кінематика

5.1. S=8 км; $|\Delta\vec{r}|$=5,83 км. **5.2.** $|v_{\text{віднос}}|$=150 км/год. **5.3.** L_2=150 м. **5.4.** $<v>$=8,5 м/с. **5.5.** a=0,5 м/с^2; v=5 м/с. **5.6.** t=50 с. **5.7.** S=270 м; v=9 м/с. **5.8.** x=0; v= –5м/с; a= –6 м/с^2. **5.9.** x= –5 м; S=5 м. **5.10.** x=9 м. **5.11.** v=463 м/с; $a_{\text{доц}}$=3,37 см/с^2. **5.12.** a_n=2,88 м/с^2. **5.13.** ν=0,8 с$^{-1}$. **5.14.** v=2,1 м/с. **5.15.** ε=3,2 рад/с^2. **5.16.** v=3,8 м/с. **5.17.** $S/|\Delta\vec{r}|$=1,86. **5.18.** t=50 с. **5.19.** $<v>$=53,3 км/год. **5.20.** S=50 м. **5.21.** t=40 с; x=80 м; a= –0,1 м/с^2. **5.22.** v_0=8 м/с; a= –2 м/с^2; S=20 м. **5.23.** $<v>$=0,5 м/с. **5.24.** $v_н$=15 м/с. **5.25.** t=25 с; S=250 м. **5.26.** $<v>$=18,75 м/с. **5.27.** a=10 м/с^2. **5.28.** t=2 с; v_0=3 м/с. **5.29.** h=27 м. **5.30.** ν=1,6 с$^{-1}$. **5.31.** a=1,65 м/с^2. **5.32.** N=6. **5.33.** t=10 с. **5.34.** t=1 год; S=36 км. **5.35.** v_1=v_2 при t=0 с ; v_1=v_2=2 м/с; a_1= –8 м/с^2, a_2= 2 м/с^2. **5.36.** t=10 с; x= 50 м. **5.37.** S=395 м; $<v>$=14,1 м/с. **5.38.** v_0=0,6 м/с; S=0,1 м. **5.39.** v_0=18,9 м/с. **5.40.** v=24,75 м/с. **5.41.** v_0=14,7 м/с; h=11 м. **5.42.** t_1=0,45 с; t_2=0,05 с. **5.43.** v_0=5,6 м/с. **5.44.** a_n=8,20 м/с^2; a_τ=5,36 м/с^2; a=g=9,80 м/с^2. **5.45.** R=408 м. **5.46.** t=1,97 с; x=22,64 м. **5.47.** α=53,13°. **5.48.** h=5,93 м. **5.49.** ε= –3,86 рад/с^2; t=6,25 с. **5.50.** t_1=2,0 с; t_2=2,8 с. **5.51.** a_τ=0,1 м/с^2. **5.52.** a_τ= –0,84 м/с^2; a_n= –3,14 м/с^2; a=3,25 м/с^2. **5.53.** ε=0,43 рад/с^2.

§6 Динаміка

6.1. m=130 мг. **6.2.** a=0,25 м/с^2. **6.3.** F=150 Н. **6.4.** a_1/a_2=2. **6.5.** F=27,5 Н. **6.6.** $F_т$=2000 Н. **6.7.** a=0,5 м/с^2 ; F_0<$F_{тер}$=10 Н, не зрушиться. **6.8.** $F_{тер}$=20 Н; μ=0,04. **6.9.** m=2,7 кг. **6.10.** Δl=4 мм. **6.11.** F=300 Н. **6.12.** F=3,55·10^{22} Н. **6.13.** P=2400 Н. **6.14.** m=3,6 кг. **6.15.** ρ=1500 кг/м^3. **6.16.** F=714 Н. **6.17.** a=1,2 м/с^2. **6.18.** а) a=5 м/с^2; догори; б) a=–2,5 м/с^2; донизу. **6.19.** F=940 Н. **6.20.** F=193,5 Н. **6.21.** a=1,77 м/с^2. **6.22.** 1) $F_т$>$F_с$; 2) $F_т$=$F_с$; 3) $F_т$<$F_с$. **6.23.** S=65 м. **6.24.** v=16 м/с. **6.25.** μ=0,23. **6.26.** Δl=10 мм. **6.27.** F=2 Н. **6.28.** h=690 км. **6.29.** M=3,18·10^{-5} Н·м. **6.30.** M=100 Н·м. **6.31.** a=3 м/с^2. **6.32.** $\mu = \mathrm{tg}\alpha - \dfrac{2L}{t^2 g\cos\alpha} = 0{,}4.$

6.33. $\mu = \dfrac{F}{mg\cos\alpha} - \mathrm{tg}\alpha = 0{,}32.$ **6.34.** $F = mg\cdot\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\beta + \mu\sin\beta} = 100$ Н.

6.35. $v = \sqrt{gl\sin\alpha\,\mathrm{tg}\alpha} = 1{,}3$ м/с. **6.36.** 1) $F_н - F_в = 2mg = 0{,}4$ Н; 2) $F_н - F_в = 6mg = 1{,}2$ Н. **6.37.** $F_в$=2800 Н; $F_н$=4200 Н. **6.38.** $F_м$=10 Н; F=2,5 Н. **6.39.** E=71 ГПа; σ=6,6·10^6 Н/м^2; ε=9,3·10^{-5}. **6.40.** σ=7,96·10^7 Н/м^2; ε=3,68·10^{-4}; Δl=1,1 мм. **6.41.** J_1=0,13 кг·м^2; J_2=0,125 кг·м^2; $\varepsilon = \dfrac{J_1 - J_2}{J_1}100\% = 3{,}85.$ **6.42.** $m = \dfrac{2(FR - M_{тр})}{R^2\varepsilon} = 7{,}36$ кг. **6.43.** $\nu = \dfrac{Ft}{\pi mR} = 23{,}4$ об/с.

6.44. $a = g\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 4{,}9$ м/с^2; $F_н = m_1(g - a) = 29{,}4$ Н.

6.45. $J = mR^2\left(\dfrac{gt^2}{2h} - 1\right) = 0{,}84$ кг·м^2. **6.46.** $J_0 = mr^2\left(\dfrac{gt^2}{2h} - 1\right) - 4m_1R^2 = 0{,}086$кг·м^2.

§7 Робота, потужність, енергія. Закони збереження

7.1. $p = -40$ (кг·м)/с. **7.2.** $\Delta t=6$ с. **7.3.** $v=-1{,}75$ м/с; в напрямку руху другого тіла. **7.4.** $u_1=1{,}4$ м/с; $u_2=0{,}5$ м/с. **7.5.** $u=v/3$. **7.6.** $v=600$ м/с. **7.7.** $v=20$ м/с. **7.8.** $A=8$ Дж. **7.9.** $A=8{,}4$ кДж. **7.10.** $a=1{,}5$ м/с^2. **7.11.** $A=50$ Дж. **7.12.** $A_{23}=3A_{10}$. **7.13.** $M_{обер}=3{,}18$ Н·м. **7.14.** $p_1=16$ (кг·м)/с; $p_2=48$ (кг·м)/с; $F=16$ Н. **7.15.** а) $u=1{,}4$ м/с; б) $u_1=-0{,}2$ м/с; $u_2=1{,}8$ м/с. **7.16.** $Q=1{,}35$ Дж. **7.17.** $F\Delta t=5{,}58\cdot10^{-23}$ Н·с. **7.18.** $S=2{,}5$ м. **7.19.** $v=13{,}86$ м/с. **7.20.** $v=15$ м/с. **7.21.** $A=336$ Дж. **7.22.** $A=400$ Дж; $N=5$ Вт. **7.23.** $A=26{,}4$ Дж. **7.24.** $F=75$ Н. **7.25.** $A=3{,}7$ Дж. **7.26.** $A=10$ МДж. **7.27.** $v=2{,}4$ м/с. **7.28.** $W_{кін}=24$ Дж. **7.29.** $h=7$ см.

7.30. $L=3{,}82$ (кг·м^2)/с. **7.31.** $N=8{,}75$ мВт. **7.32.** $v = \dfrac{M}{m}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 550$ м/с.

7.33. $v = \sqrt{\dfrac{M^2gl}{3m^2}} = 361$ м/с. **7.34.** $F = \dfrac{m}{\Delta\tau}\left(\sqrt{2gh_1} + \sqrt{2gh_2}\right) = 624{,}5$ Н.

7.35. $\Delta p = m\left(\sqrt{2gh_1} + \sqrt{2gh_2}\right) = 0{,}03$ (кг·м)/с; $Q = mg(h_1 - h_2) = 14{,}7$ мДж.

7.36. $M = m\cdot\dfrac{v_0^2 + u^2}{v_0^2 - u^2}$. **7.37.** $S = \dfrac{m_2^2}{m_1^2}\cdot\dfrac{v_2^2}{2\mu g} = 0{,}1$ м. **7.38.** $\mu = \dfrac{v^2}{2gS} = 0{,}01$.

7.39. $\mu = \dfrac{h}{b+S} = 0{,}05$ **7.40.** $A = mgh + \dfrac{1}{2}\mu gh^2 = 1{,}3$ МДж; $\eta=77\%$.

7.41. $F_с = \dfrac{m}{2h}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 25$ кН. **7.42.** $W_к = \dfrac{L\varepsilon t_2^2}{2t_1} = 2{,}53$ МДж.

7.43. $T_1=2T_2=2{,}98$ кН; $T_2 = \dfrac{N}{\pi d\nu} = 1{,}49$ кН. **7.44.** $J = \dfrac{2A}{(2\pi\nu)^2} = 0{,}01$ кг·м^2;

$\varepsilon = \dfrac{(2\pi\nu)^2}{4\pi N} = 9{,}42$ рад/с^2; $M_{тер} = J\varepsilon = 94{,}2$ мН·м. **7.45.** $\omega = \sqrt{\dfrac{3g}{l}} = 14{,}14$ рад/с;

$v = \omega l = 2{,}12$ м/с. **7.46.** $A = gL(m_1 + m/2) = 13$ кДж.

7.47. $\nu_2 = \nu_1\dfrac{J + mR^2}{J} = 0{,}17$ с$^{-1}$. **7.48.** $\nu_2 = \nu_1\dfrac{J_1 + J_2 + ml_1^2/2}{J_1 + J_2 + ml_2^2/2} = 0{,}73$ с$^{-1}$.

7.49. а) $\alpha_1 = \left(\dfrac{m_C/m_n + 1}{m_C/m_n - 1}\right)^2 = 1{,}4$; б) $\alpha_2 = \dfrac{m_C/m_n + 1}{m_C/m_n - 1} = 1{,}2$.

∗У розрахунках прискорення вільного падіння g прийнято рівним 10 м/с^2.

§8 Молекулярна фізика

8.1. ν=12,28 моль; N=7,4·10^{24} молекул. **8.2.** n=7,53·10^{25} м$^{-3}$. **8.3.** ν=4 моль. **8.4.** n=3,6·10^{25} м$^{-3}$. **8.5.** V=1,52 дм^3. **8.6.** V=31 дм^3. **8.7.** p=8,17 МПа. **8.8.** p=0,1 МПа. **8.9.** V_1=100 см^3. **8.10.** p_2=65 кПа. **8.11.** t_2=473°С. **8.12.** M=4·10^{-3} кг/моль. **8.13.** $\langle v \rangle$=2057 м/с; $v_в$=1823 м/с. **8.14.** $\langle v_{кв} \rangle$=517 м/с. **8.15.** ρ=7,94 кг/м^3. **8.16.** N=1,0·10^{26} молекул. **8.17.** T_1=580 К; T_2=290 К. **8.18.** V_1=15 дм^3. **8.19.** 1-2 – ізохорний, 2-3 – ізотермічний, 3-1 – ізобарный. **8.20.** n=7,53·10^{25} м$^{-3}$. **8.21.** M=44·10^{-3} кг/моль. **8.22.** $\langle v_{кв} \rangle$=2·10^3 м/с. **8.23.** $\langle \lambda \rangle$=3,96 см. **8.24.** $d_{еф}$=0,43 нм. **8.25.** $\langle z \rangle$=3,48·10^9 с$^{-1}$. **8.26.** D=9,1·10^{-6} м^2/с. **8.27.** K=9,05·10^{-3} Вт/(м·К). **8.28.** η=13,8 мкПа·с.

8.29. $M_{сум} = \dfrac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. **8.30.** $V = \left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)\dfrac{RT}{p} = 0{,}44$ м^3.

8.31. p_2=10 МПа. **8.32.** $m = \dfrac{nMV}{N_A} = 0{,}01$ мг/м^3. **8.33.** $p = \dfrac{\rho \langle v_{кв} \rangle^2}{3} = 1{,}13 \cdot 10^5$ Па.

8.34. $N = \dfrac{mN_A \langle v_{кв} \rangle^2}{3RT} = 1{,}79 \cdot 10^{22}$. **8.35.** $T_1 = \dfrac{\Delta T V_1}{\Delta V} = 300$ К.

8.36. $p_2 = \dfrac{T_2 p_1}{T_1} = 0{,}21$ МПа. **8.37.** $T_2 = \dfrac{(p + p_0 - \Delta p)T_1}{p + p_0} = 256$ К (–17°С).

8.38. $h = \dfrac{\ln 5 \cdot RT}{Mg} = 13{,}6$ км. **8.39.** $h = -\dfrac{\ln 0{,}25 \cdot RT}{Mg} = 11$ км.

8.40. $h = \dfrac{RT}{Mg} = 8{,}25$ км. **8.41.** $\rho = \dfrac{p_0 M}{RT}\exp\left(-\dfrac{Mgh}{RT}\right) = 0{,}77$ кг/м^3.

8.42. $\langle z \rangle = 4\sqrt{\dfrac{\pi R}{MT}} \cdot \dfrac{p_0 d_{эф}^2}{k} = 6{,}14 \cdot 10^9$ с$^{-1}$. **8.43.** $Q = K\dfrac{\Delta T}{\Delta x}S\Delta t = 12$ Дж.

8.44. $Q = K\dfrac{T_1 - T_2}{h}H \cdot 2(a + b)\Delta t = 190$ кДж **8.45.** $\Delta l = l_0 \alpha \Delta t$. Зазор при зниженні температури нижче 0°С збільшується. Отже, розмір зазору повинен визначатися тільки максимальною температурою нагрівання вище 0°С. На півдні Δl=50 мм, на півночі Δl=20 мм.

§9 Термодинаміка

9.1. **He:** C_V=12,47 Дж/(моль·К), C_p=20,78 Дж/(моль·К), c_V=3118 Дж/(кг·К), c_p=5194 Дж/(кг·К); **H_2:** C_V=20,48 Дж/(моль·К), C_p=29,09 Дж/(моль·К), c_V=10390 Дж/(кг·К), c_p=14542 Дж/(кг·К); **CO_2:** C_V=24,94 Дж/(моль·К), C_p=33,24 Дж/(моль·К), c_V=567 Дж/(кг·К), c_p=755 Дж/(кг·К). **9.2.** а) $\langle \varepsilon \rangle_{пост}$=1,19·10^{-20} Дж; б) $\langle \varepsilon \rangle$=2,37·10^{-20} Дж; в) $W_{кін}$=14,3 МДж. **9.3.** ΔU=2,6 кДж. **9.4.** U=9,0 МДж. **9.5.** V_2=26,2 дм^3. **9.6.** Збільшилась на

ΔU=15 кДж. **9.7.** Q=2 кДж. **9.8.** ν=5,78 моль. **9.9.** η=23%, Q_2=46,2 кДж. **9.10.** Q_2=3 кДж. **9.11.** $\langle\varepsilon\rangle_{пост}=1{,}2\cdot10^{-20}$ Дж. **9.12.** ΔU=2,7 кДж; A=0,9 кДж. **9.13.** U=3,0 МДж. **9.14.** Зменшилась на ΔT=4,6 К. **9.15.** A=66,87 кДж. **9.16.** Q=0,41 кДж. **9.17.** ΔT=2,2 К. **9.18.** A=4 МДж. **9.19.** A=30 кДж; $T_2=12T_1$. **9.20.** Q=62,5 кДж. **9.21.** p_1=95,3 кПа. **9.22.** A=625 Дж; Q_2=1,875 кДж. **9.23.** η=19%. **9.24.** η=27%, Q_1=272,2 кДж, Q_2=198,7 кДж.

9.25. $c_V=\dfrac{i}{2}\dfrac{p}{\rho T}=640$ Дж/(кг·К), $c_p=\dfrac{i+2}{2}\dfrac{p}{\rho T}=897$ Дж/(кг·К).

9.26. c_V=649 Дж/(кг·К), c_p=909 Дж/(кг·К). **9.27.** A=1,32 кДж. **9.28.** i=5.

9.29. $A=\dfrac{T_2}{T_1}p_1V_1\left(\dfrac{T_3}{T_2}-1\right)=10$ Дж. **9.30.** A_{13}=41,25 Дж, $T_1=T_2<T_3$.

9.31. $A=\nu R\left(T_3+T_1-2\sqrt{T_1T_3}\right)=49{,}3$ Дж. **9.32.** $A=\dfrac{\Delta T}{T_1}h\left(p_0S+2mg\right)=310$ Дж.

9.33. T_1=296 K, T_2=493 K, T_3=986 K, T_4=592 K, $\eta=\dfrac{2\left(p_2-p_1\right)\left(V_2-V_1\right)}{i\nu R\left(T_3-T_1\right)+p_2\left(V_2-V_1\right)}=8{,}9\%$. **9.34.** η=18%. **9.35.** $h=\dfrac{\eta Q}{mg}=8{,}62$ м.

9.36. $\Delta S=\dfrac{i}{2}\dfrac{m}{M}R\ln\dfrac{T_2}{T_1}=7{,}2$ Дж/К.

9.37. $\Delta S=c_{лід}m\ln\dfrac{T_2}{T_1}+\dfrac{\lambda m}{T_2}+c_{вода}m\ln\dfrac{T_3}{T_2}=296$ Дж/К.

9.38. $\Delta S=\dfrac{m}{M}R\ln\dfrac{p_1}{p_2}=2{,}88$ Дж/К.

§10 Електростатика

10.1. F=1 мН. **10.2.** q=2 мкКл. **10.3.** ε=2. **10.4.** φ=3000 В. **10.5.** F=24 мкН. **10.6.** E=200 В/м. **10.7.** r=0,1 м. **10.8.** E=20 кВ/м. **10.9.** A=27 мкДж. **10.10.** C=11,8 пФ. **10.11.** $W_{ел}$=0,1 Дж. **10.12.** C=33,2 пФ; $W_{ел}$=16,6 мкДж; w=13,8 мДж/м^3.**10.13.** F=45 мкН. **10.14.** A=0,56 мкДж. **10.15.** F/l=3,6 мН/м. **10.16.** F/S=0,51 Н/см^2. **10.17.** R=2,3 см. **10.18.** $m=2{,}53\cdot10^{-20}$ кг. **10.19.** φ_0=180 В. **10.20.** E=3 кВ/м. **10.21.** E=1,54 В/м. **10.22.** E=17 кВ/м. **10.23.** a=250 м/с^2. **10.24.** a=42,4 м/с^2. **10.25.** $\Delta\varphi$=3,76 В. **10.26.** $\Delta\varphi$=25 В. **10.27.** C=0,17 мкФ; $W_{ел}$=0,75 мкДж. **10.28.** q=9 мкКл; $W_{ел}$=54 мкДж. **10.29.** $W_{до}$=0,44 мкДж, $W_{після}$=17,7 нДж; **10.30.** $W_{до}$=0,44 мкДж, $W_{після}$=11,1 мкДж;. **10.31.** E=67,7 кВ/м.

10.32. E=56,25 В/м. **10.33.** E=7500 кВ/м. **10.34.** $\varphi_1=\varphi_0\dfrac{\sqrt[3]{n}}{n}=1{,}1$ В.

10.35. $\sigma=\dfrac{2mg\,\varepsilon_0\,\mathrm{tg}\alpha}{q}=1{,}87$ мкКл/м^2. **10.36.** $q_0=q\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{4}\right)=0{,}96q$.

10.37. $R=\sqrt[3]{\dfrac{3qE}{4\pi\rho g}}=0{,}2$ мм. **10.38.** $\varepsilon=\dfrac{\rho_ш}{\rho_ш-\rho_м}=2$. **10.39.** S=1,76 см.

10.40. a=1,58·10^{16} м/с^2; t=0,36 нс. **10.41.** $U = \dfrac{md\,v_0 \mathrm{tg}\alpha}{qt} = 80$ В.

10.42. σ_1=100 нКл/м^2; σ_2=33 нКл/м^2. **10.43.** $A = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) = -0{,}9$ Дж.

10.44. A=0,36 Дж. **10.45.** q=10 мкКл; $W_{ел}$=45,6 мДж. **10.46.** $\varepsilon = 1 + \dfrac{A}{W_1} = 4{,}5$.

10.47. $A = \dfrac{\sigma^2 V}{8\varepsilon_0}(\varepsilon - 1) = 0{,}44$ нДж.

§11 Закони постійного струму

11.1. I=0,1 А. **11.2.** l=210 м. **11.3.** R=4 Ом. **11.4.** U=5 В. **11.5.** R=9 Ом. **11.6.** U_r=0,125 В, R=7,5 Ом. **11.7.** r=2,5 Ом. **11.8.** I=0,11 А, U_R=0,99 В, U_r=0,11 В. **11.9.** I=0,27 А, R=807 Ом. **11.10.** q=0,01 Кл. **11.11.** R=50 Ом. **11.12.** n_{max}=5. **11.13.** t_2=70°С. **11.14.** q=107,5 Кл. **11.15.** $I_{кз}$=5,5 А. **11.16.** I=10 А. **11.17.** $R_д$=20 Ом. **11.18.** 1) $R_ш$=0,02 Ом; 2) збільшиться у 10 разів. **11.19.** 1) $R_д$=3000 Ом; 2) збільшиться у 2,5 рази. **11.20.** ε=2 В, r=0,25 Ом, $I_{кз}$=8 А. **11.21.** j=700 А/мм^2. **11.22.** I=2 А. **11.23.** r=11,3 Ом. **11.24.** $I_{кз}$=1,5 А. **11.25.** P=2,2 кВт; η=91,6%. **11.26.** $<v>$=0,74 мм/с. **11.27.** n=2,5·10^4 мм$^{-3}$. **11.28.** I=3+2,5t; Δq=3,75 Кл. **11.29.** l=515,6 м, d=1 мм. **11.30.** R_1=R_2=100 Ом, R_3=400 Ом; I_1=0,5 А, I_2=0,4 А, I_3=0,1 А; U_1=50 В, U_2=U_3=40 В. **11.31.** I=2 А. **11.32.** Збільшиться у 2 рази. **11.33.** P_{max}=15 Вт. **11.34.** ε=15 В, r=3 Ом. **11.35.** I_1=0,1 А, I_2=0,2 А, I_3=0,3 А; $\varphi_A - \varphi_B$=–4 В. **11.36.** ε=12 В, r=0,2 Ом, $I_{кз}$=60 А. **11.37.** Q=1,07 кДж. **11.38.** $t = \dfrac{R\left(c_в m (t_к - t_0) + rm\right)}{U^2 \eta} = 49$ хв.

11.39. $l = \dfrac{U^2 \pi d^2}{4\rho P} = 17{,}3$ м. **11.40.** l=9,45 м. **11.41.** 1) I=0,57 А, U=110 В; 2) I=0,142 А, U=53,2 В; 3) I=0,22 А, U=110 В.

§12 Магнітне поле постійного струму

12.1. B=0,2 мТл. **12.2.** B=0,126 мТл. **12.3.** I=4,8 А. **12.4.** H=8000 А/м. **12.5.** H=5000 А/м. **12.6.** $\oint \vec{H} d\vec{l}$ =–1 А. **12.7.** α=30° **12.8.** p_m =7,85·10^{-2} А·м^2. **12.9.** B=40 мТл. **12.10.** F=3,2·10^{-13} Н. **12.11.** B=5,7 мТл. **12.12.** v=2·10^6 м/с. **12.13.** J=–1.33·10^{-2} А/м; B=1,76·10^{-3} Тл; назустріч один одному. **12.14.** J=2,8·10^{-3} А/м; H=15,9 А/м. **12.15.** B=1,1 Тл; μ=875. **12.16.** 1) H_c=100 А/м; 2) B_r=0,22 Тл; 3) B_{max}=1,24 Тл; H_{max} =800 А/м; 4) μ=1233. **12.17.** H=15,36 А/м. **12.18.** H=215 А/м. **12.19.** $B = \dfrac{\mu_0 U d^2}{8 r \rho l} = 16$ мТл. **12.20.** F/l=2 мН/м. **12.21.** F=200 Н. **12.22.** B=20 мТл. **12.23.** A=8 мДж. **12.24.** p_m =62,8·10^{-3} А·м^2, B=0,1 Тл.

12.25. p_m =0,03 А·м^2. **12.26.** M =12·10^{-6} Н·м. **12.27.** R=4,5 см. **12.28.** T=8,9 нс. **12.29.** q=3,2·10^{-19} Кл. **12.30.** H=16 А/м; J=2,82·10^{-3} А/м. **12.31.** μ=265. **12.32.** H=66,3 А/м. **12.33.** r=8 см. **12.34.** $\oint \vec{H} d\vec{l}$ =78,5 А. **12.35.** R=0,2 Ом. **12.36.** U=110 мВ. **12.37.** $B_{\min}$=10 мТл, $B_{\max}$=20 мТл. **12.38.** Збільшилась на ΔW=8,6 мДж. **12.39.** F =4,1·10^{-16} Н. **12.40.** а) $R_р/R_э$=1835; б) $R_р/R_э$=42,8. **12.41.** a_τ=0; a_n=5,7·10^{15} м/с^2. **12.42.** B=0,3 Тл. **12.43.** $n = \dfrac{IB}{eU_{\text{Н}}b} = 8{,}1 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. **12.44.** $v = \dfrac{E}{\mu_0 H} = 4 \cdot 10^4$ м/с. **12.45.** $A = I\mu_0 H\pi r^2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = 1{,}8$ мкДж. **12.46.** p_m =2,4·10^{-8} А·м^2; $\Psi = N\mu_0 Hab\cos(90 - \alpha) = 0{,}042$ Вб. **12.47.** $\dfrac{B'}{B} = \dfrac{\chi}{1+\chi} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$.

§13 Явище електромагнітної індукції

13.1. B=50 мТл. **13.2.** а) Φ_0=2 мВб; б) Φ_1=1 мВб. **13.3.** Φ=2 мВб. **13.4.** ε=1 В. **13.5.** L=1 мГн. **13.6.** N=500. **13.7.** L=1,6 мГн. **13.8.** L=1,2 мГн. **13.9.** I=2 А. **13.10.** $W_м$=10 Дж. **13.11.** μ=1990. **13.12.** N=234. **13.13.** I=5,6 А. **13.14.** q=0,4 Кл. **13.15.** L=1,6 мГн. **13.16.** L=0,125 мГн. **13.17.** I=10 А. **13.18.** Φ=5 мВб. **13.19.** $w_м$=1,12 кДж/м^3. **13.20.** $\varepsilon_{\max}$=94,25 В. **13.21.** ν=20 Гц. **13.22.** $\varepsilon_{сер}$=0,27 В. **13.23.** B=5,8·10^{-5} Тл. **13.24.** B=0,30 Тл. **13.25.** ε=1,6 мВ. **13.26.** q=6,28 мкКл. **13.27.** I=2,5 А. **13.28.** ε=58 В. **13.29.** q=0,11 Кл. **13.30.** α=120° **13.31.** A=80 мкДж. **13.32.** L=0,71 мГн, Φ=3,55 мкВб. **13.33.** t=23 мс. **13.34.** $W_м$=62,8 мкДж. **13.35.** I=1,73 А. **13.36.** $w_м$=840 Дж/м^3. **13.37.** B=2,5 Тл. **13.38.** ω=3,14 рад/с; $\Phi_{\max}$=2,5 мВб; B=0,25 Тл.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: Учебное пособие для студентов вузов / Б.С. Беликов – М.: Высш. шк., 1986. – 256 с.
2. Волков О.Ф. Курс фізики: У 2-х т. Т.1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навчальній посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О.Ф. Волков, Т.П. Лумпієва. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 224 с.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн – М.: Наука, 1985. – 384 с.
4. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие / И.Е. Иродов – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
5. Загальний курс фізики. Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2004. – 560 с.
6. Пинский А.А. Задачи по физике. Учебное пособие / А.А. Пинский – М.: Наука, 1977. – 288 с.
7. Рымкевич А.П. Сборник задач по физике / А.П. Рымкевич –16-е изд.–М.: 1996.–222 с.
8. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. Учебное пособие / И.В. Савельев – М.: Наука, 1982. – 272 с.
9. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А.А. Воробьев, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – М.: Высш. шк., 1987. – 206 с.
10. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. Учебное пособие для втузов / Е.В.Фирганг – М.: Высш. шк., 1978. – 351 с.
11. Чертов А.Г. Задачник по физике: Учебное пособие. / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1981. – 496 с.

Навчальне видання

Лумпієва Таїсія Петрівна
Русакова Надія Михайлівна
Волков Олександр Федорович

ПРАКТИКУМ З ФІЗИКИ. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ
ЧАСТИНА 1

(українською мовою)

Підписано до друку 19.05.2014 р. Формат 60х84/16.
Ум. друк. арк. 14,65. Друк лазерний. Зам. №814. Накл. 300 прим.

Видавництво Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», 83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58., к. 1.312, тел. (062)301-08-67.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2982 від 21.09.2007.

Надруковано:ТОВ «Цифрова типографія»
Адреса: м. Донецьк, вул. Челюскінців, 291а, тел. (062) 388-07-31, 388-07-30